



# 풍산파 반복수학

대수

정확하고 빠른 풀이를 위한 연산 반복 훈련서



지학사

풍산짜  
반복수학  
대수

# 정확하고 빠른 풀이를 위한 반복 훈련서

1

### 한 권으로 기본 개념과 연산 실력 완성

- 개념과 연산을 동시에 학습할 수 있도록 구성하여 기본 실력 완성
- 개념과 연산 유형의 집중 학습으로 수학 실력을 쌓고 자신감을 기르며 실전에서는 문제 풀이 시간 단축

2

### 기본 학습에 적합한 체계적인 주제별 구성

- 소단원별로 학습 이해의 흐름에 맞춰 주제별 개념과 연산 유형을 체계적으로 학습
- 주제별 개념과 연산 학습으로 빈틈없는 기본 실력 향상

3

### 스스로 쉽게 학습할 수 있는 문제 연결 학습법

- 개념과 공식 등을 이용하여 바로 적용하여 풀 수 있도록 구성하여 수학의 기본 개념과 연산을 스스로 완성
- 개념 정리부터 연산 유형까지 풀면서 저절로 원리 터득

## 미리 보는 지수함수와 로그함수

### 1 지수함수

**1) 지수함수의 개념**

지수함수  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )의 그래프는  $x$ -축에 대해 대칭이며,  $x=0$ 일 때  $y=1$ 이다.  $a > 1$ 이면 증가함수,  $0 < a < 1$ 이면 감소함수이다.

**2) 지수함수의 성질**

①  $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$   
 ②  $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$   
 ③  $(a^x)^y = a^{xy}$   
 ④  $a^0 = 1$   
 ⑤  $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

**3) 지수함수의 그래프**

①  $a > 1$ 일 때,  $x < 0$ 일 때  $0 < y < 1$ ,  $x > 0$ 일 때  $y > 1$ 이다.  
 ②  $0 < a < 1$ 일 때,  $x < 0$ 일 때  $y > 1$ ,  $x > 0$ 일 때  $0 < y < 1$ 이다.

### 2 지수함수의 로그함수

**1) 지수함수의 역함수**

지수함수  $y = a^x$ 의 역함수는 로그함수  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )이다. 두 함수는  $y = x$ 에 대해 대칭이다.

**2) 로그함수의 성질**

①  $\log_a a^x = x$   
 ②  $a^{\log_a x} = x$   
 ③  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$   
 ④  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$   
 ⑤  $\log_a x^k = k \log_a x$

**3) 로그함수의 그래프**

①  $a > 1$ 일 때,  $x < 1$ 일 때  $y < 0$ ,  $x > 1$ 일 때  $y > 0$ 이다.  
 ②  $0 < a < 1$ 일 때,  $x < 1$ 일 때  $y > 0$ ,  $x > 1$ 일 때  $y < 0$ 이다.

## 미리 보는 대단원

- 대단원별로 중단원과 핵심 주제를 한 눈에 확인
- 중단원별 정리된 핵심 개념으로 개념과 연산 유형의 연계성 파악

### 11 거듭제곱근

**1) 거듭제곱근의 개념**

$a$ 의  $n$ 제곱근은  $x^n = a$ 를 만족하는  $x$ 를 말한다.  $a \geq 0$ 일 때,  $x \geq 0$ 인  $n$ 제곱근을  $a$ 의  $n$ 제곱근이라 하며,  $x < 0$ 인  $n$ 제곱근을  $a$ 의 음의  $n$ 제곱근이라 한다.

**2) 거듭제곱근의 성질**

①  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$   
 ②  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$   
 ③  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$   
 ④  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  (단,  $a > 0$ 는 자연수이다.)

### 12 거듭제곱근의 성질

**1) 거듭제곱근의 성질**

①  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$   
 ②  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$   
 ③  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$   
 ④  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  (단,  $a > 0$ 는 자연수이다.)

## 주제별 개념 정리와 연산 유형

- 주제별로 중요한 개념 정리와 문제 풀이에 도움이 되는 참고, 보기, 보충 설명 제시
- 빈틈없는 개념과 연산 학습이 이루어지도록 체계적으로 연산 유형 분류
- **동생 POINT** 에서 연산 학습의 비법, 공식 등을 다시 한번 확인

### 중단원 점검문제

**01**  $\sqrt{\frac{3}{5}}$ ,  $\sqrt{\frac{5}{3}}$ 를 간단히 하시오.

**02**  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ 를 만족시키는 자연수  $m, n$ 에 대하여  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $m < 100$ 이라 하고  $n$ 은 세자리수이다.)

**03**  $a^2 = 2^{-1}$ 일 때,  $a^{-2}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ )

**04**  $a^2 = 1$ 일 때,  $\frac{a^2 - 1}{a}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ )

**05**  $\log_2(-1) + \log_2(-1)$ 의 값이 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하시오.

**06**  $\log_2 3 + \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값을 구하시오.

**07**  $\log_2 x = 1$ ,  $\log_2 y = 2$ ,  $\log_2 z = 3$ 일 때,  $\log_2 \frac{xyz}{2}$ 의 값을 구하시오.

**08**  $\log_2 16 = 4$ ,  $\log_2 \frac{1}{2} = -1$ 일 때,  $\log_2 8$ 의 값을 구하시오.

**09**  $2^x = 4$ ,  $2^y = 8$ 일 때,  $x$ 의 값을 구하시오.

**10**  $\log_2 4 + \log_2 8 + \log_2 16 = 10$ 일 때,  $\log_2 32$ 의 값을 구하시오.

**11**  $\log_2 4 = \log_2 8 = \log_2 16 = \log_2 32$ 일 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

**12**  $\log_2 16 = 4$ 일 때,  $2^4 = 16$ 이다.  $2^x = 16$ 일 때,  $x$ 의 값을 구하시오. (단,  $x$ 는 자연수이다.)

**13**  $\log_2 16 = 4$ 일 때,  $\log_2 32$ 의 값을 구하시오.

**14**  $2^x = 16$ 일 때,  $2^y = 8$ 일 때,  $2^{x+y}$ 의 값을 구하시오.

**15**  $\log_2 16 = 4$ ,  $\log_2 32 = 5$ 일 때,  $2^4$ 와  $2^5$ 의 차의 값을 구하시오.

**16**  $\log_2 16 = 4$ 일 때,  $2^4 = 16$ 이다.  $2^x = 16$ 일 때,  $x$ 의 값을 구하시오. (단,  $x > 0$ )

## 중단원 점검문제

- 중단원별 기본 유형으로 구성되어 중단원 실력을 점검
- 실력을 점검하여 취약한 개념, 연산을 스스로 확인하고 보충 학습이 가능하도록 구성

## I, 지수함수와 로그함수

1. 지수와 로그 .....	008
2. 지수함수와 로그함수 .....	034

## II, 삼각함수

1. 삼각함수의 뜻 .....	068
2. 삼각함수의 그래프 .....	084
3. 삼각함수의 활용 .....	114

## III, 수열

1. 등차수열과 등비수열 .....	132
2. 수열의 합 .....	160
3. 수학적 귀납법 .....	174



# 지수함수와 로그함수

1. 지수와 로그
2. 지수함수와 로그함수

# 지수함수와 로그함수

## 1 지수와 로그

▶ 본문 008~033쪽에서 확인해 보세요.

- 01 거듭제곱근
- 02 거듭제곱근의 성질
- 03 지수의 확장
- 04 로그의 정의
- 05 로그의 밑과 진수 조건
- 06 로그의 기본 성질
- 07 로그의 여러 가지 성질
- 08 로그의 성질을 이용한 여러 가지 문제
- 09 상용로그
- 10 상용로그표
- 11 상용로그의 활용
- 12 상용로그의 정수 부분과 소수 부분

### (1) 거듭제곱과 거듭제곱근

- ①  $a$ 의 거듭제곱: 실수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $a$ 를  $n$ 번 곱한 것, 즉  $a^n$
- ②  $a$ 의  $n$ 제곱근: 실수  $a$ 와 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $n$ 제곱하여  $a$ 가 되는 수, 즉  $x^n = a$ 를 만족시키는 수  $x$
- ③  $a$ 의 거듭제곱근: 실수  $a$ 의 제곱근,  $a$ 의 세제곱근,  $a$ 의 네제곱근, ...

$a^n$  ← 지수  
|  
밑

### (2) 거듭제곱근의 성질

$a > 0, b > 0$ 이고  $m, n$ 이 2 이상의 자연수일 때

- ①  $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$       ②  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$       ③  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- ④  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt{nm}{a} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$       ⑤  $n^p \sqrt[n]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^{mp}}$  (단,  $p$ 는 자연수이다.)

### (3) 지수의 확장

- ①  $a \neq 0$ 이고  $n$ 이 양의 정수일 때,  $a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- ②  $a > 0$ 이고  $m, n$  ( $n \geq 2$ )이 정수일 때,  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

### (4) 지수법칙

$a > 0, b > 0$ 이고  $m, n$ 이 실수일 때

- ①  $a^m a^n = a^{m+n}$       ②  $a^m \div a^n = a^{m-n}$       ③  $(a^m)^n = a^{mn}$
- ④  $(ab)^n = a^n b^n$       ⑤  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

### (5) 로그의 정의

$a > 0, a \neq 1$ 일 때, 양수  $b$ 에 대하여  $a^x = b$ 를 만족시키는 실수  $x$ 를  $\log_a b$ 로 나타내고,  $a$ 를 밑으로 하는  $b$ 의 로그라고 한다. 이때  $b$ 를  $\log_a b$ 의 진수라고 한다.

$\log_a b$  ← 진수  
|  
밑

### (6) 로그의 밑과 진수 조건

$\log_a b$ 가 정의되기 위해서는 다음을 만족시켜야 한다.

- ① 밑 조건:  $a > 0, a \neq 1$       ② 진수 조건:  $b > 0$

### (7) 로그의 기본 성질

$a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$ 이고  $n$ 이 실수일 때

- ①  $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$       ②  $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- ③  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$       ④  $\log_a x^n = n \log_a x$  (단,  $n$ 은 실수이다.)

### (8) 상용로그

양수  $N$ 에 대하여 10을 밑으로 하는 로그, 즉  $\log_{10} N$ 을 상용로그라고 한다. 이때 상용로그  $\log_{10} N$ 은 밑 10을 생략하여  $\log N$ 으로 나타낸다.

- 01 지수함수의 그래프
- 02 지수함수의 성질을 이용한 대소 비교
- 03 지수함수의 최대·최소
- 04 지수방정식
- 05 지수부등식
- 06 로그함수의 그래프
- 07 로그함수의 성질을 이용한 대소 비교
- 08 로그함수의 최대·최소
- 09 로그방정식
- 10 로그부등식

(1) 지수함수

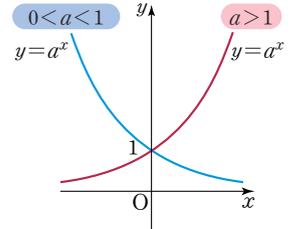
실수  $x$ 에  $a^x$ 을 대응시키는 함수

$$y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

을  $a$ 를 밑으로 하는 지수함수라고 한다.

(2) 지수함수  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )의 그래프

- ① 정의역: 실수 전체의 집합  
치역: 양의 실수 전체의 집합
- ②  $a > 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값도 증가한다.  
 $0 < a < 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 감소한다.
- ③ 그래프는 점  $(0, 1)$ 을 지나고,  $x$ 축을 점근선으로 갖는다.



(3) 지수방정식과 지수부등식

- ① 지수방정식: 지수에 미지수가 있는 방정식  
 →  $a > 0, a \neq 1$ 일 때,  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$
- ② 지수부등식: 지수에 미지수가 있는 부등식  
 →  $a > 1$ 일 때,  $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$   
 $0 < a < 1$ 일 때,  $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

(4) 로그함수

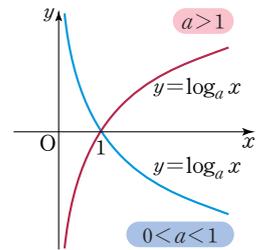
지수함수  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )의 역함수

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

를  $a$ 를 밑으로 하는 로그함수라고 한다.

(5) 로그함수  $y = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )의 그래프

- ① 정의역: 양의 실수 전체의 집합  
치역: 실수 전체의 집합
- ②  $a > 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값도 증가한다.  
 $0 < a < 1$ 일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 감소한다.
- ③ 그래프는 점  $(1, 0)$ 을 지나고,  $y$ 축을 점근선으로 갖는다.



(6) 로그방정식과 로그부등식

- ① 로그방정식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 방정식  
 →  $a > 0, a \neq 1, f(x) > 0, g(x) > 0$ 일 때  
 $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$   
 $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, f(x) > 0$ 일 때  
 $\log_a f(x) = \log_b f(x) \Leftrightarrow a = b$  또는  $f(x) = 1$
- ② 로그부등식: 로그의 진수 또는 밑에 미지수가 있는 부등식  
 →  $f(x) > 0, g(x) > 0$ 일 때  
 $a > 1$ 일 때,  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$   
 $0 < a < 1$ 일 때,  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$



### 1 거듭제곱

실수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $a$ 를  $n$ 번 곱한 것을  $a$ 의  $n$ 제곱이라 하고,  $a^n$ 으로 나타낸다. 이때  $a, a^2, a^3, \dots, a^n, \dots$ 을 통틀어  $a$ 의 거듭제곱이라 하고,  $a^n$ 에서  $a$ 를 거듭제곱의 밑,  $n$ 을 거듭제곱의 지수라고 한다.

### 2 거듭제곱근

실수  $a$ 와 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $n$ 제곱하여  $a$ 가 되는 수, 즉 방정식  $x^n = a$ 를 만족시키는 수  $x$ 를  $a$ 의  $n$ 제곱근이라고 한다. 이때  $a$ 의 제곱근, 세제곱근, 네제곱근, ...을 통틀어  $a$ 의 거듭제곱근이라고 한다.

### 3 실수 $a$ 의 $n$ 제곱근 중 실수인 것, 즉 $x^n = a$ 의 실근

$n \backslash a$	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
$n$ 이 짝수일 때	$\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$	0	없다.
$n$ 이 홀수일 때	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$

▶ 거듭제곱과 거듭제곱근

$a$ 는  $x$ 의  $n$ 제곱

$$x^n = a$$

$x$ 는  $a$ 의  $n$ 제곱근

▶  $\sqrt[n]{a}$ , 즉  $n$ 제곱근  $a$

$n$ 제곱근  $a$ 는  $a$ 의  $n$ 제곱근 중  $a$ 와 부호가 같은 실수이며 1개이다.

정답과 풀이 002쪽

## 유형 01 거듭제곱근

01 다음 거듭제곱근을 구하시오.

(1) 8의 세제곱근

▶ 풀이 8의 세제곱근은 방정식  $x^3 = 8$ 의 근이므로  
 $x^3 - 8 = 0, (x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$   
 $\therefore x = 2$  또는  $x = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) -8의 세제곱근

(3) 16의 네제곱근

(4) 81의 네제곱근

## 유형 02 거듭제곱근 중 실수인 것

02 다음 거듭제곱근을 구하고, 그중에서 실수인 것을 말하시오.

(1) -1의 세제곱근

▶ 풀이 -1의 세제곱근은 방정식  $x^3 = -1$ 의 근이므로  
 $x^3 + 1 = 0, (x+1)(x^2 - x + 1) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$   
이 중에서 실수인 것은  $\underline{\hspace{1cm}}$ 이다.

(2) -27의 세제곱근

(3) 1의 네제곱근

(4) 625의 네제곱근

### 중점 POINT

실수  $a$ 의  $n$ 제곱근은 방정식  $x^n = a$ 의 근으로 복소수의 범위에서  $n$ 개가 존재한다.

## 중단원 점검문제

01

$\sqrt[4]{\frac{3\sqrt{5}}{3}} \times \sqrt{\frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{5}}}$ 을 간단히 하시오.

02

$\sqrt[4]{a} \times \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[m]{a^n}$ 을 만족시키는 자연수  $m, n$ 에 대하여  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ 이고  $m$ 과  $n$ 은 서로소이다.)

03

$a^2 + a^{-2} = 16$ 일 때,  $a - a^{-1}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ )

04

$a^{2x} = 5$ 일 때,  $\frac{a^{6x} - a^{-6x}}{a^{2x} - a^{-2x}}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ )

05

$\log_{x-2}(-x^2 + 8x - 7)$ 이 정의되기 위한 모든 정수  $x$ 의 값의 합을 구하시오.

06

$\log_2 3 - \log_2 \frac{9}{2} + \log_2 12$ 의 값을 구하시오.

07

$\log_a x = A, \log_a y = B, \log_a z = C$ 일 때,  
 $\log_a \frac{x^3}{yz^2}$ 을  $A, B, C$ 로 나타내시오.

08

$\log_3 10 = a, \log_3 \frac{4}{5} = b$ 일 때,  $\log_3 40$ 을  $a, b$ 로 나타내시오.

**09**

$5^{\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 a} = 1$ 일 때,  $a$ 의 값을 구하시오.

**10**

$\log_3 4 \times \log_4 5 \times \log_5 6 \times \cdots \times \log_{26} 27$ 의 값을 구하시오.

**11**

$\frac{\log_3 4}{a} = \frac{\log_3 8}{b} = \frac{\log_3 16}{c} = \log_3 2$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

**12**

이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이  $\log_2 3$ , 1일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ ,  $b$ 는 상수이다.)

**13**

$\log 3.85 = 0.5855$ 일 때,  $\log x = 3.5855$ 를 만족시키는  $x$ 의 값을 구하시오.

**14**

$3^{100}$ 은 48자리,  $5^{100}$ 은 70자리의 정수일 때,  $15^{20}$ 은 몇 자리의 정수인지 구하시오.

**15**

$\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ 일 때,  $3^{40}$ 의 최고 자리의 숫자를 구하시오.

**16**

$\log a$ 의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식  $3x^2 + 10x + k = 0$ 의 두 근일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a > 0$ )

새 교육과정

## 고등 풍산자 1등급 로드맵

	하	중	상	최상
기초 학습	<b>풍산자 반복수학</b> 개념 및 기본 연산 정복, 기본 실력 완성			
기본서	<b>풍산자</b> 필수 문제로 개념 정복, 개념 학습 완성			
유형서	<b>풍산자 라이트 유형</b> 기본 및 대표 유형 연습, 중위권 실력 완성			
	<b>풍산자 필수유형</b> 기출 문제로 유형 정복, 시험 준비 완료			

새 교육과정은 2025년 고1부터 적용됩니다.

# 풍산자 반복수학

대수

지학사는 좋은 책을 만들기 위해 최선을 다합니다.

### 완벽한 교재를 위한 노력

- 도서 오류 신고는 「홈페이지 > 참고서 > 해당 참고서 페이지 > 오류 신고」에 서 하실 수 있습니다.
- 발간 이후에 발견되는 오류는 「홈페이지 > 참고서 > 학습 자료실 > 정오표」에 서 알려드립니다.

### 고객 만족 서비스

- 홈페이지에 문의하신 사항에 대한 답변이 등록되면 수신 체크가 되어 있는 경우 문자 메시지가 발송됩니다.

### 지은이 풍산자수학연구소

개발 책임 이성주 | 편집 김연희, 유미현, 이승화, 문상우, 이다은, 석혜영, 손동국, 배예지, 이도희, 이지은, 김예지, 이승현  
 마케팅 김남우, 이혁주, 이상무, 유은영, 김규리, 김윤희 | 디자인 책임 김의수  
 표지 디자인 엄혜임, 김수빈 | 본문 디자인 김소민, 김하늘, 김수빈  
 컷 디자인 맥컴 | 조제판 동국문화 | 인쇄 제본 벽호

발행인 권준구 | 발행처 (주)지학사 (등록번호: 1957.3.18 제 13-11호)  
 04056 서울시 마포구 신촌로6길 5

발행일 2018년 11월 10일 [초판 1쇄] 2025년 2월 10일 [4판 1쇄]

구입 문의 TEL 02-330-5300 | FAX 02-325-8010

구입 후에는 철화되지 않으며, 잘못된 제품은 구입처에서 교환해 드립니다.

내용 문의 [www.jihak.co.kr](http://www.jihak.co.kr) 전화번호는 홈페이지 (고객센터 - 담당자 안내)

이 책에 대한 저작권은 (주)지학사에 있습니다.

(주)지학사의 서면 동의 없이는 이 책의 체재와 내용 중 일부나 전부를 모방 또는 복사, 전재할 수 없습니다.

정가 16,000원



ISBN 978-89-05-05788-6