

교과서 완전 학습,
학교 시험 완벽 대비

자습서

고등학교 **공통수학 1**



장경운 교과서편

개념을 익히는 자세한
교과서 해설

—
교과서 활동을 해결하기
위한 전략과 풀이

—
실력을 확인할 수 있는
학교 내신 대비 문제

자습서

고등학교 **공통수학1**

교과서
문제 풀이편

이 책의 구성과 특징

교과서
문제 풀이편

교과서 학습의 기본을 다지는 필수 개념과 이해하기 쉽고 자세한 해설

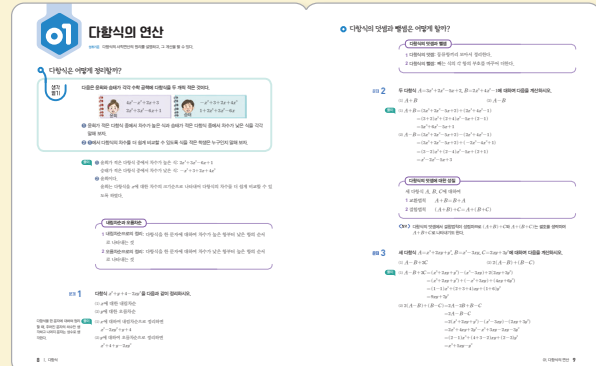
대단원 도입



이 단원에 들어가기 전에
교과서 문제의 자세한 풀이를 제공하였습니다.

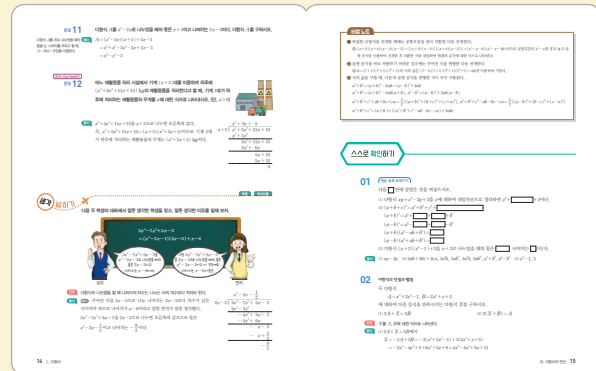
배운 내용 떠올리기
이 단원에서 배운 내용의 기초가 되는 이전 학습 내용에 대한 간단한
개념으로 구성하였습니다.

소단원 학습



교과서 해설
교과서의 생각 열기와 문제의 자세한 풀이를 제공하였습니다.

개념 정리
교과서 학습을 위한 필수 개념을 일목요연하게 정리하였습니다.



생각 넓히기, 스스로 확인하기
활동 및 문제를 해결하기 위한 전략과 자세한 풀이를 제공하였습
니다.

비법 노트
문제를 해결할 때 도움되는 내용으로 구성하였습니다.



문제를 해결하기 위한 전략과 자세한 풀이를 제공하였습니다.

학교 시험
대비 문제편

기본 문제부터 응용 문제까지,
실력을 쌓는 필수 문제

실력 확인 문제

교과서 흐름에 맞는 개념과 원리 중심의 문제를 기본, 표준, 발전의 세 단계로 제공하였습니다.

대단원별 필수 유형 문제를 학교 시험 형태로 구성하여 실력을 점검
할 수 있도록 하였습니다.

I

다항식

01 다항식의 연산	08
02 나머지 정리	17
03 인수분해	26
대단원 마무리평가	31
수학 프로젝트 활동	34

II

방정식과 부등식

01 복소수와 그 연산	38
02 이차방정식의 판별식	45
03 이차방정식의 근과 계수의 관계	50
04 이차방정식과 이차함수의 관계	54
05 이차함수의 최대, 최소	62
탐구하는 수학	67
06 삼차방정식과 사차방정식	69
07 연립이차방정식	75
08 여러 가지 일차부등식	82
탐구하는 수학	90
09 이차부등식과 연립이차부등식	91
대단원 마무리평가	101
수학 프로젝트 활동	105



경우의 수

01 합의 법칙과 곱의 법칙	108
02 순열	115
03 조합	122
탐구하는 수학	127
대단원 마무리평가	128
수학 프로젝트 활동	132



행렬

01 행렬과 그 연산	136
탐구하는 수학	148
대단원 마무리평가	149
수학 프로젝트 활동	151

학교 시험 대비 문제편

실력 확인 문제	154
대단원 평가 문제	176

이전에 무엇을 배웠을까?

이 단원에 들어가기 전에

| 중학교 1학년 | 일차식의 덧셈과 뺄셈

1. 다음을 계산하시오.

$$(1) (2x+3) + (x-1)$$

$$(2) (3x+2) - 2(x-2)$$

풀이

$$(1) (2x+3) + (x-1) = (2+1)x + (3-1) \\ = 3x+2$$

$$(2) (3x+2) - 2(x-2) = 3x+2-2x+4 \\ = (3-2)x + (2+4) \\ = x+6$$

| 중학교 1학년 | 방정식과 그 해

2. 다음 등식 중에서 x 에 대한 항등식인 것을 모두 찾으시오.

$$(1) 1+x=2$$

$$(2) 3=3x$$

$$(3) x-1 = -(1-x)$$

$$(4) x-2 = -2+x$$

풀이

미지수 x 에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는 등식을 x 에 대한 항등식이라고 한다. 또, 등식의 좌변 또는 우변을 간단히 정리했을 때, 양변의 식이 같으면 항등식이다.

(1) $x=1$ 일 때에만 등식이 성립하므로 항등식이 아니다.

(2) $x=1$ 일 때에만 등식이 성립하므로 항등식이 아니다.

(3) (우변) $= -(1-x) = x-1$ = (좌변)이므로 항등식이다.

(4) (우변) $= -2+x = x-2$ = (좌변)이므로 항등식이다.

| 중학교 2학년 | 지수법칙

3. 다음 식을 간단히 하시오.

$$(1) x^2 \times y^3 \times x^4 \times y$$

$$(2) (x^4)^3 \div (x^2)^2$$

풀이

$$(1) x^2 \times y^3 \times x^4 \times y = x^2 \times x^4 \times y^3 \times y = x^{2+4} y^{3+1} = x^6 y^4$$

$$(2) (x^4)^3 \div (x^2)^2 = x^{4 \times 3} \div x^{2 \times 2} = x^{12} \div x^4 = x^{12-4} = x^8$$

다항식

01. 다항식의 연산
02. 나머지 정리
03. 인수분해

이 단원에서는...

다항식의 사칙연산의 원리를 학습하고, 항등식의 성질과 나머지 정리를 이해하며, 다항식의 인수분해를 배운다.

핵심 아이디어

식에 대한 사칙연산과 인수분해는 복잡한 다항식으로 확장되어 적용된다.

4. 다음 식을 계산하시오.

- (1) $(2a^2 - 3a + 2) + (a^2 - a - 2)$ (2) $(4x + 3y) - (-x + 2y)$
 (3) $(2a - 3b) \times (-2b)$ (4) $(9x^2y + 6xy^2) \div 3xy$

풀이

$$(1) (2a^2 - 3a + 2) + (a^2 - a - 2) = (2+1)a^2 + (-3-1)a + (2-2) \\ = 3a^2 - 4a$$

$$(2) (4x + 3y) - (-x + 2y) = 4x + 3y + x - 2y \\ = (4+1)x + (3-2)y \\ = 5x + y$$

$$(3) (2a - 3b) \times (-2b) = 2a \times (-2b) + (-3b) \times (-2b) \\ = -4ab + 6b^2$$

$$(4) (9x^2y + 6xy^2) \div 3xy = (9x^2y + 6xy^2) \times \frac{1}{3xy} \\ = \frac{9x^2y}{3xy} + \frac{6xy^2}{3xy} \\ = 3x + 2y$$

5. 다음 식을 전개하시오.

- (1) $(a + 3b)^2$ (2) $(x + 2y)(x - 2y)$

풀이

$$(1) (a + 3b)^2 = a^2 + 2 \times a \times 3b + (3b)^2 = a^2 + 6ab + 9b^2$$

$$(2) (x + 2y)(x - 2y) = x^2 - (2y)^2 = x^2 - 4y^2$$

6. 다음 식을 인수분해하시오.

- (1) $x^2 - 6xy + 9y^2$ (2) $a^2 - 10a + 16$ (3) $9x^2 - 4$

풀이

$$(1) x^2 - 6xy + 9y^2 = x^2 - 2 \times x \times 3y + (3y)^2 = (x - 3y)^2$$

$$(2) a^2 - 10a + 16 = (a - 2)(a - 8)$$

$$(3) 9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x + 2)(3x - 2)$$

배운 내용 떠올리기

1. 일차식의 덧셈과 뺄셈

일차식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 계산한다. 또, 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어서 더한다.

3. 지수법칙

m, n 이 자연수일 때

$$① a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$② (a^m)^n = a^{mn}$$

$$③ a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m > n) \\ 1 & (m = n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m < n) \end{cases} \quad (\text{단, } a \neq 0)$$

5. 곱셈 공식

$$① (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$② (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$③ (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$④ (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$⑤ (ax + b)(cx + d) \\ = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

6. 인수분해 공식

$$① a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$② a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$③ a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$④ x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$⑤ acx^2 + (ad + bc)x + bd \\ = (ax + b)(cx + d)$$

교과서에 제공된 QR 코드로
보충 학습이 가능합니다.





다항식의 연산

성취기준 다항식의 사칙연산의 원리를 설명하고, 그 계산을 할 수 있다.

다항식은 어떻게 정리할까?

생각
열기

다음은 윤희와 승태가 각각 수학 공책에 다항식을 두 개씩 적은 것이다.



$$\begin{aligned} 4x^3 - x^2 + 2x + 3 \\ 2x^4 + 3x^2 - 6x + 1 \end{aligned}$$

윤희



$$\begin{aligned} -x^2 + 3 + 2x + 4x^3 \\ 1 + 2x^4 + 3x^2 - 6x \end{aligned}$$

승태

- 1 윤희가 적은 다항식 중에서 차수가 높은 식과 승태가 적은 다항식 중에서 차수가 낮은 식을 각각 말해 보자.
- 2 1에서 다항식의 차수를 더 쉽게 비교할 수 있도록 식을 적은 학생은 누구인지 말해 보자.

풀이

1 윤희가 적은 다항식 중에서 차수가 높은 식: $2x^4 + 3x^2 - 6x + 1$

승태가 적은 다항식 중에서 차수가 낮은 식: $-x^2 + 3 + 2x + 4x^3$

2 윤희이다.

윤희는 다항식을 x 에 대한 차수의 크기순으로 나타내어 다항식의 차수를 더 쉽게 비교할 수 있도록 하였다.

내림차순과 오름차순

- 1 내림차순으로의 정리: 다항식을 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 나타내는 것
- 2 오름차순으로의 정리: 다항식을 한 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 높은 항의 순서로 나타내는 것

문제 1

다항식 $x^2 + y + 4 - 2xy^2$ 을 다음과 같이 정리하시오.

- (1) x 에 대한 내림차순
- (2) y 에 대한 오름차순

다항식을 한 문자에 대하여 정리할 때, 주어진 문자의 차수만 생각하고 나머지 문자는 상수로 생각한다.

풀이

(1) x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 2xy^2 + y + 4$$

(2) y 에 대하여 오름차순으로 정리하면

$$x^2 + 4 + y - 2xy^2$$

문제 11

다항식 A 를 x^2-2x 로 나누었을 때의 몫은 $x+1$ 이고 나머지는 $2x-3$ 이다. 다항식 A 를 구하시오.

다항식 A 를 B 로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라고 할 때, $A=BQ+R$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} A &= (x^2-2x)(x+1)+2x-3 \\ &= x^3+x^2-2x^2-2x+2x-3 \\ &= x^3-x^2-3 \end{aligned}$$

환경·지속가능발전

문제 12

어느 재활용품 처리 시설에서 기계 $(x+3)$ 대를 이용하여 하루에 $(x^3+5x^2+11x+15)$ kg의 재활용품을 처리한다고 할 때, 기계 1대가 하루에 처리하는 재활용품의 무게를 x 에 대한 식으로 나타내시오. (단, $x>0$)



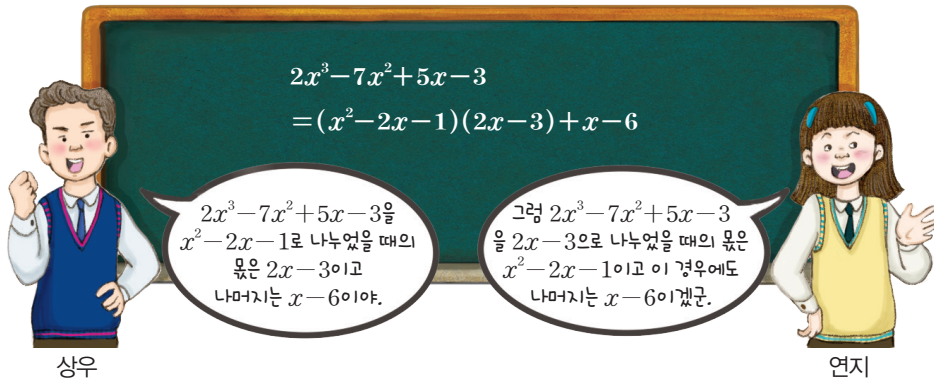
풀이 $x^3+5x^2+11x+15$ 를 $x+3$ 으로 나누면 오른쪽과 같다.

즉, $x^3+5x^2+11x+15=(x+3)(x^2+2x+5)$ 이므로 기계 1대가 하루에 처리하는 재활용품의 무게는 (x^2+2x+5) kg이다.

$$\begin{array}{r} x^2+2x+5 \\ x+3 \overline{) x^3+5x^2+11x+15} \\ \underline{x^3+3x^2} \\ 2x^2+11x+15 \\ \underline{2x^2+6x} \\ 5x+15 \\ \underline{5x+15} \\ 0 \end{array}$$

생각 넓히기

다음 두 학생의 대화에서 잘못 생각한 학생을 찾고, 잘못 생각한 이유를 말해 보자.



상우

연지

전략 다항식의 나눗셈을 할 때 나머지의 차수는 나누는 식의 차수보다 작아야 한다.

풀이 예시 주어진 식을 $2x-3$ 으로 나눈 나머지는 $2x-3$ 보다 차수가 낮은 식이어야 하므로 나머지가 $x-6$ 이라고 말한 연지가 잘못 생각했다.

$2x^3-7x^2+5x-3$ 을 $2x-3$ 으로 나누면 오른쪽과 같으므로 몫은

$x^2-2x-\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 $-\frac{9}{2}$ 이다.

$$\begin{array}{r} x^2-2x-\frac{1}{2} \\ 2x-3 \overline{) 2x^3-7x^2+5x-3} \\ \underline{2x^3-3x^2} \\ -4x^2+5x-3 \\ \underline{-4x^2+6x} \\ -x-3 \\ \underline{-x+\frac{3}{2}} \\ -\frac{9}{2} \end{array}$$

비법 노트

① 복잡한 다항식을 전개할 때에는 공통부분을 찾아 치환한 다음 전개한다.

예 $(x+2)(x+4)(x-3)(x-5) = \{(x+2)(x-3)\} \{(x+4)(x-5)\} = (x^2-x-6)(x^2-x-20)$ 이므로 공통부분인 x^2-x 를 X 로 놓고 곱셈 공식을 이용하여 전개한 후 치환한 식을 대입하여 원래의 문자에 대한 식으로 나타낸다.

② 곱셈 공식을 바로 적용하기 어려운 경우에는 주어진 식을 변형한 다음 전개한다.

예 $k = (7+1)(7^2+1)(7^4+1)$ 의 식의 값은 $(7-1)(7+1)(7^2+1)(7^4+1) = 6k$ 를 이용하여 구한다.

③ 식의 값을 구할 때, 다음의 곱셈 공식을 변형한 식이 자주 사용된다.

$$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$$

$$a^3+b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b), \quad a^3-b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca = \frac{1}{2}\{(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2\}, \quad a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

$$a^3+b^3+c^3 = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) + 3abc$$

스스로 확인하기

01

[학습 목표 되새기기]

다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 다항식 $xy+x^2-2y+3$ 을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면 $x^2 + \text{} + 3$ 이다.

(2) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2 + \text{}$

$$(a+b)^3 = a^3 + \text{} + \text{} + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - \text{} + \text{} - b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = \text{}$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = \text{}$$

(3) 다항식 $(x+2)(x^2-1)+3$ 을 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫은 , 나머지는 (이)다.

풀이 (1) $xy-2y$ (2) $2ab+2bc+2ca, 3a^2b, 3ab^2, 3a^2b, 3ab^2, a^3+b^3, a^3-b^3$ (3) $x^2-1, 3$

02

다항식의 덧셈과 뺄셈

두 다항식

$$A = x^3 + 2x^2 - 1, \quad B = 2x^3 + x + 3$$

에 대하여 다음 등식을 만족시키는 다항식 X 를 구하시오.

$$(1) 2A + X = 3B$$

$$(2) 2(X + B) = A$$

전략 X 를 A, B 에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 (1) $2A + X = 3B$ 에서

$$X = -2A + 3B = -2(x^3 + 2x^2 - 1) + 3(2x^3 + x + 3)$$

$$= -2x^3 - 4x^2 + 2 + 6x^3 + 3x + 9 = 4x^3 - 4x^2 + 3x + 11$$



학습 목표 순열의 수와 조합의 수가 이용되는 실생활 속의 예를 찾아 설명할 수 있다.

- 활동 1** 다음은 회장 및 임원을 뽑는 상황을 통해 $1 < r \leq n$ 일 때, 등식 $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$ 임을 설명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 수를 써넣어 보자.

30명으로 이루어진 한 반에서 회장 1명을 포함하여 임원 3명을 뽑는 경우의 수는 다음 두 가지 방법으로 구할 수 있다.

- (i) 30명 중에서 임원 3명을 뽑은 다음, 임원 3명 중에서 회장 1명을 뽑는다면 그 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $\boxed{(가)} \times {}_{30}C_3$ 이다.
- (ii) 30명 중에서 회장 1명을 먼저 뽑고 나서, 회장 1명을 제외한 29명의 학생 중에서 임원 2명을 뽑는다면 그 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여 $\boxed{(나)} \times {}_{29}C_2$ 이다.

즉, $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$ 에서 $n=30$, $r=3$ 일 때 $3 \times {}_{30}C_3 = 30 \times {}_{29}C_2$ 가 성립함을 확인할 수 있다.

풀이 30명 중에서 임원 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{30}C_3$, 임원 3명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_3C_1$ 이므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$${}_{30}C_3 \times {}_3C_1$$

따라서 (가)에 알맞은 수는 ${}_3C_1=3$

또, 30명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{30}C_1$, 회장 1명을 제외한 29명의 학생 중에서 임원 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{29}C_2$ 이므로 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

$${}_{30}C_1 \times {}_{29}C_2$$

따라서 (나)에 알맞은 수는 ${}_{30}C_1=30$

- 활동 2** 실생활 속의 예를 찾아 $1 \leq r < n$ 일 때, 등식 ${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 임을 설명해 보자.

풀이 **예시** 20명으로 이루어진 수아네 반에서 단체 사진을 찍을 때, 5명을 택하여 앞줄에 일렬로 배치한 5개의 의자에 앉히려 고 한다.

- (i) 20명 중에서 5명을 택하여 앞줄에 배치한 5개의 의자에 앉히는 경우의 수는

$${}_{20}P_5$$

- (ii) 수아를 제외한 19명 중에서 5명을 택하여 의자에 앉히는 경우의 수는

$${}_{19}P_5 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

수아를 먼저 5개의 의자 중에서 1개에 앉히고 나서, 수아를 제외한 19명 중에서 4명을 택하여 남은 4개의 의자에 앉히는 경우의 수는

$$5 \times {}_{19}P_4 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡은 동시에 일어나지 않으므로 20명 중에서 5명을 택하여 일렬로 배열하는 경우의 수는 합의 법칙에 의하여

$${}_{19}P_5 + 5 \times {}_{19}P_4$$

- (i), (ii)에서 ${}_{20}P_5 = {}_{19}P_5 + 5 \times {}_{19}P_4$

즉, ${}_nP_r = {}_{n-1}P_r + r \times {}_{n-1}P_{r-1}$ 에서 $n=20$, $r=5$ 일 때 ${}_{20}P_5 = {}_{19}P_5 + 5 \times {}_{19}P_4$ 가 성립함을 확인할 수 있다.

01 ●○○

두 다항식 A, B 에 대하여

$$A - 2B = x^3 + 2x^2 + 1, A + B = 4x^3 - 4x^2 + 1$$

일 때, $A - B$ 를 간단히 하면?

- ① $2x^3 - 1$ ② $2x^3 + 1$ ③ $2x^3 + x^2$
 ④ $2x^3 - x^2 - 1$ ⑤ $2x^3 + x^2 + 1$

전략 주어진 두 식을 연립하여 A 와 B 를 구한다.

풀이 $A - 2B = x^3 + 2x^2 + 1$ ㉠
 $A + B = 4x^3 - 4x^2 + 1$ ㉡
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면
 $A = 3x^3 - 2x^2 + 1, B = x^3 - 2x^2$
 $\therefore A - B = (3x^3 - 2x^2 + 1) - (x^3 - 2x^2)$
 $= 2x^3 + 1$

답 ②

02 ●○○

두 다항식

$$A = (x + y)(x - y), B = 2x^2 + xy$$

에 대하여 $X + A = 2X - B$ 를 만족시키는 다항식 X 를 구하시오.

전략 X 를 A, B 에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $X + A = 2X - B$ 에서

$$\begin{aligned} X &= A + B \\ &= (x + y)(x - y) + (2x^2 + xy) \\ &= x^2 - y^2 + 2x^2 + xy \\ &= 3x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

답 $3x^2 + xy - y^2$

03 ●○○

다항식 $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 2x + 3)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^2 의 계수의 합은?

- ① -2 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

전략 곱셈 공식을 이용하여 다항식을 전개한다.

풀이 $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 2x + 3)$

$$= (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 3)$$

$$= x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$$

따라서 x^3 의 계수는 2이고, x^2 의 계수는 2이므로 구하는 합은

$$2 + 2 = 4$$

답 ③

04 ●○○

다항식 $2x^3 + 3x^2 + 4$ 를 $x^2 + 3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $Q(2) + R(2)$ 의 값은?

- ① -10 ② -9 ③ -8
 ④ -7 ⑤ -6

전략 다항식 $2x^3 + 3x^2 + 4$ 를 $x^2 + 3$ 으로 나누어 몫과 나머지를 구한다.

풀이 다항식 $2x^3 + 3x^2 + 4$ 를 $x^2 + 3$ 으로 나누면

$$\begin{array}{r} 2x + 3 \\ x^2 + 3 \overline{) 2x^3 + 3x^2 + 4} \\ \underline{2x^3 + 6x} \\ 3x^2 - 6x + 4 \\ \underline{3x^2 + 9} \\ -6x - 5 \end{array}$$

따라서 $Q(x) = 2x + 3, R(x) = -6x - 5$ 이므로

$$Q(2) + R(2) = 7 + (-17) = -10$$

답 ①

05 ●○○

등식

$$x^2 - 2x + 5 = a(x + 1)(x + 2) + b(x + 1) + c$$

가 x 에 대한 항등식일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① -40 ② -32 ③ -24
 ④ 32 ⑤ 40

전략 주어진 등식의 양변에 적당한 수를 대입해 본다.

풀이 주어진 등식의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $c = 8$

따라서 주어진 등식은

$$x^2 - 2x + 5 = a(x + 1)(x + 2) + b(x + 1) + 8$$

..... ㉠

㉠의 양변에 $x = 0, x = -2$ 를 각각 대입하면

$$5 = 2a + b + 8, 13 = -b + 8$$



조선 시대 수학책 『구일집』 속의 방정식 해결하기

학습 목표 『구일집』에 실린 수학 문제에 대하여 방정식을 세우고, 이를 해결할 수 있다.

의사소통

연결

265근 15냥 5전에서 1근이 16냥,
1냥이 10전이므로 4255.5냥이다.

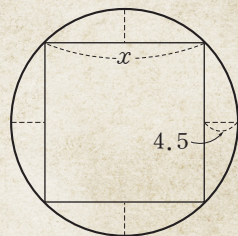
4치 5푼에서 1치는 10푼이므로 4.5
치이다.

중국 대사 아제도가 말하기를 “사력은 산법에 관해서는 천하 제일인 네 명 안에 드는 실력가로 산학에 대한 조예의 깊이가 끝이 없어서, 당신들과는 비교도 안 된다. 사력은 이미 많은 문제를 내었지만, 당신들은 아직 한 문제도 내지 않고 있다. 문제를 내 보아서 사력의 실력을 보는 것이 어떠한가?”

홍정하가 문기를 “지금 연마되지 않은 옥 한 덩어리가 구 모양으로 되어 있다. 그 안에서 정육면체 모양의 옥을 제외한 나머지 외각 부분의 무게는 265근 15냥 5전이다. 다만 외각 부분의 두께는 4치 5푼이라고 한다. 정육면체 모양의 옥의 한 모서리와 옥 덩어리의 지름은 각각 얼마인가?”

사력이 말하기를 “이 해법은 매우 어려워서 바로 풀 수 없다. 내일 내가 풀겠다.”

그러나 그 후 결국 아무런 풀이도 보여 주지 않았다.



활동 1 위의 대화에서 외각 부분의 부피를 구해 보자.

(당시 옥의 무게 1냥은 한 변의 길이가 1치인 정육면체 부피의 3배로 계산했다.)

풀이 1근이 16냥, 1전은 0.1냥이므로 265근 15냥 5전은 $265 \times 16 + 15 + 5 \times 0.1 = 4255.5$ (냥)이다.

당시 옥의 무게 1냥은 한 변의 길이가 1치인 정육면체 부피의 3배로 계산했으므로 외각 부분의 부피는 $4255.5 \times \frac{1}{3} = 1418.5$

활동 2 위의 대화에서 정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라고 할 때, 외각 부분의 부피를 x 에 대한 방정식으로 나타내 보자. (당시 원주율은 3, 구의 부피는 $\frac{9 \times (\text{지름})^3}{16}$ 으로 계산했다.)

풀이 구의 지름의 길이는 $x + 4.5 \times 2 = x + 9$ 이고 외각 부분의 부피는 구의 부피에서 정육면체의 부피를 제외한 것과 같으므로 $\frac{9(x+9)^3}{16} - x^3 = 1418.5$

활동 3 방정식과 부등식에 관련된 조선 시대의 수학 문제를 찾아서 풀어 보고, 친구들에게 소개해 보자.

예시 [구일집 제7권]

[문제] 큰 정사각형과 작은 정사각형이 있는데, 넓이의 합은 872이다. 각 정사각형의 한 변의 길이의 제곱의 곱이 132496보일 때, 큰 정사각형과 작은 정사각형의 한 변의 길이는 각각 얼마인가?

[풀이] 큰 정사각형의 한 변의 길이를 a , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b 라고 하면 $\begin{cases} a^2 + b^2 = 872 \\ a^2 b^2 = 132496 \end{cases}$
사차방정식 $x^4 - (a^2 + b^2)x^2 + a^2 b^2 = 0$ 의 두 양수인 근이 a , b 이다.

$x^4 - 872x^2 + 132496 = 0$ 에서 $(x+26)(x+14)(x-14)(x-26) = 0$

즉, $x = -26$ 또는 $x = -14$ 또는 $x = 14$ 또는 $x = 26$ 이고 $a > b > 0$ 이므로 $a = 26$, $b = 14$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 26보, 작은 정사각형의 한 변의 길이는 14보이다.

기본

01

두 다항식 $A=2x^2+x-5$, $B=-x^2+3x$ 에 대하여 $3A-2(A+B)$ 는?

- ① $-5x-5$ ② $7x-5$
- ③ $4x^2-5x-5$ ④ $4x^2+5x+5$
- ⑤ $4x^2+7x+5$

02

$(2x-y)(x+y-3)$ 을 전개하면?

- ① $2x^2-2y^2-xy-6x-3y$
- ② $2x^2-y^2+xy-6x+3y$
- ③ $2x^2-y^2+xy+6x+3y$
- ④ $2x^2+2y^2-xy+6x-3y$
- ⑤ $2x^2+2y^2+xy+6x+3y$

03

다음 중 다항식 $3x^3+7x^2-x+1$ 을 $3x+1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례대로 나열한 것은?

- ① $x^2-2x-1, 0$ ② $x^2-2x-1, 2$
- ③ $x^2+2x-1, 0$ ④ $x^2+2x-1, 2$
- ⑤ $x^2+2x+1, 0$

표준

04

두 다항식 $A=x^2-xy+y^2$, $B=4x^2+2xy-y^2$ 에 대하여 $2(2B-X)+3A=A+2B$ 를 만족시키는 다항식 X 는?

- ① $5x^2+xy$ ② $10x^2+2xy$
- ③ $-3x^2-3xy+2y^2$ ④ $3x^2+3xy-2y^2$
- ⑤ $9x^2+3xy-y^2$

05

다항식 $(2x^4-4x^3+7x^2)^2$ 의 전개식에서 x^7 의 계수를 구하시오.

06

$x=\sqrt{5}-2$, $y=\sqrt{5}+2$ 일 때, x^3+y^3 의 값은?

- ① $30\sqrt{5}$ ② $34\sqrt{5}$ ③ $38\sqrt{5}$
- ④ $42\sqrt{5}$ ⑤ $46\sqrt{5}$

01

$(x+2y)(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2)$ 을 전개하면 $ax^6+bx^3y^3+cy^6$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하시오. [3점]

02

다항식 x^3-x^2+2x-1 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 a , $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -2
④ -1 ⑤ 1

03

다음 중에서 x^3-2x^2-5x+6 의 인수가 아닌 것은? [3점]

- ① $x-1$ ② $x-3$ ③ $x+2$
④ x^2-x-6 ⑤ x^2+x-6

04

두 다항식 A, B 에 대하여

$$A+B=4x^2-2x,$$

$$A-B=2x^2-6x+2$$

일 때, $A-3B$ 는? [4점]

- ① $-12x+8$ ② $-10x+4$ ③ $-8x+4$
④ $-2x^2-6x+2$ ⑤ $6x^2+2x+4$

05

$(x-2)(x^3+2x^2-4x+k)$ 의 전개식에서 상수항이 6일 때, x 의 계수는? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

실력 확인 문제

I-01

154쪽

01 ③	02 ②	03 ④	04 ①	05 -16	06 ②
07 76	08 ①	09 62	10 ⑤	11 1	12 -3

01

$$\begin{aligned} 3A-2(A+B) &= 3A-2A-2B=A-2B \\ &= 2x^2+x-5-2(-x^2+3x) \\ &= 2x^2+x-5+2x^2-6x \\ &= 4x^2-5x-5 \end{aligned}$$

02

$$\begin{aligned} (2x-y)(x+y-3) &= 2x(x+y-3)-y(x+y-3) \\ &= 2x^2+2xy-6x-xy-y^2+3y \\ &= 2x^2-y^2+xy-6x+3y \end{aligned}$$

03

다항식 $3x^3+7x^2-x+1$ 을 $3x+1$ 로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} x^2+2x-1 \\ 3x+1 \overline{) 3x^3+7x^2-x+1} \\ \underline{3x^3+x^2} \\ 6x^2-x \\ \underline{6x^2+2x} \\ -3x+1 \\ \underline{-3x-1} \\ 2 \end{array}$$

따라서 몫은 x^2+2x-1 , 나머지는 2이다.

04

$$\begin{aligned} 2(2B-X)+3A &= A+2B \text{에서} \\ 4B-2X+3A &= A+2B, 2X=2A+2B \\ \therefore X &= A+B \\ &= (x^2-xy+y^2)+(4x^2+2xy-y^2) \\ &= 5x^2+xy \end{aligned}$$

05

$$\begin{aligned} (2x^4-4x^3+7x^2)^2 &= (2x^4-4x^3+7x^2)(2x^4-4x^3+7x^2) \\ \text{의 전개식에서 } x^7\text{항은} \\ 2x^4 \times (-4x^3) + (-4x^3) \times 2x^4 &= -8x^7-8x^7 = -16x^7 \\ \text{따라서 } x^7\text{의 계수는 } -16\text{이다.} \end{aligned}$$

06

$$\begin{aligned} x+y &= (\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}+2)=2\sqrt{5} \\ xy &= (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=1 \\ \text{이므로} \\ x^3+y^3 &= (x+y)^3-3xy(x+y) \\ &= (2\sqrt{5})^3-3 \times 1 \times 2\sqrt{5} \\ &= 40\sqrt{5}-6\sqrt{5}=34\sqrt{5} \end{aligned}$$

07

$$\begin{aligned} x^2-4x-1=0 \text{에서 } x \neq 0 \text{이므로 양변을 각각 } x \text{로 나누면} \\ x-4-\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x-\frac{1}{x}=4 \\ \therefore x^3-\frac{1}{x^3} &= \left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right) \\ &= 4^3+3 \times 4 = 76 \end{aligned}$$

08

다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫이 $4x+7$, 나머지가 10
이므로
 $f(x)=(x-2)(4x+7)+10=4x^2-x-4$
이때 다항식 $f(x)$ 를 $4x+3$ 으로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} x-1 \\ 4x+3 \overline{) 4x^2-x-4} \\ \underline{4x^2+3x} \\ -4x-4 \\ \underline{-4x-3} \\ -1 \end{array}$$

따라서 $Q(x)=x-1$, $a=-1$ 이므로
 $Q(a)=Q(-1)=-1-1=-2$

09

$$\begin{aligned} \overline{AB}=a, \overline{AD}=b, \overline{AE}=c \quad (a>0, b>0, c>0) \text{라고 하면 모든} \\ \text{모서리의 길이의 합이 40이므로} \\ 4(a+b+c) &= 40 \quad \therefore a+b+c=10 \\ \overline{AG} &= \sqrt{38} \text{이므로} \\ \sqrt{a^2+b^2+c^2} &= \sqrt{38} \quad \therefore a^2+b^2+c^2=38 \\ \text{따라서 직육면체의 겉넓이는} \\ 2(ab+bc+ca) &= (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2) \\ &= 10^2-38=62 \end{aligned}$$

10

$$\begin{aligned} (1+2x+3x^2+\cdots+100x^{99})^3 \\ = (1+2x+3x^2+\cdots+100x^{99}) \times (1+2x+3x^2+\cdots+100x^{99}) \\ \times (1+2x+3x^2+\cdots+100x^{99}) \\ \text{의 전개식에서 } x\text{항은} \\ 2x \times 1 \times 1 + 1 \times 2x \times 1 + 1 \times 1 \times 2x &= 2x+2x+2x=6x \\ \text{따라서 } x\text{의 계수는 6이다.} \end{aligned}$$

08

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = AA^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = AA^3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

⋮

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & -n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

따라서 $A^{99} = \begin{pmatrix} 1 & -99 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이므로 행렬 A^{99} 의 모든 성분의 합은

$$1 + (-99) + 0 + 1 = -97$$

09

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = AA^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A-E)(A^2+A+E) &= A^3-E \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

10

$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 의 양변의 왼쪽에 행렬 A 를 곱하면

$$A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \left(\because A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

두 실수 a, b 에 대하여 $a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ 라고 하면

$$\begin{pmatrix} a+b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건에 의하여

$$a+b=6, a=5 \quad \therefore a=5, b=1$$

$$\text{즉, } 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$5A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix} + A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

따라서 $x=6, y=11$ 이므로

$$xy = 6 \times 11 = 66$$

11

$$x^3=1 \text{에서 } (x-1)(x^2+x+1)=0$$

이 방정식의 한 허근이 ω 이므로

$$\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$$

이때

$$\begin{aligned} A^2 &= AA = \begin{pmatrix} \omega^2 & \omega \\ 1 & \omega+1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^2 & \omega \\ 1 & \omega+1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \omega^4+\omega & \omega^3+\omega^2+\omega \\ \omega^2+\omega+1 & \omega^2+3\omega+1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2\omega & 0 \\ 0 & 2\omega \end{pmatrix} = 2\omega E \end{aligned}$$

이므로

$$A^{12} = (A^2)^6 = (2\omega E)^6 = 2^6 \omega^6 E^6 = 2^6 E = \begin{pmatrix} 2^6 & 0 \\ 0 & 2^6 \end{pmatrix}$$

따라서 행렬 A^{12} 의 모든 성분의 합은

$$2^6 + 2^6 = 2^7 \quad \therefore k=7$$

12

$A+B=O$ 에서 $B=-A, A=-B$

$B=-A$ 를 $AB=E$ 에 대입하면 $-A^2=E$

즉, $A^2=-E$ 이므로

$$A^3=-A, A^4=E, A^5=A$$

$$\begin{aligned} \therefore A+A^2+A^3+A^4+A^5 &= A-E-A+E+A \\ &= A=-B \end{aligned}$$

대단원 평가 문제

I. 다항식

176쪽

01 65	02 ②	03 ⑤	04 ②	05 ⑤	06 1
07 ⑤	08 ③	09 7	10 ④	11 ①	
12 x^2-5x+7		13 -3	14 ⑤	15 ④	16 13
17 ③	18 ③	19 42			
20 (1) 풀이 참조	(2) $R(x) = \frac{1}{2}x+2$	(3) 1	21 $\sqrt{13}$		

01

목표 | 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & (x+2y)(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)(x^2-2xy+4y^2) \\ &= \{(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)\} \{(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)\} \\ &= (x^3+8y^3)(x^3-8y^3) = x^6-64y^6 \end{aligned}$$

따라서 $a=1, b=0, c=-64$ 이므로

$$a+b-c=1+0-(-64)=65$$

02

목표 | 나머지 정리를 이용하여 나머지를 구할 수 있다.

풀이 | $f(x)=x^3-x^2+2x-1$ 로 놓으면 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는

$$f(1)=1-1+2-1=1$$

자습서

고등학교 **공통수학 1**

지학사는 좋은 책을 만들기 위해 최선을 다합니다.

완벽한 교재를 위한 노력

- 도서 오류 신고는 「홈페이지」 > 참고서 > 해당 참고서 페이지 > 오류 신고」에서 하실 수 있습니다.
- 발간 이후에 발견되는 오류는 「홈페이지」 > 참고서 > 학습 자료실 > 정오표」에서 알려드립니다.

고객 만족 서비스

- 홈페이지에 문의하신 사항에 대한 답변이 등록되면 수신 체크가 되어 있는 경우 문자 메시지가 발송됩니다.

교과서 원저자 © 장경운, 강현영, 박보람, 박윤근, 오세준, 김준엽, 김현나, 박진희, 이승철, 정주식, 천화정, 최승호, 홍창섭

개발 책임 이성주 | 편집 김연희, 유미현, 이승화, 문상우, 이다은, 석혜영, 손동국, 배예지, 이도희, 이지은, 김예지, 이승현

마케팅 김남우, 이혁주, 이상무, 유은영, 김규리, 김윤희

디자인 책임 김의수 | 표지 디자인 류은경, 엄혜임, 이수현 | 본문 디자인 류은경
컷 디자인 최진환 | 조제판 동국문화 | 인쇄 제본 벽호

발행인 권준구 | 발행처 (주)지학사 (등록번호 : 1957.3.18 제 13-11호)

04056 서울시 마포구 신촌로6길 5

발행일 2025년 1월 20일 [초판 1쇄]

구입 문의 TEL 02-330-5300 | FAX 02-325-8010

구입 후에는 철회되지 않으며, 잘못된 제품은 구입처에서 교환해 드립니다.

내용 문의 www.jihak.co.kr 전화번호는 홈페이지 <고객센터 → 담당자 안내>

이 책에 대한 저작권은 (주)지학사에 있습니다.

(주)지학사의 서면 동의 없이는 이 책의 체재와 내용 중 일부나 전부를 모방

또는 복사, 전재할 수 없습니다.



5 3 4 1 0

정가 17,000원