

교육부 검정

2017. 9. 8.

고등학교

수학 I

지학사



홍성복 이증권 신태교 이채형
이병하 신용우 전형숙 김형준
권백일 최원숙 강인우



» 표지 이야기

곡선을 이용하여 사람들이 살아가는 공간을 나타내고,
지수와 수열의 수식과 삼각함수의 그래프를 넣어
수학과 일상생활이 밀접한 관계가 있음을 표현하였다.

» 교과서 물려주기 기록표

연도	교과서 사용자				상태
	학년	반	번호	이름	

> 상태 표기 예시: 매우 좋음, 좋음, 보통, 나쁨

고등학교

수학 I





수학과는 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 수학적 기능을 활용하여 실생활 주변의 여러 가지 현상을 관찰하고 해석하며 문제 상황을 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과입니다.

수학 학습은 학생들이 논리적, 비판적, 합리적 사고를 하고 수학의 규칙성과 구조의 아름다움을 음미할 수 있고, 수학적 개념의 깊이 있는 이해와 활용을 통해 합리적인 문제 해결 능력과 태도를 기르도록 합니다. 따라서 수학 학습은 다른 교과를 성공적으로 학습하는 데 필수적인 뿐만 아니라 개인의 전문적인 능력을 향상하고 민주 시민으로서 합리적 의사 결정 방법을 습득하는 데 필요합니다.

이 교과서는 2015 개정 수학과 교육과정 핵심 역량인 ‘문제 해결’, ‘추론’, ‘창의·융합’, ‘의사소통’, ‘정보 처리’, ‘태도 및 실천’을 구현하는 데 부족함이 없도록 개발하였습니다. 학생들이 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰함으로써 합리적이고 창의적으로 해결하며 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기를 수 있도록 다음과 같은 내용에 중점을 두고 구성하였습니다.

첫째, 생활 주변이나 사회 및 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 경험을 통하여 수학의 핵심적인 기능과 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하는 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

둘째, 수학적으로 사고하고 의사소통하며 정보를 처리하는 능력을 길러 생활 주변이나 사회 및 자연의 여러 가지 문제를 수학적으로 분석하여 합리적이고 창의적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

셋째, 수학에 대하여 흥미와 자신감을 느끼고 수학적 가치를 이해하며 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기를 수 있도록 하였습니다.

특히, 이 교과서는 학생들이 수학적 능력을 흥미, 가치, 인성, 자신감, 의지, 즐거움, 성공 경험의 활동을 통해 자연스럽게 발휘할 수 있는 귀납적 방법으로 구조화하여 자기 주도적으로 학습하고 스스로 문제를 해결하려는 학생들에게 좋은 길잡이가 될 것입니다.

이 교과서를 통해 최근의 인공지능, 정보화, 세계화 추세에 걸맞은 창의·융합적 사고를 하는 지혜로운 사람으로 성장하기 바랍니다.

구성과 특징

대단원의 구성 요소가 학생이 스스로 정리한 것처럼 제시되어 학습할 내용에 흥미를 느끼고 단원의 흐름을 한눈에 확인할 수 있다.

문제를 통해 나의 학습 상태를 확인하고, 학습 내용과 관련된 여러 가지 이야기를 통해 중단원에서 학습할 내용의 중요성을 알 수 있다.



스스로 준비하는 중단원

앞서 배운 내용을 문제로 확인 및 점검

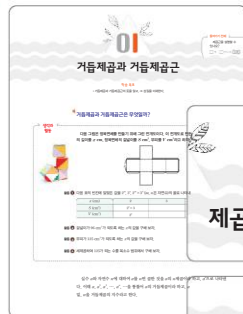
학습 내용 탐색

중단원과 관련된 여러 가지 이야기로 학습할 내용의 중요성 탐색

1. 대단원 도입

2. 중단원 도입

3. 소단원 도입



들어가기 전에

소단원 학습에 앞서 자신의 학습 상태 점검

학습 목표

소단원 학습 목표 제시를 통해 학습 전략 수립



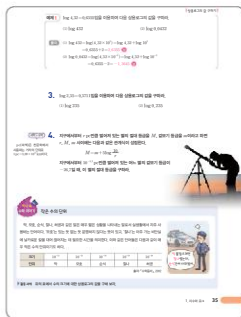
생각과 활동

실생활 소재의 다양한 활동을 통해 스스로 학습할 개념과 기능을 생각하고 수학 학습에 대한 긍정적인 태도 함양

본격적인 학습에 앞서 다시 한 번 자신의 실력을 점검하여 스스로 목표를 설정하고 학습 전략을 수립할 수 있으며, 실생활 소재의 다양한 활동을 통해 자기 주도적 학습 태도를 기를 수 있다.

이 교과서는 새로운 교육과정에서 제시한 학습 내용을 자기 관찰 및 점검 → 목표 설정 및 수립 → 전략 수행 및 모니터링 → 전략적 결과를 모니터링 단계로 자기 주도적 학습이 가능하도록 구성하였다. 각 단원은 수학적 개념과 그 기능을 쉽게 이해하고 습득할 수 있도록 구성하였고, 6가지 수학 교과 역량(문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천)을 기를 수 있도록 구성하였다.

도입 단계에서 설정한 목표를 성공적으로 달성할 수 있도록 학습 전략을 수행하는 데 도움이 되는 다양한 구성 요소가 적절히 수록되어 자기 주도적으로 지속적인 모니터링을 할 수 있다.



○○+수학 열린 문제 수학 교과 역량 문제

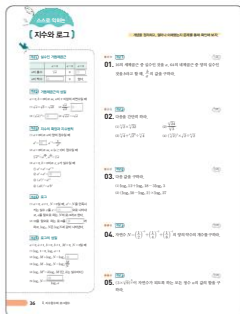
생각 키우기 교과 역량 키우기 ○○ 속 수학 이야기

융·복합적 사고력 문제, 수학 교과 역량을 향상시킬 수 있는 문제, 학습 내용에 관련된 활동 및 게임, 재미있게 읽을 수 있는 수학 이야기와 관련 활동 과제를 통해 지속적인 학습 모니터링 및 동기 부여

4. 소단원 전개

5. 중단원 마무리

6. 대단원 마무리



스스로 익히는 중단원 다음 단원에서 우리는

학습 개념을 정리하고 문제를 풀어 본 후 나의 학습 결과를 모니터링하고 이후 수업에 어떻게 연계되는지 확인

수학 실현실 교과 역량 키우기+

창의·융합 프로젝트

다양한 활동을 통해 수학 교과 역량 기르기

중단원의 학습 결과를 여러 각도에서 종합 평가하여 한눈에 모니터링할 수 있다. 또, 학습 내용과 관련된 소재가 게임, 프로젝트 활동으로 제시되어 창의·융합적 사고력을 기르고 수학 학습에 즐거움을 느낄 수 있다.



스스로 마무리하는 대단원

문제를 풀어 본 후 대단원의 학습 상태를 관리할 수 있는 평가표를 통해 학습 마무리

수학, 미래를 만든다

대단원과 관련된 직업을 통해 수학 학습의 자신감을 기르고 나의 진로 개척

대단원의 학습 과정과 결과를 스스로 반성할 수 있다. 또, 대단원과 관련된 직업과 나의 적성을 확인할 수 있는 평가표가 제시되어 수학의 필요성을 이해하고 미래 사회에서 사회 구성원으로서의 나의 역할을 생각할 수 있다.

차례

I. 지수함수와 로그함수

1. 지수와 로그	10
01. 거듭제곱과 거듭제곱근	11
02. 지수의 확장과 지수법칙	17
03. 로그의 뜻과 성질	26
04. 상용로그	33
스스로 익히는 지수와 로그	36
창의·융합 프로젝트	38
2. 지수함수와 로그함수	40
01. 지수함수와 로그함수의 뜻	41
02. 지수함수와 로그함수의 그래프	43
03. 지수함수와 로그함수의 활용	50
스스로 익히는 지수함수와 로그함수	58
창의·융합 프로젝트	60
스스로 마무리하는 지수함수와 로그함수	62
수학, 미래를 만들다	65

II. 삼각함수

1. 삼각함수의 뜻과 그래프	68
01. 일반각과 호도법	69
02. 삼각함수의 뜻	75
03. 삼각함수의 그래프	81
스스로 익히는 삼각함수의 뜻과 그래프	90
교과 역량 키우기+	92
2. 삼각함수의 활용	94
01. 사인법칙과 코사인법칙	95
스스로 익히는 삼각함수의 활용	104
창의·융합 프로젝트	106
스스로 마무리하는 삼각함수	108
수학, 미래를 만들다	111



Ⅲ. 수열

1. 등차수열과 등비수열	114
01. 수열	115
02. 등차수열	117
03. 등비수열	125
스스로 익히는 등차수열과 등비수열	132
창의·융합 프로젝트	134
2. 수열의 합	136
01. 합의 기호 Σ	137
02. 여러 가지 수열의 합	140
스스로 익히는 수열의 합	144
창의·융합 프로젝트	146
3. 수학적 귀납법	148
01. 수열의 귀납적 정의	149
02. 수학적 귀납법	152
스스로 익히는 수학적 귀납법	156
교과 역량 키우기+	158
스스로 마무리하는 수열	160
수학, 미래를 만들다	163

부록

정답 및 풀이	164
상용로그표	187
삼각함수표	189
찾아보기	190
자료 출처	191





I

지수함수와 로그함수

| 이 단원을 배우면 |

- 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
- 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다.
- 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.
- 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
- 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
- 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다.
- 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
- 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

편리한 지수와 로그

1. 지수와 로그

우리나라도 이제
지진의 안전지대가
아니다?

역사의 무게와 연습 시간

2. 지수함수와 로그함수

우리 모두의 문제, 우리가 해결하자!



진로 탐색

원전 토건 기술 연구원

중 수학 1 | 소인수분해

1. 다음을 거듭제곱으로 나타내라.

(1) $2 \times 2 \times 2 \times 2$

(2) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

중 수학 2 | 식의 계산

2. 다음 안에 알맞은 수를 써넣으라.

(1) $2^3 \times 2^4 = 2^{\square}$

(2) $(2^3)^4 = 2^{\square}$

(3) $(2^2 \times 3)^4 = 2^{\square} \times 3^{\square}$

(4) $\left(\frac{2}{3^4}\right)^2 = \frac{2^{\square}}{3^{\square}}$

(5) $2^7 \div 2^5 = 2^{\square}$

중 수학 3 | 제곱근과 실수

3. 다음을 간단히 하라.

(1) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$

(2) $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

(4) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$



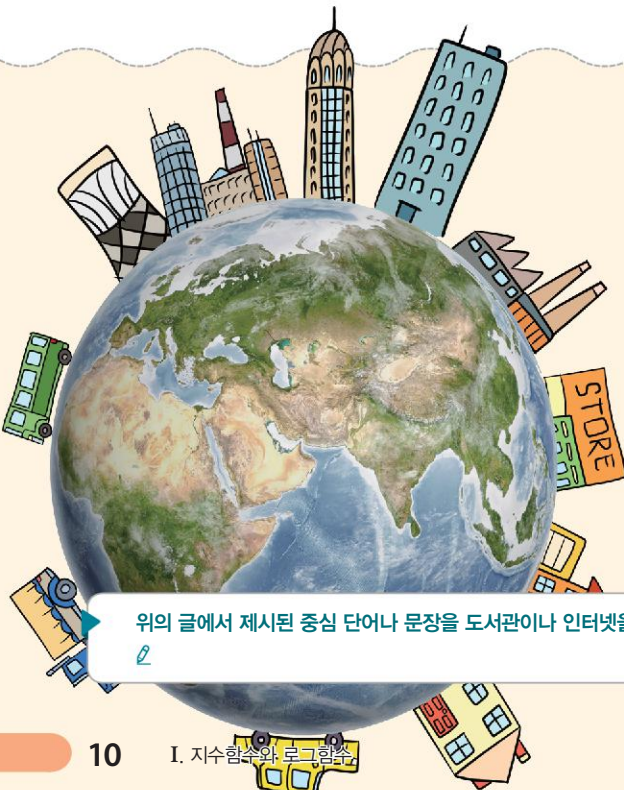
지수와 로그

01. 거듭제곱과 거듭제곱근

02. 지수의 확장과 지수법칙

03. 로그의 뜻과 성질

04. 상용로그



매우 큰 수인 지구의 무게는 지수를 사용하여 약 5.98×10^{27} g으로 간단하게 나타낼 수 있고, 지구의 무게와 같이 큰 수를 계산할 때는 로그를 통해 간단하게 계산할 수 있다.

계산기가 발명되기 전, 천문학자들은 로그를 이용하여 편리하게 계산할 수 있었고, 수학자 라플라스(Laplace, P. S., 1749~1827)는 “로그의 발명으로 복잡한 계산을 할 일이 줄어서 천문학자의 수명이 배로 늘었다.”라고 평가하였다.

출처: 앙드레 주에트, 『수의 비밀』

사쿠라이 스스무, 『일상생활 속에 숨어있는 수학』

위의 글에서 제시된 중심 단어나 문장을 도서관이나 인터넷을 통해 알아보고 이 단원의 학습 내용의 중요성을 말해 보자.

2



들어가기 전에

제곱근을 설명할 수
있나요?

☐ 예 ☐ 아니오 (10쪽)

거듭제곱과 거듭제곱근

학습 목표

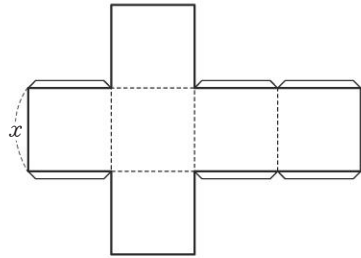
- 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

거듭제곱과 거듭제곱근은 무엇일까?

생각과 활동



다음 그림은 정육면체를 만들기 위해 그린 전개도이다. 이 전개도로 만든 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm, 정육면체의 겹넓이를 S cm², 부피를 V cm³라고 하자.



활동 ① 다음 표의 빈칸에 알맞은 값을 2^m , 3^n , $2^m \times 3^n$ (m, n 은 자연수)의 꼴로 나타내 보자.

x (cm)	2	3	6
S (cm ²)	$2^3 \times 3$		
V (cm ³)	2^3		

활동 ② 겹넓이가 96 cm²가 되도록 하는 x 의 값을 구해 보자.

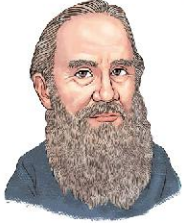
활동 ③ 부피가 125 cm³가 되도록 하는 x 의 값을 구해 보자.

활동 ④ 세제곱하여 125가 되는 수를 복소수 범위에서 구해 보자.

실수 a 와 자연수 n 에 대하여 a 를 n 번 곱한 것을 a 의 n 제곱이라 하고, a^n 으로 나타낸다. 이때 $a, a^2, a^3, \dots, a^n, \dots$ 을 통틀어 a 의 거듭제곱이라 하고, a^n 에서 a 를 거듭제곱의 밑, n 을 거듭제곱의 지수라고 한다.

실수 a 의 n 제곱근은 복소수 범위에서 n 개가 있음이 알려져 있다.

수학자 이야기



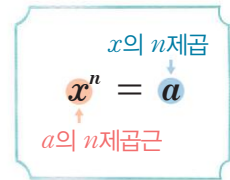
독일의 수학자인 슈티펠(Stifel, M., 1487~1567)은 거듭제곱근을 다루는 '산술백과'를 저술하였다.

일반적으로 2 이상의 자연수 n 에 대하여 n 제곱하여 실수 a 가 되는 수, 즉

$$x^n = a$$

를 만족시키는 수 x 를 a 의 n 제곱근이라고 한다.

이때 a 의 제곱근, 세제곱근, 네제곱근, ...을 통틀어 a 의 **거듭제곱근**이라고 한다.



| 거듭제곱근 구하기 |

예제 1 다음 거듭제곱근을 구하라.

(1) 9의 제곱근

(2) 8의 세제곱근

풀이 (1) 9의 제곱근을 x 라고 하면 $x^2=9$

$$x^2-9=0, (x+3)(x-3)=0$$

$$\text{즉, } x = \pm 3$$

따라서 9의 제곱근은 $-3, 3$ 이다. ◀ 답

(2) 8의 세제곱근을 x 라고 하면 $x^3=8$

$$x^3-8=0, (x-2)(x^2+2x+4)=0$$

$$\text{즉, } x=2 \text{ 또는 } x=-1 \pm \sqrt{3}i$$

따라서 8의 세제곱근은 $2, -1-\sqrt{3}i, -1+\sqrt{3}i$ 이다. ◀ 답

1. 다음 거듭제곱근을 구하라.

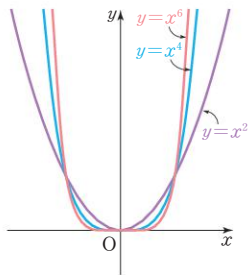
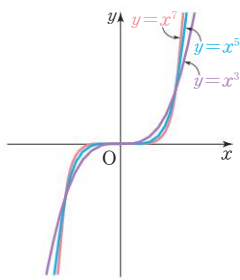
(1) 16의 제곱근

(2) -27 의 세제곱근

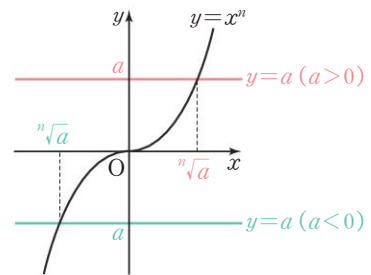
(3) 81의 네제곱근

함수 $y=x^n$ 의 그래프를 이용하여 실수 a 의 n 제곱근 중에서 실수인 것을 구해 보자.

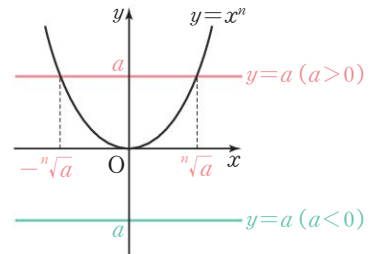
a 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 방정식 $x^n=a$ 의 실근이므로 함수 $y=x^n$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점의 x 좌표와 같다.



① n 이 홀수일 때, 함수 $y=x^n$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점에 대하여 대칭이다. 따라서 이 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점은 실수 a 의 값에 관계없이 항상 한 개 존재한다. 즉, 모든 실수 a 에 대하여 a 의 n 제곱근 중 실수인 것은 오직 하나뿐이고, 이것을 $\sqrt[n]{a}$ 와 같이 나타낸다.



② n 이 짝수일 때, 함수 $y=x^n$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y 축에 대하여 대칭이다. 따라서 이 그래프와 직선 $y=a$ 의 교점은 실수 a 의 값에 따라 다음과 같다.



- (i) $a > 0$ 일 때, 교점은 2개이고 교점의 x 좌표는 각각 양수와 음수이다. 따라서 a 의 n 제곱근 중 실수인 것은 양수와 음수가 각각 한 개씩 있고, 이것을 각각 $\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$ 로 나타낸다.
- (ii) $a = 0$ 일 때, 교점은 1개이고 교점의 x 좌표는 0이다. 따라서 0의 n 제곱근은 0 하나뿐이다. 즉, $\sqrt[n]{0} = 0$ 이다.
- (iii) $a < 0$ 일 때, 교점이 존재하지 않으므로 a 의 n 제곱근 중 실수인 것은 없다.

이상을 정리하면 n 이 2 이상의 자연수일 때, 실수 a 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 다음과 같다.

a 의 실수인 n 제곱근

n 이 2 이상의 자연수일 때,

	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
n 이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n 이 짝수	$\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$	0	없다.

개념 확인

1. 8의 세제곱근 중 실수인 것은 2이므로 $\sqrt[3]{8} = 2$ 이다.
2. 16의 네제곱근 중 실수인 것은 2, -2 이므로 $\sqrt[4]{16} = 2$, $-\sqrt[4]{16} = -2$ 이다.

2. 다음 값을 구하라.

(1) $\sqrt[3]{0.001}$

(2) $-\sqrt[4]{81}$

(3) $\sqrt[5]{-32}$

(4) $\sqrt[6]{64}$



거듭제곱근은 어떤 성질을 가질까?

$a > 0$ 이고 n 이 2 이상의 자연수일 때, $\sqrt[n]{a}$ 는 a 의 n 제곱근이므로 $(\sqrt[n]{a})^n = a$ 가 성립한다. 이를 이용하여 거듭제곱근의 성질을 알아보자.

$a > 0, b > 0$ 이고 n 이 2 이상의 자연수일 때, 지수법칙에 의하여

$$(\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b})^n = (\sqrt[n]{a})^n (\sqrt[n]{b})^n = ab$$

이다. 이때 $\sqrt[n]{a} > 0, \sqrt[n]{b} > 0$ 이므로 $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} > 0$ 이다.

따라서 $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ 는 ab 의 양의 n 제곱근이므로

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

가 성립한다.

| 거듭제곱근의 성질 보기 |

예제 2 $a > 0, b > 0$ 이고 n 이 2 이상의 자연수일 때, $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ 가 성립함을 보이라.

증명 $(\sqrt[n]{a})^n = a, (\sqrt[n]{b})^n = b$ 이므로 지수법칙에 의하여

$$\left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n = \frac{(\sqrt[n]{a})^n}{(\sqrt[n]{b})^n} = \frac{a}{b}$$

이다. 이때 $\sqrt[n]{a} > 0, \sqrt[n]{b} > 0$ 이므로 $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} > 0$ 이다.

따라서 $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 는 $\frac{a}{b}$ 의 양의 n 제곱근이므로 $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ 가 성립한다.

3. $a > 0$ 이고 m, n 이 2 이상의 자연수일 때, 다음이 성립함을 보이라.

(1) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

(2) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

이상을 정리하면 다음과 같다.

거듭제곱근의 성질

$a > 0, b > 0$ 이고 m, n 이 2 이상의 자연수일 때,

① $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

② $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

③ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

예제 3 다음을 간단히 하라.

(1) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4}$

(2) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$

(3) $(-\sqrt[6]{4})^3$

(4) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{64}}$

풀이 (1) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \times 4} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ **답**

(2) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ **답**

(3) $(-\sqrt[6]{4})^3 = -\sqrt[6]{4^3} = -\sqrt[6]{(2^2)^3} = -\sqrt[6]{2^6} = -2$ **답**

(4) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ **답**

4. 다음을 간단히 하라.

(1) $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{81}$

(2) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{54}}$

(3) $(\sqrt[6]{8})^2$

(4) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{729}}$

5. 다음을 간단히 하라.

(1) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{4}$

(2) $\left(\sqrt[3]{3} - \frac{1}{\sqrt[3]{9}}\right)\left(\sqrt[3]{9} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)$



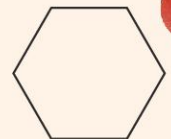
정다각형의 한 변의 길이

거듭제곱근의 성질을 이용하여 다음을 만족시키는 정사각형, 정육각형의 한 변의 길이를 구하고, 친구들과 비교해 보자.

(1) 넓이가 $\sqrt[4]{3}$ 인 정사각형의 한 변의 길이

(2) 넓이가 72인 정육각형의 한 변의 길이

| 문제 해결 | 의사소통 |



세 수 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{2}$ 의 대소 관계는?

- 세 수 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{2}$ 의 크기를 비교하기 위해 탐구형 소프트웨어를 이용하여 각각의 수를 좌표 평면 위에 나타내려고 한다. 다음은 $y=x^2$ 의 그래프 위의 점 $A(\sqrt{2}, 2)$ 를 이용하여 x 축 위의 점 $A'(\sqrt{2}, 0)$ 을 찾는 과정이다.

과정 1. 입력창에 “ $y=x^2$ ”와 “ $y=2$ ”를 입력한다.

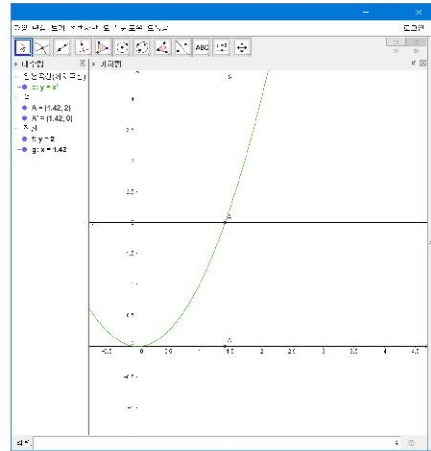
과정 2. 메뉴에서 를 선택하고 과정 1에서

그린 두 그래프를 차례로 선택하여 생기는 두 점 중에 제1사분면의 점인 점 A를 찾는다.

과정 3. 메뉴에서 를 선택하고 과정 2에서

찾은 점 A와 x 축을 차례로 선택하여 점 A를 지나고 x 축과 수직인 직선을 그린다.

과정 4. 과정 2와 같은 방법으로 과정 3에서 그린 직선과 x 축의 교점을 찾아 $A'(\sqrt{2}, 0)$ 의 위치를 찾는다.



- 활동 1 위와 같은 방법으로 곡선 $y=x^3$, $y=x^4$ 을 그리고 두 점 $B(\sqrt[3]{2}, 2)$, $C(\sqrt[4]{2}, 2)$ 를 이용하여 두 점 $B'(\sqrt[3]{2}, 0)$, $C'(\sqrt[4]{2}, 0)$ 을 좌표평면 위에 나타내 보자.

- 활동 2 세 점 A' , B' , C' 의 위치를 이용하여 세 수 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{2}$ 의 대소 관계를 말해 보자.

활동 평가 나의 활동을 스스로 평가해 보자.

평가 항목		자기 평가		
		좋음	보통	부족
내용	활동 1에서 점 B' , C' 의 위치를 좌표평면 위에 나타냈다.			
	활동 2에서 세 수 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{2}$ 의 대소 관계를 말했다.			
태도	적극적으로 수업에 참여했다.			

지수가 자연수일 때
지수법칙을 설명할 수
있나요?

☐ 예 ☐ 아니오 (10쪽)

지수의 확장과 지수법칙

학습 목표

- 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다.
- 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

0 또는 음의 정수인 지수는 어떻게 정의할까?

생각과 활동

다음은 지수의 확장에 관련하여 승현이와 다희가 나눈 대화이다.



활동 1 다음 표는 2의 거듭제곱의 값을 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 적어 표를 완성해 보자.

m	6	5	4	3	2	1
2^m	64				4	2

활동 2 활동 1의 표에서 m 의 값이 6, 5, 4, 3, 2, 1로 1씩 줄어들 때마다 2^m 의 값이 변하는 규칙을 말해 보자.

활동 3 다음 표가 활동 2에서 말한 규칙을 따른다고 할 때, 빈칸에 어떤 값을 적을 수 있을지 생각해 보자.

m	2	1	0	-1	-2	-3
2^m	4	2				

중학교에서는 지수가 양의 정수인 경우만 다루었는데, 이제 지수를 0 또는 음의 정수까지 확장해 보자.

$a \neq 0$ 이고 m, n 이 자연수일 때 지수법칙

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 성립한다.

① $m=0$ 일 때, ①이 성립하려면

$$a^0 \times a^n = a^{0+n} = a^n$$

이어야 한다.

따라서 $a^0=1$ 로 정의한다.

② $m=-n$ (n 은 양의 정수)일 때, ①이 성립하려면

$$a^{-n} \times a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1$$

이어야 한다.

따라서 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ 로 정의한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

0 또는 음의 정수인 지수의 정의

$a \neq 0$ 이고 n 이 양의 정수일 때,

$$a^0 = 1, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

개념 확인

1. $2^0 = 1$

2. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

1. 다음 값을 구하라.

(1) 5^0

(2) 3^{-1}

(3) $(-2)^{-4}$

(4) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

2. 다음을 간단히 하라.

(1) $\left(\frac{1}{18}\right)^{-1} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$

(2) $6^{-2} \times 27 \div 2^{-2}$