

풍산자
라이트
유형

기하



실전 유형을 조금 더 쉽고 가볍게 익히자.

확실하게 개념을 잡고, 유형을 연습해서 실력을 올려요!

실력을 높이는 연습 문제

01 초점이 F인 포물선 $x^2=4y$ 위의 점 P(a, b)에 대하여 $PF=1$ 일 때, a^2+b 의 값은?
 ① 17 ② 18 ③ 19
 ④ 20 ⑤ 21

02 [수능 기출]
 다음 그림과 같이 포물선 y의 직선과 포물선이 만나는 두 점 수선의 발을 각각 C, D라고 BD의 길이는? (단, 점 A는 점 B는 제4사분면 위의 점이다.)

03 두 포물선 $(y-3)^2=2a(x+1)$, $(x-2)^2=4b(y-4)$ 의 초점이 일치할 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

04 점 $(-2, 4)$ 을 지나고 기울기가 음수인 직선이 포물선 $y^2=-4x$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라고 하고, 선분 PQ의 길이가 10일 때, 두 점 P, Q의 x좌표의 합은?
 ① -6 ② -7 ③ -8
 ④ -9 ⑤ -10

05 오른쪽 그림과 같은 포물선 $y^2=4x$ 위의 임의의 점 P와 두 점 A(1, 0), B(4, 3)에 대하여 $PA+PB$ 의 최솟값이 6이다. 이때 a의 값은?
 ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

06 오른쪽 그림과 같은 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 의 두 초점 F, F'과 두 점 P, Q에 대하여 사각형 APFQ의 넓이가 9일 때, 두 점 P, Q에 대하여 a^2+b^2 의 값은?
 ① 20 ② 22 ③ 24
 ④ 26 ⑤ 28

07 [탐구 기출]
 1보다 큰 실수 a에 대하여 타원 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 의 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, a의 값을 구하여라.

08 오른쪽 그림과 같이 점 P와 원의 중심이 같은 원이 있을 때, 원의 반지름이 2일 때, 선분 PF의 길이가 3일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

09 오른쪽 그림과 같이 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

10 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 의 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

11 [실력 UP]
 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

실력을 높이는 연습 문제

- 유형 학습에 맞는 엄선된 유형 점검 문제로 구성
- 기본 유형을 발전시킨 응용 문제 **실력 UP**
- 실전 문제 해결력을 기르는 기출 문제

실력을 높이는 연습 문제

01 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 에 대하여 대칭이동하면 $p=-x$ 이 될 때, p 의 값은?
 ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0 ⑥ 1
 ⑦ 2 ⑧ 3 ⑨ 4

02 [수능 기출]
 다음 그림과 같이 포물선 y의 직선과 포물선이 만나는 두 점 수선의 발을 각각 C, D라고 BD의 길이는? (단, 점 A는 점 B는 제4사분면 위의 점이다.)

03 두 포물선 $(y-3)^2=2a(x+1)$, $(x-2)^2=4b(y-4)$ 의 초점이 일치할 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

04 점 $(-2, 4)$ 을 지나고 기울기가 음수인 직선이 포물선 $y^2=-4x$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라고 하고, 선분 PQ의 길이가 10일 때, 두 점 P, Q의 x좌표의 합은?
 ① -6 ② -7 ③ -8
 ④ -9 ⑤ -10

05 오른쪽 그림과 같은 포물선 $y^2=4x$ 위의 임의의 점 P와 두 점 A(1, 0), B(4, 3)에 대하여 $PA+PB$ 의 최솟값이 6이다. 이때 a의 값은?
 ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

06 오른쪽 그림과 같은 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 의 두 초점 F, F'과 두 점 P, Q에 대하여 사각형 APFQ의 넓이가 9일 때, 두 점 P, Q에 대하여 a^2+b^2 의 값은?
 ① 20 ② 22 ③ 24
 ④ 26 ⑤ 28

07 [탐구 기출]
 1보다 큰 실수 a에 대하여 타원 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 의 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, a의 값을 구하여라.

08 오른쪽 그림과 같이 점 P와 원의 중심이 같은 원이 있을 때, 원의 반지름이 2일 때, 선분 PF의 길이가 3일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

09 오른쪽 그림과 같이 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

10 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ 의 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

11 [실력 UP]
 두 초점 F, F'에 대하여 $PF+PF'=4$ 인 점 P가 있을 때, 선분 PF의 길이가 2일 때, 점 P의 x좌표의 값을 구하여라.

풀이 과정이 보이는 명쾌한 정답과 풀이

- **포함 개념 CHECK**로 자주 나오는 선수 개념 설명
- 문제의 해결력을 높이는 **문제 접근하기**
- 수학적 사고력을 키우는 **다른 풀이**

차례

I. 이차곡선

01. 이차곡선

기본을 다지는 유형	010
실력을 높이는 연습 문제	028

02. 이차곡선의 접선

기본을 다지는 유형	033
실력을 높이는 연습 문제	049

II. 평면벡터

03. 벡터의 연산

기본을 다지는 유형	055
실력을 높이는 연습 문제	069

04. 평면벡터의 성분과 내적

기본을 다지는 유형	074
실력을 높이는 연습 문제	095

Ⅲ. 공간도형과 공간좌표

05. 공간도형

기본을 다지는 유형	102
실력을 높이는 연습 문제	117

06. 공간좌표

기본을 다지는 유형	121
실력을 높이는 연습 문제	141



기본 유형의 집중 학습

풍산자 라이트유형

1 실력을 다지는 유형 집중 학습에 적합한 구성

- 개념을 바로 적용할 수 있는 연산 문제 및 기출 문제의 기본 유형 제시
- 기본 유형을 충분히 연습할 수 있도록 일반 유형서의 유형을 세분화

2 최신 경향 분석으로 내신과 학력평가 대비

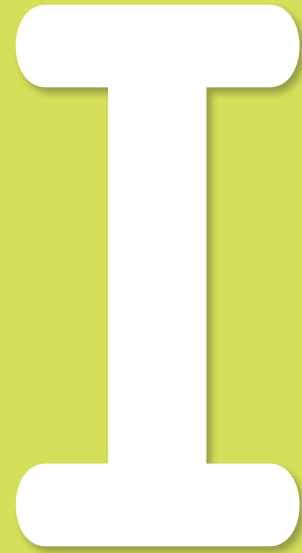
- 내신과 학력 평가 등 최신 경향을 분석하여 출제 빈도 높은 문제들로 구성
- 출제 빈도 높은 서술형 문제 제시로 서술형 평가 대비에 적합
- 최신 기출 문제 연습으로 실전 감각을 키우고 자신감을 높임

3 중상위권 도약을 위한 최적의 유형 연습용 교재

- 깔끔하지만 부족함이 없는 개념 설명과 유형 연습에 적합한 세분화된 유형 분류
- 문제 출제 원리에 부합한 유형과 문제해결 TIP으로 문제 적응력과 해결력 강화

매일 매순간 나아가는 사람이
진정한 승자가 된다.

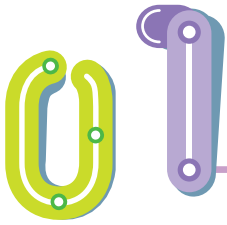




이차곡선

01. 이차곡선

02. 이차곡선의 접선

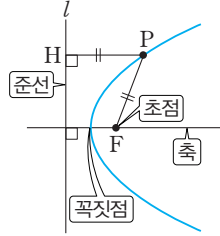


이차곡선

1. 포물선

평면 위의 한 점 F와 이 점을 지나지 않는 한 직선 l 이 주어질 때, 점 F에 이르는 거리와 직선 l 에 이르는 거리가 각각 같은 점들의 집합을 포물선이라고 한다.

이때 점 F를 포물선의 초점, 직선 l 을 포물선의 준선, 포물선의 초점 F를 지나고 준선 l 에 수직인 직선을 포물선의 축, 축과 포물선의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



2. 포물선의 방정식

(1) 초점이 $F(p, 0)$, 준선이 $x = -p$ 인 포물선의 방정식은 $y^2 = 4px$ (단, $p \neq 0$)

① 꼭짓점의 좌표: $(0, 0)$ ② 축의 방정식: $y = 0$ (x 축)

(2) 초점이 $F(0, p)$, 준선이 $y = -p$ 인 포물선의 방정식은 $x^2 = 4py$ (단, $p \neq 0$)

① 꼭짓점의 좌표: $(0, 0)$ ② 축의 방정식: $x = 0$ (y 축)

3. 포물선의 평행이동

(1) 포물선 $y^2 = 4px$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(y-n)^2 = 4p(x-m)$

① 초점의 좌표: $(p+m, n)$ ② 준선의 방정식: $x = -p+m$
 ③ 꼭짓점의 좌표: (m, n)

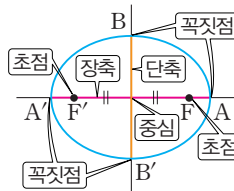
(2) 포물선 $x^2 = 4py$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $(x-m)^2 = 4p(y-n)$

① 초점의 좌표: $(m, p+n)$ ② 준선의 방정식: $y = -p+n$
 ③ 꼭짓점의 좌표: (m, n)

4. 타원

평면 위의 서로 다른 두 점 F, F'으로부터의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 점 F, F'을 타원의 초점이라고 한다.

이때 직선 FF'과 선분 FF'의 수직이등분선이 타원과 만나는데 점 A, A', B, B'을 타원의 꼭짓점이라 하고, 선분 AA'을 타원의 장축, 선분 BB'을 타원의 단축, 장축과 단축의 교점을 타원의 중심이라고 한다.



5. 타원의 방정식

(1) 두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 으로부터의 거리의 합이 $2a$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } a > c > 0, b^2 = a^2 - c^2)$$

① 초점의 좌표: $(\pm\sqrt{a^2-b^2}, 0)$ ② 장축의 길이: $2a$
 ③ 단축의 길이: $2b$

(2) 두 초점 $F(0, c)$, $F'(0, -c)$ 로부터의 거리의 합이 $2b$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } b > c > 0, a^2 = b^2 - c^2)$$

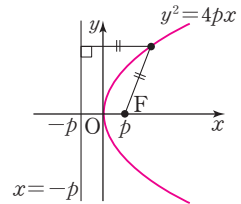
① 초점의 좌표: $(\pm\sqrt{b^2-a^2}, 0)$ ② 장축의 길이: $2b$
 ③ 단축의 길이: $2a$

포물선의 성질

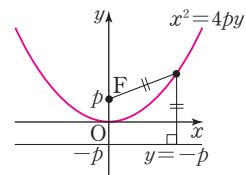
초점이 F인 포물선 위의 점 P에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$PF = PH$$

(1) 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)



(2) 포물선 $x^2 = 4py$ ($p > 0$)



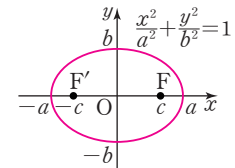
타원의 성질

초점이 F, F'인 타원 위의 점 P에 대하여

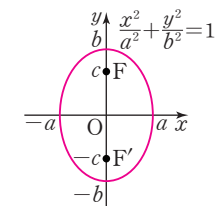
$$PF + PF' = (\text{일정})$$

→ 장축의 길이

(1) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)



(2) 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > a > 0$)



6. 타원의 평행이동

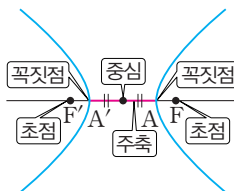
타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 타원

의 방정식은 $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$

참고 타원을 평행이동하면 타원의 초점, 꼭짓점, 중심도 평행이동된다.
하지만 장축과 단축의 길이는 변하지 않는다.

7. 쌍곡선

평면 위의 두 점 F, F' 으로부터의 거리의 차이가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라고 하고, 두 점 F, F' 을 쌍곡선의 초점이라고 한다. 이때 직선 FF' 이 쌍곡선과 만나는 두 점 A, A' 을 쌍곡선의 꼭짓점, 선분 AA' 을 쌍곡선의 주축, 선분 AA' 의 중점을 쌍곡선의 중심이라고 한다.



❖ 쌍곡선의 성질

초점이 F, F' 인 쌍곡선 위의 점 P 에 대하여 $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = (\text{일정})$
→ 주축의 길이

8. 쌍곡선의 방정식

(1) 두 초점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 으로부터의 거리의 차이가 $2a$ 인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } c > a > 0, b^2 = c^2 - a^2)$$

① 초점의 좌표: $(\pm\sqrt{a^2+b^2}, 0)$ ② 꼭짓점의 좌표: $(\pm a, 0)$

③ 주축의 길이: $2a$

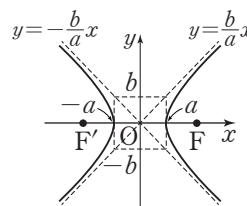
(2) 두 초점 $F(0, c), F'(0, -c)$ 로부터의 거리의 차이가 $2b$ 인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1 \quad (\text{단, } c > b > 0, a^2 = c^2 - b^2)$$

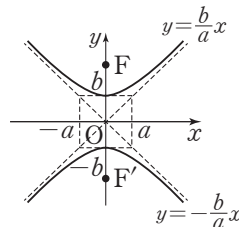
① 초점의 좌표: $(0, \pm\sqrt{a^2+b^2})$ ② 꼭짓점의 좌표: $(0, \pm b)$

③ 주축의 길이: $2b$

❖ (1) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



(2) 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$



9. 쌍곡선의 점근선

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ 의 점근선의 방정식은 $y = \pm \frac{b}{a}x$

10. 쌍곡선의 평행이동

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 쌍

곡선의 방정식은 $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = \pm 1$ (복부호동순)

참고 쌍곡선을 평행이동하면 쌍곡선의 초점, 꼭짓점, 중심, 점근선도 평행이동된다.
하지만 주축의 길이는 변하지 않는다.

11. 이차곡선

계수가 실수인 두 일차식의 곱으로 인수분해되지 않는 x, y 에 대한 이차방정식

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \quad (A, B, C, D, E, F \text{는 상수})$$

으로 나타내어지는 곡선을 이차곡선이라고 한다.



기본을 다지는 유형

유형 01 포물선의 방정식

점 $F(2, 0)$ 과 직선 $x = -2$ 로부터 같은 거리에 있는 점 $P(x, y)$ 가 나타내는 도형의 방정식은?

- ① $y^2 = 2x$ ② $y^2 = 4x$ ③ $y^2 = 8x$
 ④ $x^2 = 2y$ ⑤ $x^2 = 8y$

풀이

점 $P(x, y)$ 는 초점이 $F(2, 0)$ 이고 준선의 방정식이 $x = -2$ 인 포물선 위의 점이다.

따라서 구하는 도형의 방정식은

$$y^2 = 4 \times 2 \times x \quad \therefore y^2 = 8x$$

답 ③

001

다음 포물선의 방정식을 구하여라.

- (1) 초점이 $(1, 0)$, 준선이 $x = -1$ 인 포물선
 (2) 초점이 $(-2, 0)$, 준선이 $x = 2$ 인 포물선
 (3) 초점이 $(0, 3)$, 준선이 $y = -3$ 인 포물선
 (4) 초점이 $(0, -\frac{1}{2})$, 준선이 $y = \frac{1}{2}$ 인 포물선

002

다음 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식을 각각 구하여라.

- (1) $y^2 = -4x$
 (2) $y^2 = x$
 (3) $x^2 = 16y$
 (4) $x^2 = -8y$

003 | 수능 기출 |

초점이 F 인 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PF} = 9$ 일 때, 점 P 의 x 좌표는?

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 8

004

포물선 $x^2 = 4y$ 위의 점 P 에서 이 포물선의 초점까지의 거리가 3일 때, 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 길이를 구하여라.

005

원점을 꼭짓점으로 하고 준선의 방정식이 $x = 3$ 인 포물선이 점 $(k, 6)$ 을 지날 때, k 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 6

006 서술형

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축 위에 초점이 있는 포물선이 점 $P(2, 2)$ 를 지날 때, 점 P 에서 이 포물선의 준선까지의 거리를 구하여라.

007

원 $(x+4)^2+y^2=1$ 의 중심을 초점으로 하고 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이 점 $(k, 8)$ 을 지날 때, a 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ -4 ⑤ -5

008

포물선 $x^2=8y$ 의 초점을 중심으로 하고 이 포물선의 준선에 접하는 원의 넓이는?

- ① 4π ② 9π ③ 16π
 ④ 25π ⑤ 36π

유형 02 포물선의 평행이동

포물선 $(y+2)^2=4(x-1)$ 의 초점의 좌표를 (a, b) , 준선의 방정식을 $x=c$ 라고 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.
 (단, c 는 상수이다.)

풀이

포물선 $(y+2)^2=4(x-1)$ 은 포물선 $y^2=4x$ 를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

이때 포물선 $y^2=4x$ 의 초점의 좌표는 $(1, 0)$, 준선의 방정식은 $x=-1$ 이므로 주어진 포물선의 초점의 좌표는 $(2, -2)$

$$\therefore a=2, b=-2$$

또, 준선의 방정식은 $x=0$

$$\therefore c=0 \quad \rightarrow x=-1 \text{을 } x \text{축의 방향으로 1만큼 평행이동}$$

$$\therefore a+b+c=2+(-2)+0=0$$

답 0

009

다음 포물선의 초점의 좌표와 준선의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y^2=8(x-4)$

(2) $(x-5)^2=-12(y+2)$

010

포물선 $y^2-2x+6y+7=0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 초점이 원점이 되었다. 두 상수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$