

부산자 라이트 유형

확률과 통계



구성과 특징

01 순열과 조합

1. 원순열

서로 다른 4개의 구슬을 원형으로 배열하는 순열의 수는

$$\frac{4!}{4} = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

서로 다른 n 개에서 r 개를 택한 후 원순열

2. 중복순열

중복순열: 서로 다른 n 개의 물건에서 r 개를 택하여 배열하는 순열의 수

예: 4개의 숫자 1, 1, 2, 2를 모두 사용하여

$$\frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

기본을 다지는 유형

01 원순열의 수

서로 다른 4개의 구슬이 원형에 둘러싸인 경우의 수는?

① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

02 이항확률이나 이항정확도 없는 원순열의 수

교과서나 문제집에 나오지 않는 원순열의 수를 구하여라.

예: 4개의 구슬을 원형으로 배열하여 원형에 둘러싸인 경우의 수는

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18

001

서로 다른 4개의 구슬이 원형에 둘러싸인 경우의 수는?

① 120 ② 128 ③ 132 ④ 136

002

서로 다른 4개의 구슬이 원형에 둘러싸인 경우의 수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18

003

서로 다른 4개의 구슬이 원형에 둘러싸인 경우의 수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18

▶ 교과서와 기본에 충실한 개념 정리

- 간결하고 이해하기 쉽게 개념 정리
- 확실한 개념 이해를 위한 **참고**와 **예**
- 배웠던 내용을 다시 보는 선수 과목 개념

기본을 다지는 유형

009 교육청 기출

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다. 7개의 원으로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수를 구하여라.

원에는 한 가지 색만 칠하고 칠하는 것은 같은 것으로 본다.

010

오른쪽 그림과 같이 정사각형과 서로 접한 4개의 이등변삼각형으로 이루어진 도형을 칠하려고 할 때, 칠하는 색을 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

기본을 다지는 유형

008

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다. 7개의 원으로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수를 구하여라.

원에는 한 가지 색만 칠하고 칠하는 것은 같은 것으로 본다.

011

오른쪽 그림과 같이 정사각형과 서로 접한 4개의 이등변삼각형으로 이루어진 도형을 칠하려고 할 때, 칠하는 색을 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 칠하는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

▶ 확실하게 점수를 올리는 유형 연습

- 반드시 알아야 할 기본 유형으로 구성
- 발전 유형의 접근 방법을 제시한 **동범 유형 TIP**
- 실전에 대비할 수 있도록 철저하게 분석한 **서술형** | **교육청 기출**

실전 유형을 조금 더 쉽고 가볍게 익히자.

확실하게 개념을 잡고, 유형을 연습해서 실력을 올려요!

실력을 높이는 연습 문제

01

최근, 문화유산을 포함한 12명의 직원들이 학원에 들러왔
다. 이 직원들 중 4명은, 회계학과 무관하게 아주 오래 앞
날 계획을 세우고 있다.

이것을

04

다음 그림과 같이 6명의 직원과 6명의 학과가 직각이
성립할 때까지 학과가 있다. 10명의 학과가 직각이
성립할 때까지 직원과 학과가 직각이 성립할 때까지
는 정수 a 를 곱한 a , b 로 $a < b$ 로 a 를 b 로 a 를 b 로
자 곱하여서,

(단, 직원과 학과가 있는 것은 정수로 본다.)

05

다음 그림과 같이 6명의 직원과 6명의 학과가
직각이 성립할 때까지 직원과 학과가 직각이 성
립할 때까지 직원과 학과가 직각이 성립할 때까지
는 정수 a 를 곱한 a , b 로 $a < b$ 로 a 를 b 로 a 를 b 로
자 곱하여서,

(단, 학과와 학과가 있는 것은 정수로 본다.)

02 | 평가면 기출

다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원
의 탁자와 두 학생 A, B를 포함
명의 학생이 있다. 이 8명 중에서
B를 포함하여 5명을 선택하고
명의 학생 모두를 일정한 각
자리에 둘러앉게 할 때, 이 경우

가능한 경우의 수는

- ① 180
- ② 220
- ③ 240
- ④ 260

03

아주 작은 4명과 작은 4명의 학과가 둘러앉을 때,
아주 작은 4명과 작은 4명의 학과가 둘러앉을 때,

- ① 120
- ② 136
- ③ 144
- ④ 158

07

한 학생과 한 학생이 각각 한 개의 학과, 두 학과
를 포함하여 가장 작은 원에 둘러앉을 수 있
는 조건의 개수를 구하여라.

(단, 두 학과를 동시에 둘러앉을 수 없다.)

10

두 집합 $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서

$f(a) = f(b)$ 인 함수의 개수는

- ① 85
- ② 90
- ③ 95
- ④ 100

08

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중의 3개를 선택하여서
를 배열할 수 있는 수의 개수를 구하여라.

(단, 3개의 숫자를 모두 사용하지 않는 경우는 제외)

이 경우의 수는

① 100

- ② 120
- ③ 135
- ④ 145
- ⑤ 152

11 | 교목기출 | 실력 UP

두 집합

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 3, 4, 5\}$

에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f
만족시키는 함수의 개수는

① 100

- ② 120
- ③ 135
- ④ 145
- ⑤ 152

$f(2) < f(3) < f(4)$

09

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중의 3개를 선택하여서
를 배열할 수 있는 수의 개수를 구하여라.

(단, 3개의 숫자를 모두 사용하지 않는 경우는 제외)

- ① 100
- ② 120
- ③ 135
- ④ 145
- ⑤ 152

12

두 집합 $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서

$f(a) = f(b)$ 인 함수의 개수는

- ① 85
- ② 90
- ③ 95
- ④ 100

022 | 1월 4주

023 | 1월 4주

▶ 실력을 높이는
연습 문제

- 유형 학습에 맞는 엄선된 유형 점검 문제로 구성
- 기본 유형을 발전시킨 응용 문제 **실력 UP**
- 실전 문제 해결력을 기르는 기출 문제

[illegible]

▶ 풀이 과정이 보이는 명쾌한
정답과 풀이

- **푼셈 개념 CHECK**로 자주 나오는 선수 개념 설명
- 문제의 해결력을 높이는 **문제 접근하기**
- 수학적 사고력을 키우는 **다른 풀이**

차례

I. 경우의 수

01. 순열과 조합

기본을 다지는 유형	009
실력을 높이는 연습 문제	022

02. 이항정리

기본을 다지는 유형	027
실력을 높이는 연습 문제	031

II. 확률

03. 확률의 뜻과 덧셈정리

기본을 다지는 유형	036
실력을 높이는 연습 문제	049

04. 조건부확률

기본을 다지는 유형	054
실력을 높이는 연습 문제	065

Ⅲ. 통계

05. 확률분포

기분을 다지는 유형	072
실력을 높이는 연습 문제	082

06. 정규분포

기분을 다지는 유형	087
실력을 높이는 연습 문제	098

07. 통계적 추정

기분을 다지는 유형	104
실력을 높이는 연습 문제	116



기본 유형의 집중 학습

풍산자 라이트유형

1 실력을 다지는 유형 집중 학습에 적합한 구성

- 개념을 바로 적용할 수 있는 연산 문제 및 기출 문제의 기본 유형 제시
- 기본 유형을 충분히 연습할 수 있도록 일반 유형서의 유형을 세분화

2 최신 경향 분석으로 내신과 학력평가 대비

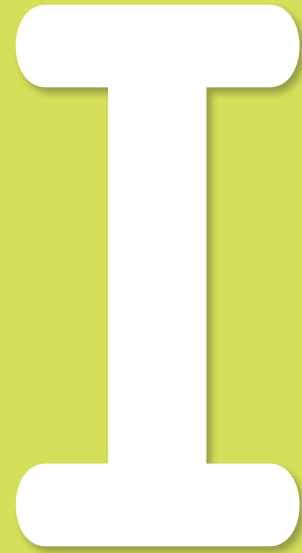
- 내신과 학력 평가 등 최신 경향을 분석하여 출제 빈도 높은 문제들로 구성
- 출제 빈도 높은 서술형 문제 제시로 서술형 평가 대비에 적합
- 최신 기출 문제 연습으로 실전 감각을 키우고 자신감을 높임

3 중상위권 도약을 위한 최적의 유형 연습용 교재

- 깔끔하지만 부족함이 없는 개념 설명과 유형 연습에 적합한 세분화된 유형 분류
- 문제 출제 원리에 부합한 유형과 문제해결 TIP으로 문제 적응력과 해결력 강화

매일 매순간 나아가는 사람이
진정한 승자가 된다.

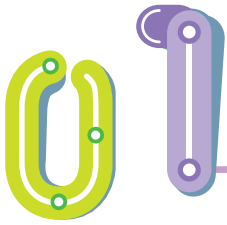




경우의 수

01. 순열과 조합

02. 이항정리



순열과 조합

I. 경우의 수

1. 원순열

- (1) 원순열: 서로 다른 것을 원형으로 나열하는 순열
- (2) 원순열의 수: 서로 다른 n 개를 원형으로 나열하는 원순열의 수는

$$\frac{n!}{n} = (n-1)!$$

예 서로 다른 4개의 구슬을 원형으로 나열하는 원순열의 수는

$$\frac{4!}{4} = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

참고 서로 다른 n 개에서 r 개를 택한 후 원형으로 나열하는 방법의 수는 $\frac{{}_nP_r}{r}$

원순열에서 회전하여 일치하는 것은 모두 같은 것으로 본다.

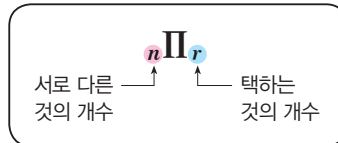
서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호 ${}_nP_r$ 로 나타낸다.

2. 중복순열

- (1) 중복순열: 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 순열을 중복순열이라 하고, 이 중복순열의 수를 기호 ${}_n\Pi_r$ 로 나타낸다.
- (2) 중복순열의 수: 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_n\Pi_r = \underbrace{n \times n \times n \times \cdots \times n}_{r\text{개}} = n^r$$

예 서로 다른 2개의 문자 A, B에서 4개를 택하는 중복순열의 수는 ${}_2\Pi_4 = 2^4 = 16$



${}_nP_r$ 에서는 $r \leq n$ 이어야 하지만 ${}_n\Pi_r$ 에서는 $r > n$ 인 경우도 있다.

3. 같은 것이 있는 순열

n 개 중에서 서로 같은 것이 각각 p 개, q 개, ..., r 개씩 있을 때, 이 n 개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!q!\cdots r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

예 4개의 숫자 1, 1, 2, 2를 모두 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는

$$\frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

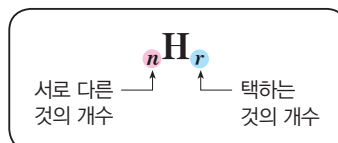
n 개를 모두 다른 것으로 보고 일렬로 나열하면 같은 경우가 각각 $p!$, $q!$, ..., $r!$ 가지씩 생긴다.

4. 중복조합

- (1) 중복조합: 서로 다른 n 개에서 중복을 허락하여 r 개를 택하는 조합을 중복조합이라 하고, 이 중복조합의 수를 기호 ${}_nH_r$ 로 나타낸다.
- (2) 중복조합의 수: 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 중복조합의 수는

$${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$$

예 서로 다른 2개의 문자 A, B에서 4개를 택하는 중복조합의 수는

$${}_2H_4 = {}_{2+4-1}C_4 = {}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$$


서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호 ${}_nC_r$ 로 나타낸다.

${}_nC_r$ 에서는 $r \leq n$ 이어야 하지만 ${}_nH_r$ 에서는 $r > n$ 인 경우도 있다.

유형 01 원순열의 수

부모와 3명의 자녀가 원탁에 둘러앉는 경우의 수는?

- ① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

풀이

부모와 3명의 자녀, 즉 5명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는
 $(5-1)! = 4! = 24$

답 ①

001

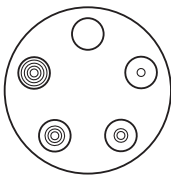
어른 3명과 아이 4명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는?

- ① 120 ② 420 ③ 720
④ 1020 ⑤ 1320

002 | 평가원 기출 |

서로 다른 5개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- ① 6 ② 12
③ 18 ④ 24
⑤ 30



003

8명의 학생 중 4명을 택하여 원탁에 둘러앉히는 경우의 수를 구하여라.

유형 02 이웃하거나 이웃하지 않는 원순열의 수

교사 2명과 학생 4명이 원탁에 둘러앉을 때, 교사끼리 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하여라.

풀이

교사 2명을 1명으로 생각하면 5명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는
 → 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각한다.

$$(5-1)! = 4! = 24$$

교사끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

답 48

004

여학생 4명과 남학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 다음을 구하여라.

- (1) 남학생끼리 이웃하여 앉는 경우의 수
- (2) 남학생끼리 이웃하지 않게 앉는 경우의 수

005

부모와 4명의 자녀가 원탁에 둘러앉아 식사를 할 때, 막내의 양 옆에 부모님이 앉는 경우의 수는?

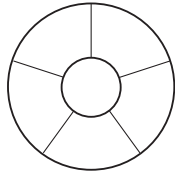
- ① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

006 | 서술형 |

다섯 쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하여라.

유형 03 도형에 색칠하는 경우의 수

오른쪽 그림은 중심이 같은 두 원 사이를 5등분한 도형이다. 이 도형의 각 영역을 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 120 ② 144 ③ 168
④ 192 ⑤ 216

풀이

중앙의 원을 칠하는 경우의 수는 6

나머지 5개의 도형을 칠하는 경우의 수는 중앙에 칠한 색을 제외한 나머지 5가지 색을 원형으로 나열하는 원순열의 수와 같으므로

$$(5-1)! = 4! = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 24 = 144$$

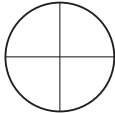
답 ②

풍샘 유형 TIP

(1) 평면도형을 색칠하는 경우의 수

① 중심을 기준으로 모든 영역이 등분되어 있는 경우

→ 원순열의 수를 이용한다.

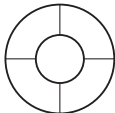


② 가운데 영역을 제외한 나머지 영역이 등분되어 있는 경우

→ (가운데 영역을 칠하는 경우의 수)

× (나머지 영역을 칠하는 경우의 수)

→ 원순열의 수를 이용한다.



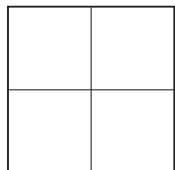
(2) 회전하여 모양이 일치하는 입체도형을 색칠하는 경우의 수

→ (밀면을 칠하는 경우의 수) × (옆면을 칠하는 경우의 수)

→ 원순열의 수를 이용한다.

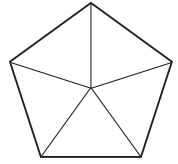
007

오른쪽 그림과 같이 정사각형을 4등분한 영역을 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 4가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수를 구하여라. (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



008

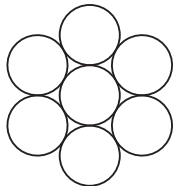
오른쪽 그림과 같이 정오각형을 5등분한 영역을 서로 다른 7가지 색 중에서 5가지 색을 택하여 색칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



- ① 260 ② 300 ③ 360
④ 480 ⑤ 504

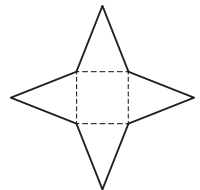
009 | 교육청 기출 |

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 7개의 원이 있다. 7개의 원에 서로 다른 7개의 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수를 구하여라. (단, 한 원에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



010

오른쪽 그림과 같이 정사각형과 서로 합동인 4개의 이등변삼각형으로 이루어진 도형을 전개도로 갖는 입체도형을 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 경우의 수는?

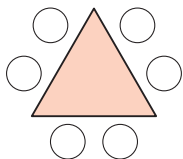


(단, 한 면에는 한 가지 색만 칠하고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

- ① 20 ② 25 ③ 30
④ 35 ⑤ 40

유형 04 다각형 모양의 탁자에 둘러앉는 경우의 수

오른쪽 그림과 같은 정삼각형 모양의 탁자에 6명이 둘러앉는 경우의 수를 구하여라. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



풀이

6명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수는

$$(6-1)! = 5! = 120$$

이때 원탁에 둘러앉는

한 가지 경우에 대하여

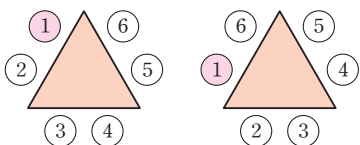
정삼각형 모양의 탁자

에서는 오른쪽 그림과

같이 서로 다른 경우가 2가지씩 존재한다.

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 2 = 240$$



답 240

풍뎡 유형 TIP

다각형 모양의 탁자에 n 명이 둘러앉는 경우의 수

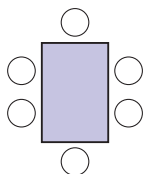
→ (n 명이 원탁에 둘러앉는 경우의 수)

× (원탁에 둘러앉는 한 가지 방법에 대하여

기준이 되는 자리의 위치에 따라 서로 다른 경우의 수)

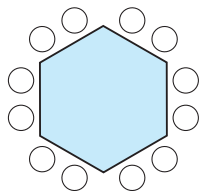
011

오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 탁자에 6명이 둘러앉는 경우의 수를 구하여라. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



012 서술형

오른쪽 그림과 같은 정육각형 모양의 탁자에 12명이 둘러앉는 경우의 수는 $a \times 11!$ 이다. 상수 a 의 값을 구하여라. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



유형 05 ${}_n\Pi_r$ 의 계산

${}_3\Pi_r = 729$ 를 만족시키는 자연수 r 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

풀이

$${}_3\Pi_r = 729 \text{에서 } 3^r = 3^6 \quad \therefore r = 6$$

답 ③

013

다음을 계산하여라.

- (1) ${}_2\Pi_5$ (2) ${}_3\Pi_3$
(3) ${}_5\Pi_2$ (4) ${}_6\Pi_4$

014

다음을 만족시키는 자연수 n 또는 r 의 값을 구하여라.

- (1) ${}_n\Pi_4 = 256$ (2) ${}_n\Pi_3 = 343$
(3) ${}_2\Pi_r = 512$ (4) ${}_5\Pi_r = 625$

015

${}_2\Pi_2 + {}_3\Pi_2 + {}_4\Pi_2 + {}_5\Pi_2$ 의 값은?

- ① 50 ② 52 ③ 54
④ 56 ⑤ 58