

공산자
라이트
유형

수학II



구성과 특징

03 미분계수와 도함수

1. 평균값定理
 (1) 평균값定理: 함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 이다. $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고, 구간 (a, b) 에서 미분가능하면, 구간 (a, b) 의 내부에 적어도 한 점 ξ 가 존재하여 $f'(\xi) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 가 성립한다.

2. 미분가능성
 (1) 미분가능성(연속성): 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서의 미분가능성은 $f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a)-f(a-\Delta x)}{\Delta x}$ 가 존재하는 것을 말한다. 이 때 $f'(a)$ 를 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 미분계수라고 한다.

미분가능성과 연속성: 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하다면, $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다. 그러나 역은 성립하지 않는다. 즉, 연속이라고 해서 반드시 $x=a$ 에서 미분가능하다고 할 수 없다.

함수
 한 함수 $y=f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는 $f(x+\Delta x) - f(x)$ 를 Δx 로 나눈 값의 극한이다.

- 5. 미분법**
- 기본 미분 공식
 - ① $y=c$ 일 때 $y'=0$
 - ② $y=x^n$ 일 때 $y'=nx^{n-1}$
 - ③ $y=\sin x$ 일 때 $y'=\cos x$
 - ④ $y=\cos x$ 일 때 $y'=-\sin x$
 - ⑤ $y=e^x$ 일 때 $y'=e^x$
 - ⑥ $y=\ln x$ 일 때 $y'=\frac{1}{x}$
 - 곱의 미분법
 - ① $y=f(x)g(x)$ 일 때 $y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$
 - ② $y=f(x)g(x)h(x)$ 일 때 $y'=f'(x)g(x)h(x)+f(x)g'(x)h(x)+f(x)g(x)h'(x)$
 - 몫의 미분법
 - ① $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ 일 때 $y'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
 - 연쇄 법칙
 - ① $y=f(u)$ 일 때 $y'=f'(u)u'$

기본을 다지는 유형

001 평균값定理과 그 역
 함수 $f(x)=x^2-2x+3$ 에 대하여 구간 $[1, 3]$ 에서 평균값定理의 평균변화율이 2일 때, a 와 b 의 값을 구하여라. (단, $a < b$)

풀이
 구간 $[1, 3]$ 에서 3가지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{(9-6+3)-(1-2+3)}{2} = \frac{6-2}{2} = 2$ 이다. $a=1, b=3$ 이므로 $a=1, b=3$ 이다.

002
 다음 함수에서 x 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율을 구하여라.
 (1) $f(x)=x^2$
 (2) $f(x)=2x-1$
 (3) $f(x)=2x^2-5$

005
 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, 특정 A와 B를 가리킬 때, 구간 $[A, B]$ 에서 1과 2의 변할 때의 평균변화율이 서로 같은지, 함수 $y=f(x)$ 의 평균변화율은? (단, $f(1)=5$)

① 1 ② 4
 ③ 3 ④ 8

▶ 교과서와 기본에 충실한 개념 정리

- 간결하고 이해하기 쉽게 개념 정리
- 확실한 개념 이해를 위한 **참고**와 **예**
- 배웠던 내용을 다시 보는 **선수** 과목 개념

유형 04 가우스 함수의 극한

$\lim_{x \rightarrow 3} [x+2] + \lim_{x \rightarrow 3} [x+4]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크고 x 보다 작은 정수이다.)

풀이
 $x \rightarrow 3$ 일 때 $x+2 \rightarrow 1+0$
 $x \rightarrow 3$ 일 때 $x+4 \rightarrow 1-0$
 $\lim_{x \rightarrow 3} [x+2] + \lim_{x \rightarrow 3} [x+4] = 1+1 = 2$

001
 다음 극한값을 구하여라.
 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^2$
 (3) $\lim_{x \rightarrow 1} [x^2]$ (4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1}$

정형 유형 TIP
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값은 다음을 이용하여 구한다.
 $f(x) = f$ 로 놓고
 (1) $x \rightarrow a$ 일 때 $t \rightarrow b+0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{t \rightarrow b+0} g(t) = \lim_{t \rightarrow b+0} g(t)$
 (2) $x \rightarrow a$ 일 때 $t \rightarrow b-0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{t \rightarrow b-0} g(t) = \lim_{t \rightarrow b-0} g(t)$

020
 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 다음 극한값을 구하여라.
 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$

021
 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$ 의 값을 구하여라.
 ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5
 ⑤ 6

022 **서술형**
 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 1} f(g(x))$ 의 값을 구하여라.

002
 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x)f(x)$ 의 값을 구하여라.

풀이
 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x)f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = (1+1) \cdot 3 = 6$

023
 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 6$ 일 때, 다음 극한값을 구하여라.
 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)+g(x))$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} (2f(x)-g(x))$
 (3) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x)$ (4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$
 (5) $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x))^2$ (6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{g(x)+4}$

024
 다음 극한값을 구하여라.
 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} (3x+1)(x-1)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+1)(x+3)$
 (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1}$ (4) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2+9}$

▶ 확실하게 점수를 올리는 유형 연습

- 반드시 알아야 할 기본 유형으로 구성
- 발전 유형의 접근 방법을 제시한 **정형 유형 TIP**
- 실전에 대비할 수 있도록 철저하게 분석한 **서술형** | 교육청 기출 |

실전 유형을 조금 더 쉽고 가볍게 익히자.
 확실하게 개념을 잡고, 유형을 연습해서 실력을 올려요!

실력을 높이는 연습문제

01 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 극한값이 존재하는 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
 [보기] $\gamma, \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \delta, \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \epsilon, \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 ㉠ γ, δ ㉡ γ, δ, ϵ
 ㉢ δ, ϵ ㉣ γ, δ, ϵ

02 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ -x+4 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값이 존재하도록 하는 실수 a 의 값은?
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

03 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 1) \\ -x+a & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않기 위한 실수 a 의 값의 조건은?
 ㉠ $a=1$ ㉡ $a=1$ ㉢ $a \neq 1$
 ㉣ $a=2$ ㉤ $a \neq 2$

04 [수능 기출] 함수 $f(x) = \begin{cases} 3-x & (x \geq 2) \\ 9-x^2 & (x < 2) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재하지 않을 때, 실수 a 의 값은?
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

05 $-3 < x < 2$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
 ㉠ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재한다.
 ㉡ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재하지 않는다.
 ㉢ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 이다.
 ㉣ $-2 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 항상 존재한다.
 ㉤ $x=1$ 에서의 극한값과 좌극한이 모두 존재하므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재한다.

06 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x^2-4}$ 의 값은?
 ㉠ -2 ㉡ -1 ㉢ 0
 ㉣ 1 ㉤ 2

07 함수 $f(x) = \begin{cases} [x]+a & (x \geq 1) \\ [x-1] & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

08 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & (x > 2) \\ \frac{1}{2-x} & (x < 2) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값을 구하여라.
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

09 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 세 수 A, B, C 의 대소관계를 바르게 고른 것은?
 $A = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
 $B = \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$
 $C = \lim_{x \rightarrow 1} g'(x)$
 ㉠ $A < B < C$ ㉡ $A < C < B$
 ㉢ $B < A < C$ ㉣ $B < C < A$
 ㉤ $C < A < B$

10 [실력 UP] 함수의 극한에 대한 설명으로 옳은 것은?
 ㉠ $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.
 ㉡ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0$ 이다.
 ㉢ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값은 항상 같고, $g(x)$ 의 값은 0 이다.
 ㉣ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값은 항상 같고, $g(x)$ 의 값은 0 이 아니다.

11 [수능 기출] 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 20a$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+1)f(x) = a$ 이다. $20a$ 의 값을 구하여라.

▶ 실력을 높이는 연습 문제

- 유형 학습에 맞는 엄선된 유형 점검 문제로 구성
- 기본 유형을 발전시킨 응용 문제 **실력 UP**
- 실전 문제 해결력을 기르는 기출 문제

풍샘 개념 CHECK

두 점 사이의 거리, 복수학
 두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

064 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \times 4 \times y = 2y = 2x^2$ 의 값을 구하여라.
 이 때 $\lim_{x \rightarrow 0} y$ 의 값을 구하여라.
 풀이 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \times 4 \times y = 2y = 2x^2$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \times 4 \times y = 0$ 이다.
 이 때 $\lim_{x \rightarrow 0} y$ 의 값을 구하여라.
 풀이 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \times 4 \times y = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} y = 0$ 이다.

다른 풀이
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (-x+a) = -1+a$
 이때 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않으려면 $-1+a \neq 1$ 이어야 하므로 $a \neq 2$ 이다.

05 $x=2$ 에서의 극한값이 존재하도록, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재하도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

06 $x=2$ 일 때, $x=2$ 에서의 극한값이 존재하도록, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값을 구하여라.
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

07 $x=1$ 일 때, $x=1$ 에서의 극한값이 존재하도록, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값을 구하여라.
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

08 $x=2$ 일 때, $x=2$ 에서의 극한값이 존재하도록, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값을 구하여라.
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

09 $x=1$ 일 때, $x=1$ 에서의 극한값이 존재하도록, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값을 구하여라.
 ㉠ -3 ㉡ -2 ㉢ -1
 ㉣ 0 ㉤ 1

10 [문제 접근하기] 함수의 극한에 대한 성질 중 관련된 성질이 아닌 것은? [반례]를 이용하여 거짓을 확인한다.
 ㉠ $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 이다.
 ㉡ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0$ 이다.
 ㉢ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값은 항상 같고, $g(x)$ 의 값은 0 이다.
 ㉣ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값은 항상 같고, $g(x)$ 의 값은 0 이 아니다.

11 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)f(x) = 20a$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+1)f(x) = a$ 이다. $20a$ 의 값을 구하여라.

▶ 풀이 과정이 보이는 명쾌한 정답과 풀이

- 풍샘 **개념 CHECK**로 자주 나오는 선수 개념 설명
- 문제의 해결력을 높이는 **문제 접근하기**
- 수학적 사고력을 키우는 **다른 풀이**

차례

I. 함수의 극한과 연속

01. 함수의 극한

기본을 다지는 유형	009
실력을 높이는 연습 문제	022

02. 함수의 연속

기본을 다지는 유형	027
실력을 높이는 연습 문제	035

II. 미분

03. 미분계수와 도함수

기본을 다지는 유형	039
실력을 높이는 연습 문제	054

04. 도함수의 활용 (1)

기본을 다지는 유형	059
실력을 높이는 연습 문제	069

05. 도함수의 활용 (2)

기본을 다지는 유형	073
실력을 높이는 연습 문제	088

06. 도함수의 활용 (3)

기본을 다지는 유형	093
실력을 높이는 연습 문제	105

Ⅲ. 적분

07. 부정적분

기본을 다지는 유형 111

실력을 높이는 연습 문제 121

08. 정적분

기본을 다지는 유형 125

실력을 높이는 연습 문제 135

09. 정적분의 활용

기본을 다지는 유형 139

실력을 높이는 연습 문제 150



기본 유형의 집중 학습

풍산자 라이트유형

1 실력을 다지는 유형 집중 학습에 적합한 구성

- 개념을 바로 적용할 수 있는 연산 문제 및 기출 문제의 기본 유형 제시
- 기본 유형을 충분히 연습할 수 있도록 일반 유형서의 유형을 세분화

2 최신 경향 분석으로 내신과 학력평가 대비

- 내신과 학력 평가 등 최신 경향을 분석하여 출제 빈도 높은 문제들로 구성
- 출제 빈도 높은 서술형 문제 제시로 서술형 평가 대비에 적합
- 최신 기출 문제 연습으로 실전 감각을 키우고 자신감을 높임

3 중상위권 도약을 위한 최적의 유형 연습용 교재

- 깔끔하지만 부족함이 없는 개념 설명과 유형 연습에 적합한 세분화된 유형 분류
- 문제 출제 원리에 부합한 유형과 문제해결 TIP으로 문제 적용력과 해결력 강화

매일 매순간 나아가는 사람이
진정한 승자가 된다.

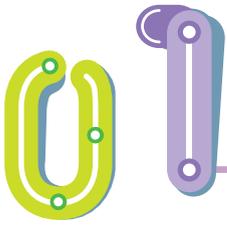


I

함수의 극한과 연속

01. 함수의 극한

02. 함수의 연속



함수의 극한

1. 함수의 극한

함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 a 가 아니면서 a 에 한없이 가까워질 때,

- (1) $f(x)$ 의 값이 일정한 값 A 에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$ 는 A 에 수렴한다고 하며, 이것을 기호로 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ 또는 $x \rightarrow a$ 일 때 $f(x) \rightarrow A$ 로 나타낸다. 이때 A 를 함수 $f(x)$ 의 극한값 또는 극한이라고 한다.
- (2) 함수 $f(x)$ 가 수렴하지 않을 때, 함수 $f(x)$ 는 발산한다고 한다.

2. 우극한과 좌극한

- (1) 함수 $f(x)$ 에서 $x \rightarrow a+$ 일 때 $f(x)$ 의 값이 일정한 값 α 에 한없이 가까워지면 α 를 $x=a$ 에서 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하고, 기호로 $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \alpha$ 와 같이 나타낸다.
- (2) 함수 $f(x)$ 에서 $x \rightarrow a-$ 일 때 $f(x)$ 의 값이 일정한 값 β 에 한없이 가까워지면 β 를 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 좌극한이라 하고, 기호로 $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \beta$ 와 같이 나타낸다.

3. 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x), g(x)$ 에서 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때

- (1) $\lim_{x \rightarrow a} cf(x) = c \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c\alpha$ (단, c 는 상수이다.)
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha \pm \beta$ (복부호동순)
- (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \alpha\beta$
- (4) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $\beta \neq 0$)

4. 함수의 극한값의 계산

- (1) $\frac{0}{0}$ 꼴: 분자, 분모가 모두 다항식인 경우에는 분자, 분모를 모두 인수분해한 후 약분하고, 분자, 분모 중 무리식이 있으면 근호가 있는 쪽을 유리화한 후 약분한다.
- (2) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴: 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.
- (3) $\infty - \infty$ 꼴: 다항식은 최고차항으로 묶고, 무리식은 근호가 있는 쪽을 유리화한다.

5. 미정계수의 결정

두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

- (1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α 는 실수)일 때, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$
- (2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \alpha$ (α 는 0이 아닌 실수)이고 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

6. 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x), g(x)$ 에서 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$ (α, β 는 실수)일 때, a 에 가까운 모든 x 의 값에서

- (1) $f(x) \leq g(x)$ 이면 $\alpha \leq \beta$
- (2) 함수 $h(x)$ 가 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \alpha$

발산

- (1) 양의 무한대로 발산

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

- (2) 음의 무한대로 발산

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

- 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 극한값이 A 이면, $x=a$ 에서의 우극한과 좌극한이 모두 존재하고 그 값은 모두 A 이다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A$$

극한값의 존재

- 우극한과 좌극한이 모두 존재하더라도 그 값이 서로 다르면 극한값은 존재하지 않는다.

함수의 극한에 대한 성질은

- (1) 극한값이 존재할 때만 성립한다.
- (2) $x \rightarrow a+, x \rightarrow a-, x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 인 경우에도 성립한다.

$\infty \times 0$ 꼴

통분 또는 유리화하여 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$.

$\infty \times$ (상수), $\frac{(\text{상수})}{\infty}$ 꼴로 변형한다.

$x \rightarrow a$ 일 때

- (1) 극한값이 존재하고
(분모) $\rightarrow 0$ 이면 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.
- (2) 0이 아닌 극한값이 존재하고
(분자) $\rightarrow 0$ 이면 (분모) $\rightarrow 0$ 이다.

- 함수의 극한의 대소 관계는 $x \rightarrow a+, x \rightarrow a-, x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 인 경우에도 성립한다.

유형 01 간단한 함수의 극한

$A = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2)$, $B = \lim_{x \rightarrow -1} (-2x + 1)$ 이라고 할 때,
 $A - B$ 의 값을 구하여라.

풀이

$$A = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2) = 2^2 + 2 = 6$$

$$B = \lim_{x \rightarrow -1} (-2x + 1) = (-2) \times (-1) + 1 = 3$$

$$\therefore A - B = 6 - 3 = 3$$

답 3

001

다음 극한을 그래프를 이용하여 조사하여라.

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} x$

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left| -\frac{1}{x} \right|$

002

다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{2x + 3}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} (x - x^3)$

(4) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{6}{x^2}$

003

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4}{x+1} + \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{4}$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

004 | 평가원 기출 |

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3}{x-2}$ 의 값을 구하여라.

005

$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + ax + 3) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 3} (bx - 4) = 5$ 일 때, 상수 a ,
 b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

006  서술형

$\lim_{x \rightarrow a} (x^2 - 2x + 4) = 3$, $\lim_{x \rightarrow b} (x^2 - 4) = 12$ 일 때, ab 의 최
 몇값을 구하여라.

유형 02 함수의 극한값의 존재

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + k & (x \geq -1) \\ x + 3 & (x < -1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

의 값이 존재하도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

풀이

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2 - 3x + k) = 4 + k$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x + 3) = 2$$

이때 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ 의 값이 존재하려면 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

이어야 하므로

$$4 + k = 2 \quad \therefore k = -2$$

답 -2

007

함수 $f(x) = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 1) \\ -x + 1 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 다음 극한을

조사하여라.

(1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

008

함수 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ 에 대하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

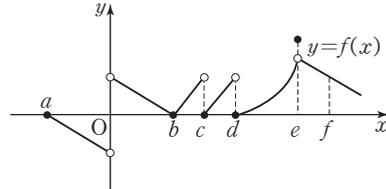
(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

009

함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 극한값이 존재하지 않는 것만을 |보기|에서 있는 대로 골라라.

(단, $a \sim f$ 는 상수이다.)



| 보기 |

㉠. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ㉡. $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$ ㉢. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$

㉣. $\lim_{x \rightarrow d^+} f(x)$ ㉤. $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$ ㉥. $\lim_{x \rightarrow f} f(x)$

010

함수 $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & (x \geq -2) \\ kx & (x < -2) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

의 값이 존재하도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

011 서술형

함수 $f(x) = \begin{cases} -x + k & (x \geq 2) \\ (x - k)^2 & (x < 2) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의

값이 존재하도록 하는 실수 k 의 값을 모두 구하여라.