필수 개념 연계 문항들로 빠르게 끝내는 **단기 완성서**

풍산자 라이트

수학(하)

구성과 특징

쉽고 가벼운
단기 개념 완성서

필수 개념 연계 문제와
기출 문제를 한번에 잡는
개념 완성 비법서

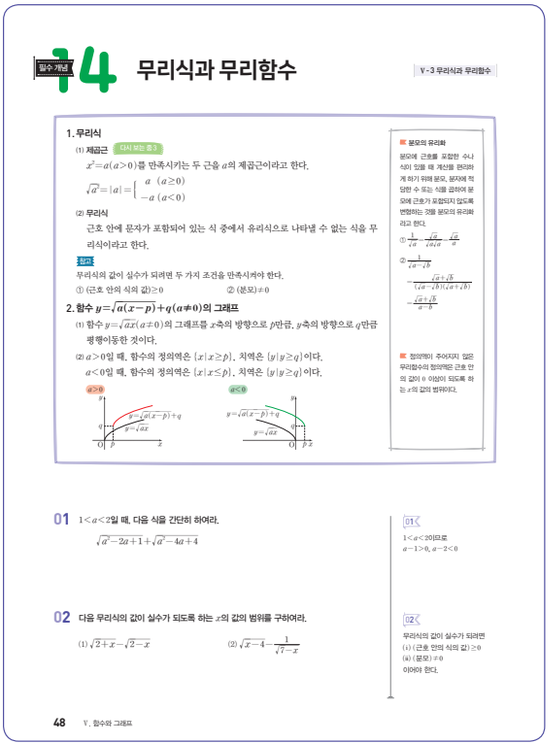
기본 개념의
문제 적용력 up!!
실전 문제 해결력 up!!

1 필수 개념과 연계 문제 학습

• 수학(하)를 학습하는 데 꼭 필요한 개념을 선별하고 문제 풀이에 도움이 되는 내용을 **참고**로 제시

• 다시 보는 중3을 표시하여 선수 과목의 내용을 복습

• 필수 개념과 연계한 문제를 소개하고, 문제 풀이에 좀 더 쉽게 다가가기 위한 TIP 제공



필수 개념 14 무리식과 무리함수

Ⅴ-3 무리식과 무리함수

1. 무리식

(1) 제곱근 다시 보는 중3

$x^2=a(a>0)$를 만족시키는 두 근을 a의 제곱근이라고 한다.

$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

(2) 무리식

근호 안에 문자가 포함되어 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 무리식이라고 한다.

참고

무리식의 값이 실수가 되려면 두 가지 조건을 만족시켜야 한다.

① (근호 안의 식의 값)≥0 ② (분모)≠0

2. 함수 $y=\sqrt{a(x-p)}+q\ (a\neq 0)$의 그래프

(1) 함수 $y=\sqrt{ax}\ (a\neq 0)$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) $a>0$일 때, 함수의 정의역은 $\{x|x\geq p\}$, 치역은 $\{y|y\geq q\}$이다.
$a<0$일 때, 함수의 정의역은 $\{x|x\leq p\}$, 치역은 $\{y|y\geq q\}$이다.

$a>0$ $a<0$

분모의 유리화

분모에 근호를 포함한 수나 식이 있을 때, 계산을 편리하게 하기 위해 분모, 분자에 적당한 수 또는 식을 곱하여 분모에 근호가 포함되지 않도록 변형하는 것을 분모의 유리화라고 한다.

① $\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$

② $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

정의역이 주어지지 않은 무리함수의 정의역은 근호 안의 값이 0 이상이 되도록 하는 x의 값의 범위이다.

01 $1<a<2$일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$\sqrt{a^2-2a+1}+\sqrt{a^2-4a+4}$

01 $1<a<2$이므로 $a-1>0$, $a-2<0$

02 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 하는 x의 값의 범위를 구하여라.

(1) $\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}$ (2) $\sqrt{x-4}-\frac{1}{\sqrt{7-x}}$

02 무리식의 값이 실수가 되려면 (i) (근호 안의 식의 값)≥0 (ii) (분모)≠0 이어야 한다.

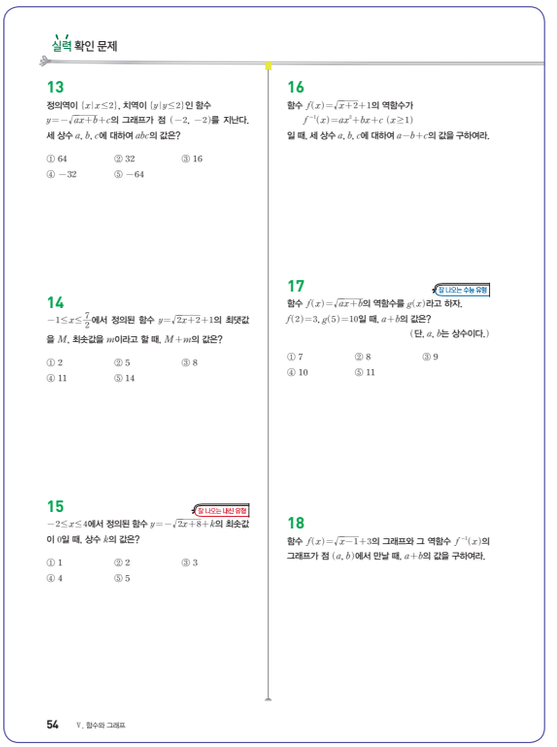
48 Ⅴ. 함수와 그래프

2

실력 확인 문제

• 잘 나오는 내신 유형, 잘 틀리는 내신 유형을 표시하여 내신을 대비할 수 있는 문제를 수록

• 잘 나오는 수능 유형, 잘 틀리는 수능 유형을 표시하여 학력평가, 평가원, 수능 기출 문제를 연습



실력 확인 문제

13 정의역이 $\{x|x\le 2\}$, 치역이 $\{y|y\le 2\}$인 함수 $y=-\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 점 $(-2,\ -2)$를 지난다. 세 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 abc의 값은?

① 64 ② 32 ③ 16
④ -32 ⑤ -64

14 $-1\le x\le \frac{7}{2}$에서 정의된 함수 $y=\sqrt{2x+2}+1$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, $M+m$의 값은?

① 2 ② 5 ③ 8
④ 11 ⑤ 14

15 잘 나오는 내신 유형

$-2\le x\le 4$에서 정의된 함수 $y=-\sqrt{2x+8}+k$의 최솟값이 0일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

16 함수 $f(x)=\sqrt{x+2}+1$의 역함수가 $f^{-1}(x)=ax^2+bx+c\ (x\ge 1)$일 때, 세 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a-b+c$의 값을 구하여라.

17 잘 나오는 수능 유형

함수 $f(x)=\sqrt{ax+b}$의 역함수를 $g(x)$라고 하자. $f(2)=3,\ g(5)=10$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a,\ b$는 상수이다.)

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

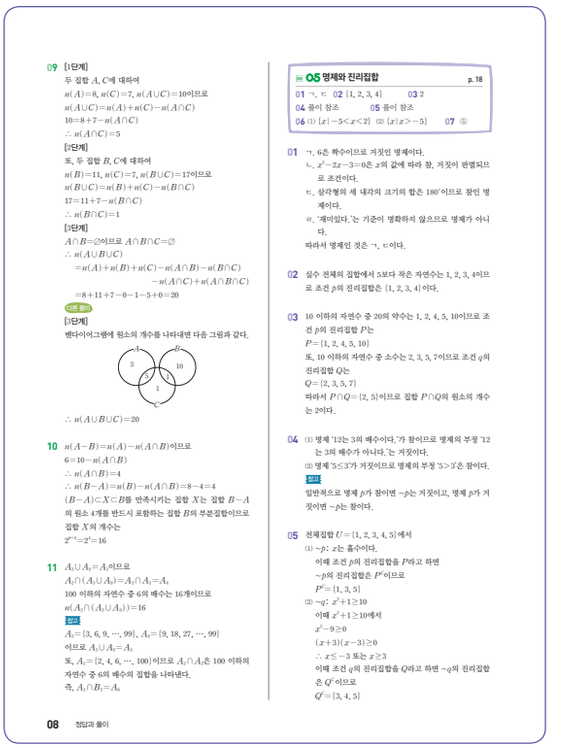
18 함수 $f(x)=\sqrt{x-1}+3$의 그래프와 그 역함수 $f^{-1}(x)$의 그래프가 점 $(a,\ b)$에서 만날 때, $a+b$의 값을 구하여라.

3

정답과 풀이

• 다른 풀이, 참고를 제시하여 다양한 방법으로 문제 풀이에 접근

• 풀이를 단계별로 나누어 체계적으로 과정을 사고



09 [1단계]
두 집합 $A,\ C$에 대하여
$n(A)=8,\ n(C)=7,\ n(A\cup C)=10$이므로
$n(A\cup C)=n(A)+n(C)-n(A\cap C)$
$10=8+7-n(A\cap C)$
$\therefore\ n(A\cap C)=5$
[2단계]
또, 두 집합 $B,\ C$에 대하여
$n(B)=11,\ n(C)=7,\ n(B\cup C)=17$이므로
$n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C)$
$17=11+7-n(B\cap C)$
$\therefore\ n(B\cap C)=1$
[3단계]
$A\cap B=\varnothing$이므로 $A\cap B\cap C=\varnothing$
$\therefore\ n(A\cup B\cup C)$
$=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)$
$=8+11+7-0-1-5+0=20$
다른 풀이
[3단계]
벤다이어그램에 원소의 개수를 나타내면 다음 그림과 같다.

$\therefore\ n(A\cup B\cup C)=20$

10 $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$이므로
$6=10-n(A\cap B)$
$\therefore\ n(A\cap B)=4$
$\therefore\ n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=8-4=4$
$(B-A)\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X는 집합 $B-A$의 원소 4개를 반드시 포함하는 집합 B의 부분집합이므로 집합 X의 개수는
$2^{4-4}=2^4=16$

11 $A_1\cup A_3=A_3$이므로
$A_3\cap(A_1\cup A_6)=A_3\cap A_3=A_3$
100 이하의 자연수 중 6의 배수는 16개이므로
$n(A_3\cap(A_1\cup A_6))=16$
참고
$A_3=\{3,\ 6,\ 9,\ \cdots,\ 99\},\ A_6=\{6,\ 18,\ 27,\ \cdots,\ 99\}$
이므로 $A_1\cup A_6=A_6$
또, $A_2=\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots,\ 100\}$이므로 $A_2\cap A_6$은 100 이하의 자연수 중 6의 배수의 집합을 나타낸다.
즉, $A_2\cap B_2=A_6$

05 명제와 진리집합 p. 18

01 ㄱ, ㄷ 02 {1, 2, 3, 4} 03 2
04 풀이 참조 05 풀이 참조
06 (1) $\{x|-5<x<2\}$ (2) $\{x|x>-5\}$ 07 ⑤

01 ㄱ. 6은 짝수이므로 거짓인 명제이다.
ㄴ. $x^2-2x-3=0$은 x의 값에 따라 참, 거짓이 판별되므로 조건이다.
ㄷ. 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 참인 명제이다.
ㄹ. "예이었다."는 기준이 명확하지 않으므로 명제가 아니다.
따라서 명제인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 실수 전체의 집합에서 5보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4이므로 조건 p의 진리집합은 {1, 2, 3, 4}이다.

03 10 이하의 자연수 중 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10이므로 조건 p의 진리집합 P는
$P=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10\}$
또, 10 이하의 자연수 중 소수는 2, 3, 5, 7이므로 조건 q의 진리집합 Q는
$Q=\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$
따라서 $P\cap Q=\{2,\ 5\}$이므로 집합 $P\cap Q$의 원소의 개수는 2이다.

04 (1) 명제 '12는 3의 배수이다.'가 참이므로 명제의 부정 '12는 3의 배수가 아니다.'는 거짓이다.
(2) 명제 '$5\le 3$'가 거짓이므로 명제의 부정 '$5>3$'은 참이다.
참고
집합적으로 명제 p가 참이면 $\sim p$는 거짓이고, 명제 p가 거짓이면 $\sim p$는 참이다.

05 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에서
(1) $\sim p$: x는 홀수이다.
이때 조건 p의 진리집합을 P라고 하면
$\sim p$의 진리집합은 P^C이므로
$P^C=\{1,\ 3,\ 5\}$
(2) $\sim q$: $x^2+1\ge 10$
이때 $x^2+1\ge 10$에서
$x^2-9\ge 0$
$(x+3)(x-3)\ge 0$
$\therefore\ x\le -3$ 또는 $x\ge 3$
이때 조건 q의 진리집합을 Q라고 하면 $\sim q$의 진리집합은 Q^C이므로
$Q^C=\{3,\ 4,\ 5\}$

차례

Ⅳ 집합과 명제

1 집합

01 집합의 포함 관계 06
02 부분집합의 개수 08
실력 확인 문제 10
03 집합의 연산 법칙 12
04 원소의 개수 14
실력 확인 문제 16

2 명제

05 명제와 진리집합 18
06 명제 $p \longrightarrow q$ 20
07 명제의 역과 대우 22
08 충분조건과 필요조건 24
실력 확인 문제 26

Ⅴ 함수와 그래프

1 함수

09 함수와 그래프 30
10 합성함수 32
11 역함수 34
실력 확인 문제 36

2 유리식과 유리함수
12 유리식과 유리함수 40
13 유리함수의 그래프 42
실력 확인 문제 44
3 무리식과 무리함수
14 무리식과 무리함수 48
15 무리함수의 그래프 50
실력 확인 문제 52

Ⅵ 경우의 수

1 경우의 수
16 경우의 수 56
17 순열 58
18 조합 60
실력 확인 문제 62

수학(상)

Ⅰ. 다항식
1.다항식의 연산
2.나머지정리
3.인수분해

Ⅱ. 방정식과 부등식
1.복소수와 이차방정식
2.이차방정식과 이차함수
3.여러 가지 방정식
4.여러 가지 부등식

Ⅲ. 도형의 방정식
1.평면좌표
2.직선의 방정식
3.원의 방정식
4.도형의 이동

수학(상)은 별도 판매합니다.

필수 개념

01 집합의 포함 관계

1. 집합과 원소

(1) **집합**: 주어진 기준에 의하여 그 대상을 분명하게 알 수 있는 것들의 모임

(2) **원소**: 집합을 이루는 대상 하나하나

a가 집합 A의 원소이면 기호 $a \in A$, b가 집합 A의 원소가 아니면 기호 $b \notin A$로 나타낸다.

2. 집합의 표현

(1) **원소나열법**: 집합 기호 { } 안에 모든 원소를 나열하는 방법

(2) **조건제시법**: $\{x \mid x$의 조건$\}$의 형태로 원소가 될 조건을 제시하는 방법

(3) **벤다이어그램**: 그림 안에 원소를 나열하는 방법

3. 집합의 포함 관계

(1) **부분집합**: 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속할 때, 집합 A를 집합 B의 부분집합이라고 하며, 기호 $A \subset B$로 나타낸다.

(2) **서로 같은 집합**: 두 집합 A, B가 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, 두 집합 A, B는 서로 같다고 하며, 기호 $A = B$로 나타낸다.

(3) **진부분집합**: 두 집합 A, B가 $A \subset B$이고 $A \neq B$일 때, 집합 A를 집합 B의 진부분집합이라고 한다.

부분집합의 성질

세 집합 A, B, C에 대하여

(1) 공집합 $\emptyset$은 모든 집합의 부분집합이다.
즉, $\emptyset \subset A$

(2) 집합 A는 A 자신의 부분집합이다.
즉, $A \subset A$

(3) $A \subset B$이고 $B \subset C$이면 $A \subset C$

01 다음 중 집합이 아닌 것은?

① 키가 큰 야구선수의 모임
② 20보다 작은 홀수의 모임
③ 10보다 작은 자연수의 모임
④ 2보다 작은 소수의 모임
⑤ 60의 약수의 모임

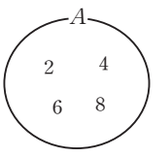
01
- 대상을 분명하게 정할 수 있으면 집합, 대상을 분명하게 정할 수 없으면 집합이 아니다.
- 약수, 배수, 홀수, 짝수 등은 자연수의 범위에서 생각한다.

02 10보다 작은 홀수의 집합을 A라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$ ② $2 \in A$ ③ $6 \notin A$
④ $9 \in A$ ⑤ $10 \notin A$

02
a가 집합 A에 속하면
⇨ $a \in A$
b가 집합 A에 속하지 않으면
⇨ $b \notin A$

03 오른쪽 벤다이어그램으로 표현된 집합 A를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?



① $A=\{x|x$는 한 자리의 자연수$\}$
② $A=\{x|x$는 2 이상 8 미만의 짝수$\}$
③ $A=\{x|x$는 8의 약수$\}$
④ $A=\{x|x$는 10보다 작은 짝수$\}$
⑤ $A=\{x|x$는 2보다 크고 10보다 작은 짝수$\}$

03
주어진 집합을 모두 원소나열법으로 나타내어 본다.

04 세 집합
$A=\{x|x$는 4의 약수$\}$, $B=\{x|x$는 8의 약수$\}$,
$C=\{x|x$는 16의 약수$\}$
의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A\subset B\subset C$ ② $A\subset C\subset B$ ③ $B\subset A\subset C$
④ $B\subset C\subset A$ ⑤ $C\subset B\subset A$

04
세 집합을 각각 원소나열법으로 나타내어 보면 세 집합의 포함 관계를 알 수 있다.

05 집합 $A=\{x|x$는 $10\le x\le 20$인 홀수$\}$에 대하여 옳은 것만을 |보기|에서 있는 대로 골라라.

|보기|
ㄱ. $\emptyset\subset A$ ㄴ. $11\notin A$
ㄷ. $\{15, 19\}\subset A$ ㄹ. $\{17\}\in A$

05
$\in$, $\notin$는 원소와 집합 사이의 관계를 나타내는 기호이고 $\subset$, $\not\subset$는 집합과 집합 사이의 관계를 나타내는 기호이다.

06 두 집합 $A=\{x|x$는 15의 약수$\}$, $B=\{1, a-1, 5, b\}$에 대하여 $A\subset B$이고 $B\subset A$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)

06
서로 같은 두 집합은 모든 원소가 같다.

07 집합 $A=\{1, \{1, 2\}\}$의 진부분집합을 구하여라.

07
진부분집합은 자기 자신을 포함하지 않는 부분집합이다.

02 부분집합의 개수

필수 개념

1. 부분집합의 개수

집합 $\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$에 대하여

(1) **부분집합의 개수**: 2^n

(2) **진부분집합의 개수**: 2^n-1

(3) **특정한 원소 p개를 반드시 포함하는 (포함하지 않는) 부분집합의 개수**: 2^{n-p}

예 집합 $A=\{a, b, c\}$에 대하여

(1) 집합 A의 부분집합은

원소의 개수가 0인 부분집합: $\varnothing$

원소의 개수가 1인 부분집합: $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$

원소의 개수가 2인 부분집합: $\{a, b\}$, $\{b, c\}$, $\{c, a\}$

원소의 개수가 3인 부분집합: $\{a, b, c\}$

(2) 집합 A의 부분집합의 개수는 $2^3=8$

(3) 집합 A의 진부분집합은 $\{a, b, c\}$를 포함하지 않으므로 그 개수는 $2^3-1=7$

(4) 원소 a를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{3-1}=2^2=4$

⇨ $\{a\}$, $\{a, b\}$, $\{c, a\}$, $\{a, b, c\}$의 4

원소 a를 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{3-1}=2^2=4$

⇨ $\varnothing$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{b, c\}$의 4

원소 a를 포함하지 않는 부분집합에 a를 끼워 넣으면 a를 반드시 포함하는 부분집합이 된다.

01 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 원소의 개수가 2인 부분집합의 개수를 구하여라.

02 집합 $A=\{x \mid x$는 20 이하의 5의 배수$\}$에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \subset A$

② 원소의 개수가 1인 부분집합의 개수는 4이다.

③ 원소의 개수가 2인 부분집합의 개수는 6이다.

④ 원소의 개수가 3인 부분집합의 개수는 3이다.

⑤ $\{5, 10, 15, 20\}$은 집합 A의 부분집합이다.

02

조건제시법으로 나타낸 집합은 원소나열법으로 나타낸 후 부분집합을 구해 본다.

03 집합 $A=\{x \mid x$는 10보다 작은 소수$\}$의 부분집합의 개수를 a, 진부분집합의 개수를 b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

03
원소의 개수가 n인 집합의 부분집합의 개수는 2^n, 진부분집합의 개수는 2^n-1

04 집합 $A=\{2, 5, 8, 11, 14, 17\}$의 부분집합 중 5, 11, 17을 반드시 포함하는 집합의 개수는?

① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

04
원수의 개수가 n인 집합에서 특정한 원소 p개를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-p}

05 집합 $A=\{a, b, c, d, e, f\}$의 부분집합 중 a, d를 반드시 포함하고, b, c를 포함하지 않는 집합의 개수는?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 16

05
원소의 개수가 n인 집합에서 특정한 원소 k개를 반드시 포함하고, m개를 포함하지 않는 부분집합의 개수는 2^{n-k-m}

06 집합 $A=\{x \mid x$는 n 이하의 자연수$\}$의 부분집합 중 1, 2, 3을 반드시 포함하는 집합의 개수가 32일 때, 자연수 n의 값을 구하여라.

06
부분집합은 집합 A의 원소의 개수는 n이고 특정한 원소 3개를 반드시 포함한다.

07 두 집합 $A=\{1, 4\}$, $B=\{1, 4, 6, 7, 10, 13\}$에 대하여 $A \subset X \subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하여라.

07
$A \subset X \subset B$일 때, 집합 X는 집합 A의 원소를 모두 포함하는 집합 B의 부분집합이다.

실력 확인 문제

01

두 집합 $A=\{1, 2\}$, $B=\{0, 1\}$에 대하여 집합 $X=\{a+b \mid a\in A, b\in B\}$의 원소의 합을 구하여라.

02

두 집합 A, B에 대하여 $A=\{1, 2, 4\}$이고 $A\subset B$일 때, B가 될 수 있는 집합은?

① $\varnothing$ ② $\{1, 2\}$ ③ $\{1, 2, 4, 8\}$
④ $\{2, 4, 6, 8\}$ ⑤ $\{4, 8, 12, \cdots\}$

03

삼차방정식 $x^3+x^2-2x=0$의 모든 해를 원소로 갖는 집합을 A라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-1\in A$ ② $0\in A$ ③ $2\in A$
④ $\{-2\}\in A$ ⑤ $\varnothing\not\subset A$

04

잘 나오는 내신 유형

집합 $A=\{\varnothing, 3, 5, \{3, 5\}\}$에 대하여 다음 |보기| 중 옳은 것의 개수는?

|보기|

ㄱ. $\varnothing\notin A$ ㄴ. $\varnothing\subset A$ ㄷ. $5\in A$
ㄹ. $\{3, 5\}\in A$ ㅁ. $\{3, 5\}\not\subset A$ ㅂ. $\{\varnothing\}\not\subset A$

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05

잘 나오는 수능 유형

두 집합 $A=\{a+2, a^2-2\}$, $B=\{2, 6-a\}$에 대하여 $A=B$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

06

실수 전체의 집합의 두 부분집합

$A=\{x \mid -3<x\leq 3\}$, $B=\{x \mid a-2<x<4\}$

에 대하여 $A\subset B$를 만족시키는 정수 a의 최댓값을 구하여라.

정답과 풀이 p.03

07

집합 $A=\{1, 2, \{3, 4, 5\}\}$의 원소의 개수를 a, 부분집합의 개수를 b라고 할 때, $b-a$의 값은?

① 5 ② 18 ③ 27
④ 32 ⑤ 44

08

집합 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 $1\in A$, $3\in A$, $4\notin A$를 만족하는 집합 S의 부분집합 A의 개수는?

① 4 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 32

09

잘 틀리는 내신 유형

집합 $A=\{3, 4, 5, 6, 7\}$의 부분집합 중 4 또는 7을 반드시 포함하는 집합의 개수는?

① 8 ② 12 ③ 16
④ 24 ⑤ 32

10

집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 부분집합 중 적어도 하나의 소수를 원소로 갖는 집합의 개수는?

① 14 ② 16 ③ 26
④ 28 ⑤ 32

11

집합 $A=\{x\,|\,x$는 6의 약수$\}$에 대하여 원소가 짝수이거나 모든 원소의 곱이 짝수인 부분집합의 개수를 구하여라.

12

잘 나오는 수능 유형

전체집합 $U=\{x\,|\,x$는 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A=\{x\,|\,x$는 4의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 12의 약수$\}$일 때, $A\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수를 구하여라.

필수 개념 03

집합의 연산 법칙

1. 집합의 연산

(1) **합집합**: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 또는 } x \in B\}$

(2) **교집합**: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$

(3) **차집합**: $A - B = \{x \mid x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$

(4) **여집합**: 전체집합 U의 부분집합 A에 대하여 $A^C = \{x \mid x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$

2. 집합의 연산 법칙

(1) **교환법칙**: $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$

(2) **결합법칙**: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$,
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(3) **분배법칙**: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

3. 드모르간의 법칙

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

(1) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

(2) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

서로소

두 집합 A, B 사이에 공통인 원소가 하나도 없을 때, 즉 $A \cap B = \emptyset$일 때 집합 A와 집합 B는 서로소라고 한다.

여집합과 차집합의 성질

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

(1) $A \cup A^C = U$, $A \cap A^C = \emptyset$

(2) $(A^C)^C = A$

(3) $U^C = \emptyset$, $\emptyset^C = U$

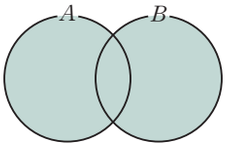
(4) $U - A = A^C$

(5) $A - B = A \cap B^C$

01 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

에 대하여 오른쪽 그림의 벤다이어그램에서 색칠한 부분에 해당하는 집합의 원소의 개수는?



① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

01
주어진 벤다이어그램에서 색칠한 부분은 $A \cup B$를 나타낸다.

02 두 집합 $A = \{-1, a^2+2, 5, 6\}$, $B = \{a^2-2a-4, 3, 9, 10\}$에 대하여 $A \cap B = \{-1, 3\}$일 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

02
두 집합 A, B에 모두 -1, 3을 원소로 갖는다.

03 집합 $A=\{3, 5, 7, 9\}$와 서로소인 집합만을 |보기|에서 있는 대로 골라라.

| 보기 |

ㄱ. $\{x|x$는 한 자리의 소수$\}$
ㄴ. $\{x|x$는 4의 약수$\}$
ㄷ. $\{x|x$는 10보다 작은 2의 배수$\}$
ㄹ. $\{x|x$는 9의 약수$\}$

03
주어진 집합을 원소나열법으로 나타낸 후 공통인 원소가 없는 것을 찾는다.

04 자연수 k의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k라고 할 때, $A_3 \cap (A_2 \cap A_4)$가 나타내는 집합은?

① A_2 ② A_3 ③ A_4
④ A_6 ⑤ A_{12}

04
$A_2 \cap A_4$는 2와 4의 최소공배수의 배수의 집합이다.

05 전체집합 $U=\{x|x$는 24의 약수$\}$의 두 부분집합 $A=\{2, 3, 6, 8, 12\}$, $B=\{3, 6, 24\}$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) A^C (2) B^C
(3) $A-B$ (4) $A^C \cap B^C$

05
$A-B=A \cap B^C$
$A^C \cap B^C=(A \cup B)^C$

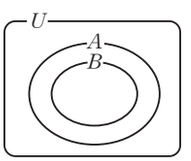
06 전체집합 $U=\{x|x$는 8 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \cap B=\{1, 3\}$, $A-B=\{2, 5\}$, $(A \cup B)^C=\{6, 8\}$일 때, 집합 B를 구하여라.

06
전체집합 U의 원소가 빠짐없이 어느 집합에든 포함되어 있어야 한다.

07 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $B \subset A$가 성립할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B=A$ ② $A \cup B=B$ ③ $B^C \subset A^C$
④ $B-A=\varnothing$ ⑤ $A \cup B^C=\varnothing$

07



필수 개념 04 원소의 개수

1. 합집합의 원소의 개수

세 유한집합 A, B, C에 대하여

(1) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

(2) $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$
$-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$

2. 여집합과 차집합의 원소의 개수

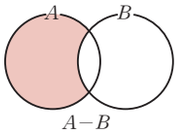
(1) 전체집합 U의 부분집합 A에 대하여

$n(A^C)=n(U)-n(A)$

(2) $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)$
$=n(A\cup B)-n(B)$

■ 두 집합 A, B에 대하여 $A\cap B=\varnothing$이면 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

■ $n(A-B)$
$=n(A\cap B^C)$
$=n(A)-n(A\cap B)$
$=n(A\cup B)-n(B)$



01 두 집합 A, B에 대하여 $n(A)=10$, $n(B)=7$, $n(A\cup B)=12$일 때, 다음을 구하여라.

(1) $n(A\cap B)$ (2) $n(A-B)$

01
$n(A-B)$
$=n(A)-n(A\cap B)$
$=n(A\cup B)-n(B)$

02 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=30$, $n(A)=10$, $n(B)=20$, $n(A\cap B)=5$일 때, 다음을 구하여라.

(1) $n(A^C)$ (2) $n(A\cup B)$ (3) $n(A^C\cap B^C)$

02
전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여
$A^C\cap B^C=(A\cup B)^C$

03 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=50$, $n(A)=26$, $n(B)=18$, $n(A^C\cup B^C)=45$일 때, $n(A\cup B)$는?

① 33 ② 35 ③ 37
④ 39 ⑤ 41

03
전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여
$A^C\cup B^C=(A\cap B)^C$

04 세 집합 A, B, C에 대하여 $n(A)=5$, $n(B)=7$, $n(C)=9$, $n(A\cap B)=2$, $n(C\cap A)=2$, $n(B\cup C)=13$, $n(A\cap B\cap C)=1$일 때, $n(A\cup B\cup C)$를 구하여라.

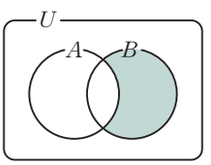
04
$n(B\cap C)$를 먼저 구한다.

05 두 집합 $A=\{x\,|\,x$는 6 이하의 자연수$\}$, $B=\{2, 3, 5, 7\}$에 대하여 $n(A\cup B)-n(A\cap B)$는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

05
집합 A를 원소나열법으로 나타낸다.

06 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $n(U)=10$, $n(A)=6$, $n(B)=5$, $n((A\cup B)^C)=1$일 때, 오른쪽 그림의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



06
벤다이어그램의 색칠한 부분은 $B-A$이다.

07 어떤 학급의 학생 중 야구 경기를 시청한 학생 수는 22명, 농구 경기를 시청한 학생 수는 13명, 야구 경기와 농구 경기를 모두 시청한 학생 수는 10명이라고 한다. 이때 야구 경기 또는 농구 경기를 시청한 학생 수는?

① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

07
~이거나, ~ 또는 ⇨ 합집합
~이고, 모두 ⇨ 교집합

08 전체 인원이 35명인 영화 감상 동아리에서 A 영화를 감상한 학생은 18명, B 영화를 감상한 학생은 16명, 두 영화 A, B를 모두 감상한 학생은 5명이다. 이때 두 영화 A, B를 모두 감상하지 않은 학생 수를 구하여라.

08
둘 다 ~ 하지 않는 ⇨ 여집합

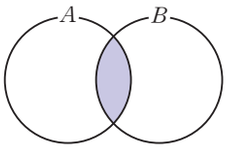
실력 확인 문제

01

두 집합

$A=\{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 15의 약수$\}$

에 대하여 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합은?



① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

02

두 집합 $A=\{2, 2a+1, 4\}$, $B=\{3, 5, 3a+1\}$에 대하여 $A\cup B=\{2, 3, 4, 5, 7\}$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

03

두 집합

$A=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$, $B=\{x \mid x^2+ax-12=0\}$

에 대하여 $A\cup B=\{-6, 2, 3\}$이고 $A\cap B=\{b\}$일 때, $a+b$의 값은? (단 a, b는 상수이다.)

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

04

두 집합 A, B에 대하여

$A=\{1, 2\}$, $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

일 때, 집합 A와 서로소인 집합 B의 모든 원소의 합을 구하여라.

05

두 집합 A, B에 대하여

$B=\{2, 4, 7, 9\}$,

$(A-B)\cup(B-A)=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

일 때, 집합 A의 모든 원소의 합은?

① 11 ② 15 ③ 20
④ 22 ⑤ 25

06

잘 나오는 내신 유형

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cap(A-B)^C$을 간단히 하면?

① $A-B$ ② $B-A$ ③ $A\cap B$
④ $A^C\cap B^C$ ⑤ $A^C\cup B^C$

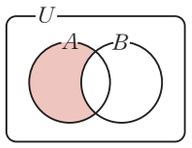
정답과 풀이 p.07

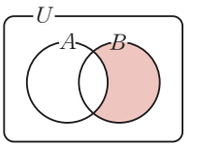
07

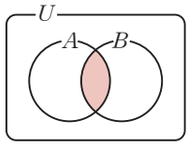
전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 ◎을

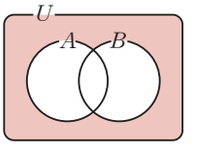
$$A◎B=A^C\cap B^C$$

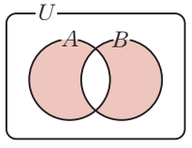
으로 정의할 때, 다음 중 $(A◎B)◎B$를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

08

잘 나오는 수능 유형

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$$n(U)=40,\ n(A\cap B)=6$$

일 때, $n(A^C\cup B^C)$을 구하여라.

09

세 집합 A, B, C에 대하여 $A\cap B=\varnothing$, $n(A)=8$, $n(B)=11$, $n(C)=7$, $n(A\cup C)=10$, $n(B\cup C)=17$일 때, $n(A\cup B\cup C)$를 구하여라.

10

두 집합 A, B에 대하여

$$n(A)=10,\ n(A-B)=6,\ n(B)=8$$

일 때, $(B-A)\subset X\subset B$를 만족시키는 집합 X의 개수는?

① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

11

잘 틀리는 내신 유형

100 이하의 자연수의 집합의 부분집합 중 자연수 k의 배수의 집합을 A_k라고 할 때, $n(A_2\cap(A_3\cup A_9))$는?

① 5 ② 11 ③ 16
④ 22 ⑤ 33

필수 개념

05 명제와 진리집합

1. 명제와 조건

(1) **명제**: 참, 거짓을 판별할 수 있는 문장이나 식

(2) **조건**: 변수 x를 포함하면서 x의 값에 따라 참, 거짓이 결정되는 문장이나 식

예 '4는 2의 배수이다.'는 참, 거짓을 판별할 수 있으므로 명제이고, '$2x=6$'은 x의 값에 따라 참, 거짓이 결정되므로 조건이다.

2. 진리집합

전체집합 U의 원소 중에서 조건 p가 참이 되도록 하는 모든 원소로 이루어진 집합을 조건 p의 진리집합이라고 한다.

3. 명제와 조건의 부정

명제 또는 조건 p에 대하여 'p가 아니다.'를 p의 부정이라고 하며, 기호 $\sim p$로 나타낸다.

참고

조건 p의 진리집합을 P라고 하면 $\sim p$의 진리집합은 P^C이다.

일반적으로 명제 또는 조건은 $p, q, r, \cdots$ 등으로 나타내고 조건 $p, q, r, \cdots$의 진리집합은 $P, Q, R, \cdots$로 나타낸다. 또, 특별한 언급이 없으면 전체집합은 실수 전체의 집합으로 생각한다.

$\sim p$의 부정은 p이다.
⇨ $\sim(\sim p)=p$

01 다음 |보기|에서 명제만을 있는 대로 골라라.

|보기|

ㄱ. 6은 홀수이다.
ㄴ. $x^2-2x-3=0$
ㄷ. 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.
ㄹ. 수학은 재미있다.

01
주어진 문장이 거짓이어도 참, 거짓을 판별할 수 있으면 명제이다.

02 전체집합 $U=\{x \mid x$는 실수$\}$에 대하여 조건

p: x는 5보다 작은 자연수이다.

의 진리집합을 구하여라.

02
조건이 참이 되도록 하는 x의 값을 구한다.

03 전체집합 $U=\{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$에 대하여 두 조건

p: x는 20의 약수, q: x는 소수

의 진리집합을 각각 P, Q라고 할 때, 집합 $P \cap Q$의 원소의 개수를 구하여라.

03
조건이 참이 되도록 하는 진리집합의 원소를 원소나열법으로 나타내어 본다.

04 다음 명제의 부정을 말하고, 그 참, 거짓을 판별하여라.

(1) 12는 3의 배수이다.

(2) $5 \leq 3$

04
(2) '작거나 같다.'의 부정은 '크다.'

05 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건의 부정을 말하고, 부정의 진리집합을 구하여라.

(1) p: x는 짝수이다.

(2) q: $x^2+1<10$

05
(2) 전체집합의 원소 중 부등식의 해만 진리집합의 원소가 된다.

06 실수 전체의 집합에 대하여 두 조건

p: $x<4-x$, q: $x<2x+5$

일 때, 다음 조건의 진리집합을 구하여라.

(1) p 그리고 q

(2) $\sim p$ 또는 q

06
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 할 때
p 또는 q ⇨ $P \cup Q$
p 그리고 q ⇨ $P \cap Q$

07 조건 '두 실수 x, y는 모두 무리수이다.'의 부정은?

① 두 실수 x, y는 모두 유리수이다.
② 두 실수 x, y 중 하나는 반드시 무리수이다.
③ 두 실수 x, y 중 적어도 하나는 무리수이다.
④ 두 실수 x, y는 모두 유리수가 아니다.
⑤ 두 실수 x, y 중 적어도 하나는 유리수이다.

07
조건 '모두 ~가 아니다.'의 부정은 '적어도 하나는 ~이다.' 이다.

필수 개념 06 명제 $p \longrightarrow q$

1. 명제 $p \longrightarrow q$의 참, 거짓

(1) 두 조건 p, q에 대하여 명제 'p이면 q이다.'를 기호 $p \longrightarrow q$로 나타낸다. 이때 p를 가정, q를 결론이라고 한다.

(2) 명제 $p \longrightarrow q$에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 할 때

① 명제 $p \longrightarrow q$가 참이면 $P \subset Q$이다.
또, $P \subset Q$이면 명제 $p \longrightarrow q$가 참이다.

② 명제 $p \longrightarrow q$가 거짓이면 $P \not\subset Q$이다.
또, $P \not\subset Q$이면 명제 $p \longrightarrow q$가 거짓이다.

2. '모든' 또는 '어떤'이 들어 있는 명제의 참, 거짓

전체집합 U에 대하여 조건 p의 진리집합을 P라고 할 때

(1) 명제 '모든 x에 대하여 p이다.'는 $P=U$이면 참이고, $P \neq U$이면 거짓이다.

(2) 명제 '어떤 x에 대하여 p이다.'는 $P=\emptyset$이면 거짓이고, $P \neq \emptyset$이면 참이다.

명제 $p \longrightarrow q$에서 가정 p는 만족시키지만 결론 q를 만족시키지 않는 예가 존재할 때, 이러한 예를 반례라 하고, 명제 $p \longrightarrow q$가 거짓임을 판별할 때 반례가 하나라도 있음을 보이면 된다.

01 다음 명제의 가정과 결론을 각각 말하여라.

(1) $x=2$이면 $2x+1=5$이다.

(2) 두 삼각형이 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다.

01
두 조건 p, q에 대하여 명제를 'p이면 q이다.'의 꼴로 나타냈을 때 p는 가정, q는 결론이다.

02 다음 명제의 참, 거짓을 판별하여라.

(1) $x>0$이면 $2x+4>0$이다.

(2) $a+b$가 유리수이면 a, b도 모두 유리수이다.

02
(2) 진리집합을 구하기 힘들 때에는 반례를 찾아 참, 거짓을 판별한다.

03 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라고 할 때, 다음 물음에 답해 보자.

p: x는 6의 약수, q: x는 12의 약수, r: x는 15의 약수

(1) 두 집합 P와 Q, P와 R의 포함 관계를 각각 말하여라.

(2) 명제 $p \longrightarrow q$, $p \longrightarrow r$의 참, 거짓을 각각 판별하여라.

03
주어진 조건의 진리집합을 벤다이어그램으로 나타내면 세 집합 사이의 포함 관계를 파악할 수 있다.

04 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. 명제 $p \longrightarrow q$가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $Q \subset P$ ② $P \cap Q = Q$ ③ $P \cup Q = Q$
④ $P - Q = U$ ⑤ $Q - P = \varnothing$

04
명제 $p \longrightarrow q$가 참일 때, 두 집합 P, Q를 벤다이어그램으로 나타내어 본다.

05 명제 'x가 24의 약수이면 12의 약수이다.'가 거짓임을 보여 주는 반례의 x의 값로 알맞은 것은?

① 2 ② 3 ③ 6
④ 8 ⑤ 12

05
반례는 24의 약수이지만 12의 약수는 아닌 것이다.

06 두 조건

p: $x < 1$, q: $x - a < 4$

에 대하여 명제 $p \longrightarrow q$가 참일 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $-5 \le a \le -3$ ② $a \ge -3$ ③ $a \le 1$
④ $1 < a < 3$ ⑤ $a \ge 3$

06
명제 $p \longrightarrow q$가 참일 때, 두 조건 p, q의 진리집합 P, Q에 대하여 $P \subset Q$이다.

07 다음 명제의 참, 거짓을 판별하여라.

(1) 모든 실수 x에 대하여 $x^2 + 1 \ge 0$이다.
(2) 어떤 자연수 x에 대하여 $x + 1 = 0$이다.

07
'모든'이 들어 있는 명제는 반례가 하나만 존재해도 거짓이고, '어떤'이 들어 있는 명제는 그 명제를 참이 되게 하는 예가 하나만 있어도 참이다.

08 다음 명제의 부정을 말하고, 그 참, 거짓을 판별하여라.

(1) 모든 자연수 x에 대하여 $x^2 \ge 4x - 4$이다.
(2) 어떤 실수 x에 대하여 $x^2 + x + 1 \le 0$이다.

08
'모든'을 부정하면 '어떤'이고 '어떤'을 부정하면 '모든'이다.

07 명제의 역과 대우

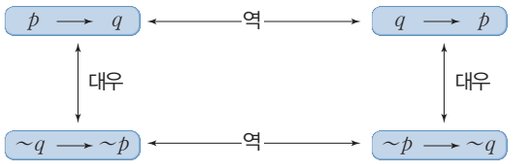
필수 개념

1. 명제의 역과 대우

명제 $p \longrightarrow q$에 대하여

(1) **역**: 가정 p와 결론 q를 바꾼 명제, 즉 명제 $q \longrightarrow p$

(2) **대우**: 가정 p와 결론 q를 부정하여 바꾼 명제, 즉 명제 $\sim q \longrightarrow \sim p$



2. 명제와 그 대우의 참, 거짓

(1) 명제 $p \longrightarrow q$와 그 대우 $\sim q \longrightarrow \sim p$의 참, 거짓은 항상 일치한다.

(2) 명제 $p \longrightarrow q$와 그 역 $q \longrightarrow p$의 참, 거짓은 서로 상관없다.

3. 삼단논법

명제 $p \longrightarrow q$가 참이고 명제 $q \longrightarrow r$가 참이면 명제 $p \longrightarrow r$도 참이다.

4. 대우를 이용한 증명법과 귀류법

(1) **대우를 이용한 증명법**: 명제가 참이면 그 대우도 참임을 이용하여 증명하는 방법

(2) **귀류법**: 명제를 부정한 다음 모순을 이끌어 냄으로써 원래 명제가 참임을 보이는 방법

세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R라고 할 때, 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow r$가 참이면 $P \subset Q$, $Q \subset R$이므로 $P \subset R$, 즉 명제 $p \longrightarrow r$도 참이다.

어떤 명제와 그 대우의 참, 거짓은 일치하므로 명제가 참임을 보일 때 그 대우가 참임을 보여도 된다.

01 다음 명제의 역과 대우를 말하여라.

(1) n이 4의 약수이면 8의 약수이다.

(2) $a+b>0$이면 $a>0$ 또는 $b>0$이다.

01

명제의 가정과 결론을 앞뒤로 바꾸면 역이고, 명제의 가정과 결론을 부정하여 앞뒤를 바꾸면 대우이다.

02 다음 명제의 역의 참, 거짓을 판별하여라.

(1) $x>2$이면 $x^2>4$이다.

(2) 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

02

명제와 그 역의 참, 거짓은 반드시 일치하는 것은 아니다.

03 다음 명제와 그 대우의 참, 거짓을 판별하여라.

(1) $x=1$이면 $x^2-2x+1=0$이다.

(2) 마름모의 두 대각선은 직교한다.

03
명제가 참이면 그 명제의 대우도 반드시 참이다.

04 명제 $p \longrightarrow \sim q$가 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $\sim p \longrightarrow q$ ② $q \longrightarrow p$ ③ $q \longrightarrow \sim p$
④ $\sim q \longrightarrow p$ ⑤ $\sim q \longrightarrow \sim p$

04
명제 $p \longrightarrow \sim q$의 대우를 찾는다.

05 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라고 하자. 명제 $p \longrightarrow q$의 역이 참일 때, 다음 중 $Q \cap P^C$과 같은 집합은?

① P ② Q ③ P^C
④ Q^C ⑤ $\varnothing$

05
두 집합 사이의 포함 관계를 벤다이어그램으로 나타내어 본다.

06 세 조건 p, q, r에 대하여 두 명제 $p \longrightarrow q$, $q \longrightarrow \sim r$가 참일 때, 다음 명제 중 항상 참이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① $r \longrightarrow \sim q$ ② $r \longrightarrow q$ ③ $p \longrightarrow \sim r$
④ $r \longrightarrow \sim p$ ⑤ $\sim q \longrightarrow \sim p$

06
명제가 참이면 그 대우도 참이다.

07 다음은 자연수 n에 대하여 명제 'n^2이 4의 배수이면 n은 2의 배수이다.'가 참임을 보이는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 써넣어라.

| 증명 |

주어진 명제의 [(가)]인 'n이 2의 배수가 아니면 n^2은 4의 배수가 아니다.'를 증명하면 된다. 이때, n이 2의 배수가 아니므로 $n=2k-1$ (k는 자연수)로 나타낼 수 있다.

$n^2=($ [(나)] $)^2=4($ [(다)] $)+1$

즉, n^2은 4의 배수가 아니다.

따라서 주어진 명제의 [(가)]가 참이므로 명제 'n^2이 4의 배수이면 n은 2의 배수이다.'도 참이다.

07
명제와 그 대우의 참, 거짓은 일치하므로 명제를 증명하기 어려울 때에는 대우를 증명한다.