풍산자

반복 수학

확률과 통계

구성과 특징

풍산자 반복수학
이렇게 특별합니다.

1
한 권으로 기본 개념과 연산 실력 완성!

- 개념과 연산을 동시에 학습할 수 있도록 구성하여 기본 실력 완성
- 개념과 연산 유형의 집중학습으로 수학 실력을 쌓고 자신감을 기르며 실전에서는 킬러 문제에 시간을 할애

2
소단원별로 분석하여 체계적이고 최적인 주제별 구성!

- 소단원별로 학습 이해의 흐름에 맞춰 주제별 개념과 연산 유형을 체계적으로 학습
- 주제별 개념과 연산 학습으로 빈틈없는 기본 실력 향상

3
스스로 쉽게 학습할 수 있는 문제 연결 학습법!

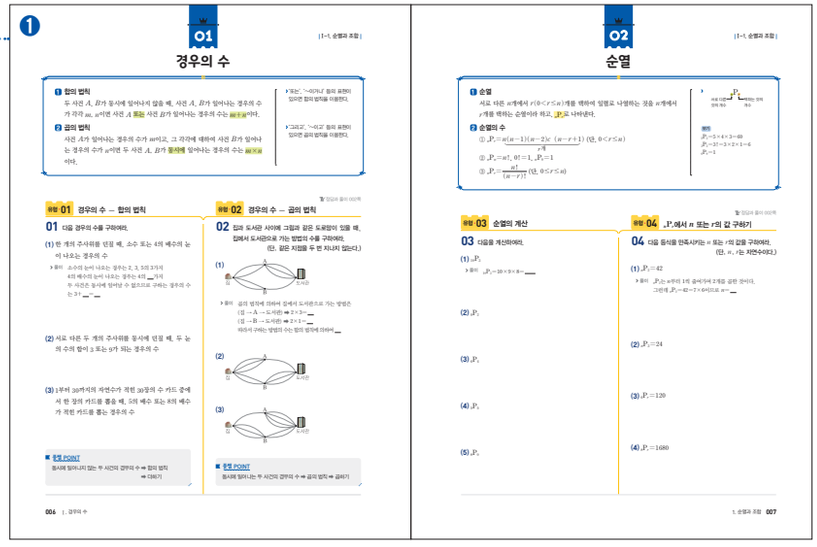
- 개념과 공식 등을 이용하여 바로바로 적용하여 풀 수 있도록 구성하여 수학의 기본 개념과 연산을 스스로 완성
- 개념 정리부터 연산 유형까지 풀면서 저절로 원리를 터득

정확하고 빠른 풀이를 위한
반복 훈련서

풍산자 반복수학
이렇게 구성하였습니다.

❶ 주제별 개념 정리와 연산 유형

- 주제별로 중요한 개념 정리와 문제 풀이에 도움이 되는 참고, 보기, 보충 설명 제시
- 빈틈없는 개념과 연산학습이 이루어지도록 체계적으로 연산 유형 분류
- ■ 풍쌤 POINT 에서 연산 학습의 비법, 공식 등을 다시 한번 체크

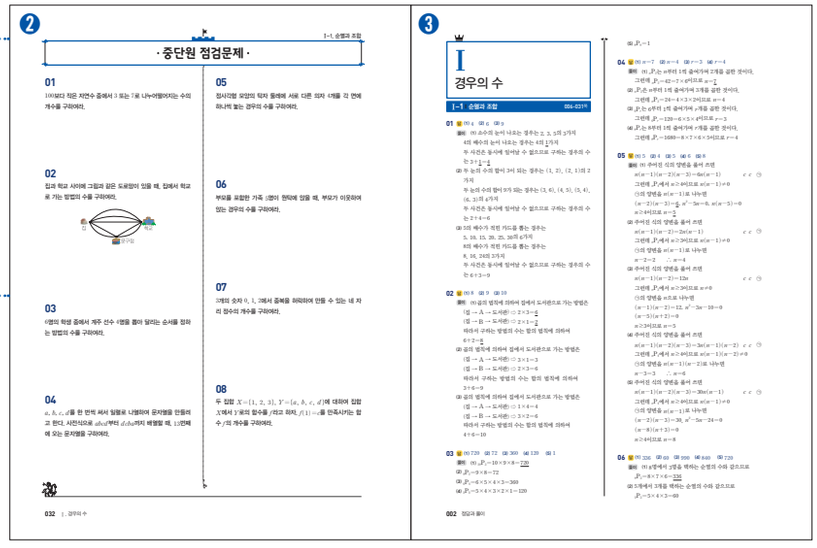


❷ 중단원 점검문제

- 실력을 점검하여 취약한 개념, 연산을 스스로 체크하고 보충 학습이 가능하도록 구성

❸ 정답과 풀이

- 문제 해결 과정이 보이는 자세하고 쉬운 풀이 제공



차례

Ⅰ 경우의 수

1. 순열과 조합 006
2. 이항정리 034

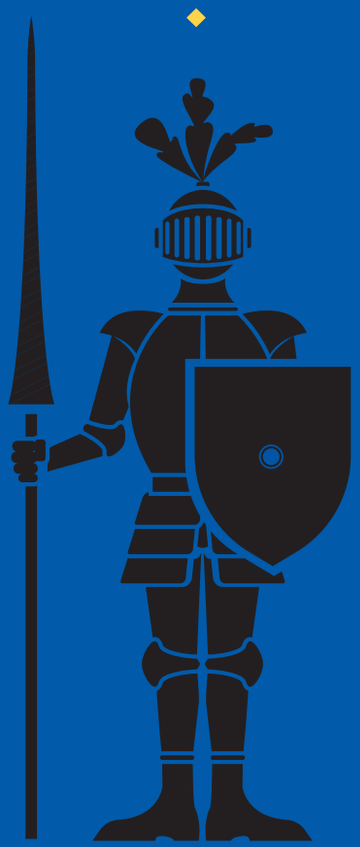
Ⅱ 확률

1. 확률의 뜻과 활용 044
2. 조건부확률 060

Ⅲ 통계

1. 확률분포 080
2. 통계적 추정 110

I
경우의 수



1. 순열과 조합
2. 이항정리

01

경우의 수

1 합의 법칙

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이면 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$이다.

› '또는', '~이거나' 등의 표현이 있으면 합의 법칙을 이용한다.

2 곱의 법칙

사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n이면 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$이다.

› '그리고', '~이고' 등의 표현이 있으면 곱의 법칙을 이용한다.

정답과 풀이 002쪽

유형 01 경우의 수 — 합의 법칙

01 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 한 개의 주사위를 던질 때, 소수 또는 4의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

› 풀이 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지
4의 배수의 눈이 나오는 경우는 4의 __가지
두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는 3+__=__

(2) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 합이 3 또는 9가 되는 경우의 수

(3) 1부터 30까지의 자연수가 적힌 30장의 수 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 5의 배수 또는 8의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우의 수

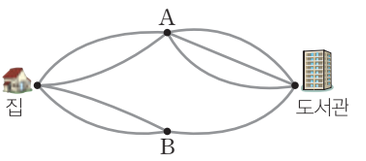
풍쌤 POINT

동시에 일어나지 않는 두 사건의 경우의 수 ➡ 합의 법칙 ➡ 더하기

유형 02 경우의 수 — 곱의 법칙

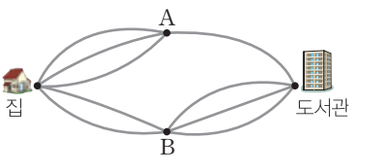
02 집과 도서관 사이에 그림과 같은 도로망이 있을 때, 집에서 도서관으로 가는 방법의 수를 구하여라. (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)

(1)

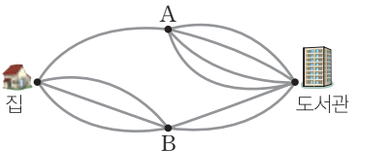


› 풀이 곱의 법칙에 의하여 집에서 도서관으로 가는 방법은
(집 → A → 도서관) ➡ 2×3=__
(집 → B → 도서관) ➡ 2×1=__
따라서 구하는 방법의 수는 합의 법칙에 의하여 __

(2)



(3)



풍쌤 POINT

동시에 일어나는 두 사건의 경우의 수 ➡ 곱의 법칙 ➡ 곱하기

02

순열

1 순열

서로 다른 n개에서 $r(0<r\le n)$개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n개에서 r개를 택하는 순열이라 하고, ${}_nP_r$로 나타낸다.

2 순열의 수

① ${}_nP_r=\underbrace{n(n-1)(n-2)c\ (n-r+1)}_{r\text{개}}$ (단, $0<r\le n$)

② ${}_nP_n=n!$, $0!=1$, ${}_nP_0=1$

③ ${}_nP_r=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0\le r\le n$)

› ${}_nP_r$
n: 서로 다른 것의 개수
r: 택하는 것의 개수

보기
${}_5P_3=5\times4\times3=60$
${}_3P_3=3!=3\times2\times1=6$
${}_6P_0=1$

정답과 풀이 002쪽

유형 03 순열의 계산

03 다음을 계산하여라.

(1) ${}_{10}P_3$

› 풀이 ${}_{10}P_3=10\times9\times8=$____

(2) ${}_9P_2$

(3) ${}_6P_4$

(4) ${}_5P_5$

(5) ${}_8P_0$

유형 04 ${}_nP_r$에서 n 또는 r의 값 구하기

04 다음 등식을 만족시키는 n 또는 r의 값을 구하여라. (단, n, r는 자연수이다.)

(1) ${}_nP_2=42$

› 풀이 ${}_nP_2$는 n부터 1씩 줄여가며 2개를 곱한 것이다.
그런데 ${}_nP_2=42=7\times6$이므로 $n=$__

(2) ${}_nP_3=24$

(3) ${}_6P_r=120$

(4) ${}_8P_r=1680$

유형·05 순열의 식에서 n의 값 구하기

05 다음 등식을 만족시키는 n의 값을 구하여라.
(단, n은 자연수이다.)

(1) ${}_nP_4=6{}_nP_2$

› 풀이 주어진 식의 양변을 풀어 쓰면
$n(n-1)(n-2)(n-3)=6n(n-1)$ c c ㉠
그런데 ${}_nP_4$에서 $n\geq4$이므로 $n(n-1)\neq0$
㉠의 양변을 $n(n-1)$로 나누면
$(n-2)(n-3)=6$, $n^2-5n=0$
$n(n-5)=0$
$n\geq4$이므로 $n=$__

(2) ${}_nP_3=2{}_nP_2$

(3) ${}_nP_3=12{}_nP_1$

(4) ${}_nP_4=3{}_nP_3$

(5) ${}_nP_4=30{}_nP_2$

풍쌤 POINT
${}_nP_r=\underbrace{n(n-1)(n-2)\,c\,(n-r+1)}$
n부터 1씩 줄여가며 r개를 곱한 것

유형·06 순열을 이용한 경우의 수 (1)

06 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 8명의 학생 중에서 반장, 부반장, 총무를 1명씩 뽑는 경우의 수

› 풀이 8명에서 3명을 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_8P_3=8\times7\times6=$____

(2) 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 세 자리 수의 개수

(3) 11명의 학생 중에서 3명을 뽑아 서로 다른 의자에 앉히는 경우의 수

(4) 서로 다른 7개의 깃발 중에서 4개를 골라 일렬로 꽂는 경우의 수

(5) 서로 다른 아파트에 사는 6명의 친구네 집을 한 번씩 모두 방문하는 방법의 수

풍쌤 POINT
서로 다른 n개에서 r개를 택하여 일렬로 나열 ➡ ${}_nP_r$

유형·07 순열을 이용한 경우의 수 (2)

07 다음에서 n 또는 r의 값을 구하여라.

(1) n명의 학생 중에서 수학 부장, 영어 부장을 1명씩 뽑는 경우의 수가 90일 때, n의 값

› 풀이 서로 다른 n명에서 2명을 택하는 순열의 수가 90이므로
${}_nP_2=90=10\times9$ $\therefore n=$___

(2) 서로 다른 8개의 화분 중에서 r개를 골라 일렬로 나열하는 방법의 수가 56일 때, r의 값

(3) 서로 다른 n권의 문학책 중에서 3권을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수가 210일 때, n의 값

(4) n명의 동호회 회원 중에서 회장, 부회장, 총무를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수가 720일 때, n의 값

(5) 11명의 학생 중에서 r명을 뽑아 의자에 앉히는 방법의 수가 990일 때, r의 값

유형·08 이웃하는 경우의 순열

08 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 여자 2명, 남자 4명을 일렬로 세울 때, 남자 4명이 이웃하여 서는 경우의 수

› 풀이 남자 4명을 한 묶음으로 보면 총 3묶음이고, 3묶음을 일렬로 세우는 경우는 수는 3!
묶음 안의 남자 4명을 일렬로 세우는 경우는 수는 4!
따라서 곱의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
$3!\times4!=6\times24=$___

(2) 부모 2명, 자녀 3명이 일렬로 서서 사진을 찍을 때, 부모끼리 이웃하여 서는 경우의 수

(3) f, r, i, e, n, d를 일렬로 배열할 때, 자음끼리 이웃하는 경우의 수

(4) 축구 선수 3명, 농구 선수 3명이 일렬로 설 때, 축구 선수는 축구 선수끼리, 농구 선수는 농구 선수끼리 이웃하여 서는 경우의 수

풍쌤 POINT

'이웃한다' ➡ 한 묶음으로 생각하여 나열한다.
➡ 묶음 안에서 나열하는 경우를 생각한다.

유형·09 이웃하지 않는 경우의 순열

09 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 여자 2명, 남자 4명을 일렬로 세울 때, 여자끼리 이웃하지 않게 서는 경우의 수

› 풀이 남자 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 4!

∨ 남 ∨ 남 ∨ 남 ∨ 남 ∨

남자들 사이사이 및 양 끝의 5곳에 여자 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$

따라서 구하는 경우의 수는

$4! \times {}_5P_2 = ___ \times ___ = ____$

(2) 부모 2명, 자녀 3명이 일렬로 서서 사진을 찍을 때, 부모끼리 이웃하지 않게 서는 경우의 수

(3) 서로 다른 노란색 깃발 3개와 파란색 깃발 3개를 일렬로 꽂을 때, 노란색 깃발끼리 이웃하지 않게 꽂는 방법의 수

(4) k, o, r, e, a, n, s를 일렬로 배열할 때, 모음끼리 이웃하지 않는 경우의 수

풍쌤 POINT

'이웃하지 않는다' ➡ 다른 것들을 나열한다.

➡ 사이사이 및 양 끝에 이웃하지 않는 것들을 놓는다.

유형·10 사전식 배열의 순열

10 다음을 구하여라.

(1) 4개의 문자 a, c, e, f를 사전식으로 acef부터 feca까지 배열할 때, face가 놓이는 순서

› 풀이 a□□□꼴인 단어의 개수는 $3! = 6$

c□□□꼴인 단어의 개수는 $3! = 6$

e□□□꼴인 단어의 개수는 $3! = 6$

f□□□꼴인 단어에서 face의 순서는 첫 번째

따라서 face가 놓이는 순서는

$6+6+6+__ = __$(번째)

(2) 4개의 문자 e, n, o, s를 사전식으로 enos부터 sone까지 배열할 때, nose가 놓이는 순서

(3) 4개의 문자 a, i, t, x를 사전식으로 aitx부터 xtia까지 배열할 때, taxi가 놓이는 순서

(4) 4개의 문자 e, h, m, o를 사전식으로 ehmo부터 omhe까지 배열할 때, home이 놓이는 순서

03

원순열

1 원순열

서로 다른 n개를 원형으로 나열하는 순열

2 원순열의 수

서로 다른 n개를 원형으로 나열하는 경우의 수는 $(n-1)!$

3 다각형 순열

다각형의 둘레에 나열하는 순열의 수는

(원순열의 수)×(서로 다른 기준 위치의 수)

› 원형으로 나열할 때 회전 방향이 같은 순서의 나열은 모두 같은 것으로 본다.

› 서로 다른 n개에서 r개를 뽑아 원형으로 나열하는 방법의 수는 $\frac{{}_nP_r}{r}$

› 다각형 순열에서는 다각형의 모양에 따라 기준 위치가 하나가 아니다.

정답과 풀이 004쪽

유형·11 원탁에 둘러앉는 경우의 수(1)

11 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 여학생 2명과 남학생 2명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수

› 풀이 4명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수이므로
$(4-1)!=3!=$ ___

(2) 어린이 5명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수

(3) 선생님 2명과 학생 4명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수

(4) 3쌍의 부부가 원탁에 둘러앉는 방법의 수

풍쌤 POINT

n명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $(n-1)!$

유형·12 원탁에 둘러앉는 경우의 수(2)

12 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 여학생 2명과 남학생 2명이 원탁에 둘러앉을 때, 여학생끼리 이웃하여 앉는 방법의 수

› 풀이 여학생 2명을 1명으로 생각하면 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $(3-1)!=2!$
여학생끼리 자리를 바꿔 앉는 경우의 수는 $2!$
따라서 구하는 방법의 수는 $2!\times2!=$ ___

(2) 선생님 2명과 학생 4명이 원탁에 둘러앉을 때, 선생님끼리 이웃하여 앉는 방법의 수

(3) 3쌍의 부부가 원탁에 둘러앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 방법의 수

풍쌤 POINT

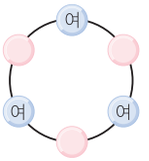
n명이 원탁에 둘러앉을 때 $r(r<n)$명이 이웃하여 앉는 방법의 수는 $(n-r)!\times r!$

유형·13 원탁에 둘러앉는 경우의 수(3)

13 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 여학생 3명과 남학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 여학생과 남학생이 교대로 앉는 방법의 수

› 풀이 여학생 3명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는 $(3-1)!=2!$
여학생과 여학생 사이의 3곳에 남학생이 앉는 방법의 수는 ${}_3P_3$
따라서 구하는 방법의 수는
$2!\times{}_3P_3=$ ___



(2) 여학생 4명과 남학생 4명이 원 모양으로 설 때, 여학생과 남학생이 번갈아가며 서는 방법의 수

(3) 여학생 2명과 남학생 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 여학생끼리 이웃하지 않게 앉는 방법의 수

(4) 어른 3명과 어린이 3명이 원탁에 둘러앉을 때, 어른끼리 이웃하지 않게 앉는 방법의 수

(5) 서로 다른 잡지 4권과 시집 3권을 원 모양으로 1권씩 놓을 때, 시집 3권을 이웃하지 않게 놓는 방법의 수

(6) 부모와 자녀 2명이 원탁에 둘러앉을 때, 부모가 서로 마주 보고 앉는 방법의 수

(7) 선생님 2명과 학생 4명이 원탁에 둘러앉을 때, 선생님이 서로 마주 보고 앉는 방법의 수

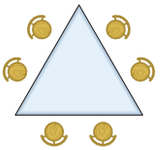
풍쌤 POINT

원형으로 배열할 때 이웃하지 않는 것이 있을 경우
① 이웃해도 상관없는 것을 원형으로 배열하기
② ①에서 배열한 것 사이에 이웃하지 않는 것을 나열하기
③ (①의 경우의 수)×(②의 경우의 수)

정답과 풀이 004쪽

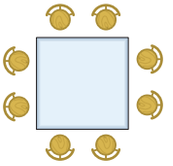
14 다음 경우의 수를 $n!$을 이용하여 나타내어라.

(1) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 6명이 둘러앉는 방법의 수

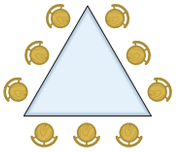


› 풀이 6명이 원형으로 둘러앉는 방법의 수는 $(6-1)!=5!$
그런데 주어진 모양의 탁자에서는 원형으로 둘러앉는 한 가지 방법에 대하여 2가지의 서로 다른 경우가 존재하므로 구하는 방법의 수는 _____

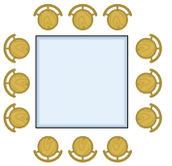
(2) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 8명이 둘러앉는 방법의 수



(3) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 9명이 둘러앉는 방법의 수

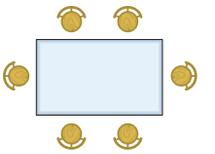


(4) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 12명이 둘러앉는 방법의 수



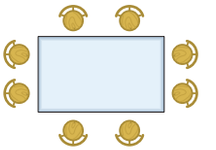
15 다음 경우의 수를 $n!$을 이용하여 나타내어라.

(1) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 6명이 둘러앉는 방법의 수

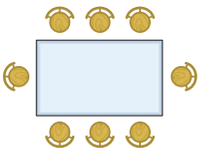


› 풀이 6명이 원형으로 둘러앉는 방법의 수는 $(6-1)!=5!$
그런데 주어진 모양의 탁자에서는 원형으로 둘러앉는 한 가지 방법에 대하여 3가지의 서로 다른 경우가 존재하므로 구하는 방법의 수는 _____

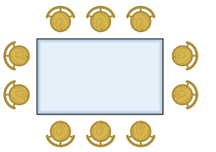
(2) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 8명이 둘러앉는 방법의 수



(3) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 8명이 둘러앉는 방법의 수



(4) 오른쪽 그림과 같은 모양의 탁자에 10명이 둘러앉는 방법의 수



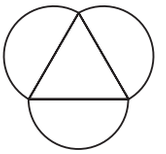
풍쌤 POINT

다각형 순열에서 ➡ (원순열의 수)×(서로 다른 기준 위치의 수)

정답과 풀이 005쪽

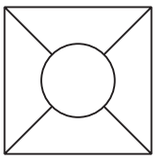
16 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 오른쪽 그림과 같이 정삼각형과 3개의 반원으로 이루어진 영역을 서로 다른 4가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수

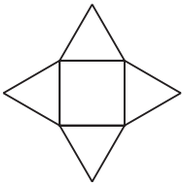


› 풀이 중앙의 삼각형을 칠하는 방법은 4가지이고, 나머지 3개의 반원을 칠하는 방법의 수는 중앙에 칠한 색을 제외한 나머지 3가지 색을 원형으로 나열하는 원순열의 수와 같으므로 $(3-1)!=2!$
따라서 구하는 방법의 수는 $4\times2!=$ __

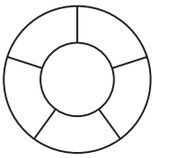
(2) 오른쪽 그림과 같이 5개의 영역으로 나누어진 정사각형을 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수 (단, 가운데 원을 제외한 4개의 도형은 모두 합동이다.)



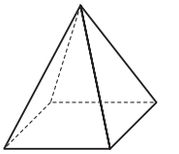
(3) 오른쪽 그림과 같이 정사각형과 4개의 정삼각형으로 이루어진 영역을 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수



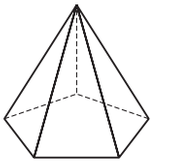
(4) 오른쪽 그림과 같이 6개의 영역으로 나누어진 원을 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수 (단, 가운데 원을 제외한 5개의 도형은 모두 합동이다.)



(5) 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 각 면을 서로 다른 5가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수



(6) 오른쪽 그림과 같은 정오각뿔의 각 면을 서로 다른 6가지 색을 모두 사용하여 색칠하는 방법의 수



풍쌤 POINT

도형을 색칠하는 방법의 수는
(중앙 부분을 색칠하는 방법의 수)
×(원순열을 이용하여 나머지 부분을 색칠하는 방법의 수)

04

중복순열

1 중복순열

서로 다른 n개에서 중복을 허락하여 r개를 택하는 순열을 중복순열이라 하고 ${}_n\Pi_r$로 나타낸다.

2 중복순열의 수

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_n\Pi_r=\underbrace{n\times n\times c\times n}_{r\text{개}}=n^r$$

› ${}_n\Pi_r$ — n: 중복 가능한 것의 개수, r: 택하는 것의 개수

› ${}_n\mathrm{P}_r$에서는 $0\le r\le n$이어야 하지만 ${}_n\Pi_r$에서는 $r>n$인 경우도 있다.

정답과 풀이 005쪽

유형·16 중복순열의 계산

17 다음을 계산하여라.

(1) ${}_4\Pi_2$

› 풀이 ${}_4\Pi_2=4^2=$ ___

(2) ${}_2\Pi_3$

(3) ${}_3\Pi_0$

(4) ${}_5\Pi_3$

(5) ${}_2\Pi_7$

유형·17 ${}_n\Pi_r$에서 n 또는 r의 값 구하기

18 다음 등식을 만족시키는 n 또는 r의 값을 구하여라. (단, n, r는 자연수이다.)

(1) ${}_3\Pi_r=81$

› 풀이 ${}_3\Pi_r=3^r=81=3^4$에서 $r=$ ___

(2) ${}_n\Pi_5=32$

(3) ${}_7\Pi_r=1$

(4) ${}_4\Pi_r=64$

(5) ${}_n\Pi_3=216$

유형·18 정수의 개수(1)

19 다음 정수의 개수를 구하여라.

(1) 4개의 숫자 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 세 자리 정수

› 풀이 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_4\Pi_3=$ ___

(2) 2개의 숫자 1, 2에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 세 자리 정수

(3) 2개의 숫자 1, 2에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리 정수

(4) 3개의 숫자 1, 2, 3에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 네 자리 정수

(5) 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 세 자리 정수

풍쌤 POINT

n개의 숫자에서 중복을 허용하여 만들 수 있는 m자리 정수의 개수는 ${}_n\Pi_m=n^m$

유형·19 정수의 개수(2)

20 다음 정수의 개수를 구하여라.

(1) 4개의 숫자 0, 1, 2, 3에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 세 자리 정수

› 풀이 백의 자리: 0이 올 수 없으므로 1, 2, 3의 3가지가 올 수 있다.
십의 자리: 중복을 허락하므로 4가지 모두 올 수 있다.
일의 자리: 중복을 허락하므로 4가지 모두 올 수 있다.
따라서 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수는
$3\times4\times4=$ ___

(2) 3개의 숫자 0, 1, 2에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 세 자리 정수

(3) 3개의 숫자 0, 1, 2에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리 정수

(4) 4개의 숫자 0, 1, 2, 3에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 네 자리 정수

(5) 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 중복을 허락하여 만들 수 있는 세 자리 정수

풍쌤 POINT

맨 앞자리에는 0이 올 수 없음에 주의한다.

유형·20 신호의 개수

21 다음을 구하여라.

(1) 네 명의 학생이 ○, × 문제에 답할 때 나올 수 있는 경우의 수

› 풀이 서로 다른 2개에서 중복을 허락하여 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_2\Pi_4=$ ___

(2) 모스 부호 · 과 −를 사용하여 신호를 만들 때, · 과 −에서 6개를 뽑아 만들 수 있는 신호의 수

(3) 기호 ∗, ○, △를 사용하여 신호를 만들 때, ∗, ○, △에서 4개를 뽑아 만들 수 있는 신호의 수

(4) 한 줄로 늘어놓은 5개의 전구를 동시에 켜거나 꺼서 만들 수 있는 신호의 수 (단, 전구가 모두 꺼진 경우는 제외한다.)

유형·21 함수의 개수

22 다음을 구하여라.

(1) 두 집합 $X=\{a, b\}$, $Y=\{1, 2, 3\}$에 대하여

① X에서 Y로의 일대일함수의 개수

② X에서 Y로의 함수의 개수

› 풀이 ① 일대일함수의 개수는 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_3\mathrm{P}_2=3\times2=$ ___

② 함수의 개수는 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로 ${}_3\Pi_2=3^2=$ ___

(2) 두 집합 $X=\{a, b, c\}$, $Y=\{x, y, z\}$에 대하여

① X에서 Y로의 일대일함수의 개수

② X에서 Y로의 함수의 개수

(3) 두 집합 $X=\{1, 2, 3\}$, $Y=\{x, y, z, w\}$에 대하여

① X에서 Y로의 일대일함수의 개수

② X에서 Y로의 함수의 개수

(4) 두 집합 $X=\{1, 2\}$, $Y=\{a, b, c, d, e\}$에 대하여

① X에서 Y로의 일대일함수의 개수

② X에서 Y로의 함수의 개수

풍쌤 POINT

두 집합 X, Y에 대하여 $n(X)=r$, $n(Y)=m$일 때

① X에서 Y로의 일대일함수의 개수 ➡ ${}_m\mathrm{P}_r$

② X에서 Y로의 함수의 개수 ➡ ${}_m\Pi_r$

정답과 풀이 006쪽

23 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) 4명의 학생을 봉사 동아리와 댄스 동아리에 배정하는 방법의 수
(단, 한 명도 배정되지 않은 동아리가 있을 수도 있다.)

› 풀이 서로 다른 2개의 동아리에서 중복을 허락하며 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_2\Pi_4=2^4=$ ___

(2) 서로 다른 학생 3명을 1반과 2반에 배정하는 방법의 수 (단, 한 명도 배정되지 않은 반이 있을 수도 있다.)

(3) 서로 다른 과일 3개를 파란 봉지, 노란 봉지, 검은 봉지에 담는 방법의 수
(단, 한 개도 담지 않은 봉지가 있을 수도 있다.)

(4) 서로 다른 휴대폰 4개를 서로 다른 3개의 서랍에 넣는 방법의 수
(단, 한 개도 넣지 않은 서랍이 있을 수도 있다.)

(5) 서로 다른 볼펜 5자루를 학생 3명에게 나누어 주는 방법의 수
(단, 볼펜을 받지 못하는 학생이 있을 수도 있다.)

(6) 서로 다른 편지 6통을 서로 다른 2개의 우체통에 넣는 방법의 수
(단, 한 통도 넣지 않은 우체통이 있을 수도 있다.)

(7) 5명의 사람이 2명의 후보에게 기명 투표하는 방법의 수 (단, 기권이나 무효는 없는 것으로 한다.)

(8) A, B, C, D, E, F, G 학생이 서로 다른 2종류의 버스에 타는 방법의 수
(단, 한 명도 타지 않은 버스가 있을 수도 있다.)

풍쌤 POINT
몇 명을 몇 군데에 배정하는 문제는 함수의 개수 문제의 변형 문제로 중복순열을 이용한다.

05

같은 것이 있는 순열

1 같은 것이 있는 순열

n개 중에서 같은 것이 각각 p개, q개, c , r개씩 있을 때, n개를 모두 일렬로 나열하는 방법의 수는

$$\frac{n!}{p!q!c\ r!}\ (\text{단, } p+q+c\ +r=n)$$

보기

a, a, b를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\frac{3!}{2!}=3$

정답과 풀이 007쪽

유형·23 문자 또는 숫자 나열하기

24 다음 경우의 수를 구하여라.

(1) a, a, b, b를 일렬로 나열하는 방법의 수

› 풀이 a가 2개, b가 2개이므로 구하는 방법의 수는

$\frac{4!}{2!2!}=$ ___

(2) 1, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 방법의 수

(3) a, a, a, a, c를 일렬로 나열하는 방법의 수

(4) 1, 1, 2, 2, 3을 일렬로 나열하는 방법의 수

풍쌤 POINT

같은 것이 있는 순열 ➡ $\frac{(\text{전체 개수})!}{(\text{같은 것의 개수})!}$

유형·24 정수의 개수(1)

25 다음 정수의 개수를 구하여라.

(1) 4개의 숫자 1, 1, 2, 2에서 3개의 숫자를 골라 만들 수 있는 세 자리 정수

› 풀이 (i) 1, 1, 2를 고르는 경우 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수는 $\frac{3!}{2!}=3$

(ii) 1, 2, 2를 고르는 경우 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수는 $\frac{3!}{2!}=3$

(i), (ii)에서 구하는 세 자리 정수의 개수는

3+___=___

(2) 5개의 숫자 1, 1, 1, 2, 2에서 3개의 숫자를 골라 만들 수 있는 세 자리 정수

(3) 5개의 숫자 1, 1, 2, 2, 2에서 4개의 숫자를 골라 만들 수 있는 네 자리 정수

(4) 6개의 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 2에서 4개의 숫자를 골라 만들 수 있는 네 자리 정수

유형·25 정수의 개수(2)

26 다음 정수의 개수를 구하여라.

(1) 4개의 숫자 0, 1, 1, 2를 모두 써서 만들 수 있는 네 자리 정수

› 풀이 (i) 0, 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=12$

(ii) 0으로 시작하는 경우의 수는 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $\frac{3!}{2!}=3$

(i), (ii)에서 구하는 네 자리 정수의 개수는

$12-__=__$

(2) 5개의 숫자 0, 1, 2, 2, 2를 모두 써서 만들 수 있는 다섯 자리 정수

(3) 5개의 숫자 0, 1, 1, 2, 2를 모두 써서 만들 수 있는 다섯 자리 정수

(4) 5개의 숫자 0, 2, 2, 2, 4를 모두 써서 만들 수 있는 다섯 자리 정수

풍쌤 POINT

맨 앞 자리에는 0이 올 수 없다.

➡ 전체 경우의 수에서 0으로 시작하는 경우의 수를 뺀다.

유형·26 같은 것이 있는 문자의 나열

27 다음을 구하여라.

(1) a, a, b, c, c, c의 6개의 문자를 모두 써서 일렬로 나열할 때

① 모든 경우의 수

② 양 끝에 c가 오는 경우의 수

③ c가 모두 이웃하는 경우의 수

› 풀이 ① a가 2개, b가 1개, c가 3개이므로 구하는 경우의 수는 $\frac{6!}{2!3!}=__$

② c□□□□c와 같이 양 끝에 c를 놓은 후 중간에 a, a, b, c를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=__$

③ c, c, c가 모두 이웃하므로 한 문자 C로 바꾸어 생각하면 a, a, b, C를 일렬로 나열하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!}=__$

(2) a, b, b, c, c의 5개의 문자를 모두 써서 일렬로 나열할 때

① 모든 경우의 수

② 양 끝에 b가 오는 경우의 수

③ b가 이웃하는 경우의 수

(3) a, a, a, b, b, b의 6개의 문자를 모두 써서 일렬로 나열할 때

① 모든 경우의 수

② 양 끝에 a가 오는 경우의 수

③ a가 모두 이웃하는 경우의 수

정답과 풀이 007쪽

유형 27 특정한 문자의 순서가 정해진 경우

(4) sunny의 5개의 문자를 모두 써서 일렬로 나열할 때
① 모든 경우의 수
② 양 끝에 n이 오는 경우의 수
③ n이 이웃하는 경우의 수

(5) member의 6개의 문자를 모두 써서 일렬로 나열할 때
① 모든 경우의 수
② 양 끝에 e가 오는 경우의 수
③ e가 이웃하는 경우의 수

(6) good mom의 7개의 문자를 모두 써서 일렬로 나열할 때
① 모든 경우의 수
② 양 끝에 o가 오는 경우의 수
③ o가 모두 이웃하는 경우의 수

풍쌤 POINT
n개 중에 같은 것이 p개, q개, c , r개 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\frac{n!}{p!q!c\ r!}$ (단, $p+q+c\ +r=n$)

28 다음을 구하여라.

(1) a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, a가 b보다 앞에 오는 경우의 수

› 풀이 a, b의 순서가 정해져 있으므로 a, b를 모두 x로 생각하여 5개의 문자 x, x, c, d, e를 일렬로 나열한 후 2개의 x를 순서대로 a, b로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!}=$ ___

(2) a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, a, c, e는 이 순서로 나열하는 경우의 수

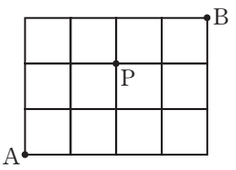
(3) a, a, b, c, d의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, b가 d보다 앞에 오는 경우의 수

(4) a, a, b, b, c, d의 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오는 경우의 수

풍쌤 POINT
서로 다른 n개의 문자를 일렬로 나열할 때 $r(0<r\leq n)$개의 순서가 정해진 경우는 순서가 정해진 r개를 같은 것으로 생각하여 n개를 일렬로 나열한다. ➡ $\frac{n!}{r!}$

29 그림과 같은 도로망이 있다. 다음을 구하여라.

(1)



① A에서 B로 가는 최단 경로의 수

② A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수

③ A에서 P를 거치지 않고 B로 가는 최단 경로의 수

› 풀이 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b라 하자.

① A에서 B로 가는 최단 경로의 수는 a, a, a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7!}{4!3!}=$___

② A → P의 최단 경로의 수: $\frac{4!}{2!2!}=6$

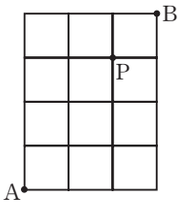
P → B의 최단 경로의 수: $\frac{3!}{2!}=3$

따라서 A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수는

$6\times3=$___

③ A에서 B로 가는 최단 경로의 수에서 A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수를 빼면 되므로 구하는 최단 경로의 수는 $35-18=$___

(2)

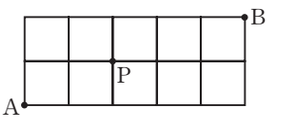


① A에서 B로 가는 최단 경로의 수

② A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수

③ A에서 P를 거치지 않고 B로 가는 최단 경로의 수

(3)

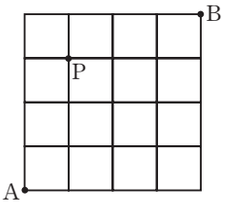


① A에서 B로 가는 최단 경로의 수

② A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수

③ A에서 P를 거치지 않고 B로 가는 최단 경로의 수

(4)

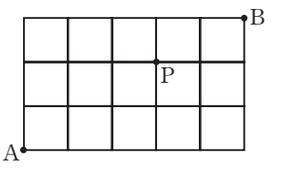


① A에서 B로 가는 최단 경로의 수

② A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수

③ A에서 P를 거치지 않고 B로 가는 최단 경로의 수

(5)



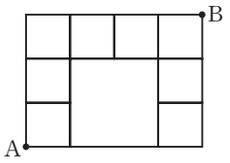
① A에서 B로 가는 최단 경로의 수

② A에서 P를 거쳐 B로 가는 최단 경로의 수

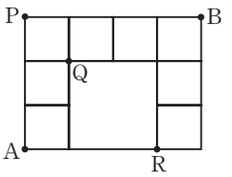
③ A에서 P를 거치지 않고 B로 가는 최단 경로의 수

30 그림과 같은 도로망이 있다. A에서 B까지 가는 최단 경로의 수를 구하여라.

(1)



› 풀이 [방법 1]

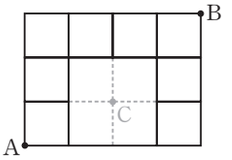


(P를 지나는 경우)+(Q를 지나는 경우)
+(R를 지나는 경우)

$=(1\times1)+\left(\frac{3!}{2!}\times\frac{4!}{3!}\right)+\left(1\times\frac{4!}{3!}\right)$

$=1+___+4=___$

[방법 2]

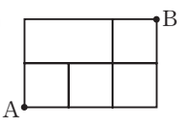


(전체 경우)−(C를 지나는 경우)

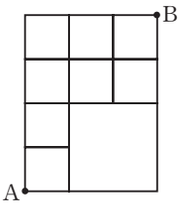
$=\frac{7!}{4!3!}-\frac{3!}{2!}\times\frac{4!}{2!2!}$

$=35-___=___$

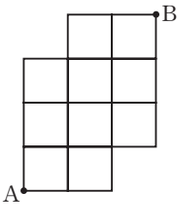
(2)



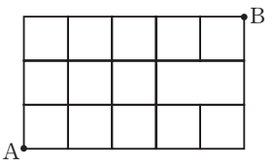
(3)



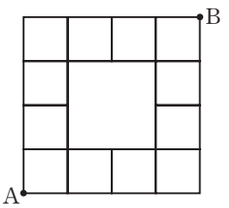
(4)



(5)



(6)



풍쌤 POINT

최단 경로 문제 ➡ 같은 것이 있는 순열 문제