풍산자 반복수학

수학Ⅱ

구성과 특징

풍산자 반복수학
이렇게 특별합니다.

1
한 권으로 기본 개념과 연산 실력 완성!

- 개념과 연산을 동시에 학습할 수 있도록 구성하여 기본 실력 완성
- 개념과 연산 유형의 집중학습으로 수학 실력을 쌓고 자신감을 기르며 실전에서는 킬러 문제에 시간을 할애

2
소단원별로 분석하여 체계적이고 최적인 주제별 구성!

- 소단원별로 학습 이해의 흐름에 맞춰 주제별 개념과 연산 유형을 체계적으로 학습
- 주제별 개념과 연산 학습으로 빈틈없는 기본 실력 향상

3
스스로 쉽게 학습할 수 있는 문제 연결 학습법!

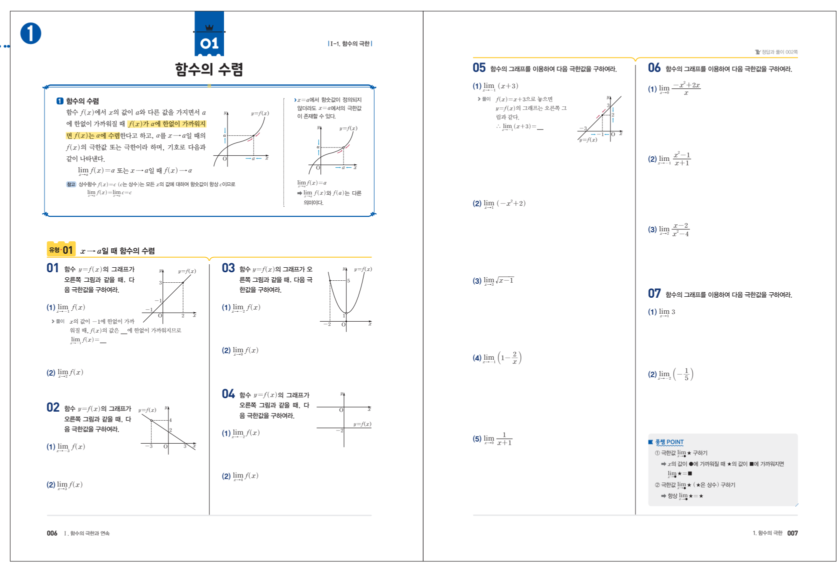
- 개념과 공식 등을 이용하여 바로바로 적용하여 풀 수 있도록 구성하여 수학의 기본 개념과 연산을 스스로 완성
- 개념 정리부터 연산 유형까지 풀면서 저절로 원리를 터득

정확하고 빠른 풀이를 위한
반복 훈련서

풍산자 반복수학
이렇게 구성하였습니다.

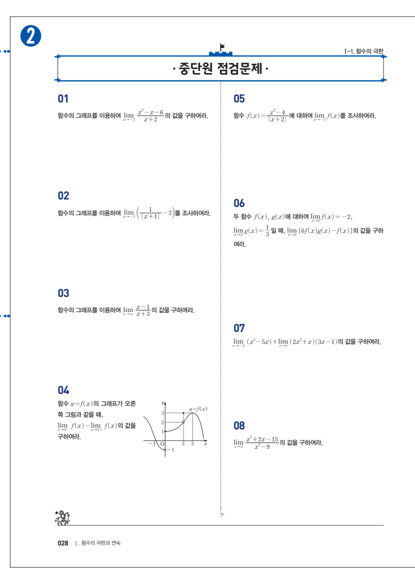
❶ 주제별 개념 정리와 연산 유형

• 주제별로 중요한 개념 정리와 문제 풀이에 도움이 되는 참고, 보기, 보충 설명 제시
• 빈틈없는 개념과 연산학습이 이루어지도록 체계적으로 연산 유형 분류
• 풍쌤 POINT 에서 연산 학습의 비법, 공식 등을 다시 한번 체크



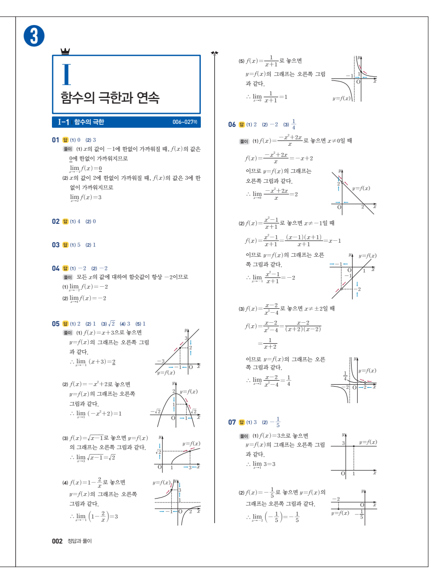
❷ 중단원 점검문제

• 실력을 점검하여 취약한 개념, 연산을 스스로 체크하고 보충 학습이 가능하도록 구성



❸ 정답과 풀이

• 문제 해결 과정이 보이는 자세하고 쉬운 풀이 제공



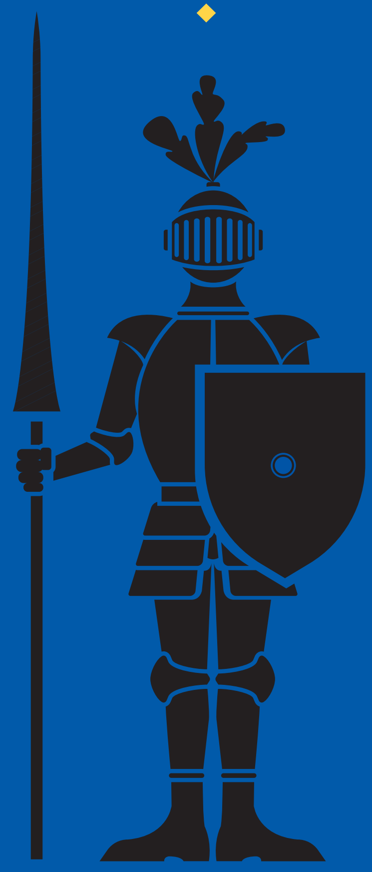
차례

I
함수의 극한과 연속

II
미분

III
적분

I
함수의 극한과 연속

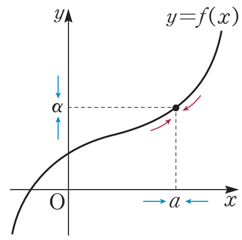


01 함수의 수렴

1 함수의 수렴

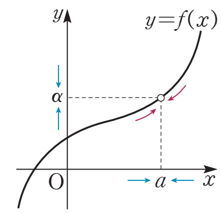
함수 $f(x)$에서 x의 값이 a와 다른 값을 가지면서 a에 한없이 가까워질 때 $f(x)$가 α에 한없이 가까워지면 $f(x)$는 α에 수렴한다고 하고, α를 $x \longrightarrow a$일 때의 $f(x)$의 극한값 또는 극한이라 하며, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha \text{ 또는 } x \longrightarrow a\text{일 때 } f(x) \longrightarrow \alpha$$



참고 상수함수 $f(x)=c$ (c는 상수)는 모든 x의 값에 대하여 함숫값이 항상 c이므로
$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} c = c$

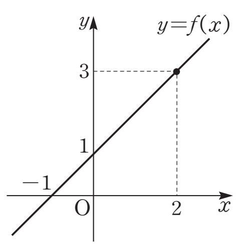
› $x=a$에서 함숫값이 정의되지 않더라도 $x=a$에서의 극한값이 존재할 수 있다.



$\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$
➡ $\lim_{x \to a} f(x)$와 $f(a)$는 다른 의미이다.

유형 · 01 $x \longrightarrow a$일 때 함수의 수렴

01 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.

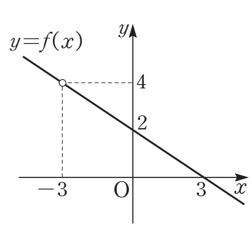


(1) $\lim_{x \to -1} f(x)$

› 풀이 x의 값이 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값은 ___에 한없이 가까워지므로
$\lim_{x \to -1} f(x) =$ ___

(2) $\lim_{x \to 2} f(x)$

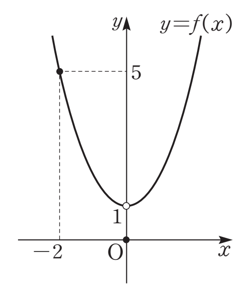
02 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



(1) $\lim_{x \to -3} f(x)$

(2) $\lim_{x \to 3} f(x)$

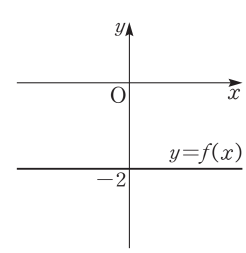
03 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



(1) $\lim_{x \to -2} f(x)$

(2) $\lim_{x \to 0} f(x)$

04 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



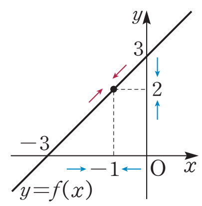
(1) $\lim_{x \to -2} f(x)$

(2) $\lim_{x \to 4} f(x)$

05 함수의 그래프를 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to -1} (x+3)$

> 풀이 $f(x)=x+3$으로 놓으면 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
> $\therefore \lim_{x \to -1} (x+3)=$____



(2) $\lim_{x \to 1} (-x^2+2)$

(3) $\lim_{x \to 3} \sqrt{x-1}$

(4) $\lim_{x \to -1} \left(1-\frac{2}{x}\right)$

(5) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x+1}$

06 함수의 그래프를 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{-x^2+2x}{x}$

(2) $\lim_{x \to -1} \frac{x^2-1}{x+1}$

(3) $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{x^2-4}$

07 함수의 그래프를 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to 1} 3$

(2) $\lim_{x \to -2} \left(-\frac{1}{5}\right)$

풍쌤 POINT

① 극한값 $\lim_{x \to ●} ★$ 구하기

➡ x의 값이 ●에 가까워질 때 ★의 값이 ■에 가까워지면 $\lim_{x \to ●} ★ = ■$

② 극한값 $\lim_{x \to ●} ★$ (★은 상수) 구하기

➡ 항상 $\lim_{x \to ●} ★ = ★$

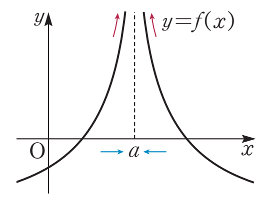
02

함수의 발산

1 양의 무한대로 발산

함수 $f(x)$에서 x의 값이 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 한없이 커지면 $f(x)$는 양의 무한대로 발산한다고 하며, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \to a} f(x)=\infty \text{ 또는 } x \longrightarrow a \text{일 때 } f(x) \longrightarrow \infty$$

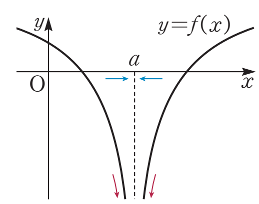


참고 $\lim_{x \to a} f(x)=\infty$에서 ∞는 특정한 값이 아니라 한없이 커지는 상태를 의미한다.

2 음의 무한대로 발산

함수 $f(x)$에서 x의 값이 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면 $f(x)$는 음의 무한대로 발산한다고 하며, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\lim_{x \to a} f(x)=-\infty \text{ 또는 } x \longrightarrow a \text{일 때 } f(x) \longrightarrow -\infty$$

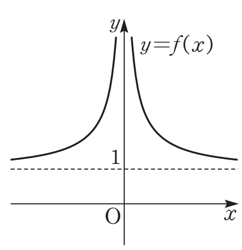


유형·02 $x \longrightarrow a$일 때 함수의 발산

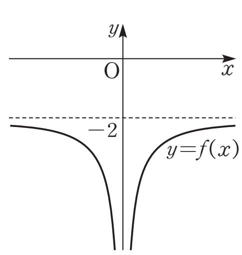
08 다음 함수 $y=f(x)$의 그래프에 대한 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x \to 0} f(x)$

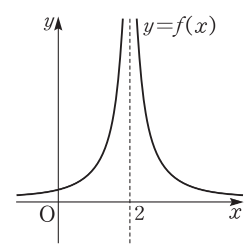
> 풀이 x의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 한없이 커지므로
> $\lim_{x \to 0} f(x)=$____



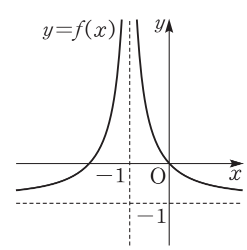
(2) $\lim_{x \to 0} f(x)$



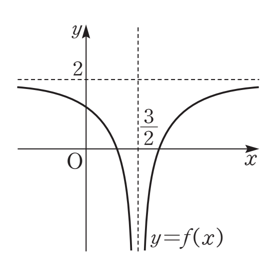
(3) $\lim_{x \to 2} f(x)$



(4) $\lim_{x \to -1} f(x)$



(5) $\lim_{x \to \frac{3}{2}} f(x)$

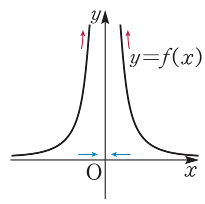


09 함수의 그래프를 이용하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to0}\frac{1}{x^2}$

풀이 $f(x)=\frac{1}{x^2}$로 놓으면 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$\therefore \lim_{x\to0}\frac{1}{x^2}=$___



(2) $\lim_{x\to0}\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

(3) $\lim_{x\to0}\frac{1}{|x|}$

(4) $\lim_{x\to0}\left(\frac{3}{x^2}-1\right)$

(5) $\lim_{x\to0}\left(1-\frac{2}{|x|}\right)$

(6) $\lim_{x\to1}\frac{1}{|x-1|}$

(7) $\lim_{x\to-2}\frac{1}{(x+2)^2}$

(8) $\lim_{x\to1}\frac{-1}{(x-1)^2}$

(9) $\lim_{x\to-3}\left(2-\frac{1}{|x+3|}\right)$

풍쌤 POINT

함수 $f(x)$에서 x의 값이 ●에 한없이 가까워질 때

① $f(x)$의 값이 한없이 커지면

➡ 양의 무한대로 발산

➡ $\lim_{x\to●}f(x)=\infty$

② $f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면

➡ 음의 무한대로 발산

➡ $\lim_{x\to●}f(x)=-\infty$

$x \to \infty$, $x \to -\infty$일 때의 극한

1 $x \to \infty$, $x \to -\infty$일 때 함수의 수렴

① 함수 $f(x)$에서 x의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$가 α에 한없이 가까워지면 $f(x)$는 α에 수렴한다고 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to \infty} f(x)=\alpha$ 또는 $x \to \infty$일 때 $f(x) \to \alpha$

② 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$가 α에 한없이 가까워지면 $f(x)$는 α에 수렴한다고 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to -\infty} f(x)=\alpha$ 또는 $x \to -\infty$일 때 $f(x) \to \alpha$

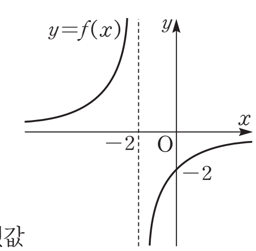
2 $x \to \infty$, $x \to -\infty$일 때 함수의 발산

함수 $f(x)$에서 $x \to \infty$ 또는 $x \to -\infty$일 때, $f(x)$의 값이 양의 무한대 또는 음의 무한대로 발산하면 이것을 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$\lim_{x \to \infty} f(x)=\infty$, $\lim_{x \to \infty} f(x)=-\infty$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)=\infty$, $\lim_{x \to -\infty} f(x)=-\infty$

유형·03 $x \to \infty$, $x \to -\infty$일 때 함수의 수렴

10 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.

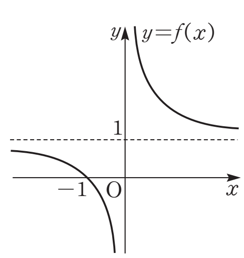


(1) $\lim_{x \to \infty} f(x)$

> 풀이 x의 값이 양수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 __에 한없이 가까워지므로 $\lim_{x \to \infty} f(x)=$__

(2) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

11 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한값을 구하여라.



(1) $\lim_{x \to \infty} f(x)$

(2) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

12 함수의 그래프를 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}$

(2) $\lim_{x \to -\infty} \left(1-\frac{1}{2x}\right)$

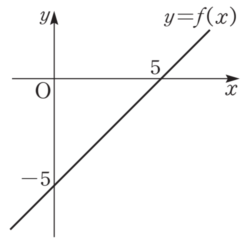
(3) $\lim_{x \to \infty} \frac{1}{3-x}$

(4) $\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{1}{x+1}-2\right)$

유형·04 $x \to \infty$, $x \to -\infty$일 때 함수의 발산

정답과 풀이 003쪽

13 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한을 조사하여라.

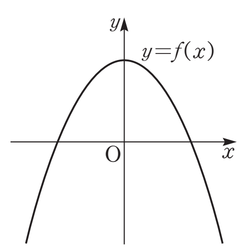


(1) $\lim_{x \to \infty} f(x)$

> 풀이 x의 값이 양수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 ____이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로
$\lim_{x \to \infty} f(x) =$ ___

(2) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

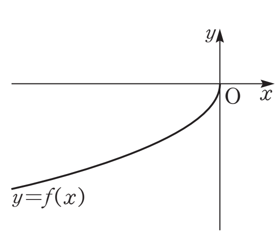
14 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한을 조사하여라.



(1) $\lim_{x \to \infty} f(x)$

(2) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

15 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\lim_{x \to -\infty} f(x)$를 조사하여라.



16 함수의 그래프를 이용하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x \to \infty} (3x-4)$

(2) $\lim_{x \to \infty} (-x+2)$

(3) $\lim_{x \to -\infty} x^2$

(4) $\lim_{x \to -\infty} (-2x^2+1)$

(5) $\lim_{x \to \infty} \sqrt{x-1}$

(6) $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{3-2x}$

풍쌤 POINT

① x의 값이 한없이 커질 때,
$f(x)$의 값이 한없이 커지면 ➡ $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$
$f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면
➡ $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

② x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때,
$f(x)$의 값이 한없이 커지면 ➡ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$
$f(x)$의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지면
➡ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

04

좌극한과 우극한

1 좌극한과 우극한

① 함수 $f(x)$에서 x가 a보다 작은 값을 가지면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$가 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 $\lim\limits_{x \to a-} f(x)=\alpha$로 나타내고, α를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 좌극한이라고 한다.

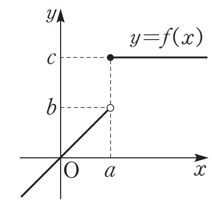
② 함수 $f(x)$에서 x가 a보다 큰 값을 가지면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$가 일정한 값 α에 한없이 가까워지면 $\lim\limits_{x \to a+} f(x)=\alpha$로 나타내고, α를 $x=a$에서의 함수 $f(x)$의 우극한이라고 한다.

2 극한값이 존재할 조건

$x=a$에서 함수 $f(x)$의 극한값이 존재하려면 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 좌극한과 우극한이 모두 존재하고, 그 값이 서로 같아야 한다.

$$\lim_{x \to a-} f(x)=\lim_{x \to a+} f(x)=\alpha \iff \lim_{x \to a} f(x)=\alpha$$

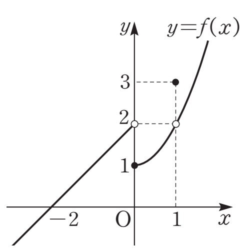
› 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때,



$\lim\limits_{x \to a-} f(x)=b$, $\lim\limits_{x \to a+} f(x)=c$
이므로
$\lim\limits_{x \to a-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to a+} f(x)$
따라서 극한값 $\lim\limits_{x \to a} f(x)$는 존재하지 않는다.

유형 05 그래프가 주어진 함수의 좌극한과 우극한

17 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한을 조사하여라.



(1) $\lim\limits_{x \to -2-} f(x)$

› 풀이 x가 -2보다 작은 값을 가지면서 -2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 __에 한없이 가까워지므로
$\lim\limits_{x \to -2-} f(x)=$__

(2) $\lim\limits_{x \to -2+} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$

(4) $\lim\limits_{x \to 0-} f(x)$

(5) $\lim\limits_{x \to 0+} f(x)$

(6) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

(7) $\lim\limits_{x \to 1-} f(x)$

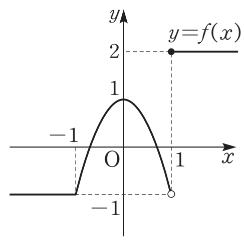
(8) $\lim\limits_{x \to 1+} f(x)$

(9) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

정답과 풀이 004쪽

유형·06 식이 주어진 함수의 좌극한과 우극한

18 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한을 조사하여라.



(1) $\lim\limits_{x \to -1-} f(x)$

(2) $\lim\limits_{x \to -1+} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

(4) $\lim\limits_{x \to 1-} f(x)$

(5) $\lim\limits_{x \to 1+} f(x)$

(6) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

풍쌤 POINT

① 극한값이 존재한다.

➡ 좌극한과 우극한이 존재하고 그 값이 서로 같다.

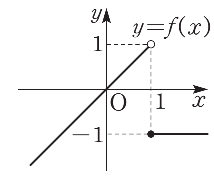
② 극한값이 존재하지 않는다.

➡ 좌극한 또는 우극한이 존재하지 않거나 좌극한과 우극한이 존재하더라도 그 값이 서로 다르다.

19 함수 $f(x)=\begin{cases} -1 & (x \geq 1) \\ x & (x<1) \end{cases}$에 대하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim\limits_{x \to 1-} f(x)$

> 풀이 함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
> x가 1보다 작은 값을 가지면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 ___에 한없이 가까워지므로
> $\lim\limits_{x \to 1-} f(x)=$___



(2) $\lim\limits_{x \to 1+} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$

20 함수 $f(x)=\begin{cases} x+2 & (x \geq -1) \\ -2x-1 & (x<-1) \end{cases}$에 대하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim\limits_{x \to -1-} f(x)$

(2) $\lim\limits_{x \to -1+} f(x)$

(3) $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$

정답과 풀이 004쪽

유형·07 절댓값 기호가 있는 함수의 좌극한과 우극한

21 함수 $f(x)=\begin{cases} x-4 & (x\geq 2) \\ -x^2+3 & (x<2) \end{cases}$에 대하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to 2-} f(x)$

(2) $\lim_{x\to 2+} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 2} f(x)$

22 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1}$

(2) $\lim_{x\to 0} \left(2-\frac{1}{x}\right)$

(3) $\lim_{x\to -2} \left(-\frac{x}{x+2}\right)$

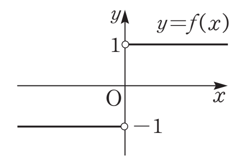
풍쌤 POINT

주어진 함수의 그래프를 그려 좌극한과 우극한이 같은지 조사한다.

23 함수 $f(x)=\frac{|x|}{x}$에 대하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to 0-} f(x)$

> 풀이 함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
> $x \longrightarrow 0-$일 때,
> $|x|=$____



> $\therefore \lim_{x\to 0-} f(x)=\lim_{x\to 0-}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to 0-}\frac{-x}{x}=$____

(2) $\lim_{x\to 0+} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 0} f(x)$

24 함수 $f(x)=\frac{x-3}{|x-3|}$에 대하여 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to 3-} f(x)$

(2) $\lim_{x\to 3+} f(x)$

(3) $\lim_{x\to 3} f(x)$

풍쌤 POINT

절댓값 기호 안의 식을 0이 되게 하는 x의 값을 기준으로 구간을 나누어 함수의 식을 구한다.

05

함수의 극한에 대한 성질

1 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $\lim_{x\to a} f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to a} g(x)=\beta$ (α, β는 실수) 일 때

① $\lim_{x\to a} cf(x)=c\lim_{x\to a} f(x)=c\alpha$ (단, c는 상수)

② $\lim_{x\to a} \{f(x)+g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)+\lim_{x\to a} g(x)=\alpha+\beta$

③ $\lim_{x\to a} \{f(x)-g(x)\}=\lim_{x\to a} f(x)-\lim_{x\to a} g(x)=\alpha-\beta$

④ $\lim_{x\to a} f(x)g(x)=\lim_{x\to a} f(x)\lim_{x\to a} g(x)=\alpha\beta$

⑤ $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$ (단, $g(x)\neq 0$, $\beta\neq 0$)

참고 함수의 극한에 대한 성질은 $x\to a+$, $x\to a-$, $x\to\infty$, $x\to-\infty$일 때에도 성립한다.

› 실수 a에 대하여
$\lim_{x\to a} c=c$ (단, c는 상수)
예 $\lim_{x\to 2} 3=3$

› 실수 a에 대하여
$\lim_{x\to a} x=a$
예 $\lim_{x\to 2} x=2$
$\lim_{x\to 2} x^2=2^2=4$
$\lim_{x\to 2} x^2=\lim_{x\to 2} x\lim_{x\to 2} x$
$=2\times 2=4$

유형 08 함수의 극한에 대한 성질 (1)

정답과 풀이 005쪽

25 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 0} f(x)=2,\ \lim_{x\to 0} g(x)=-5$$

일 때, 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to 0} 3f(x)$

› 풀이 $\lim_{x\to 0} 3f(x)=3\lim_{x\to 0} f(x)=$ ___ $\times 2=$ ___

(2) $\lim_{x\to 0} \{f(x)+g(x)\}$

(3) $\lim_{x\to 0} \{f(x)-g(x)\}$

(4) $\lim_{x\to 0} f(x)g(x)$

(5) $\lim_{x\to 0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$

26 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to 1} f(x)=-6,\ \lim_{x\to 1} g(x)=4$$

일 때, 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to 1} \{2f(x)+3g(x)\}$

(2) $\lim_{x\to 1} \{f(x)-4g(x)\}$

(3) $\lim_{x\to 1} 5f(x)g(x)$

(4) $\lim_{x\to 1} \{f(x)\}^2$

(5) $\lim_{x\to 1} \dfrac{2-f(x)}{g(x)}$

유형·09 함수의 극한에 대한 성질 (2)

27 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to-2} f(x)=3,\ \lim_{x\to-2} g(x)=-\frac{1}{2}$$

일 때, 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to-2} \{3f(x)+2g(x)\}$

(2) $\lim_{x\to-2} \{2f(x)-6g(x)\}$

(3) $\lim_{x\to-2} \{4f(x)g(x)+5\}$

(4) $\lim_{x\to-2} \{g(x)-f(x)g(x)\}$

(5) $\lim_{x\to-2} \dfrac{2g(x)}{f(x)}$

(6) $\lim_{x\to-2} \dfrac{f(x)-1}{2-8g(x)}$

28 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to1} (5x+6)$

> 풀이 $\lim_{x\to1} (5x+6)=\_\_\lim_{x\to1} x+\lim_{x\to1} 6$
> $=\_\_\times1+\_\_=\_\_$

(2) $\lim_{x\to-3} (-x-4)$

(3) $\lim_{x\to-2} (2x^2-5x)$

(4) $\lim_{x\to3} (-x^2+7x+1)$

(5) $\lim_{x\to2} (6x-x^3)$

(6) $\lim_{x\to1} \sqrt{-3x+7}$

29 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to-1}(3x-5)(x+6)$

풀이 $\lim_{x\to-1}(3x-5)(x+6)$

$=\lim_{x\to-1}(3x-5)\lim_{x\to-1}(x+6)$

$=\{3\times(\underline{\quad\quad})-5\}(\underline{\quad\quad}+6)=\underline{\quad\quad}$

(2) $\lim_{x\to2}(x^2-x)(4x-2)$

(3) $\lim_{x\to0}\left(-\dfrac{4}{x-2}\right)$

(4) $\lim_{x\to1}\left(\dfrac{1}{x}-3\right)$

(5) $\lim_{x\to3}\dfrac{x-1}{x+1}$

(6) $\lim_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{x^2-9}$

30 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to1-}(-2x+9)$

(2) $\lim_{x\to-2+}(5x^2-x)$

(3) $\lim_{x\to2+}(x+1)(x^2-2)$

(4) $\lim_{x\to-1-}\dfrac{x-7}{3x+4}$

(5) $\lim_{x\to0-}\dfrac{x^2-3x+8}{x+2}$

풍쌤 POINT

함수의 극한에 대한 성질과 실수 a에 대하여

$\lim_{x\to a}c=c$ (c는 상수), $\lim_{x\to a}x=a$임을 이용하여 그래프를 이용하지 않고도 함수의 극한값을 구할 수 있다.

06

함수의 극한을 구하는 방법(1): $\frac{0}{0}$ 꼴

1 $\frac{0}{0}$ 꼴 풀이 방법

① 분자, 분모가 모두 다항식인 경우: 분자, 분모를 인수분해한 후 약분한다.

② 분자, 분모 중 무리식이 있는 경우: 근호가 있는 쪽을 유리화한 후 약분한다.

› $\frac{0}{0}$ 꼴에서 0은 숫자 0이 아니라 0에 한없이 가까워지는 것을 나타낸다.

유형 10 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한 – 분자, 분모가 모두 다항식인 경우

31 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-3x}{x}$

› 풀이 $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-3x}{x}$ ⬅ $x=0$을 대입하면 $\frac{0}{0}$ 꼴

$=\lim_{x\to 0}\frac{x(x-3)}{x}$ ⬅ 분자 인수분해

$=\lim_{x\to 0}$ ______ ⬅ 약분

$=0-3=$ ____ ⬅ 극한값

(2) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{-2x^2+7x}$

(3) $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+1}$

(4) $\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{x^2-9}$

(5) $\lim_{x\to -2}\frac{2x^2+3x-2}{x+2}$

(6) $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-4x-5}{x^2-25}$

(7) $\lim_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x+1}$

(8) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3+x^2-7x+2}{x^2-x-2}$

풍쌤 POINT

$\lim_{x\to ●}\frac{★}{■}$(★, ■는 다항식)에서 $\lim_{x\to ●}$★$=0$, $\lim_{x\to ●}$■$=0$인 경우

➡ ★, ■에 공통인 인수 $x-$●가 나오도록 인수분해하고 약분한 후 $x=$●를 대입하여 극한값을 구한다.

32 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

풀이 $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ← $x=1$을 대입하면 $\frac{0}{0}$ 꼴

$=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ ← 분모 유리화

$=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$

$=\lim_{x\to1}$ ______ ← 약분

$=$ __ ← 극한값

(2) $\lim_{x\to9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

(3) $\lim_{x\to4}\frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2}$

(4) $\lim_{x\to0}\frac{1-\sqrt{x+1}}{x}$

(5) $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

(6) $\lim_{x\to-2}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x+2}$

(7) $\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{\sqrt{x+5}-2}$

(8) $\lim_{x\to3}\frac{x^2-9}{\sqrt{x+6}-3}$

(9) $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{2x}$

(10) $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{\sqrt{x+9}-\sqrt{10}}$

풍쌤 POINT

$\lim_{x\to●}\frac{★}{■}$(★ 또는 ■는 무리식)에서 $\lim_{x\to●}★=0$, $\lim_{x\to●}■=0$인 경우

➡ ★, ■에 공통인 인수 $x-●$가 나오도록 유리화하고 약분한 후 $x=●$를 대입하여 극한값을 구한다.

함수의 극한을 구하는 방법(2): $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴

1 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 풀이 방법

분모의 최고차항으로 분자, 분모를 나눈다.

① (분모의 차수)=(분자의 차수) ➡ 극한값은 $\frac{(\text{분자의 최고차항의 계수})}{(\text{분모의 최고차항의 계수})}$

② (분모의 차수)>(분자의 차수) ➡ 극한값은 0

③ (분모의 차수)<(분자의 차수) ➡ ∞ 또는 $-\infty$로 발산한다.

› $\lim_{x\to\infty}\frac{c}{x^n}=0$ (n은 자연수, c는 상수)임을 이용한다.

예) $\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x^3}=0$

유형 12 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한-(분모의 차수)=(분자의 차수)

33 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{x-1}$

› 풀이 분모, 분자를 __로 나누면

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{1-\frac{1}{x}}=\frac{4}{1-0}=\_\_$$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-1}{x^2+3x}$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x+8}{2x^2+x-2}$

(4) $\lim_{x\to\infty}\frac{1-9x^3}{6x^3-2x+1}$

(5) $\lim_{x\to\infty}\frac{(6x-1)(x+2)}{3x^2+x}$

(6) $\lim_{x\to\infty}\frac{(2x-7)(8x^2+3)}{4x^3+x^2}$

(7) $\lim_{x\to\infty}\frac{-3x}{\sqrt{x^2+3}-1}$

(8) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2-5x}-7}{x-6}$

풍쌤 POINT

① 분모의 최고차항이 x, x^2, x^3, $\sqrt{x^2}=x$, 인지 파악한 후 분자, 분모를 나눈다.

② $\lim_{x\to\infty}\frac{(\bullet\times x^n\text{ 꼴})}{(\blacksquare\times x^n\text{ 꼴})}$의 극한값 ➡ $\frac{\bullet}{\blacksquare}$

유형 13 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한-(분모의 차수)>(분자의 차수)

34 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{3x+2}{2x^2+1}$

풀이 분모, 분자를 ___으로 나누면

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x+2}{2x^2+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}{2+\frac{1}{x^2}}=\frac{0+0}{2+0}=\_\_$$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{5-2x}{3x^2+x-6}$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+4x+4}{7x^3+x^2-1}$

(4) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2}{x(x+2)(x-3)}$

(5) $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x}-1}{x^2-2}$

풍쌤 POINT

① 분모의 최고차항이 x, x^2, x^3, $\sqrt{x^2}=x$, 인지 파악한 후 분자, 분모를 나눈다.

② $\lim_{x\to\infty}\frac{(\bullet\times x^a \text{ 꼴})}{(\blacksquare\times x^b \text{ 꼴})}$의 극한값 ➡ $a<b$이면 0

유형 14 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한-(분모의 차수)<(분자의 차수)

35 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4x}{x+2}$

풀이 분모, 분자를 ___로 나누면

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4x}{x+2}=\lim_{x\to\infty}\frac{x-4}{1+\frac{2}{x}}=\_\_$$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x+1}{x-3}$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{6x^3+x^2-2}{2x^2-x+1}$

(4) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x}{(x+1)(3x-1)}$

(5) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-16}{\sqrt{x^2-1}+2}$

풍쌤 POINT

① 분모의 최고차항이 x, x^2, x^3, $\sqrt{x^2}=x$, 인지 파악한 후 분자, 분모를 나눈다.

② $\lim_{x\to\infty}\frac{(\bullet\times x^a \text{ 꼴})}{(\blacksquare\times x^b \text{ 꼴})}$의 극한

➡ $a>b$이면 극한이 존재하지 않는다.

함수의 극한을 구하는 방법(3): $\infty-\infty$ 꼴, $\infty\times 0$ 꼴

1 $\infty-\infty$ 꼴 풀이 방법

① 다항식인 경우: 최고차항으로 묶는다.

② 무리식인 경우: 유리화한다.

2 $\infty\times 0$ 꼴 풀이 방법

통분 또는 유리화하여 $\infty\times c$, $\frac{c}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ (c는 상수) 꼴로 변형한다.

유형·15 $\infty-\infty$ 꼴의 극한-다항식인 경우

36 다음 극한을 조사하여라.

(1) $\lim_{x\to\infty}(x^2-2x)$

> 풀이 최고차항 ___으로 묶으면

$\lim_{x\to\infty}(x^2-2x)=\lim_{x\to\infty}x^2\left(1-\frac{2}{x}\right)=$___

(2) $\lim_{x\to\infty}(x^3+x^2-5x)$

(3) $\lim_{x\to\infty}(1-3x^2-4x^3)$

(4) $\lim_{x\to\infty}(x^4-8x)$

(5) $\lim_{x\to\infty}(-3+x^2+2x^4)$

유형·16 $\infty-\infty$ 꼴의 극한-무리식인 경우

37 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-3x}-x)$

> 풀이 $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-3x}-x)$ ⬅ $\infty-\infty$ 꼴

$=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2-3x}-x)(\sqrt{x^2-3x}+x)}{(\sqrt{x^2-3x}+x)}$ ⬅ 분모를 1로 보고 유리화

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-3x}{\sqrt{x^2-3x}+x}$ ⬅ 분모의 최고차항 ___로 분자, 분모를 나눈다.

$=\lim_{x\to\infty}\frac{-3}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}+1}$

$=\frac{-3}{\sqrt{1-0}+1}=$___ ⬅ 극한값

(2) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2x}-x)$

(3) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-10}-x)$

(4) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-7x+1}-x)$

(5) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+6}-\sqrt{x})$

(6) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})$

(7) $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2+2x})$

(8) $\lim_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+5}-\sqrt{x})$

38 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+x}-x}$

(2) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}-x}$

(3) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}-x}$

(4) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2-3x}}$

(5) $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})}$

풍쌤 POINT

$\infty-\infty$ 꼴의 무리식인 경우

➡ 근호가 있는 쪽을 유리화한다. 이때 분수 꼴이 아닌 경우 분모를 1인 분수로 생각하여 유리화한다.

정답과 풀이 009쪽

유형 17 $\infty\times 0$ 꼴의 극한 - 다항식인 경우

39 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+1}-1\right)$

풀이 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+1}-1\right)$ ⬅ $\infty\times 0$ 꼴

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}\times\underline{\qquad}\right)$ ⬅ $\frac{1}{x+1}-1$ 통분

$=\lim\limits_{x\to 0}\underline{\qquad}$ ⬅ 약분

$=\frac{-1}{0+1}=\underline{\qquad}$ ⬅ 극한값

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x+2}\right)$

(3) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{1}{x+1}\left(\frac{1}{x-2}+\frac{1}{3}\right)$

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{1}{(x-1)^2}\right\}$

(5) $\lim\limits_{x\to 3}(x-3)\left(\frac{1}{x^2-9}-1\right)$

유형 18 $\infty\times 0$ 꼴의 극한 - 무리식인 경우

40 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}x\left(1-\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}\right)$

풀이 $\lim\limits_{x\to\infty}x\left(1-\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}\right)$ ⬅ $\infty\times 0$ 꼴

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}{\sqrt{x}}$ ⬅ $1-\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ 통분

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})}$ ⬅ 유리화

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-x}{x+\sqrt{x^2+x}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-1}{1+\sqrt{1+\frac{1}{x}}}$ ⬅ 분모의 최고차항 ___로 분자, 분모를 나눈다.

$=\frac{-1}{1+\sqrt{1}}=\underline{\qquad}$ ⬅ 극한값

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{2-x}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(4) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2}{x}\left(\frac{1}{\sqrt{x+4}}-\frac{1}{2}\right)$