



머리말

고등학교 수학의 내신이나 수능 기출 문제는 무척 많지만 모두 교과 과정의 개념에서 파생된 문제입니다. 문제를 척 보면 아해! 이것은 무엇을 묻는 문제이구나! 하고 간파할 수 있을까요?

그럴 수 있어야 합니다.

고등학교 수학 문제는 수없이 많지만 그 기저에는 뼈대가 되는 기본 문제 유형이 있습니다. 이 기본 문제 유형을 정복하는 것이 수학 문제 정복의 열쇠입니다.

- 어려운 문제처럼 보이지만 한 단계만 해결하면 쉬운 문제로 변신하는 문제가 있습니다.
- 낯선 문제처럼 보이지만 한 꺼풀만 벗기면 익숙한 문제로 바뀌는 문제가 있습니다.
- 겉모양은 전혀 다른데 본질을 파악하면 사실상 동일한 문제가 있습니다.

가면을 쓰고 다른 문제인 척 가장할 때 속아 넘어 가지 않으려면 어떻게 해야 할까요?

풍산자 필수유형은 어려운 문제를 쉬운 문제로, 낯선 문제를 익숙한 문제로 바꾸는 능력을 기를 수 있도록 구성된 문제기본서입니다. 세상의 모든 수학 문제를 유형별로 정리하고 분석하여 그 뼈대가 되는 문제들로 구성하였습니다.

몇 천 문항씩 되는 많은 문제를 두서없이 풀기보다는 뼈대 문제를 완벽히 이해한다면 어떠한 수학 문제를 만나도 당당하게 맞서는 수학의 고수로 다시 태어날 것입니다.

구성 과 특징

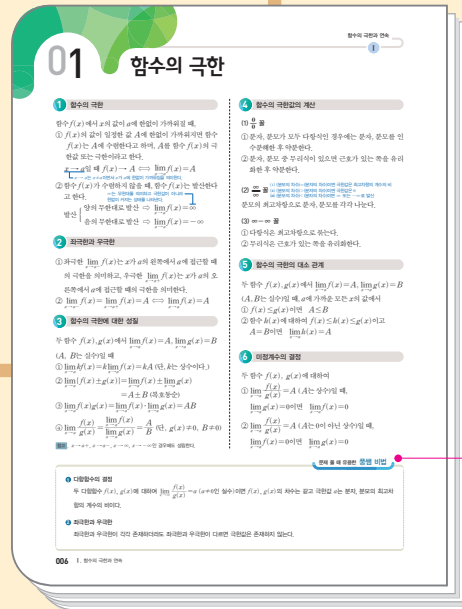
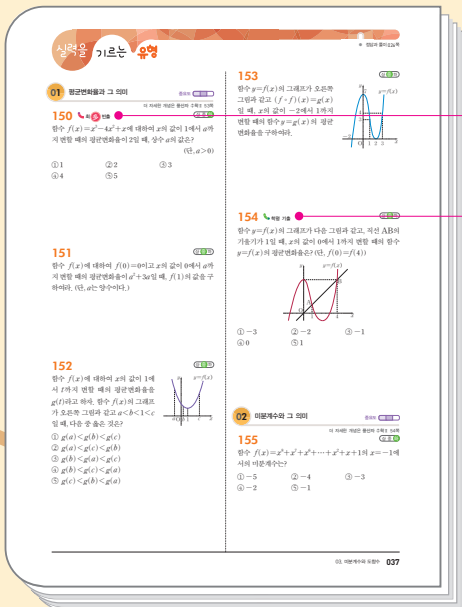
꼭 필요한 유형으로만 꼭 채운 풍산자 필수유형!

핵심 내용 요약 정리

중단원별로 꼭 알아야 하는 개념을 간단하고 명쾌하게 요약하였으며, **예**, **참고**, **주의** 등으로 개념을 쉽게 이해할 수 있도록 하였습니다.

실력을 기르는 유형

학습에 필요한 문제들을 유형별로 나누고 유형별 중요도와 문항별 난이도를 제시하여 학습 수준에 맞추어 충분한 연습이 될 수 있도록 구성하였습니다.



문제 풀 때 유용한 풍샘 비법

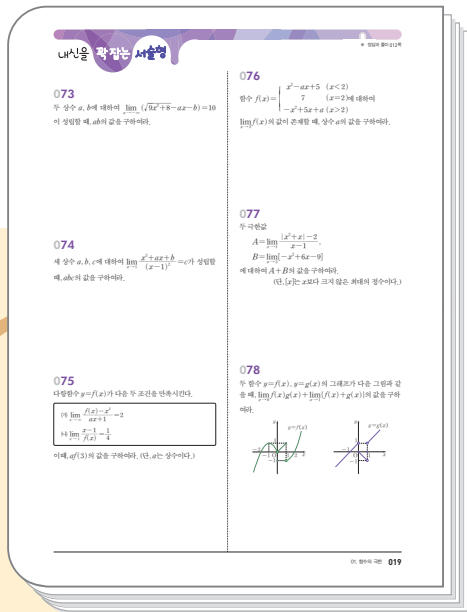
핵심 내용과 연계되어 문제 풀이에 자주 이용되는 개념, 개념을 문제에 적용하는 방법 등을 소개하고 이를 활용할 수 있도록 하였습니다.

최多 빈출

자주 출제되는 유형 중 가장 출제 비중이 높은 문제입니다.

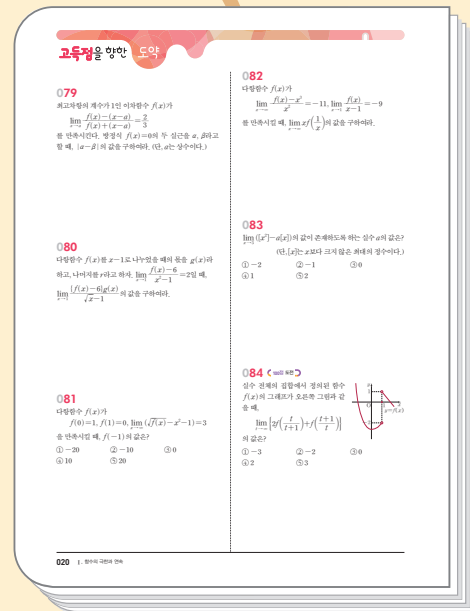
학평 기출

평가원, 교육청의 학력평가 기출 문제 중 자주 출제되는 유형의 문제입니다.



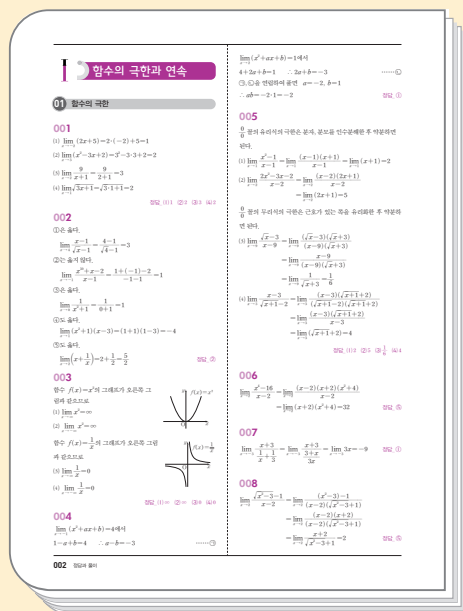
내신을 꼭 잡는 서술형

핵심적이고 출제 빈도가 높은 서술형 기출 문제로 구성되어 강화된 서술형 평가에 대비할 수 있도록 하였습니다.



고득점을 향한 도약

난이도가 높고, 출제 비중이 높은 문제로 구성되어 수학적 사고력과 응용력을 기를 수 있도록 하였습니다.



풀이

자세하고 친절한 풀이와 다른 풀이로 문제의 출제 의도와 다양한 해결 방향을 이해할 수 있도록 하였습니다.

차례

I

함수의 극한과 연속

- 01 • 함수의 극한 006
- 02 • 함수의 연속 022

II

미분

- 03 • 미분계수와 도함수 036
- 04 • 도함수의 활용 (1) 048
- 05 • 도함수의 활용 (2) 060
- 06 • 도함수의 활용 (3) 076

III

적분

- 07 • 부정적분 090
- 08 • 정적분 098
- 09 • 정적분의 활용 110



I

함수의 극한과 연속

01 함수의 극한 006

02 함수의 연속 022

01

함수의 극한

1 함수의 극한

함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에 한없이 가까워질 때,

- ① $f(x)$ 의 값이 일정한 값 A 에 한없이 가까워지면 함수 $f(x)$ 는 A 에 수렴한다고 하며, A 를 함수 $f(x)$ 의 극한값 또는 극한이라고 한다.

$$x \rightarrow a \text{ 일 때 } f(x) \rightarrow A \iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

$x \rightarrow a$ 는 $x \neq a$ 이면서 x 가 a 에 한없이 가까워짐을 의미한다.

- ② 함수 $f(x)$ 가 수렴하지 않을 때, 함수 $f(x)$ 는 발산한다고 한다.

∞ 는 무한대를 의미하고 극한값이 아니라 한없이 커지는 상태를 나타낸다.

$$\text{발산} \begin{cases} \text{양의 무한대로 발산} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \\ \text{음의 무한대로 발산} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty \end{cases}$$

2 좌극한과 우극한

- ① 좌극한 $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ 는 x 가 a 의 왼쪽에서 a 에 접근할 때의 극한을 의미하고, 우극한 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ 는 x 가 a 의 오른쪽에서 a 에 접근할 때의 극한을 의미한다.

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = A \iff \lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$$

3 함수의 극한에 대한 성질

두 함수 $f(x), g(x)$ 에서 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ (A, B 는 실수)일 때

- ① $\lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x) = kA$ (단, k 는 상수이다.)
 ② $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = A \pm B$ (복호동순)
 ③ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = AB$
 ④ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{A}{B}$ (단, $g(x) \neq 0, B \neq 0$)

참고 $x \rightarrow a^+, x \rightarrow a^-, x \rightarrow \infty, x \rightarrow -\infty$ 인 경우에도 성립한다.

4 함수의 극한값의 계산

$$\textcircled{1} \frac{0}{0} \text{ 꼴}$$

- ① 분자, 분모가 모두 다항식인 경우에는 분자, 분모를 인수분해한 후 약분한다.
 ② 분자, 분모 중 무리식이 있으면 근호가 있는 쪽을 유리화한 후 약분한다.

$$\textcircled{2} \frac{\infty}{\infty} \text{ 꼴} \quad \begin{array}{l} \text{(i) (분모의 차수) = (분자의 차수)이면 극한값은 최고차항의 계수의 비} \\ \text{(ii) (분모의 차수) > (분자의 차수)이면 극한값은 0} \\ \text{(iii) (분모의 차수) < (분자의 차수)이면 } \infty \text{ 또는 } -\infty \text{로 발산} \end{array}$$

분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.

$$\textcircled{3} \infty - \infty \text{ 꼴}$$

- ① 다항식은 최고차항으로 묶는다.
 ② 무리식은 근호가 있는 쪽을 유리화한다.

5 함수의 극한의 대소 관계

두 함수 $f(x), g(x)$ 에서 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$ (A, B 는 실수)일 때, a 에 가까운 모든 x 의 값에서
 ① $f(x) \leq g(x)$ 이면 $A \leq B$
 ② 함수 $h(x)$ 에 대하여 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $A = B$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = A$

6 미정계수의 결정

두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

- ① $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = A$ (A 는 상수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$
 ② $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = A$ (A 는 0이 아닌 상수)일 때,
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$

문제 풀 때 유용한 풍샘 비법

1 다항함수의 결정

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = a$ ($a \neq 0$ 인 실수)이면 $f(x), g(x)$ 의 차수는 같고 극한값 a 는 분자, 분모의 최고차항의 계수의 비이다.

2 좌극한과 우극한

좌극한과 우극한이 각각 존재하더라도 좌극한과 우극한이 다르면 극한값은 존재하지 않는다.

01 간단한 함수의 극한

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 12쪽

001

상 중 하

다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow -2} (2x+5)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2-3x+2)$
 (3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{9}{x+1}$ (4) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3x+1}$

002

최多 빈출

상 중 하

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 3$
 ② $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{10}+x-2}{x-1} = -1$
 ③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2+1} = 1$
 ④ $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+1)(x-3) = -4$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow 2} \left(x + \frac{1}{x}\right) = \frac{5}{2}$

003

상 중 하

다음 극한을 조사하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2$ (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$
 (3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$ (4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$

004

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+ax+b)=4$, $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2+ax+b)=1$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 (2) -1 (3) 1
 ④ 2 (5) 3

02 $\frac{0}{0}$ 꼴의 극한

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 24쪽

005

상 중 하

다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-2}{x-2}$
 (3) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$ (4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}-2}$

006

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{x-2}$ 의 값은?

- ① 2 (2) 4 (3) 8
 ④ 16 (5) 32

007

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{3}}$ 의 값은?

- ① -9 (2) -6 (3) -3
 ④ 3 (5) 6

008 학평 기출

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-3}-1}{x-2}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

009 최 다 빈출

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{1}{4}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x+4)f(x)}{\sqrt{x+11}-3}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

010

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

011

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3-a^3}{x-a} = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3-ax^2+a^2x-a^3}{x-a}$ 의 값은?
(단, $a > 0$)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

012

상 중 하

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)} = 3$ 일 때,

$f(1)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

03 $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학 II 25쪽

013

상 중 하

다음 극한을 조사하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{x^2+2x+3}$
(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-3x+2}{x+5}$
(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+3x+2}{2x^2-4x+3}$

014

상 중 하

다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}+x}$
(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-1}}{2x-3}$

015

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+x+1}+3x}{\sqrt{9x^2+1}-x}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

016 학평 기출

상 중 하

〈보기〉의 극한 중 수렴하는 것을 모두 고른 것은?

• 보기 •

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+4x+1}{3x^2-2} \quad \neg. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{2x^2+4}$$

$$\subset. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-3x}{x^2-1}$$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\subset$
④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \subset$

017

상 중 하

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3+bx^2+2x+5}{2x^2-3x+4} = 6$ 이 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

018

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax-10}{\sqrt{x^2-2x-3}+x} = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

019

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5f(x)+1}{2f(x)-3}$ 의 값은?
(단, a 는 0이 아닌 실수이다.)

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

020 최 多 빈출

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{f(x)}{x} + 2 \right\} = 0$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2+xf(x)-5}{2x^2-x+f(x)}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

021

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 의 값이 존재할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+\sqrt{x-f(x)}}{x+\sqrt{x^2+2f(x)}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

04 $\infty - \infty$ 꼴의 극한

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 26쪽

022

다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$
 (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x})$

상 중 하

023 최 다 빈출

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - \sqrt{x^2 - ax}) = 4$ 가 성립하도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

024

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} + x)$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

05 $\infty \times 0$ 꼴의 극한

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 26쪽

025

다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{4} \right)$
 (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} - 1 \right)$

상 중 하

026

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left(\frac{x^2+5}{x+1} - 3 \right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

027

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x+4}} - \frac{1}{2} \right)$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

06 미정계수의 결정

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 29쪽

028

상 중 하

두 상수 p, q 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + x + p}{x^3 + 1} = q$ 가 성립할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

029

상 중 하

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+a} - \sqrt{x+3}}{x^2-1} = b$ 가 성립할 때, ab 의 값은?

- ① 16 ② 4 ③ 1
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

030

상 중 하

함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ 이 성립할 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

031

상 중 하

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{a}{2-x} - \frac{b}{4-x^2} \right) = 1$ 이 성립할 때, ab 의 값은?

- ① 24 ② 32 ③ 48
④ 56 ⑤ 64

032

학평 기출

상 중 하

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-a}{\sqrt{x}-3} = b$ 가 성립할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

033

최 다 빈출

상 중 하

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a-b}}{x-2} = \frac{1}{8}$ 이 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

034

상 중 하

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + (a+1)x + a}{x^2 - b} = 3$ 이 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -8 ② -4 ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$

07 다항함수의 결정

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 29쪽

035 최多 빈출 풍샘 비법 ①

(상 중 하)

다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - x} = 10, \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3} = 40$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① -40 ② -10 ③ 0
④ 10 ⑤ 40

036

(상 중 하)

다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{f(x)} = 3, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{f(x)} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

037 학평 기출

(상 중 하)

다항함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 3x^3}{x^2} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$$

038

(상 중 하)

모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$(x-2)f(x) = ax^2 + bx + c$ 를 만족시키고

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

039

(상 중 하)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -1, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$ 을 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 중 차수가 가장 낮은 것을 $g(x)$ 라고 할 때, $g(3)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

08 좌극한과 우극한

중요도

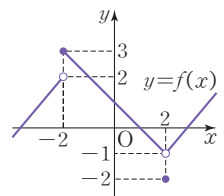
더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 16쪽

040

(상 중 하)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 극한을 조사하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow -2-} f(x)$ (2) $\lim_{x \rightarrow -2+} f(x)$
(3) $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ (4) $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$
(5) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ (6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$



041

상 중 하

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$ 에 대하여 다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x)$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

042

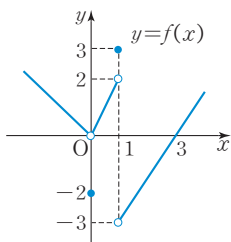
학평 기출

상 중 하

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,

$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은?

- ① -1 ② -2
③ -3 ④ -4
⑤ -5



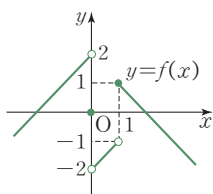
043

상 중 하

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,

$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x)f(1-x)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2



044

상 중 하

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2-4x+a & (x < 1) \\ 2 & (x=1) \\ -x+b & (x > 1) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 2$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

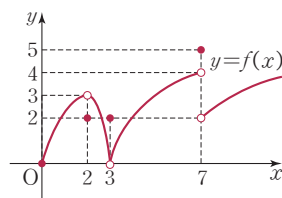
045

풍뎡 방법 2

상 중 하

$x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 3-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$

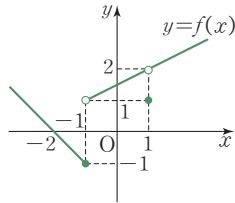
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 7-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7} f(x) = 5$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

046

상(중)하

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



- ㉠. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$
 ㉡. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$
 ㉢. $\lim_{x \rightarrow 1} f(-x)$ 의 값이 존재한다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

047 최(多)빈출

상(중)하

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + a & (x \geq 3) \\ ax - a & (x < 3) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 의 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

09 가우스 함수의 극한

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학Ⅱ 16쪽

048

상(중)하

다음 중 극한값이 가장 큰 것은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{[x]}$ ② $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x}$
 ③ $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x-1]}{x-1}$ ④ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-1}{[x-1]}$
 ⑤ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-2}{[x-2]}$

049

학평 기출

상(중)하

다음 함수 중 $x=0$ 에서 극한값이 존재하는 것을 〈보기〉에서 모두 고른 것은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

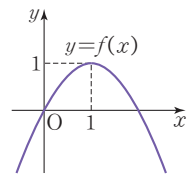
- ㉠. $f(x) = \frac{|x|}{x}$
 ㉡. $g(x) = [2x] - [x]$
 ㉢. $h(x) = \frac{[x]}{x+1}$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

050

상(중)하

이차함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 최댓값 1을 가질 때, $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

051

상(중)하

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8}{x} \left[\frac{x}{4} \right]$ 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 0 ② 2 ③ 4
 ④ 8 ⑤ 16

052

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + [x]} - x)$ 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ 2 ⑤ 3

053

상 중 하

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x + [x]^2}{[2x]}$ 의 값이 존재할 때, 정수 a 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10 합성함수의 극한

중요도

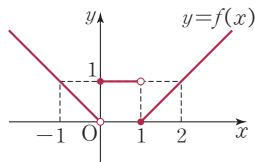
더 자세한 개념은 동산자 수학 II 16쪽

054

학평 기출

상 중 하

함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 1$
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 0$

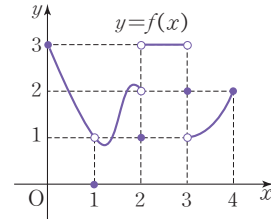
- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

055

최 다 빈출

상 중 하

정의역이 $\{x | 0 \leq x \leq 4\}$ 인 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



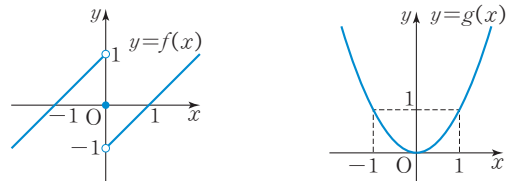
$\lim_{x \rightarrow 0+} f(f(x)) + \lim_{x \rightarrow 2+} f(f(x))$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

056

상 중 하

두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

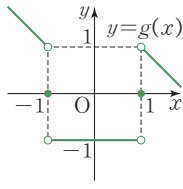
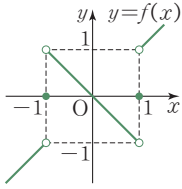
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(f(x)) = 0$
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x)) = 1$
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

057

상 중 하

두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 1-} f(g(x)) + \lim_{x \rightarrow -1+} g(f(x))$ 의 값은?



- ① -2 ② -1
④ 1 ⑤ 2

③ 0

11 함수의 극한의 성질

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학 II 19쪽

058

상 중 하

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 10, \lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 1$$

일 때, 다음 극한값을 구하여라.

- (1) $\lim_{x \rightarrow 5} \{2f(x) + 3\}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 5} \{3f(x) - 4g(x)\}$
(3) $\lim_{x \rightarrow 5} \{5f(x)g(x)\}$ (4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{6f(x)}{g(x)}$

059

상 중 하

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow a} \{2f(x) - 3g(x)\} = 4$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값을 구하여라.

060

상 중 하

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 9999} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 9999} g(x) = a \text{ 일 때,}$$

$\lim_{x \rightarrow 9999} \frac{f(x) + 3g(x)}{f(x)g(x) - 2} = \frac{1}{2}$ 을 만족시킨다. 이때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② $-\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{7}{3}$
④ -2 ⑤ $-\frac{5}{3}$

061

상 중 하

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 3} \{2f(x) + g(x)\} = 10, \lim_{x \rightarrow 3} \{f(x) - g(x)\} = 2$$

일 때, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

062

상 중 하

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) + 9g(x) = x^2 g(x)$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 18$$

이때, $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

063

상 중 하

함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x-1)}{x-1} = 5$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+f(x)}{x^2-2f(x)}$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

064

상 중 하

다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 4$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x^3-8}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

065

최 다 빈출

상 중 하

함수의 극한에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보기 •
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x), \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값이 모두 존재하지 않으면
 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)+g(x)\}$ 의 값도 존재하지 않는다.
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)-g(x)\}=0$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값이 각각 존재한다.
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)+g(x)\}$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)-g(x)\}$ 의 값이
각각 존재하면 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값도 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

066

학평 기출

상 중 하

함수의 극한에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보기 •
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)-g(x)\}=0$ 이다.
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=0, \lim_{x \rightarrow a} g(x)=\infty$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)=0$ 이다.
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)=\infty, \lim_{x \rightarrow a} g(x)=100$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)}=0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

067

상 중 하

함수의 극한에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- 보기 •
ㄱ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값이 각각 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값도 존재한다. (단, $g(x) \neq 0$)
ㄴ. $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ 의 값이 각각 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 의 값도 존재한다. (단, $g(x) \neq 0$)
ㄷ. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x)$ 의 값이 각각 존재하면
 $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 의 값도 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

12 함수의 극한의 대소 관계

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학 II 31쪽

068

상 중 하

함수 $f(x)$ 가 $x > 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$5x^3 - x^2 + x - 3 < f(x) < 5x^3 + x^2 - x + 3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 2x + 1}{x^3 + 5}$ 의 값을 구하여라.

069 최 多 빈출

상 중 하

모든 실수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$2x - 1 < f(x) < 2x + 1$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2 + 1}$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

13 함수의 극한의 활용

중요도

더 자세한 개념은 풍산자 수학 II 29쪽

070

상 중 하

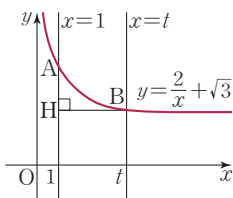
오른쪽 그림과 같이 곡선

$$y = \frac{2}{x} + \sqrt{3} \quad (x > 0)$$

과 두 직선 $x=1$, $x=t$ 의 교점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 직선 $x=1$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

이때, $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{AH}{BH}$ 의 값은? (단, $t > 1$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2



071 학평 기출

상 중 하

세 함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$,

$$g(x) = -\sqrt{x-2} + 2,$$

$h(x) = x$ 의 그래프가 오른쪽

그림과 같다. 함수 $y = h(x)$

의 그래프 위의 점 $P(a, a)$ 를

지나고 x 축에 평행한 직선이

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 A, 함수

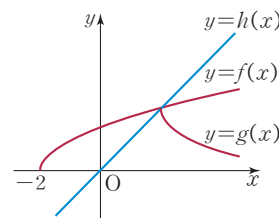
$y = g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 B라고 하자. 점 B를

지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y = h(x)$ 의 그래프와

만나는 점을 C라고 할 때, $\lim_{a \rightarrow 2^-} \frac{BC}{AB}$ 의 값은?

(단, $0 < a < 2$)

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



072

상 중 하

포물선 $y = 1 - x^2$ 과 x 축의 교점을

A, B, y 축의 교점을 C라고 하자. 포

물선 위에 있는 제1사분면 위의 동점

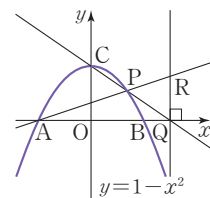
P에 대하여 직선 CP와 x 축의 교점

을 Q, 직선 AP와 점 Q를 지나고 x

축에 수직인 직선의 교점을 R라고 할 때,

$\lim_{P \rightarrow B} \frac{QR}{BQ}$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2



073

두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+8} - ax - b) = 10$
이 성립할 때, ab 의 값을 구하여라.

074

세 상수 a, b, c 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+ax+b}{(x-1)^2} = c$ 가 성립할
때, abc 의 값을 구하여라.

075

다항함수 $y=f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)-x^2}{ax+1} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = \frac{1}{4}$$

이때, $af(3)$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

076

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & (x < 2) \\ 7 & (x = 2) \\ -x^2 + 5x + a & (x > 2) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값이 존재할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

077

두 극한값

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2+x|-2}{x-1},$$

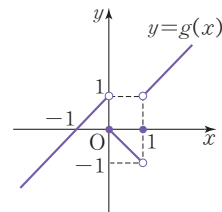
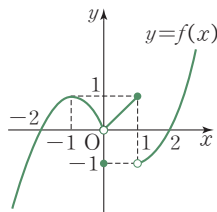
$$B = \lim_{x \rightarrow 3} [-x^2+6x-9]$$

에 대하여 $A+B$ 의 값을 구하여라.

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

078

두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) + \lim_{x \rightarrow 1} \{f(x)+g(x)\}$ 의 값을 구하여라.



079

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (x-a)}{f(x) + (x-a)} = \frac{2}{3}$$

를 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

080

다항함수 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $g(x)$ 라

하고, 나머지를 r 라고 하자. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-6}{x^2-1} = 2$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\{f(x)-6\}g(x)}{\sqrt{x}-1}$ 의 값을 구하여라.

081

다항함수 $f(x)$ 가

$$f(0)=1, f(1)=0, \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{f(x)} - x^2 - 1) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값은?

- ① -20 ② -10 ③ 0
④ 10 ⑤ 20

082

다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = -11, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -9$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} xf\left(\frac{1}{x}\right)$ 의 값을 구하여라.

083

$\lim_{x \rightarrow 3} ([x^2] - a[x])$ 의 값이 존재하도록 하는 실수 a 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

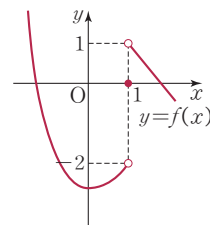
084 100점 도전

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ 2f\left(\frac{t}{t+1}\right) + f\left(\frac{t+1}{t}\right) \right\}$$

의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 3



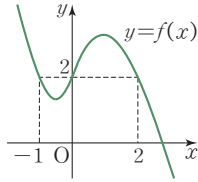
085 100점 도전

오른쪽 그림과 같이 삼차함수

$y=f(x)$ 는

$$f(-1)=f(0)=f(2)=2$$

를 만족시킨다. <보기>에서 극한값이 존재하는 것을 모두 고른 것은?



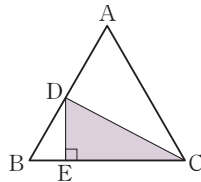
$\neg \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{f(x)-2}$
 $\neg \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{f(x)-2}$

$\neg \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x-2}$

- ① $\neg$ ② $\neg$ ③ $\neg, \neg$
 ④ $\neg, \neg$ ⑤ $\neg, \neg, \neg$

086

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 변 AB 위를 움직이는 점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라고 하자. 점 D가 점 B에 한없이 가까워질 때, $\frac{\triangle CDE}{BD}$



의 극한값은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

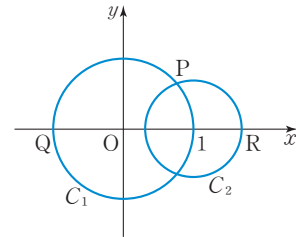
087

다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = 1$$

$$C_2 : (x-1)^2 + y^2 = r^2 \quad (0 < r < \sqrt{2})$$

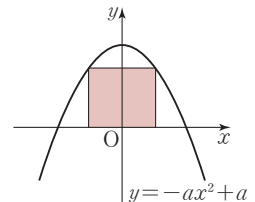
이 제1사분면에서 만나는 점을 P라고 하자. 점 P의 x좌표를 $f(r)$ 라고 할 때, $\lim_{r \rightarrow \sqrt{2}-} \frac{f(r)}{4-r^4}$ 의 값을 구하여라.



088

오른쪽 그림과 같이 함수

$y = -ax^2 + a$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분에 정사각형이 내접하고 있다. 이 정사각형의 넓이를 $S(a)$ 라고 할 때,



$\lim_{a \rightarrow \infty} S(a)$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4