



수학 1





“수학은
보이지 않는 것을
볼 수 있게 만든다.”

| 케이트 데블린 |

우리는 주변의 여러 현상과 상황 속에서 수, 도형, 자료, 또 이들 사이의 관계와 변화를 다루는 수학을 만납니다. 수학의 언어는 보이지 않는 것을 볼 수 있게 해 줍니다. 건축 설계 및 시공, 운동과 변화 등 일상과 활동에서, 때로 무질서하게 보이는 현상과 방대한 자료 속에서 수학의 언어는 상황을 해석하고 설명하며 문제를 해결할 수 있게 하는 중요한 도구입니다. 최근 주목받고 있는 인공지능(AI)의 기계 학습이나 딥러닝을 위한 프로그램도 알고리즘 등 수학적 언어 발달이 이뤄낸 결과입니다.

수학은 문제 해결을 위해 고안된 학문으로, 학교에서 학습하는 수학은 우리의 생활과 밀접한 관계가 있습니다. 수학의 언어는 만국 공통이며 새로운 언어를 사용하려면 문법을 학습해야 하듯이 수학의 언어 사용을 위해서도 학습이 필요합니다. 우리는 학습을 통하여 수학의 여러 분야의 용어와 기호, 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 논리적으로 사고하고 소통하며 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기를 수 있습니다.





이 교과서는 2022 개정 수학과 교육과정이 추구하는 문제 해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 수학 교과 역량으로 설정하고, 초등학교 수학을 기반으로 여러분의 수학적 능력과 태도를 확장하고 향상해 나갈 수 있도록 저술하였습니다. 여러분들은 새로운 개념 학습을 탐구로 시작하여 수학적 언어를 익히며 지식의 발견과 이해, 기능의 습득과 활용에 참여하게 될 것입니다. 또한, 수학으로 탐험하기와 같이 자기주도적 활동을 포함하며 공학 도구의 적절한 사용으로 학습의 동기를 유발하고 실질적인 수학 탐구가 가능하도록 구성하였습니다.

이 교과서를 사용하는 여러분들이 수학의 언어로 사고하고 소통하며 수학적 역량과 창의적 인성을 갖춘 미래 사회의 주역으로 성장해 나가기를 기원합니다.

저자 일동



구성과 특징



이 교과서는 2022 개정 교육과정에 제시된 학습 내용을 충실히 반영하고, 동시에 학생들이 학습하기 쉬우면서 알차게 구성하였습니다.

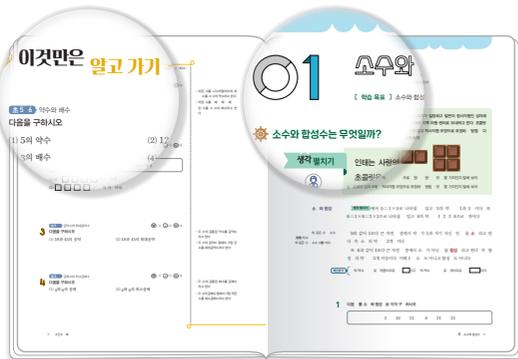
특히, 기초 소양의 함양과 생태전환 교육, 민주 시민 교육, 학생 맞춤형 교육을 도모하는 학습 방법을 제시하였고, 핵심 아이디어와 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주로 내용 체계를 구성하였습니다.

이와 같은 교과서의 구성을 통하여 학생 주도성 개념을 바탕으로 학생의 삶과 성장을 지원하고, 문제 해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리의 수학 교과 역량을 함양할 수 있도록 하였습니다.



【 대단원 도입 】

단원에서 학습해야 할 내용에 대한 대표 이미지와 설명을 통해 흥미를 유발하도록 하였습니다. 또, 초등학교에서 배운 내용과 이 단원을 학습한 이후에 배우게 될 내용에 대한 학습 연계도를 통하여 단원의 내용을 통합적으로 이해를 할 수 있습니다.

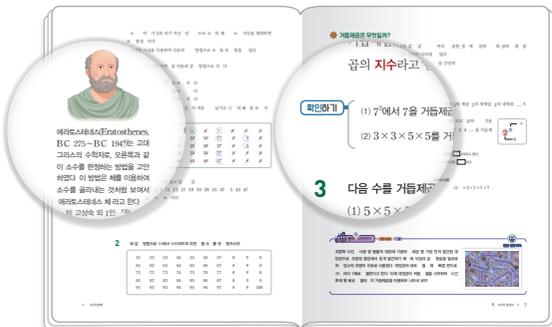


【 이것만은 알고 가기 】

본 단원의 도입 전에 이전에 배운 내용에 대한 선수 학습 문제를 제시하였습니다.

【 소단원 도입 】

생각 펼치기는 배가 항해를 시작하기 위해 돛을 펼치는 것처럼 학습을 시작하기 위해 생각을 펼친다는 의미로, 소단원 학습 내용과 관련된 실생활 주제를 제시하여 학습할 내용에 대해 관심과 흥미를 가지도록 하였습니다.

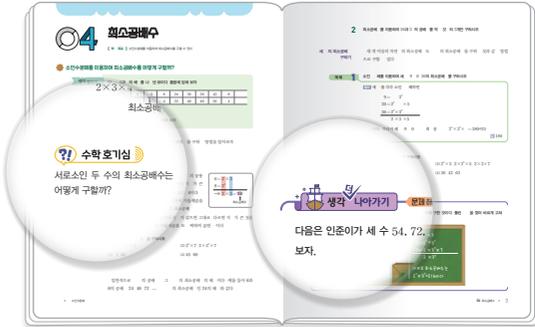


【 본문, 보조 설명, 수학자 】

본문에는 단원 필수 개념을 설명하고, 보조단에는 개념 이해에 필요한 보조 설명을 하였습니다. 또, 해당 단원과 관련된 수학자를 제시하였습니다.

【 확인하기, 함께 해 보기, 문제 】

확인하기로 학습 내용을 적용해 보고, 함께 해 보기로 대표 예제를 풀고 확인한 후에 문제를 스스로 해결함으로써 개념을 확실히 이해할 수 있습니다.

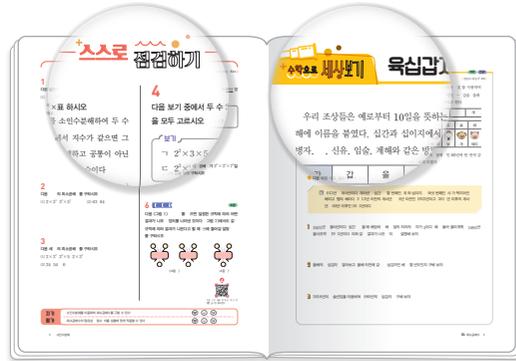


[수학 호기심]

수업 중에 궁금해할 수 있는 내용이나 추가로 더 알아야 할 내용을 직접 물어보는 식으로 제시하였습니다.

[생각 더 나아가기]

생각을 한 단계 더 나아가 단원 내용에 대한 오개념을 바로잡아 수학 교과 역량을 기를 수 있습니다.

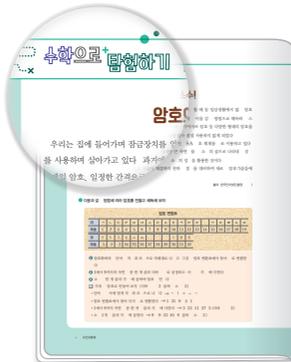


[스스로 점검하기]

자기주도적 학습의 일환으로 소단원에서 학습한 개념을 점검하고, 스스로 해결 가능한 문제들을 제시하였습니다.

[수학으로 세상 보기]

소단원 학습 내용을 토대로 직접 활동을 하면서 수학 교과 역량을 함양할 수 있습니다.

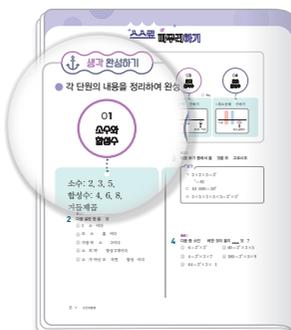


[수학으로 탐험하기]

창의적이고 자기주도가 가능한 소재로 프로젝트 수업용 활동을 제시하여 수학의 가치를 인식하고 수학 교과 역량을 함양할 수 있습니다.

[꿈을 비춰 주는 수학 등대]

진로 교육의 일환으로 해당 단원과 관련된 직업이나 분야 등을 소개하여 수학의 유용성과 가치를 생각해 볼 수 있습니다.

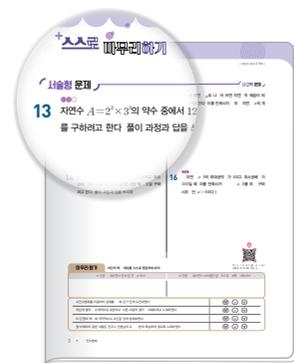


[생각 완성하기]

대단원 학습 내용을 마인드맵 형식으로 제시하여 복습하고 개념을 다시 한번 생각해 볼 수 있습니다.

[스스로 마무리하기]

자기주도적 학습의 일환으로 학습한 내용을 종합적으로 평가해 볼 수 있습니다. 또, 서술형 문제와 사고력 문제를 통해 문제 해결력을 기를 수 있습니다.



차례



I

소인수분해

01. 소수와 합성수	11
02. 소인수분해	15
03. 최대공약수	19
04. 최소공배수	22
수학으로 탐험하기	26
스스로 마무리하기	28
꿈을 비춰 주는 수학 등대	31

II

정수와 유리수

01. 정수와 유리수의 뜻	35
02. 정수와 유리수의 대소 관계	39
03. 정수와 유리수의 덧셈	43
04. 정수와 유리수의 뺄셈	48
05. 정수와 유리수의 곱셈	53
06. 정수와 유리수의 나눗셈	59
수학으로 탐험하기	64
스스로 마무리하기	66
꿈을 비춰 주는 수학 등대	69

III

문자와 식

01. 문자의 사용과 식의 값	73
02. 일차식과 수의 곱셈과 나눗셈	78
03. 일차식의 덧셈과 뺄셈	83
04. 방정식과 그 해	87
05. 일차방정식의 풀이	93
수학으로 탐험하기	100
스스로 마무리하기	102
꿈을 비춰 주는 수학 등대	105

IV

좌표평면과 그래프

01. 순서쌍과 좌표	109
02. 그래프	113
03. 정비례	120
04. 반비례	127
수학으로 탐험하기	132
스스로 마무리하기	134
꿈을 비춰 주는 수학 등대	137

V

기본 도형

01. 점, 선, 면	141
02. 각	145
03. 점, 직선, 평면의 위치 관계	150
04. 평행선의 성질	157
05. 삼각형의 작도	161
06. 삼각형의 합동	170
수학으로 탐험하기	174
스스로 마무리하기	176
꿈을 비춰 주는 수학 등대	179

VI

평면도형의 성질

01. 다각형의 내각과 외각	183
02. 다각형의 내각의 크기의 합	186
03. 다각형의 외각의 크기의 합	190
04. 원과 부채꼴	194
05. 부채꼴의 호의 길이와 넓이	198
수학으로 탐험하기	202
스스로 마무리하기	204
꿈을 비춰 주는 수학 등대	207

VII

입체도형의 성질

01. 다면체	211
02. 회전체	217
03. 기둥의 겉넓이와 부피	221
04. 뿔의 겉넓이와 부피	227
05. 구의 겉넓이와 부피	233
수학으로 탐험하기	238
스스로 마무리하기	240
꿈을 비춰 주는 수학 등대	243

VIII

자료와 문제 해결

01. 대푯값	247
02. 줄기와 잎 그림	253
03. 도수분포표	257
04. 히스토그램과 도수분포다각형	261
05. 상대도수와 그 그래프	267
06. 통계적 문제 해결	272
수학으로 탐험하기	276
스스로 마무리하기	278
꿈을 비춰 주는 수학 등대	281

부록

• 정답과 해설	282
• 찾아보기	318
• 사진·인용 자료 출처	319

I

소인수분해

- 01 소수와 합성수
- 02 소인수분해
- 03 최대공약수
- 04 최소공배수

| 배운 내용 |

초5~6

- 약수와 배수

| 이어질 내용 |

중2

- 유리수와 순환소수
- 식의 계산

중3

- 제곱근과 실수





소수는 자연수를 구성하는 기본 요소로서 오래전부터 연구하여 왔으며, 현대 사회에서는 암호, 통신, 컴퓨터 공학 등 다양한 분야에서 활용하고 있다. 특히 소인수분해를 이용하면 자연수의 성질과 구조를 이해하고 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

이 단원에서는 소인수분해와 이를 이용하여 최대공약수, 최소공배수를 구하는 방법을 배운다.



이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 282쪽 |

초 5~6 약수와 배수

😊 잘함 😊 보통 😊 모름

1 다음을 구하시오.

- (1) 5의 약수
- (2) 12의 약수
- (3) 3의 배수
- (4) 8의 배수

- 어떤 수를 나누어떨어지게 하는 수를 그 수의 약수라고 한다.
- 어떤 수를 1배, 2배, 3배, ... 한 수를 그 수의 배수라고 한다.

초 5~6 약수와 배수의 관계

😊 잘함 😊 보통 😊 모름

2 다음 식을 보고 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$8 = 1 \times 8, 8 = 2 \times 4, 8 = 4 \times 2, 8 = 8 \times 1$$

- (1) 8은 , , , 의 배수이다.
- (2) , , , 은/는 8의 약수이다.

초 5~6 공약수와 최대공약수

😊 잘함 😊 보통 😊 모름

3 다음을 구하시오.

- (1) 18과 45의 공약수
- (2) 18과 45의 최대공약수

- 두 수의 공통된 약수를 공약수라고 한다.
- 두 수의 공약수 중에서 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다.

초 5~6 공배수와 최소공배수

😊 잘함 😊 보통 😊 모름

4 다음을 구하시오.

- (1) 4와 6의 공배수
- (2) 4와 6의 최소공배수

- 두 수의 공통된 배수를 공배수라고 한다.
- 두 수의 공배수 중에서 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다.

1

소수와 합성수

[학습 목표] 소수와 합성수의 뜻을 알고, 이를 구분할 수 있다.

⚙️ 소수와 합성수는 무엇일까?

생각 펼치기



인태는 사랑의 초콜릿 나눔 봉사 활동에서 크기가 일정하고 밑면이 정사각형인 상자에 초콜릿을 하나씩 담고, 이 중 몇 개씩 포장하여 지역 아동 센터로 보내려고 한다. 초콜릿 상자 4개를 이어 붙여 가로세로를 구분하지 않고 직사각형 모양으로 포장하는 방법은 다음 그림과 같이 두 가지이다. 물음에 답해 보자.



1. 초콜릿 상자 5개를 직사각형 모양으로 포장하는 방법은 모두 몇 가지인지 말해 보자.
2. 초콜릿 상자 6개를 직사각형 모양으로 포장하는 방법은 모두 몇 가지인지 말해 보자.

소수와 합성수

생각 펼치기 에서 $5 = 1 \times 5$ 로 나타낼 수 있고, 5의 약수는 1과 5뿐이다. 또, $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$ 으로 나타낼 수 있고, 6의 약수는 1, 2, 3, 6으로 4개이다.

2, 3, 5, ... 와 같은 수는 소수(素數)이고, 0, 1, 2, 5, 3, 14, ... 와 같은 수는 소수(小數)이다.

5와 같이 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수를 **소수**라고 한다. 즉, 소수의 약수는 2개뿐이다.

또, 6과 같이 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 **합성수**라고 한다. 즉, 합성수의 약수는 3개 이상이다. 이때 1은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

확인하기

2의 약수는 1, 2로 2개뿐이므로 2는 이고, 4의 약수는 1, 2, 4로 3개이므로 4는 이다.

1 다음 수를 소수와 합성수로 각각 구분하시오.

3, 10, 13, 16, 21, 23

소수는 약수가 1과 자기 자신뿐인 수이므로 소수의 배수는 소수 자신을 제외하면 모두 합성수이다.

이러한 사실을 이용하여 다음과 같은 방법으로 소수를 모두 찾을 수 있다.

1에서 50까지의 자연수를 다음과 같은 방법으로 지운다.



에라토스테네스(Eratosthenes, B.C. 275~B.C. 194?)는 고대 그리스의 수학자로, 오른쪽과 같이 소수를 판정하는 방법을 고안하였다. 이 방법은 체를 이용하여 소수를 골라내는 것처럼 보여서 '에라토스테네스 체'라고 한다. (출처: 고상숙 외 1인, 『청소년을 위한 서양수학사』)

- ① 1을 지운다.
- ② 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운다.
- ③ 3은 남기고 3의 배수를 모두 지운다.
- ④ 5는 남기고 5의 배수를 모두 지운다.
- ⑤ 이와 같은 방법으로 남은 수 중에서 처음 수는 남기고 그 수의 배수를 모두 지운다.

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10
⑪	12	⑬	14	15	16	⑰	18	⑲	20
21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30
㉓	32	33	34	35	36	㉗	38	39	40
㉙	42	㉛	44	45	46	㉝	48	49	50

위 과정에서 지워지지 않고 남은 수들은

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

이고 이 수들은 모두 소수이다.

2 위와 같은 방법으로 51에서 100까지의 자연수 중 소수를 모두 찾으시오.

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

⚙️ 거듭제곱은 무엇일까?

거듭제곱 $3 \times 3 \times 3$ 과 같이 같은 수를 여러 번 곱한 경우에는 곱하는 수와 곱하는 횟수를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

예를 들어 2를 여러 번 곱한 것을 간단히

$2^1=2$ 로 생각한다.

$$2 \times 2 = 2^2$$

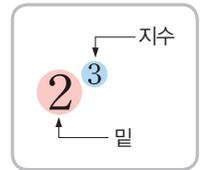
$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

⋮

과 같이 나타내고 $2^2, 2^3, 2^4, \dots$ 을 각각 2의 제곱, 2의 세제곱, 2의 네제곱, ... 으
로 읽는다.

이때 이들을 통틀어 2의 **거듭제곱**이라 하고, 곱하는 수 2를
거듭제곱의 **밑**, 곱한 횟수를 나타내는 수 2, 3, 4, ... 를 거듭제
곱의 **지수**라고 한다.



확인하기

(1) 7^2 에서 7을 거듭제곱의 , 2를 거듭제곱의 (이)라고 한다.

(2) $3 \times 3 \times 5 \times 5$ 를 거듭제곱을 이용하여 나타내면 이다.

3 다음 수를 거듭제곱을 이용하여 나타내시오.

(1) $5 \times 5 \times 5$

(2) $2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$



문제 해결 연결



안전·건강 교육

오른쪽 사진은 사람 및 동물의 대장에 기생하는 세균 중 가장 먼저 발견된 대장균으로, 오염된 환경에서 쉽게 발견되기 때문에 식당과 같은 청결을 필요로 하는 장소의 오염의 지표로 사용된다. 대장균의 세포 분열은 매우 빠른 편으로, 20분마다 2배로 분열한다고 한다. 이때 대장균이 처음 분열을 시작하여 4시간 후에 몇 배로 분열하는지 거듭제곱을 이용하여 나타내 보자.



1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

- (1) 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수를 □(이)라고 한다.
- (2) 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 □(이)라고 한다.
- (3) $2^2, 2^3, 2^4, \dots$ 을 통틀어 2의 □(이)라 하고, 곱하는 수 2를 거듭제곱의 □, 곱한 횟수를 나타내는 수 2, 3, 4, ... 를 거듭제곱의 □(이)라고 한다.

2

다음 수 중에서 아래에 해당하는 수를 모두 찾으시오.

1, 2, 5, 8, 11, 17, 24, 27

- (1) 소수
- (2) 합성수
- (3) 소수도 합성수도 아닌 수

3

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㄱ. $2 \times 3 = 2^3$
- ㄴ. $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$
- ㄷ. $7 \times 7 \times 7 = 3^7$
- ㄹ. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

4

다음 조건을 모두 만족시키는 자연수를 모두 구하시오.

- (가) 약수의 개수는 2이다.
- (나) 30보다 크고 50보다 작은 자연수이다.

5

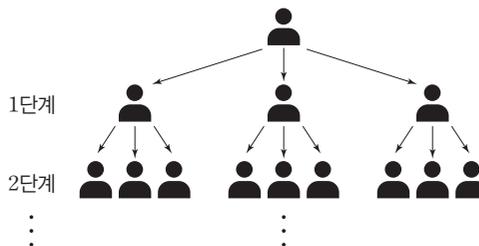
1 이상 50 미만의 자연수 중 가장 작은 소수와 가장 큰 합성수의 합을 구하시오.

6

실생활

추론

동윤이는 누리소통망에 용기와 희망의 댓글을 남기는 캠페인에 참여하기로 하였다. 1단계에서는 1명이 다른 3명에게, 2단계에서는 3명이 각각 또 다른 3명에게 댓글을 남기는 방식으로 진행될 때, 5단계에서는 누리소통망에 몇 개의 댓글이 남게 되는지 거듭제곱을 이용하여 나타내시오. (단, 한 사람에게서는 한 개의 댓글만 남긴다.)



<https://code.jihak.co.kr/qr/ET107eQOnQuLJNS2>

자기
평가

소수와 합성수의 뜻을 알고, 이를 구분할 수 있다.



다양한 상황 속에서 소수와 합성수의 필요성을 알 수 있다.



02

소인수분해

[학습 목표] 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.

⚙ 소인수분해는 어떻게 할까?

생각 펼치기

다음은 12를 두 자연수의 곱으로 나타내는 과정이다. 물음에 답해 보자.

1. ○ 안에 알맞은 자연수를 써넣어 보자.



2. 12의 약수를 구하고, 그중 소수인 것을 모두 말해 보자.

소인수분해

생각 펼치기 에서 12의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 12를 12의 인수라고도 한다. 특히, 2, 3은 소수이면서 12의 인수이다. 이와 같이 소수인 인수를 **소인수**라고 한다.

자연수의 약수를 인수라고도 한다.

한편, 12를 소인수들만의 곱으로 나타내면 $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$ 이다. 이와 같이 1보다 큰 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 **소인수분해**한다고 한다.

예를 들어 18을 소인수분해하면 다음과 같다.



$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 \qquad 18 = 3 \times 2 \times 3 = 2 \times 3^2$$

이때 18을 어떤 방법으로 소인수분해하여도 그 결과는 2×3^2 으로 모두 같다.

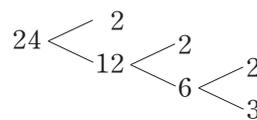
일반적으로 어떤 자연수를 소인수분해한 결과는 곱하는 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

함께 해 보기 1

24를 소인수분해하시오.

풀이

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 12 \\ &= 2 \times 2 \times 6 \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 2^3 \times 3 \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r} 2 \overline{)24} \\ \underline{2)12} \\ 2 \overline{)6} \\ \underline{3} \end{array}$$

답 $24 = 2^3 \times 3$

1 다음 수를 소인수분해하시오.

- (1) 27 (2) 36 (3) 48 (4) 56

소인수분해를 이용하여
약수 구하기

소인수분해를 이용하면 자연수의 약수를 모두 구할 수 있다.

예를 들어 28을 소인수분해하면 $2^2 \times 7$ 이다. 이를 이용하여 다음과 같은 방법으로 약수를 모두 구할 수 있다.

	7의 약수	1	7
2 ² 의 약수			
1	1	$1 \times 1 = 1$	$1 \times 7 = 7$
2	1	$2 \times 1 = 2$	$2 \times 7 = 14$
2 ²	1	$2^2 \times 1 = 4$	$2^2 \times 7 = 28$

따라서 28의 약수는 1, 2, 4, 7, 14, 28이다.

이와 같이 28의 약수는 2²의 약수와 7의 약수 중에서 하나씩 골라 서로 곱하여 구할 수 있다.

2 소인수분해를 이용하여 다음 자연수의 약수를 모두 구하시오.

- (1) $2^2 \times 5$ (2) $3^2 \times 7$ (3) 21 (4) 72


생각 나가기
문제 해결
추론
의사소통

다음 두 학생의 대화를 읽고, 지우의 대답에 대한 예를 들어 보자. 그리고 친구들과 이야기해 보자.



누리

6의 약수는 4개, 18의 약수는 6개인 것을 보면, 수가 클수록 약수의 개수도 많은 것 같아.



지우

항상 그런 것은 아니야.

- 소인수분해를 이용하여 친구와 다음 방법에 따라 게임을 해 보자. [준비물: 직사각형 9개로 이루어진 직사각형 모양 게임판, 소수 2, 3, 5, 7, 11, 13이 적혀 있는 정육면체 모양 주사위 1개]

게임 방법

- 1 게임판의 각 칸에 9개의 수를 적는다.
- 2 주사위 1개를 던져 나오는 수를 소인수로 가지는 수를 게임판에 적은 수 중에서 하나만 골라 그 밑에 적는다.

예 주사위를 던져 2가 나왔다면 2를 소인수로 가지는 수 10, 22, 6, 18, 20 중에서 하나만 골라 그 밑에 적는다.
- 3 2의 과정을 몇 번 반복한 뒤, 밑에 적힌 수들을 곱하였을 때 위의 수가 나오면 그 수를 지운다. (단, 주사위를 던져 나온 수를 인수로 가지는 수가 더 이상 없는 경우에는 주사위를 다시 던진다.)

예 2의 과정을 반복하여 차례대로 3, 5가 나왔다면 각각을 인수로 가지는 수 밑에 적는다. 여기서 10의 밑에 5를 적으면 먼저 적혀 있던 2와 곱하여 10이 되므로 10을 지울 수 있다.
- 4 가로, 세로, 대각선 중 한 줄에 있는 세 수를 모두 먼저 지우는 사람이 이긴다.

35	10 2	21
22	15	39
6	18	20

35	10 2×5	21
22	15	39
6	18 3	20

- 1 다음 그림과 같이 주어진 사각형으로 위의 방법에 따라 친구들과 게임을 해 보자.

6	12	35
30	20	5
39	9	22

- 2 다음 그림의 빈칸에 9개의 수를 적은 뒤, 위의 방법에 따라 친구들과 게임을 해 보자.

03

최대공약수

[학습 목표] 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.

⚙ 소인수분해를 이용하여 최대공약수를 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음은 24와 30의 약수를 나타낸 표이다. 물음에 답해 보자.

24의 약수	1	2	3	4	6	8	12	24
30의 약수	1	2	3	5	6	10	15	30

1. 24와 30을 각각 소인수분해해 보자.
2. 24와 30의 최대공약수를 소인수분해해 보자.

소인수분해를 이용하여 최대공약수 구하기

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 24 \ 30} \\
 3 \overline{) 12 \ 15} \\
 \quad 4 \ 5 \\
 \hline
 2 \times 3 = 6 \\
 \uparrow \\
 \text{최대공약수}
 \end{array}$$

소인수분해를 이용하여 두 수의 최대공약수를 구하는 방법을 알아보자.

두 수 24와 30을 각각 소인수분해하면

$$24 = 2^3 \times 3, \quad 30 = 2 \times 3 \times 5$$

이다. 이때 두 수 24와 30의 최대공약수는 두 수의 공통인 소인수 2의 거듭제곱인 2^3 과 2 중에서 지수가 작은 2와 지수가 같은 공통인 소인수 3을 곱한 $2 \times 3 = 6$ 이다.

$$\begin{array}{r}
 24 = 2^3 \times 3 \\
 30 = 2 \times 3 \times 5 \\
 \hline
 \rightarrow 2 \times 3 = 6 \\
 \uparrow \\
 \text{최대공약수}
 \end{array}$$

이와 같이 두 수를 각각 소인수분해하여 거듭제곱을 사용한 꼴로 나타내었을 때, 두 수의 최대공약수는 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 작은 것을 택하여 곱한 수이다.

1 다음 두 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $3 \times 5^2, 2 \times 5^3 \times 7$

(2) $2^2 \times 3^2, 2 \times 3^3$

(3) 12, 16

(4) 36, 42

일반적으로 두 수의 공약수는 그 두 수의 최대공약수의 약수이다. 예를 들어 24와 30의 공약수인 1, 2, 3, 6은 두 수의 최대공약수인 6의 약수와 같다.

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 두 수의 최대공약수는 두 수를 소인수분해하여 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 큰 것을 택하여 곱한 수이다.

()

(2) 최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라고 한다.

()

2

다음 두 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^2 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 5$

(2) 72, 84

3

다음 중 24와 서로소인 것을 모두 찾으시오.

13, 27, 35, 51, 77

4

다음 세 수의 최대공약수를 구하시오.

(1) $2^2 \times 5 \times 7$, $2^3 \times 5^3 \times 7$, $2^2 \times 5^2$

(2) 24, 36, 60

5

두 수 $3^2 \times 7^2$, $3^3 \times 7$ 의 공약수를 모두 구하시오.

6

참의·융합

추론

다음 3장의 카드 중 2장을 골라 카드에 적힌 두 수의 최대공약수를 구하려고 한다. 물음에 답하시오.

㉠ $2^3 \times 3 \times 7$

㉡ $2^2 \times 3^2 \times 5$

㉢ $2 \times 3 \times 5^2$

(1) 두 수의 최대공약수가 가장 큰 카드 2장을 고르시오.

(2) 두 수의 최대공약수가 가장 작은 카드 2장을 고르시오.



<https://code.jihak.co.kr/qr/jXTcm7hsQLxYMc4>

자기 평가

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 구할 수 있다.



최대공약수의 필요성을 알고, 이를 상황에 맞게 적용할 수 있다.



4

최소공배수

[학습 목표] 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있다.

⚙ 소인수분해를 이용하여 최소공배수를 어떻게 구할까?

생각 펼치기

다음은 6과 8의 배수를 나타낸 표이다. 물음에 답해 보자.

6의 배수	6	12	18	24	30	36	42	48	...
8의 배수	8	16	24	32	40	48	56	64	...

1. 6과 8을 각각 소인수분해해 보자.
2. 6과 8의 최소공배수를 소인수분해해 보자.

소인수분해를 이용하여 최소공배수 구하기

소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하는 방법을 알아보자.

두 수 6과 8을 각각 소인수분해하면

$$6 = 2 \times 3, 8 = 2^3$$

이다. 이때 두 수 6과 8의 최소공배수는 두 수의 공통인 소인수 2의 거듭제곱인 2^3 중에서 지수가 큰 2^3 과 공통이 아닌 소인수 3을 곱한 $2^3 \times 3 = 24$ 이다.

이와 같이 두 수를 각각 소인수분해하여 거듭제곱을 사용한 꼴로 나타내었을 때, 두 수의 최소공배수는 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 큰 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱을 모두 택하여 곱한 수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \ 8} \\ \underline{3 \ 4} \\ 2 \times 3 \times 4 = 24 \end{array}$$

↑
최소공배수

$$\begin{array}{r} 6 = 2 \times 3 \\ 8 = 2^3 \\ \hline \rightarrow 2^3 \times 3 = 24 \end{array}$$

↑
최소공배수

?! 수학 호기심

서로소인 두 수의 최소공배수는 어떻게 구할까?

1 다음 두 수의 최소공배수를 구하시오.

- | | |
|--------------------------------|---|
| (1) $2 \times 5, 2^2 \times 3$ | (2) $2^2 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7$ |
| (3) 21, 35 | (4) 45, 60 |

일반적으로 두 수의 공배수는 그 두 수의 최소공배수의 배수이다. 예를 들어 6과 8의 공배수 24, 48, 72, ... 는 두 수의 최소공배수인 24의 배수와 같다.

2 최소공배수를 이용하여 16과 24의 공배수를 작은 것부터 3개만 구하시오.

세 수의 최소공배수 구하기

세 개 이상의 자연수의 최소공배수도 두 수의 최소공배수를 구하는 것과 같은 방법으로 구할 수 있다.

함께 해 보기 1

소인수분해를 이용하여 세 수 9, 20, 36의 최소공배수를 구하시오.

풀이 세 수를 각각 소인수분해하면

$$\begin{array}{l} 9 = 3^2 \\ 20 = 2^2 \times 5 \\ 36 = 2^2 \times 3^2 \\ \hline 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{array}$$

이다. 따라서 세 수 9, 20, 36의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.

답 180

3 다음 세 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) $2^2 \times 3^3, 2^3 \times 3, 2 \times 3^2$

(2) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5, 2 \times 3 \times 7$

(3) 12, 18, 24

(4) 36, 42, 63



문제 해결 **추론**

다음은 인준이가 세 수 54, 72, 126의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구한 것이다. 틀린 부분을 찾아 바르게 고쳐 보자.

$\begin{array}{l} 54 = 2 \times 3^3 \\ 72 = 2^3 \times 3^2 \\ 126 = 2 \times 3^2 \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 7 \end{array}$ <p>이므로 최대공약수는 $2 \times 3^2 \times 7 = 126$이다.</p>	$\begin{array}{l} 54 = 2 \times 3^3 \\ 72 = 2^3 \times 3^2 \\ 126 = 2 \times 3^2 \times 7 \\ \hline 2^3 \times 3^3 \end{array}$ <p>이므로 최소공배수는 $2^3 \times 3^3 = 216$이다.</p>
--	--

1

다음 설명이 맞으면 ○표, 틀리면 ×표 하시오.

(1) 두 수의 최소공배수는 두 수를 소인수분해하여 두 수의 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 같으면 그대로, 다르면 지수가 작은 것을 택하고 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱을 모두 택하여 곱한 수이다.

()

(2) 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수의 배수이다.

()

2

다음 두 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) 2×3^3 , $3^2 \times 5^2$ (2) 63, 84

3

다음 세 수의 최소공배수를 구하시오.

(1) 2×3^2 , $2^2 \times 5$, 2×3^3

(2) 24, 54, 90

4

다음 보기 중에서 두 수 $3^2 \times 5$, $2^2 \times 3$ 의 공배수가 아닌 것을 모두 고르시오.

보기

㉠. $2^2 \times 3 \times 5$

㉡. $2^2 \times 3^2 \times 5$

㉢. $2^2 \times 3^3 \times 7$

㉣. $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

5

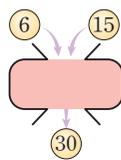
두 수 $2 \times 3^a \times 7^2$, $2^b \times 3^2$ 의 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 7^2$ 일 때, 자연수 a , b 의 값을 각각 구하시오.

6

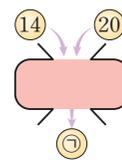
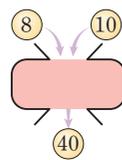
참의·융합

추론

다음 <그림 1>은 두 수를 넣으면 일정한 규칙에 따라 어떤 결과가 나오는 장치를 나타낸 것이다. <그림 2>에서도 같은 규칙에 따라 결과가 나온다고 할 때, ㉠에 들어갈 알맞은 수를 구하시오.



<그림 1>



<그림 2>



<https://code.jihak.co.kr/qr/n8ZUprtDV6Hf2V>

자기
평가

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 구할 수 있다.



최소공배수의 필요성을 알고, 이를 상황에 맞게 적용할 수 있다.



우리 조상들은 예로부터 10일을 뜻하는 십간(十干)과 12종류의 동물을 뜻하는 십이지(十二支)를 사용하여 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지에서 각각 한 글자씩을 차례로 짝지어 갑자, 을축, 병인, ..., 갑술, 을해, 병자, ..., 신유, 임술, 계해와 같은 방법으로 60개의 간지를 만들었는데, 이를 육십갑자라고 한다.

십간	갑	을	병	정	무	기	경	신	임	계		
십이지	자	축	인	묘	진	사	오	미	신	유	술	해
												
	쥐	소	호랑이	토끼	용	뱀	말	양	원숭이	닭	개	돼지

십간은 10년마다 돌아오고, 십이지는 12년마다 돌아오기 때문에 두 수의 최소공배수인 60년에 한 번씩 같은 이름의 해가 돌아오게 되며, 우리는 그것을 기념하여 환갑이라고 부르게 되었다.

● 다음 예를 보고, 물음에 답해 보자.

예 2013년은 계사년이다. 계사년은 십간 중 열 번째인 '계'와 십이지 중 여섯 번째인 '사'가 짝지어진 해이고, 뱀띠 해이다. 2013년 이전의 계사년은 60년 이전인 1953년이고, 2013년 이후의 계사년은 60년 이후인 2073년이다.

1 2025년은 을사년이다. 십간 중 '을'에 해당하는 해는 일의 자리의 숫자가 5이다. 예를 들어 을미개혁은 1895년, 을사조약은 1905년이다. 이와 같은 결과가 나오는 이유를 설명해 보자.

2 올해의 육십갑자를 알아보고, 올해 이전에 같은 육십갑자인 해는 몇 년도인지 구해 보자.

3 2018년이 무술년임을 이용하여 2080년의 육십갑자를 구해 보자.



암호의 비밀, 소수!

우리는 집에 들어가며 잠금장치를 열 때, 사물함에 물건을 보관할 때 등 일상생활에서 많은 암호를 사용하며 살아가고 있다. 과거에는 특정 지름을 갖는 막대에 종이를 감는 방법으로 해독하는 스키테일 암호, 일정한 간격으로 알파벳을 변환하여 해독하는 카이사르 암호 등 다양한 형태의 암호를 사용하였으나 단순한 해독 방법을 가진 암호는 안전하지 않아 점점 사용하지 않게 되었다.

현재는 소인수분해 문제에 기반을 둔 공개키 암호 방식인 RSA 암호 체계를 주로 이용하고 있다. 이는 두 개의 큰 소수를 주고 곱을 구하는 것은 쉽지만 큰 자연수를 두 소수의 곱으로 나타내는 것은 어렵다는 사실에 근거한 암호 체계로, 규칙성이 없는 소수의 성질을 활용한 것이다.

최근에는 RSA와 같은 현대 암호 기술이 해결하지 못하는 경우를 대비하여 새로운 암호기술들에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

(출처: 한국인터넷진흥원, 2019)

● 다음과 같은 방법에 따라 암호를 만들고 해독해 보자.

암호 변환표																			
자음	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	ㅎ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	
부호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
모음	ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅞ	ㅟ							
부호	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32							

- 1 암호화하려는 단어를 자음과 모음으로 차례대로 나누고, 그것을 암호 변환표에서 찾아 수로 변환한다.
 - 2 1에서 9까지의 자연수 중 한 개 골라 더하는 수로 설정하고, 이 수를 각 수에 더한다.
 - 3 소수를 한 개 골라 각 수에 곱하여 암호를 만든다.
- 예** '가족'을 암호로 만들어 보자. (더하는 수: 2, 곱하는 소수: 3)
- 단어를 순서에 맞게 자음과 모음으로 나눈다. → ㄱ, ㅏ, ㅈ, ㅓ, ㄱ
 - 암호 변환표에서 찾아 각각 수로 변환한다. → 1, 21, 9, 25, 1
 - 1에서 9까지 자연수 중 한 개를 골라 각 수에 더한다. → 3, 23, 11, 27, 3 (더하는 수: 2)
 - 소수 1개를 골라 각 수에 곱한다. → 9, 69, 33, 81, 9 (곱하는 소수: 3)



1 앞의 방법을 이용하여 '행복'을 암호로 만들어 보자. (더하는 수: 3, 곱하는 소수: 5)

2 다음 암호를 해독해 보자.

암호	해독 결과
27, 81, 30, 96, 12, 27, 87	
※ 더하는 수: 2, 곱하는 소수: 공통인 소인수	

3 나만의 암호를 만들어 보고, 친구의 암호를 해독해 보자.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	소인수분해를 이용하여 암호를 해독하고 만들 수 있다.	<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
	소인수분해를 이용하여 암호를 해독하는 과정을 설명할 수 있다.	<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>
태도	암호를 해독하는 과정에 적극적으로 참여하였다.	<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>	<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>

스스로 마무리하기

📌 생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 완성해 보자.

01 소수와 합성수

- 소수: 2, 3, 5, ...
- 합성수: 4, 6, 8, ...
- 거듭제곱



02 소인수 분해

○ 15쪽

- 소인수분해하기

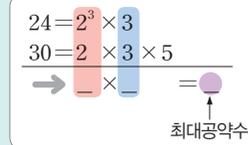
$$18 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$24 = \underline{\hspace{2cm}}$$

03 최대 공약수

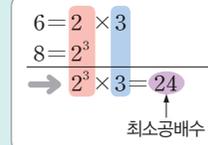
○ 19쪽

- 최대공약수 구하기



04 최소 공배수

- 최소공배수 구하기



- 1 ○○
10 이하의 자연수 중에서 소수의 개수는?
① 3개 ② 4개 ③ 5개
④ 6개 ⑤ 7개

- 2 ○○
다음 설명 중 옳은 것은?
① 1은 소수이다.
② 모든 소수는 홀수이다.
③ 가장 작은 소수는 3이다.
④ 소수의 약수는 항상 2개이다.
⑤ 소수가 아닌 모든 자연수는 합성수이다.

- 3 ○○
다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

- ㄱ. $2 \times 2 \times 2 = 3^2$
- ㄴ. $3^4 = 81$
- ㄷ. $100000 = 10^6$
- ㄹ. $3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 = 3^3 \times 5^2$

- 4 ○○○
다음 중 소인수분해한 것이 옳지 않은 것은?
① $36 = 2^2 \times 3^2$ ② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ ④ $180 = 2^2 \times 5 \times 9$
⑤ $264 = 2^3 \times 3 \times 11$



5 ●●○ 1에서 10까지의 자연수의 곱을 A 라고 할 때, $A=2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$ 이다. 자연수 a, b, c 의 값을 각각 구하시오.

6 ●●○ 다음은 소인수분해를 이용하여 2×3^3 의 약수를 모두 구하는 과정이다. ㉠~㉢에 들어갈 알맞은 수를 각각 구하시오.

	3^3 의 약수	1	3	㉠	3^3
2 의 약수		1	3	㉡	27
		㉢	6	㉢	54

7 ●●○ $126 \times a = b^2$ 을 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b 의 값을 각각 구하시오.

8 ●●○ 다음 중 서로소인 수는 모두 몇 쌍인지 구하시오.

8, 15, 27, 36, 55

9 ●●○ 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 18일 때, 두 수 a, b 의 공약수의 개수를 구하시오.

10 ●●○ 세 자연수 $5 \times x, 6 \times x, 10 \times x$ 의 최소공배수가 150일 때, x 의 값을 구하시오.

11 ●●○ 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 A 의 값을 구하시오.

(가) A 와 $2^3 \times 3$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

(나) A 와 $2^3 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.

12 ●●○ 두 분수 $\frac{10}{27}, \frac{16}{63}$ 의 어느 것에 곱해도 항상 자연수가 되게 하는 가장 작은 기약분수를 구하시오.

서술형 문제

13 자연수 $A=2^2 \times 3^3$ 의 약수 중에서 12의 배수의 개수를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

14 세 자연수 36, N , 90의 최대공약수가 18이고, 최소공배수가 540일 때, N 의 값 중 가장 작은 것을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

사고력 문제

15 288을 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이를 만족시키는 모든 자연수 a 의 개수를 구하시오.

16 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 4이고, 최소공배수가 300일 때, 이를 만족시키는 두 수 a, b 를 모두 구하시오. (단, $a > b$ 이다.)



<https://code.jihak.co.kr/qr/UMjSX3ZN9AhgOUHk>

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검하여 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.

이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

소인수분해를 이용하여 문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였다.



자신의 생각을 수학적으로 표현하고, 다른 사람의 생각을 이해하려고 노력하였다.



이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여하였다.



잘 이해하지 못한 내용은 친구나 선생님의 도움을 받아 확실하게 알도록 노력하였다.





+ 꿈을 비춰 주는

수학 등대

수학으로 지키는 데이터, 블록체인 전문가!

최 근 가상 화폐 거래에서는 암호로 보호된 블록에 데이터를 담아 체인 형태로 연결한 뒤, 수많은 컴퓨터에 이를 동시에 복제하고 저장하는 분산형 데이터 저장 기술인 블록체인 기술이 주목받고 있다. 여기서 사용하는 암호는 2개의 큰 소수의 곱이 소인수분해하기 힘들다는 점을 이용해 두 소수를 공개키로 설정하고 데이터를 암호화하여 보안을 강화하는 역할을 하고 있다. 이러한 블록체인 기술은 가상 화폐 거래 외에도 화물 추적 시스템이나 예술품의 진품 감정, 전자 투표, 의료 기록 관리 등 중요한 정보를 저장할 때 주로 쓰인다.



블록체인 전문가

블록체인 전문가는 블록체인 기술을 활용할 수 있는 분야나 산업을 찾고 이를 적용하기 위한 소프트웨어를 설계하고 개발합니다. 또, 블록체인 기술이 실생활에서 사용될 수 있도록 지속적으로 소프트웨어를 개선하고 보완합니다.

블록체인 전문가는 어떤 일을 하나요?



블록체인 전문가

블록체인 전문가는 금융, 보안, 의료, 물류 등 다양한 분야에서 활동하고 있습니다. 이 외에도 블록체인 기술을 접목할 수 있는 거의 모든 산업 분야에서 활동할 수 있습니다.

블록체인 전문가는 어떤 분야에서 활동하나요?



블록체인 전문가

블록체인 전문가는 컴퓨터공학, 정보보호학, 암호학, 수학 등의 학문을 공부해야 합니다. 적용되는 분야도 다양하기 때문에 경영학, 금융학, 산업공학 등 융합적인 지식 또한 필요합니다. 더불어, 발전하는 분야에 대해 새로운 것을 끊임없이 배우려는 자세도 필요합니다.

블록체인 전문가가 되려면 무엇을 준비해야 하나요?

(출처: 교육부, 한국직업능력연구원, 2018)