

풍산자 테스트북

중학수학

3-2

정답과 풀이

I. 삼각비

1. 삼각비

01. 삼각비

소단원 테스트 [1회]

9~10쪽

- 01 ④ 02 $4\sqrt{3}$ 03 $\frac{29}{15}$ 04 ④ 05 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 06 $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ 07 ① 08 32 09 3
 10 ③ 11 $\angle$, $\cong$ 12 ② 13 ④ 14 146

01 $\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

④ $\cos(90^\circ - C) = \cos(90^\circ - 90^\circ) = \cos 0^\circ = 1$

02 $\cos A = \frac{4}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC} = 8$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$

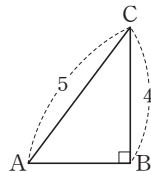
03 $\sin A = \frac{4}{5}$ 를 만족시키는 직각삼각형

ABC는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이므로

$\cos A = \frac{3}{5}, \tan A = \frac{4}{3}$

$\therefore \cos A + \tan A = \frac{3}{5} + \frac{4}{3} = \frac{29}{15}$



04 $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB = \angle HAB = x$

또, $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC = \angle HAC = y$

따라서 $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{12}{13}, \cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{12}{13}$ 이므로

$\sin x + \cos y = \frac{12}{13} + \frac{12}{13} = \frac{24}{13}$

05 $y = x + 3$ 에서 $y = 0$ 일 때 $x = -3$,

$x = 0$ 일 때 $y = 3$ 이므로

y 절편은 -3 , y 절편은 3

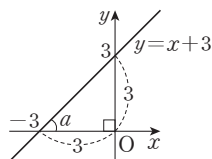
따라서 일차함수 $y = x + 3$ 의 그래

프는 오른쪽 그림과 같고 직각삼각

형의 빗변의 길이가

$\sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ 이므로

$\cos a = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$



06 $\sin 30^\circ + \cos 45^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3}$
 $= \frac{1 + \sqrt{6}}{2}$

07 $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\angle A = 30^\circ$

08 $\cos 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\therefore x = 8$

$\tan 30^\circ = \frac{y}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\therefore y = 4$

$\therefore xy = 8 \times 4 = 32$

09 직선의 기울기는 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

y 절편을 n 이라고 하면

$\tan 60^\circ = \frac{n}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ 이므로 $n = 3$

따라서 직선의 y 절편은 3이다.

10 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\angle ACB = \angle AED = y$

③ $\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

11 $\neg$. $\sin 0^\circ = 0$ $\angle$. $\cos 0^\circ = 1$

$\square$. $\tan 0^\circ = 0$ $\cong$. $\sin 90^\circ = 1$

$\square$. $\cos 90^\circ = 0$ $\boxtimes$. $\tan 90^\circ$: 정할 수 없다.

따라서 그 값이 1인 것은 $\angle$, $\cong$ 이다.

12 ① $\cos 0^\circ = 1$ ② $\tan 0^\circ = 0$

③ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ④ $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ②이다.

13 $45^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $\tan x > 1$ 이므로

$1 - \tan x < 0$

$\therefore \sqrt{(1 - \tan x)^2} = -(1 - \tan x) = \tan x - 1$

14 $\sin 72^\circ = 0.9511$ 이므로 $x = 72$

$\tan 74^\circ = 3.4874$ 이므로 $y = 74$

$\therefore x + y = 72 + 74 = 146$

소단원 테스트 [2회]

11~12쪽

- 01 ② 02 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 03 $\frac{17}{13}$ 04 $\frac{2}{3}$ 05 45°
 06 $3\sqrt{2}$ cm 07 ① 08 ③ 09 $2 - \sqrt{3}$
 10 ① 11 0.7660 12 ④ 13 2
 14 ⑤

01 $\overline{AC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 40$ 이므로
 $\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5}, \sin y = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5}$
 $\therefore \cos x + \sin y = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

02 $\cos B = \frac{\overline{BC}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로
 $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$
 즉, $\overline{AC} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$ 이므로
 $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

03 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 닮음)이므로
 $\angle BAC = \angle EDC = x$
 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로
 $\sin x = \sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12}{13}$
 $\cos x = \cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{5}{13}$
 $\therefore \sin x + \cos x = \frac{12}{13} + \frac{5}{13} = \frac{17}{13}$

04 $2x - 3y + 4 = 0$ 에서 $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$
 따라서 주어진 그래프의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로
 $\tan a = \frac{2}{3}$

05 $\sin 60^\circ \times \cos 45^\circ \times \tan x = \frac{\sqrt{6}}{4}$ 에서
 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \tan x = \frac{\sqrt{6}}{4}$
 $\frac{\sqrt{6}}{4} \tan x = \frac{\sqrt{6}}{4}$
 $\therefore \tan x = 1$
 이때 $\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $x = 45^\circ$

06 직각삼각형 ABC에서
 $\tan 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{BC} = 3$ cm
 직각삼각형 BCD에서
 $\sin 45^\circ = \frac{3}{\overline{BD}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로 $\overline{BD} = 3\sqrt{2}$ cm

07 직각삼각형 EFH에서
 $\overline{HF} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 직각삼각형 DHF에서
 $\tan x = \frac{\overline{DH}}{\overline{HF}} = \frac{2}{5}$

08 세 내각의 크기의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로
 $\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 30^\circ$
 $\therefore \sin A + \cos A = \sin 30^\circ + \cos 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

09 $\angle DBA + \angle DAB = 30^\circ$ 이므로
 $\angle DAB = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$
 즉, $\triangle BDA$ 는 이등변삼각형이므로
 $\overline{BD} = \overline{DA} = 4$
 따라서 직각삼각형 ADC에서
 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{4} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC} = 2$,
 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{DC}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\overline{DC} = 2\sqrt{3}$
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = 4 + 2\sqrt{3}$
 따라서 직각삼각형 ABC에서
 $\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2}{4+2\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

10 $a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이고 y 절편이 3이므로 이를 만족시키는
 직선의 방정식은 $y = \sqrt{3}x + 3$
 $y = \sqrt{3}x + 3$ 에 $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = \sqrt{3}x + 3 \quad \therefore x = -\sqrt{3}$
 따라서 x 축과 만나는 점의 좌표는 $(-\sqrt{3}, 0)$ 이다.

11 $\cos 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = 0.7660$

12 $\cos 0^\circ \times \sin 30^\circ + \sin 90^\circ \times \tan 30^\circ$
 $= 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3+2\sqrt{3}}{6}$

13 $0^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos A < 1$ 이므로
 $\cos A - 1 < 0, 1 + \cos A > 0$
 $\therefore \sqrt{(\cos A - 1)^2} + \sqrt{(1 + \cos A)^2}$
 $= -(\cos A - 1) + (1 + \cos A)$
 $= -\cos A + 1 + 1 + \cos A = 2$

14 $\sin 32^\circ = \frac{x}{10} = 0.5299$ 이므로
 $x = 5.299$
 $\cos 32^\circ = \frac{y}{10} = 0.8480$ 이므로
 $y = 8.480$
 $\therefore x + y = 5.299 + 8.480 = 13.779$

02. 삼각비의 활용

소단원 테스트 [1회]

13~14쪽

- 01 ③ 02 $9\sqrt{3}$ m 03 16.4 m
 04 $4\sqrt{3}$ 05 ④ 06 $50(3-\sqrt{3})$ m 07 ②
 08 45° 09 ① 10 $16\sqrt{3}$ cm² 11 ④
 12 120° 13 4 14 ③

01 $\sin 25^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{12}$
 $\therefore \overline{BC} = 12 \sin 25^\circ$

02 $\overline{AB} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$ (m)

$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 9 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3}$ (m)

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB} + \overline{AC} = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ (m)

03 탑의 높이에서 수진이의 눈높이를 뺀 높이를 x m라고 하면
 $x = 5\sqrt{3} \tan 60^\circ = 5\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 15$
 따라서 탑의 높이는 $15 + 1.4 = 16.4$ (m)

04 $\angle BAC = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는
 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AC} = \overline{BC} = 8$
 $\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\overline{AH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

05 $\angle A = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) = 45^\circ$
 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$
 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
 직각삼각형 BCH에서
 $\overline{CH} = \overline{BC} \sin 30^\circ$

$= 8 \times \frac{1}{2} = 4$ (cm)

직각삼각형 AHC에서

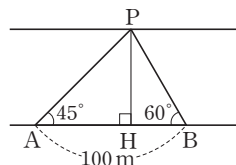
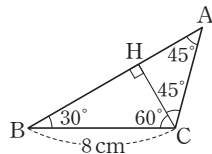
$\overline{AC} = \frac{\overline{CH}}{\cos 45^\circ} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$ (cm)

06 오른쪽 그림과 같이 점 P에서
 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하
 고 $\overline{PH} = h$ m라고 하면
 직각삼각형 AHP에서

$\overline{AH} = \frac{\overline{PH}}{\tan 45^\circ} = \frac{h}{1} = h$ (m)

직각삼각형 PHB에서

$\overline{HB} = \frac{\overline{PH}}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}h$ (m)



$\overline{AH} + \overline{HB} = 100$ (m)이므로

$h + \frac{\sqrt{3}}{3}h = 100, \left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right)h = 100$

$\therefore h = \frac{300}{3+\sqrt{3}} = 50(3-\sqrt{3})$

따라서 강의 폭은 $50(3-\sqrt{3})$ m이다.

07 $\overline{CD} = x$ m라고 하면 직각삼각형 CDA에서

$\overline{AD} = \frac{\overline{CD}}{\tan 60^\circ} = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ (m)

직각삼각형 CDB에서

$\overline{BD} = \frac{\overline{CD}}{\tan 30^\circ} = x \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}x$ (m)

$\overline{BD} - \overline{AD} = 4$ (m)이므로

$\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}x}{3} = 4, \frac{2\sqrt{3}x}{3} = 4$

$\therefore x = 2\sqrt{3}$

따라서 나무의 높이는 $2\sqrt{3}$ m이다.

08 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \sin B = 24\sqrt{2}$ 이므로

$48 \sin B = 24\sqrt{2} \quad \therefore \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \angle B = 45^\circ$

09 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 18\sqrt{2}$ (cm²)

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle BGC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 18\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (cm²)

10 $\overline{BC} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$ (cm²)

11 직각삼각형 ABD에서

$\overline{BD} = \sqrt{14^2 - 7^2} = 7\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \square ABCD$

$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 7\sqrt{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 7\sqrt{3} \times \sin 30^\circ\right)$

$= \frac{49\sqrt{3}}{2} + 21\sqrt{3} = \frac{91\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

12 $\square ABCD = 8 \times 12 \times \sin B$

$= 96 \sin B$

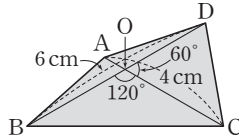
$= 48\sqrt{3}$ (cm²)

즉, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $B = 60^\circ$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

13 $\angle B = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ 이므로
 $\square ABCD = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 30^\circ$
 $= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와
 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라고 하면
 $\angle DOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 6\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$



소단원 테스트 [2회]

15~16쪽

- 01 $\sqrt{6}$ 02 6.2 m 03 $2\sqrt{13}$ cm
 04 $\sqrt{61}$ 05 ⑤ 06 ② 07 ⑤ 08 ①
 09 ③ 10 $\left(\frac{4}{\cos 62^\circ} + \frac{5}{\cos 56^\circ}\right)$ m
 11 $6\sqrt{3}$ cm² 12 8 cm 13 ④
 14 $12\sqrt{3}$ cm²

01 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

직각삼각형 AHC에서

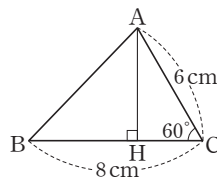
$$\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 60^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

02 $\overline{CD} = \overline{AB} \tan 25^\circ = 10 \times 0.47 = 4.7 \text{ (m)}$

따라서 나무의 높이는

$$\overline{CD} + \overline{DB} = 4.7 + 1.5 = 6.2 \text{ (m)}$$

03 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$
 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
 $\overline{AH} = \overline{AC} \sin 60^\circ$
 $= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$

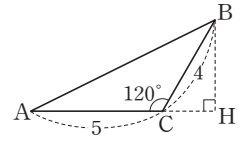


$$\overline{CH} = \overline{AC} \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BH} = 8 - 3 = 5 \text{ (cm) 이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13} \text{ (cm)}$$

04 오른쪽 그림과 같이 점 B에서
 $\overline{AC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을
 H라고 하면
 $\angle BCH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\overline{BH} = \overline{BC} \sin 60^\circ$
 $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

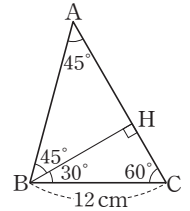


$$\overline{CH} = \overline{BC} \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\overline{AH} = 5 + 2 = 7 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{7^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{61}$$

05 $\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$
 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에
 내린 수선의 발을 H라고 하면
 직각삼각형 BCH에서
 $\overline{BH} = \overline{BC} \sin 60^\circ$
 $= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$



직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{BH} \tan 45^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

06 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE$$

$$= \triangle ABE$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 15\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

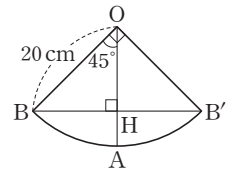
07 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$
 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
 $\overline{OH} = \overline{OB} \cos 45^\circ$

$$= 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

따라서 구하는 높이는

$$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



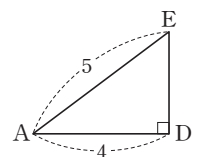
08 $\cos A = \frac{4}{5}$ 를 만족시키는 직각삼각형

ADE는 오른쪽 그림과 같이 나타낼

수 있으므로

$$\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

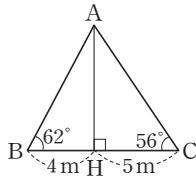
$$\text{따라서 } \sin A = \frac{3}{5}$$



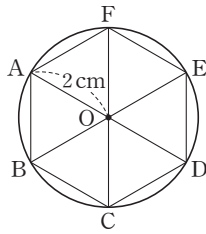
$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \frac{3}{5} = 21 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

- 09 $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle AOC$ 에서
 $\angle AOC = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
(부채꼴 AOC의 넓이) - $\triangle AOC$
 $= \left(\pi \times 6^2 \times \frac{150}{360} \right) - \left\{ \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin (180^\circ - 150^\circ) \right\}$
 $= 15\pi - \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{1}{2} \right)$
 $= 15\pi - 9$

- 10 직각삼각형 ABH에서
 $\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\cos 62^\circ} = \frac{4}{\cos 62^\circ} \text{ (m)}$
직각삼각형 AHC에서
 $\overline{AC} = \frac{\overline{CH}}{\cos 56^\circ} = \frac{5}{\cos 56^\circ} \text{ (m)}$
 $\overline{AB} + \overline{AC} = \frac{4}{\cos 62^\circ} + \frac{5}{\cos 56^\circ} \text{ (m)}$



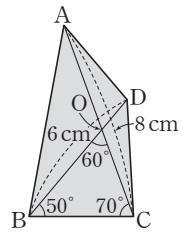
- 11 정육각형은 크기가 같은 여섯개의 삼각형으로 나누어진다.
 $\angle AOB = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
이므로
 $\triangle ABO = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$
따라서 정육각형의 넓이는
 $6 \times \triangle ABO = 6\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$



- 12 $\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
 $\square ABCD = x \times x \times \sin 60^\circ = 32\sqrt{3}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2} x^2 = 32\sqrt{3}, x^2 = 64$
 $\therefore x = 8 \text{ (} \because x > 0 \text{)}$
따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 8 cm이다.

- 13 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\overline{AC} = \overline{BD} = 8 \text{ cm}$
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- 14 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라고 하면
 $\angle BOC = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$



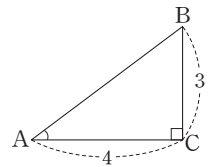
중단원 테스트 [1회]

17~20쪽

01 ④	02 1	03 ④	04 $12\sqrt{3}$	05 $\frac{3}{5}$
06 ①	07 6 cm	08 95.2 m	09 54	
10 ③	11 $\frac{2}{5}$	12 ②	13 ④	14 ①
15 ②	16 $\frac{7}{2}$	17 ④	18 ⑤	
19 $21\sqrt{3} \text{ cm}^2$	20 ②	21 ④	22 ④	
23 ①	24 12	25 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$	26 $\frac{3}{2}$	27 $27\sqrt{3}$
28 24 cm	29 $(8\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$			
30 $7(\sqrt{3} - 1) \text{ m}$				

- 01 $\overline{AB} = 5k, \overline{AC} = 3k \text{ (} k > 0 \text{)}$ 라고 하면
 $\overline{BC} = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = 4k$ 이므로
 $\sin A = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$
 $\sin B = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$
 $\therefore \sin A + \sin B = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

- 02 $\tan A = \frac{3}{4}$ 를 만족시키는 직각삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.
 $\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이므로
 $\sin A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{3}{5}$
 $\therefore \frac{\cos B}{\sin A} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$



- 03 ① $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$
② $\tan 30^\circ \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$
③ $\sin 45^\circ \div \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$
④ $\sin 60^\circ \times \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$$\textcircled{5} \sin 45^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{04} \square ABCD &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textcircled{05} y = \frac{3}{4}x + 1 \text{에서 } y=0 \text{일 때 } x = -\frac{4}{3}, x=0 \text{일 때 } y=1$$

즉, 직선 $y = \frac{3}{4}x + 1$ 의 x 절편

은 $-\frac{4}{3}$, y 절편은 1이므로 직선

은 오른쪽 그림과 같다.

따라서 직각삼각형의 빗변의 길이가

$$\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1^2} = \frac{5}{3} \text{이므로}$$

$$\sin a = 1 \div \frac{5}{3} = \frac{3}{5}$$

$$\textcircled{06} \textcircled{1} \cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\textcircled{2} \cos y = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

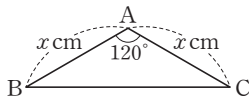
$$\textcircled{3} \sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

$$\textcircled{4} \sin z = \sin y = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\textcircled{5} \tan x = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

07 $\triangle ABC$ 는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ cm라고 하면



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin (180^\circ - 120^\circ) = 9\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 9\sqrt{3}, x^2 = 36$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 6 cm이다.

$$\textcircled{08} \overline{BC} = \overline{AB} \tan 50^\circ = 80 \times 1.19 = 95.2 \text{ (m)}$$

$$\textcircled{09} \angle B = 360^\circ - (150^\circ + 30^\circ + 150^\circ) = 30^\circ$$

따라서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\begin{aligned} \square ABCD &= 9 \times 12 \times \sin 30^\circ \\ &= 9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54 \end{aligned}$$

10 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

직각삼각형 ABD에서

$$\overline{AD} = \overline{AB} \sin 45^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

11 $y = 2x + 4$ 에서

$$y=0 \text{일 때 } x = -2, x=0 \text{일 때 } y=4$$

즉, 직선 $y = 2x + 4$ 의 x 절편은 -2 , y 절편은 4이므로

직각삼각형 AOB에서

$$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\sin A = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos A = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \sin A \times \cos A = \frac{2\sqrt{5}}{5} \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2}{5}$$

12 $\overline{AD} = \overline{BC} = 12$ cm이므로 직각삼각형 ABD에서

$$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ (cm)}$$

$$\angle ABD = 90^\circ - \angle BAH = \angle DAH = x \text{이므로}$$

직각삼각형 ABD에서

$$\sin x = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

$$\cos x = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin x - \cos x = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

13 $\cos 0^\circ \div \sin 30^\circ - \tan 60^\circ \times \cos 30^\circ$

$$= 1 \div \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

14 $\overline{AC} = a$ 라고 하면 직각삼각형 ABC에서

$$\tan 45^\circ = \frac{a}{\overline{BC}} = 1 \text{이므로 } \overline{BC} = a$$

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{이므로 } \overline{AB} = \sqrt{2}a$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AB} = \sqrt{2}a$$

$$\overline{DC} = \overline{BD} + \overline{BC} = \sqrt{2}a + a = (\sqrt{2} + 1)a$$

이때 $\angle ADB = \angle BAD$ 이고 $\angle ABC = 45^\circ$ 이므로

$$\angle ADB = \angle BAD = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$$

따라서 직각삼각형 ADC에서

$$\tan 22.5^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{a}{(\sqrt{2} + 1)a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

15 $\angle A > 45^\circ$ 이므로 $\cos A < \sin A < 1$

이때 $\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $\tan A > 1$

$$\therefore \cos A < \sin A < \tan A$$

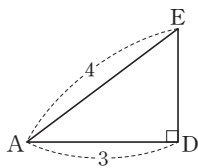
- 16 $\cos A = \frac{3}{4}$ 을 만족시키는 직각삼각형

ADE는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{DE} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \text{이므로}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \sqrt{14} \times 2\sqrt{2} \times \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{14} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$



- 17 $\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\overline{HC} = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{21} \text{ (cm)}$$

- 18 $\sin 27^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = 0.454$

$$\cos 27^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = 0.891$$

$$\therefore \sin 27^\circ + \cos 27^\circ = 0.454 + 0.891 = 1.345$$

- 19 □ABCD는 등변사다리꼴이므로
오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, I라고 하면

직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

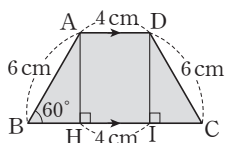
$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

같은 방법으로 직각삼각형 DIC에서 $\overline{IC} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BC} = 3 + 4 + 3 = 10 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (4 + 10) \times 3\sqrt{3} = 21\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 20 $0^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $\sin x + 1 > 0$, $\sin x - 1 < 0$ 이므로

$$\sqrt{(\sin x + 1)^2} + \sqrt{(\sin x - 1)^2}$$

$$= (\sin x + 1) - (\sin x - 1)$$

$$= \sin x + 1 - \sin x + 1 = 2$$

- 21 $\sin 46^\circ = 0.71930$ 이므로 $x = 46$

$$\tan 44^\circ = 0.96570 \text{이므로 } y = 44$$

$$\therefore x + y = 46 + 44 = 90$$

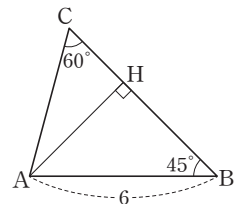
- 22 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고

하면 직각삼각형 AHB에서

$$\begin{aligned} \overline{AH} &= \overline{AB} \sin 45^\circ \\ &= 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = 3\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$



- 23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CH} = h$ 라고

하면

$$\begin{aligned} \angle ACH &= 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) \\ &= 35^\circ \end{aligned}$$

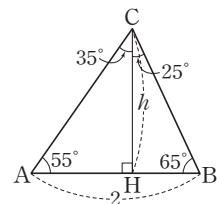
$$\begin{aligned} \angle BCH &= 180^\circ - (65^\circ + 90^\circ) \\ &= 25^\circ \end{aligned}$$

따라서 $\overline{AH} = h \tan 35^\circ$, $\overline{BH} = h \tan 25^\circ$ 이고

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH}$ 이므로

$$2 = h \tan 35^\circ + h \tan 25^\circ$$

$$\therefore h = \frac{2}{\tan 35^\circ + \tan 25^\circ}$$



- 24 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle AED = \triangle AEC$

$$\square ABED = \triangle ABE + \triangle AED$$

$$= \triangle ABE + \triangle AEC$$

$$= \triangle ABC$$

이므로

$$18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ$$

$$18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BC} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$18\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = 12$$

- 25 직각삼각형 DGH에서

$$\overline{DG} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$\overline{AD} = x$ 라고 하면 직각삼각형 ADG에서

$$\overline{AG} = \sqrt{x^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{x^2 + 8}$$

$$\text{따라서 } \cos a = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 8}} = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$2x = \sqrt{x^2 + 8}, 4x^2 = x^2 + 8$$

$$3x^2 = 8, x^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{6}}{3} (\because x > 0)$$

- 26 $30^\circ \leq A + 15^\circ \leq 90^\circ$ 이고

$$\cos(A + 15^\circ) = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$A + 15^\circ = 60^\circ \quad \therefore A = 45^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \sin(A-15^\circ) + \tan A &= \sin 30^\circ + \tan 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \quad \dots\dots ②\end{aligned}$$

채점 기준	배점
① A의 크기 구하기	3점
② $\sin(A-15^\circ) + \tan A$ 의 값 구하기	2점

27 $\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$$\begin{aligned}\triangle ABD &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \quad \dots\dots ①\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle BCD &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \quad \dots\dots ②\end{aligned}$$

$$\therefore \square ABCD = 9\sqrt{3} + 18\sqrt{3} = 27\sqrt{3} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① $\triangle ABD$ 의 넓이 구하기	2점
② $\triangle BCD$ 의 넓이 구하기	2점
③ $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	1점

28 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

$$\begin{aligned}\square ABCD &= x \times x \times \sin 60^\circ = 18\sqrt{3} \text{ | } \therefore \frac{\sqrt{3}}{2} x^2 = 18\sqrt{3}, x^2 = 36 \\ \therefore x &= 6 (\because x > 0) \quad \dots\dots ①\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 마름모 ABCD의 둘레의 길이는} \\ 4 \times 6 &= 24 \text{ (cm)} \quad \dots\dots ②\end{aligned}$$

채점 기준	배점
① 마름모 ABCD의 한 변의 길이 구하기	3점
② 마름모 ABCD의 둘레의 길이 구하기	2점

29 반원의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi$ (cm²) $\dots\dots ①$

$$\begin{aligned}\text{색칠한 부분을 제외한 삼각형의 넓이는} \\ \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} &= 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots ②\end{aligned}$$

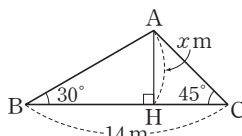
$$\text{따라서 색칠한 부분의 넓이는 } (8\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① 반원의 넓이 구하기	2점
② 색칠한 부분을 제외한 삼각형의 넓이 구하기	2점
③ 색칠한 부분의 넓이 구하기	1점

30 오른쪽 그림과 같이 나무의 높이

$\overline{AH}$ 를 x m라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \frac{\overline{AH}}{\tan 30^\circ} = x \times \frac{3}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3}x \text{ (m)}\end{aligned}$$



$$\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 45^\circ} = \frac{x}{1} = x \text{ m} \quad \dots\dots ①$$

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \overline{BH} + \overline{CH} = 14 \text{ m | } \therefore \sqrt{3}x + x = 14 \quad \dots\dots ② \\ (\sqrt{3} + 1)x &= 14\end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{14}{\sqrt{3} + 1} = 7(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{따라서 나무의 높이는 } 7(\sqrt{3} - 1) \text{ m이다.} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① $\overline{BH}$, $\overline{CH}$ 의 길이를 x 에 대한 식으로 나타내기	2점
② $\overline{BC}$ 의 길이를 x 에 대한 식으로 나타내기	1점
③ 나무의 높이 구하기	2점

중단원 테스트 [2회]

21~24쪽

01 $3\sqrt{5}$	02 ①	03 ④	04 $\sqrt{3}$	05 40 m
06 ③	07 ①	08 ①	09 ④	10 ②
11 ④	12 ④	13 $\neg, \geq$	14 $5(3 + \sqrt{3})$	
15 ④	16 ③	17 ④	18 $8(\sqrt{3} - 1)$	
19 $35\sqrt{3} \text{ cm}^2$	20 $\frac{5}{6}$	21 ③	22 $42\sqrt{3}$	
23 ⑤	24 ②	25 ②	26 $50\sqrt{3} \text{ m}$	
27 $50\sqrt{6} \text{ m}$	28 $\sqrt{2}$	29 $\frac{675\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$		
30 $9\sqrt{2} \text{ cm}^2$				

01 $\tan A = \frac{6}{\overline{AB}} = 2$ | $\therefore \overline{AB} = 3$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$$

02 ① $\cos 0^\circ + \tan 0^\circ = 1 + 0 = 1$

03 $\sin B = \frac{5}{13}$ 를 만족시키는 직각

삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

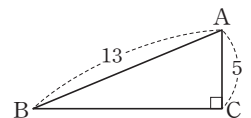
$$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ | } \therefore$$

$$\tan(90^\circ - B) = \tan A = \frac{12}{5}$$

04 $\frac{\overline{OB}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}} = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$

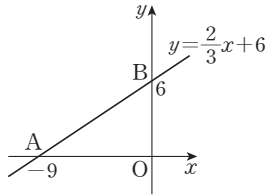
05 직각삼각형 ABC에서 $\cos 60^\circ = \frac{20}{\overline{BC}}$

$$\therefore \overline{BC} = \frac{20}{\cos 60^\circ} = 20 \times 2 = 40 \text{ (m)}$$



- 06 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서
 $\angle C$ 는 공통, $\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)
 $\therefore \angle ABC = \angle EDC = x$
따라서 $\overline{BC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ 이므로
 $\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

- 07 $y = \frac{2}{3}x + 6$ 에서 $y=0$ 일 때
 $x = -9$, $x=0$ 일 때 $y=6$ 이
므로
 $A(-9, 0)$, $B(0, 6)$
직각삼각형 AOB에서
 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$ 이므로
 $\sin A = \frac{6}{3\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$
 $\cos A = \frac{9}{3\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$
 $\therefore \sin A - \cos A = \frac{2\sqrt{13}}{13} - \frac{3\sqrt{13}}{13} = -\frac{\sqrt{13}}{13}$



- 08 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$

- 09 $\tan A = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$
이때 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이므로 $\angle A = 60^\circ$

- 10 $\square ABCD = 6 \times 12 \times \sin 60^\circ$
 $= 6 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\therefore \triangle ABO = \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times 36\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- 11 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$
 $x = \overline{AB} \cos 25^\circ = 10 \times 0.9063 = 9.063$
 $y = \overline{AB} \sin 25^\circ = 10 \times 0.4226 = 4.226$
 $\therefore x - y = 9.063 - 4.226 = 4.837$

- 12 $x = \overline{BC} \sin 38^\circ = 8 \times 0.62 = 4.96$
 $y = \overline{BC} \cos 38^\circ = 8 \times 0.79 = 6.32$
 $\therefore y - x = 6.32 - 4.96 = 1.36$

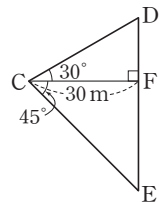
- 13 $\neg$. $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$ 일 때, A 의 값이 증가하면 $\sin A$ 의 값도
증가하므로 $\sin 35^\circ < \sin 65^\circ$
 $\perp$. $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$ 일 때, A 의 값이 증가하면 $\cos A$ 의 값은
감소하므로 $\cos 10^\circ > \cos 50^\circ$

- $\square$. $45^\circ < A \leq 90^\circ$ 일 때, $\cos A < \sin A$ 이므로
 $\sin 80^\circ > \cos 80^\circ$
 $\Rightarrow$. $45^\circ \leq A \leq 90^\circ$ 일 때, $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin A \leq 1$ 이고
 $\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $\tan A > 1$
 $\therefore \sin 70^\circ < \tan 50^\circ$
따라서 옳은 것은 $\neg$, $\Rightarrow$ 이다.

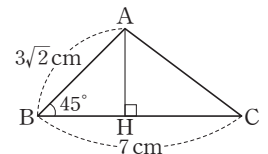
- 14 $\overline{AH} = h$ 라고 하면 직각삼각형 AHC에서
 $\angle CAH = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$ 이므로
 $\overline{CH} = \overline{AH} \tan 45^\circ = h$
직각삼각형 AHB에서
 $\angle ABH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$,
 $\angle BAH = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$
이므로
 $\overline{BH} = \overline{AH} \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h$
 $\overline{BC} = 100$ 이므로
 $h - \frac{\sqrt{3}}{3}h = 10$, $\left(\frac{3-\sqrt{3}}{3}\right)h = 10$
 $\therefore h = \frac{30}{3-\sqrt{3}} = 5(3+\sqrt{3})$

- 15 $\angle A = 180^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 45^\circ$ 이므로
 $\sin A \times \cos A + \tan A$
 $= \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ + \tan 45^\circ$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

- 16 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 CFD에서
 $\overline{DF} = \overline{CF} \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$
 $= 10\sqrt{3} \text{ (m)}$
직각삼각형 CEF에서
 $\overline{EF} = \overline{CF} \tan 45^\circ$
 $= 30 \times 1 = 30 \text{ (m)}$
따라서 건물 B의 높이는
 $\overline{DF} + \overline{EF} = 10\sqrt{3} + 30 = 10(3 + \sqrt{3}) \text{ (m)}$



- 17 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A
에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을
H라고 하면
직각삼각형 ABH에서
 $\overline{AH} = \overline{AB} \sin 45^\circ$
 $= 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ (cm)}$



- $\overline{BH} = \overline{AB} \cos 45^\circ = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \text{ (cm)}$
 $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 7 - 3 = 4 \text{ (cm)}$

따라서 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)}$$

- 18 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH} = h$ 라고 하면

직각삼각형 EBH에서

$$\angle BEH = 45^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{BH} = \overline{EH} \tan 45^\circ = h$$

직각삼각형 EHC에서 $\angle CEH = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{CH} = \overline{EH} \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

직각삼각형 DBC에서

$$\overline{BC} = \frac{\overline{DC}}{\sin 45^\circ} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} \text{이므로}$$

$$h + \sqrt{3}h = 4\sqrt{2}, (\sqrt{3} + 1)h = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore h = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1} = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$$

$$\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = 8(\sqrt{3} - 1)$$

- 19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라고 하면

$$\angle AOB = 24^\circ + 36^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 14 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 35\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 20 $45^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos x < \sin x$ 이므로

$$\sin x + \cos x > 0, \cos x - \sin x < 0$$

$$\therefore \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} + \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$$

$$= \sin x + \cos x - (\cos x - \sin x)$$

$$= \sin x + \cos x - \cos x + \sin x$$

$$= 2 \sin x$$

$$\text{즉, } 2 \sin x = \frac{5}{3} \text{이므로 } \sin x = \frac{5}{6}$$

- 21 $\overline{AB} = \overline{OB} \sin 60^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\overline{OA} = \overline{OB} \cos 60^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$\overline{CD} = \overline{OC} \tan 60^\circ = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \text{이므로}$$

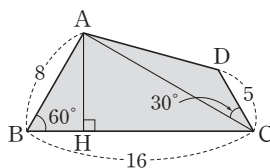
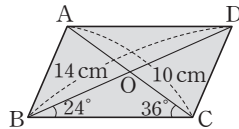
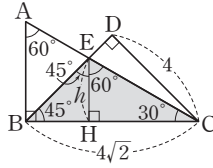
$$\square ACDB = \triangle DOC - \triangle BOA$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} \right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

- 22 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ$$

$$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$



$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 16 - 4 = 12$$

직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 12^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore \square ABCD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 4\sqrt{3} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 12 \times \sin 30^\circ \right)$$

$$= 32\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 80\sqrt{3}$$

- 23 $\angle DAC = \angle DCA$ 이고

$$\angle BDC = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$$

$\overline{BC} = a$ 라고 하면

직각삼각형 DBC에서

$$\overline{CD} = \frac{\overline{BC}}{\cos 60^\circ} = 2a$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{CD} = 2a$$

$$\overline{BD} = \overline{BC} \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = (2 + \sqrt{3})a$$

따라서 직각삼각형 ABC에서

$$\tan 75^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{(2 + \sqrt{3})a}{a} = 2 + \sqrt{3}$$

- 24 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ \right) + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ \right)$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times \overline{AD} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AD} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{4}\overline{AD} + \frac{3}{2}\overline{AD}, \frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4}\overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AD} = \frac{18\sqrt{3}}{5} \text{ cm}$$

- 25 $\triangle APQ = \frac{1}{4} \triangle ABC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times x \times y \times \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \sin 60^\circ \right)$$

$$\frac{1}{2} \times x \times y \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} xy = \frac{3\sqrt{3}}{2} \therefore xy = 6$$

- 26 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ (m)} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

직각삼각형 ACH에서

$$\overline{CH} = \overline{AH} \tan 45^\circ = 50\sqrt{3} \times 1 = 50\sqrt{3} \text{ (m)} \quad \dots\dots ②$$

채점 기준	배점
① $\overline{AH}$ 의 길이 구하기	2점
② $\overline{CH}$ 의 길이 구하기	3점

- 27 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{BH} = \overline{BC} \sin 60^\circ$$

$$= 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

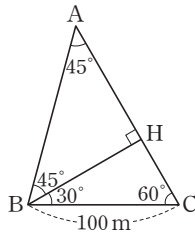
$$= 50\sqrt{3} \text{ (m)} \quad \dots\dots ①$$

$$\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$$

이므로 직각삼각형 ABH에서

두 지점 A, B 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\sin 45^\circ} = 50\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{6} \text{ (m)} \quad \dots\dots ③$$



채점 기준	배점
① $\overline{BH}$ 의 길이 구하기	2점
② $\angle A$ 의 크기 구하기	1점
③ 두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	2점

- 28 직각삼각형 FGH에서

$$\overline{FH} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

직각삼각형 BFH에서

$$\overline{BH} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \quad \dots\dots ①$$

$$\sin x = \frac{\overline{BF}}{\overline{BH}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\overline{FH}}{\overline{BH}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan x = \frac{\overline{BF}}{\overline{FH}} = \frac{5}{5} = 1 \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \tan x \times \sin x + \cos x = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① $\overline{FH}$, $\overline{BH}$ 의 길이 구하기	2점
② $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ 의 값 구하기	2점
③ $\tan x \times \sin x + \cos x$ 의 값 구하기	1점

$$29 \quad \overline{AE} = \overline{AF} \cos 30^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AD} = \overline{AE} \cos 30^\circ = 20\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AC} = \overline{AD} \cos 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \cos 30^\circ = 15\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{45}{2} \text{ (cm)} \quad \dots\dots ①$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AB} \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 15\sqrt{3} \times \frac{45}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{675\sqrt{3}}{8} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots ②$$

채점 기준	배점
① $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	3점
② $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	2점

$$30 \quad \square ABCD = 6 \times 8 \times \sin 45^\circ$$

$$= 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots ①$$

$$\overline{BM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 4 \text{ cm}$$

$$\triangle ABM = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\overline{CN} = \overline{ND} = \frac{1}{2} \overline{CD} = 3 \text{ cm}$$

$$\angle MCN = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\triangle MCN = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin (180^\circ - 135^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\triangle AND = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \triangle AMN$$

$$= \square ABCD - (\triangle ABM + \triangle MCN + \triangle AND)$$

$$= 24\sqrt{2} - (6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2})$$

$$= 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	1점
② $\triangle ABM$, $\triangle MCN$, $\triangle AND$ 의 넓이 구하기	3점
③ $\triangle AMN$ 의 넓이 구하기	1점

- 01 ② 02 ⑤ 03 ⑤ 04 ⑤
- 05 $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 06 $\frac{7}{13}$ 07 ③ 08 ③
- 09 ① 10 ③ 11 ① 12 $\frac{6}{5}$ 13 120°
- 14 $25\sqrt{3}$ 15 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$ 16 ③ 17 ④
- 18 $8\sqrt{2} \text{ cm}^2$ 19 $\frac{400\sqrt{6}}{3}$ 20 ③
- 21 $3(\sqrt{3}-1)$ 22 $\frac{2\sqrt{5}}{13}$ 23 $\sqrt{6}+3\sqrt{2}$
- 24 ② 25 ⑤ 26 $20(2-\sqrt{3}) \text{ cm}$
- 27 $5\sqrt{2} \text{ cm}^2$ 28 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 29 $10\sqrt{7} \text{ cm}$
- 30 ① 31 94 cm 32 75° 33 ②
- 34 ④ 35 28 cm^2 36 30° 37 $\frac{25}{12}$
- 38 $20\sqrt{13}$ 39 $3\sqrt{6}$ 40 $36(2+\sqrt{3})$
- 41 $\frac{3}{5}$ 42 9 m 43 $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 44 $\frac{\sqrt{6}}{4}$
- 45 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

01 오른쪽 그림에서

$$x = 12 \tan 30^\circ$$

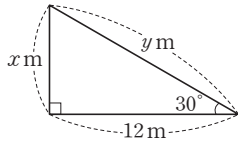
$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

직각삼각형의 빗변의 길이를 $y \text{ m}$ 라고 하면

$$y = \frac{12}{\cos 30^\circ} = 12 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$$x + y = 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ (m)}$$



02 $\sin A = \frac{4}{5}$ 를 만족시키는 직각삼각형

ABC는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{AC} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ m}$$

$$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{3}$$

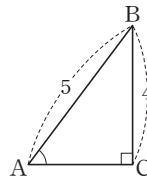
03 $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD}$

04 ① $\sin 0^\circ = 0$ ② $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{③ } \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{④ } \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{⑤ } \tan 45^\circ = 1$$

따라서 값이 가장 큰 것은 ⑤이다.



05 $\angle C = 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) = 120^\circ$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

06 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ACB = \angle DAB = x$$

또, $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle DAC = y$$

$$\sin x = \sin C = \frac{12}{13}$$

$$\sin y = \sin B = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin x - \sin y = \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$$

07 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 을 $2x^2 + \sqrt{3}x - a = 0$ 에 대입하면

$$6 + 3 - a = 0 \quad \therefore a = 9$$

08 $\tan B = \frac{12}{\overline{BC}} = \frac{2}{3}$ 에서

$$\overline{BC} = 18 \text{ cm}, \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 9 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AD} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ (cm)}$$

09 직선의 기울기는 $\tan a = 10$ 이므로 $a = 45^\circ$

$$\therefore \cos 2a = \cos 90^\circ = 0$$

10 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{BC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서

$\angle B$ 는 공통, $\angle BAC = \angle BED = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)

따라서 $\angle C = x$ 이므로

$$\sin x = \sin C = \frac{12}{13}$$

11 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고

하면 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ$$

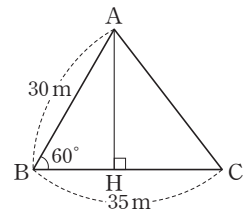
$$= 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 30 \times \frac{1}{2} = 15 \text{ (m)}$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 35 - 15 = 20 \text{ (m)}$$

따라서 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + 20^2} = 5\sqrt{43} \text{ (m)}$$



12 직각삼각형 ABD에서

$$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$\triangle ABD \sim \triangle HBA \sim \triangle HAD$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ADB = \angle HAB = x, \angle ABD = \angle HAD = y$$

$$\sin x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \cos y = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin x + \cos y = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

13 $\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B$ 에서

$$20\sqrt{3} = 5 \times 8 \times \sin B$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle B \\ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

14 $\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin (180^\circ - 120^\circ) \right\} \\ + \left(\frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \sin 60^\circ \right) \\ = \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ = \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{75\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$$

15 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{BH} \tan 45^\circ = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \{ \pi \times (2\sqrt{2})^2 \} \times 2\sqrt{2} \\ = \frac{16\sqrt{2}}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

16 $0^\circ \leq A \leq 40^\circ$ 에서 $10^\circ \leq 2A + 10^\circ \leq 90^\circ$ 이고

$$\sin (2A + 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이므로}$$

$$2A + 10^\circ = 60^\circ \quad \therefore A = 25^\circ$$

$$\therefore \cos (A + 20^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

17 ① $\cos 30^\circ \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$

② $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

③ $2(\sin 30^\circ + \sin 45^\circ) = 2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1 + \sqrt{2}$

④ $\cos 0^\circ \div \sin 30^\circ - \tan 60^\circ \times \cos 30^\circ \\ = 1 \times 2 - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{\cos 30^\circ}{\tan 60^\circ} + \frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

18 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore \triangle ABG = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 24\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

19 $\overline{AH} = \overline{AB} \sin 45^\circ = 400 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 200\sqrt{2}$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = 200\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{400\sqrt{6}}{3}$$

20 $\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{1+2+3} = 60^\circ$ 이므로

$$\sin A : \cos A : \tan A \\ = \sin 60^\circ : \cos 60^\circ : \tan 60^\circ \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} : \sqrt{3} = \sqrt{3} : 1 : 2\sqrt{3}$$

21 $\overline{AD} = h$ 라고 하면

$$\overline{BD} = \frac{\overline{AD}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}h$$

$$\overline{CD} = \frac{\overline{AD}}{\tan 45^\circ} = h$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = \sqrt{3}h + h = 60 \text{ 이므로} \\ (\sqrt{3} + 1)h = 60$$

$$\therefore h = \frac{60}{\sqrt{3} + 1} = 3(\sqrt{3} - 1)$$

22 직각삼각형 ABD에서

$$\sin x = \frac{2}{\overline{AD}} = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } \overline{AD} = 3$$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CED$ 에서

$$\angle ABD = \angle CED = 90^\circ,$$

$$\angle ADB = \angle CDE \text{ (맞꼭지각) 이므로}$$

$$\triangle ABD \sim \triangle CED \text{ (AA 닮음)}$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ECD = x$$

직각삼각형 CDE에서

$$\sin x = \frac{\overline{DE}}{2} = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } \overline{DE} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \overline{CE} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{4}{3} \right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} + \overline{DE} = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

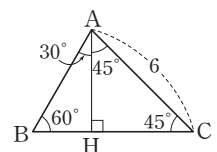
따라서 직각삼각형 AEC에서

$$\tan y = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\frac{13}{3}} \times \frac{3}{13} = \frac{2\sqrt{5}}{13}$$

23 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$

에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\angle BAH = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) \\ = 30^\circ$$



$$\angle CAH = \angle ACH = 45^\circ \text{이므로}$$

직각삼각형 AHC에서

$$\overline{CH} = \overline{AC} \cos 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \overline{AC} \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

직각삼각형 ABH에서

$$\overline{BH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 60^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = \sqrt{6} + 3\sqrt{2}$$

- 24 점 A에서 직선 BC에 내린

수선의 발을 D라 하고 성의

높이를 $\overline{AD} = h$ m라고 하자.

직각삼각형 ABD에서

$$\overline{BD} = \frac{\overline{AD}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}h \text{ (m)}$$

직각삼각형 ACD에서

$$\overline{CD} = \frac{\overline{AD}}{\tan 45^\circ} = h \text{ (m)}$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 20 \text{ (m)이므로}$$

$$\sqrt{3}h + h = 20, (\sqrt{3} + 1)h = 20$$

$$\therefore h = \frac{20}{\sqrt{3} + 1} = 10(\sqrt{3} - 1) \text{ (m)}$$

- 25 평행사변형 ABCD에서

$$\angle BAD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 24\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\therefore \triangle AOD = \frac{1}{2} \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{3}$$

$$= 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 26 점 B에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H

라고 하면

$$\overline{OH} = \overline{OB} \cos 30^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 20\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 구하는 높이는

$$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 40 - 20\sqrt{3}$$

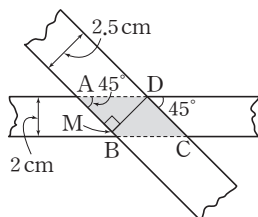
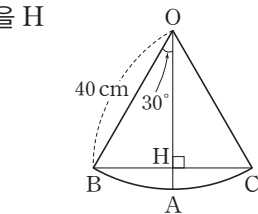
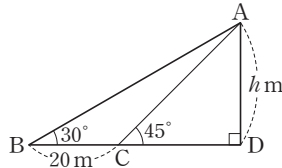
$$= 20(2 - \sqrt{3}) \text{ (cm)}$$

- 27 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의

발을 M이라고 하자.

$$\angle DAB = 45^\circ \text{ (동위각)}$$

이므로 직각삼각형 AMD에서



$$\overline{AD} = \frac{\overline{BD}}{\sin 45^\circ} = 2.5 \times \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{겹쳐진 부분의 넓이}) = \overline{AD} \times 2 = \frac{5\sqrt{2}}{2} \times 2 = 5\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 28 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $0 < \sin A < \cos A$ 이므로

$$\sin A + \cos A > 0, \sin A - \cos A < 0$$

$$\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$$

$$= (\sin A + \cos A) - \{-(\sin A - \cos A)\}$$

$$= \sin A + \cos A + \sin A - \cos A$$

$$= 2 \sin A = 1$$

$$\therefore \sin A = \frac{1}{2}$$

따라서 $A = 30^\circ$ 이므로

$$\cos A = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- 29 $\overline{AB} : \overline{BC} = 7 : 40$ 이므로

$$\overline{AB} = 7k \text{ cm}, \overline{BC} = 4k \text{ cm} \text{ (} k > 0 \text{)라고 하면}$$

$$\square ABCD = 7k \times 4k \times \sin 45^\circ = 7k \times 4k \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 14k^2 \sqrt{2} = 200\sqrt{2}$$

$$k^2 = \frac{100}{7} \quad \therefore k = \frac{10\sqrt{7}}{7}$$

$$\therefore \overline{AB} = 7k = 7 \times \frac{10\sqrt{7}}{7} = 10\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

- 30 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B$

이므로 새로운 삼각형의 넓이는

$$\triangle A'BC' = \frac{1}{2} \times 0.9\overline{AB} \times 1.1\overline{BC} \times \sin B$$

$$= 0.99 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B \right)$$

$$= 0.99 \triangle ABC$$

따라서 삼각형의 넓이는 1% 감소한다.

- 31 $\overline{BC} = 40 \times 5 = 200 \text{ (cm)이므로}$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \tan 25^\circ = 200 \times 0.47 = 94 \text{ (cm)}$$

- 32 $3x^2 - (3 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ 에서

$$(3x - \sqrt{3})(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore \tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}, \tan B = 1 \text{ (} \because \tan A < \tan B \text{)}$$

따라서 $A = 30^\circ, B = 45^\circ$ 이므로

$$A + B = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

- 33 열기구까지의 높이를 $\overline{CD} = h$ m라고 하면

$$\overline{AC} = \frac{\overline{CD}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}h \text{ (m)}$$

$$\overline{BC} = \frac{\overline{CD}}{\tan 45^\circ} = h \text{ (m)}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 50 \text{ (m)} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{3}h - h = 50, (\sqrt{3} - 1)h = 50$$

$$\therefore h = \frac{50}{\sqrt{3} - 1} = 25(\sqrt{3} + 1) \text{ (m)}$$

- 34 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하자.

직각삼각형 ABE에서

$$\overline{AE} = \overline{AB} \cos 60^\circ$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BE} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\angle ABE = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

$$\angle CBE = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ \text{ 이므로}$$

직각삼각형 BCE에서

$$\overline{EC} = \overline{BE} \tan 45^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = \overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC} = 3 + 3\sqrt{3}$$

$$y = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times (3 + 3\sqrt{3}) \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times (3 + 3\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3} + 27}{2}$$

$$\therefore x + 2y = (3 + 3\sqrt{3}) + 2 \times \frac{9\sqrt{3} + 27}{2} = 30 + 12\sqrt{3} = 6(5 + 2\sqrt{3})$$

- 35 두 대각선이 이루는 각의 크기를 x ($0^\circ < x \leq 90^\circ$), 사각형의 넓이를 S라고 하면

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin x = 28 \sin x$$

$$0^\circ < x \leq 90^\circ \text{ 일 때, } 0 < \sin x \leq 1 \text{ 이므로}$$

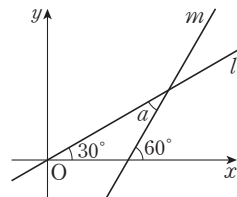
$$\sin x = 1 \text{ 일 때, } S \text{의 최댓값은 } 28 \text{ cm}^2 \text{ 이다.}$$

- 36 직선 l의 기울기가 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로

x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기는 30° 이다.

직선 m의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기는 60° 이다.

$$\text{따라서 } 30^\circ + \angle a = 60^\circ \text{ 이므로 } \angle a = 30^\circ$$



- 37 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ 이므로}$$

$$\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{13}$$

이때 직각삼각형 ADC에서

$$\cos y = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{5}{13} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AD} = 13k, \overline{CD} = 5k \text{ (} k > 0 \text{)} \text{ 라고 하면}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(13k)^2 - (5k)^2} = 12k = 5 \quad \therefore k = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \overline{CD} = 5k = 5 \times \frac{5}{12} = \frac{25}{12}$$

- 38 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 37^\circ$$

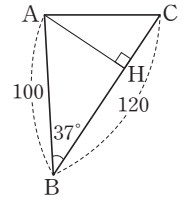
$$= 100 \times 0.6 = 60$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 37^\circ = 100 \times 0.8 = 80$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 120 - 80 = 40$$

따라서 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{60^2 + 40^2} = 20\sqrt{13}$$



- 39 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = 3 : 2$$

즉, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\angle A \text{는 공통, } \angle ABC = \angle ADE = 60^\circ \text{ (동위각)}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{DE} = \frac{2}{3} \overline{BC} = \frac{2}{3} \times 9 = 6$$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AD}$ 에

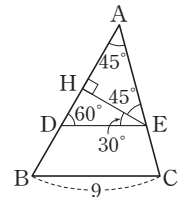
내린 수선의 발을 H라고 하면

직각삼각형 DEH에서

$$\overline{HE} = \overline{DE} \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

직각삼각형 HEA에서

$$\overline{AE} = \frac{\overline{HE}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{6}$$



- 40 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 5 : 5 : 2$ 에서

$$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 5 : 5 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\angle AOB = \angle BOC = 360^\circ \times \frac{5}{5+5+2} = 150^\circ$$

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{2}{5+5+2} = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin (180^\circ - 150^\circ) \right\} + \left\{ \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin (180^\circ - 150^\circ) \right\} + \left\{ \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ \right\}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$+ \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 36 + 36 + 36\sqrt{3}$$

$$= 36(2 + \sqrt{3})$$

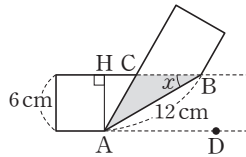
- 41 $\triangle AMD$ 와 $\triangle CND$ 에서

$\overline{AD} = \overline{CD} = 2 \text{ cm}$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\overline{AM} = \overline{CN}$ 이므로
 $\triangle AMD \equiv \triangle CND$ (SAS 합동)
 $\therefore \overline{MD} = \overline{ND} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ (cm)}$

$$\begin{aligned} \triangle MND &= \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sin x \\ &= \square ABCD - (2\triangle AMD + \triangle MBN) \\ \frac{5}{2} \sin x &= 2 \times 2 - \left\{ 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) \right\} \\ &= 4 - \left(2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2} \\ \text{따라서 } \frac{5}{2} \sin x &= \frac{3}{2} \text{ 이므로 } \sin x = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

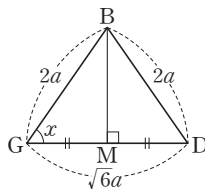
42 $\overline{DH} = \overline{BD} \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \text{ (m)}$
 $\overline{BH} = \overline{BD} \cos 60^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\therefore \overline{AH} = \overline{AB} + \overline{BH} = 15\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\overline{CH} = \overline{AH} \tan 30^\circ = 18\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 18 \text{ (m)}$
 $\therefore \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 18 - 9 = 9 \text{ (m)}$

43 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\angle ABH = x$ 라고 하자.



직각삼각형 ABH에서
 $\sin x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 이므로 $x = 30^\circ$
 한편, $\angle ABC = \angle BAD = \angle BAC$ 이므로 $\triangle CAB$ 는 $\overline{CA} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형이다.
 직각삼각형 ACH에서 $\angle ACH = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 \times \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

44 $\overline{FG} = a$ 라고 하면 직각삼각형 BFG에서
 $\overline{BG} = \frac{\overline{FG}}{\cos 60^\circ} = 2a$, $\overline{BF} = \overline{FG} \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$
 직각삼각형 DGH에서
 $\overline{GH} = \frac{\overline{DH}}{\tan 45^\circ} = \sqrt{3}a$
 $\overline{DG} = \frac{\overline{DH}}{\sin 45^\circ} = \sqrt{3}a \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}a$
 $\therefore \overline{BD} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{3}a)^2} = 2a$
 따라서 $\triangle BGD$ 는 $\overline{BG} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면



$$\begin{aligned} \cos x &= \frac{\overline{GM}}{\overline{BG}} \\ &= \frac{\sqrt{6}a}{2} \times \frac{1}{2a} = \frac{\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

45 $\overline{AM} = \overline{DM} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$
 $\overline{MH} = k$ ($k > 0$)라고 하면 직각삼각형 AMH에서
 $\overline{AH}^2 = 3 - k^2$
 직각삼각형 AHD에서
 $\overline{AH}^2 = 2^2 - (\sqrt{3} - k)^2$
 $= 1 + 2\sqrt{3}k - k^2$
 즉, $3 - k^2 = 1 + 2\sqrt{3}k - k^2$ 이므로
 $2\sqrt{3}k = 2 \quad \therefore k = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 따라서 직각삼각형 AMH에서
 $\overline{AH} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ 이므로
 $\sin x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

대단원 테스트 [2회]

31~36쪽

01 ④	02 12	03 ③	04 ①	05 ②
06 $\frac{4\sqrt{17}}{17}$	07 ③	08 ⑤	09 ①	
10 $2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})$	11 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	12 ⑤	13 45 cm^2	
14 ④	15 108 cm^2	16 0.1254		
17 7	18 ②	19 $10\sqrt{3} \text{ m}$	20 0	
21 8	22 ⑤	23 ①	24 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	25 24 m
26 $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$	27 4 cm	28 9 cm	29 1.5 m	
30 $\frac{5}{13}$	31 ②	32 $4\sqrt{3}$	33 ④	
34 $\left(\frac{32}{3}\pi - 8\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$	35 ⑤			
36 $3\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$	37 108π	38 $\frac{8}{3}$		
39 $2\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$	40 $\frac{1}{3}$	41 $\frac{1}{4}$	42 ③	
43 $\frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$	44 $2\sqrt{13} \text{ km}$	45 63 km		

01 $\sin B = \frac{\overline{CA}}{\overline{BC}}, \sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ 이므로

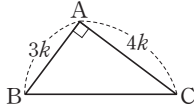
$$\frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = 4 : 3, \overline{CA} : \overline{AB} = 4 : 3$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CA} = 4k$,

$\overline{AB} = 3k$ ($k > 0$)라고 하면

$$\overline{BC} = \sqrt{(4k)^2 + (3k)^2} = 5k$$

$$\therefore \cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$$



02 $\tan B = \frac{\overline{AC}}{6} = \frac{2}{3}$ 이므로

$$\overline{AC} = 4$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

03 $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB = \angle DAB = x, \angle ABC = \angle DAC = y$

$$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{이므로}$$

$$\tan x + \sin y = \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{31}{20}$$

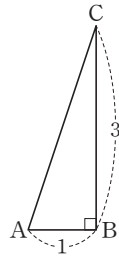
04 $\cos 55^\circ = \frac{\overline{BO}}{\overline{AO}} = \overline{BO} = 0.57$

05 $\tan A = 3$ 을 만족시키는 직각삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \text{이므로}$$

$$\sin A = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\cos A = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

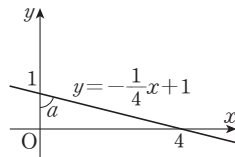


$$\therefore \frac{\sin A + \cos A}{\sin A - \cos A} = \frac{\frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{10}}{\frac{3\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{10}}{10}} = \frac{\frac{4\sqrt{10}}{10}}{\frac{2\sqrt{10}}{10}} = 2$$

06 기울기가 $-\frac{1}{4}$, y절편이 1인

직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{4}x + 1 \text{이고 그 그래프는}$$



오른쪽 그림과 같다.

따라서 직각삼각형의 빗변의 길이는

$$\sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17} \text{이므로}$$

$$\sin a = \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

07 $5^\circ \leq A \leq 45^\circ$ 에서 $0^\circ \leq 2A - 10^\circ \leq 80^\circ$ 이고

$$\sin(2A - 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이므로}$$

$$2A - 10^\circ = 60^\circ \quad \therefore A = 35^\circ$$

08 $\overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \text{ (m)}$

09 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle CAB = \angle CED = x$$

따라서 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin x \times \tan x - \cos x &= \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{3} \\ &= \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

10 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고

하면 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 45^\circ$$

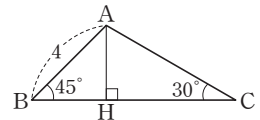
$$= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \overline{BH} \tan 45^\circ = 2\sqrt{2}$$

직각삼각형 AHC에서

$$\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})$$



11 직각삼각형 EFG에서

$$\overline{EG} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$$

직각삼각형 AEG에서

$$\overline{AG} = \sqrt{(\sqrt{2}a)^2 + a^2} = \sqrt{3}a$$

$$\therefore \cos x = \frac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

12 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle GBD = \frac{1}{6} \triangle ABC = \frac{1}{6} \times 24\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

13 직각삼각형 ABD에서

$$\overline{AD} = \frac{\overline{AB}}{\tan 45^\circ} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

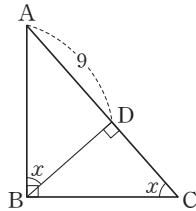
$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)} \\ \therefore \triangle BCD &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27 \text{ (cm}^2\text{)} \\ \therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\ &= 18 + 27 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

- 14 ④ $\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $1 < \tan 65^\circ$ 이고
 $\cos 5^\circ < 1$ 이므로
 $\tan 65^\circ > \cos 5^\circ$

- 15 정십이각형의 넓이는 두 변의 길이가 60이고 그 끼인각의 크기가 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ 인 삼각형 12개의 넓이와 같으므로
 $12 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ \right) = 12 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{1}{2}$
 $= 108 \text{ (cm}^2\text{)}$

- 16 $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB} = 0.48480$ 이므로 $x = 29^\circ$
따라서 $\cos 29^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.87460$ 이므로
 $\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB} = 1 - 0.8746 = 0.1254$

- 17 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADB$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (AA 닮음)
 $\therefore \angle ABD = \angle ACB = x$
직각삼각형 ADB에서
 $\sin x = \frac{9}{\overline{AB}} = \frac{3}{4}$ 이므로
 $\overline{AB} = 12$
직각삼각형 ABC에서
 $\sin x = \frac{12}{\overline{CA}} = \frac{3}{4}$ 이므로
 $\overline{CA} = 16$
 $\therefore \overline{CD} = \overline{CA} - \overline{AD} = 16 - 9 = 7$



- 18 $\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$ 이므로
 $\angle AOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
(부채꼴 AOC의 넓이) - $\triangle OCA$
 $= \left(\pi \times 8^2 \times \frac{120}{360} \right) - \left\{ \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \right\}$
 $= \frac{64}{3} \pi - \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
 $= \frac{64}{3} \pi - 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- 19 직각삼각형 DAC에서
 $\overline{AC} = \frac{\overline{CD}}{\tan 30^\circ} = 15 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 15\sqrt{3} \text{ (m)}$
직각삼각형 DBC에서
 $\overline{BC} = \frac{\overline{CD}}{\tan 60^\circ} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} \text{ (m)}$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ (m)}$

- 20 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $0 < \tan A < 1$ 이므로
 $\tan A - 1 < 0$, $\sin 90^\circ - \tan A = 1 - \tan A > 0$
 $\therefore \sqrt{(\tan A - 1)^2} - \sqrt{(\sin 90^\circ - \tan A)^2}$
 $= -(\tan A - 1) - (1 - \tan A)$
 $= -\tan A + 1 - 1 + \tan A = 0$

- 21 $\triangle AOB$ 와 $\triangle AHO$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle AOB = \angle AHO = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle AOB \sim \triangle AHO$ (AA 닮음)
 $\tan(\angle OBA) = \tan(\angle HOA) = \frac{\overline{AH}}{4} = \frac{5}{12}$ 이므로
 $\overline{AH} = \frac{5}{3}$
 $\therefore \overline{AO} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{13}{3}$
따라서 $A\left(-\frac{13}{3}, 0\right)$ 이다.

- 직각삼각형 OBH에서
 $\tan(\angle OBA) = \frac{4}{\overline{BH}} = \frac{5}{12}$ 이므로
 $\overline{BH} = \frac{48}{5}$
 $\therefore b = \overline{OB} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{48}{5}\right)^2} = \frac{52}{5}$
즉, $y = ax + \frac{52}{5}$ 의 그래프가 $A\left(-\frac{13}{3}, 0\right)$ 을 지나므로
 $-\frac{13}{3}a + \frac{52}{5} = 0 \quad \therefore a = \frac{12}{5}$
 $\therefore b - a = \frac{52}{5} - \frac{12}{5} = 8$

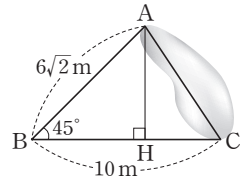
- 22 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서
 $\overline{AH} = \overline{AB} \sin 45^\circ$

$$= 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \text{ (m)}$$

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \overline{AB} \cos 45^\circ \\ &= 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6 \text{ (m)}\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 10 - 6 = 4 \text{ (m)}$$

따라서 직각삼각형 AHC에서
 $\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13} \text{ (m)}$



23 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x-1)^2 = 0$

$\therefore x = 1$ (중근)

즉, $\tan A = 1$ 이므로 $A = 45^\circ$

$\therefore (\tan A - \sin A)^2$

$= (\tan 45^\circ - \sin 45^\circ)^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} - \sqrt{2}$

24 정사각뿔의 옆면은 모두 정삼각형이므로

$\overline{AM} = \overline{AN} = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서

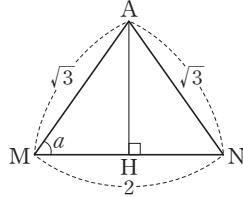
$\overline{MN}$ 에 내린 수선의 발을 H라고

하면

$\overline{MH} = 1$

$\overline{AH} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}$

$\therefore \sin \alpha = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$



25 $\overline{BC} = \overline{AB} \tan 66^\circ = 10 \times 2.2460 = 22.460$ (m)

따라서 나무의 높이는

$22.460 + 1.54 = 24$ (m)

26 $\square ABCD = 4 \times 6 \times \sin 60^\circ$

$= 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$ (cm²)

$\therefore \triangle BMD = \frac{1}{2} \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 12\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ (cm²)

27 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로

$\overline{AC} = \overline{BD} = x$ cm라고 하면

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$ (cm²)

$\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 4\sqrt{30}$ 이므로

$x^2 = 16 \quad \therefore x = 4$ ($\because x > 0$)

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 4 cm이다.

28 $\overline{AE} = \overline{AF} \cos 30^\circ = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{AD} = \overline{AE} \cos 30^\circ = 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12$ (cm)

$\overline{AC} = \overline{AD} \cos 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{AB} = \overline{AC} \cos 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9$ (cm)

29 오른쪽 그림에서

$\overline{AC} = \overline{AB} \cos 60^\circ$

$= 2 \times \frac{1}{2} = 1$ (m)

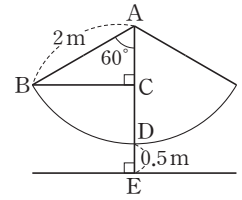
이므로

$\overline{CD} = \overline{AD} - \overline{AC}$

$= 2 - 1 = 1$ (m)

따라서 그녀가 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이는

$\overline{CE} = \overline{CD} + \overline{DE} = 1 + 0.5 = 1.5$ (m)



30 $12 \sin A = 5 \cos A$ 에서 $\sin A : \cos A = 5 : 12$

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}, \cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ 이므로

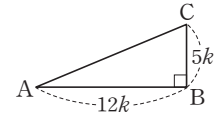
$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = 5 : 12, \overline{BC} : \overline{AB} = 5 : 12$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC} = 5k$,

$\overline{AB} = 12k$ ($k > 0$)라고 하면

$\overline{AC} = \sqrt{(12k)^2 + (5k)^2} = 13k$

$\therefore \cos(90^\circ - A) = \cos C = \frac{5k}{13k} = \frac{5}{13}$



31 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AH} = 280 \cos 35^\circ$ (m), $\overline{BH} = 210 \cos 63^\circ$ (m)이므로

$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 280 \cos 35^\circ + 210 \cos 63^\circ$ (m)

32 $\triangle AB'E$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$\angle AB'E = \angle ADE = 90^\circ$,

$\overline{AE}$ 는 공통,

$\overline{AB'} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle AB'E \cong \triangle ADE$ (RHS 합동)

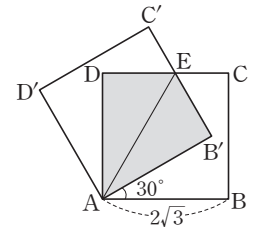
$\angle DAB' = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이고

$\angle EAB' = \frac{1}{2} \angle DAB' = 30^\circ$ 이므로

직각삼각형 $AB'E$ 에서

$\overline{EB'} = \overline{AB'} \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2$

$\therefore \square AB'ED = 2 \triangle AB'E = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\right) = 4\sqrt{3}$



33 오른쪽 그림과 같이 점 Q

에서 $\overline{AP}$ 에 내린 수선의

발을 H라고 하자.

$\angle CPQ$

$= \angle HPQ = \angle CQP$

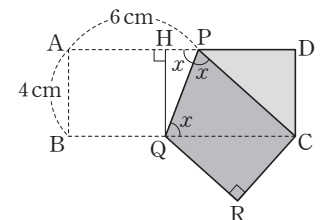
$= x$ 이므로

$\triangle CPQ$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CQ} = \overline{CP} = \overline{AP} = 6$ cm

$\overline{CR} = \overline{AB} = 4$ cm이므로 직각삼각형 CQR에서

$\overline{QR} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)



$$\overline{AH} = \overline{BQ} = \overline{QR} = 2\sqrt{5} \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{HP} = (6 - 2\sqrt{5}) \text{ cm}$$

따라서 직각삼각형 PHQ에서

$$\tan x = \frac{\overline{HQ}}{\overline{HP}} = \frac{4}{6 - 2\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

34 $\overline{OM} = 4 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{OB} = 2\overline{OM} = 8 \text{ cm}$

$\angle BOM = x$ 라고 하면 직각삼각형 BOM에서

$$\cos x = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } x = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 BOA의 넓이) - $\triangle BOM$

$$\begin{aligned} &= \left(\pi \times 8^2 \times \frac{60}{360} \right) - \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin 60^\circ \right) \\ &= \frac{32}{3} \pi - \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= \frac{32}{3} \pi - 8\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

35 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

$\overline{AI}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 와 만

나는 점을 D라고 하면 점 D

는 $\overline{BC}$ 의 중점이며

$\overline{BC} \perp \overline{AD}$ 이다.

즉, $\overline{BD} = \overline{CD} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ 이므로

직각삼각형 ABD에서

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BD}}{\cos 30^\circ} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

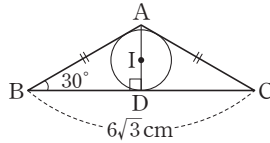
이때 내접원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} r (6 + 6 + 6\sqrt{3}) = 3(2 + \sqrt{3})r \text{ (cm}^2\text{)}$$

이므로

$$3(2 + \sqrt{3})r = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore r = \frac{3\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 6\sqrt{3} - 9$$



36 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

또, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle DBC = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

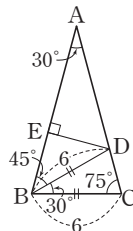
$$\angle ABD = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린

수선의 발을 E라고 하면

직각삼각형 BDE에서

$$\overline{EB} = \overline{BD} \cos 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$



$$\overline{DE} = \overline{BD} \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

직각삼각형 AED에서

$$\overline{AE} = \frac{\overline{ED}}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EB} = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$$

37 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린

수선의 발을 H라고 하면

직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AH} = \overline{CA} \cos 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9$$

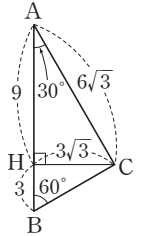
$$\overline{CH} = \overline{CA} \sin 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$$

직각삼각형 CHB에서

$$\overline{BH} = \frac{\overline{CH}}{\tan 60^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$$

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times 9 \right\} + \left\{ \frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times 3 \right\} \\ &= 81\pi + 27\pi = 108\pi \end{aligned}$$



38 직각삼각형 BOC에서

$$\sin a = \frac{\overline{BC}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \overline{BC} = 4$$

$$\overline{OC} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ 이고}$$

$$\overline{BE} = \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 5 - 3 = 2$$

한편, 직각삼각형 AOD에서

$$\tan a = \frac{\overline{AD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{OC}} = \frac{4}{3}$$

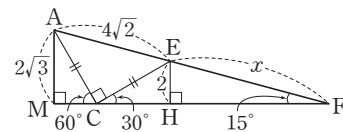
$$\therefore \overline{AD} = \frac{4}{3} \overline{OD} = \frac{4}{3} \times 5 = \frac{20}{3}$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = \frac{20}{3} - 4 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$$

39 다음 그림과 같이 두 점 A, E에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선의 발을

각각 M, H라고 하자.



$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\angle ACM = 60^\circ, \overline{AM} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\angle CAE = \angle CEA = 45^\circ,$$

$$\overline{AE} = \frac{\overline{AC}}{\sin 45^\circ} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$$

$$\angle ECH = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ \text{이므로}$$

직각삼각형 CEH에서

$$\overline{EH} = \overline{EC} \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\angle FEH = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ) = 75^\circ \text{이므로}$$

$$\angle EFH = 180^\circ - (90^\circ + 75^\circ) = 15^\circ$$

$$\text{이때 } \sin 15^\circ = \frac{\overline{AM}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{EH}}{\overline{EF}} \text{이므로}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{x+4\sqrt{2}} = \frac{2}{x}, \sqrt{3}x = x+4\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{3}-1)x = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore x = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$$

40 직각삼각형 BCD에서

$$\overline{BD} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

또, $\triangle BCD$ 는 $\overline{BC} = \overline{DC}$ 인 직각이등변

삼각형이므로 $\angle DBC = \angle BDC = 45^\circ$

이때

$$\angle ADE = \angle BDC = 45^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

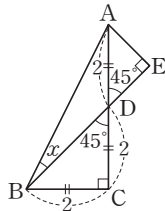
이므로 직각삼각형 ADE에서

$$\overline{AE} = \overline{AD} \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\overline{DE} = \overline{AD} \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\tan x = \frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$



41 $\sin A = 1$, $\cos A = 0$ 이므로 $A = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore & \left(\tan \frac{A}{2} + \sin \frac{2}{3}A \right) \left(\tan \frac{A}{2} - \cos \frac{A}{3} \right) \\ &= (\tan 45^\circ + \sin 60^\circ)(\tan 45^\circ - \cos 30^\circ) \\ &= \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

42 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하고 점 B에서 $\overline{DC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 G라고 하면

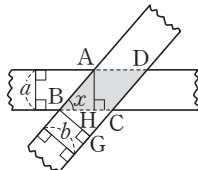
$$\overline{AH} = a, \overline{BG} = b$$

직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin x} = \frac{a}{\sin x}$$

직각삼각형 BGC에서

$$\angle BCG = \angle ABC = x \text{ (엇각)이므로}$$



$$\overline{BC} = \frac{\overline{BG}}{\sin x} = \frac{b}{\sin x}$$

$$\therefore \square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin x$$

$$= \frac{a}{\sin x} \times \frac{b}{\sin x} \times \sin x$$

$$= \frac{ab}{\sin x}$$

43 $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = 3 \text{ cm}$, $\overline{AF} = \overline{BD} = \overline{CE} = 6 \text{ cm}$,

$$\angle DAF = \angle EBD = \angle FCE = 60^\circ \text{이므로}$$

세 삼각형 ADF, BED, CFE는 모두 합동이고 그 넓이는 모두 같다.

따라서 $\triangle ABC = 3\triangle ADF + \triangle DEF$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 9 \times \sin 60^\circ$$

$$= 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \sin 60^\circ \right) + \triangle DEF$$

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \triangle DEF$$

$$\frac{81\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2} + \triangle DEF$$

$$\therefore \triangle DEF = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

44 $\overline{OP} = \frac{30}{60} \times 12 = 6 \text{ (km)}$, $\overline{OQ} = \frac{30}{60} \times 16 = 8 \text{ (km)}$

오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{OQ}$ 에

내린 수선의 발을 H라고 하면

직각삼각형 POH에서

$$\overline{PH} = \overline{OP} \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{3} \text{ (km)},$$

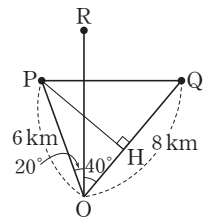
$$\overline{OH} = \overline{OP} \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (km)},$$

$$\overline{QH} = \overline{OQ} - \overline{OH} = 8 - 3 = 5 \text{ (km)}$$

이므로 직각삼각형 PHQ에서

$$\overline{PQ} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 5^2} = 2\sqrt{13} \text{ (km)}$$

따라서 두 지점 P, Q 사이의 거리는 $2\sqrt{13} \text{ km}$ 이다.



45 $\overline{HA} = \overline{PH} \tan 45^\circ = 100 \text{ (m)}$

$$\overline{HB} = \overline{PH} \tan 60^\circ = 100\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{AB} = \overline{HB} - \overline{HA}$$

$$= 100\sqrt{3} - 100$$

$$= 100(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 100 \times (1.7 - 1) = 70 \text{ (m)}$$

따라서 자동차는 4초 동안 0.07 km를 달렸으므로 1시간 동안 달린 거리는

$$\frac{0.07}{4} \times 3600 = 63 \text{ (km)}$$

따라서 자동차의 속력은 시속 63 km이다.

II. 원의 성질

1. 원과 직선

01. 원과 현

소단원 테스트 [1회]

39쪽

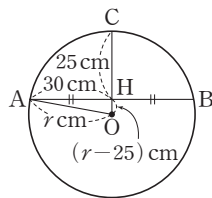
01 ④	02 10 cm	03 ④	04 30.5 cm
05 $48\pi - 36\sqrt{3}$	06 ②	07 70°	08 ③

- 01 원의 중심에서 현에 내린 수선의 발은 현을 이등분하므로
원의 반지름의 길이는 $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
따라서 $5^2 = (3\sqrt{2})^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$ 이므로
 $7 = \frac{x^2}{4}$, $x^2 = 28$
 $\therefore x = 2\sqrt{7}$ ($\because x > 0$)

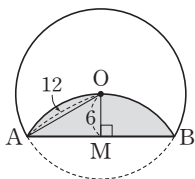
- 02 $\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 8$ cm이고
 $\overline{OA} = r$ cm라고 하면 $\overline{OM} = (r - 4)$ cm
직각삼각형 OAM에서
 $r^2 = (r - 4)^2 + 8^2$, $8r = 80$
 $\therefore r = 10$

- 03 $\overline{OB} = \overline{OC} = 5$ cm이므로 $\overline{OM} = 3$ cm
직각삼각형 OMB에서
 $\overline{MB} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ (cm)
 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = 4$ cm
따라서 직각삼각형 ACM에서
 $\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)

- 04 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
 $\overline{OH} = (r - 25)$ cm
직각삼각형 AOH에서
 $r^2 = 30^2 + (r - 25)^2$
 $50r = 1525$ $\therefore r = 30.5$



- 05 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 직각삼각형 OAM에서
 $\overline{OA} = 12$, $\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OA} = 6$ 이므로
 $\overline{AM} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$
 $\cos(\angle AOM) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 이므로
 $\angle AOM = 60^\circ$
따라서 $\angle AOB = 120^\circ$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는



$$\left(\pi \times 12^2 \times \frac{120}{360}\right) - \left\{\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)\right\}$$

$$= 48\pi - 36\sqrt{3}$$

- 06 직각삼각형 ONC에서

$$\overline{CN} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2}$$

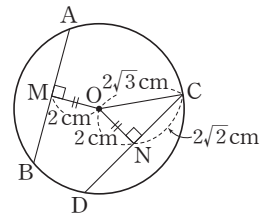
$$= 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\overline{OM} \perp \overline{AB}, \overline{ON} \perp \overline{CD} \text{이므로}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CN} = \overline{DN}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD} = 2\overline{CN} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$



- 07 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$$

- 08 점 P에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 $\overline{PM}$ 이 원의 중심 O를 지날 때 $\triangle ABP$ 의 넓이가 최대가 된다.

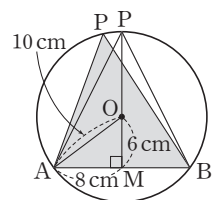
$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 8 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{OM} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{PM} = 10 + 6 = 16 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \times 16 \times 16 = 128 \text{ (cm}^2\text{)}$$



소단원 테스트 [2회]

40쪽

01 ②	02 ②	03 $16\sqrt{3}$ cm	04 $\frac{17}{3}$ cm
05 15π cm	06 ④	07 ③	08 $6\sqrt{3}$

- 01 $\overline{OB} = r$ cm라고 하면

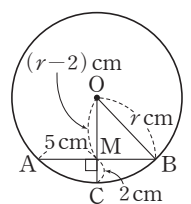
$$\overline{OM} = (r - 2) \text{ cm,}$$

$$\overline{MB} = \overline{MA} = 5 \text{ cm}$$

직각삼각형 OMB에서

$$r^2 = 5^2 + (r - 2)^2$$

$$4r = 29 \quad \therefore r = \frac{29}{4}$$

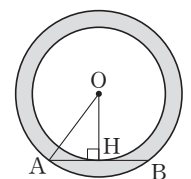


- 02 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{AH} = \overline{BH}$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 색칠한 부분의 넓이는

$$R^2\pi - r^2\pi = 9\pi \quad \therefore R^2 - r^2 = 9$$

직각삼각형 OAH에서



$$\overline{AH} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9} = 3 \text{ (cm)}$$

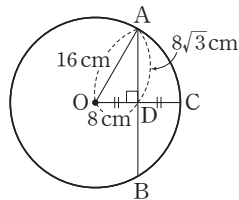
$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 6 \text{ cm}$$

03 $\overline{OD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{OC} = 8 \text{ (cm)}$

직각삼각형 AOD에서

$$\overline{AD} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 16\sqrt{3} \text{ cm}$$



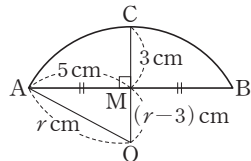
04 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$\overline{OM} = (r - 3) \text{ cm}$$

직각삼각형 AOM에서

$$r^2 = 5^2 + (r - 3)^2$$

$$6r = 34 \quad \therefore r = \frac{17}{3}$$



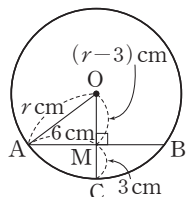
05 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$\overline{OM} = (r - 3) \text{ cm}$$

직각삼각형 OAM에서

$$r^2 = (r - 3)^2 + 6^2$$

$$6r = 45 \quad \therefore r = \frac{15}{2}$$



따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \frac{15}{2} = 15\pi \text{ (cm)}$$

06 원 O의 반지름의 길이를 r cm, 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면

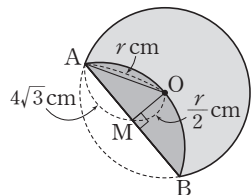
$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{r}{2} \text{ cm}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

직각삼각형 OAM에서

$$r^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$\frac{3}{4}r^2 = 48, r^2 = 64 \quad \therefore r = 8 \text{ (}\because r > 0\text{)}$$



07 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 원의 중심 O로부터 두 현 AB, CD까지의 거리는 같다.

즉, 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 N이라고 하면

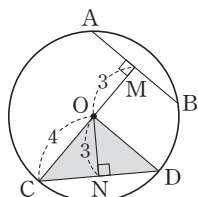
$$\overline{ON} = \overline{OM} = 3$$

직각삼각형 OCN에서

$$\overline{CN} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CN} = 2\sqrt{7}$$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 3 = 3\sqrt{7}$$



08 원의 중심에서 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

즉, $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고 $\overline{AE}$ 는 꼭지각의 이등분선이므로 $\angle OAF = 30^\circ$

직각삼각형 AOF에서

$$\overline{AO} = \frac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = 2\sqrt{2}, \overline{AF} = \frac{\sqrt{2}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{6}$$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분하므로

$$\overline{AC} = 2\overline{AF} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} \times \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$$

02. 원의 접선

소단원 테스트 [1회]

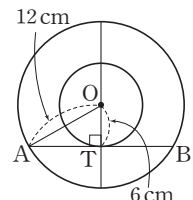
41쪽

01 $12\sqrt{3} \text{ cm}$	02 20°	03 ④	04 78 cm^2
05 34 cm	06 ⑤	07 ③	08 ③

01 직각삼각형 OAT에서

$$\overline{AT} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AT} = 12\sqrt{3} \text{ cm}$$



02 $\square AOBP$ 에서 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 40^\circ + 90^\circ) = 140^\circ$$

$$\triangle OBA$$
에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA$$

$$\therefore \angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$$

03 직각삼각형 TOC에서

$$\overline{CT} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$\overline{AB}$ 와 원 O의 접점을 D라고 하면 $\overline{AD} = \overline{AT}$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BT'}$ 이므로

($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

$$= \overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC}$$

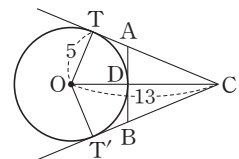
$$= \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{BD} + \overline{BC}$$

$$= \overline{AC} + \overline{AT} + \overline{BT'} + \overline{BC}$$

$$= \overline{CT} + \overline{CT'}$$

$$= 2\overline{CT} \text{ (}\because \overline{CT} = \overline{CT'})$$

$$= 24$$



04 $\overline{AD} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로
 $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE}$

$= \overline{BC} + \overline{AD} = 13 \text{ (cm)}$

점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을
H라고 하면

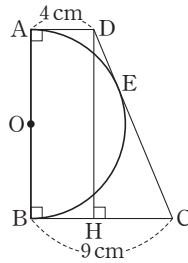
$\overline{CH} = 9 - 4 = 5 \text{ (cm)}$

직각삼각형 DHC에서

$\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}$

$\therefore$ (사다리꼴 ABCD의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 12 = 78 \text{ (cm}^2\text{)}$



05 $\overline{AF} = \overline{AE}$, $\overline{BF} = \overline{BD}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$

$= \overline{AF} + \overline{FB} + \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{AE} + \overline{EC}$

$= 2\overline{AF} + 2\overline{BD} + 2\overline{EC}$

$= 2 \times (6 + 8 + 3) = 34 \text{ (cm)}$

06 오른쪽 그림에서

$\overline{PD} = \overline{PF} = \overline{PH} = x$ 라고 하면

$\overline{AD} = \overline{AE} = 26 - x$

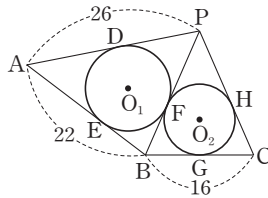
$\overline{BE} = \overline{BF} = \overline{BG}$

$= 22 - (26 - x)$

$= x - 4$

$\overline{CH} = \overline{CG} = 16 - (x - 4) = 20 - x$

$\therefore \overline{PC} = \overline{PH} + \overline{CH} = x + (20 - x) = 20$



07 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 직각삼각형 ABC
에서

$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ (cm)}$

$\triangle ABC$ 에서

$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times (13 + 5 + 12) \times r$

$15r = 30 \quad \therefore r = 2$

08 오른쪽 그림과 같이 세 접점을 각
각 P, Q, R라고 하자.

원 O의 반지름의 길이는 3 cm이
므로

$\overline{AP} = \overline{AQ} = 9 - 3 = 6 \text{ (cm)}$

$\overline{EQ} = \overline{ER} = x$ cm라고 하면

$\overline{EC} = (x + 3)$ cm이므로

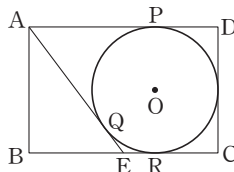
$\overline{BE} = 9 - (x + 3) = 6 - x \text{ (cm)}$

직각삼각형 ABE에서

$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$

$24x = 36 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$

$\therefore \overline{AE} = 6 + \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \text{ (cm)}$



소단원 테스트 [2회]

42쪽

01 ②

02 ③

03 $4\sqrt{3}$ cm

04 70 m

05 6 cm

06 ④

07 ⑤

08 150 cm^2

01 점 O'에서 QA에 내린 수선의 발을
H라고 하자.

직각삼각형 OHO'에서

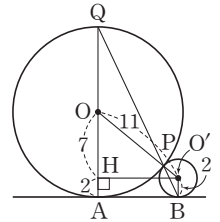
$\overline{OO'} = 9 + 2 = 11,$

$\overline{OH} = 9 - 2 = 7$ 이므로

$\overline{HO'} = \sqrt{11^2 - 7^2} = 6\sqrt{2}$

따라서 직각삼각형 QAB에서 $\overline{AB} = \overline{HO'} = 6\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{QB} = \sqrt{18^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{11}$



02 $\overline{CQ} = \overline{CP} = 3$ cm이므로

$\overline{AR} = \overline{AQ} = 7 - 3 = 4 \text{ (cm)}$

03 $\angle APO = \angle BPO = 30^\circ$ 이고 $\angle PAO = 90^\circ$ 이므로 직각
삼각형 APO에서

$\overline{PO} = \frac{6}{\cos 30^\circ} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$

04 $\triangle ABC$ 와 내접원의 접점을 각각

F, G, H, I라고 하자.

$\overline{BH} = \overline{BF} = x$ m라고 하면

$\overline{AH} = \overline{AG} = (53 - x)$ m

$\overline{CF} = \overline{CG} = (45 - x)$ m

이때 $\overline{AC} = \overline{AG} + \overline{CG}$ 이므로

$28 = (53 - x) + (45 - x)$

$2x = 70 \quad \therefore x = 35$

이때 $\overline{DI} = \overline{DH}$, $\overline{EI} = \overline{EF}$ 이므로

($\triangle DBE$ 의 둘레의 길이)

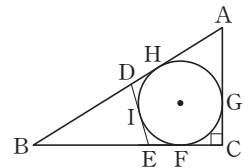
$= \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{BE}$

$= \overline{BD} + \overline{DI} + \overline{IE} + \overline{BE}$

$= \overline{BD} + \overline{DH} + \overline{EF} + \overline{BE}$

$= \overline{BH} + \overline{BF} = 2\overline{BH} \quad (\because \overline{BH} = \overline{BF})$

$= 70 \text{ (m)}$



05 $\overline{AF} = \overline{AD} = 2$ cm,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}$

이므로

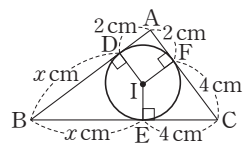
$\overline{BE} = \overline{BD} = x$ cm라고 하면

$\overline{AB} = (x + 2)$ cm, $\overline{BC} = (x + 4)$ cm

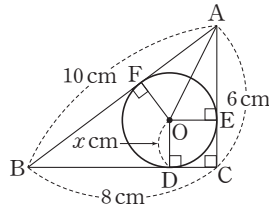
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 24 cm이므로

$(x + 2) + (x + 4) + 6 = 24$

$2x = 12 \quad \therefore x = 6$



- 06 직각삼각형 ABC에서
 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (cm)
 $\triangle ABC$ 와 내접원의 접점을
 각각 D, E, F라고 하면
 $\square ODCE$ 는 정사각형이다.

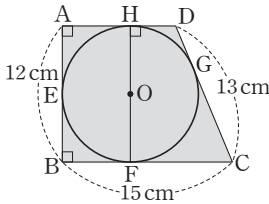


$\overline{CD} = \overline{CE} = x$ cm라고 하면
 $\overline{AF} = \overline{AE} = (6-x)$ cm, $\overline{BF} = \overline{BD} = (8-x)$ cm
 이때 $\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF}$ 이므로
 $10 = (6-x) + (8-x)$
 $2x = 4 \quad \therefore x = 2$

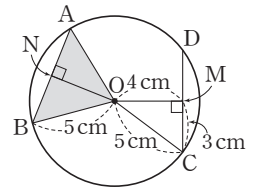
따라서 $\overline{OE} = 2$ cm, $\overline{AE} = 6 - 2 = 4$ (cm)이므로
 직각삼각형 AOE에서
 $\overline{AO} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)

- 07 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로
 $7 + 5 = 3 + (5 + \overline{CF})$
 $\therefore \overline{CF} = 4$ cm

- 08 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로
 $12 + 13 = \overline{AD} + 15$
 $\therefore \overline{AD} = 10$ cm
 $\therefore \square ABCD$
 $= \frac{1}{2} \times (15 + 10) \times 12$
 $= 150$ (cm²)



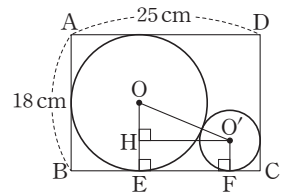
- 03 직각삼각형 OCM에서
 $\overline{CM} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (cm)
 이므로
 $\overline{CD} = 2\overline{CM} = 6$ cm



점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발
 을 N이라고 하면 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ cm이므로
 $\overline{ON} = \overline{OM} = 4$ cm
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ (cm²)

- 04 $\square MBHO$ 에서
 $\angle MBH = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 118^\circ) = 62^\circ$
 이때 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
 따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 2 \times 62^\circ = 56^\circ$

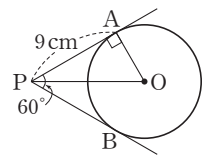
- 05 원 O의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2} \times 18 = 9$ (cm)



작은 원 O'의 반지름의 길
 이를 r cm라고 하면
 $\overline{OH} = (9-r)$ cm
 $\overline{HO'} = \overline{EF} = 25 - 9 - r = 16 - r$ (cm)
 직각삼각형 OHO'에서
 $(9+r)^2 = (9-r)^2 + (16-r)^2$
 $r^2 - 68r + 256 = 0, (r-64)(r-4) = 0$
 $\therefore r = 4$ ($\because 0 < r < 9$)

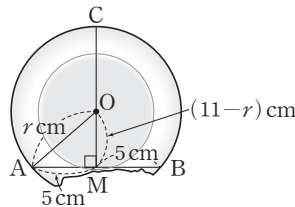
- 06 $\overline{OT} \perp \overline{PT}$ 이므로 직각삼각형 OPT에서
 $\overline{PT} = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}$ (cm)
 $\therefore \triangle OPT = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 5 = 5\sqrt{6}$ (cm²)

- 07 직각삼각형 APO에서
 $\angle APO = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ 이므로
 $\overline{AO} = 9 \tan 30^\circ = 3\sqrt{3}$ (cm)
 $\square APBO$ 에서
 $\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$ 이므로
 $\widehat{AB} = 2\pi \times 3\sqrt{3} \times \frac{120}{360} = 2\sqrt{3}\pi$ (cm)



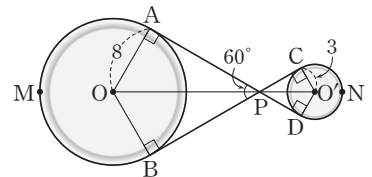
- 01 직각삼각형 OAH에서
 $\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ (cm)
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 6\sqrt{3}$ cm

- 02 접시의 중심을 O, 반지름의
 길이를 r cm라고 하면
 $\overline{OA} = r$ cm,
 $\overline{OM} = (11-r)$ cm,
 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로
 직각삼각형 OAM에서
 $r^2 = (11-r)^2 + 5^2$



$22r = 146 \quad \therefore r = \frac{73}{11}$

- 08 두 칸을 위에서 내려
 다봤을 때 두 원의 중
 심을 각각 O, O', 원
 O와 끈의 접점을 A,
 B라 하고 원 O'과
 끈의 접점을 C, D, 두 끈이 교차하면서 만나는 점을 P라고
 하자.



$\square AOBP$ 에서
 $\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$ 이므로

$$\widehat{AMB} = 2\pi \times 8 \times \frac{240}{360} = \frac{32}{3}\pi$$

$$\angle APO = \angle BPO = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} = \frac{8}{\tan 30^\circ} = 8\sqrt{3}$$

$$\angle CPD = \angle APB = 60^\circ \text{이고 } \square CPDO' \text{에서}$$

$$\angle CO'D = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ \text{이므로}$$

$$\widehat{CND} = 2\pi \times 3 \times \frac{240}{360} = 4\pi$$

$$\angle CPO' = \angle DPO' = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{CP} = \overline{DP} = \frac{3}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{3}$$

따라서 끈의 최소 길이는

$$\frac{32}{3}\pi + 2 \times 8\sqrt{3} + 4\pi + 2 \times 3\sqrt{3} = \frac{44}{3}\pi + 22\sqrt{3}$$

- 09 $\overline{BD} = \overline{BE} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{AF} = \overline{AD}$$

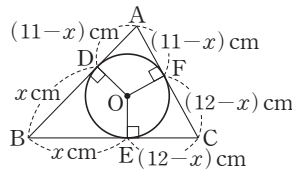
$$= (11-x) \text{ cm}$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = (12-x) \text{ cm}$$

$$\text{이때 } \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} \text{이므로}$$

$$9 = (11-x) + (12-x)$$

$$2x = 14 \quad \therefore x = 7$$



- 10 $\overline{AP} = \overline{AR} = x$ 라고 하면

$$\overline{BQ} = \overline{BP} = 6-x, \overline{CQ} = \overline{CR} = 8-x$$

$$\text{이때 } \overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{CQ} \text{이므로}$$

$$5 = (6-x) + (8-x)$$

$$2x = 9 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$$

$$\text{이때 } \overline{DP} = \overline{DS}, \overline{ER} = \overline{ES} \text{이므로}$$

$$(\triangle ADE \text{의 둘레의 길이})$$

$$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}$$

$$= \overline{AD} + \overline{DS} + \overline{ES} + \overline{AE}$$

$$= \overline{AD} + \overline{DP} + \overline{ER} + \overline{AE}$$

$$= \overline{AP} + \overline{AR}$$

$$= 2\overline{AP} = 9$$

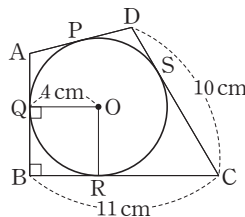
- 11 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 접점을 각각 Q, R, S라고 하자.

$$\square BROQ \text{는 정사각형이므로}$$

$$\overline{BR} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{CS} = \overline{CR} = 11 - 4 = 7 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{DP} = \overline{DS} = 10 - 7 = 3 \text{ (cm)}$$



- 12 직각삼각형 BCD에서

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\text{이때 } \overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{이므로}$$

$$\overline{AB} + 6 = 5 + 8 \quad \therefore \overline{AB} = 7 \text{ cm}$$

- 13 $\overline{AS} = \overline{AP} = 3 \text{ cm}$,

$$\overline{BP} = \overline{BQ} = 3 \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{DR} = \overline{DS} = 9 - 3 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\overline{ER} = \overline{EQ} = x \text{ cm} \text{라고 하면}$$

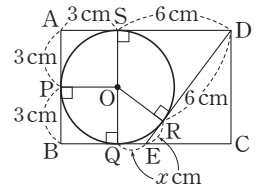
$$\overline{EC} = 9 - x - 3$$

$$= 6 - x \text{ (cm)}$$

$$\text{이므로 직각삼각형 CDE에서}$$

$$(x+6)^2 = (6-x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$$



- 14 $\overline{CM} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{OM} = (10-x) \text{ cm}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)} \text{이므로}$$

..... ①

$$\text{직각삼각형 OAM에서}$$

$$10^2 = 6^2 + (10-x)^2$$

..... ②

$$x^2 - 20x + 36 = 0, (x-2)(x-18) = 0$$

$$\text{이때 } 0 < x < 10 \text{이므로 } x = 2$$

$$\therefore \overline{CM} = 2 \text{ cm}$$

..... ③

채점 기준	배점
① $\overline{AM}$ 의 길이 구하기	2점
② 직각삼각형 OAM에서 피타고라스 정리 이용하기	3점
③ $\overline{CM}$ 의 길이 구하기	2점

- 15 $\square AMON$ 에서

$$\angle A = 360^\circ - (90^\circ + 110^\circ + 90^\circ) = 70^\circ$$

..... ①

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\text{따라서 } \triangle ABC \text{는 이등변삼각형이다.}$$

..... ②

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

..... ③

채점 기준	배점
① $\angle A$ 의 크기 구하기	2점
② $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형임을 알기	2점
③ $\angle B$ 의 크기 구하기	3점

- 16 원 O의 반지름의 길이가

$$3 \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{CD} = 2 \times 3 = 6 \text{ (cm)}$$

..... ①

$$\square ABCD \text{가 원 O에 외접하는 사각형이므로}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{에서}$$

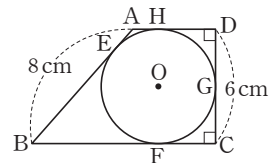
$$\overline{AD} + \overline{BC} = 8 + 6 = 14 \text{ (cm)}$$

..... ②

$$\therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이})$$

$$= 2(\overline{AD} + \overline{BC}) = 2 \times 14 = 28 \text{ (cm)}$$

..... ③



채점 기준	배점
① $\overline{CD}$ 의 길이 구하기	2점
② $\overline{AD} + \overline{BC}$ 의 길이 구하기	3점
③ $\square ABCD$ 의 둘레의 길이 구하기	3점

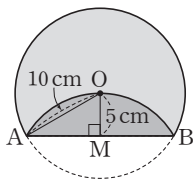
중단원 테스트 [2회]

45~46쪽

- 01** 48° **02** ⑤ **03** 8 cm **04** $10\sqrt{2}$ **05** 69°
06 ⑤ **07** 7 cm **08** 20 cm **09** $12\sqrt{3}$ cm
10 ② **11** ⑤ **12** 4π cm² **13** 42 cm²
14 $2\sqrt{6}$ cm **15** $\frac{120}{13}$ cm **16** 30 cm

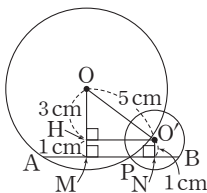
- 01** $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 66^\circ = 48^\circ$

- 02** 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라고 하면
 $\overline{OA} = 10 \text{ cm}$,
 $\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = 5 \text{ cm}$

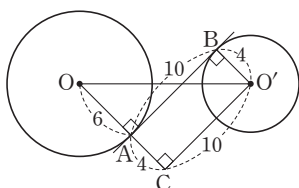


- 직각삼각형 OAM에서
 $\overline{AM} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$ (cm)
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 10\sqrt{3}$ (cm)

- 03** 점 O'에서 $\overline{OM}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면
- $$\overline{OH} = 4 - 1 = 3 \text{ (cm)}$$
- 직각삼각형 $\triangle HO'O$ 에서
- $$\overline{HO'} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ (cm)}$$
- $$\therefore \overline{MN} = \overline{HO'} = 4 \text{ cm}$$
- 이때 $\overline{AM} = \overline{MP}$, $\overline{PN} = \overline{NB}$ 이므로
- $$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{AM} + \overline{MP} + \overline{PN} + \overline{NB} \\ &= 2(\overline{MP} + \overline{PN}) = 2\overline{MN} \\ &= 8 \text{ (cm)}\end{aligned}$$



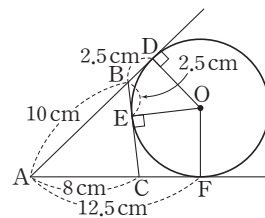
- 04** 점 O'를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이 $\overline{OA}$ 의 연장선과 만나는 점을 C라고 하면 직각삼각형 OCO'에서 $\overline{OO'} = \sqrt{(6+4)^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$



- 05** $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 138^\circ) = 21^\circ$
 이때 $\angle PAO = 90^\circ$ 이므로
 $\angle PAB = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$

- 06** $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
따라서 $\triangle APB$ 는 정삼각형이므로
 $\triangle APB = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ = 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

- 07** $\overline{AD} = \overline{AF} = 12.5 \text{ cm}$ | $\therefore$
 $\overline{BE} = \overline{BD} = 12.5 - 10$
 $= 2.5 \text{ (cm)}$
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 12.5 - 8$
 $= 4.5 \text{ (cm)}$
 $\therefore \overline{BC} = 2.5 + 4.5 = 7 \text{ (cm)}$



- 08** $\overline{AD} = \overline{AF} = 10 \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$, $\overline{BE} = \overline{BF}$ 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

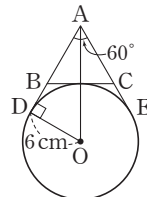
$$\begin{aligned} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} \\ &= \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{CE} + \overline{AC} \\ &= \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{CD} + \overline{AC} \\ &= \overline{AF} + \overline{AD} \\ &= 2\overline{AF} = 20 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

- 09** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$ 를 그으면
 직각삼각형 ADO에서 $\angle DAO = 30^\circ$ 이
 므로

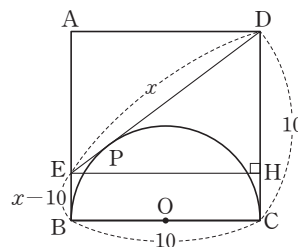
$$\overline{AD} = \frac{6}{\tan 30^\circ} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$
 이므로
 ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

$$\begin{aligned} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} \\ &= \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{CE} + \overline{AC} \\ &= \overline{AD} + \overline{AE} \\ &= 2\overline{AD} = 12\sqrt{3} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



- 10** 점 E에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H, $\overline{DE} = x$ 라고 하면
- $$\begin{aligned}\overline{DP} &= \overline{DC} = 10 \\ \overline{EB} &= \overline{EP} = x - 10 \\ \overline{DH} &= 10 - (x - 10) \\ &= 20 - x\end{aligned}$$



$$x^2 = 10^2 + (20 - x)^2$$

$$40x = 500 \quad \therefore x = 12.5$$

- 11 $\overline{TD} = \overline{AD} = 5$, $\overline{TC} = \overline{BC} = 3$
점 C에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{DH} = 5 - 3 = 2 \text{ cm}$$

직각삼각형 CDH에서

$$\overline{CH} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CH} = 2\sqrt{15}$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \sqrt{15} \text{ cm}$$

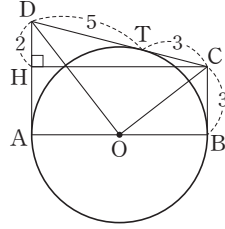
직각삼각형 BCO에서

$$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{15})^2 + 3^2} = 2\sqrt{6}$$

직각삼각형 AOD에서

$$\overline{OD} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{15})^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore \overline{OC} \times \overline{OD} = 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{10} = 8\sqrt{15}$$



- 12 직각삼각형 ABC에서
 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ cm}$
원 O의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{OE} = \overline{OF} = r \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = (6 - r) \text{ cm}$$

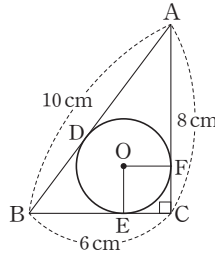
$$\overline{AD} = \overline{AF} = (8 - r) \text{ cm}$$

$$\text{이때 } \overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} \text{ 이므로}$$

$$10 = (6 - r) + (8 - r)$$

$$2r = 4 \quad \therefore r = 2$$

$$\therefore (\text{원 O의 넓이}) = \pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 13 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AD} + \overline{BC} = 8 + 6 = 14 \text{ (cm)}$$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 14 \times 6 = 42 \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 14 $\overline{CM}$ 은 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이므로
 $\overline{CM}$ 의 연장선은 원의 중심을 지난다.

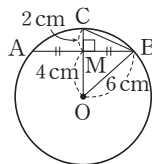
원의 중심을 O라고 하면

$$\overline{OB} = 6 \text{ cm}, \overline{OM} = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}$$

직각삼각형 OBM에서

$$\overline{BM} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{6} \text{ (cm)}$$



채점 기준	배점
① $\overline{BM}$ 의 길이 구하기	3점
② $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	4점

- 15 $\angle OAP = 90^\circ$ 이므로 직각삼각형 APO에서

$$\overline{PO} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ (cm)}$$

$\overline{PO}$ 와 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 H라고

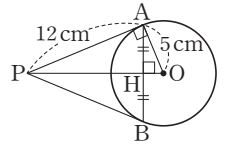
하면 $\triangle PAB$ 는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{PH}$ 가 $\angle APB$ 의 이등분선이므로 $\overline{PH}$ 는 $\overline{AB}$ 를 수직이등분한다.

직각삼각형 APO에서

$$\frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 \text{ 이므로}$$

$$\frac{13}{2} \overline{AH} = 30 \quad \therefore \overline{AH} = \frac{60}{13} \text{ cm} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times \frac{60}{13} = \frac{120}{13} \text{ (cm)} \quad \dots\dots ③$$



채점 기준	배점
① $\overline{PO}$ 의 길이 구하기	2점
② $\overline{AH}$ 의 길이 구하기	4점
③ $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	1점

- 16 $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 11 - 6 = 5 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 10 - 6 = 4 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 + 4 = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$$

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$= 10 + 11 + 9 = 30 \text{ (cm)}$$

채점 기준	배점
① $\overline{BD}$ 의 길이 구하기	1점
② $\overline{CF}$, $\overline{AF}$ 의 길이 구하기	4점
③ $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 구하기	3점

2. 원주각

01. 원주각

소단원 테스트 [1회]

47쪽

- 01 ② 02 58° 03 ④ 04 70° 05 70°
06 ③ 07 ③ 08 115°

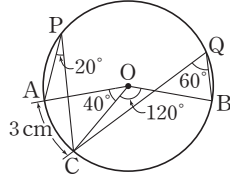
01 $\angle AOC = 2\angle APC = 40^\circ$

$\angle BOC = 160^\circ - 40^\circ = 120^\circ$

$\angle BQC = \frac{1}{2}\angle BOC = 60^\circ$

$\angle APC : \angle BQC = 1 : 3$ 이므로

$\widehat{AC} : \widehat{BC} = 1 : 3 \quad \therefore \widehat{BC} = 9 \text{ cm}$



02 $\angle ABC = 90^\circ$ 이고 $\angle BAC = \angle BEC = 32^\circ$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$\angle ACB = 180^\circ - (32^\circ + 90^\circ) = 58^\circ$

$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 58^\circ$

03 $\angle x = 2\angle CBA = 40^\circ$

$\widehat{AC} : \widehat{AD} = 1 : 3$ 이므로 $\angle y = 3\angle CBA = 60^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$

04 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 를 그으면

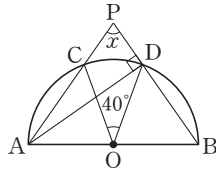
$\widehat{AB}$ 는 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB = 90^\circ$

$\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD = 20^\circ$

$\triangle ADP$ 에서

$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$



05 $\widehat{AM} = \widehat{BM}$ 이므로 $\angle ACM = \angle BCM$

$\widehat{BN} = \widehat{CN}$ 이므로 $\angle BAN = \angle CAN$

$\angle BAC + \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$\therefore \angle BAN + \angle ACM = \frac{1}{2}\angle BAC + \frac{1}{2}\angle ACB$
 $= \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$

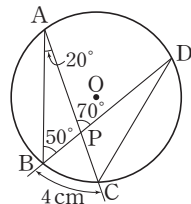
06 $\triangle ABP$ 에서

$\angle ABP = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$

$\angle BAC : \angle ABD = 2 : 5$ 이므로

$\widehat{BC} : \widehat{AD} = 2 : 5, 4 : \widehat{AD} = 2 : 5$

$2\widehat{AD} = 20 \quad \therefore \widehat{AD} = 10 \text{ cm}$



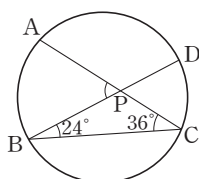
07 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{BC}$ 를 그으면

$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$ 이고

$\widehat{AB} : \widehat{CD} = 3 : 2$ 이므로

$\angle ACB : \angle CBD = 3 : 2$

$36^\circ : \angle CBD = 3 : 2$



$3\angle CBD = 72^\circ \quad \therefore \angle CBD = 24^\circ$

$\triangle PBC$ 에서

$\angle APB = 24^\circ + 36^\circ = 60^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{OA}$ 를 그으면

$\widehat{OA} = \widehat{OB} = \widehat{OD}$ 이므로

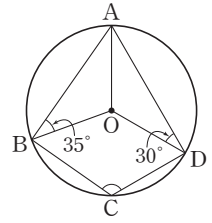
$\angle OAB = \angle OBA = 35^\circ$

$\angle OAD = \angle ODA = 30^\circ$

$\angle BAD = 35^\circ + 30^\circ = 65^\circ$ 이므로

$\angle BOD = 2\angle BAD = 130^\circ$

$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 130^\circ) = 115^\circ$



소단원 테스트 [2회]

48쪽

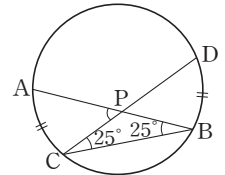
- 01 ③ 02 ⑤ 03 65° 04 20° 05 ④
06 ③ 07 125° 08 $\frac{12}{13}$

01 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 이므로

$\angle DCB = \angle ABC = 25^\circ$

$\triangle PCB$ 에서

$\angle APC = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$



02 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AC}$ 를 그으면

$\widehat{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB = 90^\circ$

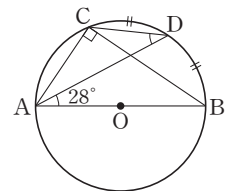
$\angle CAD = \angle BAD = 28^\circ$

$\therefore \angle BAC = 28^\circ + 28^\circ = 56^\circ$

$\triangle ABC$ 에서

$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 56^\circ) = 34^\circ$

$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 34^\circ$



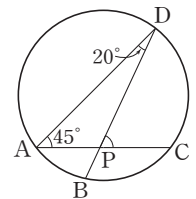
03 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 를 그으면

$\angle ADB = 180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ$

$\angle CAD = 180^\circ \times \frac{1}{4} = 45^\circ$

$\triangle APD$ 에서

$\angle CPD = 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ$



04 $\angle ADC = \angle x$ 라고 하면

$\angle ABC = \angle x$

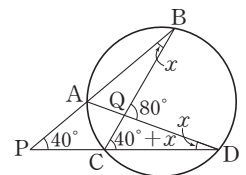
$\triangle PCB$ 에서

$\angle BCD = 40^\circ + \angle x$

$\triangle QCD$ 에서

$(40^\circ + \angle x) + \angle x = 80^\circ$

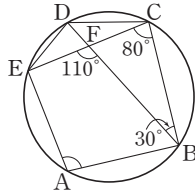
$2\angle x = 40^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$



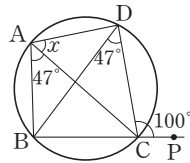
$$\overline{CD} = \frac{6}{\tan 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

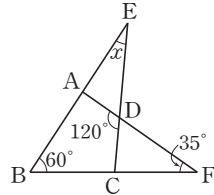
- 06 $\triangle BCF$ 에서
 $\angle BCF = 110^\circ - 30^\circ = 80^\circ$
 $\square ABCE$ 는 원에 내접하므로
 $\angle A = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$



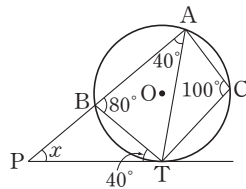
- 07 $\angle BAC = \angle BDC = 47^\circ$,
 $\angle BAD = \angle DCP = 100^\circ$
 $\therefore \angle x = 100^\circ - 47^\circ = 53^\circ$



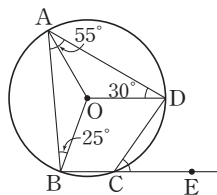
- 08 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\triangle ABF$ 에서
 $\angle DAE = 60^\circ + 35^\circ = 95^\circ$
 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle x + 95^\circ = 120^\circ \quad \therefore \angle x = 25^\circ$



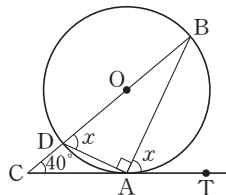
- 09 $\square ABTC$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABT = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
 $\angle BTP = \angle BAT = 40^\circ$
 $\triangle BPT$ 에서
 $\angle x + 40^\circ = 80^\circ$
 $\therefore \angle x = 40^\circ$



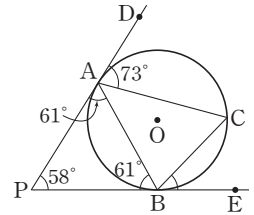
- 10 $\triangle OAB, \triangle ODA$ 는 모두 이등변 삼각형이므로
 $\angle BAO = \angle ABO = 25^\circ$
 $\angle DAO = \angle ADO = 30^\circ$
 $\angle BAD = 25^\circ + 30^\circ = 55^\circ$ 이므로
 $\angle DCE = \angle BAD = 55^\circ$



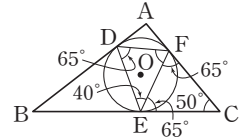
- 11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\angle BAD = 90^\circ$
 $\angle BDA = \angle BAT = \angle x$
 $\triangle DCA$ 에서
 $\angle DAC = \angle x - 40^\circ$ 이므로
 $(\angle x - 40^\circ) + 90^\circ + \angle x = 180^\circ$
 $2\angle x = 130^\circ \quad \therefore \angle x = 65^\circ$



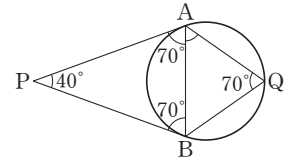
- 12 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\angle PBA = \angle PAB$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 58^\circ)$
 $= 61^\circ$
 $\angle ACB = \angle PBA = 61^\circ$
 $\angle ABC = \angle DAC = 73^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAC = 180^\circ - (61^\circ + 73^\circ) = 46^\circ$
 $\therefore \angle CBE = \angle BAC = 46^\circ$



- 13 $\triangle CFE$ 는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변 삼각형이므로
 $\angle CEF = \angle CFE$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
 $\angle EDF = \angle CEF = 65^\circ$ 이므로 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle DFE = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$



- 14 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\angle PAB = \angle PBA$
 $= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ)$
 $= 70^\circ$
 $\angle AQB = \angle PAB = 70^\circ$
 $\triangle ABQ$ 에서
 $\angle QAB + \angle QBA = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 이고
 $\widehat{AQ} : \widehat{QB} = 5 : 6$ 이므로
 $\angle BAQ = 110^\circ \times \frac{6}{5+6} = 60^\circ$

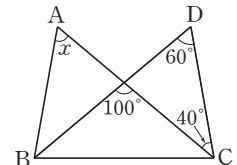


소단원 테스트 [2회]

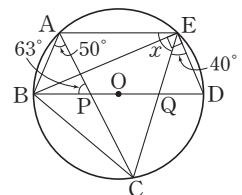
51~52쪽

01 60°	02 ③	03 ①	04 45°	05 125°
06 ④	07 160°	08 80°	09 30°	10 $25\pi \text{ cm}^2$
11 ②	12 ①	13 50°	14 ②	

- 01 $\angle BDC = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$
네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
 $\angle x = \angle BDC = 60^\circ$



- 02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면
 $\overline{BD}$ 는 원 O의 지름이므로
 $\angle BED = 90^\circ$
 $\angle BEC = \angle BAC = 50^\circ$
 $\therefore \angle CED = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$



△ABP에서
 $\angle ABP = 180^\circ - (50^\circ + 63^\circ) = 67^\circ$
 □ABDE는 원 O에 내접하므로
 $\angle AED = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$
 즉, $\angle x + 40^\circ = 113^\circ$ 이므로
 $\angle x = 73^\circ$

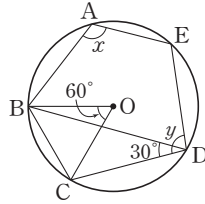
03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$$

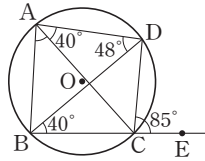
□ABDE가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$$

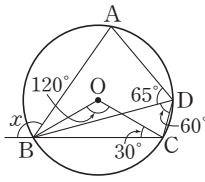
$$\begin{aligned} \therefore \angle x + \angle y &= \angle BAE + \angle BDE + \angle BDC \\ &= 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ \end{aligned}$$



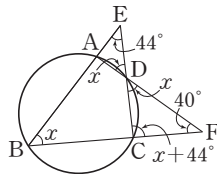
04 $\angle CAD = \angle CBD = 40^\circ$
 $\angle BAD = \angle DCE = 85^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$



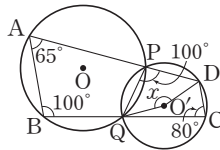
05 △OBC는 이등변삼각형이므로
 $\angle BOC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$
 $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 60^\circ$ 이므로
 $\angle x = \angle ADC = 65^\circ + 60^\circ = 125^\circ$



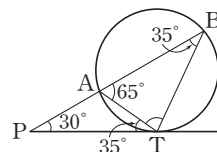
06 $\angle ADE = 180^\circ - \angle ADC = \angle x$
 △EBC에서 $\angle DCF = \angle x + 44^\circ$
 $\angle CDF = \angle ADE$ (맞꼭지각)
 $= \angle x$
 따라서 △DCF에서
 $\angle x + (\angle x + 44^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$
 $2\angle x = 96^\circ \quad \therefore \angle x = 48^\circ$



07 □ABQP에서
 $\angle DPQ = \angle ABQ = 100^\circ$
 □PQCD에서
 $\angle DCQ = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
 $\therefore \angle x = 2\angle DCQ = 160^\circ$



08 △APT에서
 $\angle BAT = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$
 $\angle PBT = \angle ATP = 35^\circ$
 따라서 △ATB에서
 $\angle ATB = 180^\circ - (65^\circ + 35^\circ) = 80^\circ$



09 $\overline{TP} = \overline{TB}$ 이므로

$$\angle BPT = \angle PBT = \angle x$$

△BPT에서

$$\angle BTC = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

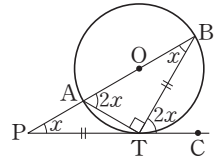
$$\overline{AT} \text{를 그으면 } \angle BAT = \angle BTC = 2\angle x$$

$$\overline{AB} \text{가 원 O의 지름이므로 } \angle ATB = 90^\circ$$

△ATB에서

$$\angle x + 2\angle x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$3\angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$



10 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ATB = 90^\circ$$

$$\angle ABT = \angle ATP = 30^\circ$$

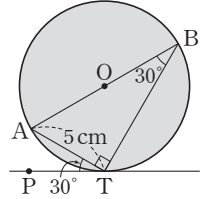
직각삼각형 ATB에서

$$\overline{AB} = \frac{5}{\sin 30^\circ} = 10 \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 반지름의 길이가

5 cm이므로 원 O의 넓이는

$$5^2 \pi = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle ABD = 90^\circ \text{이므로}$$

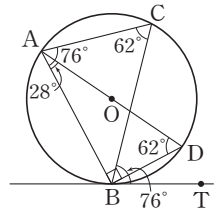
$$\begin{aligned} \angle ADB &= 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) \\ &= 62^\circ \end{aligned}$$

$$\angle ACB = \angle ADB = 62^\circ$$

$$\angle CAB = \angle CBT = 76^\circ \text{이므로}$$

△ABC에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (76^\circ + 62^\circ) = 42^\circ$$



12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle BAD = 90^\circ$$

$$\angle BDA = \angle BAT = 65^\circ$$

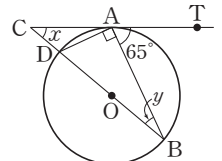
△ADB에서

$$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$$

△ACB에서

$$\angle x = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$



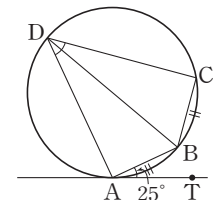
13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$ 를 그으면

$$\angle ADB = \angle BAT = 25^\circ$$

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} \text{이므로}$$

$$\angle BDC = \angle ADB = 25^\circ$$

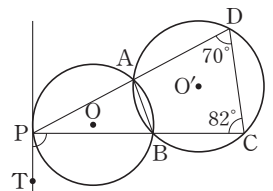
$$\therefore \angle D = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$$



14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면 □ABCD가 원 O'에 내접하므로

$$\angle BAP = \angle BCD = 82^\circ$$

$$\therefore \angle BPT = \angle BAP = 82^\circ$$



중단원 테스트 [1회]

53~56쪽

01 30°	02 ⑤	03 8π cm	04 18√3 cm²
05 36°	06 ①	07 40°	08 ⑤
09 ①	10 ②	11 ④	12 ②
13 35°	14 125°	15 140°	16 110°
17 ③	18 120°	19 82°	20 ③
21 20°	22 44°	23 ⑤	24 65°
25 ④	26 63°	27 16 cm	28 30°
29 60π-36	30 12 cm		

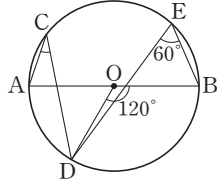
- 01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$ 를 그으면

$$\angle BOD = 2\angle BED = 120^\circ$$

이므로

$$\angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD = 30^\circ$$



- 02 $\angle BAC$ 에 대한 중심각의 크기는

$$360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times 250^\circ = 125^\circ$$

- 03 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle ABC = 70^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$$

$$\angle BAC : \angle ACB = \widehat{BC} : \widehat{AB} \text{이므로}$$

$$40^\circ : 70^\circ = \widehat{BC} : 14\pi$$

$$\therefore \widehat{BC} = 8\pi \text{ cm}$$

- 04 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ABC = 90^\circ$$

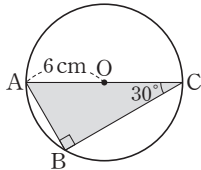
직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AC} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm)이므로}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \sin 30^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BC} = \overline{AC} \cos 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교

점을 P라 하고 $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AB}$ 가

원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

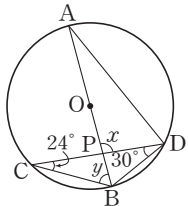
$$\angle y = \angle ADC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle x = \angle CPB$$

$$= 180^\circ - (24^\circ + 60^\circ)$$

$$= 96^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 96^\circ - 60^\circ = 36^\circ$$



- 06 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\widehat{AD} = \widehat{DE} = \widehat{EB} \text{이므로}$$

$$\angle ECB = \angle DCE = \angle ACD$$

$$= \frac{1}{3}\angle ACB$$

$$= 30^\circ$$

$$\angle ABC : \angle BAC = \widehat{AC} : \widehat{CB} = 5 : 4 \text{이고}$$

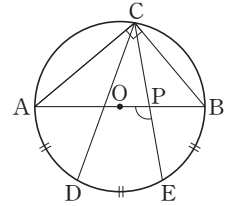
$$\angle ABC + \angle BAC = 90^\circ \text{이므로 } \triangle ABC \text{에서}$$

$$\angle ABC = 90^\circ \times \frac{5}{5+4} = 50^\circ$$

따라서 $\triangle CPB$ 에서

$$\angle CPB = 180^\circ - (30^\circ + 50^\circ) = 100^\circ$$

$$\therefore \angle APE = \angle CPB = 100^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$



- 07 원의 중심을 O라고 하면

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{1}{6} = 60^\circ$$

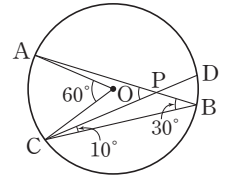
$$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = 30^\circ \text{이고}$$

$$\widehat{AC} : \widehat{BD} = 3 : 10 \text{이므로}$$

$$\angle BCD = 30^\circ \times \frac{1}{3} = 10^\circ$$

$\overline{BC}$ 를 그으면 $\triangle PCB$ 에서

$$\angle APC = 30^\circ + 10^\circ = 40^\circ$$



- 08 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이고 $\angle APB = 60^\circ$ 이므로

$$\angle PAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\angle ACB = \angle PAB = 60^\circ$$

$\triangle ACB$ 에서

$$\angle ABC + \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\widehat{AC} : \widehat{CB} = 2 : 10 \text{이므로}$$

$$\angle ABC = 120^\circ \times \frac{2}{2+1} = 80^\circ$$

- 09 $\angle C = \angle x$ 라고 하면

$$\angle AOD = \angle x$$

$\triangle OCA$ 에서

$$\angle OAB = 2\angle x$$

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

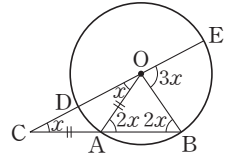
$$\angle OBA = \angle OAB = 2\angle x$$

$\triangle OCB$ 에서

$$\angle BOE = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$$

$$\angle DOA : \angle BOE = \angle x : 3\angle x = 1 : 3 \text{이므로}$$

$$\widehat{BE} = 3\widehat{AD} = 12 \text{ cm}$$



- 10 $\triangle ACD$ 에서 $\angle BAC = \angle x + 32^\circ$

$$\angle BCA = \angle CAD = \angle BAC = \angle x + 32^\circ \text{이고}$$

네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있으므로

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$(\angle BAC + \angle CAD) + (\angle BCA + \angle ACD) = 180^\circ$$

$$(\angle x + 32^\circ) + (\angle x + 32^\circ) + (\angle x + 32^\circ) + \angle x = 180^\circ$$

$$4\angle x = 84^\circ \quad \therefore \angle x = 21^\circ$$

11 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$$\angle BAC = \angle BDC = 75^\circ$$

$$\angle D = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ \text{이므로}$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\angle CAD = 180^\circ - (40^\circ + 105^\circ) = 35^\circ$$

$$\therefore \angle x = 75^\circ + 35^\circ = 110^\circ$$

$$\angle y = \angle D = 105^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 110^\circ + 105^\circ = 215^\circ$$

12 $\triangle ABD$ 에서

$$\angle BAD = 180^\circ - (24^\circ + 40^\circ) = 116^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

13 $\angle ADC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

따라서 $\triangle ACD$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (100^\circ + 45^\circ) = 35^\circ$$

14 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle B = 180^\circ - \angle x$$

$\triangle BCE$ 에서

$$\angle DCF = 30^\circ + (180^\circ - \angle x) = 210^\circ - \angle x$$

$\triangle DCF$ 에서

$$(210^\circ - \angle x) + 40^\circ = \angle x$$

$$2\angle x = 250^\circ \quad \therefore \angle x = 125^\circ$$

15 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

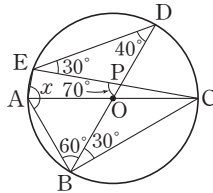
$$\angle DEC = \angle DBC = 30^\circ \text{이므로}$$

$\triangle PDE$ 에서

$$\angle EDP = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$$

이때 $\square ABDE$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$



16 $\angle CAP = \frac{1}{2} \angle COP = 70^\circ$

$$\angle PQD = \angle CAP = 70^\circ$$

$$\therefore \angle PBD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

17 $\angle BDC = \angle BAC = 50^\circ$ 이므로

$$\angle ABE = \angle ADC = 55^\circ + 50^\circ = 105^\circ$$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

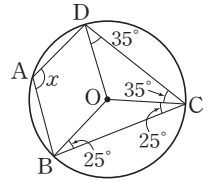
$$\angle OCB = \angle OBC = 25^\circ$$

$$\angle OCD = \angle ODC = 35^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$



19 $\angle BTA = 41^\circ$ 이므로 $\widehat{BT}$ 의 원주각의 크기는 41° 이다.

$$\therefore \angle BOT = 2 \times 41^\circ = 82^\circ$$

20 $\overline{AB} = \overline{BT}$ 이므로

$$\angle BAT = \angle BTA = \angle a \text{라 하고}$$

$\overline{PT}$ 가 접선이므로

$$\angle PTA = \angle ABT = \angle b \text{라고}$$

하자.

$$\triangle PTA \text{에서 } \angle a = 30^\circ + \angle b$$

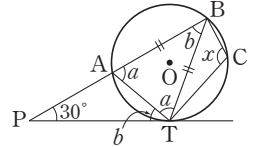
$$\triangle ATB \text{에서 } 2\angle a + \angle b = 180^\circ$$

$$\text{위의 두 식을 연립하여 풀면 } \angle a = 70^\circ, \angle b = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BAT = 70^\circ, \angle PTA = 40^\circ$$

$\square ATCB$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$, $\overline{CT}$ 를 그으면

$$\angle BCT = \angle BAT = 55^\circ$$

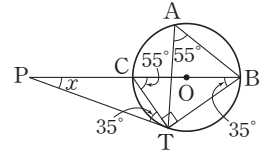
$\overline{BC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle BTC = 90^\circ$$

$$\triangle CTB \text{에서 } \angle CBT = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$$

$$\angle CTP = \angle CBT = 35^\circ$$

$$\triangle PTC \text{에서 } \angle x = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$



22 $\angle CBF = \angle CAB = 60^\circ$

$\square ABCD$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = 180^\circ - (76^\circ + 60^\circ) = 44^\circ$$

23 ①, ② $\angle BCT = \angle BAC$, $\angle BCT = \angle ABC$ (엇각)이므로

$$\angle BAC = \angle ABC$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC}, \overline{AC} = \overline{BC}$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

24 $\angle ATP = \angle ABT = 65^\circ$

$$\angle CTQ = \angle ATP = 65^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

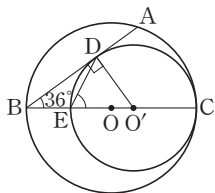
$$\therefore \angle BDC = \angle CTQ = 65^\circ$$

25 직선 TT' 은 원 O'의 접선이므로 $\angle x = \angle T'AC = 75^\circ$

$$\angle ACB = \angle TAB = 60^\circ$$

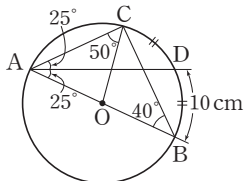
$$\therefore \angle x - \angle y = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$$

- $$\therefore \angle DEC = \frac{1}{2} \angle DO'C = 63^\circ$$



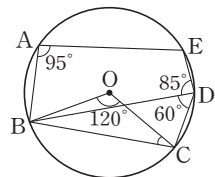
채점 기준	배점
① $\angle DO'B$ 의 크기 구하기	2점
② $\angle DEC$ 의 크기 구하기	3점

- $$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = 40^\circ$$


$$\therefore \widehat{AC} = 16 \text{ cm}$$

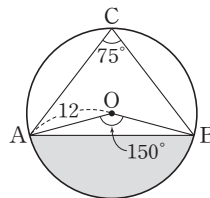
채점 기준	배점
① $\angle ABC$ 의 크기 구하기	2점
② $\widehat{AC}$ 의 길이 구하기	3점

- $$= 60^\circ$$


$$\angle BCO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

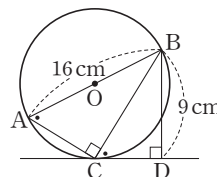
채점 기준	배점
❶ $\angle BDE$ 의 크기 구하기	2점
❷ $\angle BDC$ 의 크기 구하기	1점
❸ $\angle BCO$ 의 크기 구하기	2점

- $$= \left(\pi \times 12^2 \times \frac{150}{360} \right)$$


$$-\left\{\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin \left(180^{\circ}-150^{\circ}\right)\right\}$$
$$= 60\pi - 36$$

채점 기준	배점
❶ $\angle AOB$ 의 크기 구하기	2점
❷ 색칠한 부분의 넓이 구하기	3점

- $$\overline{\text{BC}}^2 = 144$$



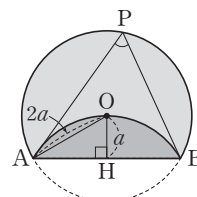
0|때 $\overline{BC} > 00$ |므로 $\overline{BC} = 12$ cm

채점 기준	배점
① $\triangle ACB \sim \triangle CDB$ 임을 보이기	3점
② $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	2점

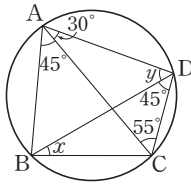
57~60쪽

- | | | | | |
|------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------|
| 01 ④ | 02 20° | 03 ④ | 04 20° | 05 ② |
| 06 48° | 07 ④ | 08 38° | 09 ③ | 10 ③ |
| 11 46° | 12 105° | 13 ③ | 14 65° | 15 ② |
| 16 ② | 17 152° | 18 80° | 19 ② | 20 ① |
| 21 ④ | 22 84° | 23 14° | 24 80° | 25 60° |
| 26 $3(3+\sqrt{3})$ cm | 27 44° | 28 30° | 29 75° | |
| 30 148° | | | | |

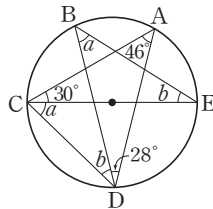
- $$\overline{\text{OH}}=a$$


$$\cos(\angle AOH) = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad \text{이므로}$$
$$\angle AOH = 60^\circ, \angle AOB = 120^\circ$$
$$\therefore \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$$

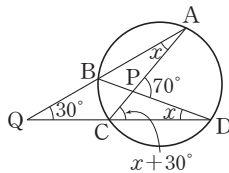
- 02 $\angle x = \angle DAC = 30^\circ$
 $\angle BDC = \angle BAC = 45^\circ$ 이므로
 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle y = 180^\circ - (45^\circ + 55^\circ + 30^\circ)$
 $= 50^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$



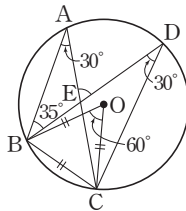
- 03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 그으면
 $\angle DCE = \angle DBE = \angle a$
 $\angle BDC = \angle BEC = \angle b$
 $\triangle ACD$ 에서
 $46^\circ + (30^\circ + \angle a) + (\angle b + 28^\circ)$
 $= 180^\circ$
 $\therefore \angle a + \angle b = 76^\circ$



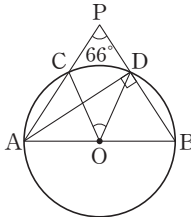
- 04 $\angle BAC = \angle BDC = \angle x$ 이므로
 $\triangle AQC$ 에서
 $\angle ACD = \angle x + 30^\circ$
 $\triangle CDP$ 에서
 $(\angle x + 30^\circ) + \angle x = 70^\circ$
 $2\angle x = 40^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$



- 05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{DC}$ 를 그으면 $\overline{BC} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이므로
 $\triangle OBC$ 는 정삼각형이다.
즉, $\angle BOC = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$
 $\angle BAC = \angle BDC = 30^\circ$ 이고 $\triangle ABE$ 에서
 $\angle AED = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$

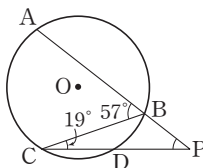


- 06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로
 $\angle ADB = 90^\circ$
 $\triangle PAD$ 에서
 $\angle PAD = 180^\circ - (90^\circ + 66^\circ)$
 $= 24^\circ$
 $\therefore \angle COD = 2\angle CAD = 48^\circ$



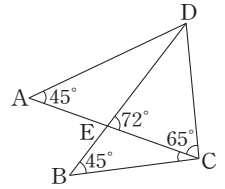
- 07 $\triangle ADB$ 에서 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle DAB = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) = 62^\circ$
 $\widehat{DC} = \widehat{CB}$ 이므로
 $\angle DAC = \angle CAB = \frac{1}{2} \angle DAB = 31^\circ$
 $\therefore \angle CBD = \angle DAC = 31^\circ$

- 08 $\widehat{AC} = 3\widehat{BD}$ 이므로
 $\angle BCD = \frac{1}{3} \angle ABC = 19^\circ$
 $\triangle BCP$ 에서
 $\angle P = 57^\circ - 19^\circ = 38^\circ$

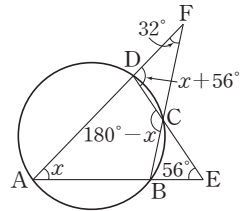


- 09 $\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$
 $= 5 : 3 : 10$
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ \times \frac{10}{5+3+10} = 100^\circ$

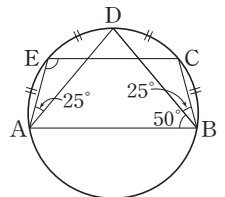
- 10 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있
 으므로 $\angle CBD = \angle CAD = 45^\circ$
 $\triangle EBC$ 에서
 $\angle ACB = 72^\circ - 45^\circ = 27^\circ$



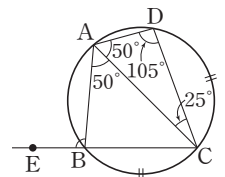
- 11 $\triangle DAE$ 에서
 $\angle CDF = \angle x + 56^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle BCD = 180^\circ - \angle x$
 이때 $\triangle CDF$ 에서
 $\angle BCD = (\angle x + 56^\circ) + 32^\circ$
 $= \angle x + 88^\circ$
 즉, $180^\circ - \angle x = \angle x + 88^\circ$ 이므로
 $2\angle x = 92^\circ \quad \therefore \angle x = 46^\circ$



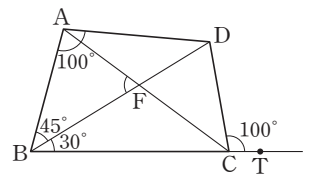
- 12 $\widehat{ED} = \widehat{DC}$ 이므로
 $\angle DBC = \angle EAD = 25^\circ$
 또, $\widehat{AD} : \widehat{DC} = 2 : 1$ 이므로
 $\angle ABD = 2\angle DBC = 50^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 50^\circ + 25^\circ = 75^\circ$
 $\square ABCE$ 가 원에 내접하므로
 $\angle AEC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$



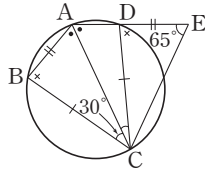
- 13 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로
 $\angle CAD = \angle BAC = 50^\circ$
 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle D = 180^\circ - (50^\circ + 25^\circ) = 105^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle EBA = \angle D = 105^\circ$



- 14 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
 $\angle BAD = \angle DCT = 100^\circ$
 $\angle DAC = \angle DBC = 30^\circ$
 $\therefore \angle BAF = 100^\circ - 30^\circ$
 $= 70^\circ$
 $\triangle ABF$ 에서
 $\angle AFB = 180^\circ - (45^\circ + 70^\circ) = 65^\circ$

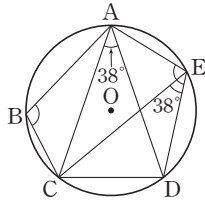


- 15 □ABCD는 원에 내접하므로
 $\angle ABC = \angle EDC$ ㉠
 원주각의 크기가 같으면 현의 길이
 도 같으므로
 $\overline{BC} = \overline{DC}$ ㉡

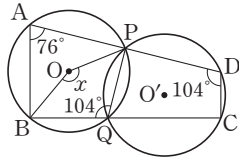


△ABC와 △EDC에서
 $\overline{AB} = \overline{ED}$, ㉠, ㉡에 의하여
 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SAS 합동)
 즉, $\angle CAD = \angle BAC = 65^\circ$ 이므로 $\angle BAD = 130^\circ$
 $\angle BCD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
 $\therefore \angle ACD = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$

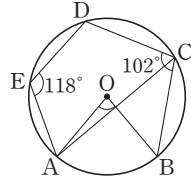
- 16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$ 를 그으면
 $\angle CED = \angle CAD = 38^\circ$
 □ABCE가 원에 내접하므로
 $\angle ABC + \angle CEA = 180^\circ$
 $\therefore \angle B + \angle E$
 $= \angle ABC + \angle CEA + \angle CED$
 $= 180^\circ + 38^\circ = 218^\circ$



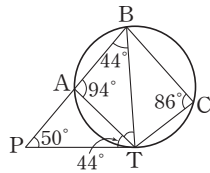
- 17 □PQCD가 원 O'에 내접하므
 로 $\angle PQB = \angle PDC = 104^\circ$
 □ABQP가 원 O에 내접하므로
 $\angle PAB = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$
 $\therefore \angle x = 2\angle PAB = 152^\circ$



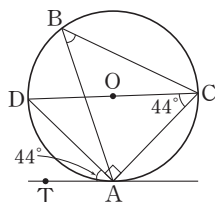
- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면
 □ACDE가 원 O에 내접하므로
 $\angle ACD = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$
 $\angle ACB = 102^\circ - 62^\circ = 40^\circ$
 $\therefore \angle AOB = 2\angle ACB = 80^\circ$



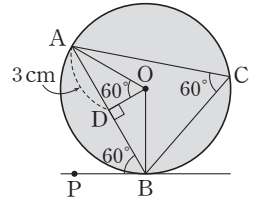
- 19 □BATC가 원에 내접하므로
 $\angle BAT = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$
 △APT에서
 $\angle ATP = 94^\circ - 50^\circ = 44^\circ$
 $\therefore \angle ABT = \angle ATP = 44^\circ$
 따라서 △ATB에서
 $\angle ATB = 180^\circ - (94^\circ + 44^\circ) = 42^\circ$



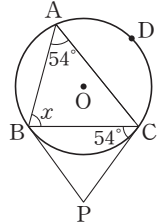
- 20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면
 $\angle ACD = \angle DAT = 44^\circ$
 △ACD는 직각삼각형이므로
 $\angle ADC = 180^\circ - (90^\circ + 44^\circ)$
 $= 46^\circ$
 $\therefore \angle ABC = \angle ADC = 46^\circ$



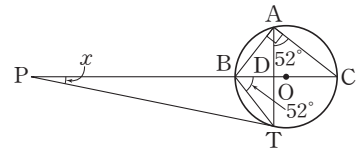
- 21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면
 $\angle PBA = \angle BCA = 60^\circ$
 $\angle AOB = 120^\circ$
 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의
 발을 D라고 하면
 $\angle AOD = \frac{1}{2}\angle AOB = 60^\circ$
 즉, 직각삼각형 OAD에서
 $\overline{OA} = \frac{3}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$
 따라서 원 O의 넓이는
 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)}$



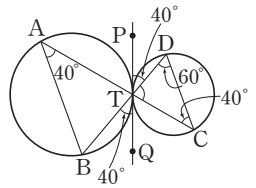
- 22 $\angle BAC = \angle BCP = 54^\circ$
 △ABC에서
 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$
 $2\widehat{AB} = \widehat{ADC}$ 이므로
 $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle x$
 $\therefore \angle x = 126^\circ \times \frac{2}{3} = 84^\circ$



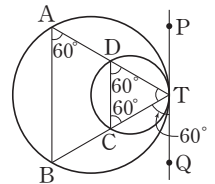
- 23 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{BT}$ 를 그으면
 $\angle TBC = \angle TAC$
 $= 52^\circ$
 $\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle BAC = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BAT = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$
 $\angle BTP = \angle BAT = 38^\circ$ 이므로
 △BPT에서
 $\angle x = 52^\circ - 38^\circ = 14^\circ$



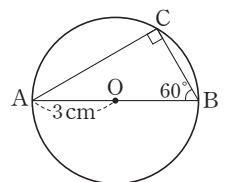
- 24 $\angle BAT = \angle BTQ = \angle PTD$
 $= \angle DCT = 40^\circ$
 △DTC에서
 $\angle DTC = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ)$
 $= 80^\circ$



- 25 $\angle BTQ = \angle BAT = 60^\circ$
 $\angle CDT = \angle BTQ = 60^\circ$
 $\therefore \angle DTC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ)$
 $= 60^\circ$



- 26 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로
 $\angle C = 90^\circ$
 $\overline{AB} = 2\overline{OA} = 6 \text{ cm}$ ㉠
 $\overline{AC} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$



$$\overline{BC} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$= 6 + 3 + 3\sqrt{3}$$

$$= 3(3 + \sqrt{3}) \text{ (cm)} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① AB의 길이 구하기	1점
② AC, BC의 길이 구하기	3점
③ △ABC의 둘레의 길이 구하기	1점

27 □ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle CDQ = \angle ABC$$

$$= 48^\circ \quad \dots\dots ①$$

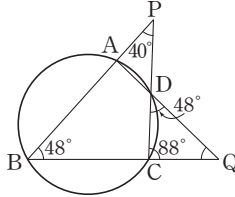
△PBC에서

$$\angle DCQ = 40^\circ + 48^\circ$$

$$= 88^\circ \quad \dots\dots ②$$

△DCQ에서

$$\angle CQD = 180^\circ - (48^\circ + 88^\circ) = 44^\circ \quad \dots\dots ③$$



채점 기준	배점
① ∠CDQ의 크기 구하기	2점
② ∠DCQ의 크기 구하기	2점
③ ∠CQD의 크기 구하기	1점

28 △ABC에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (32^\circ + 48^\circ)$$

$$= 100^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

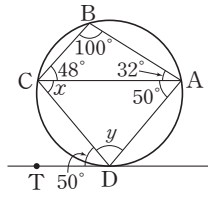
$$\angle y = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \quad \dots\dots ①$$

$$\angle CAD = \angle CDT = 50^\circ \text{이므로}$$

△ACD에서

$$\angle x = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ) = 50^\circ \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ \quad \dots\dots ③$$



채점 기준	배점
① ∠y의 크기 구하기	2점
② ∠x의 크기 구하기	2점
③ ∠y - ∠x의 크기 구하기	1점

29 $\angle BCA : \angle BAC : \angle ABC = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$

$$= 5 : 4 : 3$$

이므로

$$\angle BCA = 180^\circ \times \frac{5}{5+4+3} = 75^\circ \quad \dots\dots ①$$

$$\therefore \angle BAT = \angle BCA = 75^\circ \quad \dots\dots ②$$

채점 기준	배점
① ∠BCA의 크기 구하기	3점
② ∠BAT의 크기 구하기	2점

30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$$\angle PCB = \angle BDC = 28^\circ$$

△BPC에서

$$\angle CBD = 32^\circ + 28^\circ = 60^\circ$$

$$\angle QDC = \angle CBD = 60^\circ$$

$$\overline{QC} = \overline{QD} \text{이므로}$$

$$\angle QCD = \angle QDC = 60^\circ$$

△DCQ에서

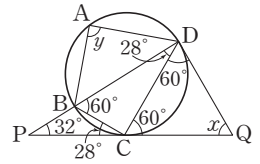
$$\angle x = 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ \quad \dots\dots ①$$

$$\angle BCD = 180^\circ - (28^\circ + 60^\circ) = 92^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle y = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ \quad \dots\dots ②$$

$$\angle x + \angle y = 60^\circ + 88^\circ = 148^\circ \quad \dots\dots ③$$



채점 기준	배점
① ∠x의 크기 구하기	2점
② ∠y의 크기 구하기	2점
③ ∠x + ∠y의 크기 구하기	1점

대단원 테스트 [1회]

61~66쪽

01 ②	02 6 cm	03 $6\sqrt{3}$ cm	04 ①
05 $4\sqrt{3}$ cm ²	06 ⑤	07 5	08 ①
09 ⑤	10 $(10 - 2\sqrt{21})$ cm	11 2 cm	
12 $2\sqrt{5}$	13 ③	14 $8\sqrt{3}$ cm ²	15 312 cm ²
16 ②	17 $21\sqrt{5}$ cm ²	18 $(36\sqrt{3} - 18\pi)$ cm ²	
19 ⑤	20 ③	21 31°	22 95°
23 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$			
24 72°	25 144°	26 24π cm	27 ③
28 150°	29 150°	30 ①	31 ④
32 9 cm			
33 10π	34 7 cm	35 10 cm	36 ②
37 $\frac{24}{5}$ cm	38 6 cm	39 ④	40 16
41 $4\sqrt{3}$ cm	42 106°	43 8π cm	
44 68°	45 55°		

01 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 3 \text{ cm}$$

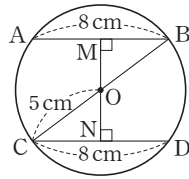
직각삼각형 AOM에서

$$\overline{OA} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 넓이는

$$(\sqrt{13})^2 \pi = 13\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 02 점 O에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하면
 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CN} = \overline{DN}$
 $= \frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm)



직각삼각형 OCN에서

$$\overline{ON} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$
 (cm)

$\overline{OM} = \overline{ON} = 3$ cm이므로 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는

$$\overline{OM} + \overline{ON} = 3 + 3 = 6$$
 (cm)

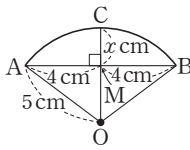
- 03 직각삼각형 OAM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$
 (cm)

$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 6\sqrt{3}$ cm이고 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{AB} = 6\sqrt{3}$$
 cm

- 04 접시의 중심을 O, $\overline{CM} = x$ cm라고 하면 $\overline{CM}$ 은 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$ 의 연장선은 점 O를 지난다.



$\overline{OM} = (5 - x)$ cm이므로 직각삼각형 AOM에서

$$5^2 = 4^2 + (5 - x)^2$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0, (x - 2)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 2 \quad (\because 0 < x < 5)$$

- 05 원 O의 반지름의 길이가 8 cm

이므로

$$\overline{OA} = 8$$
 cm

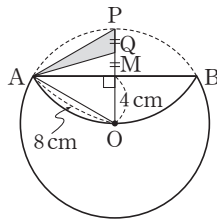
$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = 4$$
 cm

직각삼각형 AOM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$
 (cm)

$$\overline{PQ} = \overline{MQ} = \frac{1}{2} \overline{OM} = 2$$
 cm

$$\therefore \triangle PAQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$
 (cm²)



- 06 현 AB와 작은 원의 접점을 M이라고

하면

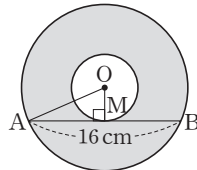
$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 8$$
 cm

직각삼각형 OAM에서

$$\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2 = 64$$

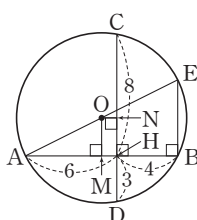
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\overline{OA}^2 \times \pi - \overline{OM}^2 \times \pi = \pi(\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2) = 64\pi$$
 (cm²)



- 07 원 O의 반지름의 길이를 r라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라고 하자.

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{6+4}{2} = 5,$$



$$\overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{8+3}{2} = \frac{11}{2}$$
 이므로

$$\overline{OM} = \overline{NH} = 8 - \frac{11}{2} = \frac{5}{2}$$

직각삼각형 OAM에서

$$r = \sqrt{5^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$
 이므로

$$\overline{AE} = 2r = 5\sqrt{5}$$

따라서 직각삼각형 EAB에서

$$\overline{BE} = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - 10^2} = 5$$

- 08 $\square ABCD$ 는 원 O에 외접하므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$

$\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AD} = 2x$ cm, $\overline{BC} = 3x$ cm라고 하면

$$7 + 8 = 2x + 3x$$

$$15 = 5x \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore \overline{AD} = 2 \times 3 = 6$$
 (cm)

- 09 $\overline{BQ} = \overline{BP} = x$ 라고 하면

$$\overline{CQ} = \overline{CR} = 2, \overline{AP} = \overline{AR} = 5$$
 이고

$$\overline{AB} = x + 5, \overline{BC} = x + 2$$

직각삼각형 ABC에서

$$(x + 5)^2 = (x + 2)^2 + 7^2$$

$$6x = 28 \quad \therefore x = \frac{14}{3}$$

- 10 두 원 O, O'과 $\overline{BC}$ 의 접점을 각각 P, Q라 하고 점 O'에서 $\overline{OP}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

원 O'의 반지름의 길이를

r cm라고 하면 원 O의 반지

름의 길이는 $\frac{1}{2} \overline{AB} = 3$ cm이므로

$$\overline{OO'} = (r + 3)$$
 cm, $\overline{OH} = (3 - r)$ cm

$$\overline{O'H} = \overline{PQ} = 7 - 3 - r = 4 - r$$
 (cm)

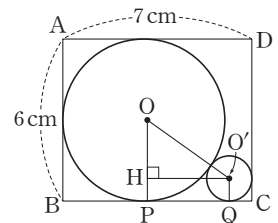
직각삼각형 OHO'에서

$$(r + 3)^2 = (3 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 20r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 10 - 2\sqrt{21} \quad (\because 0 < r < 3)$$

따라서 원 O'의 반지름의 길이는 $(10 - 2\sqrt{21})$ cm이다.



- 11 $\overline{CE} = \overline{AC} = x$ cm라고 하면

$$\overline{PA} = (x + 7)$$
 cm,

$$\overline{BD} = \overline{ED} = (3 - x)$$
 cm,

$$\overline{PB} = 8 + (3 - x) = 11 - x$$
 (cm)

이때 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$x + 7 = 11 - x$$

$$2x = 4 \quad \therefore x = 2$$

- 12 $\overline{DT} = \overline{DA} = 4$, $\overline{CT} = \overline{CB} = 10$ 이므로

$$\overline{CD} = 4 + 1 = 5$$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{DH} = 4 - 1 = 3$$

직각삼각형 DHC에서

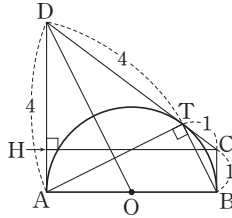
$$\overline{HC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

즉, $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 2$$

따라서 직각삼각형 DAO에서

$$\overline{OD} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$$



- 13 직각삼각형 OPB에서 $\overline{PB} = 12 \cos 30^\circ = 6\sqrt{3}$ (cm)

$$\therefore \overline{PA} = \overline{PB} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

- 14 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$$\overline{OP} = (r + 4) \text{ cm 이고}$$

$\angle OTP = 90^\circ$ 이므로 직각삼각형 OTP에서

$$\sin 30^\circ = \frac{r}{r+4} = \frac{1}{2}$$

$$r + 4 = 2r \quad \therefore r = 4$$

$$\overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm) 이므로}$$

$$\triangle OTP = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 15 점 B에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 E라고 하면

$$\overline{DE} = \overline{AB} = \overline{BP} = 8 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{CD} = \overline{CP} = 18 \text{ cm,}$$

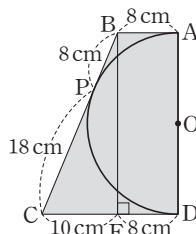
$$\overline{CE} = 18 - 8 = 10 \text{ (cm)}$$

직각삼각형 BCE에서

$$\overline{BE} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD} = 24 \text{ cm}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (8 + 18) \times 24 = 312 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ,$$

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로

$\triangle OAP \cong \triangle OBP$ (RHS 합동)

즉, $\angle APO = \frac{1}{2} \angle APB = 30^\circ$ 이므로

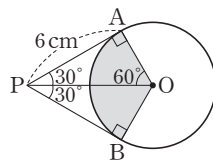
$\triangle APO$ 에서

$$\angle AOP = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$$\overline{OA} = 6 \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \text{ cm 이고}$$

$\angle AOB = 2\angle AOP = 120^\circ$ 이므로 부채꼴 AOB의 넓이는

$$(2\sqrt{3})^2 \times \pi \times \frac{120}{360} = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 17 $\overline{DP} = \overline{DA} = 5 \text{ cm}$, $\overline{CP} = \overline{CB} = 9 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{DC} = 5 + 9 = 14 \text{ (cm)}$$

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의

발을 E라고 하면

$$\overline{CE} = 9 - 5 = 4 \text{ (cm)}$$

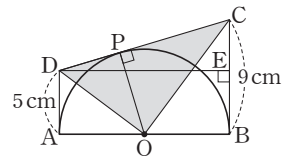
직각삼각형 CDE에서

$$\overline{DE} = \sqrt{14^2 - 4^2} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

즉, 반원 O의 지름의 길이가 $6\sqrt{5} \text{ cm}$ 이므로 반원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{5} \text{ cm}$ 이다.

$\overline{OP}$ 를 그으면 $\overline{CD} \perp \overline{OP}$ 이므로

$$\triangle DOC = \frac{1}{2} \times 14 \times 3\sqrt{5} = 21\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ,$$

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$\triangle OAP \cong \triangle OBP$ (RHS 합동)

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP$$

$$= \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$$

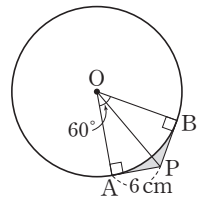
$$\overline{OA} = \frac{6}{\tan 30^\circ} = 6\sqrt{3} \text{ (cm) 이므로}$$

$$\square OAPB = 2\triangle OAP = 2 \times \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

부채꼴 OAB의 넓이는

$$\pi \times (6\sqrt{3})^2 \times \frac{60}{360} = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(36\sqrt{3} - 18\pi) \text{ cm}^2$ 이다.



- 19 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 P라 하고

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

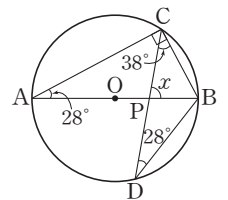
$$\angle ACB = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle ACP = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

$$\angle BAC = \angle BDC = 28^\circ$$

따라서 $\triangle CAP$ 에서

$$\angle x = 28^\circ + 52^\circ = 80^\circ$$



- 20 $\angle DBC = \angle DAC = 30^\circ$

$\triangle BPD$ 에서

$$\angle ADQ = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$$

따라서 $\triangle AQD$ 에서

$$\angle AQD = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$$

- 21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{BD}$

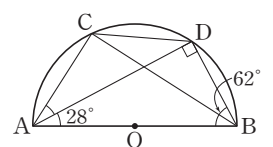
를 그으면

$$\angle ADB = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$\triangle DAB$ 에서

$$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) = 62^\circ$$

$\widehat{CA} = \widehat{CD}$ 이므로



$$\angle ABC = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABD = 31^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CBD = 31^\circ$$

- 22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$$\text{또, } \angle DAB = \angle DCB = 35^\circ \text{이}$$

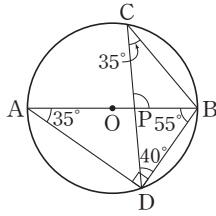
므로

$\triangle ADB$ 에서

$$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$$

따라서 $\triangle PDB$ 에서

$$\angle BPC = 40^\circ + 55^\circ = 95^\circ$$



- 23 $\overline{CO}$ 의 연장선과 원 O가 만나는 점을

A' 이라고 하면

$$\angle BAC = \angle BA'C$$

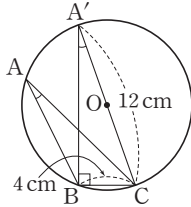
$\overline{A'C}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle A'BC = 90^\circ$$

직각삼각형 $A'BC$ 에서

$$\overline{A'B} = \sqrt{12^2 - 4^2} = 8\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \cos A = \cos A' = \frac{8\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



- 24 정오각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times 3}{5} = 108^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{DE} \text{이므로 } \widehat{AB} = \widehat{AE} = \widehat{DE}$$

$$\therefore \angle BCA = \angle ACE = \angle ECD = \frac{1}{3} \angle BCD = 36^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

- 25 $\angle APB : \angle BQC = \widehat{AB} : \widehat{BC} = 2 : 4 = 1 : 2$

이므로 $\angle BQC = 48^\circ$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$$

$$= 2(\angle APB + \angle BQC)$$

$$= 2 \times (24^\circ + 48^\circ) = 144^\circ$$

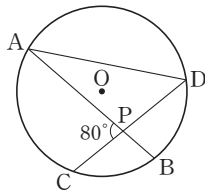
- 26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\triangle APD$ 에서

$$\angle ADC + \angle BAD = 80^\circ \text{이므로}$$

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} = 54\pi \times \frac{80}{180}$$

$$= 24\pi \text{ (cm)}$$



- 27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그

면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서

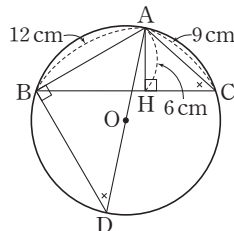
$$\angle ABD = \angle AHC = 90^\circ,$$

$$\angle BDA = \angle BCA \text{이므로}$$

$\triangle ABD \sim \triangle AHC$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{AH} = \overline{AD} : \overline{AC}$$

이므로



$$12 : 6 = \overline{AD} : 9$$

$$6\overline{AD} = 108$$

$$\therefore \overline{AD} = 18 \text{ cm}$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm)}$$

- 28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

$\triangle ABO$ 는 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 인 이등변삼각형이므로

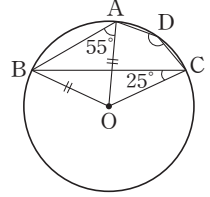
$$\angle OBA = \angle OAB = 55^\circ$$

$$\angle OBC = \angle OCB = 25^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABC = 55^\circ - 25^\circ = 30^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 는 원 O에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$



- 29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

육각형은 원에 내접하는 사각형 2개로 나뉜다.

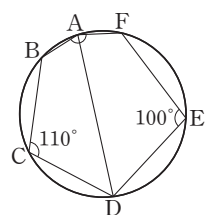
$\square ABCD$ 에서

$$\angle BAD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$\square ADEF$ 에서

$$\angle FAD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\therefore \angle A = 70^\circ + 80^\circ = 150^\circ$$



- 30 $\triangle BCE$ 에서

$$\angle ECF = \angle x + 45^\circ$$

$\triangle DCF$ 에서

$$\angle ADC = (\angle x + 45^\circ) + 55^\circ = \angle x + 100^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 는 원에 내접하므로

$$\angle x + (\angle x + 100^\circ) = 180^\circ$$

$$2\angle x = 80^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$$

- 31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle BAD = 90^\circ$$

$$\angle BDA = \angle BAT = \angle x$$

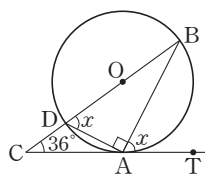
$\triangle DCA$ 에서

$$\angle DAC = \angle x - 36^\circ \text{이므로}$$

$$(\angle x - 36^\circ) + 90^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x + 54^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 126^\circ \quad \therefore \angle x = 63^\circ$$



- 32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$ 를 그으면

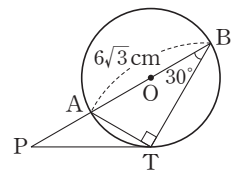
$$\angle ATB = 90^\circ$$

$$\angle ATP = \angle B = 30^\circ$$

$$\overline{BT} = 6\sqrt{3} \cos 30^\circ = 9 \text{ (cm)}$$

$\triangle ATB$ 에서

$$\angle BAT = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$



$\triangle APT$ 에서 $\angle APT = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

즉, $\angle APT = \angle ABT$ 이므로 $\triangle BPT$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{PT} = \overline{BT} = 9 \text{ cm}$

33 $\angle PTA = \angle ABT$

$\overline{AO}$ 의 연장선과 원 O 가 만나

는 점을 B' 이라고 하면

$\angle ABT = \angle AB'T$

$\overline{AB'}$ 이 원 O 의 지름이므로

$\angle ATB' = 90^\circ$

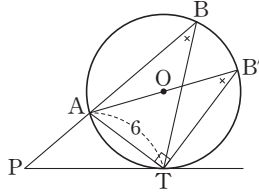
$\tan(\angle AB'T) = \tan(\angle PTA) = \frac{3}{4}$ 이므로

$$\overline{TB'} = \frac{6}{\tan(\angle AB'T)} = 6 \times \frac{4}{3} = 8$$

직각삼각형 ATB' 에서

$$\overline{AB'} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

즉, 원 O 의 지름의 길이가 10이므로 원 O 의 둘레의 길이는 10π 이다.



34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$\angle ACB = 90^\circ$

$\angle BCD = \angle BAC = 30^\circ$ 이므로

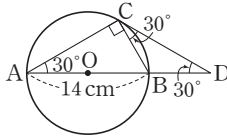
$\triangle ADC$ 에서

$$\angle ADC = 180^\circ - \{30^\circ + (30^\circ + 90^\circ)\} = 30^\circ$$

따라서 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이고 직각삼각형 ABC 에서

$$\overline{BC} = 14 \sin 30^\circ = 7 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 7 \text{ cm}$$



35 $\triangle ACP$ 와 $\triangle BDP$ 에서

$\angle ACP = \angle APT = \angle BPT' \text{ (맞꼭지각)} = \angle BDP$,

$\angle APC = \angle BPD \text{ (맞꼭지각)}$ 이므로

$\triangle ACP \sim \triangle BDP \text{ (AA 닮음)}$

즉, $\overline{AP} : \overline{BP} = \overline{CP} : \overline{DP}$ 이므로

$$6 : \overline{BP} = 9 : 15, 9\overline{BP} = 90$$

$$\therefore \overline{BP} = 10 \text{ cm}$$

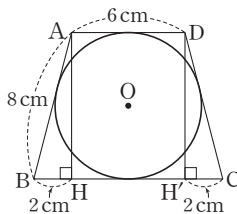
36 $\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC} = 6 + 10 = 16 \text{ (cm)}$

이때 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{DC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ (cm)}$$

두 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H' 이라고 하면

$$\begin{aligned} \overline{BH} = \overline{CH'} &= \frac{1}{2} \times (10 - 6) \\ &= 2 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



직각삼각형 ABH 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O 의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AH} = \sqrt{15} \text{ (cm)}$$

37 $\overline{DP} = \overline{BD} = 12 \text{ cm}$, $\overline{CP} = \overline{AC} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{CD} = 3 + 12 = 15 \text{ (cm)}$$

점 C 에서 $\overline{DB}$ 에 내린 수선

의 발을 H' 이라고 하면

$$\overline{DH'} = 12 - 3 = 9 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{CH'}$ 과 $\overline{PH}$ 가 만나는

점을 E 라고 하면

$\triangle PEC$ 와 $\triangle DH'C$ 에서

$\angle PEC = \angle DH'C = 90^\circ$, $\angle PCE$ 는 공통이므로

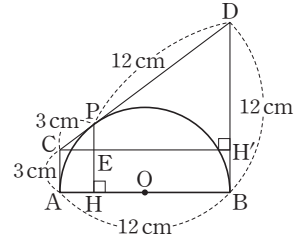
$\triangle PEC \sim \triangle DH'C \text{ (AA 닮음)}$

즉, $\overline{PC} : \overline{DC} = \overline{PE} : \overline{DH'}$ 이므로

$$3 : 15 = \overline{PE} : 9, 15\overline{PE} = 27$$

$$\therefore \overline{PE} = \frac{9}{5} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{PH} = \frac{9}{5} + 3 = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$$



38 $\overline{AF} = \overline{EF} = x \text{ cm}$ 라고 하면

$$\overline{DF} = (15 - x) \text{ cm}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면

$\angle BEC = 90^\circ$ 이므로

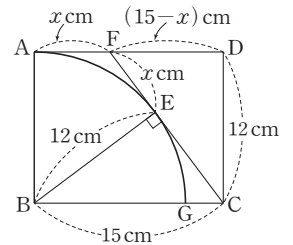
직각삼각형 BCE 에서

$$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9 \text{ (cm)}$$

직각삼각형 DFC 에서

$$(9 + x)^2 = (15 - x)^2 + 12^2$$

$$48x = 288 \quad \therefore x = 6$$



39 원 O 의 반지름의 길이를 r , 점

F, G, H, I 를 접점이라고 하면

$$\overline{AF} = \overline{AG} = \overline{BG} = \overline{BH} = r$$

$$\overline{CD} = 2r$$

$$\overline{AE} = 12 - 6 = 6 \text{ 이므로}$$

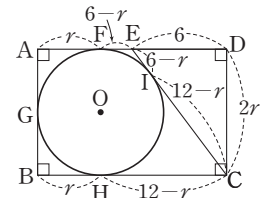
$$\overline{EI} = \overline{EF} = 6 - r, \overline{CI} = \overline{CH} = 12 - r$$

$$\therefore \overline{EC} = (6 - r) + (12 - r) = 18 - 2r$$

직각삼각형 CDE 에서

$$(2r)^2 + 6^2 = (18 - 2r)^2$$

$$72r = 288 \quad \therefore r = 4$$

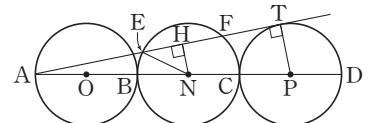


40 점 N 에서 $\overline{EF}$ 에 내

린 수선의 발을 H 라

고 하면

$$\overline{EH} = \overline{FH}$$



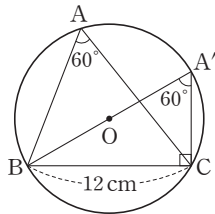
△AHN과 △ATP에서
 $\angle AHN = \angle ATP = 90^\circ$, $\angle A$ 는 공통이므로
 $\triangle AHN \sim \triangle ATP$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{AN} : \overline{AP} = \overline{HN} : \overline{TP}$ 이므로
 $30 : 50 = \overline{HN} : 10$
 $50 \overline{HN} = 300 \quad \therefore \overline{HN} = 6$
 직각삼각형 ENH에서
 $\overline{EH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$
 $\therefore \overline{EF} = 2\overline{EH} = 16$

- 41 오른쪽 그림과 같이 점 B와 원의 중심 O를 지나는 지름 A'B를 그으면

$\angle BA'C = \angle BAC = 60^\circ$,
 $\angle A'CB = 90^\circ$ 이므로
 직각삼각형 A'BC에서

$$\overline{A'B} = \frac{12}{\sin 60^\circ} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는
 $\frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$



- 42 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$ 를 그으면 □APBO에서

$\angle AOB$
 $= 360^\circ - (90^\circ + 42^\circ + 90^\circ)$
 $= 138^\circ$

$\overline{AC}$ 를 그으면

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 69^\circ$$

$\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ 에서

$\angle AOC = \angle COD = \angle DOB$ 이므로

$$\angle COD = \frac{1}{3} \times (360^\circ - 138^\circ) = 74^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD = 37^\circ$$

△AEC에서

$$\angle AEB = 69^\circ + 37^\circ = 106^\circ$$

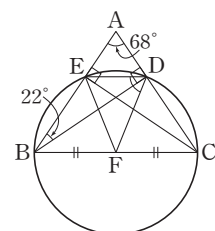
- 43 $\angle BIC = 2\angle BAC = 120^\circ$
 $\angle PIQ = \angle BIC = 120^\circ$ (맞꼭지각)
 따라서 $\widehat{PAQ}$ 의 길이는

$$2\pi \times 12 \times \frac{120}{360} = 8\pi \text{ (cm)}$$

- 44 $\overline{BC}$ 에 대하여

$\angle BEC = \angle BDC = 90^\circ$ 이므로 네 점 B, C, D, E가 한 원 위에 있고, $\overline{BC}$ 는 원의 지름, 점 F는 원의 중심이다.

△ABD에서



$$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + 68^\circ) = 22^\circ$$

$$\therefore \angle EFD = 2\angle ABD = 44^\circ$$

이때 △DEF는 $\overline{EF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle EDF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 44^\circ) = 68^\circ$$

- 45 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$, $\overline{PB}$ 를

그으면 $\angle APO = \angle PBO$,

$\angle BPO = 90^\circ$ 이므로

$\angle APO = \angle x$ 라고 하면

△ABP에서

$$20^\circ + (90^\circ + \angle x) + \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x = 70^\circ \quad \therefore \angle x = 35^\circ$$

$$\therefore \angle CPB = 180^\circ - (35^\circ + 90^\circ) = 55^\circ$$

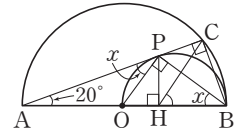
이때 $\overline{AB}$ 가 큰 반원의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$ 이고

$\angle PHB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle ACB + \angle PHB = 180^\circ$$

따라서 네 점 P, H, B, C는 한 원 위에 있다.

$$\therefore \angle CHB = \angle CPB = 55^\circ$$



대단원 테스트 [2회]

67~72쪽

01 ④	02 ③	03 432 cm^2	04 $12\sqrt{3} \text{ cm}$
05 $2\sqrt{5}$	06 42°	07 4 cm	08 ③
09 $4\pi \text{ cm}^2$	10 ④	11 24 cm^2	12 90°
13 $3 : 5$	14 100°	15 ④	16 50°
17 44°	18 ⑤	19 ②	20 10 cm
21 ⑤	22 ①	23 $6\sqrt{3} \text{ cm}$	24 49 cm
25 80°	26 2π	27 $\left(\frac{1000}{3}\pi + 100\sqrt{3}\right) \text{ m}^2$	28 $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$
29 ①	30 $2\sqrt{7}$	31 151°	32 45°
33 40°	34 75°	35 $4\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi$	36 $6\sqrt{21} \text{ cm}$
37 18 cm	38 $10\sqrt{3} - 15$	39 ③	
40 56°	41 $\frac{1}{2}$	42 $\frac{20\sqrt{3}}{9}$	43 20°
44 84°	45 $4 : 1$		

- 01 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

□AMON에서

$$\angle A = 360^\circ - (90^\circ + 120^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

△ABC에서

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

이때 $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$ 이므로

$$13 = (12 - r) + (5 - r)$$

$$2r = 4 \quad \therefore r = 2$$

따라서 원 O의 넓이는

$$2^2 \times \pi = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 10 $\overline{SC} = \overline{SD} = 8 \text{ cm}$

$$\overline{RB} = \overline{RC} = 10 - 8 = 2 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 점 R에서

$\overline{PS}$ 에 내린 수선의 발을 E라고

하면

$$\overline{DE} = \overline{BR} = 2 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{ES} = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)}$$

직각삼각형 RSE에서

$$\overline{ER} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$$

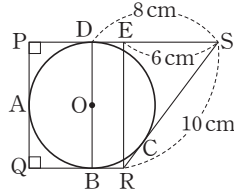
$$\overline{PQ} = \overline{ER} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{PD} = \overline{PA} = \overline{QA} = \overline{QB} = \frac{1}{2}\overline{PQ} = 4 \text{ cm}$$

$$\text{따라서 } \overline{PS} = 4 + 8 = 12 \text{ (cm),}$$

$$\overline{QR} = 4 + 2 = 6 \text{ (cm)이므로}$$

$$\square PQRS = \frac{1}{2} \times (12 + 6) \times 8 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 11 $\overline{DE} = \overline{DH} = \overline{CH} = \overline{CG}$

$$= \frac{1}{2}\overline{DC} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{BF} = \overline{BG}$$

$$= 12 - 4 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\overline{MF} = \overline{ME} = x \text{ cm이라고 하면}$$

$$\overline{AM} = 12 - (x + 4) = 8 - x \text{ (cm)}$$

$$\overline{BM} = (8 + x) \text{ cm}$$

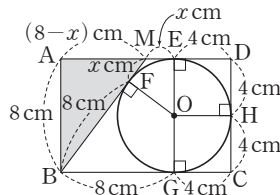
직각삼각형 ABM에서

$$8^2 + (8 - x)^2 = (8 + x)^2$$

$$32x = 64 \quad \therefore x = 2$$

$$\text{따라서 } \overline{AM} = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)이므로}$$

$$\triangle ABM = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 12 $\overline{TP} = \overline{TR}$ 이므로 $\angle TRP = \angle TPR = 42^\circ$

$\triangle RPT$ 에서

$$\angle RTQ = 42^\circ + 42^\circ = 84^\circ$$

$\triangle RTQ$ 는 $\overline{TQ} = \overline{TR}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle TRQ = \angle TQR = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 84^\circ) = 48^\circ$$

$$\therefore \angle PRQ = 42^\circ + 48^\circ = 90^\circ$$

- 13 원 O의 반지름의 길이를 r 라고 하면

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r$$

$$\triangle ODA = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times r$$

$$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r$$

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r$$

즉, $\triangle OAB$, $\triangle ODA$, $\triangle OCD$, $\triangle OBC$ 의 넓이의 비는 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{BC}$ 의 길이의 비와 같다.

이때 $\square ABCD$ 가 원 O에 외접하므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = 6k, \overline{AD} = 5k, \overline{CD} = 9k \text{ (} k > 0 \text{)} \text{라고 하면}$$

$$6k + 9k = 5k + \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = 10k$$

따라서 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ 의 넓이의 비는

$$6k : 10k = 3 : 5$$

- 14 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle BQC = \angle APB = 25^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle AOB + \angle BOC$$

$$= 2 \times 25^\circ + 2 \times 25^\circ = 100^\circ$$

- 15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \text{이므로}$$

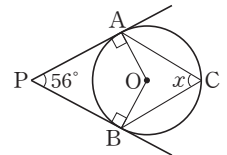
$\square APBO$ 에서

$$\angle AOB$$

$$= 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 56^\circ)$$

$$= 124^\circ$$

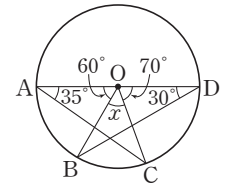
$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = 62^\circ$$



- 16 $\angle AOB = 2\angle ADB = 60^\circ$

$$\angle COD = 2\angle CAD = 70^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$



- 17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\overline{AB}$ 가 반원의 지름이므로

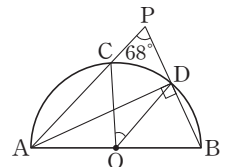
$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\triangle PAD$ 에서

$$\angle PAD = 180^\circ - (90^\circ + 68^\circ)$$

$$= 22^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CAD = 44^\circ$$



- 18 $\angle BAD = \angle BCD = 16^\circ$

$\triangle BCQ$ 에서

$$\angle ABC = 16^\circ + 38^\circ = 54^\circ$$

$\triangle APB$ 에서

$$\angle APC = 16^\circ + 54^\circ = 70^\circ$$

- 19 $\angle ABC = \angle ADC = \angle x$ 이고

$\triangle PCB$ 에서

$$\angle x = 60^\circ - 32^\circ = 28^\circ$$

- 20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으

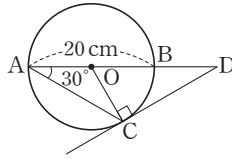
면 $\angle OCD = 90^\circ$,

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 60^\circ$$

직각삼각형 OCD에서

$$\overline{OD} = \frac{10}{\cos 60^\circ} = 20 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BD} = 20 - 10 = 10 \text{ (cm)}$$



- 21 $\widehat{AB} : \widehat{CD} = \angle ACB : \angle DBC = 2 : 3$ 이므로

$$6 : 9 = 28^\circ : \angle DBC$$

$$\therefore \angle DBC = 42^\circ$$

$\triangle PBC$ 에서

$$\angle x = 28^\circ + 42^\circ = 70^\circ$$

- 22 $\widehat{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle APB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle APC = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$\widehat{AC} : \widehat{BC} = \angle APC : \angle BPC \text{이므로}$$

$$\widehat{AC} : 12\pi = 36^\circ : 54^\circ$$

$$\therefore \widehat{AC} = 8\pi \text{ cm}$$

- 23 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 180° 이고 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{1+2+3} = 60^\circ$$

$$\therefore \overline{BC} = 12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

- 24 $\angle BAC = \angle BDC = \angle a$,

$$\angle ABD = \angle ACD = \angle b$$

라고 하면 $\triangle ACQ$ 에서

$$\angle b = \angle a + 32^\circ$$

$\triangle APB$ 에서

$$80^\circ = \angle a + \angle b = \angle a + (\angle a + 32^\circ)$$

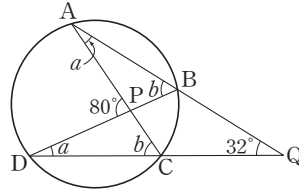
$$2\angle a = 48^\circ$$

$$\therefore \angle a = 24^\circ, \angle b = 56^\circ$$

이때 $\widehat{AD} : \widehat{BC} = \angle b : \angle a$ 이므로

$$\widehat{AD} : 21 = 56^\circ : 24^\circ = 7 : 3$$

$$3\widehat{AD} = 147 \quad \therefore \widehat{AD} = 49 \text{ cm}$$

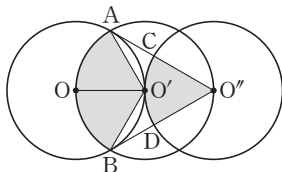


- 25 원의 둘레를 9등분한 것 중 한 호에 대한 원주각의 크기는

$$180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x = 20^\circ \times 4 = 80^\circ$$

- 26



두 원 O, O'이 만나는 두 점을 A, B라 하고 원 O'이 두 선분 AO', BO'과 만나는 점을 각각 C, D라고 하면 $\triangle AOO'$ 과 $\triangle BO'O$ 는 세 변의 길이가 모두 2인 정삼각형이다.

즉, $\angle AO'O = \angle BO'O = 60^\circ$ 이므로

$$\angle AO'B = 120^\circ$$

$$\text{원 O'에서 } \angle AO'B = \frac{1}{2} \angle AO'B = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AO'B의 넓이) + (부채꼴 CO'D의 넓이)

$$= \left(\pi \times 2^2 \times \frac{120}{360} \right) + \left(\pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} \right)$$

$$= \frac{4}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi = 2\pi$$

- 27 오른쪽 그림과 같이 무대의 양 끝 지점을 각각 A, B라 하고 원의 중심을 O, 무대를 바라본 가장자리를 P라고 하자.

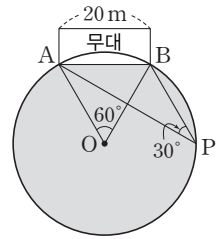
$$\angle AOB = 2\angle APB = 60^\circ \text{이므로}$$

$\triangle AOB$ 는 정삼각형이다.

따라서 공연장의 넓이는

$$\left(\pi \times 20^2 \times \frac{300}{360} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 60^\circ \right)$$

$$= \frac{1000}{3}\pi + 100\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$$



- 28 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{AB} = \widehat{AD} \text{이므로}$$

$$\angle ABD = \angle ADB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

따라서 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이므로

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

- 29 $\angle BPT = \angle x$ 이므로

$$\angle BAT = 2\angle BPT = 2\angle x$$

$$\angle BTP = \angle BAT = 2\angle x$$

$\square ABTC$ 는 원 O에 내접하므로

$$\angle ABT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$\triangle BPT$ 에서

$$\angle x + 2\angle x = 60^\circ, 3\angle x = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x = 20^\circ$$

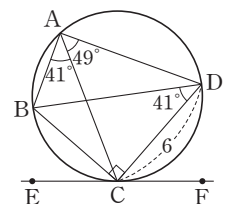
- 30 $\angle BAC = \angle BDC = 41^\circ$ 이므로

$$\angle BAD = 41^\circ + 49^\circ = 90^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BCD = 90^\circ$$

$\overline{BD}$ 가 원의 지름이고 원의 반지름의 길이가 4이므로 $\overline{BD} = 8$



직각삼각형 BCD에서

$$BC = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$$

- 31 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

$\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F라고 하면

$\triangle ABF$ 에서

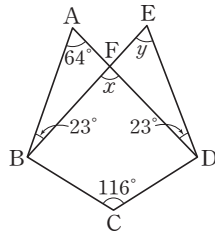
$$\angle x = 23^\circ + 64^\circ = 87^\circ$$

네 점 A, B, D, E가 한 원 위에 있

으므로

$$\angle BED = \angle BAD = 64^\circ \quad \therefore \angle y = 64^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 87^\circ + 64^\circ = 151^\circ$$

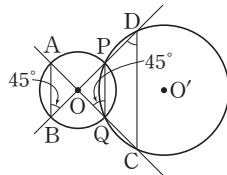


- 32 원 O에서

$$\angle AQP = \angle ABP = 45^\circ$$

$\square PQCD$ 가 원 O'에 내접하므로

$$\angle PDC = \angle AQP = 45^\circ$$



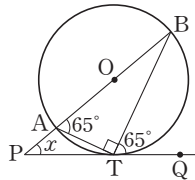
- 33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$ 를 그으면

$$\angle TAB = \angle BTQ = 65^\circ$$

$\triangle ABT$ 에서

$$\begin{aligned} \angle ABT &= 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) \\ &= 25^\circ \end{aligned}$$

$$\triangle PTB \text{에서 } \angle x = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$



- 34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle BDC &= \angle BAC = \angle CBT \\ &= 25^\circ \end{aligned}$$

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ADC = 90^\circ$$

$$\angle ADB = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BT}$ 이므로

$$\angle DBT = \angle ADB = 65^\circ \text{ (엇각)}$$

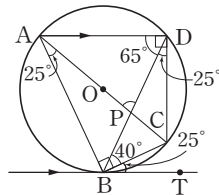
$$\therefore \angle DBC = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

또, $\angle ABC = 90^\circ$ 이므로

$$\angle ABP = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$\triangle ABP$ 에서

$$\angle APD = 25^\circ + 50^\circ = 75^\circ$$



- 35 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

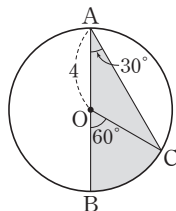
$$\angle BOC = 2\angle BAC = 60^\circ \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \triangle AOC &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(부채꼴 OBC의 넓이)

$$= \pi \times 4^2 \times \frac{60}{360} = \frac{8}{3}\pi$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $4\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi$ 이다.



- 36 점 O'에서 $\overline{OM}$ 에 내린 수

선의 발을 H라고 하면

$$\overline{OH} = 11 - 5 = 6 \text{ (cm)}$$

직각삼각형 OHO'에서

$$\overline{HO'} = \sqrt{15^2 - 6^2}$$

$$= 3\sqrt{21} \text{ (cm)}$$

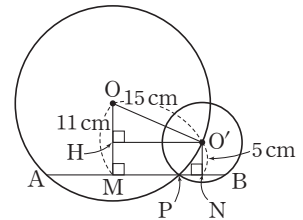
$$\therefore \overline{MN} = \overline{HO'} = 3\sqrt{21} \text{ cm}$$

이때 $\overline{AM} = \overline{PM}$, $\overline{PN} = \overline{BN}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{PM} + \overline{PN} + \overline{BN}$$

$$= 2(\overline{PM} + \overline{PN}) = 2\overline{MN}$$

$$= 6\sqrt{21} \text{ (cm)}$$



- 37 원과 육각형의 접점을 각각 G,

H, I, J, K, L이라고 하면

$$\overline{AG} = \overline{AH}, \overline{BH} = \overline{BI},$$

$$\overline{CI} = \overline{CJ}, \overline{DJ} = \overline{DK},$$

$$\overline{EK} = \overline{EL}, \overline{FL} = \overline{FG}$$

이므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF}$$

$$= \overline{AH} + \overline{BH} + \overline{CJ} + \overline{DJ} + \overline{EL} + \overline{FL}$$

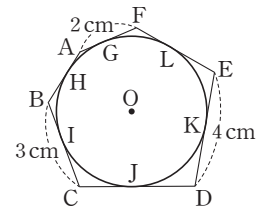
$$= \overline{AG} + \overline{BI} + \overline{CI} + \overline{DK} + \overline{EK} + \overline{FG}$$

$$= \overline{BC} + \overline{DE} + \overline{AF}$$

$$= 3 + 4 + 2 = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{육각형 } ABCDEF \text{의 둘레의 길이})$$

$$= 9 + 9 = 18 \text{ (cm)}$$



- 38 $\triangle PCD$ 의 둘레의 길이가 $10\sqrt{3}$ 이므로

$$\overline{PC} + \overline{CD} + \overline{PD} = \overline{PC} + \overline{CF} + \overline{DF} + \overline{PD}$$

$$= \overline{PC} + \overline{CE} + \overline{DE} + \overline{PD}$$

$$= \overline{PE} + \overline{PB}$$

$$= 2\overline{PB} = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{PB} = 5\sqrt{3}$$

$\angle ABP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle PAB = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

직각삼각형 APB에서

$$\overline{AB} = 5\sqrt{3} \tan 30^\circ = 5$$

원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$$\overline{AO} = 5 - r$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$ 를

그으면 $\angle OEA = 90^\circ$ 이

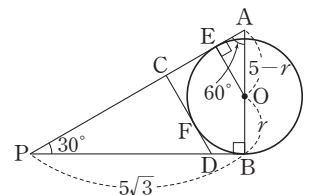
로 직각삼각형 AEO에서

$$\sin 60^\circ = \frac{r}{5-r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3}(5-r) = 2r$$

$$(2+\sqrt{3})r = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore r = \frac{5\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 10\sqrt{3} - 15$$



39 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle DCA = \angle CAB = 15^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BC} = 6 \text{ cm}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OC}$ 를
그으면

$$\angle AOD = \angle COB$$

$$= 2\angle CAB = 30^\circ$$

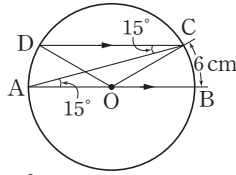
$$\angle DOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

이므로

$$\widehat{BC} : \widehat{CD} = \angle COB : \angle DOC$$

$$6 : \widehat{CD} = 30^\circ : 120^\circ = 1 : 4$$

$$\therefore \widehat{CD} = 24 \text{ cm}$$



40 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$ 를 그으면

$$\angle BAQ = \angle CAQ = \frac{1}{2}\angle BAC$$

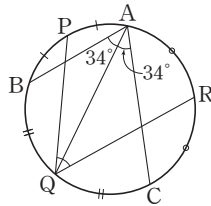
$$= 34^\circ$$

$\widehat{AP} + \widehat{AR} + \widehat{BQ}$ 의 길이는 반원의
호의 길이와 같으므로

$$\angle AQP + \angle AQR + \angle BAQ = 90^\circ$$

$$\text{즉, } \angle PQR + 34^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PQR = 56^\circ$$



41 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°

이고 $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\angle DBC = \angle ABD$$

$$= \frac{1}{2}\angle B = 30^\circ$$

$$\angle D = \angle A = 60^\circ, \overline{BD} = 2R \text{ 이므로}$$

로 직각삼각형 BCD에서

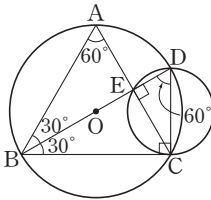
$$\overline{CD} = \overline{BD} \sin 30^\circ = R$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} \cos 30^\circ = \sqrt{3}R$$

또, $\angle CED = 90^\circ$ 이므로 $\overline{CD}$ 는 작은 원의 지름이다.

따라서 $\overline{CD} = 2r = R$ 이므로

$$\frac{r}{R} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$



42 $\angle BAC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

$\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이므로

$$\angle BAD = \angle DAC$$

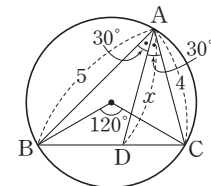
$$= \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ$$

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC \text{ 이므로}$$

$\overline{AD} = x$ 라고 하면

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 5 \times x \times \sin 30^\circ \right) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times x \times \sin 30^\circ \right)$$



$$5\sqrt{3} = \frac{5}{4}x + x, \frac{9}{4}x = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

43 $\angle OCE = \angle ODE = 15^\circ$ 이므로 네

점 D, O, E, C는 한 원 위에 있다.

$\triangle DOE$ 에서

$$\angle DEO = 50^\circ - 15^\circ = 35^\circ$$

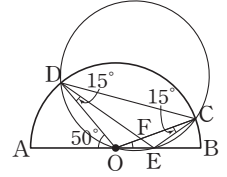
$$\angle DCO = \angle DEO = 35^\circ \text{ 이고}$$

$\triangle COD$ 는 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CDO = \angle DCO = 35^\circ \text{ 이고 } \triangle COD \text{ 에서}$$

$$\angle COD = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (50^\circ + 110^\circ) = 20^\circ$$



44 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 42^\circ$ 이므로

$\triangle ABD$ 에서

$$\angle ADB = 180^\circ - (42^\circ + 54^\circ) = 84^\circ$$

$$\angle ADC = 42^\circ + 54^\circ = 96^\circ$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\angle ADP = \angle a \text{ 라고 하면}$$

$$\angle PDC = 96^\circ - \angle a$$

$\square PDCQ$ 는 원에 내접하므로

$$\angle CQP = 180^\circ - (96^\circ + \angle a) = 84^\circ + \angle a$$

$\triangle ABQ$ 에서

$$\angle ABQ = (84^\circ + \angle a) - 84^\circ = \angle a$$

$\square ABDP$ 에서

$$\angle ABP = \angle ADP = \angle a \text{ 이므로}$$

$\square ABDP$ 는 원에 내접한다.

$$\therefore \angle APB = \angle ADB = 84^\circ$$

45 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지

나고 두 원과 공통인 접선 PT

를 그으면 $\triangle APB$ 와 $\triangle CPD$

에서

$$\angle PBA = \angle PDC = \angle APT,$$

$\angle APB$ 는 공통이므로

$\triangle APB \sim \triangle CPD$ (AA 닮음)

$\overline{CO'}$ 을 긋고 $\overline{PO'}$ 의 연장선이 원 O' 과 만나는 점을 Q라고

하면 $\overline{PQ}$ 는 원 O' 의 지름이므로

$$\angle PAQ = \angle PCO' = 90^\circ$$

$\triangle APQ$ 와 $\triangle CPO'$ 에서

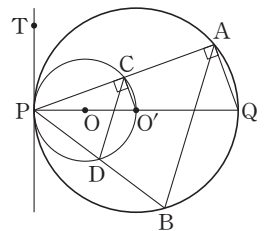
$$\angle PAQ = \angle PCO' = 90^\circ, \angle APQ \text{ 는 공통이므로}$$

$\triangle APQ \sim \triangle CPO'$ (AA 닮음)

$$\text{즉, } \overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PQ} : \overline{PO'} = 24 : 12 = 2 : 1 \text{ 이므로}$$

$\triangle APB$ 와 $\triangle CPD$ 의 닮음비는 2 : 1이다.

$$\therefore \triangle APB : \triangle CPD = 2^2 : 1^2 = 4 : 1$$



III. 통계

1. 자료 분포와 관계

01. 산포도

소단원 테스트 [1회]

75쪽

01 23점 02 ① 03 1 04 ① 05 $\sqrt{2}$ 점
06 ④ 07 ④ 08 체육

01 편차의 총합은 항상 0이므로

$$x + (-1) + 5 + 2 + (-4) = 0 \quad \therefore x = -2$$

따라서 A의 점수는

$$25 + (-2) = 23 \text{ (점)}$$

02 학생 E가 문자 메시지를 사용한 횟수가 65회이고 편차가 4회이므로

$$(\text{평균}) = 65 - 4 = 61 \text{ (회)}$$

또, 편차의 총합은 항상 0이므로

$$x + (-1) + (-2) + 0 + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

따라서 학생 A가 문자 메시지를 사용한 횟수는

$$61 + (-1) = 60 \text{ (회)}$$

$$03 \quad (\text{평균}) = \frac{7+9+8+8+9+9+8+9+7+6}{10}$$

$$= \frac{80}{10} = 8 \text{ (개)}$$

각 변량의 편차는

$$-1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, -1, -20 \text{ 이므로}$$

(분산)

$$= \frac{(-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-2)^2}{10}$$

$$= \frac{10}{10} = 1$$

$$04 \quad (\text{평균}) = \frac{7+8+9+10+11}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

각 변량의 편차는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{2}$$

$$05 \quad (\text{분산}) = \frac{2^2 + 1^2 + (-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{2} \text{ (점)}$$

$$06 \quad (\text{평균}) = \frac{3+4+a+b+5}{5} = \frac{a+b+12}{5} = 6$$

$$a+b+12=30 \quad \therefore a+b=18$$

각 변량의 편차는 $-3, -2, a-6, b-6, -1$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (a-6)^2 + (b-6)^2 + (-1)^2}{5}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 12(a+b) + 86}{5} = 10$$

$$a^2 + b^2 - 12(a+b) + 86 = 50$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 12(a+b) - 36 = 12 \times 18 - 36 = 180$$

07 ① A반의 표준편차가 더 크므로 분산도 더 크다.

② A반의 평균이 더 낮고 표준편차가 크므로 하위권 학생이 더 많다고 할 수 있다.

③ B반의 평균이 높으므로 성적이 더 우수하다고 할 수 있다.

④ B반의 표준편차가 더 작으므로 B반의 성적이 A반보다 고르다.

⑤ B반의 표준편차가 더 작으므로 평균 가까이에 더 모여 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 성적이 가장 고른 과목은 체육이다.

소단원 테스트 [2회]

76쪽

01 ③, ④ 02 ④ 03 2권 04 $\frac{34}{5}$ 05 65
06 ① 07 ④ 08 $\sqrt{13}$ 점

01 ③ 도수분포표에서 각 계급의 도수가 일정하다고 해서 표준편차가 0이 되는 것은 아니다.

④ 편차의 제곱의 평균은 분산이고 편차들의 절댓값의 평균을 제곱한 값은 분산과 같다고 할 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

$$02 \quad (\text{평균}) = \frac{90+94+97+91+93}{5} = \frac{465}{5} = 93 \text{ (점)}$$

이므로 편차는

$$A: 90 - 93 = -3 \text{ (점)}, \quad B: 94 - 93 = 1 \text{ (점)}$$

$$C: 97 - 93 = 4 \text{ (점)}, \quad D: 91 - 93 = -2 \text{ (점)}$$

$$E: 93 - 93 = 0 \text{ (점)}$$

따라서 옳게 구한 것은 ④이다.

$$03 \quad (\text{평균}) = \frac{5+3+7+9+6}{5} = \frac{30}{5} = 6 \text{ (권)}$$

각 변량의 편차는 $-1, -3, 1, 3, 0$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 + (-3)^2 + 1^2 + 3^2 + 0^2}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2 \text{ (권)}$$

04 편차의 총합은 항상 0이므로

$$-2+3+(-4)+1+x=0 \quad \therefore x=2$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-2)^2+3^2+(-4)^2+1^2+2^2}{5} = \frac{34}{5}$$

05 (평균) $= \frac{2+x+y+8+5+10}{6} = \frac{x+y+25}{6} = 6$

$$x+y+25=36 \quad \therefore x+y=11$$

각 변량의 편차는

$$-4, x-6, y-6, 2, -1, 4 \text{ 이므로}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2+(x-6)^2+(y-6)^2+2^2+(-1)^2+4^2}{6}$$

$$= \frac{x^2+y^2-12(x+y)+109}{6} = 7$$

$$x^2+y^2-12(x+y)+109=42$$

$$\therefore x^2+y^2=12(x+y)-67=12 \times 11-67=65$$

06 (평균) $= \frac{a+a+(a+1)+(a+3)+(a+6)}{5}$

$$= \frac{5a+10}{5} = a+2$$

각 변량의 편차는 $-2, -2, -1, 1, 4$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2+(-2)^2+(-1)^2+1^2+4^2}{5} = \frac{26}{5}$$

07 성적이 가장 고른 반은 분산이 가장 작은 4반이다.

08 남학생과 여학생의 평균 점수가 모두 70점이므로 전체 학생의 평균 점수도 70점이다.

남학생 국어 점수의 분산은

$$\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{20} = (\sqrt{10})^2 = 10$$

이므로 (편차)²의 총합은 200이다.

여학생 국어 점수의 분산은

$$\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{30} = (\sqrt{15})^2 = 15$$

이므로 (편차)²의 총합은 450이다.

따라서 전체 학생의 국어 점수의 분산은

$$\frac{200+450}{50} = 13$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{13}$ 점이다.

02. 상자그림

소단원 테스트 [1회]

77쪽

01 ③ 02 6 03 ④ 04 137 05 ②
06 ⑤ 07 25 % 08 B, D

01 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$149, 156, 168, 171, 180, 195, 201$$

이때 최솟값은 149 g, 최댓값은 201 g이고, 제1사분위수는 156 g, 제2사분위수는 171 g, 제3사분위수는 195 g이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

02 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 6$$

$$\text{제1사분위수는 } 1, 1, 2, 3 \text{의 중앙값이므로 } a = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

$$\text{제3사분위수는 } 3, 4, 5, 6 \text{의 중앙값이므로 } b = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

$$\therefore a+b=1.5+4.5=6$$

03 최솟값은 11, 최댓값은 19, 제1사분위수는 13, 제2사분위수는 15, 제3사분위수는 18이므로 이를 만족시키는 것은 ④이다.

04 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$28, 30, 32, 36, 40, 48, 50, 52, 58, 62, 64, 66$$

$$\text{이때 최솟값은 } 28, \text{ 제2사분위수는 } \frac{48+50}{2} = 49,$$

$$\text{제3사분위수는 } \frac{58+62}{2} = 60 \text{ 이므로}$$

$$a=28, b=49, c=60$$

$$\therefore a+b+c=28+49+60=137$$

05 구간이 짧을수록 변량이 밀집되어 있으므로 가장 밀집된 구간은 ②이다.

06 ⑤ 신발 크기가 265 mm 이상인 학생의 비율은 알 수 없다.

07 상자그림의 각 구간에서는 변량이 약 25 %씩 포함되므로 통학 시간이 10분 이하인 학생은 전체의 약 25 %이다.

08 A: 수학 점수가 가장 낮은 학생의 점수는 45점이다.

B: 과학 점수의 최댓값은 100점이므로 95점보다 높은 학생이 있다.

C: 수학 점수의 중앙값은 75점이고 과학 점수의 중앙값은 70점이므로 수학 점수의 중앙값은 과학 점수의 중앙값보다 높다.

D: 수학 점수가 75점보다 높은 학생은 전체의 약 50 %이고 과학 점수가 70점보다 높은 학생도 전체의 약 50 %이므로 더 많다고 할 수 없다.

따라서 틀린 말을 한 학생은 B, D이다.

소단원 테스트 [2회]

78쪽

- 01 ④ 02 2차 03 ② 04 ㄱ 05 ④
06 ③ 07 B 병원 08 C 영화

01 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 3, 3, 4, 6, 6, 7

제1사분위수는 1, 1, 2, 3의 중앙값이므로 $\frac{1+2}{2}=1.5$ (일)

제3사분위수는 4, 6, 6, 7의 중앙값이므로 $\frac{6+6}{2}=6$ (일)

따라서 제1사분위수와 제3사분위수의 차는

$$6 - 1.5 = 4.5 \text{ (일)}$$

02 1차의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 9, 10, 10

이때 제3사분위수는 6, 7, 7, 9, 10, 10의 중앙값이므로

$$\frac{7+9}{2}=8 \text{ (점)}$$

2차의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 7, 8, 9, 10, 10

이때 제3사분위수는 7, 7, 8, 9, 10, 10의 중앙값이므로

$$\frac{8+9}{2}=8.5 \text{ (점)}$$

따라서 제3사분위수가 더 큰 것은 2차이다.

03 제1사분위수는

$$\frac{a+26}{2}=25, a+26=50 \quad \therefore a=24$$

제3사분위수는

$$\frac{35+b}{2}=37, 35+b=74 \quad \therefore b=39$$

$$\therefore b-a=39-24=15$$

04 ㄱ. 최솟값은 1, 최댓값은 10이므로 그 합은 $1+10=11$

ㄴ. 중앙값, 즉 제2사분위수는 7이다.

ㄷ. 제1사분위수는 2, 제3사분위수는 9이므로

$$(\text{제3사분위수}) - (\text{제1사분위수}) = 9 - 2 = 7$$

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

05 ④ 악력이 25 kg인 학생이 반드시 있는지는 알 수 없다.

06 제1사분위수가 60점이므로 보충 과제를 받는 성적, 즉 하위 25% 이내에 드는 학생이 받을 수 있는 최대 점수는 60점이다.

07 A 병원의 대기 시간의 중앙값은 25분이고 B 병원의 대기 시간의 중앙값은 15분이므로 B 병원의 대기 시간의 중앙값이 A 병원의 대기 시간의 중앙값보다 작다.

또, B 병원의 상자가 A 병원의 상자보다 왼쪽에 있으므로 B 병원의 대기 시간이 짧다고 할 수 있다.

08 평점이 3점 이상인 이용자의 비율은 A 영화가 전체의 50%, B 영화가 전체의 25%, C 영화가 전체의 75%이므로 평점이 3점 이상인 이용자의 비율이 가장 높은 영화는 C 영화이다.

03. 산점도

소단원 테스트 [1회]

79쪽

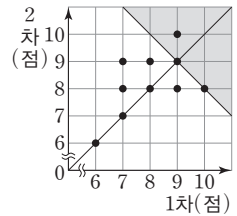
- 01 ⑤ 02 164 cm 03 25% 04 ④
05 20% 06 ③, ④ 07 A 08 ①

01 ① 조사한 양궁 선수의 총 10명이다.

② 1차와 2차에서 같은 점수를 얻은 선수 수는 오른쪽 위로 향하는 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 4명이다.

③ 1차보다 2차에서 높은 점수를 얻은 선수 수는 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

④ 1차와 2차의 점수의 평균이 9점 이상인 선수 수는 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

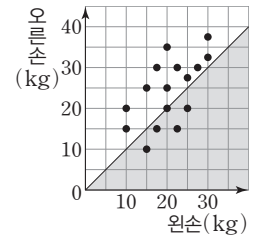


02 몸무게가 60 kg인 학생은 5명이고, 이 학생들의 키는 150, 160, 165, 170, 175이므로 구하는 평균은

$$\frac{150+160+165+170+175}{5} = \frac{820}{5} = 164 \text{ (cm)}$$

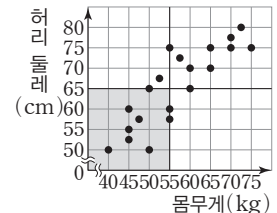
03 오른손보다 왼손의 쥐는 힘이 더 센 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

$$\therefore \frac{4}{16} \times 100 = 25 \text{ (\%)}$$



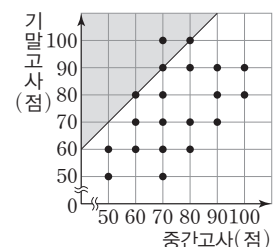
04 몸무게가 55 kg 이하이고 허리 둘레가 65 cm 이하인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.

$$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45 \text{ (\%)}$$



05 기말고사 성적이 중간고사 성적보다 20점 이상 향상된 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

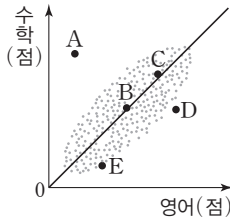
$$\therefore \frac{4}{20} \times 100 = 20 \text{ (\%)}$$



06 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.

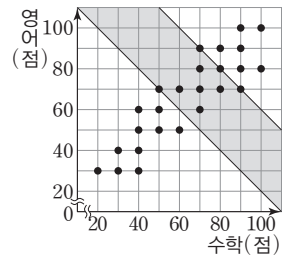
- ① 상관관계가 없다.
②, ⑤ 양의 상관관계
③, ④ 음의 상관관계

07 오른쪽 그림에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위에 있고 대각선으로부터 멀리 있을수록 영어 성적에 비해서 수학 성적이 더 높으므로 영어 성적에 비하여 수학 성적이 더 높은 학생은 A이다.



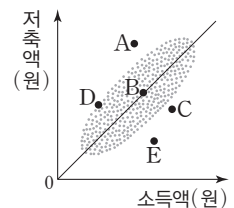
- 08 ① 음의 상관관계
②, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

04 두 과목의 성적의 평균이 60점 이상 80점 이하, 즉 두 과목의 성적의 합이 120점 이상 160점 이하인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.



$$\therefore \frac{9}{25} \times 100 = 36 (\%)$$

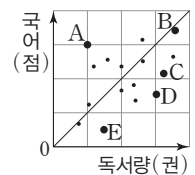
05 오른쪽 그림에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에 가까울수록 소득액과 저축액의 차이가 적으므로 소득액과 저축액의 차이가 가장 적은 사람은 B이다.



06 정삼각형의 한 변의 길이와 둘레의 길이는 양의 상관관계이다.

따라서 상관관계를 나타낸 산점도는 ⑤이다.

07 오른쪽 그림에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위에 있고 대각선으로부터 멀리 있을수록 독서량에 비해 국어 성적이 더 높으므로 독서량에 비하여 국어 성적이 높은 학생은 A이다.



08 ㄴ. 발의 크기가 가장 작은 학생은 B이다.

ㄷ. 키에 비하여 발의 크기가 큰 학생은 C이다.

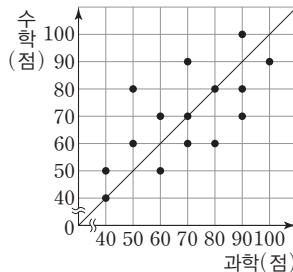
ㄹ. 키에 비하여 발의 크기가 작은 학생은 B이다.

소단원 테스트 [2회]

80쪽

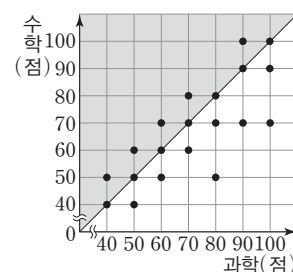
- 01 ③ 02 ⑤ 03 30% 04 36% 05 ②
06 ⑤ 07 A 08 ㄱ

01 수학 성적과 과학 성적이 같은 학생 수는 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



$$\therefore \frac{3}{15} \times 100 = 20 (\%)$$

02 수학 성적이 과학 성적보다 높은 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 5명이고, 이 학생들의 수학 점수는

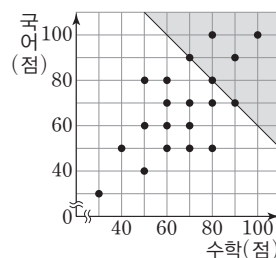


50, 60, 70, 80, 100

이므로 구하는 평균은

$$\frac{50+60+70+80+100}{5} = \frac{360}{5} = 72 (\text{점})$$

03 두 과목의 성적의 합이 160점 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



$$\therefore \frac{6}{20} \times 100 = 30 (\%)$$

중단원 테스트 [1회]

81~84쪽

- 01 ② 02 ② 03 $\frac{34}{5}$ 04 ③ 05 ①
06 ② 07 4반, 3반 08 ④ 09 ①, ③
10 ⑤ 11 ② 12 ⑤ 13 85점 14 ③
15 ③ 16 ④ 17 ④ 18 ④ 19 ③
20 ㄷ, ㄹ 21 $\frac{88}{5}$ 22 -25 23 8 24 60점
25 36%

01 편차의 총합은 항상 0이므로

$$-3 + (-1) + 2 + a + (-2) = 0 \quad \therefore a = 4$$

$$02 (\text{평균}) = \frac{6 \times 1 + 7 \times 2 + 8 \times 4 + 9 \times 2 + 10 \times 1}{10}$$

$$= \frac{80}{10} = 8 (\text{점})$$

각 변량의 편차는 -2, -1, 0, 1, 2이므로

(분산)

$$= \frac{(-2)^2 \times 1 + (-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 1}{10}$$

$$= \frac{12}{10} = 1.2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{1.2} \text{ (점)}$$

03 편차의 총합은 항상 0이므로

$$-5 + 2 + 2 + a = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-5)^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2}{5} = \frac{34}{5}$$

04 ③ 표준편차가 같더라도 평균은 다를 수 있다.

05 (평균) $= \frac{a+b+5+3+7}{5} = \frac{a+b+15}{5} = 5$

$$a+b+15=25 \quad \therefore a+b=10$$

각 변량의 편차는 $a-5, b-5, 0, -2, 2$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 2^2}{5}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 58}{5} = (\sqrt{6})^2 = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 58 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 28 = 10 \times 10 - 28 = 72$$

따라서 a^2 과 b^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

06 편차의 총합은 항상 0이므로

$$5 + (-3) + (-1) + x + y = 0$$

$$x + y = -1 \quad \therefore y = -x - 1$$

$$(\text{분산}) = \frac{5^2 + (-3)^2 + (-1)^2 + x^2 + (-x-1)^2}{5}$$

$$= \frac{2x^2 + 2x + 36}{5} = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

$$2x^2 + 2x + 36 = 40$$

$$x^2 + x - 2 = 0, (x-1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2$$

$x = 1$ 일 때, $y = -1 - 1 = -2$

$x = -2$ 일 때, $y = -(-2) - 1 = 1$

$$\therefore xy = -2$$

07 평균이 가장 높은 4반의 성적이 가장 우수하고 표준편차가 가장 작은 3반의 성적이 가장 고르다.

08 두 모둠의 평균 점수가 모두 16점이므로 전체 학생의 평균 점수도 16점이다.

A모듬의 (편차)²의 총합은 $12 \times (2\sqrt{2})^2 = 96$,

B모듬의 (편차)²의 총합은 $18 \times 2^2 = 72$ 이므로

전체 30명의 수학 서술형 평가 성적의 분산은

$$\frac{96 + 72}{30} = 5.6$$

09 ② 표준편차가 작을수록 자료는 평균에 가까이 모여 있다.

④ 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

⑤ 분산이 작을수록 분포 상태가 고르다고 할 수 있다.

10 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13$$

이 자료의 중앙값은 $\frac{7+8}{2} = 7.5$ 이므로 제2사분위수는 7.5

$$\therefore b = 7.5$$

제1사분위수는 2, 4, 5, 6, 7의 중앙값인 5이므로

$$a = 5$$

$$\therefore a + b = 5 + 15 = 20$$

11 중앙값은 $3x + 20$ 이므로

$$3x + 2 = 20, 3x = 18 \quad \therefore x = 6$$

즉, $4x = 240$ 이므로 제1사분위수는 $\frac{10+14}{2} = 12$

제3사분위수는 $\frac{22+24}{2} = 23$

따라서 제1사분위수와 제3사분위수의 합은

$$12 + 23 = 35$$

12 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$40, 42, 44, 48, 50, 50, 52, 54, 58, 64, 66, 68$$

이때 최솟값은 40, 최댓값은 68

이 자료의 중앙값은 $\frac{50+52}{2} = 51$ 이므로 제2사분위수는 51

제1사분위수는 40, 42, 44, 48, 50, 50의 중앙값이므로

$$\frac{44+48}{2} = 46$$

제3사분위수는 52, 54, 58, 64, 66, 68의 중앙값이므로

$$\frac{58+64}{2} = 61$$

따라서 상자그림으로 바르게 나타낸 것은 ⑤이다.

13 20명 중에서 점수가 높은 5명은

$$\frac{5}{20} = 0.25$$

이므로 상위 25 % 이내에 들어야 한다.

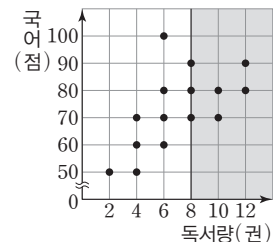
이때 제3사분위수가 85점이므로 5등 안에 들기 위한 최소 성적은 85점이다.

14 독서량이 8권 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 있는 점의 개수와 같으므로 7명이고, 이 학생들의 국어 점수는

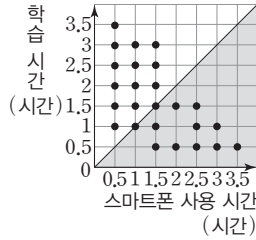
$$70, 70, 80, 80, 80, 90, 90$$

이므로 구하는 평균은

$$\frac{70 \times 2 + 80 \times 3 + 90 \times 2}{7} = \frac{560}{7} = 80 \text{ (점)}$$

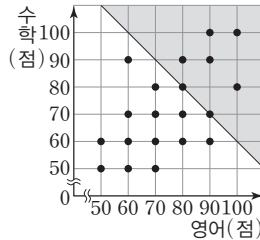


- 15 학습 시간보다 스마트폰 사용 시간이 더 긴 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.



$$\therefore \frac{10}{25} \times 100 = 40 (\%)$$

- 16 두 과목의 성적의 평균이 80점 이상, 즉 성적의 합이 160점 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



$$\therefore \frac{7}{20} \times 100 = 35 (\%)$$

- 17 ① A는 영어 성적만 높은 편이다.
 ② A는 영어 성적에 비하여 국어 성적이 낮은 편이다.
 ③ B는 영어 성적은 낮은 편이나 국어 성적은 높은 편이다.
 ⑤ 국어 성적과 영어 성적은 대체로 양의 상관 관계가 있다.
- 18 ① 중간고사 성적이 가장 높은 학생은 C이다.
 ② A는 기말고사 성적은 높은 편이나 중간고사 성적은 낮은 편이다.
 ③ B는 D보다 기말고사 성적이 낮다.
 ⑤ D는 기말고사 성적은 낮은 편이나 중간고사 성적은 높은 편이다.
- 19 주어진 산점도는 두 변량 사이에 상관관계가 없음을 나타낸다.
 ①, ② 음의 상관관계
 ③ 상관관계가 없다.
 ④, ⑤ 양의 상관관계

- 20 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.
 ㄱ, ㄴ. 음의 상관관계
 ㄷ, ㄹ. 양의 상관관계

- 21 (평균) $= \frac{88+90+92+100+x}{5} = \frac{370+x}{5} = 92$ (점)
 $370+x=460 \quad \therefore x=90$ ①
 각 변량의 편차가 $-4, -2, 0, 8, -2$ 이므로
 (분산) $= \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 8^2 + (-2)^2}{5}$
 $= \frac{88}{5}$ ②

채점 기준	배점
① x 의 값 구하기	4점
② 수학 점수의 분산 구하기	4점

- 22 편차의 총합은 항상 0이므로

$$x + (-3) + (-2) + 1 + y = 0$$

$$\therefore x + y = 4$$
 ①

$$\begin{aligned} \text{(분산)} &= \frac{x^2 + (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 + y^2}{5} \\ &= \frac{x^2 + y^2 + 14}{5} = 4^2 = 16 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 + 14 = 80 \quad \therefore x^2 + y^2 = 66$$
 ②

$$\text{이때 } (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{이므로}$$

$$4^2 = 66 + 2xy$$

$$2xy = -50 \quad \therefore xy = -25$$
 ③

채점 기준	배점
① $x+y$ 의 값 구하기	2점
② x^2+y^2 의 값 구하기	3점
③ xy 의 값 구하기	3점

- 23 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$12, 16, 20, 22, 30, 34, 36, 40, 42, 44$$

$$\text{이때 최솟값은 } 12, \text{ 최댓값은 } 44$$

$$\text{이 자료의 중앙값은 } \frac{30+34}{2} = 32$$

$$\text{이므로 제2사분위수는 } 32$$

$$\text{제1사분위수는 } 12, 16, 20, 22, 30 \text{의 중앙값이므로 } 20$$

$$\text{제3사분위수는 } 34, 36, 40, 42, 44 \text{의 중앙값이므로 } 40 \text{이다.}$$

- ①
 따라서 $a=20, b=32, c=44$ 이므로 ②
 $a+b-c=20+32-44=8$ ③

채점 기준	배점
① 주어진 자료의 최솟값, 최댓값, 각 사분위수 구하기	3점
② a, b, c 의 값 구하기	3점
③ $a+b-c$ 의 값 구하기	2점

- 24 20명의 하위 30 %는

$$20 \times \frac{30}{100} = 6 \text{ (명)}$$
 ①

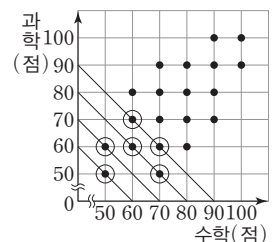
두 과목의 성적의 평균이 하위 30 % 이내에 포함되는 학생들의 수학 성적은

$$50, 50, 60, 60, 70, 70 \dots \dots \text{②}$$

이므로 구하는 평균은

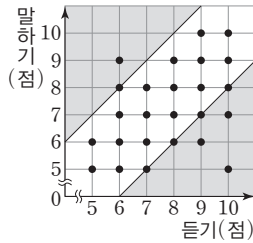
$$\frac{50 \times 2 + 60 \times 2 + 70 \times 2}{6}$$

$$= \frac{360}{6} = 60 \text{ (점)}$$
 ③



채점 기준	배점
① 하위 30 % 학생 수 구하기	2점
② 하위 30 % 학생의 수학 성적 구하기	3점
③ 평균 구하기	3점

- 25 듣기 성적과 말하기 성적의 차이가 2점 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다.



..... ①

$$\therefore \frac{9}{25} \times 100 = 36 (\%)$$

..... ②

채점 기준	배점
① 성적의 차이가 2점 이상인 학생 수 구하기	5점
② 전체의 몇 %인지 구하기	3점

중단원 테스트 [2회]

85~88쪽

- 01 64점 02 ③ 03 ② 04 ③ 05 ②
 06 ④ 07 ② 08 ④ 09 ④ 10 ⑤
 11 ③ 12 ② 13 A 반 14 20 % 15 ④
 16 50 % 17 ② 18 ④ 19 ④ 20 ②, ⑤
 21 $\frac{31}{5}$ 22 4점 23 10명 24 12 % 25 45 %

- 01 편차의 총합은 항상 0이므로

$$5 + 4 + 3 + x + 2x = 0$$

$$12 + 3x = 0 \quad \therefore x = -4$$

$$D \text{의 점수는 } 70 + (-4) = 66 (\text{점})$$

$$E \text{의 점수는 } 70 + (-8) = 62 (\text{점})$$

따라서 D와 E의 점수의 평균은

$$\frac{66 + 62}{2} = 64 (\text{점})$$

- 02 편차의 총합은 항상 0이므로

$$1 + x + (-5) + (-1) + 2 = 0 \quad \therefore x = 3$$

따라서 B의 점수는

$$68 + 3 = 71 (\text{점})$$

- 03 (평균) $= \frac{3 + 4 + 5 + 6 + 7}{5} = \frac{25}{5} = 5 (\text{회})$

각 변량의 편차는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

- 04 편차의 총합은 항상 0이므로

$$-2 + (-5) + x + 6 + 1 + 1 = 0 \quad \therefore x = -1$$

$\therefore$ (분산)

$$= \frac{(-2)^2 + (-5)^2 + (-1)^2 + 6^2 + 1^2 + 1^2}{6} \\ = \frac{68}{6} = \frac{34}{3}$$

$$05 (\text{평균}) = \frac{4 + (a+4) + (2a+4)}{3} = \frac{3a+12}{3} = a+4$$

각 변량의 편차는 $-a, 0, a$ 이고 분산이 6이므로

$$\frac{(-a)^2 + 0^2 + a^2}{3} = \frac{2a^2}{3} = 6$$

$$a^2 = 9 \quad \therefore a = 3 (\because a > 0)$$

- 06 ㄱ. (편차) = (변량) - (평균)

ㄴ. 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})}$$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

- 07 편차의 총합은 항상 0이므로

$$1 + (-2) + a + b + 0 + 3 = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

$$(\text{분산}) = \frac{1^2 + (-2)^2 + a^2 + b^2 + 0^2 + 3^2}{6}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + 14}{6} = 2^2 = 4$$

$$a^2 + b^2 + 14 = 24 \quad \therefore a^2 + b^2 = 10$$

이때 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 이므로

$$(-2)^2 = 10 + 2ab, 2ab = -6$$

$$\therefore ab = -3$$

- 08 한 달 동안 가장 공부를 많이 한 학생은 평균이 가장 큰 학생이므로 D이고 공부를 가장 규칙적으로 한 학생은 표준편차가 가장 작은 학생이므로 E이다.

- 09 두 반의 평균 점수가 모두 75점이므로 두 반 전체의 평균 점수도 75점이다.

$$A \text{ 반 학생의 } (\text{편차})^2 \text{의 총합은 } 30 \times 100 = 3000$$

$$B \text{ 반 학생의 } (\text{편차})^2 \text{의 총합은 } 20 \times 120 = 2400$$

따라서 두 반 전체의 분산은

$$\frac{3000 + 2400}{50} = \frac{5400}{50} = 108$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ (점)이다.

- 10 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

68, 69, 71, 73, 74, 76, 77, 80, 82

① 최솟값은 68회이다.

② 최댓값은 82회이다.

③ 제1사분위수는 68, 69, 71, 73의 중앙값이므로

$$\frac{69 + 71}{2} = 70 (\text{회})$$

④ 이 자료의 중앙값은 74회이므로 제2사분위수는 74회이다.

⑤ 제3사분위수는 76, 77, 80, 82의 중앙값이므로

$$\frac{77 + 80}{2} = 78.5 (\text{회})$$

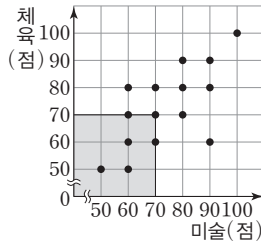
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

- 11 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
20, 26, 27, 31, 35, 36, 40
이때 최솟값은 20, 최댓값은 40
이 자료의 중앙값은 31이므로 제2사분위수는 31
제1사분위수는 20, 26, 27의 중앙값이므로 26
제3사분위수는 35, 36, 40의 중앙값이므로 36이다.
따라서 ① 40, ② 36, ③ 31, ④ 26, ⑤ 200이므로 옳지 않은
것은 ③이다.

- 12 ㄱ. 중앙값은 60점이다.
ㄴ. 최고 점수는 100점이다.
ㄷ. 60점 이상 받은 사람은 전체의 약 50 %이므로
 $\text{약 } 50 \times \frac{50}{100} = 25$ (명)이다.
ㄹ. 제1사분위수가 45점이므로 하위 25 % 이내에 드는 사
람의 성적 중 최고 점수가 될 수 있는 성적은 45점이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

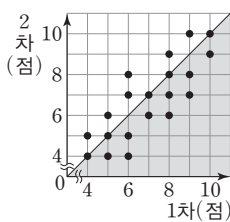
- 13 A 반의 통학 시간의 중앙값은 25분이고 B 반의 통학 시간
의 중앙값은 20분이므로 A 반의 통학 시간의 중앙값이 B
반의 통학 시간의 중앙값보다 크다.
또, A 반의 상자자 B 반의 상자보다 오른쪽에 있으므로 A
반의 통학 시간이 더 길다고 할 수 있다.

- 14 두 과목 모두 70점 미만인 학
생 수는 오른쪽 그림에서 색칠
한 영역(경계선 제외)에 속하
는 점의 개수와 같으므로 3명
이다.



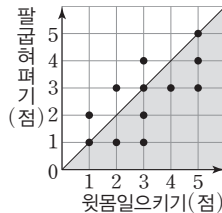
$$\therefore \frac{3}{15} \times 100 = 20 (\%)$$

- 15 1차 성적이 2차 성적보다 더 높은
학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠
한 영역(경계선 제외)에 속하는
점의 개수와 같으므로 9명이다.



$$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45 (\%)$$

- 16 윗몸일으키기 성적이 팔굽혀펴기
성적보다 더 높은 학생 수는 오른
쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선
제외)에 속하는 점의 개수와 같으
므로 6명이다.



$$\therefore \frac{6}{12} \times 100 = 50 (\%)$$

- 17 ② B는 D보다 얇은키가 작다.

- 18 ④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 일정하면 x 와 y 사이에는
상관관계가 없다고 한다.

- 19 둘레의 길이가 일정한 직사각형의 가로와 세로의 길이가 증가할수
록 세로의 길이가 감소하므로 가로의 길이와 세로의 길이
사이에는 음의 상관관계가 있고, 음의 상관관계를 나타내는
것은 ④이다.

- 20 ① A의 사회 성적은 80점, 과학 성적은 100점이므로 사회
성적보다 과학 성적이 높다.
② B와 A의 사회 성적은 80점으로 같다.
③ B의 과학 성적은 60점, E의 과학 성적은 70점이므로 B
는 E보다 과학 성적이 낮다.
④ C의 두 과목의 성적의 평균은 $\frac{40+20}{2} = 30$ (점),
D의 두 과목의 성적의 평균은 $\frac{20+40}{2} = 30$ (점)
이므로 평균이 같다.
⑤ C의 성적 차는 $40 - 20 = 20$ (점),
E의 성적 차는 $70 - 40 = 30$ (점)
이므로 두 과목의 성적 차는 다르다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

- 21 편차의 총합은 항상 0이므로 학생 수 6명에 대한 편차를 a
권이라고 하면

$$(-3) \times 2 + a \times 6 + 0 \times 5 + 1 \times 2 + 2 \times 4 + 8 \times 1 = 0$$

$$-6 + 6a + 0 + 2 + 8 + 8 = 0$$

$$6a = -12 \quad \therefore a = -2 \quad \dots\dots ①$$

(분산)

$$= \frac{\{(-3)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 6 + 0^2 \times 5 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 4 + 8^2 \times 1\}}{20}$$

$$= \frac{18 + 24 + 0 + 2 + 16 + 64}{20} = \frac{124}{20} = \frac{31}{5} \quad \dots\dots ②$$

채점 기준	배점
① 학생 수 6명에 대한 편차 구하기	4점
② 분산 구하기	4점

- 22 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 1, 2, 4, 4, 5, 5

제1사분위수는 1, 1, 1, 2의 중앙값이므로

$$\frac{1+1}{2} = 1 \text{ (점)} \quad \dots\dots ①$$

이 자료의 중앙값은 $\frac{2+4}{2} = 3$ (점)이므로

제2사분위수는 3점

따라서 제1사분위수와 제2사분위수의 합은

$$1 + 3 = 4 \text{ (점)} \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① 제1사분위수 구하기	3점
② 제2사분위수 구하기	3점
③ 제1사분위수와 제2사분위수의 합 구하기	2점

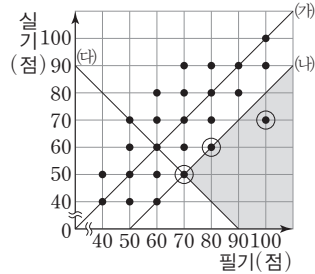
- 23 서술형 평가 점수가 12점 이상인 학생은 전체의 약 50 %이다. ①

따라서 구하는 학생 수는

약 $20 \times \frac{50}{100} = 10$ (명) ②

채점 기준	배점
① 점수가 12점 이상인 학생이 전체의 몇 %인지 구하기	5점
② 점수가 12점 이상인 학생 수 구하기	3점

- 24 조건 (가)에서 실기 성적보다 필기 성적이 더 높은 학생 수는 오른쪽 그림에서 대각선 (가)의 아래쪽 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다. ①



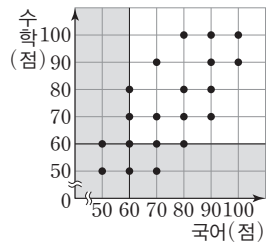
조건 (나)에서 두 성적의 차가 20점 이상이므로 조건 (가)를 만족시키는 학생 중 조건 (나)를 만족시키는 학생을 순서쌍 (필기, 실기)로 나타내면 (60, 40), (70, 50), (80, 60), (100, 70)의 4명이다. ②

조건 (다)에서 두 성적의 평균이 60점 이상, 즉 합이 120점 이상이므로 세 조건을 모두 만족시키는 학생 수는 위의 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다. ③

$\therefore \frac{3}{25} \times 100 = 12$ (%) ④

채점 기준	배점
① 조건 (가)를 만족시키는 학생 수 구하기	2점
② 조건 (가), (나)를 만족시키는 학생 수 구하기	2점
③ 세 조건을 만족시키는 학생 수 구하기	2점
④ 전체의 몇 %인지 구하기	2점

- 25 적어도 한 과목의 성적이 60점 이하인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 9명이다. ①



$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45$ (%)

..... ②

채점 기준	배점
① 적어도 한 과목의 성적이 60점 이하인 학생 수 구하기	5점
② 전체의 몇 %인지 구하기	3점

대단원 테스트 [1회]

89~94쪽

- 01 179 cm 02 ③ 03 ① 04 ④
 05 $\frac{24}{5}$ 06 73 07 나영 08 ⑤ 09 B
 10 $\sqrt{2}$ 점 11 ② 12 B 13 25 14 ①
 15 13 16 ① 17 ㄱ, ㄴ 18 ①
 19 A 과수원 20 ② 21 ③ 22 13
 23 48 % 24 25 % 25 ④ 26 ③ 27 ①
 28 D 29 6명 30 14점 31 ④ 32 ⑤
 33 ② 34 ③ 35 ③ 36 ④ 37 14
 38 ㄷ, ㄹ 39 180점 40 170점 41 6가지

- 01 D의 편차를 a cm라고 하면 편차의 총합은 항상 0이므로
 $(-4) + (-6) + (-1) + a + 2 = 0$

$\therefore a = 9$

따라서 D의 키는

$170 + 9 = 179$ (cm)

- 02 (평균) $= \frac{20 + 35 + 30 + 45 + 40}{5} = \frac{170}{5} = 34$ (분)

각 변량의 편차는 $-14, 1, -4, 11, 6$ 이므로 편차가 될 수 없는 것은 ③이다.

- 03 (평균) $= \frac{7 + 5 + 7 + 5 + 8 + 9 + 8}{7} = \frac{49}{7} = 7$ (건)

각 변량의 편차는 $0, -2, 0, -2, 1, 2, 1$ 이므로

(분산) $= \frac{0^2 + (-2)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2}{7}$

$= \frac{14}{7} = 2$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{2}$ (건)

- 04 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-3) \times 2 + (-1) \times 4 + 0 \times 8 + 1 \times x + 2 \times 4 = 0$

$-2 + x = 0 \quad \therefore x = 2$

전체 학생 수는 $2 + 4 + 8 + 2 + 4 = 20$

$\therefore$ (분산)

$= \frac{(-3)^2 \times 2 + (-1)^2 \times 4 + 0^2 \times 8 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 4}{20}$

$= \frac{40}{20} = 2$

- 05 (평균) $= \frac{4 + 5 + 8 + 10 + x}{5} = \frac{27 + x}{5} = 7$

$27 + x = 35 \quad \therefore x = 8$

각 변량의 편차는 $-3, -2, 1, 3, 1$ 이므로

(분산) $= \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 + 3^2 + 1^2}{5} = \frac{24}{5}$

$$06 \quad (\text{평균}) = \frac{1+a+5+b+8}{5} = \frac{a+b+14}{5} = 5$$

$$a+b+14=25 \quad \therefore a+b=11$$

각 변량의 편차는 $-4, a-5, 0, b-5, 3$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2 + (a-5)^2 + 0^2 + (b-5)^2 + 3^2}{5} \\ = \frac{a^2 + b^2 - 10(a+b) + 75}{5} = 7.6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 75 = 38$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a+b) - 37 = 10 \times 11 - 37 = 73$$

07 연자: 편차의 절댓값이 클수록 평균과 멀다.

혁수: 표준편차가 서로 다른 두 자료는 평균이 같을 수도 있다.

08 ㄱ. 평균보다 작은 변량에 대한 편차는 음수이다.

ㄴ. 분산이 클수록 변량은 평균으로부터 멀리 떨어져 있다.

09 A의 점수의 평균은

$$\frac{5 \times 2 + 4 \times 2 + 3 \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times 2}{10} = \frac{30}{10} = 3 \text{ (점)}$$

A의 점수의 분산은

$$\frac{2^2 \times 2 + 1^2 \times 2 + 0^2 \times 2 + (-1)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 2}{10} \\ = \frac{20}{10} = 2$$

B의 점수의 평균은

$$\frac{5 \times 1 + 4 \times 2 + 3 \times 4 + 2 \times 2 + 1 \times 1}{10} = \frac{30}{10} = 3 \text{ (점)}$$

B의 점수의 분산은

$$\frac{2^2 \times 1 + 1^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + (-1)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 1}{10} \\ = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

따라서 B의 분산이 더 작으므로 B의 점수가 더 평균 주위에 모여 있다.

10 남학생과 여학생의 영어 듣기 평가 평균 점수가 모두 11점
이므로 전체 학생의 평균 점수도 11점이다.

남학생의 영어 듣기 평가 성적의 분산은

$$\frac{\{(\text{편차})^2 \text{의 총합}\}}{20} = 1^2 = 1$$

이므로 $(\text{편차})^2$ 의 총합은 20이다.

여학생의 영어 듣기 평가 성적의 분산은

$$\frac{\{(\text{편차})^2 \text{의 총합}\}}{10} = 2^2 = 4$$

이므로 $(\text{편차})^2$ 의 총합은 40이다.

따라서 반 전체 학생 성적의 분산은

$$\frac{20+40}{30} = \frac{60}{30} = 2$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{2}$ 점이다.

11 ① 학생 수는 알 수 없다.

② 1반의 표준편차가 가장 작으므로 성적이 가장 고르다.

③ 평균이 더 낮은 2반이 3반보다 표준편차가 크므로 평균
이 낮을수록 성적이 고르다고 할 수 없다.

④ 4반의 표준편차가 3반의 표준편차보다 크므로 3반보다
4반의 산포도가 더 크다.

⑤ 학생 수를 모르므로 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

12 A의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

76, 79, 80, 88, 90, 95, 98, 128

이때 자료 A의 중앙값은 $\frac{88+90}{2} = 89$ 이므로

제2사분위수는 89이다.

B의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

70, 79, 88, 90, 96, 100, 117, 120

이때 자료 B의 중앙값이 $\frac{90+96}{2} = 93$ 이므로

제2사분위수는 93이다.

따라서 제2사분위수가 더 큰 것은 B이다.

13 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

311, 319, 323, 325, 336, 342, 350, 352

제1사분위수는 311, 319, 323, 325의 중앙값이므로

$$a = \frac{319+323}{2} = 321$$

제3사분위수는 336, 342, 350, 352의 중앙값이므로

$$b = \frac{342+350}{2} = 346$$

$$\therefore b-a = 346-321=25$$

14 2, x-2, 2x+3, 14, 16, 4x-1, 20

제3사분위수가 19이므로

$$4x-1=19, 4x=20$$

$$\therefore x=5$$

즉, $x-2=3$ 이므로 제1사분위수는 3이다.

15 주어진 상자그림에서 중앙값은 35, 최솟값은 22이므로 구
하는 차는

$$35-22=13$$

16 주어진 상자그림의 최솟값은 21, 최댓값은 30, 제1사분위수
는 22, 제2사분위수는 24, 제3사분위수는 28이므로 이를
만족시키는 것은 ①이다.

17 ㄴ. 제3사분위수는 9점이다.

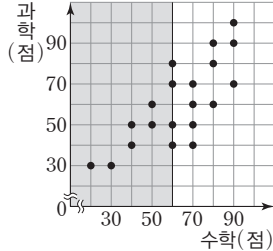
ㄹ. 9점 이상을 받은 학생 수는 알 수 없다.

18 중앙값이 65점이므로 상위 50 % 안에 들기 위한 최소 점수
는 65점이다.

- 19 A 과수원의 포도 무게의 중앙값은 350 g이고 B 과수원의 포도 무게의 중앙값은 335 g이므로 A 과수원의 포도 무게의 중앙값이 B 과수원의 포도 무게의 중앙값보다 크다.
또, A 과수원의 상자가 B 과수원의 상자보다 오른쪽에 있으므로 A 과수원의 포도가 더 무겁다고 할 수 있다.

- 20 A의 체육 성적은 90점, 미술 성적은 80점이므로 2번이다.

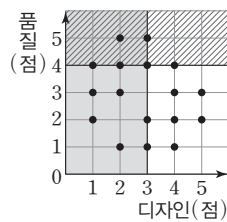
- 21 수학 성적이 60점 이하인 학생 수는 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이고, 이 학생들의 과학 성적은 30점 2명, 40점 2명, 50점 3명, 60점 1명, 70점 1명, 80점 1명이므로 (평균)



$$= \frac{30 \times 2 + 40 \times 2 + 50 \times 3 + 60 \times 1 + 70 \times 1 + 80 \times 1}{10}$$

$$= \frac{500}{10} = 50 \text{ (점)}$$

- 22 디자인 점수를 3점 미만으로 평가한 고객의 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



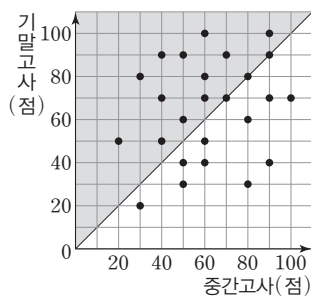
$$\therefore a = 7$$

품질 점수를 4점 이상으로 평가한 고객의 수는 위의 그림에서 빗금친 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$$\therefore b = 6$$

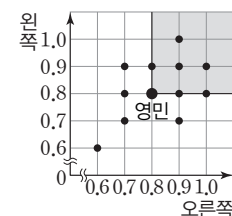
$$\therefore a + b = 7 + 6 = 13$$

- 23 중간고사에 비해 기말고사 성적이 올라간 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 12명이다.



$$\therefore \frac{12}{25} \times 100 = 48 \text{ (\%)}$$

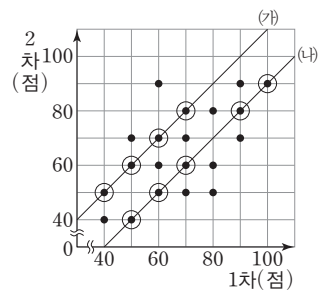
- 24 영민이보다 양쪽 눈의 시력이 모두 좋은 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



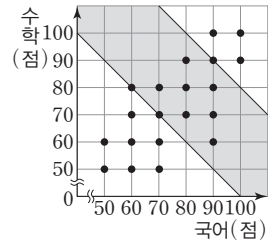
$$\therefore \frac{3}{12} \times 100 = 25 \text{ (\%)}$$

- 25 점수 차가 10점인 학생 수는 오른쪽 그림에서 대각선 (가), (나) 위에 있는 점의 개수와 같으므로 4 + 5 = 9 (명)이다.

$$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45 \text{ (\%)}$$



- 26 두 과목의 성적의 평균이 70점 이상 90점 이하, 즉 두 과목의 합이 140점 이상 180점 이하인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.



$$\therefore \frac{10}{20} \times 100 = 50 \text{ (\%)}$$

- 27 ① 과학 성적이 수학 성적보다 높은 학생은 8명이다.

- ⑤ 과학 성적이 80점인 학생들의 수학 성적은

50, 60, 70, 80, 90

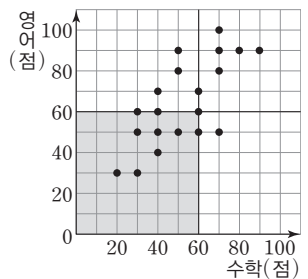
이므로 구하는 평균은

$$\frac{50 + 60 + 70 + 80 + 90}{5} = \frac{350}{5} = 70 \text{ (점)}$$

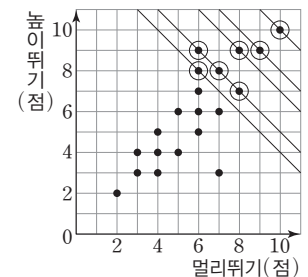
따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

- 28 주어진 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에 멀수록 두 기록의 차가 크므로 두 기록의 차이가 가장 큰 학생은 D이다.

- 29 두 과목 성적이 모두 60점 미만인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



- 30 오른쪽 그림에서 7등인 학생의 멀리뛰기 점수는 6점, 높이뛰기 점수는 8점이므로 점수의 합은 6 + 8 = 14 (점)



- 31 ① A 집단은 국어 성적보다 영어 성적이 낮은 편이다.

- ② B 집단은 두 과목의 성적이 모두 높은 편이다.

- ③ C 집단은 국어 성적보다 영어 성적이 높은 편이다.
 ⑤ 영어 성적과 국어 성적 사이에는 양의 상관관계가 있으므로 대체로 영어 성적이 높은 학생은 국어 성적이 높은 편이다.

32 자동차의 이동 거리와 남은 연료의 양 사이에는 음의 상관관계가 있으므로 이를 나타내는 것은 ⑤이다.

33 세 수 a, b, c 의 평균이 M 이므로 $M = \frac{a+b+c}{3}$

따라서 세 수 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산은

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)}{3} \\ &= \frac{a+b+c}{3} + \frac{3+3+3}{3} \\ &= M+3 \\ (\text{분산}) &= \frac{1}{3} [\{(a+3)-(M+3)\}^2 \\ &\quad + \{(b+3)-(M+3)\}^2 \\ &\quad + \{(c+3)-(M+3)\}^2] \\ &= \frac{(a-M)^2 + (b-M)^2 + (c-M)^2}{3} \\ &= S^2 \end{aligned}$$

따라서 평균은 $M+3$, 분산은 S^2 이다.

34 평균이 40이므로 $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 40$ 에서

$$a+b+c+d+e=200$$

표준편차가 $\sqrt{30}$ 이므로

$$\frac{(a-40)^2 + (b-40)^2 + (c-40)^2 + (d-40)^2 + (e-40)^2}{5}$$

$$= (\sqrt{30})^2 = 30$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-8(a+b+c+d+e)+800}{5} = 30$$

$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-8(a+b+c+d+e)+800=150$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=8(a+b+c+d+e)-650$$

$$= 8 \times 200 - 650 = 1000$$

따라서 a^2, b^2, c^2, d^2, e^2 의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2}{5} = \frac{1000}{5} = 200$$

35 학생 6명의 분산이 100이므로

$$(\text{편차})^2 \text{의 총합은 } 6 \times 100 = 600$$

평균이 68 kg이므로 몸무게가 68 kg인 학생의 편차는 0이다. 즉, 6명 중에서 몸무게가 68 kg인 학생이 한 명 빠졌을 때, 나머지 학생 5명의 $(\text{편차})^2$ 의 총합은 600이므로

$$(\text{분산}) = \frac{600}{5} = 120$$

36 자료 A의 평균을 m , 분산을 v , 표준편차를 s 라고 하면 다음과 같다.

	평균	분산	표준편차
자료 A	m	v	s
자료 B	$m+100$	v	s
자료 C	$2m$	$4v$	$2s$

따라서 $a=b, c=2a$ 이므로 $a=b < c$

37 $x, 2x+1$ 을 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 9, 10, 14

위 자료의 중앙값이 9이므로 x 는 9보다 작거나 같은 자연수이고 $2x+1$ 은 9보다 크거나 같은 자연수이다.

한편, 제1사분위수가 7이므로 전체 변량에서 2번째 변량이 7이어야 한다.

$$\therefore x=7$$

따라서 $2x+1=15$ 이므로 전체 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 7, 8, 9, 10, 14, 15

이므로 제3사분위수는 14이다.

38 ㄱ. 조사한 사람은 모두 $7+10+9+6=32$ (명)이다.

ㄴ. 가장 오래 기다린 사람의 대기 시간은 20분이다.

ㄷ. 대기 시간이 6분 이하인 사람과 13분 이상인 사람은 각각 전체의 약 25%로 같다.

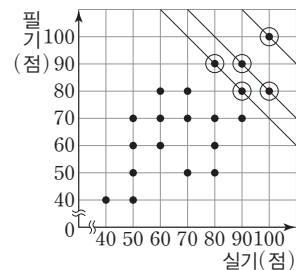
ㄹ. 대기 시간이 9분 이상 13분 이하인 사람은 전체의 약 25%이므로

$$\frac{25}{100} \times 32 = 8 \text{ (명)}$$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

39 20명의 상위 25%는

$$20 \times \frac{25}{100} = 5 \text{ (명)}$$



총점이 높은 순으로 5명을 (실기, 필기)로 나타내면

(100, 100), (90, 90), (100, 80), (80, 90), (90, 80)

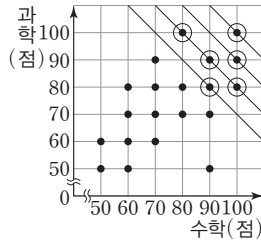
이므로 총점은 200, 180, 180, 170, 170

따라서 구하는 평균은

$$\frac{200 \times 1 + 180 \times 2 + 170 \times 2}{5} = \frac{900}{5} = 180 \text{ (점)}$$

40 20명의 상위 30 %는

$$20 \times \frac{30}{100} = 6 \text{ (명)}$$



총점이 높은 순으로 6명을 (수학, 과학)으로 나타내면
 (100, 100), (100, 90), (100, 80), (90, 90),
 (80, 100), (90, 80)

이므로 총합은 200, 190, 180, 170

따라서 상위 30 % 이내에 드는 학생은 두 과목의 총점이
 최소 170점 이상이어야 한다.

41 산점도에 나타난 자료가 18개이므로 찢어진 부분에 표시된
 자료는 2개이다.

두 명의 1차 성적을 a 점, b 점 ($a \leq b$)이라고 하면 2차 성적
 보다 1차 성적이 더 높은 학생들의 1차 성적은 2, 3, 4, 4, 6,
 a , b 이고, 평균이 50이므로

$$\frac{2+3+4+4+6+a+b}{7} = 5$$

$$\frac{a+b+19}{7} = 5 \quad \therefore a+b=16$$

찢어진 부분이 7점 이상 10점 이하이므로 가능한 a , b 는

$a=7, b=9$ 또는 $a=b=8$

두 명의 2차 성적을 p 점, q 점 ($p \leq q$)이라고 하면 2차 성적
 보다 1차 성적이 더 높은 학생들의 2차 성적은 1, 1, 2, 3, 5,
 p , q 이고, 평균이 30이므로

$$\frac{1+1+2+3+5+p+q}{7} = 3$$

$$\frac{p+q+12}{7} = 3 \quad \therefore p+q=9$$

찢어진 부분이 2점 이상 7점 이하이므로 가능한 p , q 는

$p=2, q=7$ 또는 $p=3, q=6$ 또는 $p=4, q=5$

두 학생이 받을 수 있는 점수를 (1차, 2차)로 나타내면 다
 음과 같다.

- | | |
|------------------|------------------|
| ① (7, 2), (9, 7) | ② (7, 7), (9, 2) |
| ③ (7, 3), (9, 6) | ④ (7, 6), (9, 3) |
| ⑤ (7, 4), (9, 5) | ⑥ (7, 5), (9, 4) |
| ⑦ (8, 2), (8, 7) | ⑧ (8, 3), (8, 6) |
| ⑨ (8, 4), (8, 5) | |

이때 (7, 6), (7, 7), (8, 7)은 찢어진 부분의 점이 아니므
 로 구하는 자료는 ①, ③, ⑤, ⑥, ⑧, ⑨의 6가지이다.

대단원 테스트 [2회]

95~100쪽

- | | | | |
|----------|--------------|-----------------------|-----------------------|
| 01 ⑤ | 02 ④ | 03 $2\sqrt{2}$ 점 | 04 $\sqrt{4.7}$ 회 |
| 05 3 | 06 164 | 07 $\perp, \parallel$ | 08 ② |
| 09 ④ | 10 ③ | 11 C | 12 ② |
| 13 6회 | 14 ④ | 15 $\perp, \subset$ | 16 ⑤ |
| 17 8점 | 18 ④ | 19 3 | 20 ① |
| 21 80점 | 22 ⑤ | 23 68 % | 24 ③ |
| 25 77.5점 | 26 ② | 27 4 | 28 75점 |
| 29 86점 | 30 ⑤ | 31 ④ | 32 $\perp, \parallel$ |
| 33 ② | 34 ④ | 35 54 | 36 ⑤ |
| 37 ① | 38 2, 13, 26 | 39 ① | 40 9점 |
| 41 15점 | | | |

- 01 ① 평균은 산포도가 아니다.
 ② 표준편차는 0 또는 양수이다.
 ③ 편차의 총합은 항상 0이다. 즉, 편차의 평균도 항상 0이
 므로 변량이 흩어져 있는 정도를 알 수 없다.
 ④ 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

- 02 편차의 총합은 항상 0이므로
 $-2+4+(-3)+x+(-4)+1=0 \quad \therefore x=4$
 이때 평균이 171 cm이므로 D의 키는
 $171+4=175 \text{ (cm)} \quad \therefore y=175$
 $\therefore x+y=4+175=179$

- 03 (평균) $= \frac{96+88+92+90+94}{5} = \frac{460}{5} = 92 \text{ (점)}$
 각 변량의 편차는 4, -4, 0, -2, 2이므로
 (분산) $= \frac{4^2+(-4)^2+0^2+(-2)^2+2^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$
 $\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ (점)}$

- 04 (분산)
 $= \frac{(-3)^2 \times 3 + (-2)^2 \times 6 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 8 + 3^2 \times 1}{20}$
 $= \frac{94}{20} = 4.7$
 $\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{4.7} \text{ (회)}$

- 05 편차의 총합은 항상 0이므로
 $2+(-1)+x+1=0 \quad \therefore x=-2$
 $y = \frac{2^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$
 $\therefore x+2y = -2+2 \times 2.5 = 3$

- 06 (평균) $= \frac{6+7+9+x+y}{5} = \frac{22+x+y}{5} = 8$
 $22+x+y=40 \quad \therefore x+y=18$
 각 변량의 편차는 -2, -1, 1, $x-8$, $y-8$ 이므로

(분산)

$$= \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2}{5}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 - 16(x+y) + 134}{5} = 2$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 134 = 10$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 16(x+y) - 124 = 16 \times 18 - 124 = 164$$

07 ㄱ. 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

ㄴ. 편차의 총합이 항상 0이므로 편차의 합을 변량으로 나눈 편차의 평균도 항상 0이다.

ㄷ. 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

ㄹ. 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

08 A의 점수의 평균은

$$\frac{8+8+9+10+6+9+8+7+8+7}{10} = \frac{80}{10} = 8 \text{ (점)}$$

A의 점수의 분산은

$$\frac{0^2+0^2+1^2+2^2+(-2)^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{10}$$

$$= \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

B의 점수의 평균은

$$\frac{8+9+8+7+9+8+7+8+8+8}{10} = \frac{80}{10} = 8 \text{ (점)}$$

B의 점수의 분산은

$$\frac{0^2+1^2+0^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2+0^2+0^2}{10}$$

$$= \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

따라서 A와 B의 점수의 평균은 같고 B의 점수의 분산이 A의 점수의 분산보다 작으므로 B의 점수가 A의 점수보다 더 고르다고 할 수 있다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

09 ①, ② A 학교와 B 학교의 평균이 같으므로 성적은 같다고 할 수 있다.

③, ④ B 학교의 표준편차가 A 학교의 표준편차보다 작으므로 B 학교의 수학 성적이 더 고르다고 할 수 있다.

⑤ A 학교와 B 학교의 평균은 같지만 표준편차가 다르므로 두 학교의 수학 성적의 분포가 같다고 할 수 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

10 남학생과 여학생의 수학 점수의 평균 점수가 모두 70점이므로 전체 학생의 평균도 70점이다.

$$\text{남학생의 수학 점수의 분산} = \frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{20} = 1^2 = 1$$

이므로 (편차)²의 총합은 20이다.

$$\text{여학생의 수학 점수의 분산} = \frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{30} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

이므로 (편차)²의 총합은 60이다.

따라서 전체 학생의 수학 점수의 분산은

$$\frac{20+60}{50} = \frac{8}{5}$$

11 줄넘기 횟수가 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 C이다.

12 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7$$

$$\text{이 자료의 중앙값은 } \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} \text{ 이므로}$$

$$\text{제2사분위수는 } b = \frac{9}{2}$$

제1사분위수는 2, 3, 3, 4, 4의 중앙값이므로

$$a = 3$$

제3사분위수는 5, 5, 6, 6, 7의 중앙값이므로

$$c = 6$$

$$\therefore a+b-c = 3 + \frac{9}{2} - 6 = \frac{3}{2}$$

13 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$3, 3, 4, 4, 6, 8, 8, 8, 9, 9, 11, 11, 12$$

제1사분위수는 3, 3, 4, 4, 6의 중앙값이므로

$$\frac{4+4}{2} = 4 \text{ (회)}$$

제3사분위수는 8, 9, 9, 11, 11, 12의 중앙값이므로

$$\frac{9+11}{2} = 10 \text{ (회)}$$

따라서 두 사분위수의 차는

$$10 - 4 = 6 \text{ (회)}$$

14 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$66, 68, 70, 72, 72, 78, 82, 84$$

이때 최솟값은 66, 최댓값은 84

제1사분위수는 66, 68, 70, 72의 중앙값이므로

$$\frac{68+70}{2} = 69$$

$$\text{이 자료의 중앙값은 } \frac{72+72}{2} = 72 \text{ 이므로}$$

제2사분위수는 72

제3사분위수는 72, 78, 82, 84의 중앙값이므로

$$\frac{78+82}{2} = 80$$

따라서 ① 66, ② 69, ③ 72, ④ 80, ⑤ 84이므로 옳지 않은 것은 ④이다.

15 ㄱ. 자료의 평균은 알 수 없다.

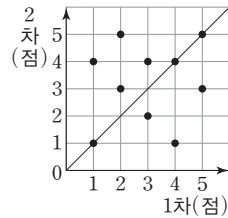
ㄹ. 제1사분위수와 제3사분위수 사이에는 자료 전체의 약 50%가 포함된다.

- 16 ① 평균 공연 시간은 알 수 없다.
 ② 가장 짧은 공연 시간은 35분이다.
 ③ 각 구간에 해당하는 변량의 비율은 모두 약 25 %로 같다.
 ④ 공연 시간이 40분 이하인 연극은 전체의 약 25 %이다.
 ⑤ 공연 시간의 최댓값과 최솟값의 차는 $70 - 35 = 35$ (분) 따라서 옳은 것은 ⑤이다.

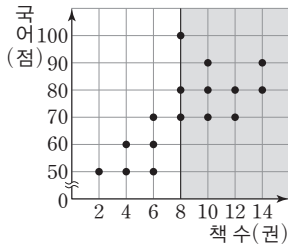
- 17 제3사분위수가 8점이므로 상위 25 % 안에 들기 위한 최소 점수는 8점이다.

- 18 ④ 점수가 65점 이상인 학생은 A 반보다 B 반이 더 많다고 할 수 없다.

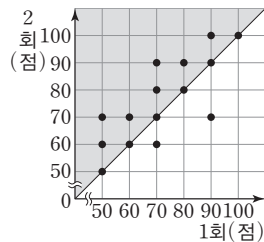
- 19 1차와 2차의 점수가 같은 학생 수는 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.



- 20 읽은 책의 수가 8권 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이고 이 학생들의 국어 성적은 70점 3명, 80점 4명, 90점 2명, 100점 1명이므로
- $$(\text{평균}) = \frac{70 \times 3 + 80 \times 4 + 90 \times 2 + 100 \times 1}{10}$$
- $$= \frac{810}{10} = 81 \text{ (점)}$$



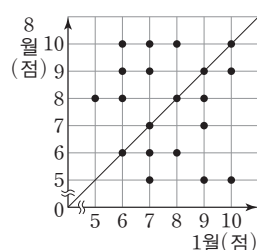
- 21 1회보다 2회의 수학 성적이 향상된 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이고 이 학생들의 2회의 수학 성적은 60점 1명, 70점 2명, 80점 1명, 90점 2명, 100점 1명이므로



$$(\text{평균}) = \frac{60 \times 1 + 70 \times 2 + 80 \times 1 + 90 \times 2 + 100 \times 1}{7}$$

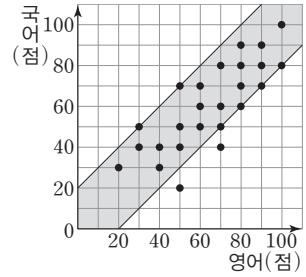
$$= \frac{560}{7} = 80 \text{ (점)}$$

- 22 오른쪽 위로 향하는 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 두 기록의 차가 크다. 따라서 두 기록의 차가 가장 큰 선수의 1월 기록은 10점, 8월 기록은 5점이다.



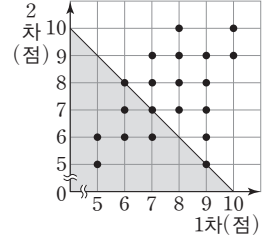
- 23 두 과목의 성적 차가 20점 미만인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 점의 개수와 같으므로 17명이다.

$$\therefore \frac{17}{25} \times 100 = 68 \text{ (\%)}$$

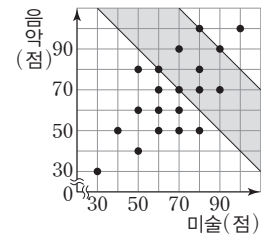


- 24 1차와 2차의 성적의 평균이 7점 이하, 즉 성적의 합이 14점 이하인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.

$$\therefore \frac{8}{20} \times 100 = 40 \text{ (\%)}$$

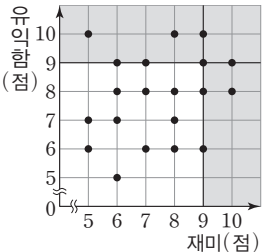


- 25 두 과목의 성적의 평균이 70점 이상 90점 이하, 즉 두 과목의 합이 140점 이상 180점 이하인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이고 이 학생들의 미술 점수는 60점 1명, 70점 2명, 80점 3명, 90점 2명이므로 구하는 평균은

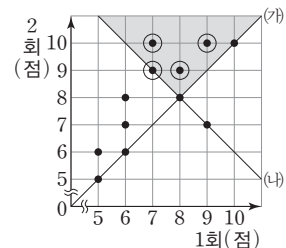


$$\frac{60 \times 1 + 70 \times 2 + 80 \times 3 + 90 \times 2}{8} = \frac{620}{8} = 77.5 \text{ (점)}$$

- 26 두 항목 중 적어도 하나를 9점 이상으로 평가한 시청자 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

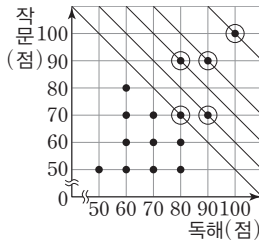


- 27 조건 (가)에서 1회보다 2회의 성적이 향상되었으므로 오른쪽 그림에서 대각선 (가)의 위쪽 영역 (경계선 제외)에 속한다.

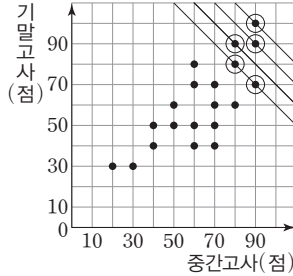


- 조건 (나)에서 1회와 2회의 성적의 평균이 8점, 즉 합이 16점 이상이므로 대각선 (나)의 위쪽 영역 (경계선 포함)에 속한다. 따라서 구하는 학생 수는 4이다.

- 28 오른쪽 그림에서 5등인 학생의 독해 성적은 80점, 작문 성적은 70점이므로 두 점수의 평균은
- $$\frac{80+70}{2}=75 \text{ (점)}$$



- 29 오른쪽 그림에서 등수가 높은 학생 5명의 성적을 (중간고사, 기말고사)로 나타내면
(90, 100), (90, 90),
(80, 90), (80, 80), (90, 70)
이 5명의 중간고사 성적의 평균은



$$\frac{90 \times 3 + 80 \times 2}{5} = \frac{430}{5} = 86 \text{ (점)}$$

- 30 ① 두 변량 x, y 사이에 양의 상관관계가 있다.
② 양의 상관관계를 나타낸다.
③ x 의 값이 커질수록 y 의 값은 대체로 커진다.
④ 산의 높이와 산소의 농도는 음의 상관관계이다.
⑤ 예금액과 이자는 양의 상관관계이다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다.
- 31 ①, ②, ③, ⑤ 상관관계가 없다.
④ 양의 상관관계
따라서 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.
- 32 ㄱ. 학습 시간이 가장 많은 학생은 B이다.
ㄴ. B는 오른쪽 위로 향하는 대각선의 위쪽 영역에 있으므로 학습 시간에 비하여 성적이 높은 편이다.

- 33 B의 그래프의 변량의 분포가 평균 근처에 더 모여 있으므로 산포도가 작다.

B의 평균과 분산을 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{7 \times 2 + 8 \times 6 + 9 \times 2}{10} = \frac{80}{10} = 8 \text{ (점)}$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 6 + 1^2 \times 2}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{0.4} \text{ 점}$$

- 34 $(\text{평균}) = \frac{a+b+c+d+e}{5} = 7$

$$\therefore a+b+c+d+e=35$$

(분산)

$$= \frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + \dots + (e-7)^2}{5}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 14(a+b+c+d+e) + 245}{5}$$

$$= 3^2 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 14(a+b+c+d+e) + 245 = 45$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 14 \times 35 - 200 = 290$$

따라서 a^2, b^2, c^2, d^2, e^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{5} = \frac{290}{5} = 58$$

- 35 추가한 2개의 변량을 x, y 라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{8+10+12+x+y}{5} = \frac{30+x+y}{5} = 9$$

$$30+x+y=45 \quad \therefore x+y=15$$

각 변량의 편차가 $-1, 1, 3, x-9, y-9$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 + 1^2 + 3^2 + (x-9)^2 + (y-9)^2}{5}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 - 18(x+y) + 173}{5} = 4$$

$$x^2 + y^2 - 18(x+y) + 173 = 20$$

$$(x+y)^2 - 2xy - 18(x+y) + 153 = 0$$

$$15^2 - 2xy - 18 \times 15 + 153 = 0$$

$$2xy = 108 \quad \therefore xy = 54$$

따라서 추가한 두 변량의 곱은 54이다.

- 36 잘못 채점했을 때의 점수들을 $a, b, c, 8, 7$ 이라고 하자.

잘못 채점했을 때의 평균이 8점이고 분산이 60이므로 이때의 분산은

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2}{5}$$

$$= \frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + 0 + 1}{5} = 6$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + 1 = 30$$

$$\therefore (a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 29$$

이때 잘못 채점했을 때와 제대로 채점했을 때의 점수들의 합이 $8+7=9+6$

으로 같으므로 평균은 변함없이 8점이다.

따라서 실제 점수의 분산은

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (9-8)^2 + (6-8)^2}{5}$$

$$= \frac{29 + 1 + 4}{5} = \frac{34}{5}$$

- 37 $(\text{평균}) = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10}}{10} = \frac{60}{10} = 6$

(분산)

$$= \frac{(a_1-6)^2 + (a_2-6)^2 + \dots + (a_{10}-6)^2}{10}$$

$$= \frac{(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{10}^2) - 12(a_1 + a_2 + \dots + a_{10}) + 360}{10}$$

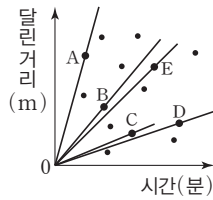
$$= \frac{440 - 12 \times 60 + 360}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

- 38 (최솟값) = 2 (°C), (중앙값) = 13 (°C)
또, 평균 기온이 높은 순서대로 상위 25 %에 속하는 날 중 가장 시원했던 날, 즉 평균 기온이 가장 낮은 날의 평균 기온은 제3사분위수이므로 26 °C이다.

- 39 (속력) = $\frac{\text{거리}}{\text{시간}}$ 이므로 속력은

오른쪽 그림에서 각 직선의 기울기와 같다.
기울기가 가장 큰 직선은 점 A를
지나는 직선이므로 속력이 가장 빠른
선수는 A이다.

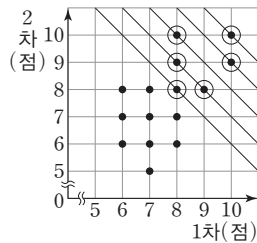


- 40 15명의 상위 40 %는

$$15 \times \frac{40}{100} = 6 \text{ (명)}$$

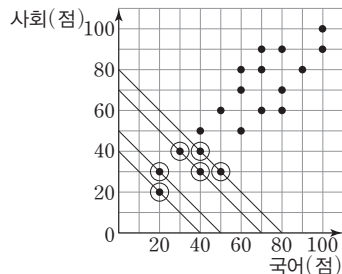
두 점수의 평균이 높은 순으로
6명을 뽑으면 오른쪽 그림과
같고 이 6명의 2차 점수는 8점
이 2명, 9점이 2명, 10점이 2명
이므로 구하는 평균은

$$\frac{8 \times 2 + 9 \times 2 + 10 \times 2}{6} = \frac{54}{6} = 9 \text{ (점)}$$



- 41 20명의 하위 30 %는

$$20 \times \frac{30}{100} = 6 \text{ (명)}$$



두 과목의 총점이 낮은 순서로 6명을 뽑으면 위의 그림과
같고 이 6명의 총점은 40점이 1명, 50점이 1명, 70점이 2
명, 80점이 2명이다.

$$\begin{aligned} \text{(평균)} &= \frac{40 \times 1 + 50 \times 1 + 70 \times 2 + 80 \times 2}{6} \\ &= \frac{390}{6} = 65 \text{ (점)} \end{aligned}$$

(분산)

$$= \frac{(40-65)^2 \times 1 + (50-65)^2 \times 1 + (70-65)^2 \times 2 + (80-65)^2 \times 2}{6}$$

$$= \frac{1350}{6} = 225$$

$$\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{225} = 15 \text{ (점)}$$

학업성취도 테스트

학업성취도 테스트 [1회]

101~104쪽

01 ③	02 ⑤	03 ③	04 ④	05 ③
06 ②	07 ⑤	08 ②	09 ④	10 ①
11 ⑤	12 ②	13 ④	14 ③	15 ④
16 ③	17 ③	18 ⑤	19 ①	
20 (1) 2 (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	21 $36\sqrt{2} \text{ cm}^2$	22 60°		
23 40 cm^2	24 3회	25 5명		

- 01 $\tan 45^\circ = 1$ 이므로

$$\sin 2x = 1$$

$$\text{이때 } \sin 90^\circ = 1 \text{이므로}$$

$$2x = 90^\circ \quad \therefore x = 45^\circ$$

- 02 $\overline{BC} = \overline{AC} \tan 47^\circ = 100 \times 1.0724 = 107.24$

- 03 점 C에서 $\overline{BA}$ 에 내린 수선의 발을

H라고 하면

직각삼각형 BHC에서

$$\overline{BH} = \overline{BC} \cos 45^\circ = 20\sqrt{2} \text{ (m)}$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} \sin 45^\circ = 20\sqrt{2} \text{ (m)}$$

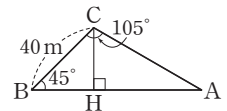
직각삼각형 ACH에서

$$\angle ACH = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{AH} = \overline{CH} \tan 60^\circ = 20\sqrt{6} \text{ (m)}$$

따라서 A, B 사이의 거리는

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{BH} + \overline{AH} \\ &= 20\sqrt{2} + 20\sqrt{6} = 20(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \text{ (m)} \end{aligned}$$



- 04 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{\tan 60^\circ} = \sqrt{2}$$

$$\overline{BC} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{2}$$

직각삼각형 ACD에서

$$\overline{AD} = \overline{AC} \cos 45^\circ = \sqrt{3}$$

$$\overline{CD} = \overline{AC} \sin 45^\circ = \sqrt{3}$$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

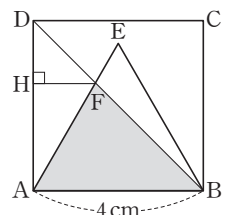
- 05 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{DA}$ 에

내린 수선의 발을 H라고 하자.

△ABD와 △HFD는 서로 닮음인

직각이등변삼각형이므로

$$\overline{DH} = \overline{HF} = a \text{ cm라고 하면}$$



$$\angle HAF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{이므로}$$

$\triangle AFH$ 에서

$$\overline{HA} = \frac{\overline{HF}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}a \text{ (cm)}$$

$$\overline{DA} = a + \sqrt{3}a = (1 + \sqrt{3})a = 4 \text{ (cm)이므로}$$

$$a = \frac{4}{1 + \sqrt{3}} = 2(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{따라서 } \overline{HA} = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 6 - 2\sqrt{3} \text{ (cm)이므로}$$

$$\triangle ABF = \frac{1}{2} \times 4 \times (6 - 2\sqrt{3}) = 12 - 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

06 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$ 이므로

$$\angle AOC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$$

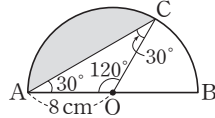
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$(\text{부채꼴 } AOC \text{의 넓이}) - \triangle OAC$$

$$= \left(\pi \times 8^2 \times \frac{120}{360} \right) - \left\{ \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \right\}$$

$$= \frac{64}{3} \pi - \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= \frac{64}{3} \pi - 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$



07 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AM} = \overline{AN}$

이때 $\triangle AMO \equiv \triangle ANO$ (RHS 합동)이므로

$$\angle AOM = \angle AON = \frac{1}{2} \angle MON = 60^\circ$$

직각삼각형 AMO에서

$$\overline{AO} = \frac{\overline{AM}}{\sin 60^\circ} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm이다.

08 $\angle ATO = 90^\circ$ 이므로 $\triangle AOT$ 에서

$$\overline{AT} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AT'} = \overline{AT} = 15 \text{ cm}$$

$\overline{BC}$ 와 원 O가 접하는 점을 D라고 하면

$$\overline{BD} = \overline{BT}, \overline{CD} = \overline{CT'}$$

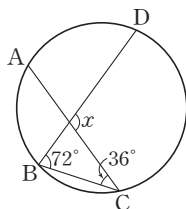
따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} &= \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} + \overline{AC} \\ &= \overline{AB} + \overline{BT} + \overline{CT'} + \overline{AC} \\ &= \overline{AT} + \overline{AT'} \\ &= 2\overline{AT} = 30 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

09 $\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

$$\angle DBC = 2\angle ACB = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$$



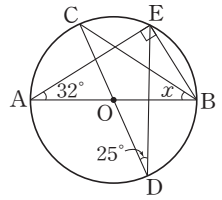
10 $\overline{AB}$ 는 지름이므로 $\angle AEB = 90^\circ$

$\triangle ABE$ 에서

$$\begin{aligned} \angle ABE &= 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) \\ &= 58^\circ \end{aligned}$$

$$\angle CBE = \angle CDE = 25^\circ$$

$$\therefore \angle x = 58^\circ - 25^\circ = 33^\circ$$



11 $\square ABCD$ 는 원에 내접하므로

$$\angle CDA = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \angle CAD = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle DCA = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle DAT = \angle DCA = 40^\circ$$

12 가로 길이를 각각 a, b, c, d, e 라고 하면

$$\text{세로 길이는 } 10 - a, 10 - b, 10 - c, 10 - d, 10 - e$$

가로의 길이의 평균이 5이므로

$$\frac{a + b + c + d + e}{5} = 5$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

가로의 길이의 표준편차가 2이므로

$$\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 + (d-5)^2 + (e-5)^2}{5}$$

$$= 2^2 = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10(a + b + c + d + e) + 125}{5} = 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10(a + b + c + d + e) + 125 = 20$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 &= 10(a + b + c + d + e) - 105 \\ &= 10 \times 25 - 105 = 145 \end{aligned}$$

이때 직사각형의 넓이는

$$a(10 - a), b(10 - b), c(10 - c), d(10 - d),$$

$$e(10 - e)$$

이므로 평균은

$$\frac{a(10 - a) + b(10 - b) + c(10 - c) + d(10 - d) + e(10 - e)}{5}$$

$$= \frac{10(a + b + c + d + e) - (a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2)}{5}$$

$$= \frac{10 \times 25 - 145}{5} = \frac{105}{5} = 21$$

13 5명의 영어 수행평가 점수를 각각 a, b, c, d, e 라고 하면 평균이 80점이므로

$$\frac{a + b + c + d + e}{5} = 80$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 400$$

분산은 120이므로

$$\frac{(a-80)^2 + (b-80)^2 + (c-80)^2 + (d-80)^2 + (e-80)^2}{5}$$

$$= 12$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-160(a+b+c+d+e)+32000}{5}$$

$$=12$$

$$(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2)$$

$$-160(a+b+c+d+e)+32000=60$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=160(a+b+c+d+e)-31940$$

$$=160 \times 400 - 31940 = 32060$$

이때 92점이 추가되면 6명의 점수의 평균은

$$\frac{a+b+c+d+e+92}{6} = \frac{400+92}{6} = 82 \text{ (점)}$$

이므로 분산은

$$\frac{(a-82)^2+(b-82)^2+(c-82)^2+(d-82)^2+(e-82)^2+(92-82)^2}{6}$$

$$= \frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-164(a+b+c+d+e)+33720}{6}$$

$$= \frac{32060-164 \times 400+33720}{6}$$

$$= \frac{180}{6} = 30$$

14 추가된 변량의 값을 x 라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{1+3+5+x}{4} = \frac{9+x}{4}$$

각 변량의 편차는

$$1 - \frac{9+x}{4} = \frac{-5-x}{4}, 3 - \frac{9+x}{4} = \frac{3-x}{4},$$

$$5 - \frac{9+x}{4} = \frac{11-x}{4}, x - \frac{9+x}{4} = \frac{3x-9}{4}$$

이므로

$$(\text{분산}) = \frac{1}{4} \times \left\{ \left(\frac{-5-x}{4} \right)^2 + \left(\frac{3-x}{4} \right)^2 + \left(\frac{11-x}{4} \right)^2 + \left(\frac{3x-9}{4} \right)^2 \right\}$$

$$=2$$

$$\frac{(-5-x)^2+(3-x)^2+(11-x)^2+(3x-9)^2}{16} = 8$$

$$\frac{12x^2-72x+236}{16} = 8, 12x^2-72x+236=128$$

$$x^2-6x+9=0, (x-3)^2=0$$

$$\therefore x=3$$

15 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16, 16
제2사분위수는 이 자료의 중앙값이므로

$$b = \frac{11+11}{2} = 11$$

제1사분위수는 6, 8, 8, 9, 10, 10, 10, 11의 중앙값이므로

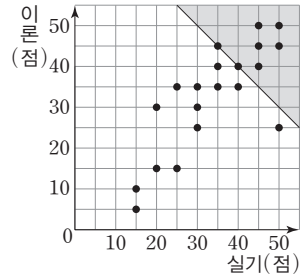
$$a = \frac{9+10}{2} = 9.5$$

제3사분위수는 11, 12, 12, 13, 14, 15, 16, 16의 중앙값이므로

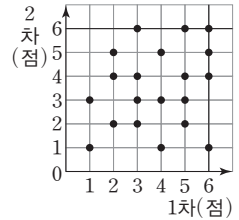
$$c = \frac{13+14}{2} = 13.5$$

$$\therefore a-b+c=9.5-11+13.5=12$$

16 두 성적의 합이 80점 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 점의 개수와 같으므로 7명이다.



17 적어도 한 번 6의 눈이 나온 학생 수는 오른쪽 그림에서 직선 위의 점의 개수와 같으므로 6명이다.



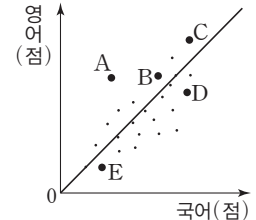
18 ① 상관관계가 없다.

②, ③, ④ 양의 상관관계

⑤ 음의 상관관계

따라서 두 변량 사이에 음의 상관관계가 있는 것은 ⑤이다.

19 오른쪽 그림에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에 멀수록 두 점수의 차이가 크므로 두 점수의 차이가 가장 큰 학생은 A이다.



$$20 (1) 2 \sin 30^\circ + \tan 45^\circ = 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 2$$

$$(2) \sin 45^\circ \cos 0^\circ + 2 \sin 60^\circ \tan 0^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

21 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{3}{1+3} = 135^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\triangle AED = \triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times \{9 \times 16 \times \sin (180^\circ - 135^\circ)\}$$

$$= 36\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

22 $\angle DOE = \angle DEO = 20^\circ$

$$\angle ODC = \angle DOE + \angle DEO = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

$$\overline{OC} = \overline{OD} \text{이므로 } \angle OCD = \angle ODC = 40^\circ$$

$\triangle OCE$ 에서

$$\angle AOC = \angle OCD + \angle DEO = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$$

23 $\overline{DE} = \overline{DA} = 2 \text{ cm}$

$\overline{CE} = \overline{CB} = 8 \text{ cm}$

$\therefore \overline{CD} = 2 + 8 = 10 \text{ (cm)}$

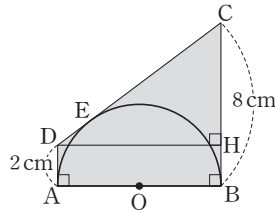
점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의
발을 H라고 하면

직각삼각형 DCH에서

$\overline{CH} = 8 - 2 = 6 \text{ (cm)}$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 8 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$



24 눈의 수가 1, 2, 3이 나온 횟수를 각각 a, b, c 라고 하자.

$a + b + c + 1 + 2 + 4 = 190$ 이므로

$a + b + c = 12$ ㉠

(평균) $= \frac{a + 2b + 3c + 4 + 10 + 24}{19}$

$= \frac{a + 2b + 3c + 38}{19} = 3$

$a + 2b + 3c + 38 = 57$

$\therefore a + 2b + 3c = 19$ ㉡

(분산)

$= \frac{(-2)^2 \times a + (-1)^2 \times b + 0^2 \times c + 1^2 \times 1 + 2^2 \times 2 + 3^2 \times 4}{19}$

$= \frac{4a + b + 45}{19} = 2^2 = 4$

$4a + b + 45 = 76, 4a + b = 31$

$\therefore b = 31 - 4a$ ㉢

㉠에 ㉢을 대입하면

$-3a + c = -19$ ㉣

㉡에 ㉢을 대입하면

$-7a + 3c = -43$ ㉤

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $a = 7, c = 2$

$\therefore b = 31 - 4 \times 7 = 3$

25 듣기 평가 점수가 9점 이상인 학생은 전체의 약 25 %이다.

따라서 구하는 학생은

$20 \times \frac{25}{100} = 5 \text{ (명)}$

학업성취도 테스트 [2회]

105~108쪽

01 ③

02 ①

03 ④

04 ①

05 ④

06 ⑤

07 ④

08 ①

09 ④

10 ④

11 ③

12 ①

13 ③

14 ①

15 ④

16 ④

17 ③

18 ④

19 ⑤

20 12

21 $\frac{1}{4}$

22 $(13\pi - 12\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

23 $64\pi \text{ cm}^2$

24 61세 25 90점

01 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $\sin A < \sin 45^\circ$ 이므로

$\sqrt{(\sin A + \sin 45^\circ)^2} + \sqrt{(\sin 45^\circ - \sin A)^2}$

$= (\sin A + \sin 45^\circ) + (\sin 45^\circ - \sin A)$

$= 2\sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

02 (주어진 식) $= 1 \div \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

03 ①, ⑤ $\sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{OB}} = \overline{BC}$

②, ④ $\cos x = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} = \overline{OC}$

③ $\tan x = \frac{\overline{AD}}{\overline{OA}} = \overline{AD}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

04 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

$\triangle AHC \sim \triangle CHB$ (AA 닮음)이므로

$\angle CAH = \angle BCH, \angle ACH = \angle CBH$

따라서 $\cos x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{15}{17}, \tan y = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{8}$ 이므로

$\frac{\cos x}{\tan y} = \cos x \div \tan y = \frac{15}{17} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{17}$

05 직각삼각형 ACH에서

$\overline{AH} = \overline{AC} \cos 60^\circ = 3 \text{ (cm)}$

$\overline{CH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$

직각삼각형 CHB에서 $\overline{HB} = 9 - 3 = 6 \text{ (cm)}$ 이므로

$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{7} \text{ (cm)}$

따라서 $\triangle CHB$ 의 둘레의 길이는

$(6 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{7}) \text{ cm}$

06 $\overline{AH} = x \text{ cm}$ 라고 하면 직각삼각형 ACH에서

$\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 45^\circ} = x \text{ (cm)}$

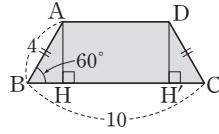
$\overline{BH} = (4 + x) \text{ cm}$ 이므로 직각삼각형 ABH에서

$\tan 30^\circ = \frac{x}{4 + x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$3x = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}, (3 - \sqrt{3})x = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{4\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = 2(\sqrt{3} + 1)$$

- 07 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라고 하면 직각삼각형 ABH에서



$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 2$$

$$\overline{CH'} = \overline{BH} = 2 \text{이므로 } \overline{AD} = \overline{HH'} = 10 - 2 - 2 = 6$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (6 + 10) \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

- 08 $\angle AMO = \angle ANO = 90^\circ$ 이므로 $\square AMON$ 에서
 $\angle MAN = 360^\circ - (90^\circ + 116^\circ + 90^\circ) = 64^\circ$
 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
 $\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$

- 09 $\overline{DF} = \overline{DC} = 10 \text{ cm}$ 이고 $\overline{EB} = \overline{EF} = x \text{ cm}$ 라고 하면
 $\overline{AE} = (10 - x) \text{ cm}$, $\overline{DE} = (x + 10) \text{ cm}$ 이므로
직각삼각형 AED에서
 $(x + 10)^2 = 10^2 + (10 - x)^2$
 $40x = 100 \quad \therefore x = 2.5$
 $\therefore \overline{DE} = 10 + 2.5 = 12.5 \text{ (cm)}$

- 10 $\angle ABC : \angle BCD = 2 : 1$ 이므로 $\angle BCD = \angle x$ 라고 하면
 $\angle ABC = 2\angle x$
 $\triangle PCB$ 에서
 $\angle x + 2\angle x = 120^\circ, 3\angle x = 120^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 2\angle x = 80^\circ$

- 11 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle DCB = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$
 $\square ABCD$ 는 원 O에 내접하므로
 $\angle BAE = \angle DCB = 60^\circ \quad \therefore \angle x = 60^\circ$

- 12 (평균) $= \frac{a+b+c+d+e}{5} = 60$ 이므로
 $a+b+c+d+e = 30$
평균을 5로 잘못 보았을 때의 분산을 구하면
 $\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 + (d-5)^2 + (e-5)^2}{5} = 4$
 $\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10(a+b+c+d+e) + 125}{5} = 4$
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10(a+b+c+d+e) + 125 = 20$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 10(a+b+c+d+e) - 105$
 $= 10 \times 30 - 105 = 195$

따라서 원래 분산을 구하면

$$\frac{(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 + (e-6)^2}{5}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) - 12(a+b+c+d+e) + 180}{5}$$

$$= \frac{195 - 12 \times 30 + 180}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

- 13 5개의 원의 둘레의 길이의 합이 20π 이므로

$$2r_1\pi + 2r_2\pi + 2r_3\pi + 2r_4\pi + 2r_5\pi = 20\pi$$

$$2\pi(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5) = 20\pi$$

$$\therefore r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 10$$
(평균) $= \frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5}{5} = \frac{10}{5} = 2$
(분산) $= \frac{(r_1 - 2)^2 + (r_2 - 2)^2 + \dots + (r_5 - 2)^2}{5}$

$$= \frac{(\sqrt{2})^2}{5} = 2$$

$$\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 + r_5^2 - 4(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5) + 20}{5}$$

$$= 2$$

$$(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 + r_5^2) - 4(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5) + 20$$

$$= 10$$

$$\therefore r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_5^2 = 4(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5) - 10$$

$$= 4 \times 10 - 10 = 30$$

따라서 5개의 원의 넓이의 평균은

$$\frac{r_1^2\pi + r_2^2\pi + r_3^2\pi + r_4^2\pi + r_5^2\pi}{5}$$

$$= \frac{\pi(r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_5^2)}{5}$$

$$= \frac{\pi \times 30}{5} = 6\pi$$

- 14 잘못 기록된 턱걸이 횟수를 $a, b, c, 27, 36$ 이라고 하자.

잘못 기록된 평균이 30회이고 분산이 12이므로

이때의 분산은

$$\frac{(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + (27-30)^2 + (36-30)^2}{5}$$

$$= 12$$

$$(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + 45 = 60$$

$$\therefore (a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 = 15$$

이때 잘못 기록된 횟수의 합과 실제 턱걸이 횟수의 합이

$$27 + 36 = 31 + 32 = 63$$

으로 같으므로 평균은 변함없이 30회이다.

따라서 실제 턱걸이 횟수의 분산은

$$\frac{(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + (31-30)^2 + (32-30)^2}{5}$$

$$= \frac{(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + 5}{5}$$

$$= \frac{15 + 5}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

따라서 실제 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ (회)이다.

- 15 남학생과 여학생의 수학 성적의 평균이 70점으로 같으므로 전체 학생의 평균도 70점이다.

남학생의 수학 성적의 분산은

$$\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{12} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

이므로 (편차)²의 총합은 24이다.

여학생의 수학 성적의 분산은

$$\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{8} = (\sqrt{7})^2 = 7$$

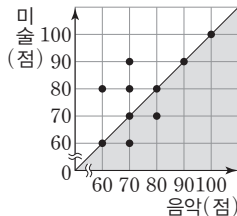
이므로 (편차)²의 총합은 56이다.

따라서 전체 학생의 수학 성적의 분산은 $\frac{24+56}{20}=4$ 이므로

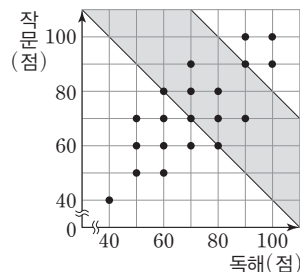
표준편차는 $\sqrt{4}=2$ (점)

- 16 ① 키의 평균은 알 수 없다.
 ② 제2사분위수는 165 cm이다.
 ③ 150 cm 이상 165 cm 이하인 학생은 전체의 약 25 %
 이므로 가장 많다고 할 수 없다.
 ⑤ 145 cm 이상 150 cm 이하인 구간과 175 cm 이상
 180 cm 이하인 구간의 길이가 같으므로 더 밀집되어 있
 다고 할 수 없다.

- 17 음악 성적이 미술 성적보다 높은
 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠
 한 영역 (경계선 제외)에 속하는
 점의 개수와 같으므로 2명이고
 이 학생들의 음악 점수는 70, 80
 점이므로 음악 성적의 평균은
 $\frac{70+80}{2}=75$ (점)



- 18 두 성적의 평균이 70점 이
 상 90점 이하, 즉 두 성적
 의 합이 140점 이상 180
 점 이하인 학생 수는 오른
 쪽 그림에서 색칠한 영역
 (경계선 포함)에 속하는 점
 의 개수와 같으므로 9명이
 다.



$$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45 (\%)$$

- 19 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.

- ①, ③ 상관관계가 없다.
 ②, ④ 음의 상관관계
 ⑤ 양의 상관관계

20 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 9 \times \sin 45^\circ = 27\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{9}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{AB} = 27\sqrt{2}, \frac{9}{4} \overline{AB} = 27$$

$$\therefore \overline{AB} = 12$$

21 $\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 30^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \sin A \times \cos A \times \tan A \\ = \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ \\ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

- 22 원 O와 $\overline{AB}$ 의 접점을 D라고 하면

$$\overline{AD} = \overline{BD} = 6 \text{ cm}$$

직각삼각형 $\triangle ADO$ 에서

$$\tan x = \frac{\overline{OD}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore \overline{OD} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$\widehat{AB}$ 를 포함하는 원의 중심을 C, 원 C의 반지름의 길이를 a

cm라고 하면 직각삼각형 ACD에서

$$a^2 = (a - 2\sqrt{3})^2 + 6^2$$

$$4\sqrt{3}a = 48 \quad \therefore a = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{AC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}, \overline{CD} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이므로}$$

직각삼각형 ACD에서

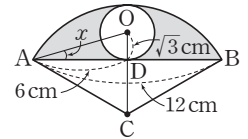
$$\cos(\angle ACD) = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle ACD = 60^\circ$$

따라서 $\angle ACB = 120^\circ$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 CAB의 넓이) - $\triangle ABC$ - (원 O의 넓이)

$$\begin{aligned} &= \left\{ (4\sqrt{3})^2 \pi \times \frac{120}{360} \right\} - \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 2\sqrt{3} \right) - (\sqrt{3})^2 \pi \\ &= 13\pi - 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



- 23 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의
 발을 H라고 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 8 \text{ cm}$$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은

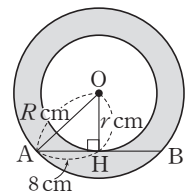
원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

직각삼각형 AHO에서

$$8^2 + r^2 = R^2, R^2 - r^2 = 64$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$



- 24 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

10, 10, 13, 14, 15, 16, 16, 16, 17, 21, 22, 22, 23, 36, 37, 38, 39

제2사분위수는 이 자료의 중앙값이므로 17세

제1사분위수는 10, 10, 13, 14, 15, 16, 16, 16의 중앙값이므로

$$\frac{14+15}{2}=14.5 \text{ (세)}$$

제3사분위수는 21, 22, 22, 23, 36, 37, 38, 39의 중앙값이므로

$$\frac{23+36}{2}=29.5 \text{ (세)}$$

따라서 모든 사분위수의 합은

$$14.5+17+29.5=61 \text{ (세)}$$

25 20명의 상위 20 %는

$$20 \times \frac{20}{100}=4 \text{ (명)}$$

영어 점수와 국어 점수의 평균이

높으면 총점도 높으므로 총점이

높은 순서대로

(영어, 국어)로 나타내면

(100, 90), (90, 100),

(90, 90), (80, 100)

따라서 상위 20 % 이내에 드는 학생들의 영어 점수의 평균은

$$\frac{100+90+90+80}{4}=\frac{360}{4}=90 \text{ (점)}$$

