풍산자 필수유형

정답과 풀이

유형북

중학수학

3-1

Ⅰ. 실수와 그 계산

1 제곱근의 뜻과 성질

개념 확인하기

9, 11쪽

001

답 (1) $1,\ -1$ (2) $6,\ -6$ (3) $11,\ -11$
(4) $16,\ -16$ (5) $0.4,\ -0.4$ (6) $0.7,\ -0.7$
(7) $\frac{1}{3},\ -\frac{1}{3}$ (8) $\frac{2}{15},\ -\frac{2}{15}$

002

답 (1) 0 (2) $5,\ -5$ (3) $10,\ -10$
(4) 없다. (5) $0.3,\ -0.3$ (6) $0.9,\ -0.9$
(7) $\frac{1}{5},\ -\frac{1}{5}$ (8) $\frac{11}{13},\ -\frac{11}{13}$

003

답 (1) $\pm\sqrt{5}$ (2) $\pm\sqrt{70}$ (3) $\pm\sqrt{2.3}$ (4) $\pm\sqrt{\frac{2}{43}}$

004

답 (1) 3 (2) 10 (3) -14 (4) ±20
(5) 0.9 (6) -1.5 (7) $\frac{3}{4}$ (8) $\pm\frac{7}{8}$

005

(1) $\sqrt{16}=4$이므로 4의 제곱근은 ±2
(2) $\sqrt{49}=7$이므로 7의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$
(3) $(-1)^2=1$이므로 1의 제곱근은 ±1
(4) $(-5)^2=25$이므로 25의 제곱근은 ±5
(5) $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$이므로 $\frac{1}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}$
(6) $\left(-\frac{2}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$이므로 $\frac{4}{81}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{9}$

답 (1) ±2 (2) $\pm\sqrt{7}$ (3) ±1 (4) ±5 (5) $\pm\frac{1}{3}$ (6) $\pm\frac{2}{9}$

006

6의 제곱근 $\Longleftrightarrow$ 제곱하여 $\boxed{6}$이 되는 수
$\Longleftrightarrow$ $x^2=\boxed{6}$을 만족시키는 x
$\Longleftrightarrow$ $\boxed{\pm\sqrt{6}}$

답 $6,\ 6,\ \pm\sqrt{6}$

007

답 (1) $\sqrt{7}$ (2) $-\sqrt{7}$ (3) $\pm\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{7}$
(5) 4 (6) -4 (7) ±4 (8) 4

008

주어진 수의 제곱근을 각각 구해 보면
13의 제곱근은 $\pm\sqrt{13}$
0.49의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.49}=\pm0.7$
$\frac{49}{144}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{49}{144}}=\pm\frac{7}{12}$
0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$
100의 제곱근은 $\pm\sqrt{100}=\pm10$
$\frac{1}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$
따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은
$0.49,\ \frac{49}{144},\ 100,\ \frac{1}{9}$의 4개이다.

답 4개

009

(1) $(\sqrt{11})^2=11$
(2) $(-\sqrt{2.3})^2=(\sqrt{2.3})^2=2.3$
(3) $-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2=-\frac{4}{3}$
(4) $-(-\sqrt{53})^2=-(\sqrt{53})^2=-53$

답 (1) 11 (2) 2.3 (3) $-\frac{4}{3}$ (4) -53

010

(1) $\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}=\frac{1}{7}$
(2) $\sqrt{(-12)^2}=\sqrt{12^2}=12$
(3) $-\sqrt{29^2}=-29$
(4) $-\sqrt{(-30)^2}=-\sqrt{30^2}=-30$

답 (1) $\frac{1}{7}$ (2) 12 (3) -29 (4) -30

011

(1) $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{(-5)^2}=(\sqrt{7})^2+\sqrt{5^2}$
$=7+5=12$
(2) $\sqrt{36}+\sqrt{8^2}=\sqrt{6^2}+\sqrt{8^2}$
$=6+8=14$
(3) $(-\sqrt{6})^2-(-\sqrt{3})^2=(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2$
$=6-3=3$
(4) $\sqrt{(-3)^2}-\sqrt{49}=\sqrt{3^2}-\sqrt{7^2}$
$=3-7=-4$

답 (1) 12 (2) 14 (3) 3 (4) -4

012

(1) $\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2\times\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}=\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2\times\sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^2}$

$=\frac{7}{2}\times\frac{4}{7}=2$

(2) $\sqrt{0.04}\times(-\sqrt{0.3})^2=\sqrt{0.2^2}\times(\sqrt{0.3})^2$

$=0.2\times0.3=0.06$

(3) $\sqrt{64}\div\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{8^2}\div\sqrt{4^2}$

$=8\div4=2$

(4) $-\sqrt{\frac{100}{9}}\div\sqrt{\left(\frac{10}{9}\right)^2}=-\sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2}\div\sqrt{\left(\frac{10}{9}\right)^2}$

$=-\frac{10}{3}\div\frac{10}{9}=-\frac{10}{3}\times\frac{9}{10}=-3$

답 (1) 2 (2) 0.06 (3) 2 (4) -3

013

(1) $3a\geq0$이므로 $\sqrt{(3a)^2}=3a$

(2) $-5a\leq0$이므로 $\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

(3) $2a\geq0$, $-4a\leq0$이므로

$\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-4a)^2}=2a-(-4a)$

$=2a+4a=6a$

(4) $-6a\leq0$, $8a\geq0$이므로

$\sqrt{(-6a)^2}-\sqrt{(8a)^2}=-(-6a)-8a$

$=6a-8a=-2a$

답 (1) $3a$ (2) $5a$ (3) $6a$ (4) $-2a$

014

(1) $3a<0$이므로 $\sqrt{(3a)^2}=-3a$

(2) $-5a>0$이므로 $\sqrt{(-5a)^2}=-5a$

(3) $2a<0$, $-4a>0$이므로

$\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-4a)^2}=-2a+(-4a)=-6a$

(4) $-6a>0$, $8a<0$이므로

$\sqrt{(-6a)^2}-\sqrt{(8a)^2}=-6a-(-8a)$

$=-6a+8a=2a$

답 (1) $-3a$ (2) $-5a$ (3) $-6a$ (4) $2a$

015

(1) $8<11$이므로 $\sqrt{8}<\sqrt{11}$

(2) $0.7>0.3$이므로 $\sqrt{0.7}>\sqrt{0.3}$

(3) $\frac{1}{6}<\frac{1}{5}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{6}}<\sqrt{\frac{1}{5}}$

(4) $0.5>\frac{2}{5}$이므로 $\sqrt{0.5}>\sqrt{\frac{2}{5}}$

(5) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$이므로 $-\sqrt{5}>-\sqrt{7}$

(6) $\sqrt{11}>\sqrt{10}$이므로 $-\sqrt{11}<-\sqrt{10}$

답 (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $>$ (5) $>$ (6) $<$

016

(1) $3^2=9$, $(\sqrt{8})^2=8$이고 $9>8$이므로

$3>\sqrt{8}$

(2) $4^2=16$, $(\sqrt{17})^2=17$이고 $16<17$이므로

$4<\sqrt{17}$

(3) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2=\frac{1}{7}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이고 $\frac{1}{7}<\frac{1}{4}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{7}}<\frac{1}{2}$

(4) $(\sqrt{0.4})^2=0.4$, $0.6^2=0.36$이고 $0.4>0.36$이므로

$\sqrt{0.4}>0.6$

답 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$

> 다른 풀이 (1) $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}>\sqrt{8}$이므로

$3>\sqrt{8}$

(2) $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}<\sqrt{17}$이므로

$4<\sqrt{17}$

(3) $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{7}}<\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{7}}<\frac{1}{2}$

(4) $0.6=\sqrt{0.36}$이고 $\sqrt{0.4}>\sqrt{0.36}$이므로

$\sqrt{0.4}>0.6$

017

$4=\sqrt{16}$, $5=\sqrt{25}$이므로 4와 5 사이의 수는

$\sqrt{17}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{23}$

답 $\sqrt{17}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{23}$

필수유형 다지기 12~19쪽

018

x가 a의 제곱근이므로

$x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$

답 ③

019

11의 제곱근이 a이므로 $a^2=11$

13의 제곱근이 b이므로 $b^2=13$

$\therefore a^2-b^2=11-13=-2$

답 ①

020

음수의 제곱근은 없으므로 -4의 제곱근을 구할 수 없다.

답 ⑤

021

① 36의 제곱근은 $\pm\sqrt{36}=\pm6$이다.
② 제곱근 36은 $\sqrt{36}=6$이다.
③ $5^2=25$이므로 5는 25의 제곱근이다.
④ 25의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$이다.
⑤ 0의 제곱근은 0 하나뿐이고, 음수의 제곱근은 없다.
따라서 옳은 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

> 참고 ③은 다음과 같이 '중의 하나'를 넣어 생각하면 헷갈리지 않는다.

5는 25의 제곱근(중의 하나)이다.
-5는 25의 제곱근(중의 하나)이다.

022

① 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.
② $1^2=1$이므로 1은 1의 제곱근이다.
③ 1의 제곱근은 $\pm\sqrt{1}=\pm1$이다.
④ $-\sqrt{9}$는 음수이고, 음수의 제곱근은 없다.
⑤ 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

023

①, ③, ④, ⑤ 8의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{8}$이다.
② 제곱근 8은 $\sqrt{8}$이다. 답 ②

024

17의 제곱근은 $\pm\sqrt{17}$
$\frac{1}{36}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{36}}=\pm\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2}=\pm\frac{1}{6}$
$0.\dot{1}=\frac{1}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\pm\frac{1}{3}$
0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$
$\frac{4}{121}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}=\pm\sqrt{\left(\frac{2}{11}\right)^2}=\pm\frac{2}{11}$
따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은
$\frac{1}{36}$, $0.\dot{1}$, $\frac{4}{121}$의 3개이다. 답 3개

025

① $49=7^2$이므로 $\sqrt{49}=7$
③ $0.09=0.3^2$이므로 $\sqrt{0.09}=0.3$
④ $\frac{1}{900}=\left(\frac{1}{30}\right)^2$이므로 $\sqrt{\frac{1}{900}}=\frac{1}{30}$
⑤ $\frac{25}{16}=\left(\frac{5}{4}\right)^2$이므로 $-\sqrt{\frac{25}{16}}=-\frac{5}{4}$ 답 ②

026

① $\frac{6}{49}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{6}{49}}$
② 91의 제곱근은 $\pm\sqrt{91}$
③ $\frac{121}{36}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{121}{36}}=\pm\sqrt{\left(\frac{11}{6}\right)^2}=\pm\frac{11}{6}$
④ 0.2의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.2}$
⑤ 0.9의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.9}$
따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 ③이다.
답 ③

027

① $\sqrt{0.16}=0.4$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$
② $\sqrt{625}=25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm\sqrt{5^2}=\pm5$
③ $\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{3}{8}}$
④ $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\pm\frac{2}{3}$
⑤ $\frac{625}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{625}{9}}=\pm\sqrt{\left(\frac{25}{3}\right)^2}=\pm\frac{25}{3}$
따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 없는 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

028

$(-6)^2=36$의 양의 제곱근은 $\sqrt{36}=6$이므로 $A=6$
$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$이므로 $B=-3$
$\therefore A+B=6+(-3)=3$ 답 3

029

제곱근 144는 $\sqrt{144}=12$이므로 $A=12$
$(-7)^2=49$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{49}=-7$이므로 $B=-7$
$\therefore A+B=12+(-7)=5$ 답 5

030

$\sqrt{16}=4$의 양의 제곱근은 $\sqrt{4}=2$이므로 $A=2$ ❶
$\frac{49}{4}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{49}{4}}=-\frac{7}{2}$이므로 $B=-\frac{7}{2}$ ❷
$\therefore A-2B=2-2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=2+7=9$ ❸
따라서 $A-2B$의 제곱근은 $\pm\sqrt{9}=\pm3$ ❹
답 ±3

단계	채점 기준	배점
❶	A의 값 구하기	30 %
❷	B의 값 구하기	30 %
❸	$A-2B$의 값 구하기	10 %
❹	$A-2B$의 제곱근 구하기	30 %

031

$\sqrt{64}=8$의 양의 제곱근은 $\sqrt{8}$이므로 $A=\sqrt{8}$
$\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{9}{4}}=-\frac{3}{2}$이므로 $B=-\frac{3}{2}$
$\therefore A^2B=(\sqrt{8})^2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=8\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-12$ 답 -12

032

① $-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=-\frac{2}{3}$

② $\sqrt{\left(-\frac{1}{6}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2}=\frac{1}{6}$

③ $-\sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2}=-\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2}=-\frac{9}{4}$

④ $(-\sqrt{0.7})^2=(\sqrt{0.7})^2=0.7$

⑤ $-(-\sqrt{8})^2=-(\sqrt{8})^2=-8$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

033

① $-\sqrt{5^2}=-5$

② $-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{5^2}=-5$

③ $-(\sqrt{5})^2=-5$

④ $(-\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})^2=5$

⑤ $-(-\sqrt{5})^2=-(\sqrt{5})^2=-5$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

034

① $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$

② $\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}$

③ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

④ $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$

⑤ $\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2}=\frac{1}{8}$

따라서 가장 큰 수는 ④이다. 답 ④

035

$(-\sqrt{16})^2=16$의 양의 제곱근은 $\sqrt{16}=4$이므로 $A=4$

$\sqrt{(-25)^2}=25$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{25}=-5$이므로 $B=-5$

$\therefore \sqrt{-45AB}=\sqrt{-45\times4\times(-5)}$

$=\sqrt{900}=30$ 답 30

036

① $\sqrt{25}+\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{5^2}+\sqrt{3^2}=5+3=8$

② $(-\sqrt{6})^2-\sqrt{(-2)^2}=(\sqrt{6})^2-\sqrt{2^2}=6-2=4$

③ $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}\times(-\sqrt{36})=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}\times(-\sqrt{6^2})$

$=\frac{1}{3}\times(-6)=-2$

④ $(-\sqrt{10})^2\div\sqrt{5^2}=(\sqrt{10})^2\div\sqrt{5^2}=10\div5=2$

⑤ $-\sqrt{\frac{9}{16}}\div(-\sqrt{4})^2=-\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2}\div(\sqrt{4})^2$

$=-\frac{3}{4}\div4$

$=-\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=-\frac{3}{16}$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

037

$-\sqrt{16}-(-\sqrt{7})^2+\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{144}$

$=-\sqrt{4^2}-(\sqrt{7})^2+\sqrt{5^2}-\sqrt{12^2}$

$=-4-7+5-12=-18$ 답 ①

038

$\sqrt{169}+\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\times(-\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{(-4)^2}$

$=\sqrt{13^2}+\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\times(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{4^2}$

$=13+\frac{1}{2}\times6-2\times4$

$=13+3-8=8$ 답 8

039

$A=(\sqrt{16})^2-\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2}\times\sqrt{20^2}$

$=16-\frac{9}{10}\times20$

$=16-18=-2$ ❶

$B=\sqrt{8^2}-(\sqrt{3})^2\div\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2}=8-3\div\frac{1}{4}$

$=8-3\times4=8-12=-4$ ❷

$\therefore 2AB=2\times(-2)\times(-4)=16$ ❸

따라서 $2AB$의 양의 제곱근은 $\sqrt{16}=4$ ❹

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	A의 값 구하기	30 %
❷	B의 값 구하기	30 %
❸	$2AB$의 값 구하기	10 %
❹	$2AB$의 양의 제곱근 구하기	30 %

040

$a>0$, $b<0$일 때, $2a>0$, $-4a<0$, $3b<0$이므로

$(-\sqrt{2a})^2-\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{9b^2}=(\sqrt{2a})^2-\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$

$=2a-\{-(-4a)\}-3b$

$=2a-4a-3b$

$=-2a-3b$ 답 ①

041

$a>0$일 때, $-a<0$이므로

ㄱ. $(\sqrt{a})^2=a$

ㄴ. $-\sqrt{a^2}=-a$

ㄷ. $(-\sqrt{a})^2=(\sqrt{a})^2=a$

ㄹ. $-\sqrt{(-a)^2}=-\{-(-a)\}=-a$

따라서 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은 ㄱ과 ㄷ이다. 답 ②

042

$a<0$일 때

① $3a<0$이므로 $\sqrt{(3a)^2}=-3a$

② $-5a>0$이므로 $-\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

③ $-8a>0$이므로 $\sqrt{(-8a)^2}=-8a$

④ $4a<0$이므로 $-\sqrt{16a^2}=-\sqrt{(4a)^2}=-(-4a)=4a$

⑤ $11a<0$이므로 $\sqrt{121a^2}=\sqrt{(11a)^2}=-11a$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

043

$a>0$, $b<0$일 때, $-a<0$, $-b>0$이므로

① $-(-\sqrt{a})^2=-(\sqrt{a})^2=-a$

② $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

③ $-\sqrt{(-a)^2}=-\{-(-a)\}=-a$

④ $\sqrt{(-b)^2}=-b$

⑤ $-\sqrt{(-b)^2}=-(-b)=b$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

044

$a>0$일 때, $4a>0$, $-2a<0$, $-8a<0$이므로

$\sqrt{16a^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(-8a)^2}$

$=\sqrt{(4a)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(-8a)^2}$

$=4a-(-2a)-\{-(-8a)\}$

$=4a+2a-8a$

$=-2a$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 -2이다. 답 ①

045

$x<0$일 때, $-5x>0$, $6x<0$, $3x<0$이므로

$\sqrt{(-5x)^2}-\sqrt{(6x)^2}-\sqrt{9x^2}$

$=\sqrt{(-5x)^2}-\sqrt{(6x)^2}-\sqrt{(3x)^2}$

$=-5x-(-6x)-(-3x)$

$=-5x+6x+3x$

$=4x$ 답 $4x$

046

$x<0$, $y>0$일 때, $6x<0$, $2x<0$, $-y<0$, $-5y<0$이므로

$-\sqrt{36x^2}-\sqrt{(-y)^2}+\sqrt{4x^2}+\sqrt{(-5y)^2}$

$=-\sqrt{(6x)^2}-\sqrt{(-y)^2}+\sqrt{(2x)^2}+\sqrt{(-5y)^2}$

$=-(-6x)-\{-(-y)\}-2x-(-5y)$

$=6x-y-2x+5y$

$=4x+4y$ 답 $4x+4y$

047

$0<x<6$일 때, $-x<0$, $x-6<0$이므로

$\sqrt{(-x)^2}+\sqrt{(x-6)^2}=-(-x)-(x-6)$

$=x-x+6$

$=6$ 답 ②

048

$-7<a<7$일 때, $a+7>0$, $a-7<0$이므로

$\sqrt{(a+7)^2}-\sqrt{(a-7)^2}=a+7-\{-(a-7)\}$

$=a+7+a-7$

$=2a$ 답 ③

049

$-3<a<2$일 때, $-a-3<0$, $2-a>0$이므로

$\sqrt{(-a-3)^2}+\sqrt{(2-a)^2}=-(-a-3)+2-a$

$=a+3+2-a$

$=5$ 답 ⑤

050

$-1<x<3$일 때, $x+1>0$, $3-x>0$, $x-4<0$이므로

$\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(3-x)^2}-\sqrt{(x-4)^2}$

$=x+1+3-x-\{-(x-4)\}$

$=x+1+3-x+x-4$

$=x$ 답 ⑤

051

$2<a<b$일 때, $a-b<0$, $2-a<0$, $b-2>0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(2-a)^2}+\sqrt{(b-2)^2}$

$=-(a-b)-\{-(2-a)\}+b-2$

$=-a+b+2-a+b-2$

$=-2a+2b$ 답 $-2a+2b$

052

$a<0$, $b>0$일 때, $2b>0$, $2a-b<0$이므로

$\sqrt{a^2}-\sqrt{4b^2}+\sqrt{(2a-b)^2}=\sqrt{a^2}-\sqrt{(2b)^2}+\sqrt{(2a-b)^2}$

$=-a-2b-(2a-b)$

$=-a-2b-2a+b$

$=-3a-b$ 답 $-3a-b$

053

$a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이므로

$a>0$, $b<0$, $b-a<0$

$\therefore \sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(b-a)^2}=a-b-\{-(b-a)\}$

$=a-b+b-a=0$ 답 0

054

$\sqrt{504x}=\sqrt{2^3\times3^2\times7\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x의 값은

$x=2\times7=14$ 답 ③

055

$\sqrt{\dfrac{75a}{2}}=\sqrt{\dfrac{3\times5^2\times a}{2}}$가 자연수가 되려면 분모의 2가 약분되고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $a=2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은
$a=2\times3=6$ 답 6

056

$\sqrt{160x}=\sqrt{2^5\times5\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
① $10=2\times5\times1^2$ ② $20=2\times5\times2$
③ $30=2\times5\times3$ ④ $40=2\times5\times4=2\times5\times2^2$
⑤ $50=2\times5\times5$
따라서 자연수가 되도록 하는 x의 값은 ①, ④이다. 답 ①, ④

057

$\sqrt{48x}=\sqrt{2^4\times3\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 두 자리의 자연수 x의 값은
$x=3\times2^2=12$ 답 12

058

$\sqrt{\dfrac{540}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x가 540의 약수이고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은
$x=3\times5=15$ 답 ⑤

059

$\sqrt{\dfrac{96}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^5\times3}{x}}$이 가장 큰 자연수가 되려면 x는 가장 작은 자연수이어야 하므로 $x=2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴의 수 중 가장 작은 수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은
$x=2\times3=6$ 답 6

060

n이 자연수가 되려면 $\dfrac{360}{m}=\dfrac{2^3\times3^2\times5}{m}$에서 m은 360의 약수이고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로
$m=2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 m은
$m=2\times5=10$ ······ ❶
$m=10$일 때, $n=\sqrt{\dfrac{360}{10}}=\sqrt{36}=6$ ······ ❷
$\therefore m+n=10+6=16$ ······ ❸
답 16

단계	채점 기준	배점
❶	m의 값 구하기	60 %
❷	n의 값 구하기	30 %
❸	$m+n$의 값 구하기	10 %

061

넓이가 $\dfrac{168}{x}$인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{\dfrac{168}{x}}$이다.
$\sqrt{\dfrac{168}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^3\times3\times7}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 168의 약수이고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=2\times3\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 색종이의 한 변의 길이가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은
$x=2\times3\times7=42$ 답 42

062

$\sqrt{56+x}$가 자연수가 되려면 $56+x$가 56보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$56+x=64, 81, 100, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수는 64이므로
$56+x=64$
$\therefore x=8$ 답 8

063

$\sqrt{28+x}$가 자연수가 되려면 $28+x$가 28보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$28+x=36, 49, 64, 81, 100, \cdots$
$28+x=36$일 때 $x=8$
$28+x=49$일 때 $x=21$
$28+x=64$일 때 $x=36$
$28+x=81$일 때 $x=53$
$28+x=100$일 때 $x=72$
$\vdots$
따라서 x의 값이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

064

n이 자연수가 되려면 $14+m$이 14보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$14+m=16, 25, 36, \cdots$
m이 가장 작은 자연수인 경우는 $14+m=16$이므로 $m=2$
$m=2$일 때, $n=\sqrt{14+2}=\sqrt{16}=4$
$\therefore m+n=2+4=6$ 답 ②

065

$\sqrt{24-n}$이 자연수가 되려면 $24-n$은 24보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$24-n=1, 4, 9, 16 \qquad \therefore n=23, 20, 15, 8$

따라서 모든 자연수 n의 값의 합은

$23+20+15+8=66$ 답 ③

066

$\sqrt{19-x}$가 자연수가 되려면 $19-x$는 19보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$19-x=1, 4, 9, 16 \qquad \therefore x=18, 15, 10, 3$

따라서 $M=18$, $m=3$이므로

$M+m=18+3=21$ 답 21

067

$\sqrt{32-n}$이 정수가 되려면 $32-n$은 0 또는 32보다 작은 제곱인 수이어야 하므로

$32-n=0, 1, 4, 9, 16, 25$

$\therefore n=32, 31, 28, 23, 16, 7$

따라서 $\sqrt{32-n}$이 정수가 되도록 하는 자연수 n은 6개이다. 답 6

068

① $\sqrt{5}>\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$

② $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{6}<3$

③ $6=\sqrt{36}$이고 $\sqrt{35}=\sqrt{36}$이므로 $\sqrt{35}<6$

$\quad\therefore -\sqrt{35}>-6$

④ $0.2=\sqrt{0.04}$이고 $\sqrt{0.4}>\sqrt{0.04}$이므로 $\sqrt{0.4}>0.2$

⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{9}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 $\frac{1}{3}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

069

(음수)$<0<$(양수)이므로 양수와 음수로 나누어서 비교한다.

(i) 양수

$\sqrt{11}$, 4, $\sqrt{7}$, 3의 각 수를 제곱하면 11, 16, 7, 9이므로

$4>\sqrt{11}>3>\sqrt{7}$

따라서 가장 큰 수 a는 $a=4$

(ii) 음수

$\sqrt{21}>\sqrt{17}$이므로 $-\sqrt{21}<-\sqrt{17}$

따라서 가장 작은 수 b는 $b=-\sqrt{21}$

$\therefore a^2+b^2=4^2+(-\sqrt{21})^2=16+21=37$ 답 37

070

$-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{5^2}=-5$는 음수이므로 주어진 수 중 가장 작은 수이다. 또한, $\frac{3}{2}=\sqrt{\frac{9}{4}}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{3}>\sqrt{\frac{9}{4}}>\sqrt{\frac{1}{2}}$이므로

$\sqrt{4}>\sqrt{3}>\frac{3}{2}>\sqrt{\frac{1}{2}}>-\sqrt{(-5)^2}$

따라서 큰 수부터 차례대로 나열할 때 세 번째에 오는 수는 $\frac{3}{2}$이다.

답 $\frac{3}{2}$

071

$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$에서 $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{2}$이므로 $2-\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}=2-\sqrt{2}$

$\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}$에서 $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}>\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{2}-3<0$

$\therefore \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=-(\sqrt{2}-3)$

$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=2-\sqrt{2}-\{-(\sqrt{2}-3)\}$

$=2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-3=-1$

답 -1

072

$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$에서 $1=\sqrt{1}$이고 $\sqrt{3}>\sqrt{1}$이므로 $1-\sqrt{3}<0$

$\therefore \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=-(1-\sqrt{3})$

$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$에서 $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{3}$이므로 $2-\sqrt{3}>0$

$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=2-\sqrt{3}$

$\therefore \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=-(1-\sqrt{3})+2-\sqrt{3}$

$=-1+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=1$ 답 1

073

$x+y=3+(1-\sqrt{15})=4-\sqrt{15}$

$4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$이므로 $4-\sqrt{15}>0$

$\therefore \sqrt{(x+y)^2}=4-\sqrt{15}$

$x-y=3-(1-\sqrt{15})=2+\sqrt{15}>0$

$\therefore \sqrt{(x-y)^2}=2+\sqrt{15}$

$\therefore \sqrt{(x+y)^2}+\sqrt{(x-y)^2}=4-\sqrt{15}+2+\sqrt{15}=6$ 답 6

만점에 도전하기 20~21쪽

074

① $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$이다.

② 제곱근 $\frac{81}{64}$은 $\sqrt{\frac{81}{64}}=\frac{9}{8}$이다.

③ 음수의 제곱근은 없다.

④ $\sqrt{(-0.01)^2}=\sqrt{(0.01)^2}=0.01$의 양의 제곱근은 $\sqrt{0.01}=0.1$이다.

⑤ 0의 제곱근은 0 하나뿐이다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

075

$A=\sqrt{\left(-\frac{21}{16}\right)^2}=\frac{21}{16}$

$B=-\sqrt{5.\dot{4}}=-\sqrt{\frac{49}{9}}=-\frac{7}{3}$

$\therefore A\div B=\frac{21}{16}\div\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{21}{16}\times\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{9}{16}$ 답 ②

076

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(1+3)\times1=2$

정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면

$x^2=2$

$\therefore x=\sqrt{2}\ (\because x>0)$ 답 $\sqrt{2}$

077

반지름의 길이가 각각 4, 5인 두 원의 넓이의 합은

$\pi\times4^2+\pi\times5^2=16\pi+25\pi=41\pi$ ······ ❶

구하는 원의 반지름의 길이를 r이라고 하면

$\pi r^2=41\pi$, $r^2=41$

$\therefore r=\sqrt{41}\ (\because r>0)$ ······ ❷

답 $\sqrt{41}$

단계	채점 기준	배점
❶	두 원의 넓이의 합 구하기	40 %
❷	구하는 원의 반지름의 길이 구하기	60 %

078

$1.0\dot{2}=\frac{102-10}{90}=\frac{92}{90}=\frac{46}{45}$, $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$이므로 주어진 식은

$\sqrt{\frac{46}{45}\times\frac{n}{m}}=\frac{2}{9}$

양변을 제곱하면

$\frac{46}{45}\times\frac{n}{m}=\frac{4}{81}$

$\therefore \frac{n}{m}=\frac{4}{81}\times\frac{45}{46}=\frac{10}{207}$

따라서 $m=207$, $n=10$이므로

$m-n=207-10=197$ 답 197

079

① $(-\sqrt{8})^2-\sqrt{(-3)^2}=(\sqrt{8})^2-\sqrt{3^2}$

$=8-3=5$

② $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}\times(-\sqrt{100})=\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2}\times(-\sqrt{10^2})$

$=\frac{1}{5}\times(-10)=-2$

③ $-\sqrt{\frac{36}{25}}\div\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=-\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2}\div\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$

$=-\frac{6}{5}\div\frac{2}{5}$

$=-\frac{6}{5}\times\frac{5}{2}=-3$

④ $5<\sqrt{25}$이고 $\sqrt{30}>\sqrt{25}$이므로 $5-\sqrt{30}<0$

$\therefore \sqrt{(5-\sqrt{30})^2}=-(5-\sqrt{30})=\sqrt{30}-5$

⑤ $6=\sqrt{36}$이고 $\sqrt{36}>\sqrt{35}$이므로 $6-\sqrt{35}>0$

$\therefore \sqrt{(6-\sqrt{35})^2}=6-\sqrt{35}$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

080

(i) $x-4\ge0$일 때,

$\sqrt{(x-4)^2}=x-4=2\qquad\therefore x=6$

(ii) $x-4<0$일 때,

$\sqrt{(x-4)^2}=-(x-4)=2\qquad\therefore x=2$

(i), (ii)에 의하여 모든 x의 값의 합은

$6+2=8$ 답 8

081

$a<0$일 때, $-a>0$이므로 $b=\sqrt{(-a)^2}=-a$

또한, $b=-a>0$이므로 $3b>0$

$\therefore c=-\sqrt{9b^2}=-\sqrt{(3b)^2}=-3b=3a$

$\therefore a+b-c=a-a-3a=-3a$ 답 ①

082

$ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이고, $a<b$이므로

$a<0$, $b>0$, $-3a>0$, $3a-b<0$

$\therefore |a|+(-\sqrt{b})^2-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(3a-b)^2}$

$=|a|+(\sqrt{b})^2-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(3a-b)^2}$

$=-a+b-(-3a)-\{-(3a-b)\}$

$=-a+b+3a+3a-b=5a$ 답 $5a$

083

n이 자연수가 되려면 $\frac{63m}{4}=\frac{3^2\times7\times m}{4}$에서 분모의 4가 약분되고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로

$m=4\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 m은

$m=4\times7=28$

$m=28$일 때

$n=\sqrt{\frac{63\times28}{4}}=\sqrt{\frac{3^2\times7\times7\times4}{4}}$

$=\sqrt{3^2\times7^2}=\sqrt{21^2}=21$

$\therefore m+n=28+21=49$ 답 49

084

$\sqrt{45-a}-\sqrt{12+b}$의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{45-a}$는 가장 큰 정수가 되고 $\sqrt{12+b}$는 가장 작은 정수가 되어야 한다.

(i) $\sqrt{45-a}$가 가장 큰 정수가 되어야 하므로

$45-a=36 \quad \therefore a=9$

(ii) $\sqrt{12+b}$가 가장 작은 정수가 되어야 하므로

$12+b=16 \quad \therefore b=4$

$\therefore a+b=9+4=13$ 답 13

085

$a=0.01$이라고 하면

① $\sqrt{a}=\sqrt{0.01}=\sqrt{(0.1)^2}=0.1$

② $a=0.01$

③ $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{0.01}}=\dfrac{1}{0.1}=10$

④ $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{0.01}=100$

⑤ $a^2=(0.01)^2=0.0001$

따라서 가장 큰 수는 ④이다. 답 ④

> 참고 예를 들지 않고 엄밀하게 풀면 다음과 같다.

$a>0$이므로

(i) $a<1$에서 $a^2<1$, $\sqrt{a}<1$

(ii) (i)에서 $\sqrt{a}<1$이므로 $\dfrac{1}{\sqrt{a}}>1$

(iii) $a<1$에서 $\dfrac{1}{a}>1$

(iv) $a<1$의 양변에 a를 곱하면 $a^2<a$

$a<\sqrt{a}$

이때 (i)에 의하여 $a<\sqrt{a}<1$이므로

$\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{\sqrt{a}}$

따라서 가장 큰 수는 ④이다.

086

ㄱ. $x>1$이면 $x-1>0$, $x+1>0$

$\therefore A=x-1+x+1=2x$

ㄴ. $-1<x<1$이면 $x-1<0$, $x+1>0$

$\therefore A=-(x-1)+x+1=2$

ㄷ. $x<-1$이면 $x-1<0$, $x+1<0$

$\therefore A=-(x-1)-(x+1)=-2x$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

087

$0<a<1$일 때, $\dfrac{1}{a}>1$이므로

$a+\dfrac{1}{a}>0$, $a-\dfrac{1}{a}<0$

$\therefore \sqrt{\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2}=a+\dfrac{1}{a}-\left(a-\dfrac{1}{a}\right)$

$=\dfrac{2}{a}$ 답 $\dfrac{2}{a}$

088

(i) $1<a<3$일 때, $a-1>0$, $a-3<0$ ❶

(ii) $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{3}-2<0$ ❷

$\therefore \sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$

$=a-1-\{-(\sqrt{3}-2)\}-(a-3)$ ❸

$=a-1+\sqrt{3}-2-a+3$

$=\sqrt{3}$ ❹

답 $\sqrt{3}$

단계	채점 기준	배점
❶	$a-1$, $a-3$의 부호 결정하기	20 %
❷	$\sqrt{3}-2$의 부호 결정하기	30 %
❸	근호 없애기	40 %
❹	주어진 식 간단히 하기	10 %

089

$3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{10}>\sqrt{9}$이므로

$3-\sqrt{10}<0$, $\sqrt{10}-3>0$

$\therefore \sqrt{(3-\sqrt{10})^2}-\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}+(\sqrt{7})^2+(-\sqrt{6})^2$

$=-(3-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)+7+6$

$=-3+\sqrt{10}-\sqrt{10}+3+7+6$

$=13$ 답 13

2 무리수와 실수

개념 확인하기 23쪽

090

(3) 순환소수는 유리수이다.

(5) $\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$이므로 유리수이다.

답 (1) 유 (2) 유 (3) 유 (4) 무 (5) 유 (6) 무

091

(1) $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$은 유리수이다.

(2) 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

(4) 유리수는 정수 또는 유한소수 또는 순환소수이다.

(6) $\sqrt{6}$은 무리수이므로 분모, 분자가 정수인 분수의 꼴로 나타낼 수 없다.

답 (1) × (2) × (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ×

092

□ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.

$\sqrt{9}=3$, $\frac{10}{9}$, $0.\dot{1}\dot{2}$, -7.54 ⇨ 유리수

따라서 무리수는 ④ $\sqrt{0.4}$이다. 답 ④

093

답 (1) 2.429 (2) 2.435 (3) 2.449 (4) 2.454

094

(1) $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{8}$에 대응하는 점은 구간 F에 있다.

(2) $2<\sqrt{8}<3$에서 $-3<-\sqrt{8}<-2$이므로 $-\sqrt{8}$에 대응하는 점은 구간 A에 있다.

(3) $2<\sqrt{8}<3$에서 $1<\sqrt{8}-1<2$이므로 $\sqrt{8}-1$에 대응하는 점은 구간 E에 있다.

(4) $-3<-\sqrt{8}<-2$에서 $-2<-\sqrt{8}+1<-1$이므로 $-\sqrt{8}+1$에 대응하는 점은 구간 B에 있다.

답 (1) 구간 F (2) 구간 A (3) 구간 E (4) 구간 B

095

(1) $(\sqrt{3}+1)-3=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{3}+1 \boxed{<} 3$

(2) $(\sqrt{7}-2)-(\sqrt{6}-2)=\sqrt{7}-\sqrt{6}>0$

$\therefore \sqrt{7}-2 \boxed{>} \sqrt{6}-2$

(3) $(\sqrt{10}-\sqrt{3})-(\sqrt{10}-\sqrt{2})=-\sqrt{3}+\sqrt{2}<0$

$\therefore \sqrt{10}-\sqrt{3} \boxed{<} \sqrt{10}-\sqrt{2}$

답 (1) < (2) > (3) <

필수유형 다지기 24~29쪽

096

$\sqrt{144}=12$, $5.\dot{6}=\frac{51}{9}=\frac{17}{3}$, $-\sqrt{0.09}=-0.3$, $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$

따라서 무리수는 $-\sqrt{12}$, π의 2개이다. 답 2

097

③ $\sqrt{3.24}=1.8$ (유리수)

④ $\sqrt{4.9}=\sqrt{\frac{49}{10}}$ (무리수)

⑤ $\sqrt{2}+\sqrt{9}=\sqrt{2}+3$ (무리수)

따라서 무리수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

098

주어진 수의 제곱근은 각각 다음과 같다.

① $\pm\sqrt{2}$ ② $\pm\sqrt{7}$ ③ $\pm\sqrt{90}$

④ $\pm\sqrt{144}=\pm12$ ⑤ $\pm\sqrt{300}$

따라서 제곱근이 무리수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

099

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

① $-\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=-\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=-\frac{1}{2}$

② $-\sqrt{0.\dot{1}}=-\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$

④ $\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{5}{3}$

⑤ $\sqrt{36}-\sqrt{16}=6-4=2$

따라서 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 것은 ③이다. 답 ③

100

□ 안의 수에 해당하는 것은 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

① $-\sqrt{1}=-1$ ② $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

③ $\sqrt{2.25}=1.5$ ④ $2.\dot{1}4\dot{3}=\frac{2141}{999}$

따라서 무리수는 ⑤이다. 답 ⑤

101

다음 수는 유리수이다.

① $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ ② $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$

④ -3.14, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ ⑤ $\sqrt{1.69}=1.3$, $\sqrt{(-5)^2}=5$

따라서 무리수로만 짝 지어진 것은 ③이다. 답 ③

102

② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다. 답 ②

103

① 순환소수는 무한소수이다.

② $\sqrt{9}=3$과 같이 근호 안의 수가 제곱인 수이면 유리수이다.

③ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

④ 0은 유리수이므로 무리수가 아니다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

104

⑤ $\sqrt{3}$은 무리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

답 ⑤

105

□ 안의 수에 해당하는 것은 유리수가 아닌 실수이므로 무리수이다.

① $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{\sqrt{49}}=\frac{3}{7}$

③ $-\sqrt{121}=-11$ ④ $\sqrt{1.96}=1.4$

따라서 무리수는 ⑤이다. 답 ⑤

106

① $\sqrt{4}-1=2-1=1$이므로 자연수는 1개이다.

② $-\sqrt{\frac{32}{2}}=-\sqrt{16}=-4$이므로 정수는 $-\sqrt{\frac{32}{2}}$, $\sqrt{4}-1$의 2개이다.

③ 정수가 아닌 유리수는 $0.\dot{2}\dot{1}$, -8.65, $\frac{7}{8}$의 3개이다.

④ 유리수는 $-\sqrt{\frac{32}{2}}$, $0.\dot{2}\dot{1}$, -8.65, $\sqrt{4}-1$, $\frac{7}{8}$의 5개이다.

⑤ 순환하지 않는 무한소수는 -2π의 1개이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

107

$\sqrt{1.52}=1.233$이므로 $x=1.233$

$\sqrt{1.71}=1.308$이므로 $y=1.71$

$\therefore 1000x+100y=1233+171=1404$ 답 1404

108

$\sqrt{26.2}=5.119$

$\sqrt{24.1}=4.909$

$\therefore \sqrt{26.2}-\sqrt{24.1}=5.119-4.909=0.21$ 답 0.21

109

넓이가 $4.83\ \text{m}^2$인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{4.83}$ m

제곱근표에서 $\sqrt{4.83}=2.198$이므로 스케치북의 한 변의 길이는

2.198 m이다. 답 2.198 m

110

$\triangle$ABC, $\triangle$ABD는 $\overline{AB}=1$인 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{AP}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, $\overline{BD}=\overline{BQ}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

① 점 P의 좌표는 $P(2+\sqrt{2})$

② 점 Q의 좌표는 $Q(3-\sqrt{2})$

③ 점 P와 점 Q에 대응하는 두 수의 합은

$(2+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=5$

④ $\overline{AQ}=\overline{BQ}-\overline{BA}=\sqrt{2}-1$

⑤ $\overline{BP}=\overline{AP}-\overline{AB}=\sqrt{2}-1$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

111

$\triangle$CBO는 $\overline{OB}=1$인 직각이등변삼각형이므로

$\overline{OC}=\overline{OD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

(i) $\overline{OP}=\overline{OD}=\sqrt{2}$이므로 $P(-1-\sqrt{2})$

$\therefore a=-1-\sqrt{2}$ ❶

(ii) $\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{2}$이므로 $Q(-1+\sqrt{2})$

$\therefore b=-1+\sqrt{2}$ ❷

$\therefore a+b=(-1-\sqrt{2})+(-1+\sqrt{2})$

$=-2$ ❸

답 -2

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

112

① $\overline{AD}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

② $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

③ $\overline{AB}=\sqrt{5}$이므로 정사각형 ABCD의 넓이는

□ABCD$=\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

④ $\overline{AP}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$3+\sqrt{5}$

⑤ $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$3-\sqrt{5}$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

113

색칠한 정사각형 중에서

(i) 첫 번째 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

$A(-4+\sqrt{10})$

(ii) 두 번째 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$B(2-\sqrt{5}),\ C(2+\sqrt{5})$

(iii) 세 번째 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$D(6-\sqrt{2}),\ E(5+\sqrt{2})$

따라서 바르게 나타낸 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

114

$\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ ❶

(i) $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$-1+\sqrt{10}$ ❷

(ii) $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{10}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$-1-\sqrt{10}$ ❸

답 $P(-1+\sqrt{10}),\ Q(-1-\sqrt{10})$

단계	채점 기준	배점
❶	$\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %
❷	점 P에 대응하는 수 구하기	30 %
❸	점 Q에 대응하는 수 구하기	30 %

115

$\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AP}=\overline{AD}=\overline{AQ}=\sqrt{5}$

점 P에 대응하는 수가 $2+\sqrt{5}$이므로

기준점 A에 대응하는 수는 2이다.

따라서 점 Q에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$이다. 답 $2-\sqrt{5}$

116

두 정사각형 중에서

(i) 작은 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$b=-\sqrt{2}$

(ii) 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$a=-\sqrt{5},\ c=\sqrt{5}$

$\therefore b-ac=-\sqrt{2}-(-\sqrt{5})\times\sqrt{5}$

$=-\sqrt{2}+(\sqrt{5})^2$

$=5-\sqrt{2}$ 답 $5-\sqrt{2}$

117

② 수직선 위의 한 점에는 한 실수, 즉 유리수 또는 무리수가 대응한다.

답 ②

118

① $1<\sqrt{2}<2$이므로 0과 $\sqrt{2}$ 사이의 자연수는 1 하나뿐이다.

④ 1과 1000 사이에는 2, 3, 4, $\cdots$, 999의 998개의 정수가 있다.

답 ④

119

① 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있으므로 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.

② -3과 3 사이에는 -2, -1, 0, 1, 2의 5개의 정수가 있다.

답 ①

120

① $(\sqrt{3}-1)-1=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{3}-1<1$

② $(\sqrt{7}-3)-(\sqrt{7}-\sqrt{10})=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$

$\therefore \sqrt{7}-3>\sqrt{7}-\sqrt{10}$

③ $(\sqrt{3}+\sqrt{7})-(\sqrt{3}+2)=\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{7}>\sqrt{3}+2$

④ $(\sqrt{9}+\sqrt{2})-4=3+\sqrt{2}-4=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore \sqrt{9}+\sqrt{2}>4$

⑤ $(\sqrt{5}-3)-(\sqrt{6}-3)=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore \sqrt{5}-3<\sqrt{6}-3$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

121

① $3-(\sqrt{5}+1)=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$

$\therefore 3<\sqrt{5}+1$

② $(\sqrt{7}+3)-(\sqrt{8}+3)=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$

$\therefore \sqrt{7}+3<\sqrt{8}+3$

③ $(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+2)=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{2}<\sqrt{2}+2$

④ $(2-\sqrt{6})-(2-\sqrt{5})=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore 2-\sqrt{6}<2-\sqrt{5}$

⑤ $(\sqrt{3}+3)-(\sqrt{7}+\sqrt{3})=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

$\therefore \sqrt{3}+3>\sqrt{7}+\sqrt{3}$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

122

ㄱ. $1-\left(\sqrt{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{4}}-\sqrt{\frac{1}{2}}<0$

$\therefore 1<\sqrt{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}$

ㄴ. $\left(5-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)-\left(5-\sqrt{\frac{1}{6}}\right)=\sqrt{\frac{1}{6}}-\sqrt{\frac{1}{5}}<0$

$\therefore 5-\sqrt{\frac{1}{5}}<5-\sqrt{\frac{1}{6}}$

ㄷ. $(\sqrt{3}+3)-(\sqrt{10}+\sqrt{3})=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

$\therefore \sqrt{3}+3<\sqrt{10}+\sqrt{3}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

123

$a-b=(\sqrt{6}+\sqrt{8})-(2+\sqrt{8})$
$=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$
이므로 $a>b$
$a-c=(\sqrt{6}+\sqrt{8})-(\sqrt{6}+3)$
$=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
이므로 $a<c$
$\therefore b<a<c$

답 ③

124

(i) $(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로
$\sqrt{5}+1>3$ ········· ❶
(ii) $(\sqrt{5}+1)-(\sqrt{5}+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}<0$이므로
$\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ········· ❷
$\therefore 3<\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ········· ❸
따라서 $M=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $m=3$이므로
$M-m=\sqrt{5}+\sqrt{2}-3$ ········· ❹

답 $\sqrt{5}+\sqrt{2}-3$

단계	채점 기준	배점
❶	$\sqrt{5}+1$과 3의 크기 비교하기	30 %
❷	$\sqrt{5}+1$과 $\sqrt{5}+\sqrt{2}$의 크기 비교하기	30 %
❸	세 수의 크기 비교하기	30 %
❹	$M-m$의 값 구하기	10 %

125

$\sqrt{10}+1$, 4, $\sqrt{8}+1$은 양수이고, $-\sqrt{2}-1$, $-\sqrt{3}-1$은 음수이다.
(i) $(\sqrt{10}+1)-4=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$이므로
$\sqrt{10}+1>4$
$4-(\sqrt{8}+1)=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로
$4>\sqrt{8}+1$
$\therefore \sqrt{8}+1<4<\sqrt{10}+1$
(ii) $(-\sqrt{2}-1)-(-\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$이므로
$-\sqrt{2}-1>-\sqrt{3}-1$
(i), (ii)에서
$-\sqrt{3}-1<-\sqrt{2}-1<\sqrt{8}+1<4<\sqrt{10}+1$
따라서 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수는 4이다.

답 ②

126

④ $\sqrt{6}<\sqrt{7}$이므로 $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{2}<0$
즉, $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{2}<\sqrt{6}$이므로 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아니다.

답 ④

127

① $\sqrt{3}+1=1.732+1=2.732>\sqrt{5}(=2.236)$이므로 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

답 ①

128

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$
$\sqrt{25}<\sqrt{35}<\sqrt{36}$에서 $5<\sqrt{35}<6$
② $2<\sqrt{7}<3$의 각 변에 4를 더하면 $6<\sqrt{7}+4<7$
즉, $\sqrt{7}+4>\sqrt{35}$이므로 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{35}$ 사이에 있는 수가 아니다.

답 ②

만점에 도전하기 30~31쪽

129

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
① 2.5의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{2.5}$
② $\dfrac{36}{49}$의 양의 제곱근 ⇨ $\sqrt{\dfrac{36}{49}}=\dfrac{6}{7}$
③ 반지름의 길이를 r이라고 하면 $\pi r^2=4\pi$
$r^2=4$ $\quad\therefore r=2\ (\because r>0)$
④ 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 $x^2=0.16$
$\therefore x=\sqrt{0.16}=0.4\ (\because x>0)$
⑤ $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
따라서 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

130

$2<\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면 $4<x<25$
x는 자연수이므로 5, 6, 7, ⋯, 24의 20개이다. ········· ❶
그런데 $\sqrt{x}$는 무리수이어야 하므로 제곱인 수 9, 16은 제외해야 한다. ········· ❷
따라서 조건을 만족시키는 x는 $20-2=18$(개)이다. ········· ❸

답 18

단계	채점 기준	배점
❶	자연수 x의 개수 구하기	40 %
❷	$\sqrt{x}$가 무리수가 아닌 x 제외하기	40 %
❸	조건을 만족시키는 x의 개수 구하기	20 %

131

② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

④ 서로 다른 무리수 사이에는 유리수도 무수히 많이 있다.

답 ②, ④

132

$\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$, $0.2\dot{3}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}$ ⇨ 정수가 아닌 유리수

$\sqrt{2}+3$, $-\pi$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ⇨ 무리수

$-\sqrt{(-9)^2}=-9$ ⇨ 정수 (유리수)

따라서 $A=2$, $B=3$이므로

$A-B=2-3=-1$

답 ④

133

□ 안의 수에 해당하는 것은 유리수가 아닌 실수이므로 무리수이다.

① $x=-3$ ② $x=\pm5$ ③ $x=6$ ④ $x=\pm\sqrt{7}$ ⑤ $x=1$

따라서 무리수는 ④이다.

답 ④

134

A는 무리수가 아닌 실수이므로 유리수이다.

① π는 무리수이므로 A에 해당하지 않는다.

② $-\sqrt{(-5)^2}=-5$이므로 A에 해당한다.

④ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

⑤ $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$에서 0은 A에 해당하지만 $\sqrt{2}, -\sqrt{2}$는 A에 해당하지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

135

$\sqrt{2.23}=1.493$이므로 $a=2.23$

$\sqrt{2.41}=1.552$이므로 $b=2.41$

$\therefore \sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{\frac{2.23+2.41}{2}}=\sqrt{2.32}=1.523$

답 1.523

136

정사각형 OABC의 한 변의 길이는 $\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$이므로

$\overline{OA}=\overline{OQ}=\sqrt{8}$, $\overline{BC}=\overline{BP}=\sqrt{8}$

따라서 $p=4-\sqrt{8}$, $q=\sqrt{8}$이므로

$p+q=(4-\sqrt{8})+\sqrt{8}=4$

답 4

137

직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$A(-2+\sqrt{2})$, $B(1-\sqrt{2})$, $C(2-\sqrt{2})$, $D(1+\sqrt{2})$

$\overline{AD}=(1+\sqrt{2})-(-2+\sqrt{2})=3$

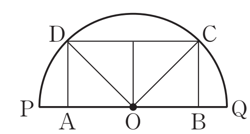
$\overline{BC}=(2-\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=1$

답 ③

› 참고 수직선 위의 두 점 $A(a)$, $B(b)$에 대하여 $\overline{AB}=b-a\ (a<b)$이다.

138

오른쪽 그림과 같이 반원의 지름의 양 끝점을 각각 P, Q라고 하자. 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로



$\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{2}$

즉, 반원 O의 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$이므로 반원의 호의 길이는

$\overset{\frown}{PQ}=\frac{1}{2}\times(2\times\pi\times\sqrt{2})=\sqrt{2}\pi$

답 $\sqrt{2}\pi$

139

①, ②, ③ $2=\sqrt{4}$, $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$은 2와 3 사이에 있는 수이다.

④ $2<\sqrt{5}<3$에서 $3<\sqrt{5}+1<4$이므로 $\sqrt{5}+1$은 2와 3 사이에 있는 수가 아니다.

⑤ $\sqrt{7}<\frac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{2}<\sqrt{8}$이므로 $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{2}$은 2와 3 사이에 있는 수이다.

따라서 2와 3 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다.

답 ④

140

ㄱ. $2<\sqrt{6}<3$, $3<\sqrt{10}<4$이므로 x의 값이 될 수 있는 정수는 3의 1개이다.

ㄴ. 서로 다른 두 수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

ㄷ. $2<\sqrt{6}<3$에서 $4<\sqrt{6}+2<5$

이때 $\sqrt{6}+2>\sqrt{10}$이므로 $\sqrt{6}+2$는 x의 값이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

답 ㄱ

141

① $a-b=(\sqrt{3}-2)-(-\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$

$\therefore a>b$

② $a+1=(\sqrt{3}-2)+1=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore a+1>0$

③ $a-(\sqrt{3}-\sqrt{6})=(\sqrt{3}-2)-(\sqrt{3}-\sqrt{6})$
$=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$
$\therefore a>\sqrt{3}-\sqrt{6}$
④ $b-(2-\sqrt{5})=(-\sqrt{5}+\sqrt{3})-(2-\sqrt{5})$
$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore b<2-\sqrt{5}$
⑤ $b-(\sqrt{3}-\sqrt{7})=(-\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{7})$
$=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$
$\therefore b>\sqrt{3}-\sqrt{7}$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

142

$\sqrt{5}+2$, $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $2+\sqrt{3}$은 양수이고, $-\sqrt{6}-\sqrt{5}$, $-3-\sqrt{5}$는 음수이다.
(i) $(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{3}+\sqrt{5})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$이므로
$\sqrt{5}+2>\sqrt{3}+\sqrt{5}$
$(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(2+\sqrt{3})=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로
$\sqrt{3}+\sqrt{5}>2+\sqrt{3}$
$\therefore \sqrt{5}+2>\sqrt{3}+\sqrt{5}>2+\sqrt{3}$ ······ ❶
(ii) $-\sqrt{6}-\sqrt{5}-(-3-\sqrt{5})=3-\sqrt{6}=\sqrt{9}-\sqrt{6}>0$이므로
$-\sqrt{6}-\sqrt{5}>-3-\sqrt{5}$ ······ ❷
(i), (ii)에서
$-3-\sqrt{5}<-\sqrt{6}-\sqrt{5}<2+\sqrt{3}<\sqrt{3}+\sqrt{5}<\sqrt{5}+2$ ······ ❸
따라서 $a=\sqrt{5}+2$, $b=-3-\sqrt{5}$이므로
$a+b=(\sqrt{5}+2)+(-3-\sqrt{5})=-1$ ······ ❹

답 -1

단계	채점 기준	배점
❶	양수의 대소 관계 구하기	30 %
❷	음수의 대소 관계 구하기	30 %
❸	주어진 수의 대소 관계 구하기	20 %
❹	$a+b$의 값 구하기	20 %

3 근호를 포함한 식의 계산

개념 확인하기 33, 35쪽

143

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=6$
(2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{27}{2}}=\sqrt{9}=3$
(3) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times3\times5}=\sqrt{30}$
(4) $2\sqrt{7}\times3\sqrt{10}=6\sqrt{7\times10}=6\sqrt{70}$

답 (1) 6 (2) 3 (3) $\sqrt{30}$ (4) $6\sqrt{70}$

144

(1) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{20}{2}}=\sqrt{10}$
(2) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{54}{6}}=\sqrt{9}=3$
(3) $\sqrt{30}\div\sqrt{5}=\sqrt{30}\times\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{30}{5}}=\sqrt{6}$
(4) $3\sqrt{21}\div\sqrt{3}=3\sqrt{21}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=3\sqrt{\frac{21}{3}}=3\sqrt{7}$

답 (1) $\sqrt{10}$ (2) 3 (3) $\sqrt{6}$ (4) $3\sqrt{7}$

145

(1) $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$
(2) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$
(3) $5\sqrt{63}=5\sqrt{3^2\times7}=5\times3\sqrt{7}=15\sqrt{7}$
(4) $2\sqrt{48}=2\sqrt{4^2\times3}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $15\sqrt{7}$ (4) $8\sqrt{3}$

146

(1) $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$
(2) $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$
(3) $-5\sqrt{2}=-\sqrt{5^2\times2}=-\sqrt{50}$
(4) $10\sqrt{3}=\sqrt{10^2\times3}=\sqrt{300}$

답 (1) $\sqrt{24}$ (2) $\sqrt{63}$ (3) $-\sqrt{50}$ (4) $\sqrt{300}$

147

(1) $\sqrt{\frac{5}{9}}=\sqrt{\frac{5}{3^2}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$
(2) $\sqrt{\frac{13}{64}}=\sqrt{\frac{13}{8^2}}=\frac{\sqrt{13}}{8}$
(3) $\sqrt{\frac{8}{49}}=\sqrt{\frac{2^2\times2}{7^2}}=\frac{2\sqrt{2}}{7}$
(4) $\sqrt{\frac{12}{25}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{5^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$
(5) $\sqrt{0.06}=\sqrt{\frac{6}{100}}=\sqrt{\frac{6}{10^2}}=\frac{\sqrt{6}}{10}$

(6) $\sqrt{0.18}=\sqrt{\frac{18}{100}}=\sqrt{\frac{3^2\times2}{10^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{10}$

답 (1) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{13}}{8}$ (3) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ (4) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{10}$ (6) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

148

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$

(4) $\frac{5}{\sqrt{10}}=\frac{5\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{5\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

(5) $\frac{2}{3\sqrt{6}}=\frac{2\times\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{18}=\frac{\sqrt{6}}{9}$

(6) $-\frac{8}{\sqrt{6}}=-\frac{8\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=-\frac{8\sqrt{6}}{6}=-\frac{4\sqrt{6}}{3}$

답 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{14}}{7}$ (4) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{9}$ (6) $-\frac{4\sqrt{6}}{3}$

149

(1) $\frac{1}{\sqrt{18}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{27}}=\frac{2}{3\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$

(3) $\frac{4}{\sqrt{20}}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{4\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{10}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(4) $\frac{3}{\sqrt{12}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $\frac{5}{\sqrt{45}}=\frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{15}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

(6) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{32}}=\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{8}$

답 (1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (3) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (6) $\frac{\sqrt{6}}{8}$

150

(1) $5\sqrt{6}+4\sqrt{6}=(5+4)\sqrt{6}=9\sqrt{6}$

(2) $2\sqrt{7}-5\sqrt{7}=(2-5)\sqrt{7}=-3\sqrt{7}$

(3) $3\sqrt{2}+8\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(3+8-4)\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(4) $6\sqrt{5}-2\sqrt{5}-9\sqrt{5}=(6-2-9)\sqrt{5}=-5\sqrt{5}$

(5) $4\sqrt{10}-7\sqrt{13}+2\sqrt{13}+7\sqrt{10}$
$=(4+7)\sqrt{10}+(-7+2)\sqrt{13}$
$=11\sqrt{10}-5\sqrt{13}$

(6) $6\sqrt{11}+5\sqrt{17}-8\sqrt{11}-9\sqrt{17}$
$=(6-8)\sqrt{11}+(5-9)\sqrt{17}$
$=-2\sqrt{11}-4\sqrt{17}$

답 (1) $9\sqrt{6}$ (2) $-3\sqrt{7}$ (3) $7\sqrt{2}$ (4) $-5\sqrt{5}$
(5) $11\sqrt{10}-5\sqrt{13}$ (6) $-2\sqrt{11}-4\sqrt{17}$

151

(1) $\sqrt{63}+\sqrt{28}=\sqrt{3^2\times7}+\sqrt{2^2\times7}$
$=3\sqrt{7}+2\sqrt{7}$
$=5\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{80}-\sqrt{20}=\sqrt{4^2\times5}-\sqrt{2^2\times5}$
$=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=2\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{32}+\sqrt{50}-\sqrt{72}=\sqrt{4^2\times2}+\sqrt{5^2\times2}-\sqrt{6^2\times2}$
$=4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-6\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{8}-\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{27}$
$=\sqrt{2^2\times2}-\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{3^2\times2}+\sqrt{3^2\times3}$
$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$
$=5\sqrt{2}+\sqrt{3}$

답 (1) $5\sqrt{7}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $5\sqrt{2}+\sqrt{3}$

152

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{7})=\sqrt{2}\sqrt{5}+\sqrt{2}\sqrt{7}$
$=\sqrt{10}+\sqrt{14}$

(2) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{6}=\sqrt{2}\sqrt{6}-\sqrt{3}\sqrt{6}$
$=\sqrt{12}-\sqrt{18}$
$=\sqrt{2^2\times3}-\sqrt{3^2\times2}$
$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

(3) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{5})\sqrt{3}=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-3\sqrt{5}\times\sqrt{3}$
$=6-3\sqrt{15}$

(4) $2\sqrt{5}(\sqrt{5}-2\sqrt{10})=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}-2\sqrt{5}\times2\sqrt{10}$
$=10-4\sqrt{50}$
$=10-4\sqrt{5^2\times2}$
$=10-4\times5\sqrt{2}$
$=10-20\sqrt{2}$

답 (1) $\sqrt{10}+\sqrt{14}$ (2) $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ (3) $6-3\sqrt{15}$ (4) $10-20\sqrt{2}$

153

(1) $(\sqrt{20}+\sqrt{10})\div\sqrt{5}=(\sqrt{20}+\sqrt{10})\times\frac{1}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{20}\times\frac{1}{\sqrt{5}}+\sqrt{10}\times\frac{1}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{4}+\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$

(2) $(\sqrt{72}-\sqrt{42})\div\sqrt{6}=(\sqrt{72}-\sqrt{42})\times\frac{1}{\sqrt{6}}$
$=\sqrt{72}\times\frac{1}{\sqrt{6}}-\sqrt{42}\times\frac{1}{\sqrt{6}}$
$=\sqrt{12}-\sqrt{7}=2\sqrt{3}-\sqrt{7}$

(3) $(\sqrt{50}-\sqrt{18})\div\sqrt{2}=(\sqrt{50}-\sqrt{18})\times\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{50}\times\frac{1}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{25}-\sqrt{9}=5-3=2$

답 (1) $2+\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}-\sqrt{7}$ (3) 2

154

답 (가) $\sqrt{3}$ (나) 3 (다) 15 (라) 2

155

(1) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(1+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{18}}{6}=\dfrac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{12}+\sqrt{4}}{4}=\dfrac{2\sqrt{3}+2}{4}$

$=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

(4) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{18}}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{2}-1)\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{6}$

답 (1) $\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$ (2) $\dfrac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$ (3) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ (4) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{6}$

156

(1) $(\sqrt{12}-8)-(\sqrt{3}-6)=2\sqrt{3}-8-\sqrt{3}+6$

$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{12}-8<\sqrt{3}-6$

(2) $(3+\sqrt{5})-(5-\sqrt{5})=3+\sqrt{5}-5+\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}-2=\sqrt{20}-\sqrt{4}>0$

$\therefore 3+\sqrt{5}>5-\sqrt{5}$

(3) $(-\sqrt{5}-4)-(2\sqrt{5}-9)=-\sqrt{5}-4-2\sqrt{5}+9$

$=-3\sqrt{5}+5=-\sqrt{45}+\sqrt{25}<0$

$\therefore -\sqrt{5}-4<2\sqrt{5}-9$

(4) $(-\sqrt{8}+\sqrt{3})-(-\sqrt{3}+\sqrt{2})=-2\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=-\sqrt{18}+\sqrt{12}<0$

$\therefore -\sqrt{8}+\sqrt{3}<-\sqrt{3}+\sqrt{2}$

답 (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $<$

필수유형 다지기

36~46쪽

157

① $\sqrt{3}\sqrt{12}=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=6$

② $(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{5})=\sqrt{2\times5}=\sqrt{10}$

③ $2\sqrt{5}\times\sqrt{7}=2\sqrt{5\times7}=2\sqrt{35}$

④ $\sqrt{\dfrac{7}{8}}\times\sqrt{\dfrac{24}{7}}=\sqrt{\dfrac{7}{8}\times\dfrac{24}{7}}=\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{\dfrac{2}{3}}\times3\sqrt{\dfrac{5}{4}}=3\sqrt{\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{4}}=3\sqrt{\dfrac{5}{6}}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

158

(i) $\sqrt{0.5}\times\sqrt{1.8}=\sqrt{0.5\times1.8}=\sqrt{0.9}$이므로

$a=0.9$

(ii) $\sqrt{\dfrac{5}{2}}\times5\sqrt{\dfrac{8}{5}}=5\sqrt{\dfrac{5}{2}\times\dfrac{8}{5}}=5\sqrt{4}=10$이므로

$b=10$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{0.9\times10}=\sqrt{9}=3$

답 3

159

$\sqrt{a}\times5\sqrt{10a}\times2\sqrt{\dfrac{32}{5}}=10\sqrt{a\times10a\times\dfrac{32}{5}}$

$=10\sqrt{64a^2}$

$=10\sqrt{(8a)^2}$

$=10\times8a\ (\because a>0)$

$=80a$

이므로 $80a=20$

$\therefore a=\dfrac{1}{4}$

답 $\dfrac{1}{4}$

160

① $-\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=-\sqrt{\dfrac{10}{5}}=-\sqrt{2}$

② $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\dfrac{18}{9}}=\sqrt{2}$

③ $\sqrt{24}\div\sqrt{8}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\dfrac{24}{8}}=\sqrt{3}$

④ $\sqrt{12}\div2\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{12}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{12}{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{14}}\div\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{14}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{40}{14}\times\dfrac{7}{5}}=\sqrt{4}=2$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

161

① $\dfrac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{35}{5}}=\sqrt{7}$

② $\dfrac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{42}{7}}=\sqrt{6}$

③ $\dfrac{2\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{27}{3}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{9}=2$

④ $\sqrt{48}\div\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{48}{6}}=\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{18}\div2\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{18}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{18}{2}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{9}=\dfrac{3}{2}$

따라서 $\dfrac{3}{2}<2<\sqrt{6}<\sqrt{7}<\sqrt{8}$이므로 그 값이 가장 큰 것은 ④이다.

답 ④

162

$\sqrt{a}=\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{90}{5}}=\sqrt{18}$ ······ ❶

$\sqrt{b}=\sqrt{\frac{6}{7}}\div\sqrt{\frac{15}{35}}=\sqrt{\frac{6}{7}}\times\sqrt{\frac{35}{15}}$

$=\sqrt{\frac{6}{7}\times\frac{35}{15}}=\sqrt{2}$ ······ ❷

$\therefore \sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{18}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\sqrt{9}=3$ ······ ❸

답 3

단계	채점 기준	배점
❶	$\sqrt{a}$의 값 구하기	30 %
❷	$\sqrt{b}$의 값 구하기	40 %
❸	$\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 값 구하기	30 %

163

ㄱ. $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$

ㄴ. $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$

ㄷ. $\sqrt{216}=\sqrt{6^2\times6}=6\sqrt{6}$

ㄹ. $\sqrt{245}=\sqrt{7^2\times5}=7\sqrt{5}$

따라서 바르게 나타낸 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

164

① $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$

② $5=\sqrt{5^2}=\sqrt{25}$

④ $3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{27}$

⑤ $4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times2}=\sqrt{32}$

따라서 가장 큰 수는 ⑤이다. 답 ⑤

165

$\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$이므로 $a=4$

$\sqrt{\frac{7}{36}}=\sqrt{\frac{7}{6^2}}=\frac{\sqrt{7}}{6}$이므로 $b=6$

$5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$이므로 $c=50$

$\therefore \frac{c}{a+b}=\frac{50}{4+6}=5$ 답 5

166

$\sqrt{112}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$이므로 $a=4$

$\sqrt{\frac{10}{162}}=\sqrt{\frac{5}{81}}=\sqrt{\frac{5}{9^2}}=\frac{\sqrt{5}}{9}$이므로 $b=9$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{4\times9}=\sqrt{36}=6$ 답 6

167

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$이므로 $a=3$

$5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{75}$이므로 $b=75$

$\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$이므로 $c=3$

$\therefore \sqrt{\frac{a^2b}{c}}=\sqrt{\frac{3^2\times75}{3}}=\sqrt{225}=15$ 답 15

168

$\sqrt{12}\times\sqrt{15}\times\sqrt{35}=\sqrt{(2^2\times3)\times(3\times5)\times(5\times7)}$

$=\sqrt{2^2\times3^2\times5^2\times7}$

$=2\times3\times5\times\sqrt{7}$

$=30\sqrt{7}$

$\therefore a=30$ 답 ③

169

$\sqrt{0.0032}=\sqrt{\frac{32}{10000}}=\sqrt{\frac{4^2\times2}{100^2}}=\frac{4\sqrt{2}}{100}=\frac{1}{25}\sqrt{2}$이므로

$a=\frac{1}{25}$ ······ ❶

$\sqrt{5}\times\sqrt{30}\div\sqrt{2}=\sqrt{5}\times\sqrt{30}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{\frac{5\times30}{2}}=\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

이므로

$b=5$ ······ ❷

$\therefore ab=\frac{1}{25}\times5=\frac{1}{5}$ ······ ❸

답 $\frac{1}{5}$

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	ab의 값 구하기	20 %

170

$\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$이므로

① $\sqrt{18}=\sqrt{2\times3^2}=\sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2=ab^2$

② $\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{b}{a}$

③ $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}=\frac{b}{10}$

④ $\sqrt{\frac{8}{3}}=\sqrt{\frac{2^3}{3}}=\frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{3}}=\frac{a^3}{b}$

⑤ $\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times3\times5}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{5}a^2b$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

171

$\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$이므로

$\sqrt{1.35}=\sqrt{\frac{135}{100}}=\frac{\sqrt{3^3\times5}}{10}$

$=\frac{(\sqrt{3})^3\times\sqrt{5}}{10}=\frac{a^3b}{10}$ 답 $\frac{a^3b}{10}$

172

$\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$이므로

$\sqrt{0.3}+\sqrt{300}=\sqrt{\frac{30}{100}}+\sqrt{3\times100}$

$=\frac{\sqrt{30}}{10}+10\sqrt{3}=10a+\frac{1}{10}b$

답 ①

173

$\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

이므로 $a=\frac{3}{2}$

$\frac{2}{\sqrt{18}}=\frac{2}{3\sqrt{2}}=\frac{2\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

이므로 $b=\frac{1}{3}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

174

① $\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}\times\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

③ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$

④ $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{7}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{42}}{6}=\frac{\sqrt{42}}{3}$

⑤ $\frac{3}{2\sqrt{5}}=\frac{3\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$

따라서 분모를 유리화한 것으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

175

$\sqrt{\frac{8}{75}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{75}}=\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{15}$

따라서 $a=5$, $b=2$, $c=\frac{2}{15}$이므로

$abc=5\times2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{3}$

답 ③

176

① $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

② $\frac{18}{\sqrt{18}}=\frac{18}{3\sqrt{2}}=\frac{18\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{18\sqrt{2}}{6}=3\sqrt{2}$

③ $\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

④ $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{\frac{6}{2}}=2\sqrt{3}$

⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{18}}{6}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

177

$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6a}}{12}=\frac{\sqrt{6a}}{4}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ $\quad\therefore \sqrt{6a}=3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이므로 $\sqrt{6a}=\sqrt{18}$

$6a=18$ $\quad\therefore a=3$

답 ③

178

주어진 각 수의 분모를 유리화하면

$\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\frac{2}{\sqrt{8}}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{2\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

$\frac{7}{\sqrt{28}}=\frac{7}{2\sqrt{7}}=\frac{7\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{7\sqrt{7}}{14}=\frac{\sqrt{7}}{2}$

$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{45}}{6}=\frac{3\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}>\frac{7}{\sqrt{28}}>\frac{3}{\sqrt{6}}>\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}>\frac{2}{\sqrt{8}}$

따라서 큰 수부터 차례대로 나열할 때, 두 번째에 오는 수는 $\frac{7}{\sqrt{28}}$이다.

답 $\frac{7}{\sqrt{28}}$

179

$\frac{\sqrt{24}}{3}\div\sqrt{\frac{1}{12}}\times\left(-\frac{3}{5\sqrt{2}}\right)=\frac{2\sqrt{6}}{3}\times2\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{5\sqrt{2}}\right)$

$=\frac{2}{3}\times2\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\sqrt{6\times3\times\frac{1}{2}}$

$=-\frac{4}{5}\sqrt{9}=-\frac{4}{5}\times3=-\frac{12}{5}$

답 ①

180

$2\sqrt{\frac{2}{7}}\times\sqrt{\frac{21}{4}}\div\left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{21}}{2}\times\left(-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$=2\times\frac{1}{2}\times(-2)\times\sqrt{\frac{2}{7}\times21\times\frac{2}{3}}$

$=-2\sqrt{4}=-2\times2=-4$

답 ①

181

$4\sqrt{3}\times\sqrt{24}\div(-3\sqrt{2})=4\sqrt{3}\times2\sqrt{6}\times\left(-\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$

$=4\times2\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\sqrt{3\times6\times\frac{1}{2}}$

$=-\frac{8}{3}\sqrt{9}=-\frac{8}{3}\times3=-8$

답 -8

182

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$$
$$= 3 \times 2 \times \sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{15}}$$
$$= \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

답 $\sqrt{6}$

183

$$\frac{3\sqrt{8}}{5\sqrt{7}} \div \sqrt{\frac{18}{7}} \times \frac{15}{\sqrt{72}} = \frac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} \times \frac{15}{6\sqrt{2}}$$
$$= \frac{6}{5} \times \frac{1}{3} \times \frac{15}{6} \times \sqrt{\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{2}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

184

$(-\sqrt{12}) \div 2\sqrt{5} \times A = -6\sqrt{5}$에서

$(-2\sqrt{3}) \times \frac{1}{2\sqrt{5}} \times A = -6\sqrt{5}$

$-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times A = -6\sqrt{5}$

$\therefore A = -6\sqrt{5} \div \left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right) = -6\sqrt{5} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)$

$= \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$

답 ⑤

185

① $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{6} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} \times 2\sqrt{3}$
$= 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{6 \times \frac{1}{2} \times 3}$
$= 4\sqrt{9} = 4 \times 3 = 12$

② $\sqrt{8} \times \sqrt{5} \div 5\sqrt{20} = 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \frac{1}{10\sqrt{5}}$
$= 2 \times \frac{1}{10} \times \sqrt{2 \times 5 \times \frac{1}{5}}$
$= \frac{\sqrt{2}}{5}$

③ $6\sqrt{18} \div \frac{4}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{2}) = 18\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (-\sqrt{2})$
$= 18 \times \frac{1}{4} \times (-1) \times \sqrt{2 \times 3 \times 2}$
$= -\frac{9}{2}\sqrt{12}$
$= -\frac{18}{2}\sqrt{3} = -9\sqrt{3}$

④ $\frac{7}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{15}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$= 7 \times 2 \times \sqrt{\frac{1}{15} \times \frac{2}{10} \times \frac{3}{2}}$
$= \frac{14}{\sqrt{50}} = \frac{14}{5\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{5}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{4}{\sqrt{6}} \div \left(-\frac{1}{\sqrt{8}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{4}{\sqrt{6}} \times (-2\sqrt{2})$
$= 4 \times (-2) \times \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \times 2}$
$= -8\sqrt{\frac{1}{9}} = -8 \times \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

186

$$\frac{\sqrt{6}}{6} - \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2} = \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right)\sqrt{3} + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)\sqrt{6}$$
$$= \left(-\frac{2}{6} + \frac{9}{6}\right)\sqrt{3} + \left(\frac{1}{6} - \frac{4}{6}\right)\sqrt{6}$$
$$= \frac{7}{6}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

따라서 $a = \frac{7}{6}$, $b = -\frac{1}{2}$이므로

$a + b = \frac{7}{6} + \left(-\frac{1}{2}\right)$
$= \frac{7}{6} + \left(-\frac{3}{6}\right) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

답 ④

187

$6\sqrt{7} + 5\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - \sqrt{3} = (5-1)\sqrt{3} + (6+3)\sqrt{7}$
$= 4\sqrt{3} + 9\sqrt{7}$

따라서 $a=4$, $b=9$이므로

$\sqrt{ab} = \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6$

답 ③

188

$6\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{a} + 7$에서 $4\sqrt{a} = 12$

$\sqrt{a} = 3$ $\quad\therefore a = 9$

답 ③

189

$a = 9\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (9-2-5)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$b = 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = (2+7-8)\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$\therefore a^2 + b^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 = 8 + 3 = 11$

답 ①

190

$2\sqrt{48} - \sqrt{54} - 3\sqrt{12} + \sqrt{24} = 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
$= (8-6)\sqrt{3} + (-3+2)\sqrt{6}$
$= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로

$a - b = 2 - (-1) = 3$

답 ②

191

$4\sqrt{5}+3\sqrt{20}-\sqrt{45}=4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$=(4+6-3)\sqrt{5}=7\sqrt{5}$

$\therefore A=7$ 답 7

192

$3\sqrt{8}-4\sqrt{12}+\sqrt{108}-\sqrt{98}=6\sqrt{2}-8\sqrt{3}+6\sqrt{3}-7\sqrt{2}$
$=(6-7)\sqrt{2}+(-8+6)\sqrt{3}$
$=-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

따라서 $a=-1$, $b=-2$이므로
$a+b=-1+(-2)=-3$ 답 -3

193

$2\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{45}-\sqrt{80}=6\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6\sqrt{5}-4\sqrt{5}$ ……… ❶
$=(6-5)\sqrt{3}+(6-4)\sqrt{5}$
$=\sqrt{3}+2\sqrt{5}$ ……… ❷

따라서 $a=1$, $b=2$이므로
$\sqrt{2ab}=\sqrt{2\times1\times2}=\sqrt{4}=2$ ……… ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	근호 안의 큰 수를 작은 수로 만들기	40 %
❷	주어진 식 계산하기	40 %
❸	$\sqrt{2ab}$의 값 구하기	20 %

194

$\sqrt{27}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{72}$

$=3\sqrt{3}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{2\sqrt{2}}+6\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}-\frac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{4\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+6\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}-\frac{12\sqrt{3}}{3}-\frac{4\sqrt{2}}{4}+6\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}-\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}-\sqrt{3}$

따라서 $a=5$, $b=-1$이므로
$a+b=5+(-1)=4$ 답 ④

195

$2\sqrt{50}-\frac{12}{\sqrt{8}}=10\sqrt{2}-\frac{12}{2\sqrt{2}}$

$=10\sqrt{2}-\frac{12\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=10\sqrt{2}-\frac{12\sqrt{2}}{4}$

$=10\sqrt{2}-3\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

$\therefore A=7$ 답 7

196

$a=\frac{49}{\sqrt{7}}+\frac{84}{\sqrt{63}}-2\sqrt{28}=\frac{49}{\sqrt{7}}+\frac{84}{3\sqrt{7}}-4\sqrt{7}$

$=\frac{49\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}+\frac{84\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}-4\sqrt{7}$

$=\frac{49\sqrt{7}}{7}+\frac{84\sqrt{7}}{21}-4\sqrt{7}$

$=7\sqrt{7}+4\sqrt{7}-4\sqrt{7}$

$=7\sqrt{7}$

$\therefore \frac{a^2}{49}=\frac{(7\sqrt{7})^2}{49}=\frac{343}{49}=7$ 답 ③

197

$\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}+\frac{b\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}$

$=\frac{a\sqrt{ab}}{a}+\frac{b\sqrt{ab}}{b}$

$=\sqrt{ab}+\sqrt{ab}$

$=2\sqrt{ab}$

$ab=16$이므로
$2\sqrt{ab}=2\sqrt{16}=8$ 답 8

198

$3\sqrt{3}(2-\sqrt{3})+\frac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}+\sqrt{81}$

$=3\sqrt{3}(2-\sqrt{3})+\frac{6}{\sqrt{3}}-4\sqrt{3}+9$

$=6\sqrt{3}-9+\frac{6\sqrt{3}}{3}-4\sqrt{3}+9$

$=6\sqrt{3}-9+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+9$

$=4\sqrt{3}$ 답 ④

199

$2\sqrt{2}(1-\sqrt{2})-\frac{6}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-4-\frac{6\sqrt{2}}{2}$

$=2\sqrt{2}-4-3\sqrt{2}$

$=-4-\sqrt{2}$ 답 $-4-\sqrt{2}$

200

$\sqrt{27}-\sqrt{3}(\sqrt{15}+7)+\sqrt{125}=3\sqrt{3}-\sqrt{45}-7\sqrt{3}+5\sqrt{5}$
$=3\sqrt{3}-3\sqrt{5}-7\sqrt{3}+5\sqrt{5}$
$=-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}$

$\therefore a=2$ 답 ⑤

201

$\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}}-3\right)$

$=2\sqrt{\frac{2}{6}}-10\sqrt{\frac{2}{12}}+6\sqrt{\frac{3}{18}}-3\sqrt{3}$

$=\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{10}{\sqrt{6}}+\frac{6}{\sqrt{6}}-3\sqrt{3}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{10\sqrt{6}}{6}+\frac{6\sqrt{6}}{6}-3\sqrt{3}$

$=-\frac{7}{3}\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{6}$

따라서 $a=-\frac{7}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$이므로

$a+b=-\frac{7}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=-3$ 답 -3

202

$\frac{2\sqrt{12}-2\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=\frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$

$=\frac{(4\sqrt{3}-2\sqrt{6})\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\frac{4\sqrt{18}-2\sqrt{36}}{12}$

$=\frac{12\sqrt{2}-12}{12}$

$=-1+\sqrt{2}$

따라서 $a=-1$, $b=1$이므로

$ab=-1\times1=-1$ 답 ②

203

$\frac{\sqrt{75}-2\sqrt{10}}{3\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{3}-2\sqrt{10}}{3\sqrt{5}}=\frac{(5\sqrt{3}-2\sqrt{10})\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{5\sqrt{15}-2\sqrt{50}}{15}=\frac{5\sqrt{15}-10\sqrt{2}}{15}$

$=\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{2}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{2}}{3}$

204

$\sqrt{45}+\frac{18}{\sqrt{12}}-\frac{3-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{5}+\frac{18}{2\sqrt{3}}-\frac{3-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$

$=3\sqrt{5}+\frac{18\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(3-\sqrt{15})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=3\sqrt{5}+\frac{18\sqrt{3}}{6}-\frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{3}$

$=3\sqrt{5}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{5}$

$=2\sqrt{3}+4\sqrt{5}$

따라서 $a=2$, $b=4$이므로

$a+b=2+4=6$ 답 ②

205

$A=\frac{(\sqrt{3}+4)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{2}$,

$B=\frac{(\sqrt{3}-4)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{2}$

이므로

$A+B=\frac{\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$,

$A-B=\frac{\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{2}=\frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

$\therefore \frac{A+B}{A-B}=\frac{\sqrt{6}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{12}}{8}=\frac{2\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

206

$(3\sqrt{15}-1)a+15-\sqrt{15}=3a\sqrt{15}-a+15-\sqrt{15}$

$=(-a+15)+(3a-1)\sqrt{15}$

유리수가 되려면 $3a-1=0$이어야 하므로

$3a=1$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

207

$2\sqrt{2}(\sqrt{2}-3)+\frac{a(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}(\sqrt{2}-3)+\frac{\sqrt{2}a(1-\sqrt{2})}{2}$

$=4-6\sqrt{2}+\frac{a}{2}\sqrt{2}-a$

$=(4-a)+\left(-6+\frac{a}{2}\right)\sqrt{2}$

유리수가 되려면 $-6+\frac{a}{2}=0$이어야 하므로

$\frac{a}{2}=6$ $\quad\therefore a=12$ 답 ②

208

(1) $P=\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{32}-5)-a(2-\sqrt{2})$

$=\sqrt{2}(4\sqrt{2}-5)-a(2-\sqrt{2})$

$=8-5\sqrt{2}-2a+a\sqrt{2}$

$=(8-2a)+(-5+a)\sqrt{2}$ ❶

유리수가 되려면 $-5+a=0$이어야 하므로

$a=5$ ❷

(2) $a=5$이므로

$P=8-2a=8-2\times5=-2$ ❸

답 (1) 5 (2) -2

단계	채점 기준	배점
❶	P를 계산하기	50 %
❷	a의 값 구하기	30 %
❸	P의 값 구하기	20 %

209

① $(3-\sqrt{2})-(3-\sqrt{3})=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\therefore 3-\sqrt{2}>3-\sqrt{3}$

② $(3\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{3}-1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$

$\therefore 3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$

③ $(4\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}-2=\sqrt{8}-\sqrt{4}>0$

$\therefore 4\sqrt{2}-1>2\sqrt{2}+1$

④ $(2\sqrt{5}+1)-(3\sqrt{3}+1)=2\sqrt{5}-3\sqrt{3}=\sqrt{20}-\sqrt{27}<0$

$\therefore 2\sqrt{5}+1<3\sqrt{3}+1$

⑤ $(2\sqrt{2}+\sqrt{3})-(3+\sqrt{3})=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$\therefore 2\sqrt{2}+\sqrt{3}<3+\sqrt{3}$

따라서 두 실수의 대소 관계가 옳은 것은 ③이다. 답 ③

210

① $(3\sqrt{5}+2)-(4\sqrt{5}-2)=-\sqrt{5}+4=-\sqrt{5}+\sqrt{16}>0$

$\therefore 3\sqrt{5}+2>4\sqrt{5}-2$

② $(2\sqrt{3}+4)-(\sqrt{11}+4)=2\sqrt{3}-\sqrt{11}=\sqrt{12}-\sqrt{11}>0$

$\therefore 2\sqrt{3}+4>\sqrt{11}+4$

③ $(5\sqrt{3}+3\sqrt{2})-(3\sqrt{2}+7)=5\sqrt{3}-7=\sqrt{75}-\sqrt{49}>0$

$\therefore 5\sqrt{2}+3\sqrt{2}>3\sqrt{2}+7$

④ $(3\sqrt{5}-1)-(4\sqrt{3}-1)=3\sqrt{5}-4\sqrt{3}=\sqrt{45}-\sqrt{48}<0$

$\therefore 3\sqrt{5}-1<4\sqrt{3}-1$

⑤ $(2\sqrt{5}+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+3\sqrt{2})=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}=\sqrt{20}-\sqrt{18}>0$

$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{7}+3\sqrt{2}$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 것은 ④이다. 답 ④

211

(i) $a-b=(3\sqrt{2}+1)-(5\sqrt{2}-2)$

$=3-2\sqrt{2}$

$=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$

이므로 $a>b$

(ii) $b-c=(5\sqrt{2}-2)-(4\sqrt{3}-2)$

$=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

$=\sqrt{50}-\sqrt{48}>0$

이므로 $b>c$

$\therefore c<b<a$ 답 ⑤

212

① $\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}$

$=10\times2.646=26.46$

② $\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}$

$=10\times8.367=83.67$

③ $\sqrt{70000}=\sqrt{7\times10000}=100\sqrt{7}$

$=100\times2.646=264.6$

④ $\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{7}{10}}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\frac{\sqrt{70}}{10}$

$=\frac{8.367}{10}=0.8367$

⑤ $\sqrt{0.007}=\sqrt{\frac{7}{1000}}=\sqrt{\frac{70}{10000}}=\frac{\sqrt{70}}{100}$

$=\frac{8.367}{100}=0.08367$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

213

$\sqrt{12000}=\sqrt{1.2\times10000}=100\sqrt{1.2}$

$=100\times1.095=109.5$ 답 109.5

214

$\sqrt{0.0054}=\sqrt{\frac{54}{10000}}=\frac{\sqrt{54}}{100}$

$=\frac{7.348}{100}=0.07348$ 답 0.07348

215

① $\sqrt{201}=\sqrt{2.01\times100}=10\sqrt{2.01}$

$=10\times1.418=14.18$

② $\sqrt{20100}=\sqrt{2.01\times10000}=100\sqrt{2.01}$

$=100\times1.418=141.8$

③ $\sqrt{0.201}=\sqrt{\frac{20.1}{100}}=\frac{\sqrt{20.1}}{10}$

④ $\sqrt{0.0201}=\sqrt{\frac{2.01}{100}}=\frac{\sqrt{2.01}}{10}=\frac{1.418}{10}=0.1418$

⑤ $\sqrt{0.000201}=\sqrt{\frac{2.01}{10000}}=\frac{\sqrt{2.01}}{100}$

$=\frac{1.418}{100}=0.01418$

따라서 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

216

$\sqrt{0.2}+\sqrt{\frac{1}{80}}=\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{\sqrt{80}}=\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{4\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{\sqrt{5}}{20}=\frac{\sqrt{5}}{4}$

$=\frac{2.236}{4}=0.559$ 답 ⑤

217

$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{2.449+1.414}{2}=\frac{3.863}{2}$

$=1.9315$ 답 ④

218

① $\sqrt{2000}=\sqrt{20^2\times5}=20\sqrt{5}=20\times2.236=44.72$

② $\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\sqrt{\frac{2^2\times5}{100^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{100}=\frac{\sqrt{5}}{50}=0.04472$

③ $\sqrt{0.8}=\sqrt{\frac{80}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times5}{10^2}}=\frac{4\sqrt{5}}{10}=\frac{2\sqrt{5}}{5}=0.8944$

④ $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}=4.472$

⑤ $\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$이므로 $\sqrt{2}$의 값을 알아야 한다.

따라서 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

219

$$\frac{3}{2\sqrt{3}}+\sqrt{0.75}-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{50}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}+\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{\frac{3}{25}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{5}=\frac{4\sqrt{3}}{5}$$
$$=\frac{4\times1.732}{5}=\frac{6.928}{5}$$
$$=1.3856$$

답 1.3856

220

(i) $2<\sqrt{7}<3$의 각 변에 2를 더하면 $4<\sqrt{7}+2<5$

$\therefore a=4$

(ii) $3<\sqrt{13}<4$에서 $\sqrt{13}$의 정수 부분은 3이므로

$b=\sqrt{13}-3$

$\therefore a+b=4+(\sqrt{13}-3)=\sqrt{13}+1$ 답 ⑤

221

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이고, $4<\sqrt{20}<5$이므로

$a=4,\ b=2\sqrt{5}-4$

$$\therefore \frac{10a}{b+4}=\frac{10\times4}{(2\sqrt{5}-4)+4}=\frac{40}{2\sqrt{5}}$$
$$=\frac{40\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{40\sqrt{5}}{10}=4\sqrt{5}$$

답 $4\sqrt{5}$

222

$2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로 각 변에 5를 더하면

$2<5-\sqrt{7}<3$

$\therefore a=2,\ b=(5-\sqrt{7})-2=3-\sqrt{7}$

$\therefore \sqrt{7}a+2b=2\sqrt{7}+2(3-\sqrt{7})$

$=2\sqrt{7}+6-2\sqrt{7}=6$ 답 ①

223

$1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 각 변에 4를 더하면

$2<4-\sqrt{3}<3$

$\therefore a=2,\ b=(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}$

$\therefore a^2+(2-b)^2=2^2+\{2-(2-\sqrt{3})\}^2$

$=2^2+(\sqrt{3})^2$

$=4+3=7$ 답 ④

224

(i) $3<\sqrt{10}<4$의 각 변에서 2를 빼면 $1<\sqrt{10}-2<2$

$\therefore a=1$ ❶

(ii) $2<\sqrt{6}<3$에서 $-3<-\sqrt{6}<-2$이므로 각 변에 6을 더하면

$3<6-\sqrt{6}<4$

$6-\sqrt{6}$의 정수 부분은 3이므로

$b=(6-\sqrt{6})-3=3-\sqrt{6}$ ❷

$\therefore a-b=1-(3-\sqrt{6})=-2+\sqrt{6}$ ❸

답 $-2+\sqrt{6}$

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a-b$의 값 구하기	20 %

225

$5<\sqrt{26}<6$이므로 $f(26)=5$

$3<\sqrt{12}<4$이므로 $f(12)=3$

$\therefore f(26)-f(12)=5-3=2$ 답 ①

226

$\sqrt{2n}$의 정수 부분이 3이므로

$3\le\sqrt{2n}<4,\ \sqrt{9}\le\sqrt{2n}<\sqrt{16}$

즉, $9\le2n<16$이므로

$\frac{9}{2}\le n<8$

따라서 $\sqrt{2n}$의 정수 부분이 3이 되게 하는 자연수 n은 5, 6, 7의 3개이다. 답 ③

227

삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times5\sqrt{2}=10\sqrt{10}$

직사각형의 넓이는 $\sqrt{20}x=2\sqrt{5}x$

즉, $2\sqrt{5}x=10\sqrt{10}$이므로

$x=\frac{10\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=\frac{10}{2}\sqrt{\frac{10}{5}}=5\sqrt{2}$ 답 ③

228

(사다리꼴 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{18}+\sqrt{24})\times\sqrt{12}$

$=\frac{1}{2}\times(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\times2\sqrt{3}$

$=3\sqrt{6}+2\sqrt{18}$

$=3\sqrt{6}+6\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는 $(3\sqrt{6}+6\sqrt{2})\,\mathrm{cm}^2$이다. 답 ①

229

넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{36}=6\,(\mathrm{cm})$

넓이가 $3\pi\,\mathrm{cm}^2$인 원의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라고 하면

$\pi r^2=3\pi,\ r^2=3$

$\therefore r=\sqrt{3}\ (\because r>0)$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 원의 반지름의 길이의

$6\div\sqrt{3}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ (배) 답 ④

230

직육면체의 가로의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라고 하면 부피는

$x\times\sqrt{6}\times\sqrt{8}=4\sqrt{21},\ \sqrt{48}x=4\sqrt{21}$

$\therefore x=\frac{4\sqrt{21}}{\sqrt{48}}=4\sqrt{\frac{21}{48}}=4\sqrt{\frac{7}{16}}$

$=\frac{4\sqrt{7}}{4}=\sqrt{7}$

따라서 직육면체의 가로의 길이는 $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$이다. 답 $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

231

직육면체의 모서리는 가로, 세로, 높이가 각각 4개씩 있으므로 모든 모서리의 길이의 합은

$4\times(\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{24})=4\times(\sqrt{6}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6})$

$=4\times(3\sqrt{6}+2\sqrt{3})$

$=12\sqrt{6}+8\sqrt{3}$

따라서 $a=12,\ b=8$이므로

$a+b=12+8=20$ 답 ⑤

232

가장 작은 원부터 넓이는 차례대로 3배씩 커지고 가장 큰 원의 넓이가 45π이므로 중간의 원과 가장 작은 원의 넓이는 각각

$\frac{45\pi}{3}=15\pi,\ \frac{15\pi}{3}=5\pi$

(i) 가장 큰 원의 반지름의 길이를 x라고 하면 넓이가 45π이므로

$\pi x^2=45\pi \qquad \therefore x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ (\because x>0)$

(ii) 가장 작은 원의 반지름의 길이를 y라고 하면 넓이가 5π이므로

$\pi y^2=5\pi \qquad \therefore y=\sqrt{5}\ (\because y>0)$

따라서 가장 큰 원과 가장 작은 원의 반지름의 길이의 합은

$x+y=3\sqrt{5}+\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ 답 $4\sqrt{5}$

만점에 도전하기 47~48쪽

233

화단의 세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$라고 하면

$\sqrt{39}:x=\sqrt{3}:1,\ \sqrt{3}x=\sqrt{39}$

$\therefore x=\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{39}{3}}=\sqrt{13}$

따라서 화단의 세로의 길이는 $\sqrt{13}\,\mathrm{m}$이다. 답 ③

234

$\sqrt{3000}$은 $\sqrt{30}$의 A배이므로

$\sqrt{3000}=\sqrt{30}\times A$

$\therefore A=\frac{\sqrt{3000}}{\sqrt{30}}=\sqrt{\frac{3000}{30}}=\sqrt{100}=10$

$\sqrt{0.2}$는 $\sqrt{20}$의 B배이므로

$\sqrt{0.2}=\sqrt{20}\times B$

$\therefore B=\frac{\sqrt{0.2}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\frac{0.2}{20}}=\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$

$\therefore AB=10\times\frac{1}{10}=1$ 답 1

235

ㄱ. $\sqrt{21400}=\sqrt{2.14\times10000}=100\sqrt{2.14}=100a$

ㄴ. $\sqrt{2140}=\sqrt{21.4\times100}=10\sqrt{21.4}=10b$

ㄷ. $\sqrt{0.0214}=\sqrt{\frac{2.14}{100}}=\frac{\sqrt{2.14}}{10}=\frac{a}{10}$

ㄹ. $\sqrt{0.214}=\sqrt{\frac{21.4}{100}}=\frac{\sqrt{21.4}}{10}=\frac{b}{10}$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ㄴ, ㄷ

236

$\frac{1}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{2}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a\sqrt{b}}+\frac{2\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}$

$=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{a\sqrt{b}\times\sqrt{b}}+\frac{2\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{b\sqrt{a}\times\sqrt{a}}$

$=\frac{\sqrt{ab}}{ab}+\frac{2\sqrt{ab}}{ab}=\frac{3\sqrt{ab}}{ab}$

$ab=4$이므로

$\frac{3\sqrt{ab}}{ab}=\frac{3\sqrt{4}}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ 답 ②

237

선분 AB의 중점 M에 대응하는 수는

$\frac{\sqrt{2}+(\sqrt{2}+1)}{2}=\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$

따라서 선분 MB의 중점 N에 대응하는 수는

$\frac{1}{2}\left(\frac{2\sqrt{2}+1}{2}+\sqrt{2}+1\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{2}+1+2\sqrt{2}+2}{2}$

$=\frac{3+4\sqrt{2}}{4}$ 답 $\frac{3+4\sqrt{2}}{4}$

238

$A=\sqrt{12}-3=2\sqrt{3}-3$

$B=A\sqrt{3}-3=(2\sqrt{3}-3)\sqrt{3}-3$

$=6-3\sqrt{3}-3=3-3\sqrt{3}$

$C=B\sqrt{3}-3=(3-3\sqrt{3})\sqrt{3}-3$

$=3\sqrt{3}-9-3=3\sqrt{3}-12$

$\therefore 2A+B-C=2(2\sqrt{3}-3)+(3-3\sqrt{3})-(3\sqrt{3}-12)$

$=4\sqrt{3}-6+3-3\sqrt{3}-3\sqrt{3}+12$

$=9-2\sqrt{3}$

따라서 $x=9$, $y=-2$이므로

$x^2+y^2=81+4=85$ 답 85

239

$f(1)=\sqrt{2}-\sqrt{1}$

$f(2)=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$f(3)=\sqrt{4}-\sqrt{3}$

$\vdots$

$f(99)=\sqrt{100}-\sqrt{99}$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(99)$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})$

$=\sqrt{100}-\sqrt{1}=10-1=9$ 답 9

240

$\sqrt{3}(a\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{2}\left(\frac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{8}\right)=a\sqrt{6}-3+\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{16}$

$=a\sqrt{6}-3+\sqrt{6}+4$

$=1+(a+1)\sqrt{6}$

유리수가 되려면 $a+1=0$이어야 하므로

$a=-1$ 답 ①

241

(i) $a-b=3\sqrt{3}-(3\sqrt{2}+\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$

$\therefore a<b$ ❶

(ii) $a-c=3\sqrt{3}-(8-2\sqrt{3})=5\sqrt{3}-8=\sqrt{75}-\sqrt{64}>0$

$\therefore a>c$ ❷

$a<b$, $a>c$이므로

$c<a<b$ ❸

답 $c<a<b$

단계	채점 기준	배점
❶	a, b의 대소 관계 나타내기	40 %
❷	a, c의 대소 관계 나타내기	40 %
❸	a, b, c의 대소 관계 나타내기	20 %

242

$\sqrt{7.26}-\left(\sqrt{0.02}\times 5\sqrt{3}+\frac{3}{\sqrt{6}}\right)$

$=\sqrt{\frac{726}{100}}-\left(\sqrt{\frac{2}{100}}\times 5\sqrt{3}+\frac{3}{\sqrt{6}}\right)$

$=\frac{\sqrt{11^2\times 6}}{10}-\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\times 5\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{6}}{6}\right)$

$=\frac{11\sqrt{6}}{10}-\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=\frac{11\sqrt{6}}{10}-\sqrt{6}$

$=\frac{\sqrt{6}}{10}=\frac{2.449}{10}=0.2449$ 답 0.2449

243

$1<\sqrt{2}<2$에서 $\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이므로 $a=\sqrt{2}-1$

$\therefore \sqrt{2}=a+1$

한편, $4<\sqrt{18}<5$에서 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4이므로 소수 부분은 $\sqrt{18}-4$

$\therefore \sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$

$=3(a+1)-4$

$=3a-1$ 답 $3a-1$

244

$2<\sqrt{5}<3$의 각 변에서 1을 빼면 $1<\sqrt{5}-1<2$

$\therefore a=1$

$\therefore P=\sqrt{27}+a=3\sqrt{3}+1$

$Q=\sqrt{48}-a=4\sqrt{3}-1$

$R=\sqrt{75}-\frac{5a}{2}=5\sqrt{3}-\frac{5}{2}$

(i) $P-R=3\sqrt{3}+1-\left(5\sqrt{3}-\frac{5}{2}\right)=\frac{7}{2}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{\frac{49}{4}}-\sqrt{12}>0$

$\therefore P>R$

(ii) $Q-R=4\sqrt{3}-1-\left(5\sqrt{3}-\frac{5}{2}\right)=\frac{3}{2}-\sqrt{3}=\sqrt{\frac{9}{4}}-\sqrt{3}<0$

$\therefore Q<R$

$\therefore Q<R<P$ 답 $Q<R<P$

245

(i) $3<\sqrt{15}<4$에서 $\sqrt{15}$의 정수 부분은 3이므로

$\langle 15\rangle=3$ ❶

(ii) $5<\sqrt{27}<6$에서 $\sqrt{27}$의 정수 부분은 5이므로 소수 부분은 $\sqrt{27}-5$

$\therefore 27^*=\sqrt{27}-5$ ❷

$\therefore \langle 15\rangle-27^*\times\sqrt{3}=3-(\sqrt{27}-5)\times\sqrt{3}$

$=3-(3\sqrt{3}-5)\times\sqrt{3}$

$=3-9+5\sqrt{3}$

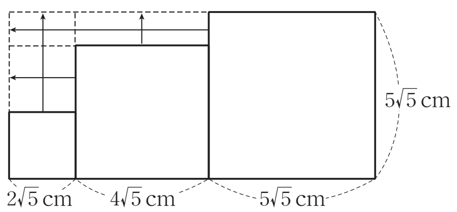
$=-6+5\sqrt{3}$ ❸

답 $-6+5\sqrt{3}$

단계	채점 기준	배점
❶	〈15〉의 값 구하기	30 %
❷	27*의 값 구하기	30 %
❸	주어진 식의 값 구하기	40 %

246

넓이가 20 cm^2, 80 cm^2, 125 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm), $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ (cm), $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ (cm)



색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이는 위의 그림과 같이 가로의 길이가 $2\sqrt{5}+4\sqrt{5}+5\sqrt{5}=11\sqrt{5}$(cm), 세로의 길이가 $5\sqrt{5}$ cm인 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로

(구하는 둘레의 길이)$=2\times(11\sqrt{5}+5\sqrt{5})$
$=2\times16\sqrt{5}$
$=32\sqrt{5}$(cm)

답 $32\sqrt{5}$ cm

247

A0 용지와 A1 용지는 닮은 도형이므로
$\overline{DG}:\overline{DE}=\overline{DE}:\overline{DH}$
따라서 $\overline{DG}=x$라고 하면
$x:8=8:\frac{x}{2}$, $\frac{x^2}{2}=64$, $x^2=128$
$\therefore x=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$ ($\because x>0$)
$\therefore \overline{PQ}=\overline{DG}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=8\sqrt{2}\times\frac{1}{4}=2\sqrt{2}$

답 $2\sqrt{2}$

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

1 다항식의 곱셈

개념 확인하기 51, 53쪽

248

(1) $(2x+3)(3x+4)=6x^2+8x+9x+12$
$=6x^2+17x+12$
(2) $(5y-2)(2y+3)=10y^2+15y-4y-6$
$=10y^2+11y-6$
(3) $(-x+y)(-2x-8y)=(x-y)(2x+8y)$
$=2x^2+8xy-2xy-8y^2$
$=2x^2+6xy-8y^2$

답 (1) $6x^2+17x+12$ (2) $10y^2+11y-6$ (3) $2x^2+6xy-8y^2$

249

$\left(\frac{8}{3}x+2\right)\left(6x-\frac{9}{4}\right)$
$=\left(\frac{8}{3}\times6\right)x^2+\left\{\frac{8}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)\right\}x+(2\times6)x+\left\{2\times\left(-\frac{9}{4}\right)\right\}$
$=16x^2-6x+12x-\frac{9}{2}$
$=16x^2+6x-\frac{9}{2}$
이므로 x의 계수는 6이다.

답 6

250

(1) $(a+2)^2=a^2+2\times a\times2+2^2=a^2+4a+4$
(2) $(3x+y)^2=(3x)^2+2\times3x\times y+y^2=9x^2+6xy+y^2$
(3) $(x-7)^2=x^2-2\times x\times7+7^2=x^2-14x+49$
(4) $(a-4b)^2=a^2-2\times a\times4b+(4b)^2=a^2-8ab+16b^2$

답 (1) a^2+4a+4 (2) $9x^2+6xy+y^2$
(3) $x^2-14x+49$ (4) $a^2-8ab+16b^2$

251

(1) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=x^2+2\times x\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2$
$=x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$
(2) $\left(\frac{1}{4}a-2b\right)^2=\left(\frac{1}{4}a\right)^2-2\times\frac{1}{4}a\times2b+(2b)^2$
$=\frac{1}{16}a^2-ab+4b^2$
(3) $\left(2x+\frac{3}{2}y\right)^2=(2x)^2+2\times2x\times\frac{3}{2}y+\left(\frac{3}{2}y\right)^2$
$=4x^2+6xy+\frac{9}{4}y^2$

(4) $\left(-x+\frac{1}{5}\right)^2=\left(x-\frac{1}{5}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{5}\right)^2$

$=x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}$

답 (1) $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{16}a^2-ab+4b^2$

(3) $4x^2+6xy+\frac{9}{4}y^2$ (4) $x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}$

252

(1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$

(2) $(3x+2y)(3x-2y)=(3x)^2-(2y)^2=9x^2-4y^2$

(3) $\left(\frac{1}{4}x-y\right)\left(\frac{1}{4}x+y\right)=\left(\frac{1}{4}x\right)^2-y^2=\frac{1}{16}x^2-y^2$

(4) $(-x-7y)(-x+7y)=(-x)^2-(7y)^2=x^2-49y^2$

답 (1) a^2-9 (2) $9x^2-4y^2$ (3) $\frac{1}{16}x^2-y^2$ (4) x^2-49y^2

253

(1) $(x+1)(x+2)=x^2+(1+2)x+1\times2$

$=x^2+3x+2$

(2) $(y-3)(y+7)=y^2+\{(-3)+7\}y+(-3)\times7$

$=y^2+4y-21$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{6}\right)=x^2+\left\{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right\}x+\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=x^2+\frac{2}{6}x-\frac{1}{12}$

$=x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}$

(4) $(x-y)(x+2y)=x^2+\{(-1)+2\}xy+(-y)\times2y$

$=x^2+xy-2y^2$

답 (1) x^2+3x+2 (2) $y^2+4y-21$

(3) $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}$ (4) $x^2+xy-2y^2$

254

(1) $(2x+1)(3x+4)=6x^2+(8+3)x+4$

$=6x^2+11x+4$

(2) $(3x+7)(12x+17)=36x^2+(51+84)x+119$

$=36x^2+135x+119$

(3) $(9x+2)(3x+5)=27x^2+(45+6)x+10$

$=27x^2+51x+10$

(4) $\left(\frac{1}{3}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x+2\right)=\frac{1}{6}x^2+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)x+2$

$=\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{6}x+2$

답 (1) $6x^2+11x+4$ (2) $36x^2+135x+119$

(3) $27x^2+51x+10$ (4) $\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{6}x+2$

255

(1) $303^2=(300+3)^2=300^2+2\times300\times3+3^2$

$=90000+1800+9=91809$

(2) $97^2=(100-3)^2=100^2-2\times100\times3+3^2$

$=10000-600+9=9409$

(3) $78\times82=(80-2)(80+2)=80^2-2^2$

$=6400-4=6396$

(4) $52\times47=(50+2)(50-3)$

$=50^2+(2-3)\times50+2\times(-3)$

$=2500-50-6=2444$

답 (1) 91809 (2) 9409 (3) 6396 (4) 2444

256

(1) $x+y=A$로 놓으면

$(x+y-3)^2=(A-3)^2=A^2-6A+9$

$A=x+y$를 대입하면

$(x+y)^2-6(x+y)+9=x^2+2xy+y^2-6x-6y+9$

(2) $a-3b=A$로 놓으면

$(a-3b+2)(a-3b-4)=(A+2)(A-4)$

$=A^2-2A-8$

$A=a-3b$를 대입하면

$(a-3b)^2-2(a-3b)-8=a^2-6ab+9b^2-2a+6b-8$

답 (1) $x^2+2xy+y^2-6x-6y+9$

(2) $a^2-6ab+9b^2-2a+6b-8$

257

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$

(3) $\frac{7}{3-\sqrt{2}}=\frac{7(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}=\frac{7(3+\sqrt{2})}{7}=3+\sqrt{2}$

(4) $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$

답 (1) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{5}-2$ (3) $3+\sqrt{2}$ (4) $3-2\sqrt{2}$

258

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2\times2=21$

(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=5^2-4\times2=17$

답 (1) 21 (2) 17

259

(1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=3^2+2\times5=19$

(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=3^2+4\times5=29$

답 (1) 19 (2) 29

260

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(-2)^2-2=2$ 답 2

261

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=4^2+2=18$ 답 18

필수유형 다지기

54~63쪽

262

$(2x-y)(-3x+4y)=-6x^2+8xy+3xy-4y^2$
$=-6x^2+11xy-4y^2$ 답 ③

263

$(x+3y)(3x-5y)=3x^2-5xy+9xy-15y^2$
$=3x^2+4xy-15y^2$
이므로 $a=3$, $b=4$, $c=-15$
$\therefore a+b-c=3+4-(-15)=22$ 답 22

264

① $(x+2)(y+6)=xy+6x+2y+12$
② $(x-3)(y+7)=xy+7x-3y-21$
③ $(x-1)(2x+y+3)=2x^2+xy+3x-2x-y-3$
$=2x^2+x+xy-y-3$
④ $(x+2y-3)(2x+5)=2x^2+5x+4xy+10y-6x-15$
$=2x^2-x+4xy+10y-15$
⑤ $(x-y+1)(x+3y)=x^2+3xy-xy-3y^2+x+3y$
$=x^2+x+2xy-3y^2+3y$
따라서 x의 계수가 가장 큰 것은 ②이다. 답 ②

265

$(x-2y+3)(5x+Ay)$
$=5x^2+Axy-10xy-2Ay^2+15x+3Ay$
$=5x^2+15x+(A-10)xy-2Ay^2+3Ay$ ❶
xy의 계수가 -3이므로
$A-10=-3 \quad \therefore A=7$ ❷
따라서 y의 계수는
$3A=3\times7=21$ ❸
답 21

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식 전개하기	40 %
❷	A의 값 구하기	30 %
❸	y의 계수 구하기	30 %

266

① $(x+2)^2=x^2+4x+4$
② $(x-1)^2=x^2-2x+1$
③ $(-x-2)^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$
④ $(-2x+3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$ 답 ⑤
› 참고 $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2=(a+b)^2$
$(-a+b)^2=\{-(a-b)\}^2=(a-b)^2$

267

$\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}y\right)^2=\frac{1}{25}x^2-\frac{1}{5}xy+\frac{1}{4}y^2$
따라서 xy의 계수는 $-\frac{1}{5}$이다. 답 ②

268

① x^2+2x+1
②, ③, ④, ⑤ x^2-2x+1 답 ①

269

$(3x-a)^2=9x^2-6ax+a^2=bx^2-cx+16$이므로
$9=b$, $-6a=-c$, $a^2=16$
a는 양수이므로 $a=4$, $c=24$
$\therefore a+b+c=4+9+24=37$ 답 37

270

$(-3x+4y)(-3x-4y)=(-3x)^2-(4y)^2$
$=9x^2-16y^2$ 답 ③

271

① $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
② $-(b+a)(b-a)=-(b^2-a^2)=a^2-b^2$
③ $(-b+a)(b+a)=(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
④ $(-b-a)(b-a)=-(b+a)(b-a)$
$=-(b^2-a^2)$
$=a^2-b^2$
⑤ $(a+b)(-a-b)=-(a+b)^2$
$=-(a^2+2ab+b^2)$
$=-a^2-2ab-b^2$
따라서 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

272

$(5x-a)(5x+a)=25x^2-a^2=bx^2-4$이므로
$25=b$, $a^2=4$
a는 양수이므로 $a=2$
$\therefore a+b=2+25=27$ 답 ②

273

$5(x-2y)(x+2y)-(y+3x)(y-3x)$
$=5(x^2-4y^2)-(y^2-9x^2)$
$=5x^2-20y^2-y^2+9x^2$
$=14x^2-21y^2$
이므로 $a=14$, $b=-21$
$\therefore a+b=14+(-21)=-7$

답 -7

274

$\left(\frac{1}{2}a-3b\right)\left(\frac{1}{2}a+3b\right)=\frac{1}{4}a^2-9b^2$
$=\frac{1}{4}\times12-9\times\frac{1}{3}$
$=3-3$
$=0$

답 0

275

$(1-x)(1+x)(1+x^2)=(1-x^2)(1+x^2)$
$=1-x^4$

답 ④

276

$(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)$
$=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)$
$=(a^4-1)(a^4+1)(a^8+1)$
$=(a^8-1)(a^8+1)$
$=a^{16}-1$ ······ ❶
이므로 $m=16$, $n=1$ ······ ❷
$\therefore m+n=16+1=17$ ······ ❸

답 17

단계	채점 기준	배점
❶	좌변을 전개하기	60 %
❷	m, n의 값 구하기	20 %
❸	$m+n$의 값 구하기	20 %

277

$(x-3)\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2+\left(-3+\frac{3}{2}\right)x+(-3)\times\frac{3}{2}$
$=x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$

답 $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$

278

① $(x+2)(x-5)=x^2+(2-5)x+2\times(-5)=x^2-3x-10$
x의 계수는 -3, 상수항은 -10이므로 $-3>-10$
② $(x+4)(x-3)=x^2+(4-3)x+4\times(-3)=x^2+x-12$
x의 계수는 1, 상수항은 -12이므로 $1>-12$
③ $(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+2\times3=x^2+5x+6$
x의 계수는 5, 상수항은 6이므로 $5<6$
④ $\left(x+\frac{3}{2}\right)(x+2)=x^2+\left(\frac{3}{2}+2\right)x+\frac{3}{2}\times2=x^2+\frac{7}{2}x+3$
x의 계수는 $\frac{7}{2}$, 상수항은 3이므로 $\frac{7}{2}>3$
⑤ $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)x+\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{2}$
$=x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}$
x의 계수는 $-\frac{1}{6}$, 상수항은 $-\frac{1}{3}$이므로 $-\frac{1}{6}>-\frac{1}{3}$
따라서 x의 계수가 상수항보다 작은 것은 ③이다.

답 ③

279

$(x+6)(x+A)=x^2+(6+A)x+6A$
$=x^2+Bx-48$
이므로 $6+A=B$, $6A=-48$
따라서 $A=-8$, $B=-2$이므로
$B-A=-2-(-8)=6$

답 6

280

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab=x^2+cx-12$
이므로 $a+b=c$, $ab=-12$
$ab=-12$를 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(1, -12)$, $(2, -6)$, $(3, -4)$, $(4, -3)$, $(6, -2)$, $(12, -1)$,
$(-1, 12)$, $(-2, 6)$, $(-3, 4)$, $(-4, 3)$, $(-6, 2)$, $(-12, 1)$
$\therefore c=-11, -4, -1, 1, 4, 11$

답 ④

281

$(3x-a)(4x+7)=12x^2+(21-4a)x-7a$
$=12x^2+bx-35$
이므로 $21-4a=b$, $-7a=-35$
따라서 $a=5$, $b=1$이므로
$a+b=5+1=6$

답 6

282

① $(x-2)(2x+7)=2x^2+(7-4)x-14=2x^2+3x-14$
② $(x-1)(3x+7)=3x^2+(7-3)x-7=3x^2+4x-7$
③ $(x+2)(2x+3)=2x^2+(3+4)x+6=2x^2+7x+6$
④ $(3x-4)(2x+5)=6x^2+(15-8)x-20=6x^2+7x-20$
⑤ $(5x-1)(x+2)=5x^2+(10-1)x-2=5x^2+9x-2$
따라서 x의 계수가 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

283

$(ax-3)(5x+b)=5ax^2+(ab-15)x-3b$
$=20x^2-3x+c$

이므로 $5a=20$, $ab-15=-3$, $-3b=c$

$5a=20$이므로 $a=4$

$ab-15=-3$이므로 $4b-15=-3$　　$\therefore b=3$

$c=-3b$이므로 $c=-9$

$\therefore a+b+c=4+3+(-9)=-2$　　답 -2

284

$(ax+1)(ax-5)=a^2x^2+(-5a+a)x-5$
$=a^2x^2-4ax-5$

x의 계수가 12이므로 $-4a=12$

$\therefore a=-3$ ……… ❶

$(x-a)(3x+b)=(x+3)(3x+b)$
$=3x^2+(b+9)x+3b$

x의 계수가 -5이므로 $b+9=-5$

$\therefore b=-14$ ……… ❷

$\therefore a-b=-3-(-14)=11$ ……… ❸

답 11

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a-b$의 값 구하기	20 %

285

② $(-x-4)^2=(x+4)^2=x^2+8x+16$　　답 ②

286

① $(x+3)^2=x^2+6x+9$이므로 $A=6$

② $(3x-A)^2=9x^2-6Ax+A^2$이므로
$-6A=-24$　　$\therefore A=4$

③ $(x+A)(x-A)=x^2-A^2$이므로 $A^2=1$
$A>0$이므로 $A=1$

④ $(x+2)(x+5)=x^2+7x+10$이므로 $A=7$

⑤ $(x+3)(2x-5)=2x^2+x-15$이므로 $A=1$

따라서 A의 값이 가장 큰 것은 ④이다.　　답 ④

287

$(2x-3y)(2x+3y)+3(2y-x)(-2y+x)$
$=(2x-3y)(2x+3y)-3(2y-x)(2y-x)$
$=(2x-3y)(2x+3y)-3(2y-x)^2$
$=(4x^2-9y^2)-3(4y^2-4xy+x^2)$
$=4x^2-9x^2-12y^2+12xy-3x^2$
$=x^2+12xy-21y^2$　　답 $x^2+12xy-21y^2$

288

$(x+3y)^2-(x+y)(ax+2y)$
$=x^2+6xy+9y^2-\{ax^2+(2+a)xy+2y^2\}$
$=x^2+6xy+9y^2-ax^2-(2+a)xy-2y^2$
$=(1-a)x^2+(4-a)xy+7y^2$

xy의 계수가 1이므로

$4-a=1$　　$\therefore a=3$　　답 3

289

① $(x-5)^2=x^2-10x+25$

② $(x+2)(x-4)=x^2-2x-8$

③ $(2x-3)(2x+3)=4x^2-9$

④ $(4x-3)(4x+2)=16x^2-4x-6$

⑤ $(x+8)(3x-1)=3x^2+23x-8$

따라서 x의 계수가 가장 작은 것은 ①이다.　　답 ①

290

$\left(\frac{1}{3}x+y\right)\left(\frac{1}{3}x-y\right)+(x+3y)(2x+y)$
$=\frac{1}{9}x^2-y^2+2x^2+7xy+3y^2$
$=\frac{19}{9}x^2+7xy+2y^2$

이므로 $a=\frac{19}{9}$, $b=7$

$\therefore 9a-b=9\times\frac{19}{9}-7=12$　　답 12

291

$A=(4x-1)(3x+1)=12x^2+x-1$

$B=(5x-3)(3x+5)=15x^2+16x-15$

$\therefore A+B=(12x^2+x-1)+(15x^2+16x-15)$
$=27x^2+17x-16$

답 $27x^2+17x-16$

292

$3(4x+a)^2-2(4x+1)(x-b)$
$=3(16x^2+8ax+a^2)-2\{4x^2+(-4b+1)x-b\}$
$=48x^2+24ax+3a^2-8x^2+(8b-2)x+2b$
$=40x^2+(24a+8b-2)x+3a^2+2b$

x의 계수가 38이므로 $24a+8b-2=38$

$24a+8b=40$　　$\therefore 3a+b=5$

a, b는 자연수이므로 $a=1$, $b=2$

따라서 상수항은

$3a^2+2b=3+4=7$　　답 7

293

$(2\sqrt{2}-3)(5\sqrt{2}+4)+7\sqrt{2}$
$=10(\sqrt{2})^2+(8-15)\sqrt{2}-12+7\sqrt{2}$
$=20-7\sqrt{2}-12+7\sqrt{2}$
$=8$ 답 ③

294

$(3\sqrt{2}+2)^2=(3\sqrt{2})^2+2\times 3\sqrt{2}\times 2+2^2$
$=18+12\sqrt{2}+4$
$=22+12\sqrt{2}$
이므로 $a=22$, $b=12$
$\therefore a-b=22-12=10$ 답 10

295

$(2\sqrt{6}-3)^2+12\sqrt{6}=(2\sqrt{6})^2-2\times 2\sqrt{6}\times 3+3^2+12\sqrt{6}$
$=24-12\sqrt{6}+9+12\sqrt{6}=33$ ······ ❶
$(3\sqrt{3}+4)(3\sqrt{3}-4)=(3\sqrt{3})^2-4^2$
$=27-16=11$ ······ ❷
$\therefore \dfrac{(2\sqrt{6}-3)^2+12\sqrt{6}}{(3\sqrt{3}+4)(3\sqrt{3}-4)}=\dfrac{33}{11}=3$ ······ ❸

답 3

단계	채점 기준	배점
❶	분자를 간단히 하기	40 %
❷	분모를 간단히 하기	40 %
❸	주어진 식 계산하기	20 %

296

$(\sqrt{5}+3\sqrt{2})(\sqrt{5}-2\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2+(-2+3)\sqrt{2}\sqrt{5}-6(\sqrt{2})^2$
$=5+\sqrt{10}-12$
$=-7+\sqrt{10}$
이므로 $a=-7$, $b=1$
$\therefore ab=-7\times 1=-7$ 답 -7

297

(색칠한 직사각형의 넓이)$=(x-3)(x+4)=x^2+x-12$

답 ③

298

새로 만든 직사각형은 가로의 길이가 $(x+5)$ cm, 세로의 길이가 $(x-2)$ cm이므로 이 직사각형의 넓이는
$(x+5)(x-2)=x^2+3x-10(\text{cm}^2)$

답 $(x^2+3x-10)$ cm^2

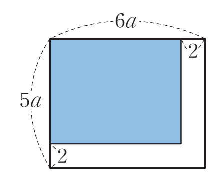
299

늘어난 직사각형은 가로의 길이가 $x+7$, 세로의 길이가 $x+1$이므로 이 직사각형의 넓이는
$(x+7)(x+1)=x^2+8x+7$
이때 처음 정사각형의 넓이가 x^2이므로 처음 정사각형보다 더 늘어난 넓이는
$(x^2+8x+7)-x^2=8x+7$ 답 ③

300

구하는 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
$(6a-2)(5a-2)=30a^2-22a+4$

답 $30a^2-22a+4$



301

(색칠한 부분의 넓이)$=(4a-2b)(3a-2b)+(2b)^2$
$=12a^2-14ab+4b^2+4b^2$
$=12a^2-14ab+8b^2$

답 $12a^2-14ab+8b^2$

302

A는 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 $a-2b$인 직사각형의 넓이와 같으므로
$A=a(a-2b)=a^2-2ab$ ······ ❶
B는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형의 넓이와 같으므로
$B=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ······ ❷
$\therefore B-A=(a^2-2ab+b^2)-(a^2-2ab)=b^2$ ······ ❸

답 b^2

단계	채점 기준	배점
❶	A 구하기	40 %
❷	B 구하기	40 %
❸	$B-A$ 구하기	20 %

303

전체 직사각형의 넓이는
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로
$a+b=5$
$a+b=5$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$
따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 4, 6이므로 가장 큰 A의 값은 6이다. 답 6

304

$x+y=A$라고 하면

$(x+y-1)(x+y+1)=(A-1)(A+1)=A^2-1$

$=(x+y)^2-1$

$=x^2+2xy+y^2-1$

답 ④

305

$x-y=A$라고 하면

$(x-y-3)^2=(A-3)^2=A^2-6A+9$

$=(x-y)^2-6(x-y)+9$

$=x^2-2xy+y^2-6x+6y+9$

답 $x^2-2xy+y^2-6x+6y+9$

306

$3x-4y=A$라고 하면

$(-5+3x-4y)(5+3x-4y)$

$=(-5+A)(5+A)=(A-5)(A+5)$

$=A^2-25$

$=(3x-4y)^2-25$

$=9x^2-24xy+16y^2-25$ ❶

이므로 $a=-24$, $b=-25$ ❷

$\therefore b-a=-25-(-24)=-1$ ❸

답 -1

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식을 전개하기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	20 %
❸	$b-a$의 값 구하기	20 %

307

$x-3y=A$라고 하면

$(x-3y-5)^2-(x+1-3y)(x-1-3y)$

$=(A-5)^2-(A+1)(A-1)$

$=A^2-10A+25-(A^2-1)$

$=-10A+26$

$=-10(x-3y)+26$

$=-10x+30y+26$

답 $-10x+30y+26$

308

$(x-2)(x-1)(x+3)(x+4)$

$=\{(x-2)(x+4)\}\{(x-1)(x+3)\}$

$=(x^2+2x-8)(x^2+2x-3)$

$x^2+2x=A$라고 하면

$(x^2+2x-8)(x^2+2x-3)$

$=(A-8)(A-3)$

$=A^2-11A+24$

$=(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24$

$=x^4+4x^3+4x^2-11x^2-22x+24$

$=x^4+4x^3-7x^2-22x+24$

이므로 $a=4$, $b=-22$

$\therefore a+b=4+(-22)=-18$

답 -18

309

$x(x+1)(x+2)(x+3)$

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)$

$x^2+3x=A$이므로

$(x^2+3x)(x^2+3x+2)=A(A+2)$

답 ④

310

$(x-4)(x+2)(x-3)(x+6)$

$=\{(x-4)(x-3)\}\{(x+2)(x+6)\}$

$=(x^2-7x+12)(x^2+8x+12)$

$x^2+12=A$라고 하면

$(x^2-7x+12)$

$=(A-7x)(A+8x)$

$=A^2+Ax-56x^2$

$=(x^2+12)^2+(x^2+12)x-56x^2$

$=x^4+24x^2+144+x^3+12x-56x^2$

$=x^4+x^3-32x^2+12x+144$

답 $x^4+x^3-32x^2+12x+144$

311

① $1999^2=(2000-1)^2$

② $2010^2=(2000+10)^2$

③ $201\times199=(200+1)(200-1)$

④ $101\times102=(100+1)(100+2)$

⑤ $203\times197=(200+3)(200-3)$ ⇨ $(a+b)(a-b)$

따라서 가장 편리한 곱셈 공식을 잘못 짝 지은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

312

① $997^2=(1000-3)^2$

② $203^2=(200+3)^2$

③ $56\times44=(50+6)(50-6)$

④ $102\times105=(100+2)(100+5)$

⑤ $10.2\times9.8=(10+0.2)(10-0.2)$

따라서 주어진 곱셈 공식을 이용하여 계산하면 편리한 것은 ④이다.

답 ④

313

$301^2-296\times304$

$=(300+1)^2-(300-4)(300+4)$

$=(300^2+600+1)-(300^2-16)$

$=600+1+16$

$=617$

답 617

314

21^2+19^2

$=(20+1)^2+(20-1)^2$ ······ ❶

$=(20^2+40+1)+(20^2-40+1)$

$=2\times20^2+2$

$=802$ ······ ❷

답 802

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식을 곱셈 공식을 이용할 수 있도록 변형하기	50 %
❷	곱셈 공식을 이용하여 주어진 식 계산하기	50 %

315

$x=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{4(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$=4(2+\sqrt{3})=8+4\sqrt{3}$

$y=\dfrac{4}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{4(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=4(2-\sqrt{3})=8-4\sqrt{3}$

이므로

$x+y=(8+4\sqrt{3})+(8-4\sqrt{3})=16$

$x-y=(8+4\sqrt{3})-(8-4\sqrt{3})=8\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{16}{8\sqrt{3}}=\dfrac{16\times\sqrt{3}}{8\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{16\sqrt{3}}{24}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

답 ②

316

① $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$

② $\dfrac{1}{4+\sqrt{2}}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{4-\sqrt{2}}{16-2}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{14}$

③ $\dfrac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\dfrac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{7-3}=\sqrt{7}+\sqrt{3}$

④ $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1}=\sqrt{3}-1$

⑤ $\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{2(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{2(3+\sqrt{5})}{9-5}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

317

$\dfrac{3}{2\sqrt{3}-3}+\dfrac{12}{3+\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3(2\sqrt{3}+3)}{(2\sqrt{3}-3)(2\sqrt{3}+3)}+\dfrac{12(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{3(2\sqrt{3}+3)}{12-9}+\dfrac{12(3-\sqrt{3})}{9-3}$

$=2\sqrt{3}+3+2(3-\sqrt{3})$

$=9$

답 9

318

$2x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{\sqrt{6}-2}+\sqrt{6}-2$

$=\dfrac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}+\sqrt{6}-2$

$=\dfrac{2(\sqrt{6}+2)}{6-4}+\sqrt{6}-2$

$=\sqrt{6}+2+\sqrt{6}-2=2\sqrt{6}$

답 $2\sqrt{6}$

319

$x=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$=5-4\sqrt{5}+4=9-4\sqrt{5}$

$y=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$

$=5+4\sqrt{5}+4=9+4\sqrt{5}$

$\therefore x+y=(9-4\sqrt{5})+(9+4\sqrt{5})=18$

답 ④

› 다른 풀이 $x+y=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}+\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$

$=\dfrac{(\sqrt{5}-2)^2+(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$

$=5-4\sqrt{5}+4+5+4\sqrt{5}+4$

$=18$

320

$x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}$

$\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=3+2\sqrt{6}+2=5+2\sqrt{6}$

$\therefore x+\dfrac{1}{x}=(5-2\sqrt{6})+(5+2\sqrt{6})=10$

답 10

> 다른 풀이 $x+\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
$=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=3-2\sqrt{6}+2+3+2\sqrt{6}+2$
$=10$

321

$\frac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}+\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{2}(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}+\frac{(3+2\sqrt{2})^2}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$
$=3\sqrt{2}-4+9+12\sqrt{2}+8$
$=13+15\sqrt{2}$
이므로 $a=13$, $b=15$
$\therefore a-b=13-15=-2$ 답 -2

322

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=6^2-2\times4$
$=28$ 답 ⑤

323

$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=7^2+4\times(-11)$
$=5$ 답 ①

324

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로
$15=3^2+2xy$, $6=2xy$
$\therefore xy=3$
$\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{15}{3}=5$ 답 5

325

$(x+1)(y+1)=xy+(x+y)+1$이므로
$xy+7+1=12$ $\therefore xy=4$
$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=7^2-2\times4=41$ 답 41

326

(1) $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$

(2) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=3^2-4=5$

답 (1) 7 (2) 5

327

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(-6)^2+2=38$ 답 38

328

(1) $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-4+\frac{1}{x}=0$ $\therefore x+\frac{1}{x}=4$

(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14$

답 (1) 4 (2) 14

329

$a^2-6a+2=0$의 양변을 a로 나누면
$a-6+\frac{2}{a}=0$ $\therefore a+\frac{2}{a}=6$ ……… ❶
$\therefore a^2+\frac{4}{a^2}=\left(a+\frac{2}{a}\right)^2-4=6^2-4=32$ ……… ❷

답 32

단계	채점 기준	배점
❶	$a+\frac{2}{a}$의 값 구하기	50 %
❷	$a^2+\frac{4}{a^2}$의 값 구하기	50 %

330

$x+y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2\sqrt{3}$
$xy=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=1$
$\therefore x^2+y^2+xy=(x+y)^2-xy=(2\sqrt{3})^2-1=11$ 답 ⑤

331

$a=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$
$b=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$
이므로
$a+b=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$
$ab=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$
$\therefore \frac{2}{a}+\frac{2}{b}=\frac{2a+2b}{ab}=\frac{2(a+b)}{ab}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

332

$a+b=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$
$ab=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$

$\therefore a(a-b)+b(a+b)-ab=a^2-ab+ab+b^2-ab$
$=a^2+b^2-ab$
$=(a+b)^2-3ab$
$=4^2-3\times(-1)=19$ 답 19

333

$x=\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

$y=\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

이므로

$x+y=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{5}$

$xy=\left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$

$\therefore x^2+y^2+6xy=(x+y)^2+4xy$
$=(\sqrt{5})^2+4\times\frac{1}{2}=7$ 답 7

334

$x+y=-2\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}=2$
$xy=-2\sqrt{3}(2+2\sqrt{3})=-4\sqrt{3}-12$
$\therefore (x-y)^2+7xy=(x+y)^2+3xy=2^2+3(-4\sqrt{3}-12)$
$=4-12\sqrt{3}-36=-32-12\sqrt{3}$

답 ①

335

$x=\sqrt{7}+3$에서 $x-3=\sqrt{7}$이므로 양변을 제곱하면
$x^2-6x+9=7$, $x^2-6x=-2$
$\therefore x^2-6x+5=-2+5=3$ 답 3

336

$x=\frac{1}{5-2\sqrt{6}}=\frac{5+2\sqrt{6}}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}=5+2\sqrt{6}$에서
$x-5=2\sqrt{6}$이므로 양변을 제곱하면
$x^2-10x+25=24$, $x^2-10x=-1$
$\therefore x^2-10x+7=-1+7=6$ 답 ⑤

만점에 도전하기 64~65쪽

337

$(2a-3b+1)(a+2b-4)$
$=2a^2+4ab-8a-3ab-6b^2+12b+a+2b-4$
$=2a^2-7a+ab-6b^2+14b-4$
이므로 $A=-7$, $B=14$
$\therefore A+B=-7+14=7$ 답 7

338

연속하는 세 홀수를 n, $n+2$, $n+4$라고 하면
$(n+4)^2=n(n+2)+58$
$n^2+8n+16=n^2+2n+58$
$6n=42$ $\therefore n=7$
따라서 세 홀수는 7, 9, 11이므로 구하는 합은
$7+9+11=27$ 답 ④

339

$(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$
$=\{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)\}^2$
$=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2$
$=(x^4-y^4)^2$
$=x^8-2x^4y^4+y^8$ 답 $x^8-2x^4y^4+y^8$

340

$(x+a)(x-3)=x^2+(a-3)x-3a$
x의 계수가 2이므로 $a-3=2$
$\therefore a=5$
$(x+b)(x-3)=x^2+(b-3)x-3b$
상수항이 6이므로 $-3b=6$
$\therefore b=-2$
$\therefore (x+a)(x+b)=(x+5)(x-2)$
$=x^2+3x-10$ 답 ③

341

$(x+2)(x+A)=x^2+(2+A)x+2A$
$=x^2-4x+B$
이므로 $2+A=-4$, $2A=B$
따라서 $A=-6$, $B=-12$이므로
$A+B=-6+(-12)=-18$ 답 -18

342

$(2x+1)^2(2x-1)^2=\{(2x+1)(2x-1)\}^2$
$=(4x^2-1)^2$
$=16x^4-8x^2+1$
따라서 x^2의 계수는 -8이다. 답 ①

343

(i) $(a+\sqrt{3})+(2+b\sqrt{3})=(a+2)+(b+1)\sqrt{3}$
유리수가 되려면 $b+1=0$이어야 하므로
$b=-1$ …… ㉠

(ii) $(a+\sqrt{3})(2+b\sqrt{3})=2a+(ab+2)\sqrt{3}+3b$

$=(2a+3b)+(ab+2)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $ab+2=0$이어야 하므로

$ab=-2$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $-a=-2$ $\quad\therefore a=2$

$\therefore a+b=2+(-1)=1$

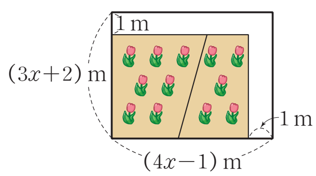
답 1

344

구하는 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

$(4x-2)(3x+1)$

$=12x^2-2x-2\,(\mathrm{m}^2)$



답 $(12x^2-2x-2)\ \mathrm{m}^2$

345

($\triangle$GFC의 넓이)$=\frac{1}{2}(2x+1)^2=2x^2+2x+\frac{1}{2}$

$\square$EBFH에서 $\overline{\mathrm{BF}}=(3x+4)-(2x+1)=x+3$,

$\overline{\mathrm{BE}}=(2x+1)-(x+3)=x-2$이므로

($\square$EBFH의 넓이)$=(x+3)(x-2)$

$=x^2+x-6$

따라서 구하는 넓이는

($\triangle$GFC의 넓이)+($\square$EBFH의 넓이)

$=\left(2x^2+2x+\frac{1}{2}\right)+(x^2+x-6)$

$=3x^2+3x-\frac{11}{2}$

답 $3x^2+3x-\frac{11}{2}$

346

$x^2-x-3=0$이므로 $x^2-x=3$

$\therefore (x-4)(x-2)(x+1)(x+3)$

$=\{(x-4)(x+3)\}\{(x-2)(x+1)\}$

$=(x^2-x-12)(x^2-x-2)$

$=(3-12)(3-2)$

$=-9$

답 ①

347

$2-1=1$이므로

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$

$=(2^8-1)(2^8+1)$

$=2^{16}-1$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 16이다.

답 16

348

주어진 식의 양변에 $1-\frac{1}{2}$을 곱하면

$\left(1-\frac{1}{2}\right)A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2^8}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=1-\frac{1}{2^{16}}$

즉, $\frac{1}{2}A=1-\frac{1}{2^{16}}$이므로

$A=2-\frac{1}{2^{15}}$

따라서 $2-A=\frac{1}{2^{15}}$이므로 $\frac{1}{2-A}=2^{15}$

답 ③

349

$300=A$라고 하면

$\frac{303^2-300-302\times304}{299}$

$=\frac{(A+3)^2-A-(A+2)(A+4)}{A-1}$

$=\frac{A^2+6A+9-A-(A^2+6A+8)}{A-1}$

$=\frac{-A+1}{A-1}$

$=-\frac{A-1}{A-1}$

$=-1$

답 -1

350

$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$

$=\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x-y}$

$=\frac{(x+y)-2\sqrt{xy}}{x-y}$

$x+y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3}$

$x-y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3-2=1$

$\therefore \frac{(x+y)-2\sqrt{xy}}{x-y}=\frac{2\sqrt{3}-2\times1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$

$=\frac{(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

351

$x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=5$ ❶

$\therefore x^2+x+3+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$

$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)+3$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+\left(x+\frac{1}{x}\right)+3$ ❷

$=5^2-2+5+3$

$=31$ ❸

답 31

단계	채점 기준	배점
❶	$x+\frac{1}{x}$의 값 구하기	30 %
❷	주어진 식 변형하기	40 %
❸	식의 값 구하기	30 %

352

$x=\sqrt{5}-\sqrt{2}+3$에서 $x-3=\sqrt{5}-\sqrt{2}$이므로 양변을 제곱하면

$(x-3)^2=(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

$x^2-6x+9=7-2\sqrt{10}$

$x^2-6x=-2-2\sqrt{10}$

$\therefore x^2-6x+2=-2-2\sqrt{10}+2=-2\sqrt{10}$

답 ①

2 인수분해

개념 확인하기 67, 69, 71쪽

353

곱셈 공식을 이용하여 전개해 본다.

답 (1) x^2-1 (2) x^2+3x+2
(3) x^2+2x+1 (4) $6x^2+23x+20$

354

인수는 인수분해하였을 때 곱해진 각각의 다항식이다.

1과 자기 자신도 인수임을 주의한다.

답 (1) $1,\ x-2,\ x-3,\ (x-2)(x-3)$ (2) $1,\ a-2,\ (a-2)^2$

355

다항식의 각 항에 공통인수가 있을 때에는 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다.

(1) $ax+bx-3x=x(a+b-3)$

(2) $2ax+8x=2x(a+4)$

(3) $3a^2-6a=3a(a-2)$

(4) $4x^2-4xy+8x=4x(x-y+2)$

답 (1) $x(a+b-3)$ (2) $2x(a+4)$
(3) $3a(a-2)$ (4) $4x(x-y+2)$

356

(1) $2a^3-100a^2=2a^2(a-50)$

(2) $9x^2y+3xy^2=3xy(3x+y)$

(3) $ab^2c+ab^2-abc^2=ab(bc+b-c^2)$

(4) $x^2y^2-xy^3+xy^2z=xy^2(x-y+z)$

답 (1) $2a^2(a-50)$ (2) $3xy(3x+y)$
(3) $ab(bc+b-c^2)$ (4) $xy^2(x-y+z)$

357

(1) $(a-b)(x-y)+(a-b)(x+y)$
$=(a-b)(x-y+x+y)=2x(a-b)$

(2) $(a+b)(x+y)-(a+1)(x+y)$
$=(x+y)(a+b-a-1)=(x+y)(b-1)$

(3) $a(b-1)+3(1-b)$
$=a(b-1)-3(b-1)=(b-1)(a-3)$

(4) $x(x-y)-y(y-x)$
$=x(x-y)+y(x-y)=(x-y)(x+y)$

답 (1) $2x(a-b)$ (2) $(x+y)(b-1)$
(3) $(b-1)(a-3)$ (4) $(x-y)(x+y)$

358

(1) $a^2+8a+16=a^2+2\times a\times 4+4^2=(a+4)^2$

(2) $x^2+10x+25=x^2+2\times x\times 5+5^2=(x+5)^2$

(3) $a^2-12a+36=a^2-2\times a\times 6+6^2=(a-6)^2$

(4) $x^2-18x+81=x^2-2\times x\times 9+9^2=(x-9)^2$

답 (1) $(a+4)^2$ (2) $(x+5)^2$ (3) $(a-6)^2$ (4) $(x-9)^2$

359

(1) $4a^2+4a+1=(2a)^2+2\times 2a\times 1+1^2$
$=(2a+1)^2$

(2) $9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2$
$=(3x-1)^2$

(3) $25a^2+40ab+16b^2=(5a)^2+2\times 5a\times 4b+(4b)^2$
$=(5a+4b)^2$

(4) $49x^2-28xy+4y^2=(7x)^2-2\times 7x\times 2y+(2y)^2$
$=(7x-2y)^2$

답 (1) $(2a+1)^2$ (2) $(3x-1)^2$ (3) $(5a+4b)^2$ (4) $(7x-2y)^2$

360

(1) $\square=\left(\frac{14}{2}\right)^2=49$

(2) $\square=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$

(3) $\square=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

답 (1) 49 (2) 16 (3) $\frac{9}{4}$

361

(1) $x^2+\square x+64$가 완전제곱식이 되려면
$\square=\pm2\sqrt{64}=\pm2\sqrt{8^2}=\pm2\times8=\pm16$

(2) $x^2+\square x+16$이 완전제곱식이 되려면
$\square=\pm2\sqrt{16}=\pm2\sqrt{4^2}=\pm2\times4=\pm8$

(3) $x^2+\square x+\frac{1}{9}$이 완전제곱식이 되려면
$\square=\pm2\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm2\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\pm2\times\frac{1}{3}=\pm\frac{2}{3}$

답 (1) ±16 (2) ±8 (3) $\pm\frac{2}{3}$

362

(1) $a^2-9=a^2-3^2=(a+3)(a-3)$

(2) $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$

(3) $4a^2-49b^2=(2a)^2-(7b)^2$
$=(2a+7b)(2a-7b)$

(4) $16x^2-25y^2=(4x)^2-(5y)^2$
$=(4x+5y)(4x-5y)$

답 (1) $(a+3)(a-3)$ (2) $(x+4)(x-4)$
(3) $(2a+7b)(2a-7b)$ (4) $(4x+5y)(4x-5y)$

363

(1) $-a^2+1=-(a^2-1)=-(a+1)(a-1)$

(2) $3x^2-12=3(x^2-4)=3(x+2)(x-2)$

(3) $-9a^2+b^2=-(9a^2-b^2)=-(3a+b)(3a-b)$

(4) $2x^2-50y^2=2(x^2-25y^2)=2(x+5y)(x-5y)$

답 (1) $-(a+1)(a-1)$ (2) $3(x+2)(x-2)$
(3) $-(3a+b)(3a-b)$ (4) $2(x+5y)(x-5y)$

364

(1) 곱이 2인 두 수 중에서 합이 3인 수는 1과 2이므로
$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

(2) 곱이 3인 두 수 중에서 합이 4인 수는 1과 3이므로
$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

(3) 곱이 10인 두 수 중에서 합이 -7인 수는 -2와 -5이므로
$x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

(4) 곱이 12인 두 수 중에서 합이 -8인 수는 -2와 -6이므로
$x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

답 (1) $(x+1)(x+2)$ (2) $(x+1)(x+3)$
(3) $(x-2)(x-5)$ (4) $(x-2)(x-6)$

365

(1) 곱이 -2인 두 수 중에서 합이 1인 수는 -1과 2이므로
$x^2+x-2=(x-1)(x+2)$

(2) 곱이 -3인 두 수 중에서 합이 2인 수는 -1과 3이므로
$x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

(3) 곱이 -10인 두 수 중에서 합이 -3인 수는 2와 -5이므로
$x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$

(4) 곱이 -12인 두 수 중에서 합이 -4인 수는 2와 -6이므로
$x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$

답 (1) $(x-1)(x+2)$ (2) $(x-1)(x+3)$
(3) $(x+2)(x-5)$ (4) $(x+2)(x-6)$

366

(1) 곱이 6인 두 수 중에서 합이 5인 수는 2와 3이므로
$x^2+5xy+6y^2=(x+2y)(x+3y)$

(2) 곱이 6인 두 수 중에서 합이 -7인 수는 -1과 -6이므로
$x^2-7xy+6y^2=(x-y)(x-6y)$

(3) 곱이 -6인 두 수 중에서 합이 1인 수는 -2와 3이므로
$x^2+xy-6y^2=(x-2y)(x+3y)$

답 (1) $(x+2y)(x+3y)$ (2) $(x-y)(x-6y)$
(3) $(x-2y)(x+3y)$

367

(1) $2x^2+5x+2$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 2 & \to & 4 \\ 2 & & 1 & \to & 1 \\ \hline & & & & 5 \end{array}$$

$\therefore\ 2x^2+5x+2=(x+2)(2x+1)$

(2) $2x^2+7x+3$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 3 & \to & 6 \\ 2 & & 1 & \to & 1 \\ \hline & & & & 7 \end{array}$$

$\therefore\ 2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$

(3) $3x^2-8x+4$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & -2 & \to & -6 \\ 3 & & -2 & \to & -2 \\ \hline & & & & -8 \end{array}$$

$\therefore\ 3x^2-8x+4=(x-2)(3x-2)$

(4) $4x^2-13x+3$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & -3 & \to & -12 \\ 4 & & -1 & \to & -1 \\ \hline & & & & -13 \end{array}$$

$\therefore\ 4x^2-13x+3=(x-3)(4x-1)$

답 (1) $(x+2)(2x+1)$ (2) $(x+3)(2x+1)$
(3) $(x-2)(3x-2)$ (4) $(x-3)(4x-1)$

368

(1) $2x^2+x-1$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 1 & \to & 2 \\ 2 & & -1 & \to & -1 \\ \hline & & & & 1 \end{array}$$

$\therefore\ 2x^2+x-1=(x+1)(2x-1)$

(2) $3x^2+2x-1$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 1 & \to & 3 \\ 3 & & -1 & \to & -1 \\ \hline & & & & 2 \end{array}$$

$\therefore\ 3x^2+2x-1=(x+1)(3x-1)$

(3) $3x^2-x-2$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & -1 & \to & -3 \\ 3 & & 2 & \to & 2 \\ \hline & & & & -1 \end{array}$$

$\therefore\ 3x^2-x-2=(x-1)(3x+2)$

(4) $4x^2-4x-3$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & -3 & \to & -6 \\ 2 & & 1 & \to & 2 \\ \hline & & & & -4 \end{array}$$

$\therefore\ 4x^2-4x-3=(2x-3)(2x+1)$

답 (1) $(x+1)(2x-1)$ (2) $(x+1)(3x-1)$
(3) $(x-1)(3x+2)$ (4) $(2x-3)(2x+1)$

369

(1) $4x^2+8xy+3y^2$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & 3 & \to & 6 \\ 2 & & 1 & \to & 2 \\ \hline & & & & 8 \end{array}$$

$\therefore\ 4x^2+8xy+3y^2=(2x+3y)(2x+y)$

(2) $6x^2-13xy+6y^2$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & -3 & \to & -9 \\ 3 & & -2 & \to & -4 \\ \hline & & & & -13 \end{array}$$

$\therefore\ 6x^2-13xy+6y^2=(2x-3y)(3x-2y)$

(3) $12x^2+4xy-y^2$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & 1 & \to & 6 \\ 6 & & -1 & \to & -2 \\ \hline & & & & 4 \end{array}$$

$\therefore\ 12x^2+4xy-y^2=(2x+y)(6x-y)$

(4) $8x^2-2xy-3y^2$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & 1 & \to & 4 \\ 4 & & -3 & \to & -6 \\ \hline & & & & -2 \end{array}$$

$\therefore\ 8x^2-2xy-3y^2=(2x+y)(4x-3y)$

답 (1) $(2x+3y)(2x+y)$ (2) $(2x-3y)(3x-2y)$
(3) $(2x+y)(6x-y)$ (4) $(2x+y)(4x-3y)$

370

(1) $x+3=A$라고 하면

$(x+3)^2+2(x+3)+1=A^2+2A+1=(A+1)^2$
$=(x+3+1)^2=(x+4)^2$

(2) $a+b=A$라고 하면

$(a+b)^2-4(a+b)+4=A^2-4A+4=(A-2)^2$
$=(a+b-2)^2$

(3) $x-2=A$라고 하면

$(x-2)^2+4(x-2)+3=A^2+4A+3=(A+1)(A+3)$
$=(x-2+1)(x-2+3)$
$=(x-1)(x+1)$

(4) $a-b=A$라고 하면

$2(a-b)^2-5(a-b)+2$
$=2A^2-5A+2=(A-2)(2A-1)$
$=(a-b-2)\{2(a-b)-1\}=(a-b-2)(2a-2b-1)$

답 (1) $(x+4)^2$ (2) $(a+b-2)^2$ (3) $(x-1)(x+1)$
(4) $(a-b-2)(2a-2b-1)$

371

(1) $x^2=A$라고 하면

$x^4-5x^2+4=(x^2)^2-5x^2+4=A^2-5A+4$
$=(A-1)(A-4)=(x^2-1)(x^2-4)$
$=(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

(2) $x^2=A$라고 하면

$$\begin{aligned} x^4+3x^2-10&=(x^2)^2+3x^2-10\\ &=A^2+3A-10\\ &=(A-2)(A+5)\\ &=(x^2-2)(x^2+5) \end{aligned}$$

답 (1) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$ (2) $(x^2-2)(x^2+5)$

372

$$\begin{aligned} ab+a-2b-2&=a(\boxed{b+1})-2(\boxed{b+1})\\ &=(\boxed{b+1})(a-2) \end{aligned}$$

답 $b+1$

373

(1) $ab+a+b+1=a(b+1)+(b+1)$
$=(b+1)(a+1)$

(2) $ab-ac-b+c=a(b-c)-(b-c)$
$=(b-c)(a-1)$

(3) $x^2+xy-3x-3y=x(x+y)-3(x+y)$
$=(x+y)(x-3)$

(4) $x^3+x^2+x+1=x^2(x+1)+(x+1)$
$=(x+1)(x^2+1)$

답 (1) $(b+1)(a+1)$ (2) $(b-c)(a-1)$
(3) $(x+y)(x-3)$ (4) $(x+1)(x^2+1)$

374

$$\begin{aligned} a^2-6a+9-b^2&=(a^2-6a+9)-b^2\\ &=(\boxed{a-3})^2-b^2\\ &=(\boxed{a-3}+b)(\boxed{a-3}-b) \end{aligned}$$

답 $a-3$

375

(1) $x^2+4x+4-y^2=(x^2+4x+4)-y^2$
$=(x+2)^2-y^2$
$=(x+y+2)(x-y+2)$

(2) $x^2-2xy+y^2-9=(x^2-2xy+y^2)-9$
$=(x-y)^2-3^2$
$=(x-y+3)(x-y-3)$

(3) $a^2-b^2-8b-16=a^2-(b^2+8b+16)$
$=a^2-(b+4)^2$
$=(a+b+4)(a-b-4)$

(4) $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$
$=x^2-(y-1)^2$
$=(x+y-1)(x-y+1)$

답 (1) $(x+y+2)(x-y+2)$ (2) $(x-y+3)(x-y-3)$
(3) $(a+b+4)(a-b-4)$ (4) $(x+y-1)(x-y+1)$

376

(1) $15\times123-15\times121=15\times(123-121)$
$=15\times2=30$

(2) $96^2+2\times96\times4+4^2=(96+4)^2=100^2=10000$

(3) $102^2-4\times102+4=102^2-2\times102\times2+2^2$
$=(102-2)^2=100^2=10000$

(4) $63^2-62^2=(63+62)(63-62)=125\times1=125$

답 (1) 30 (2) 10000 (3) 10000 (4) 125

377

(1) $x^2+6x+9=(x+3)^2=(97+3)^2=100^2=10000$

(2) $x^2-4x+4=(x-2)^2=(2+\sqrt{3}-2)^2=(\sqrt{3})^2=3$

(3) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(7.6+2.4)^2=10^2=100$

(4) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=\{(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})\}\{(3+\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})\}$
$=6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

답 (1) 10000 (2) 3 (3) 100 (4) $12\sqrt{2}$

필수유형 다지기

72~84쪽

378

$$\begin{aligned} ab(x-y)+b(y-x)&=ab(x-y)-b(x-y)\\ &=b(x-y)(a-1) \end{aligned}$$

답 $b(x-y)(a-1)$

379

⑤ $3a^2b^2-6ab^2+3b^3=3b^2(a^2-2a+b)$

답 ⑤

380

$$\begin{aligned} (x-1)(x+2)-3(x+2)&=(x+2)(x-1-3)\\ &=(x+2)(x-4) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는

1, $x+2$, $x-4$, $(x+2)(x-4)$

이므로 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

381

$$\begin{aligned} (a-2)(a+8)-7(a+8)&=(a+8)(a-2-7)\\ &=(a+8)(a-9) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식은 $a+8$, $a-9$이므로 그 합은

$(a+8)+(a-9)=2a-1$

답 $2a-1$

382

⑤ $36a^2+36ab+9b^2=9(4a^2+4ab+b^2)=9(2a+b)^2$

답 ⑤

383

$8x^2-40xy+50y^2=2(4x^2-20xy+25y^2)$
$=2(2x-5y)^2$ 답 $5y$

384

$(x-1)^2-(2x-3)=x^2-2x+1-2x+3$
$=x^2-4x+4=(x-2)^2$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②이다. 답 ②

385

$2x(8x-36)+81=16x^2-72x+81$
$=(4x-9)^2$ ……… ❶

이므로 $a=4$, $b=-9$ ……… ❷

$\therefore\ a-b=4-(-9)=13$ ……… ❸

답 13

단계	채점 기준	배점
❶	좌변을 인수분해하기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	20 %
❸	$a-b$의 값 구하기	20 %

386

(i) $x^2+18x+a$에서
$a=\left(\frac{18}{2}\right)^2=81$

(ii) $4x^2+bxy+25y^2$에서
$b=2\sqrt{4\times25}=2\sqrt{100}=20$ ($\because\ b>0$)

$\therefore\ a+b=81+20=101$ 답 101

387

$x^2+(6a+2)xy+49y^2$에서
$6a+2=\pm2\sqrt{49}=\pm2\times7=\pm14$
$6a+2=14$ ($\because\ a>0$) $\quad\therefore\ a=2$ 답 2

388

주어진 식이 완전제곱식이 되려면 $\left(\frac{m}{2}\right)^2=n$이어야 한다.

⑤ $m=-\frac{2}{3}$, $n=\frac{4}{9}$일 때,
$\left(\frac{m}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}\neq n$ 답 ⑤

389

$-2<a<0$일 때, $a<0$, $a+2>0$이므로
$\sqrt{a^2}+\sqrt{a^2+4a+4}=\sqrt{a^2}+\sqrt{(a+2)^2}$
$=-a+(a+2)=2$ 답 2

390

$-5<a<2$일 때, $a-2<0$, $a+5>0$이므로
$\sqrt{a^2-4a+4}-\sqrt{a^2+10a+25}$
$=\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a+5)^2}$
$=-(a-2)-(a+5)$
$=-a+2-a-5=-2a-3$ 답 $-2a-3$

391

$1<x<4$일 때, $x-1>0$, $x-4<0$이므로
$\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-8x+16}$
$=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-4)^2}$
$=(x-1)-(x-4)$
$=x-1-x+4=3$ 답 ④

392

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $2<x<3$
따라서 $x-2>0$, $x-3<0$이므로 ……… ❶
$\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9}$
$=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$ ……… ❷
$=(x-2)-(x-3)$
$=x-2-x+3=1$ ……… ❸

답 1

단계	채점 기준	배점
❶	$x-2$, $x-3$의 부호 알기	30 %
❷	근호 안의 식을 완전제곱식으로 나타내기	40 %
❸	식의 값 구하기	30 %

393

① $4a^2-b^2=(2a)^2-b^2=(2a+b)(2a-b)$
② $4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x+3)(2x-3)$
③ $-x^2+y^2=-(x^2-y^2)=-(x+y)(x-y)$
④ $4x^2-36=4(x^2-9)=4(x^2-3^2)=4(x+3)(x-3)$
⑤ $25x^3-x=x(25x^2-1)=x\{(5x)^2-1^2\}=x(5x+1)(5x-1)$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

394

$8x^2-18y^2=2(4x^2-9y^2)=2\{(2x)^2-(3y)^2\}$
$=2(2x+3y)(2x-3y)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

395

$(x-y)a^2+(y-x)b^2=(x-y)a^2-(x-y)b^2$
$=(x-y)(a^2-b^2)$
$=(x-y)(a+b)(a-b)$

답 $(x-y)(a+b)(a-b)$

396

$(3x-4)^2-(x+3)^2$
$=\{(3x-4)+(x+3)\}\{(3x-4)-(x+3)\}$ ❶
$=(3x-4+x+3)(3x-4-x-3)$
$=(4x-1)(2x-7)$ ❷
이므로 $a=4$, $b=-7$
$\therefore\ a+b=4+(-7)=-3$ ❸

답 -3

단계	채점 기준	배점
❶	좌변을 합과 차의 곱으로 나타내기	40 %
❷	식을 간단히 하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

397

$x^2+ax-21=(x+b)(x-3)$
$=x^2+(b-3)x-3b$
이므로 $-3b=-21$ $\quad\therefore\ b=7$
$a=b-3=4$이므로
$a+b=4+7=11$

답 ②

398

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$
따라서 두 일차식은 $x+2$, $x-1$이므로 그 합은
$(x+2)+(x-1)=2x+1$

답 $2x+1$

399

$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$
$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$
따라서 두 이차식의 인수가 아닌 것은 ①이다.

답 ①

400

$x^2+4xy-12y^2=(x-2y)(x+6y)$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

401

$a^3-2a^2-3a=a(a^2-2a-3)=a(a+1)(a-3)$
따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

402

$(x+4)(x-2)-7=x^2+2x-8-7$
$=x^2+2x-15$
$=(x+5)(x-3)$ ❶
따라서 두 일차식은 $x+5$, $x-3$이므로 ❷
그 합은
$(x+5)+(x-3)=2x+2$ ❸

답 $2x+2$

단계	채점 기준	배점
❶	인수분해하기	50 %
❷	두 일차식 구하기	20 %
❸	두 일차식의 합 구하기	30 %

403

A는 곱이 18인 두 정수의 합이므로 A의 값이 될 수 있는 것은 다음과 같다.

곱이 18인 두 정수	두 정수의 합 (A)
18, 1	19
-1, -18	-19
9, 2	11
-2, -9	-11
6, 3	9
-3, -6	-9

따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 6이다.

답 ④

404

ㄱ. $2x^2+x-21=(x-3)(2x+7)$
ㄴ. $2x^2-9x+9=(x-3)(2x-3)$
ㄷ. $3x^2+8x-3=(x+3)(3x-1)$
ㄹ. $3x^2+14x+15=(x+3)(3x+5)$
따라서 $x-3$을 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ㄱ, ㄴ

405

$3x^2-10xy-8y^2=(x-4y)(3x+2y)$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ①이다.

답 ①

406

$8x^2-10x-12=2(4x^2-5x-6)$
$=2(x-2)(4x+3)$
따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

407

$15x^2-7x-2=(3x-2)(5x+1)$
따라서 두 일차식은 $3x-2$, $5x+1$이므로 그 합은
$(3x-2)+(5x+1)=8x-1$

답 $8x-1$

408

$(x+5)(2x-1)-13=2x^2+9x-5-13$
$=2x^2+9x-18$
$=(x+6)(2x-3)$

답 $(x+6)(2x-3)$

409

$2x^2+(3a-2)x-15=(2x-3)(x+b)$
$=2x^2+(2b-3)x-3b$

이므로 $2b-3=3a-2$, $-3b=-15$ ······ ❶

$\therefore a=3$, $b=5$ ······ ❷

$\therefore ab=3\times5=15$ ······ ❸

답 15

단계	채점 기준	배점
❶	a, b에 대한 식 세우기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	30 %
❸	ab의 값 구하기	10 %

410

$9x^3y-6x^2y^2-3xy^3=3xy(3x^2-2xy-y^2)$
$=3xy(x-y)(3x+y)$

답 $3xy(x-y)(3x+y)$

411

④ $5x^2+7x-6=(x+2)(5x-3)$ 답 ④

412

① $9x^2+6x+1=(\boxed{3}x+1)^2$
② $x^2-\boxed{3}x-10=(x+2)(x-5)$
③ $9x^2-4=(3x+2)(\boxed{3}x-2)$
④ $3x^2-10x+8=(x-2)(\boxed{3}x-4)$
⑤ $4x^2-12x+\boxed{9}=(2x-3)^2$

답 ⑤

413

$16x^2-40x+25=(4x-5)^2$
$4x^2-121=(2x+11)(2x-11)$
$x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$
$3x^2-16x-12=(3x+2)(x-6)$

$\therefore a=-5$, $b=-11$, $c=-8$, $d=2$ ······ ❶

$\therefore a+b+c+d=-5+(-11)+(-8)+2=-22$ ······ ❷

답 -22

단계	채점 기준	배점
❶	a, b, c, d의 값 구하기	80 %
❷	$a+b+c+d$의 값 구하기	20 %

414

(1) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$,
$x^2+x-12=(x-3)(x+4)$
이므로 1이 아닌 공통인수는 $x-3$이다.

(2) $x^2-6x-7=(x+1)(x-7)$,
$6x^2+11x+5=(x+1)(6x+5)$
이므로 1이 아닌 공통인수는 $x+1$이다.

답 (1) $x-3$ (2) $x+1$

415

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$,
$2x^2+7x-15=(x+5)(2x-3)$
이므로 1이 아닌 공통인수는 $x+5$이다. 답 $x+5$

416

$5x^2-80=5(x^2-16)=5(x+4)(x-4)$,
$3x^2-5x-28=(x-4)(3x+7)$
따라서 주어진 두 다항식의 공통인수는 ④이다. 답 ④

417

① $x^2+2x=x(\underline{x+2})$
② $x^2-4=(\underline{x+2})(x-2)$
③ $x^2+x-2=(\underline{x+2})(x-1)$
④ $x^2+3x+2=(x+1)(\underline{x+2})$
⑤ $2x^2-5x+2=(x-2)(2x-1)$

따라서 공통인수를 갖지 않는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

418

$x^2-9x+a=(x-3)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2-9x+a=x^2+(m-3)x-3m$
따라서 $-9=m-3$, $a=-3m$이므로
$m=-6$, $a=18$ 답 18

> 다른 풀이 $x^2-9x+a=(x-3)(x+m)$이라 하고 양변에
$x=3$을 대입하면 $9-27+a=0$ $\therefore a=18$

419

$x^2-ax-20=(x-5)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2-ax-20=x^2+(m-5)x-5m$
따라서 $-a=m-5$, $-20=-5m$이므로
$m=4$, $a=1$ 답 1

> 다른 풀이 $x^2-ax-20=(x-5)(x+m)$이라 하고 양변에
$x=5$를 대입하면 $25-5a-20=0$ $\therefore a=1$

420

$3x^2+2xy+ay^2=(x-y)(3x+my)$ (m은 상수)라고 하면
$3x^2+2xy+ay^2=3x^2+(m-3)xy-my^2$
따라서 $2=m-3$, $a=-m$이므로 $m=5$, $a=-5$
즉, 주어진 식은
$3x^2+2xy-5y^2=(x-y)(3x+5y)$ 답 ⑤

421

$x^2+ax-6=(x-2)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2+ax-6=x^2+(m-2)x-2m$
따라서 $a=m-2$, $-6=-2m$이므로
$m=3$, $a=1$ ❶
$3x^2-5x+b=(x-2)(3x+n)$ (n은 상수)이라고 하면
$3x^2-5x+b=3x^2+(n-6)x-2n$
따라서 $-5=n-6$, $b=-2n$이므로
$n=1$, $b=-2$ ❷
$\therefore a+b=1+(-2)=-1$ ❸

답 -1

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

422

$x-y=A$라고 하면
$(x-y)(x-y-2)-24$
$=A(A-2)-24$
$=A^2-2A-24$
$=(A+4)(A-6)$
$=(x-y+4)(x-y-6)$

답 ①

423

$2x-1=A$라고 하면
$(2x-1)^2+8(2x-1)+12$
$=A^2+8A+12$
$=(A+6)(A+2)$
$=(2x-1+6)(2x-1+2)$
$=(2x+5)(2x+1)$
따라서 두 일차식은 $2x+5$, $2x+1$이므로 그 합은
$(2x+5)+(2x+1)=4x+6$

답 $4x+6$

424

$x-2=A$라고 하면
$6(x-2)^2+7(x-2)-3$
$=6A^2+7A-3$
$=(2A+3)(3A-1)$
$=\{2(x-2)+3\}\{3(x-2)-1\}$
$=(2x-4+3)(3x-6-1)$
$=(2x-1)(3x-7)$

답 $(2x-1)(3x-7)$

425

$x+y=A$라고 하면
$(x+y-2)(x+y+5)-30$
$=(A-2)(A+5)-30$
$=A^2+3A-40$
$=(A+8)(A-5)$
$=(x+y+8)(x+y-5)$

답 ②

426

$x-2y=A$라고 하면
$3(x-2y)^2-x+2y-4$
$=3(x-2y)^2-(x-2y)-4$
$=3A^2-A-4$
$=(A+1)(3A-4)$
$=(x-2y+1)\{3(x-2y)-4\}$
$=(x-2y+1)(3x-6y-4)$

답 ⑤

427

$x-5=A$, $x+5=B$라고 하면
$(x-5)^2-(x-5)(x+5)-6(x+5)^2$
$=A^2-AB-6B^2$
$=(A-3B)(A+2B)$
$=\{(x-5)-3(x+5)\}\{(x-5)+2(x+5)\}$
$=(x-5-3x-15)(x-5+2x+10)$
$=(-2x-20)(3x+5)$
$=-2(x+10)(3x+5)$

답 $-2(x+10)(3x+5)$

428

$x+1=A$, $y-1=B$라고 하면
$2(x+1)^2-(x+1)(y-1)-6(y-1)^2$
$=2A^2-AB-6B^2$
$=(2A+3B)(A-2B)$
$=\{2(x+1)+3(y-1)\}\{(x+1)-2(y-1)\}$
$=(2x+2+3y-3)(x+1-2y+2)$
$=(2x+3y-1)(x-2y+3)$
이므로 $a=2$, $b=3$, $c=-2$
$\therefore a+b+c=2+3+(-2)=3$

답 3

429

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$
$=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-24$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$
$x^2+5x=A$라고 하면

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24=(A+4)(A+6)-24$
$=A^2+10A=A(A+10)$
$=(x^2+5x)(x^2+5x+10)$
$=x(x+5)(x^2+5x+10)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

430

$(x+1)(x+2)(x-1)(x-2)-40$
$=\{(x+1)(x-1)\}\{(x+2)(x-2)\}-40$
$=(x^2-1)(x^2-4)-40$

$x^2=A$라고 하면

$(x^2-1)(x^2-4)-40=(A-1)(A-4)-40$
$=A^2-5A-36$
$=(A-9)(A+4)$
$=(x^2-9)(x^2+4)$
$=(x-3)(x+3)(x^2+4)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

431

$(x-2)(x-1)(x+2)(x+3)+4$
$=\{(x-2)(x+3)\}\{(x-1)(x+2)\}+4$
$=(x^2+x-6)(x^2+x-2)+4$

$x^2+x=A$라고 하면

$(x^2+x-6)(x^2+x-2)+4=(A-6)(A-2)+4$
$=A^2-8A+16$
$=(A-4)^2$
$=(x^2+x-4)^2$

이므로 $a=1$, $b=-4$

$\therefore ab=1\times(-4)=-4$ 답 -4

432

$a^3-a^2-a+1=a^2(a-1)-(a-1)$
$=(a-1)(a^2-1)$
$=(a-1)(a+1)(a-1)$
$=(a+1)(a-1)^2$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

433

$ab-a-2b+2=a(b-1)-2(b-1)$
$=(b-1)(a-2)$ 답 $(b-1)(a-2)$

434

$x^2y+x^2-y-1=x^2(y+1)-(y+1)$
$=(y+1)(x^2-1)$
$=(y+1)(x+1)(x-1)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다. 답 ①

435

$a^3+3a^2-4a-12=a^2(a+3)-4(a+3)$
$=(a+3)(a^2-4)$
$=(a+3)(a+2)(a-2)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

436

$x^2-yz+xy-xz=(x^2-xz)+(xy-yz)$
$=x(x-z)+y(x-z)$
$=(x-z)(x+y)$

따라서 두 일차식은 $x-z$, $x+y$이므로 그 합은

$(x-z)+(x+y)=2x+y-z$ 답 $2x+y-z$

437

$x^2+4x+4y-y^2=(x^2-y^2)+(4x+4y)$
$=(x+y)(x-y)+4(x+y)$
$=(x+y)(x-y+4)$ ❶

이므로 $a=1$, $b=-1$, $c=4$ ❷

$\therefore a+b+c=1+(-1)+4=4$ ❸

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식을 인수분해하기	60 %
❷	a, b, c의 값 구하기	20 %
❸	$a+b+c$의 값 구하기	20 %

438

① $xy-x+y-1=x(y-1)+(y-1)$
$=(y-1)(x+1)$

② $ab+ac-b-c=a(b+c)-(b+c)$
$=(b+c)(a-1)$

③ $a^2-ab-a+b=a(a-b)-(a-b)$
$=(a-b)(a-1)$

④ $x^2-x+y-y^2=(x^2-y^2)-(x-y)$
$=(x+y)(x-y)-(x-y)$
$=(x-y)(x+y-1)$

⑤ $a^2-2ab+4b-2a=a(a-2b)-2(a-2b)$
$=(a-2b)(a-2)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

439

$x^2-16-8y-y^2=x^2-(y^2+8y+16)$
$=x^2-(y+4)^2$
$=(x+y+4)(x-y-4)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

440

$x^2-y^2+10x+25=(x^2+10x+25)-y^2$
$=(x+5)^2-y^2$
$=(x+5+y)(x+5-y)$
$=(x+y+5)(x-y+5)$

답 $(x+y+5)(x-y+5)$

441

$9-x^2-y^2+2xy=9-(x^2-2xy+y^2)$
$=3^2-(x-y)^2$
$=(3+x-y)(3-x+y)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ②, ③이다.

답 ②, ③

442

$9x^2-6xy+y^2-4z^2$
$=(9x^2-6xy+y^2)-4z^2$
$=(3x-y)^2-(2z)^2$
$=(3x-y+2z)(3x-y-2z)$

답 $(3x-y+2z)(3x-y-2z)$

443

$a^2+2ab+2a-2b-3$
$=2b(a-1)+(a^2+2a-3)$
$=2b(a-1)+(a-1)(a+3)$
$=(a-1)(a+2b+3)$

답 $(a-1)(a+2b+3)$

444

$-y^2+xy-2x+3y-2$
$=x(y-2)-(y^2-3y+2)$
$=x(y-2)-(y-1)(y-2)$
$=(y-2)(x-y+1)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다.

답 ④

445

$x^2+xy-4xz-yz+3z^2$
$=y(x-z)+(x^2-4xz+3z^2)$
$=y(x-z)+(x-z)(x-3z)$
$=(x-z)(x+y-3z)$

답 ①

446

$x^2-3xy+2y^2-x+3y-2$
$=x^2-(3y+1)x+(2y^2+3y-2)$
$=x^2-(3y+1)x+(y+2)(2y-1)$
$=\{x-(y+2)\}\{x-(2y-1)\}$
$=(x-y-2)(x-2y+1)$

답 ④

447

$x^2-y^2+3x-y+2$
$=x^2+3x-(y^2+y-2)$
$=x^2+3x-(y-1)(y+2)$
$=\{x-(y-1)\}\{x+(y+2)\}$
$=(x-y+1)(x+y+2)$ ❶
이므로 $a=1,\ b=1,\ c=2$ ❷
$\therefore\ a+b+c=1+1+2=4$ ❸

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식을 인수분해하기	60 %
❷	$a,\ b,\ c$의 값 구하기	20 %
❸	$a+b+c$의 값 구하기	20 %

448

$2x^2+3xy+y^2-5x-4y+3$
$=2x^2+(3y-5)x+(y^2-4y+3)$
$=2x^2+(3y-5)x+(y-1)(y-3)$
$=(x+y-1)(2x+y-3)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

449

$7.5^2\times0.12-2.5^2\times0.12$
$=(7.5^2-2.5^2)\times0.12$
$=(7.5+2.5)(7.5-2.5)\times0.12$
$=10\times5\times0.12=6$

답 6

450

$256^2-255^2=(256+255)(256-255)=256+255$

따라서 주어진 식을 계산하는 데 이용되는 인수분해 공식은 ③이다.

답 ③

451

$201^2-2\times201+1=(201-1)^2=200^2=40000$

답 40000

452

$\sqrt{58^2\times\frac{1}{16}-42^2\times\frac{1}{16}}$
$=\sqrt{(58^2-42^2)\times\frac{1}{16}}$
$=\sqrt{(58+42)(58-42)\times\frac{1}{16}}$
$=\sqrt{100\times16\times\frac{1}{16}}=\sqrt{100}=10$

답 ④

453

$$\frac{2025^2-1}{2027^2-1}\times\frac{2028^2}{2024^2}=\frac{(2025+1)(2025-1)}{(2027+1)(2027-1)}\times\frac{2028^2}{2024^2}$$
$$=\frac{2026\times2024}{2028\times2026}\times\frac{2028}{2024}\times\frac{2028}{2024}$$
$$=\frac{2028}{2024}=\frac{507}{506}$$

답 $\frac{507}{506}$

454

$13^2-11^2+97^2+2\times97\times3+3^2$
$=(13^2-11^2)+(97^2+2\times97\times3+3^2)$
$=(13+11)(13-11)+(97+3)^2$
$=24\times2+100^2$
$=48+10000=10048$

답 ③

455

$A=\frac{998\times996+998\times4}{999^2-1}=\frac{998\times(996+4)}{(999+1)(999-1)}$
$=\frac{998\times1000}{1000\times998}=1$ ❶
$B=12.5^2-5\times12.5+2.5^2$
$=12.5^2-2\times12.5\times2.5+2.5^2$
$=(12.5-2.5)^2=10^2=100$ ❷
$\therefore A+B=1+100=101$ ❸

답 101

단계	채점 기준	배점
❶	A의 값 구하기	40 %
❷	B의 값 구하기	40 %
❸	$A+B$의 값 구하기	20 %

456

$x+1=A$라고 하면
$(x+1)^2-12(x+1)+36=A^2-12A+36=(A-6)^2$
$=(x+1-6)^2=(x-5)^2$
이때 $x=5+\sqrt{3}$에서 $x-5=\sqrt{3}$이므로
$(x-5)^2=(\sqrt{3})^2=3$

답 3

457

$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$
$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$
$x+y=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$
$x-y=2-\sqrt{3}-(2+\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$
$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$
$\therefore x^4y^2-x^2y^4$
$=x^2y^2(x^2-y^2)=(xy)^2(x+y)(x-y)$
$=1^2\times4\times(-2\sqrt{3})=-8\sqrt{3}$

답 ②

458

$x^2-y^2+3x-3y=(x+y)(x-y)+3(x-y)$
$=(x-y)(x+y+3)$
$x+y=\sqrt{2}-3$, $x-y=2\sqrt{2}$이므로
$(x-y)(x+y+3)=2\sqrt{2}\times(\sqrt{2}-3+3)$
$=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$

답 ④

459

$a^2b+ab^2+7a+7b=ab(a+b)+7(a+b)$
$=(a+b)(ab+7)$
$=(a+b)\times(3+7)$ ($\because ab=3$)
$=10(a+b)$
즉, $10(a+b)=30$이므로 $a+b=3$
$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=3^2-2\times3=3$

답 3

460

$(x+8)(x-3)=x^2+5x-24$에서
채원이는 처음 이차식의 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -24이다.
$(x-4)(x+2)=x^2-2x-8$에서
재진이는 처음 이차식의 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -2이다.
따라서 처음 이차식은 $x^2-2x-24$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-2x-24=(x+4)(x-6)$

답 ④

461

$(x+3)(x-4)=x^2-x-12$에서
영수는 처음 이차식의 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -12이다.
$(x+7)(x-6)=x^2+x-42$에서
유빈이는 처음 이차식의 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 1이다.
따라서 처음 이차식은 x^2+x-12이므로 바르게 인수분해하면
$x^2+x-12=(x-3)(x+4)$

답 ③

462

$(x-2)(x-8)=x^2-10x+16$에서
정한이는 처음 이차식의 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 16이다. ❶
$(x-2)(x-6)=x^2-8x+12$에서
민정이는 처음 이차식의 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -8이다. ❷
따라서 처음 이차식은 $x^2-8x+16$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-8x+16=(x-4)^2$ ❸

답 $(x-4)^2$

단계	채점 기준	배점
❶	처음 이차식의 상수항 구하기	30 %
❷	처음 이차식의 x의 계수 구하기	30 %
❸	처음 이차식 인수분해하기	40 %

463

$8x^2-2x-3=(4x-3)(2x+1)$

이므로 세로의 길이는 $2x+1$

∴ (둘레의 길이)$=2\{(4x-3)+(2x+1)\}$

$=12x-4$ 답 $12x-4$

464

(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{(3x-1)+(3x+3)\}\times$(사다리꼴의 높이)

$=12x^2+19x+5$

이므로 $(3x+1)\times$(사다리꼴의 높이)$=(3x+1)(4x+5)$

∴ (사다리꼴의 높이)$=4x+5$ 답 ④

465

도형 (가)의 넓이는

$(3x+2)(2x-3)+\sqrt{7}\times\sqrt{7}$

$=(6x^2-5x-6)+7$

$=6x^2-5x+1$

$=(3x-1)(2x-1)$ ❶

이때 두 도형 (가), (나)의 넓이는 같고 도형 (나)의 가로의 길이가 $3x-1$이므로 도형 (나)의 세로의 길이는 $2x-1$이다. ❷

답 $2x-1$

단계	채점 기준	배점
❶	도형 (가)의 넓이 인수분해하기	70 %
❷	도형 (나)의 세로의 길이 구하기	30 %

466

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

따라서 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는 $x+1$, $x+2$이므로 구하는 둘레의 길이는

$2\{(x+1)+(x+2)\}=4x+6$ 답 ⑤

467

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$

따라서 새로운 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

만점에 도전하기 85~86쪽

468

$(x^2-4)^2+5(4-x^2)$

$=(x^2-4)^2-5(x^2-4)$

$=(x^2-4)\{(x^2-4)-5\}$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

469

$\sqrt{x}=a-3$의 양변을 제곱하면 $x=a^2-6a+9$

$\sqrt{x-6a+27}-\sqrt{x+2a-5}$

$=\sqrt{(a^2-6a+9)-6a+27}-\sqrt{(a^2-6a+9)+2a-5}$

$=\sqrt{a^2-12a+36}-\sqrt{a^2-4a+4}$

$=\sqrt{(a-6)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$

$3<a<6$일 때, $a-6<0$, $a-2>0$이므로

$\sqrt{(a-6)^2}-\sqrt{(a-2)^2}=-(a-6)-(a-2)$

$=-2a+8$ 답 $-2a+8$

470

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$이고,

$0<x<1$일 때, $x+\frac{1}{x}>0$, $x-\frac{1}{x}<0$이므로

$\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4}$

$=\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$

$=-(-x)-\left(x+\frac{1}{x}\right)-\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=x-x-\frac{1}{x}-x+\frac{1}{x}$

$=-x$ 답 $-x$

471

k는 합이 6인 두 자연수의 곱이므로 k의 값이 될 수 있는 것은 다음과 같다.

합이 6인 두 자연수	두 자연수의 곱(k)
1, 5	5
2, 4	8
3, 3	9

따라서 가장 작은 정수 k의 값은 5이다. 답 5

472

$2n^2-5n-12=(2n+3)(n-4)$

$2n^2-5n-12$가 소수가 되려면
$2n+3=1$ 또는 $n-4=1$이어야 한다.
$\therefore$ $n=-1$ 또는 $n=5$
이때 n은 자연수이므로 $n=5$ 답 5

473

$x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$ ❶
(i) 공통인수가 $x-5$일 때
$3x^2-ax-20=(x-5)(3x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$3x^2-ax-20=3x^2+(m-15)x-5m$
따라서 $-a=m-15$, $-20=-5m$이므로
$m=4$, $a=11$ ❷
(ii) 공통인수가 $x+2$일 때
$3x^2-ax-20=(x+2)(3x+n)$ (n은 상수)이라고 하면
$3x^2-ax-20=3x^2+(n+6)x+2n$
따라서 $-a=n+6$, $-20=2n$이므로
$n=-10$, $a=4$ ❸
따라서 모든 상수 a의 값의 합은 $11+4=15$ ❹
답 15

단계	채점 기준	배점
❶	$x^2-3x-10$을 인수분해하기	20 %
❷	공통인수가 $x-5$일 때, a의 값 구하기	30 %
❸	공통인수가 $x+2$일 때, a의 값 구하기	30 %
❹	모든 a의 값의 합 구하기	20 %

474

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$
$=(x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a$
$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a$
$x^2+8x=A$라고 하면
$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a$
$=(A+7)(A+15)+a$
$=A^2+22A+105+a$
위의 식이 완전제곱식이 되려면
$105+a=\left(\frac{22}{2}\right)^2=121$
$\therefore$ $a=16$ 답 16

475

$ab+a-5b-8=0$에서
$a(b+1)-5(b+1)=3$, $(b+1)(a-5)=3$
a, b는 정수이므로 그 값은 다음과 같다.

$a-5$	1	3	-1	-3
$b+1$	3	1	-3	-1

⇨

a	6	8	4	2
b	2	0	-4	-2
ab	12	0	-16	-4

따라서 가장 큰 ab의 값은 12이다. 답 ④

476

(i) $2x+3=B$라고 하면
$(2x+3)^2-2(2x+3)-24=B^2-2B-24$
$=(B-6)(B+4)$
$=(2x+3-6)(2x+3+4)$
$=(2x-3)(2x+7)$
(ii) $8x^2y-14xy+3y=y(8x^2-14x+3)$
$=y(2x-3)(4x-1)$
(i), (ii)에서 두 다항식 $(2x+3)^2-2(2x+3)-24$와
$8x^2y-14xy+3y$의 공통인수는 $2x-3$이다.
$4x^2+Ax-3$이 $2x-3$을 인수로 가지므로
$4x^2+Ax-3=(2x-3)(2x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$4x^2+Ax-3=4x^2+(2m-6)x-3m$
따라서 $A=2m-6$, $-3=-3m$이므로
$m=1$, $A=-4$ 답 -4

477

$x^2-10xy+25y^2-8x+40y+16$
$=x^2-(10y+8)x+25y^2+40y+16$
$=x^2-(10y+8)x+(5y+4)^2$
$=\{x-(5y+4)\}^2$
$=(x-5y-4)^2$ 답 ②

478

$2025=A$라고 하면
$2025\times2027+1=A(A+2)+1$
$=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2=2026^2$
따라서 구하는 자연수는 2026이다. 답 2026

479

$2^{40}-1=(2^{20}+1)(2^{20}-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^{10}-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)\times33\times31$
따라서 구하는 두 자연수는 33, 31이므로 그 합은
$33+31=64$ 답 64

480

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$
$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots$
$\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$ ❶

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$ ❷

답 $\frac{11}{20}$

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식을 인수분해하기	50 %
❷	식의 값 구하기	50 %

481

$x^2-4xy-4+4y^2=(x^2-4xy+4y^2)-4$

$=(x-2y)^2-4$

$=(-3)^2-4=5$

답 ⑤

482

$\frac{a^3-b^3+a^2b-ab^2}{a-b}=\frac{(a^3+a^2b)-(b^3+ab^2)}{a-b}$

$=\frac{a^2(a+b)-b^2(b+a)}{a-b}$

$=\frac{(a+b)(a^2-b^2)}{a-b}$

$=\frac{(a+b)(a+b)(a-b)}{a-b}$

$=\frac{(a+b)^2(a-b)}{a-b}$

$=(a+b)^2$

$2<\sqrt{7}<3$에서 $a=\sqrt{7}-2$,

$2<\sqrt{8}<3$에서 $b=2$

이므로 $a+b=\sqrt{7}$

따라서 구하는 식의 값은

$(a+b)^2=(\sqrt{7})^2=7$

답 7

483

(A의 넓이)$=\frac{\pi(a+b)^2}{2}-\frac{\pi a^2}{2}+\frac{\pi b^2}{2}$

$=\frac{\pi(a^2+2ab+b^2-a^2+b^2)}{2}$

$=\frac{\pi(2ab+2b^2)}{2}=\pi b(a+b)$

(B의 넓이)$=\frac{\pi(a+b)^2}{2}+\frac{\pi a^2}{2}-\frac{\pi b^2}{2}$

$=\frac{\pi(a^2+2ab+b^2+a^2-b^2)}{2}$

$=\frac{\pi(2a^2+2ab)}{2}=\pi a(a+b)$

$\therefore$ (A의 넓이) : (B의 넓이)$=\pi b(a+b) : \pi a(a+b)$

$=b : a$

답 $b : a$

Ⅲ. 이차방정식

1 이차방정식

개념 확인하기

89, 91쪽

484

(1) 좌변이 이차식이 아니다.

(2) $2x^2-5x+6=0$이므로 이차방정식이다.

(3) $x^3-x^2+x-2=0$이므로 좌변이 이차식이 아니다.

(4) $-2x-2=0$이므로 좌변이 이차식이 아니다.

답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ×

485

답 a

486

(1) $(-1+1)(-1-3)=0$

(2) $(-2)^2-9\neq0$

(3) $3^2-2\times3-3=0$

(4) $2\times1^2-3\times1-2\neq0$

답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

487

(1) $x=0$일 때, $(0+1)(0-2)\neq0$

$x=1$일 때, $(1+1)(1-2)\neq0$

$x=2$일 때, $(2+1)(2-2)=0$

따라서 구하는 해는 $x=2$

(2) $x=0$일 때, $0^2-0=0$

$x=1$일 때, $1^2-1=0$

$x=2$일 때, $2^2-2\neq0$

따라서 구하는 해는 $x=0$ 또는 $x=1$

(3) $x=0$일 때, $0^2+2\times0-3\neq0$

$x=1$일 때, $1^2+2\times1-3=0$

$x=2$일 때, $2^2+2\times2-3\neq0$

따라서 구하는 해는 $x=1$

(4) $x=0$일 때, $2\times0^2-0-6\neq0$

$x=1$일 때, $2\times1^2-1-6\neq0$

$x=2$일 때, $2\times2^2-2-6=0$

따라서 구하는 해는 $x=2$

답 (1) $x=2$ (2) $x=0$ 또는 $x=1$ (3) $x=1$ (4) $x=2$

488

$2^2-3\times2+a=0$이므로 $a=2$

답 2

489

$a^2-5a-3=0$이므로 $a^2-5a=3$

답 3

490

(1) $\frac{1}{4}x(x-2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=2$

(2) $(x-3)(x+7)=0$에서 $x-3=0$ 또는 $x+7=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-7$

(3) $3(x+5)(2x-1)=0$에서 $x+5=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

(4) $(3x-2)(4x+5)=0$에서 $3x-2=0$ 또는 $4x+5=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{5}{4}$

답 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $x=3$ 또는 $x=-7$
(3) $x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (4) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{5}{4}$

491

(1) $2x^2-10x=0$에서 $2x(x-5)=0$이므로

$x=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=5$

(2) $3x^2+2x=0$에서 $x(3x+2)=0$이므로

$x=0$ 또는 $3x+2=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

(3) $x^2-25=0$에서 $(x+5)(x-5)=0$이므로

$x+5=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=5$

(4) $3x^2-27=0$에서 $3(x+3)(x-3)=0$이므로

$x+3=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

답 (1) $x=0$ 또는 $x=5$ (2) $x=0$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$
(3) $x=-5$ 또는 $x=5$ (4) $x=-3$ 또는 $x=3$

492

(1) $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$이므로

$x-1=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

(2) $x^2+3x-10=0$에서 $(x+5)(x-2)=0$이므로

$x+5=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$

(3) $x^2-x=4x-6$에서 $x^2-5x+6=0$

따라서 $(x-2)(x-3)=0$이므로 $x-2=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

(4) $x^2=2(x+4)$에서 $x^2-2x-8=0$

따라서 $(x+2)(x-4)=0$이므로 $x+2=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

답 (1) $x=1$ 또는 $x=3$ (2) $x=-5$ 또는 $x=2$
(3) $x=2$ 또는 $x=3$ (4) $x=-2$ 또는 $x=4$

493

(1) $2x^2+5x+2=0$에서 $(x+2)(2x+1)=0$이므로

$x+2=0$ 또는 $2x+1=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

(2) $3x^2-2x-8=0$에서 $(3x+4)(x-2)=0$이므로

$3x+4=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$

(3) $-3x^2+5x-2=0$에서 $3x^2-5x+2=0$

따라서 $(3x-2)(x-1)=0$이므로 $3x-2=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

(4) $-2x^2-3x+2=0$에서 $2x^2+3x-2=0$

따라서 $(x+2)(2x-1)=0$이므로 $x+2=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 (1) $x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ (2) $x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$
(3) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$ (4) $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

494

(1) $(x+3)^2=0$에서 $x+3=0$

$\therefore x=-3$

(2) $3(x-5)^2=0$에서 $x-5=0$

$\therefore x=5$

(3) $(4x+1)^2=0$에서 $4x+1=0$

$\therefore x=-\frac{1}{4}$

(4) $5(2x-3)^2=0$에서 $2x-3=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$

답 (1) $x=-3$ (2) $x=5$
(3) $x=-\frac{1}{4}$ (4) $x=\frac{3}{2}$

495

(1) $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$

(2) $x^2+8x+16=0$에서 $(x+4)^2=0$

$\therefore x=-4$

(3) $9x^2-6x+1=0$에서 $(3x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$

(4) $5x^2+10x+5=0$에서 $5(x+1)^2=0$

$\therefore x=-1$

답 (1) $x=2$ (2) $x=-4$
(3) $x=\frac{1}{3}$ (4) $x=-1$

496

(2) $x^2-8=0$에서 $x^2=8$이므로

$x=\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2}$

(3) $2x^2-12=0$에서 $x^2-6=0$

$x^2=6$이므로 $x=\pm\sqrt{6}$

(4) $3x^2-4=0$에서 $x^2=\frac{4}{3}$이므로

$x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

답 (1) $x=\pm\sqrt{3}$ (2) $x=\pm 2\sqrt{2}$ (3) $x=\pm\sqrt{6}$ (4) $x=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

497

(1) $(x-1)^2=2$에서 $x-1=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$

(2) $(x+2)^2-3=0$에서 $(x+2)^2=3$이므로

$x+2=\pm\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

(3) $4(x-3)^2=20$에서 $(x-3)^2=5$이므로

$x-3=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore x=3\pm\sqrt{5}$

(4) $5(x+4)^2-45=0$에서 $5(x+4)^2=45$이고 $(x+4)^2=9$이므로

$x+4=\pm 3$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=-7$

답 (1) $x=1\pm\sqrt{2}$ (2) $x=-2\pm\sqrt{3}$
(3) $x=3\pm\sqrt{5}$ (4) $x=-1$ 또는 $x=-7$

498

$x^2-6x-1=0$에서 $x^2-6x=1$

$x^2-6x+\boxed{9}=1+\boxed{9}$

$\therefore (x-\boxed{3})^2=\boxed{10}$

답 (가) 9 (나) 3 (다) 10

499

(1) $x^2-2x-5=0$에서 $x^2-2x=5$

$x^2-2x+1=5+1$ $\quad\therefore (x-1)^2=6$

(2) $2x^2-8x+5=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+\frac{5}{2}=0$

$x^2-4x=-\frac{5}{2}$, $x^2-4x+4=-\frac{5}{2}+4$

$\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$

답 (1) $(x-1)^2=6$ (2) $(x-2)^2=\frac{3}{2}$

500

$x^2-4x-2=0$에서 $x^2-4x=2$

$x^2-4x+\boxed{4}=2+\boxed{4}$

$(x-\boxed{2})^2=\boxed{6}$

$x-\boxed{2}=\boxed{\pm\sqrt{6}}$ $\quad\therefore x=\boxed{2\pm\sqrt{6}}$

답 (가) 4 (나) 2 (다) 6 (라) $\pm\sqrt{6}$ (마) $2\pm\sqrt{6}$

501

(1) $x^2+6x-4=0$에서 $x^2+6x=4$

$x^2+6x+9=4+9$

$(x+3)^2=13$, $x+3=\pm\sqrt{13}$ $\quad\therefore x=-3\pm\sqrt{13}$

(2) $x^2-8x+9=0$에서 $x^2-8x=-9$

$x^2-8x+16=-9+16$

$(x-4)^2=7$, $x-4=\pm\sqrt{7}$ $\quad\therefore x=4\pm\sqrt{7}$

(3) $2x^2-4x-1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-2x-\frac{1}{2}=0$이므로 $x^2-2x=\frac{1}{2}$

$x^2-2x+1=\frac{1}{2}+1$, $(x-1)^2=\frac{3}{2}$

$x-1=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ $\quad\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

답 (1) $x=-3\pm\sqrt{13}$ (2) $x=4\pm\sqrt{7}$ (3) $x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

필수유형 다지기

92~101쪽

502

④ $x(x+1)-3=(1+x)(1-x)$에서 $x^2+x-3=1-x^2$

$\therefore 2x^2+x-4=0$

답 ④

503

② $x(x-1)=x$에서 $x^2-x=x$

$\therefore x^2-2x=0$

③ $(x-2)^2=x^2$에서 $x^2-4x+4=x^2$

$\therefore -4x+4=0$

④ $(2x-1)^2=2x^2$에서 $4x^2-4x+1=2x^2$

$\therefore 2x^2-4x+1=0$

⑤ $x^3+x^2=2x+x^3$에서 $x^2-2x=0$

따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ③이다.

답 ③

504

$x(ax-3)=2x^2+1$에서 $ax^2-3x=2x^2+1$

$\therefore (a-2)x^2-3x-1=0$ ······ ❶

$a-2\neq 0$이어야 하므로 $a\neq 2$ ······ ❷

답 $a\neq 2$

단계	채점 기준	배점
❶	x에 대하여 내림차순으로 정리하기	60 %
❷	이차방정식이 되도록 하는 a의 조건 구하기	40 %

505

① $(\sqrt{2})^2-\sqrt{2}\neq 0$

② $(-1)^2+4\times(-1)\neq 0$

③ $2\times 3^2-3\times 3+3\neq 0$

④ $5^2-4\times 5-5=0$

⑤ $(-2+2)(-2-1)=0$

따라서 [ ] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

506

① $(-3)^2-2\times(-3)-3\neq 0$

② $(-3)^2-5\times(-3)+6\neq 0$

③ $2\times(-3)^2+3\times(-3)\neq 6$

④ $(-3-2)^2\neq -3$

⑤ $(-3+1)(-3+2)=2$

따라서 $x=-3$을 근으로 갖는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

507

$x=1$일 때, $1^2-5\times 1+4=0$

$x=2$일 때, $2^2-5\times 2+4\neq 0$

$x=3$일 때, $3^2-5\times 3+4\neq 0$

$x=4$일 때, $4^2-5\times 4+4=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=1$ 또는 $x=4$이다.

답 $x=1$ 또는 $x=4$

508

$x^2-(2a+3)x+3a-9=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2+3(2a+3)+3a-9=0$이므로

$9a+9=0$ $\quad\therefore a=-1$ 답 ②

509

$x^2-(a+3)x+4=0$에 $x=2$를 대입하면

$2^2-2(a+3)+4=0$이므로

$-2a+2=0$ $\quad\therefore a=1$ 답 1

510

$x^2-4x+a=0$에 $x=1$을 대입하면

$1^2-4\times 1+a=0$이므로

$-3+a=0$ $\quad\therefore a=3$

$x^2+bx=6$에 $x=3$을 대입하면

$3^2+3b=6$이므로 $3b=-3$ $\quad\therefore b=-1$

$\therefore ab=3\times(-1)=-3$ 답 ①

511

$x^2+ax-4=0$에 $x=4$를 대입하면

$4^2+a\times 4-4=0$이므로 $a=-3$ ······ ❶

$x^2+3x+b=0$에 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^2-3+b=0$이므로 $b=2$ ······ ❷

$\therefore a-b=-3-2=-5$ ······ ❸

답 -5

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a-b$의 값 구하기	20 %

512

$x^2-4x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-4a+1=0$

① $a^2-4a=-1$

② $4-4a+a^2=4+(a^2-4a)$
$=4+(-1)=3$

③ $1+4a-a^2=1-(a^2-4a)$
$=1-(-1)=2$

④ $3a^2-12a+6=3(a^2-4a)+6$
$=3\times(-1)+6=3$

⑤ $a^2-4a+1=0$의 양변을 a로 나누면

$a-4+\frac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a+\frac{1}{a}=4$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

513

$3x^2-6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$3a^2-6a+1=0$

$3a^2-6a=-1$이므로 $-3(2a-a^2)=-1$

$\therefore 2a-a^2=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

514

$x^2+2x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+2a-1=0$ $\quad\therefore a^2+2a=1$

$2x^2-x-4=0$에 $x=b$를 대입하면

$2b^2-b-4=0$ $\quad\therefore 2b^2-b=4$

$\therefore a^2-2b^2+2a+b=(a^2+2a)-(2b^2-b)$
$=1-4=-3$ 답 ①

515

$x^2+5x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+5a-1=0$이므로 양변을 a로 나누면

$a+5-\frac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a-\frac{1}{a}=-5$ 답 -5

516

$x^2+x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+a-1=0$

$\therefore a^5+a^4-a^3+a^2+a-3=a^3(a^2+a-1)+(a^2+a-1)-2$

$=a^3\times0+0-2=-2$ 답 ②

517

$x^2-6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-6a+1=0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-6+\frac{1}{a}=0$ $\therefore a+\frac{1}{a}=6$ ❶

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$

$=6^2-2=34$ ❷

답 34

단계	채점 기준	배점
❶	$a+\frac{1}{a}$의 값 구하기	50 %
❷	$a^2+\frac{1}{a^2}$의 값 구하기	50 %

518

$x^2+x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+a-3=0$이므로 $3-a=a^2$, $a^2-3=-a$

$\therefore \frac{a^2}{3-a}+\frac{a}{a^2-3}=\frac{a^2}{a^2}+\frac{a}{-a}=1+(-1)=0$ 답 ③

519

(1) $(x+1)(5x-6)=0$에서 $x+1=0$ 또는 $5x-6=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{6}{5}$

(2) $(7x+4)(x-2)=0$에서 $7x+4=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-\frac{4}{7}$ 또는 $x=2$

(3) $(3x-4)(2x+1)=0$에서 $3x-4=0$ 또는 $2x+1=0$

$\therefore x=\frac{4}{3}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

(4) $(8x-5)(9x+1)=0$에서 $8x-5=0$ 또는 $9x+1=0$

$\therefore x=\frac{5}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{9}$

답 (1) $x=-1$ 또는 $x=\frac{6}{5}$ (2) $x=-\frac{4}{7}$ 또는 $x=2$

(3) $x=\frac{4}{3}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ (4) $x=\frac{5}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{9}$

520

① $(x+3)(2x-5)=0$에서 $x+3=0$ 또는 $2x-5=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

② $(x+3)(5x+2)=0$에서 $x+3=0$ 또는 $5x+2=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-\frac{2}{5}$

③ $(x-3)(2x-5)=0$에서 $x-3=0$ 또는 $2x-5=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

④ $(x-3)(5x+2)=0$에서 $x-3=0$ 또는 $5x+2=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-\frac{2}{5}$

⑤ $(x-3)(2x+5)=0$에서 $x-3=0$ 또는 $2x+5=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-\frac{5}{2}$

따라서 해가 $x=3$ 또는 $x=-\frac{2}{5}$인 이차방정식은 ④이다. 답 ④

521

①, ②, ③, ④ $x=-\frac{1}{9}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

⑤ $x=\frac{1}{9}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$ 답 ⑤

522

(1) $3x^2-11x-4=0$에서 $(3x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$

(2) $5x^2-2x-3=0$에서 $(5x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{5}$ 또는 $x=1$

(3) $6x^2-5x=6x-3$에서 $6x^2-11x+3=0$

$(3x-1)(2x-3)=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(4) $(x-3)^2=4x$에서 $x^2-10x+9=0$

$(x-1)(x-9)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=9$

답 (1) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$ (2) $x=-\frac{3}{5}$ 또는 $x=1$

(3) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ (4) $x=1$ 또는 $x=9$

523

$3x^2-10x-8=0$에서 $(3x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=4$

$a>b$이므로 $a=4$, $b=-\frac{2}{3}$

$\therefore a-3b=4-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=6$ 답 6

524

$2x^2-3x-9=0$에서 $(2x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$ ❶

$-\frac{3}{2}$과 3 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1, 2이므로 ❷

두 근 사이에 있는 모든 정수의 합은 $-1+0+1+2=2$ ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식의 근 구하기	40 %
❷	두 근 사이에 있는 정수 구하기	40 %
❸	모든 정수의 합 구하기	20 %

525

$x(x-2)-(2x+1)(2x-1)=0$에서
$x^2-2x-(4x^2-1)=0$, $3x^2+2x-1=0$
$(x+1)(3x-1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

답 ①

526

$2x^2+ax-a-9=0$에 $x=2$를 대입하면
$2\times2^2+2a-a-9=0$
$a-1=0$ $\quad\therefore a=1$
주어진 이차방정식에 $a=1$을 대입하면
$2x^2+x-10=0$, $(2x+5)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=2$
따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{5}{2}$이다.

답 ②

527

$x^2-ax+8=0$에 $x=4$를 대입하면
$16-4a+8=0$이므로
$-4a=-24$ $\quad\therefore a=6$
$x^2-6x+8=0$에서 $(x-2)(x-4)=0$
따라서 $x=2$ 또는 $x=4$이므로 $b=2$
$bx^2-ax-8=0$에 $a=6$, $b=2$를 대입하면
$2x^2-6x-8=0$
양변을 2로 나누면 $x^2-3x-4=0$
$(x+1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
따라서 구하는 곱은 $(-1)\times4=-4$

답 ①

528

$(a-1)x^2-a(a+4)x-10=0$에 $x=-2$를 대입하면
$4(a-1)+2a(a+4)-10=0$이므로
$2a^2+12a-14=0$, $a^2+6a-7=0$
$(a+7)(a-1)=0$ $\quad\therefore a=-7$ 또는 $a=1$
이때 $a=1$이면 주어진 방정식이 이차방정식이 아니므로
$a=-7$
주어진 이차방정식에 $a=-7$을 대입하면
$-8x^2-21x-10=0$, $8x^2+21x+10=0$
$(x+2)(8x+5)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{5}{8}$
따라서 $b=-\frac{5}{8}$이므로
$a+8b=-7+8\times\left(-\frac{5}{8}\right)=-12$

답 -12

529

$2x^2+9x-5=0$에서 $(x+5)(2x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 $x=-5$가 $x^2+3x+k=0$의 한 근이므로
$(-5)^2+3\times(-5)+k=0$
$k+10=0$ $\quad\therefore k=-10$

답 -10

530

$3x^2+x-2=0$에서 $(x+1)(3x-2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
따라서 $x=-1$이 $x^2+kx+2k-5=0$의 한 근이므로
$(-1)^2+k\times(-1)+2k-5=0$
$k-4=0$ $\quad\therefore k=4$

답 4

531

$4x^2-23x-6=0$에서 $(4x+1)(x-6)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=6$
따라서 $x=6$이 $x^2-ax-6=0$의 한 근이므로
$6^2-6a-6=0$
$30-6a=0$ $\quad\therefore a=5$

답 5

532

$x^2-2mx+15=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2-2m\times3+15=0$, $-6m+24=0$
$\therefore m=4$ ❶
$x^2-2mx+15=0$에 $m=4$를 대입하면
$x^2-8x+15=0$, $(x-3)(x-5)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=5$
따라서 $x=5$가 $x^2+(n-6)x-4n=0$의 한 근이므로
$5^2+5(n-6)-4n=0$, $n-5=0$
$\therefore n=5$ ❷
$\therefore m-n=4-5=-1$ ❸

답 -1

단계	채점 기준	배점
❶	m의 값 구하기	40 %
❷	n의 값 구하기	40 %
❸	$m-n$의 값 구하기	20 %

533

① $x^2=12x-36$에서 $x^2-12x+36=0$

$(x-6)^2=0$ $\therefore x=6$

② $x^2=25$에서 $x^2-25=0$

$(x+5)(x-5)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=5$

③ $x^2+6x+8=0$에서 $(x+4)(x+2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

④ $4x^2-4x+1=0$에서 $(2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

⑤ $6x^2-x-1=0$에서 $(3x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 이차방정식 중 중근을 갖는 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

534

① $x^2+x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$

② $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$

③ $x^2+14x+49=0$에서 $(x+7)^2=0$

$\therefore x=-7$

④ $9x^2+6x+1=0$에서 $(3x+1)^2=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$

⑤ $x^2-8x+12=0$에서 $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

535

ㄱ. $3x^2=6x-3$에서 $3x^2-6x+3=0$

양변을 3으로 나누면 $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$ $\therefore x=1$

ㄴ. $x^2-8x+16=0$에서 $(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

ㄷ. $x^2=10x-24$에서 $x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$ $\therefore x=4$ 또는 $x=6$

ㄹ. $2x^2+8x+8=0$의 양변을 2로 나누면 $x^2+4x+4=0$

$(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$

따라서 중근을 갖는 이차방정식은 ㄱ, ㄴ, ㄹ의 3개이다. 답 3

536

$x^2-10x+9a+7=0$이 중근을 가지므로

$9a+7=\left(\frac{-10}{2}\right)^2$, $9a+7=25$

$9a=18$ $\therefore a=2$ 답 ②

537

$x^2+12x+k=0$이 중근을 가지므로 $k=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$

따라서 주어진 이차방정식은 $x^2+12x+36=0$

즉, $(x+6)^2=0$이므로 $x=-6$ $\therefore a=-6$

$\therefore a+k=-6+36=30$ 답 ⑤

538

$x^2+kx+16=0$이 중근을 가지려면

$16=\left(\frac{k}{2}\right)^2$, $16=\frac{k^2}{4}$

$k^2=64$ $\therefore k=\pm8$

따라서 모든 상수 k의 값의 곱은 $-8\times8=-64$ 답 ①

539

$x^2-8x+5a-4=0$이 중근을 가지므로

$5a-4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$, $5a-4=16$

$5a=20$ $\therefore a=4$ ❶

따라서 주어진 이차방정식은 $x^2-8x+16=0$이므로

$(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$

$\therefore b=4$ ❷

$\therefore a+b=4+4=8$ ❸

답 8

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

540

$x^2+mx-m+3=0$이 중근을 가지려면

$-m+3=\left(\frac{m}{2}\right)^2$, $-m+3=\frac{m^2}{4}$

$m^2+4m-12=0$, $(m+6)(m-2)=0$

$\therefore m=-6$ 또는 $m=2$

따라서 중근을 갖도록 하는 모든 상수 m의 값의 곱은

$-6\times2=-12$ 답 ⑤

541

$x^2+2ax=2a-8$의 우변을 좌변으로 이항하여 정리하면

$x^2+2ax-2a+8=0$

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$-2a+8=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$, $-2a+8=a^2$

$a^2+2a-8=0$, $(a+4)(a-2)=0$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=2$

$a>0$이므로 $a=2$ 답 2

542

$x^2+6x+p=0$이 중근을 가지므로 $p=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$

$x^2-2(p-4)x+q=0$에 $p=9$를 대입하면

$x^2-10x+q=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$q=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$ 답 25

543

$x^2-8x+15=0$에서 $(x-3)(x-5)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$

$2x^2-9x+9=0$에서 $(2x-3)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 공통인 근은 $x=3$이다. 답 ④

544

$2x^2-3x+1=0$에서 $(2x-1)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

$3x^2-x-2=0$에서 $(3x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

따라서 공통인 근은 $x=1$이므로 $a=1$ 답 1

545

$x=-3$이 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$3x^2+mx-6=0$에 $x=-3$을 대입하면

$3\times(-3)^2+m\times(-3)-6=0$

$-3m+21=0 \qquad \therefore m=7$

$x^2-2x-n=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2-2\times(-3)-n=0$

$-n+15=0 \qquad \therefore n=15$

$\therefore m-n=7-15=-8$ 답 ①

546

$x=-2$가 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$x^2-ax+b=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2-a\times(-2)+b=0 \qquad \therefore 2a+b=-4$ …… ㉠

$x^2+bx+2a=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+b\times(-2)+2a=0$에서 $2a-2b=-4$

$\therefore a-b=-2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=0$

$\therefore ab=-2\times0=0$ 답 0

547

$x=2$가 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$2x^2-5x+a=0$에 $x=2$를 대입하면

$2\times2^2-5\times2+a=0$

$-2+a=0 \qquad \therefore a=2$

$x^2+bx+2=0$에 $x=2$를 대입하면

$2^2+2b+2=0$

$6+2b=0 \qquad \therefore b=-3$

$x^2+bx+a=0$에 $a=2$, $b=-3$을 대입하면

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$ 답 $x=1$ 또는 $x=2$

548

$x^2-4x-12=0$에서 $(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

$x^2+9x+14=0$에서 $(x+7)(x+2)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=-2$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이므로 $x^2+px+6=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+p\times(-2)+6=0$

$-2p+10=0 \qquad \therefore p=5$ 답 ⑤

549

$x^2+6x+a=0$이 중근을 가지므로

$a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ ……… ❶

$x^2-(a-5)x+3=0$에 $a=9$를 대입하면

$x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

$2x^2-3x-a=0$에 $a=9$를 대입하면

$2x^2-3x-9=0$에서 $(2x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 공통인 근은 $x=3$이다. ……… ❷

답 $x=3$

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	공통인 근 구하기	60 %

550

$3(x-2)^2-21=0$에서 $(x-2)^2=7$

$x-2=\pm\sqrt{7} \qquad \therefore x=2\pm\sqrt{7}$

따라서 $a=2$, $b=7$이므로

$a+b=2+7=9$ 답 ⑤

551

① $(x+3)^2=6$에서 $x+3=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{6}$

② $(x+6)^2=3$에서 $x+6=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-6\pm\sqrt{3}$

③ $(x-3)^2=6$에서 $x-3=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{6}$

④ $(x-6)^2=3$에서 $x-6=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=6\pm\sqrt{3}$

⑤ $(x-6)^2=6$에서 $x-6=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=6\pm\sqrt{6}$

따라서 해가 $x=3\pm\sqrt{6}$인 이차방정식은 ③이다. 답 ③

552

$2(x+2)^2=36$의 양변을 2로 나누면 $(x+2)^2=18$이므로

$x+2=\pm\sqrt{18}=\pm3\sqrt{2}$ $\therefore x=-2\pm3\sqrt{2}$

따라서 두 근의 합은

$(-2+3\sqrt{2})+(-2-3\sqrt{2})=-4$ 답 ②

553

① $x=\pm\sqrt{24}=\pm2\sqrt{6}$

② $x^2=25$이므로 $x=\pm5$

③ $x^2=12$이므로 $x=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$

④ $x-3=\pm\sqrt{5}$이므로 $x=3\pm\sqrt{5}$

⑤ $(x+1)^2=9$이므로 $x+1=\pm3$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

따라서 근이 유리수인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

554

$(x-m)^2=\frac{1}{3}$에서 $x-m=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x=m\pm\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{3m\pm\sqrt{3}}{3}$

따라서 $3m=15$, $n=3$이므로 $m=5$, $n=3$

$\therefore m-n=5-3=2$ 답 2

555

$8-(4x-3)^2=0$에서 $(4x-3)^2=8$이므로

$4x-3=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$, $4x=3\pm2\sqrt{2}$

$\therefore x=\frac{3\pm2\sqrt{2}}{4}$ 답 ②

556

$2(x+a)^2=b$의 양변을 2로 나누면 $(x+a)^2=\frac{b}{2}$이므로

$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$ ❶

따라서 $-a=2$, $\frac{b}{2}=5$이므로 $a=-2$, $b=10$ ❷

$\therefore ab=-2\times10=-20$ ❸

답 -20

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식의 해 구하기	50 %
❷	a, b의 값 구하기	30 %
❸	ab의 값 구하기	20 %

557

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=a$에서 $a>0$이면 서로 다른 두 근을 갖고, $a=0$이면 중근을 가지므로 이차방정식의 근이 존재하려면 $a\geq0$이어야 한다.

따라서 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

558

$(x-3)^2=k-2$가 중근을 가지므로 $k-2=0$ $\therefore k=2$

주어진 이차방정식은 $(x-3)^2=0$이므로

$x=3$ $\therefore a=3$

$\therefore a+k=3+2=5$ 답 ⑤

559

$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{a-5}{2}$의 해가 존재하지 않으려면

$\frac{a-5}{2}<0$, $a-5<0$ $\therefore a<5$ 답 $a<5$

560

$9x^2-6x-8=0$의 양변을 9로 나누면

$x^2-\frac{2}{3}x-\frac{8}{9}=0$, $x^2-\frac{2}{3}x=\frac{8}{9}$

$x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\frac{8}{9}+\frac{1}{9}$

$\therefore \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=1$

따라서 $a=-\frac{1}{3}$, $b=1$이므로

$3a-2b=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)-2\times1=-3$ 답 ②

561

$3x^2+6x-1=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2+2x-\frac{1}{3}=0$, $x^2+2x=\frac{1}{3}$

$x^2+2x+1=\frac{1}{3}+1$

$\therefore (x+1)^2=\frac{4}{3}$

따라서 $a=1$, $b=\frac{4}{3}$이므로

$ab=1\times\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$ 답 ⑤

562

$(x+3)(x-9)=-10$에서 $x^2-6x-27=-10$

$x^2-6x=17$, $x^2-6x+9=17+9$

$\therefore (x-3)^2=26$

따라서 $a=3$, $b=26$이므로

$a+b=3+26=29$ 답 29

563

$2x^2-8x+1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+\frac{1}{2}=0$, $x^2-4x=-\frac{1}{2}$

$x^2-4x+4=-\frac{1}{2}+4$ $\therefore (x-2)^2=\frac{7}{2}$

$(x-2)^2=\frac{7}{2}$에서 $x-2=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

따라서 $A=4$, $B=2$, $C=\frac{7}{2}$이므로

$A+B+C=4+2+\frac{7}{2}=\frac{19}{2}$ 답 ⑤

564

$x^2+3x+1=0$에서 $x^2+3x=-1$

$x^2+3x+\left(\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2=-1+\left(\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2=\frac{\boxed{5}}{4}$, $x+\boxed{\frac{3}{2}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{5}}}{2}$

$\therefore x=-\boxed{\frac{3}{2}}\pm\frac{\sqrt{\boxed{5}}}{2}$ 답 ④

565

$x^2-6x-6=0$에서 $x^2-6x+9=6+9$

$(x-3)^2=15$, $x-3=\pm\sqrt{15}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{15}$

따라서 $A=9$, $B=3$, $C=15$이므로

$A+B+C=9+3+15=27$ 답 27

566

$6x^2+9x-3=0$의 양변을 6으로 나누면

$x^2+\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$, $x^2+\boxed{\frac{3}{2}}x=\boxed{\frac{1}{2}}$

$x^2+\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{4}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{3}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{17}{16}}$, $x+\frac{3}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

$\therefore x=-\frac{3}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}=\boxed{\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}}$ 답 ③

567

① $x^2=9$이므로 $x=\pm3$

② $2x^2+8x-8=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2+4x-4=0$, $x^2+4x=4$

$x^2+4x+4=8$, $(x+2)^2=8$

$\therefore x=-2\pm2\sqrt{2}$

③ $4x^2+12x-7=0$의 양변을 4로 나누면

$x^2+3x-\frac{7}{4}=0$, $x^2+3x=\frac{7}{4}$

$x^2+3x+\frac{9}{4}=4$, $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=4$

따라서 $x=-\frac{3}{2}\pm2$이므로

$x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $3x^2+6x+3=0$에서

$3(x^2+2x+1)=0$, $3(x+1)^2=0$

$\therefore x=-1$

⑤ $2x^2+8x+8=x^2+4x+5$에서

$x^2+4x+3=0$, $x^2+4x=-3$

$x^2+4x+4=1$, $(x+2)^2=1$

따라서 $x=-2\pm1$이므로

$x=-3$ 또는 $x=-1$

따라서 해가 유리수가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

> 다른 풀이 인수분해를 하여 이차방정식의 해를 구하면

③ $4x^2+12x-7=0$, $(2x+7)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $2x^2+8x+8=x^2+4x+5$에서

$x^2+4x+3=0$, $(x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

568

$x^2+2ax+4=0$에서 $x^2+2ax=-4$

$x^2+2ax+a^2=-4+a^2$, $(x+a)^2=-4+a^2$

$x+a=\pm\sqrt{-4+a^2}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{-4+a^2}$ ······ ❶

따라서 $-a=5$, $-4+a^2=b$이므로

$a=-5$, $b=21$ ······ ❷

$\therefore a+b=-5+21=16$ ······ ❸

답 16

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식의 해 구하기	50 %
❷	a, b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	10 %

만점에 도전하기 102~103쪽

569

$(a^2-2a)x^2+x=3x^2+ax-4$에서

$(a^2-2a-3)x^2+(1-a)x+4=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$a^2-2a-3\neq0$, $(a+1)(a-3)\neq0$

$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq3$ 답 $a\neq-1$이고 $a\neq3$

570

$x^2-2x+k=0$에 $x=1+\sqrt{3}$을 대입하면

$(1+\sqrt{3})^2-2(1+\sqrt{3})+k=0$

$1+2\sqrt{3}+3-2-2\sqrt{3}+k=0$

$2+k=0 \qquad \therefore k=-2$ 답 -2

다른 풀이 $x^2-2x+k=0$에서 $x^2-2x=-k$

$x^2-2x+1=1-k$, $(x-1)^2=1-k$

$\therefore x=1\pm\sqrt{1-k}$

따라서 $1-k=3$이므로 $k=-2$

571

$x^2-3x+1=0$에 $x=\alpha$를 대입하면

$\alpha^2-3\alpha+1=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

㉠의 양변을 α로 나누면

$\alpha-3+\dfrac{1}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha+\dfrac{1}{\alpha}=3$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2+2\alpha+\frac{2}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}&=\left(\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}\right)+2\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)\\&=\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2-2+2\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)\\&=3^2-2+2\times3=13\end{aligned}$$

답 13

572

$2027^2x^2-2026\times2028x-1=0$에서

$2027=a$로 놓으면 $a^2x^2-(a-1)(a+1)x-1=0$

$a^2x^2-(a^2-1)x-1=0$, $(a^2x+1)(x-1)=0$

$(2027^2x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2027^2}$ 또는 $x=1 \qquad \therefore A=1$

$x^2+2025x-2026=0$에서 $(x+2026)(x-1)=0$

$\therefore x=-2026$ 또는 $x=1 \qquad \therefore B=-2026$

$\therefore A-B=1-(-2026)=2027$ 답 2027

573

$<x>^2-<x>-2=0$에서

$(<x>+1)(<x>-2)=0$

$\therefore <x>=-1$ 또는 $<x>=2$

그런데 $<x>$는 자연수 x의 양의 약수의 개수이므로 $<x>\neq-1$

$\therefore <x>=2$ ❶

약수가 2개인 수는 소수이므로 10 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다. ❷

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	$<x>$의 값 구하기	70 %
❷	자연수 x의 개수 구하기	30 %

574

$$\begin{aligned}(x+1)*(x+2)&=(x+1)(x+2)+(x+1)+(x+2)\\&=x^2+5x+5\end{aligned}$$

따라서 주어진 방정식은

$x^2+5x+5=-1$, $x^2+5x+6=0$

$(x+3)(x+2)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=-2$

따라서 ${x_1}^2+{x_2}^2$의 값은

$(-3)^2+(-2)^2=13$ 답 13

575

(1) 두 번째 세로줄과 대각선에 있는 세 수의 합이 같으므로

$x^2+5+(x-2)=4+5+2x$

$x^2-x-6=0$, $(x-3)(x+2)=0$

$\therefore x=3$ ($\because x$는 자연수)

(2) $x=3$을 주어진 표에 대입하면 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 모두 15이어야 하므로 표를 완성하면 오른쪽과 같다.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

답 (1) 3 (2) 풀이 참조

576

$x=-6$이 $x^2-5ax+6a=0$의 한 근이므로

$(-6)^2-5a\times(-6)+6a=0$, $36a+36=0 \qquad \therefore a=-1$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-6x+5=0$이므로

$(x-1)(x-5)=0 \qquad \therefore x=1$ 또는 $x=5$

답 $x=1$ 또는 $x=5$

577

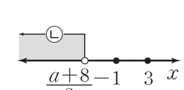
$x^2=2x+3$에서 $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$2(x-4)<a$에서 $2x-8<a$

$2x<a+8 \qquad \therefore x<\dfrac{a+8}{2} \qquad \cdots\cdots$ ㉡

공통인 근이 존재하지 않으려면 ㉠이 ㉡의 범위에 포함되지 않아야 하므로 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 $\dfrac{a+8}{2}$이 -1보다 작거나 같아야 하므로

$\frac{a+8}{2} \le -1$, $a+8 \le -2$

$\therefore a \le -10$ 답 $a \le -10$

578

$x^2-3x+6=0$에 $x=m$을 대입하면

$m^2-3m+6=0$, $m^2-3m=-6$ $\quad \therefore 2m^2-6m=-12$

$x^2-7x-1=0$에 $x=n$을 대입하면

$n^2-7n-1=0$ $\quad \therefore n^2-7n=1$

$\therefore (2m^2-6m+1)(n^2-7n-3)=(-12+1)\times(1-3)$

$=22$ 답 22

579

$x^2-3x+a-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-3a+a-3=0$, $a^2-2a-3=0$

$(a+1)(a-3)=0$ $\quad \therefore a=-1$ ($\because a<0$)

주어진 이차방정식에 $a=-1$을 대입하면

$x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=4$이다. 답 $x=4$

580

$x^2+80x-81=0$에서 $(x+81)(x-1)=0$

$\therefore x=-81$ 또는 $x=1$

따라서 두 근 중 큰 근은 $x=1$이다. ❶

$x=1$을 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 대입하면

$a-1-(a^2-1)+2(a-1)=0$

$-a^2+3a-2=0$, $a^2-3a+2=0$

$(a-1)(a-2)=0$ $\quad \therefore a=1$ 또는 $a=2$

그런데 이차방정식의 x^2의 계수는 0이 아니어야 하므로

$a-1\neq 0$, 즉 $a\neq 1$ $\quad \therefore a=2$ ❷

$a=2$를 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 대입하면

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=2$이다. ❸

답 $x=2$

단계	채점 기준	배점
❶	$x^2+80x-81=0$의 두 근 중 큰 근 구하기	30 %
❷	a의 값 구하기	40 %
❸	다른 한 근 구하기	30 %

581

주사위를 두 번 던져서 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times 6=36$

이차방정식 $x^2+2ax+b=0$이 중근을 가지려면 $b=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$, 즉

$b=a^2$이어야 하므로 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$,

$(2, 4)$의 2가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 답 $\frac{1}{18}$

582

$x=3$이 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$x^2+2x+a=0$에 $x=3$을 대입하면

$3^2+2\times 3+a=0$, $15+a=0$

$\therefore a=-15$

$x^2+bx+c=0$이 $x=3$을 중근으로 가지므로 $(x-3)^2=0$

$x^2-6x+9=0$ $\quad \therefore b=-6$, $c=9$

$\therefore a-b+c=-15-(-6)+9=0$ 답 0

583

① $k=1$이면 $(x-1)^2=-1$이므로 근이 없다.

② $k=2$이면 $(x-1)^2=0$ $\quad \therefore x=1$

③ $k=3$이면 $(x-1)^2=1$, $x-1=\pm 1$

$\therefore x=0$ 또는 $x=2$

④ $k=4$이면 $(x-1)^2=2$, $x-1=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$ ⇦ 무리수

⑤ $k=5$이면 $(x-1)^2=3$, $x-1=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

584

$3x^2+2ax+b=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2+\frac{2a}{3}x+\frac{b}{3}=0$, $x^2+\frac{2a}{3}=-\frac{b}{3}$

$x^2+\frac{2a}{3}x+\frac{a^2}{9}=-\frac{b}{3}+\frac{a^2}{9}$

$\left(x+\frac{a}{3}\right)^2=-\frac{b}{3}+\frac{a^2}{9}$, $x+\frac{a}{3}=\pm\sqrt{-\frac{b}{3}+\frac{a^2}{9}}$

$\therefore x=-\frac{a}{3}\pm\sqrt{-\frac{b}{3}+\frac{a^2}{9}}$ ❶

따라서 $-\frac{a}{3}=2$, $-\frac{b}{3}+\frac{a^2}{9}=12$이므로

$a=-6$, $b=-24$ ❷

$\therefore a+b=-6+(-24)=-30$ ❸

답 -30

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식의 해를 a, b를 사용하여 나타내기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	30 %
❸	$a+b$의 값 구하기	10 %

2 이차방정식의 활용

개념 확인하기 105, 107쪽

585

$ax^2+bx+c=0$의 양변을 a로 나누면

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \qquad \therefore x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

좌변을 완전제곱식으로 고치면

$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2=\frac{\boxed{b^2-4ac}}{4a^2}$

$x+\boxed{\frac{b}{2a}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$

$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$

답 (가) $\frac{b}{2a}$ (나) b^2-4ac

586

(1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

(2) $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

(3) $3x^2-7x-3=0$이므로

$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}=\frac{7\pm\sqrt{85}}{6}$

답 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (3) $x=\frac{7\pm\sqrt{85}}{6}$

587

(1) $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-3)}}{1}=-2\pm\sqrt{7}$

(2) $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times2}}{3}=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

(3) $2x^2-6x-3=0$이므로

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times(-3)}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

답 (1) $x=-2\pm\sqrt{7}$ (2) $x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$ (3) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

588

(1) 양변에 10을 곱하면 $10x^2+3x=1$

$10x^2+3x-1=0$, $(2x+1)(5x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

(2) 양변에 12를 곱하면 $6x^2+2=9x$

$6x^2-9x+2=0$

$\therefore x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times6\times2}}{2\times6}=\frac{9\pm\sqrt{33}}{12}$

답 (1) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$ (2) $x=\frac{9\pm\sqrt{33}}{12}$

589

(1) $(x+2)(x-1)=2x+10$에서

$x^2+x-2=2x+10$, $x^2-x-12=0$

$(x+3)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=4$

(2) $(x-1)^2=2(x-2)(x+2)$에서

$x^2-2x+1=2x^2-8$, $x^2+2x-9=0$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-9)}}{1}=-1\pm\sqrt{10}$

답 (1) $x=-3$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1\pm\sqrt{10}$

590

(1) $x+2=A$라고 하면 $A^2-7A+12=0$

$(A-3)(A-4)=0 \qquad \therefore A=3$ 또는 $A=4$

즉, $A=x+2$이므로 $x+2=3$ 또는 $x+2=4$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

(2) $x-1=A$라고 하면 $A^2-3A-18=0$

$(A+3)(A-6)=0 \qquad \therefore A=-3$ 또는 $A=6$

즉, $A=x-1$이므로 $x-1=-3$ 또는 $x-1=6$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$

답 (1) $x=1$ 또는 $x=2$ (2) $x=-2$ 또는 $x=7$

591

(1) $2^2-4\times1\times3=-8<0 \qquad \therefore$ 0개

(2) $(-4)^2-4\times1\times2=8>0 \qquad \therefore$ 2개

(3) $8^2-4\times1\times16=0 \qquad \therefore$ 1개

(4) $(-3)^2-4\times2\times(-4)=41>0 \qquad \therefore$ 2개

(5) $12^2-4\times4\times9=0 \qquad \therefore$ 1개

(6) $(-10)^2-4\times6\times5=-20<0 \qquad \therefore$ 0개

답 (1) 0 (2) 2 (3) 1 (4) 2 (5) 1 (6) 0

592

(1) $6^2-4\times1\times a>0$이므로 $4a<36 \qquad \therefore a<9$

(2) $6^2-4\times1\times a=0$이므로 $4a=36 \qquad \therefore a=9$

(3) $6^2-4\times1\times a<0$이므로 $4a>36 \qquad \therefore a>9$

답 (1) $a<9$ (2) $a=9$ (3) $a>9$

593

(1) $(x-3)(x-6)=0$이므로 $x^2-9x+18=0$

(2) $(x+8)(x-9)=0$이므로 $x^2-x-72=0$

답 (1) $x^2-9x+18=0$ (2) $x^2-x-72=0$

594

(1) $2(x-1)(x-2)=0$이므로 $2(x^2-3x+2)=0$

$\therefore 2x^2-6x+4=0$

(2) $2(x-2)(x+3)=0$이므로 $2(x^2+x-6)=0$

$\therefore 2x^2+2x-12=0$

(3) $3(x+1)(x-4)=0$이므로 $3(x^2-3x-4)=0$

$\therefore 3x^2-9x-12=0$

(4) $4(x+4)(x+5)=0$이므로 $4(x^2+9x+20)=0$

$\therefore 4x^2+36x+80=0$

답 (1) $2x^2-6x+4=0$ (2) $2x^2+2x-12=0$ (3) $3x^2-9x-12=0$ (4) $4x^2+36x+80=0$

595

(1) $2(x-6)^2=0$이므로 $2(x^2-12x+36)=0$

$\therefore 2x^2-24x+72=0$

(2) $4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$이므로 $4\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)=0$

$\therefore 4x^2+4x+1=0$

답 (1) $2x^2-24x+72=0$ (2) $4x^2+4x+1=0$

596

답 (1) $1-\sqrt{5}$ (2) $2+\sqrt{3}$ (3) $4+2\sqrt{3}$ (4) $3-2\sqrt{2}$

597

(1) 연속하는 두 자연수는 x, $x+1$이므로

$x^2+(x+1)^2=85$, $2x^2+2x-84=0$

$\therefore x^2+x-42=0$

(2) $x^2+x-42=0$에서 $(x+7)(x-6)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$

그런데 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 구하는 두 자연수는 6, 7이다.

답 (1) $x^2+x-42=0$ (2) 6, 7

598

(1) $40x-5x^2$에 $x=2$를 대입하면

$40\times2-5\times2^2=60$ (m)

(2) $40x-5x^2=80$에서 $x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0$ $\quad\therefore x=4$

따라서 4초 후에 돌의 높이가 80 m가 된다.

답 (1) 60 m (2) 4초

599

(1) 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(x+3)$ cm, 세로의 길이는 $(x-5)$ cm이므로

$(x+3)(x-5)=65$ $\quad\therefore x^2-2x-80=0$

(2) $x^2-2x-80=0$에서 $(x+8)(x-10)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=10$

그런데 $x>0$이므로 $x=10$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 10 cm이다.

답 (1) $x^2-2x-80=0$ (2) 10 cm

필수유형 다지기

108~118쪽

600

① $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-2)}}{1}=1\pm\sqrt{3}$

② $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times2}}{1}=-3\pm\sqrt{7}$

③ $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

④ $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\frac{-7\pm\sqrt{73}}{6}$

⑤ $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times(-3)}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{28}}{4}$

$=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{7}}{2}$

따라서 이차방정식의 근을 잘못 구한 것은 ④이다. 답 ④

601

$x^2-5x+1=5x$에서 $x^2-10x+1=0$

$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times1}}{1}=5\pm\sqrt{24}=5\pm2\sqrt{6}$

따라서 $a=5$, $b=6$이므로

$a-b=5-6=-1$ 답 ④

602

$2x^2-ax-3=0$에서

$x=\frac{-(-a)\pm\sqrt{(-a)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\frac{a\pm\sqrt{a^2+24}}{4}$

따라서 $a=3$, $a^2+24=b$이므로 $a=3$, $b=33$

$\therefore b-a=33-3=30$ 답 30

603

$0.5x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}=0$에서 $\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}=0$

양변에 6을 곱하면 $3x^2+8x+1=0$

$\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-3\times1}}{3}=\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}$

따라서 $a=3$, $b=13$이므로

$ab=3\times13=39$ 답 ⑤

604

$0.3x^2-0.5x+0.2=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-5x+2=0$, $(3x-2)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=\frac{2}{3}$

$\therefore \alpha+3\beta=1+3\times\frac{2}{3}=3$ 답 3

605

$\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}=0$의 양변에 8을 곱하면

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

따라서 $\alpha=1$, $\beta=3$ 또는 $\alpha=3$, $\beta=1$이므로

$|\alpha-\beta|=2$ 답 ③

606

$\frac{2}{3}x^2-2.4(x+1)+3.6=0$에서 $\frac{2}{3}x^2-\frac{12}{5}x+\frac{6}{5}=0$

양변에 15을 곱하면 $10x^2-36x+18=0$

$5x^2-18x+9=0$, $(5x-3)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{3}{5}$ 또는 $x=3$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=3$, $\beta=\frac{3}{5}$

$\therefore \alpha-5\beta=3-5\times\frac{3}{5}=0$ 답 0

607

$\frac{(x+1)^2}{2}=\frac{(x+1)(x-3)}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$2(x+1)^2=(x+1)(x-3)$

$2x^2+4x+2=x^2-2x-3$

$x^2+6x+5=0$, $(x+5)(x+1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

따라서 $\alpha=-5$, $\beta=-1$ 또는 $\alpha=-1$, $\beta=-5$이므로

$\alpha+\beta=-5+(-1)=-6$ 답 -6

608

$\frac{(x+1)(x+2)}{2}=\frac{x(x+5)}{3}-\frac{4}{3}x$의 양변에 6을 곱하면

$3(x+1)(x+2)=2x(x+5)-8x$

$3x^2+9x+6=2x^2+10x-8x$

$x^2+7x+6=0$, $(x+6)(x+1)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=-1$

따라서 $\alpha=-6$, $\beta=-1$ 또는 $\alpha=-1$, $\beta=-6$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(-6)^2+(-1)^2=37$ 답 ③

609

주어진 식의 양변에 12를 곱하면

$8(x+1)^2-24x-8=9(x^2-1)$

$8x^2+16x+8-24x-8=9x^2-9$

$x^2+8x-9=0$, $(x+9)(x-1)=0$

$\therefore x=-9$ 또는 $x=1$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=-9$ ❶

$\therefore \alpha-\beta=1-(-9)=10$ ❷

답 10

단계	채점 기준	배점
❶	α, β의 값 구하기	80 %
❷	$\alpha-\beta$의 값 구하기	20 %

610

$x+1=A$라고 하면 $3A^2-2A-1=0$

$(3A+1)(A-1)=0$ $\therefore A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$A=x+1$이므로 $x+1=-\frac{1}{3}$ 또는 $x+1=1$

$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=0$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=0$, $\beta=-\frac{4}{3}$

$\therefore \alpha-3\beta=0-3\times\left(-\frac{4}{3}\right)=4$ 답 ④

611

주어진 식의 양변에 6을 곱하면 $(2x-3)^2-2(2x-3)=24$

$2x-3=A$라고 하면 $A^2-2A-24=0$

$(A+4)(A-6)=0$ $\therefore A=-4$ 또는 $A=6$

$A=2x-3$이므로 $2x-3=-4$ 또는 $2x-3=6$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{9}{2}$ ❶

따라서 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{9}{2}$ 또는 $\alpha=\frac{9}{2}$, $\beta=-\frac{1}{2}$이므로

$\alpha+\beta=-\frac{1}{2}+\frac{9}{2}=4$ ❷

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식의 해 구하기	70 %
❷	$\alpha+\beta$의 값 구하기	30 %

612

$x-y=A$라고 하면 $A(A-3)=10$

$A^2-3A-10=0$, $(A+2)(A-5)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=5$

그런데 $x>y$에서 $x-y=A>0$이므로 $A=5$

$\therefore x-y=5$ 답 5

613

$2x-y=A$라고 하면 $(A-1)(A-5)+4=0$

$A^2-6A+9=0$, $(A-3)^2=0$ $\therefore A=3$

따라서 $2x-y=3$이므로

$4x-2y=2(2x-y)=2\times3=6$ 답 ③

614

① $(-3)^2-4\times1\times(-2)=17>0$ $\therefore$ 근이 2개

② $4^2-4\times3\times(-2)=40>0$ $\therefore$ 근이 2개

③ $(-2)^2-4\times2\times\frac{1}{2}=0$ $\therefore$ 근이 1개

④ $5^2-4\times3\times4=-23<0$ $\therefore$ 근이 0개

⑤ $(-3)^2-4\times2\times\frac{9}{8}=0$ $\therefore$ 근이 1개

따라서 이차방정식 중 근이 없는 것은 ④이다. 답 ④

615

ㄱ. $(-3)^2-4\times1\times3=-3<0$ $\therefore$ 근이 0개

ㄴ. $1^2-4\times3\times(-5)=61>0$ $\therefore$ 근이 2개

ㄷ. $(-6)^2-4\times9\times1=0$ $\therefore$ 근이 1개

ㄹ. $8^2-4\times4\times3=16>0$ $\therefore$ 근이 2개

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

616

$2x^2+3x+2=0$에서 $3^2-4\times2\times2=-7<0$

$\therefore a=0$ ······ ❶

$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=0$에서 $\left(\frac{2}{3}\right)^2-4\times1\times\frac{1}{9}=0$

$\therefore b=1$ ······ ❷

$4x^2-3x+\frac{1}{2}=0$에서 $(-3)^2-4\times4\times\frac{1}{2}=1>0$

$\therefore c=2$ ······ ❸

$\therefore a-b-c=0-1-2=-3$ ······ ❹

답 -3

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	30 %
❷	b의 값 구하기	30 %
❸	c의 값 구하기	30 %
❹	$a-b-c$의 값 구하기	10 %

617

$x^2-2mx+2m+3=0$이 중근을 가지려면

$(-2m)^2-4\times1\times(2m+3)=0$

$4m^2-8m-12=0$, $m^2-2m-3=0$

$(m+1)(m-3)=0$ $\therefore m=-1$ 또는 $m=3$

따라서 모든 상수 m의 값의 합은 $-1+3=2$ 답 ②

618

$3x^2+8x+k=0$이 중근을 가지므로

$8^2-4\times3\times k=0$

$12k=64$ $\therefore k=\frac{16}{3}$ 답 $\frac{16}{3}$

619

$9x^2+(k-2)x+1=0$이 중근을 가지므로

$(k-2)^2-4\times9\times1=0$

$k^2-4k-32=0$, $(k+4)(k-8)=0$

$\therefore k=-4$ 또는 $k=8$

(i) $k=-4$일 때, $9x^2-6x+1=0$

$(3x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$

(ii) $k=8$일 때, $9x^2+6x+1=0$

$(3x+1)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{3}$

따라서 이차방정식의 중근이 음수일 때 상수 k의 값은

$k=8$ 답 ⑤

620

$(a+1)x^2-(a+1)x+1=0$이 중근을 가지므로

$(a+1)^2-4(a+1)=0$

$a^2-2a-3=0$, $(a+1)(a-3)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=3$

그런데 이차방정식의 x^2의 계수는 0이 아니어야 하므로

$a+1\neq0$, 즉 $a\neq-1$ $\therefore a=3$ ······ ❶

주어진 이차방정식에 $a=3$을 대입하면

$4x^2-4x+1=0$, $(2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ $\therefore b=\frac{1}{2}$ ······ ❷

따라서 $a=3$, $b=\frac{1}{2}$이므로

$2ab=2\times3\times\frac{1}{2}=3$ ······ ❸

답 3

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$2ab$의 값 구하기	20 %

621

$2x^2+8x+18-a=0$이 근을 가지려면

$8^2-4\times2\times(18-a)\geq0$, $8a\geq80$ $\therefore a\geq10$

따라서 근을 갖도록 하는 가장 작은 상수 a의 값은 10이다. 답 ⑤

622

$2x^2-6x+k-1=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$(-6)^2-4\times2\times(k-1)>0,\ -8k>-44$

$\therefore k<\frac{11}{2}$

따라서 자연수 k는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다. 답 ④

623

$2x^2+4x+k=0$이 근을 갖지 않으려면

$4^2-4\times2\times k<0$

$-8k<-16 \qquad \therefore k>2$

따라서 근을 갖지 않도록 하는 가장 작은 자연수 k의 값은 3이다.

답 3

624

$6x^2-2x+2k+1=0$이 근을 갖지 않으려면

$(-2)^2-4\times6\times(2k+1)<0,\ -48k<20$

$\therefore k>-\frac{5}{12}$ 답 ⑤

625

$ax^2+4x+2=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$4^2-4\times a\times2>0,\ -8a>-16 \qquad \therefore a<2$

그런데 이차방정식의 x^2의 계수는 0이 아니어야 하므로

$a\neq0$

$\therefore a<0,\ 0<a<2$ 답 ④

626

$2x^2-8x+k=0$이 중근을 가지므로

$(-8)^2-4\times2\times k=0$

$-8k=-64 \qquad \therefore k=8$ ❶

즉, $x^2-8x+m=0$이 근을 가지므로

$(-8)^2-4\times1\times m\geq0$

$-4m\geq-64 \qquad \therefore m\leq16$ ❷

따라서 근을 갖도록 하는 가장 큰 상수 m의 값은 16이다. ❸

답 16

단계	채점 기준	배점
❶	k의 값 구하기	40 %
❷	m의 값의 범위 구하기	40 %
❸	근을 갖도록 하는 가장 큰 상수 m의 값 구하기	20 %

627

$x^2-6x+3-2k=0$이 근을 가지므로

$(-6)^2-4\times1\times(3-2k)\geq0,\ 8k\geq-24$

$\therefore k\geq-3$

또한, $x^2+2x-k+3=0$이 근을 갖지 않으려면

$2^2-4\times1\times(-k+3)<0,\ 4k<8$

$\therefore k<2$

따라서 구하는 k의 값의 범위는 $-3\leq k<2$ 답 $-3\leq k<2$

628

두 근이 -5, 1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x-1)=0,\ x^2+4x-5=0 \qquad \therefore a=4,\ b=-5$

따라서 두 근이 -5, 4이고 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$인 이차방정식은

$\frac{1}{2}(x+5)(x-4)=0,\ \frac{1}{2}(x^2+x-20)=0$

$\therefore \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-10=0$ 답 ①

629

$x^2-2x-4=0$에서 $x^2-2x=4$

$x^2-2x+1=4+1,\ (x-1)^2=5$

$\therefore a=-1,\ b=5$

따라서 두 근이 -1, 5이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x^2-4x-5=0$ 답 $x^2-4x-5=0$

630

중근 $x=-\frac{1}{2}$을 갖고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은

$4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0,\ 4\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)=0$

$4x^2+4x+1=0 \qquad \therefore a=4,\ b=1$

따라서 두 근이 1, 4이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x-1)(x-4)=0,\ 3(x^2-5x+4)=0$

$\therefore 3x^2-15x+12=0$ 답 ③

631

$2x^2+4x+m=0$이 중근을 가지므로

$4^2-4\times2\times m=0,\ 16-8m=0 \qquad \therefore m=2$

따라서 두 근이 1, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x-2)=0 \qquad \therefore x^2-3x+2=0$ 답 ②

632

$x^2-4x+1=0$에서 $x=2\pm\sqrt{3}$ ❶

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=2+\sqrt{3},\ \beta=2-\sqrt{3}$

$\alpha-1=2+\sqrt{3}-1=1+\sqrt{3}$

$\beta-1=2-\sqrt{3}-1=1-\sqrt{3}$ ❷

따라서 두 근이 $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2\{x-(1-\sqrt{3})\}\{x-(1+\sqrt{3})\}=0$

$2\{(x-1)+\sqrt{3}\}\{(x-1)-\sqrt{3}\}=0,\ 2\{(x-1)^2-3\}=0$

$2(x^2-2x-2)=0 \qquad \therefore 2x^2-4x-4=0$ ❸

답 $2x^2-4x-4=0$

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식의 해 구하기	30 %
❷	$\alpha-1$, $\beta-1$의 값 구하기	20 %
❸	조건에 맞는 이차방정식 구하기	50 %

633

y절편이 -4이므로 $b=-4$

$y=ax-4$의 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로

$0=-3a-4 \quad \therefore a=-\frac{4}{3}$

따라서 두 근이 -4, $-\frac{4}{3}$이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x+4)\left(x+\frac{4}{3}\right)=0$, $3\left(x^2+\frac{16}{3}x+\frac{16}{3}\right)=0$

$\therefore 3x^2+16x+16=0$ 답 $3x^2+16x+16=0$

634

원래의 이차방정식을 $3x^2+ax+b=0$이라고 하면

(i) 준수는 상수항을 제대로 보았으므로

$3(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$, $3x^2+x-2=0 \quad \therefore b=-2$

(ii) 윤수는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$3\left(x-\frac{2}{3}\right)(x-1)=0$, $3x^2-5x+2=0 \quad \therefore a=-5$

(i), (ii)에서 원래의 이차방정식은 $3x^2-5x-2=0$이므로 바르게 구한 해는

$(3x+1)(x-2)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

답 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

635

주어진 이차방정식의 두 근을 각각 α, $\alpha+2$라고 하면 x^2의 계수가 1이므로

$(x-\alpha)\{x-(\alpha+2)\}=0$, $x^2-(2\alpha+2)x+\alpha^2+2\alpha=0$

따라서 $-(2\alpha+2)=-4$이므로 $-2\alpha=-2 \quad \therefore \alpha=1$

또한, $3k-9=\alpha^2+2\alpha=3$이므로 $3k=12 \quad \therefore k=4$ 답 ④

636

주어진 이차방정식의 두 근을 각각 $2k$, $3k$라고 하면 x^2의 계수가 5이므로

$5(x-2k)(x-3k)=0$, $5x^2-25kx+30k^2=0$

따라서 $-25k=-50$이므로 $k=2$

또한, $9a+48=30k^2=120$이므로 $9a=72 \quad \therefore a=8$ 답 8

637

주어진 이차방정식의 두 근을 각각 α, 2α라고 하면 x^2의 계수가 1이므로

$(x-\alpha)(x-2\alpha)=0$, $x^2-3\alpha x+2\alpha^2=0$

따라서 $-3\alpha=k$이므로 $\alpha=-\frac{k}{3}$

또한, $2\alpha^2=k-1$이므로 $\alpha=-\frac{k}{3}$를 대입하면

$2\times\left(-\frac{k}{3}\right)^2=k-1$, $2k^2=9k-9$

$2k^2-9k+9=0$, $(2k-3)(k-3)=0$

$\therefore k=\frac{3}{2}$ 또는 $k=3$

따라서 모든 상수 k의 값의 합은 $\frac{3}{2}+3=\frac{9}{2}$ 답 ⑤

638

주어진 이차방정식의 한 근이 $3-2\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $3+2\sqrt{3}$이다.

$\{x-(3-2\sqrt{3})\}\{x-(3+2\sqrt{3})\}=0$

$\{(x-3)+2\sqrt{3}\}\{(x-3)-2\sqrt{3}\}=0$, $(x-3)^2-12=0$

$\therefore x^2-6x-3=0$

따라서 $-6=6k$, $-3=m+1$이므로 $k=-1$, $m=-4$

$\therefore k+m=-1+(-4)=-5$ 답 ①

639

주어진 이차방정식의 한 근이 $2+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{5}$이다. ❶

$\{x-(2+\sqrt{5})\}\{x-(2-\sqrt{5})\}=0$

$\{(x-2)-\sqrt{5}\}\{(x-2)+\sqrt{5}\}=0$, $(x-2)^2-5=0$

$\therefore x^2-4x-1=0$ ❷

따라서 $-4=-2p$, $-1=3q+1$이므로 $p=2$, $q=-\frac{2}{3}$

$\therefore p-3q=2-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=4$ ❸

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	다른 한 근 구하기	20 %
❷	이차방정식 구하기	50 %
❸	$p-3q$의 값 구하기	30 %

640

주어진 이차방정식의 한 근이

$\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$

이므로 다른 한 근은 $3+2\sqrt{2}$이다.

$\{x-(3-2\sqrt{2})\}\{x-(3+2\sqrt{2})\}=0$

$\{(x-3)+2\sqrt{2}\}\{(x-3)-2\sqrt{2}\}=0$, $(x-3)^2-8=0$

$\therefore x^2-6x+1=0$

그런데 x의 계수가 6이어야 하므로 양변에 -1을 곱하면

$-x^2+6x-1=0$

따라서 $a=-1$, $b=-1$이므로

$ab=-1\times(-1)=1$ 답 ④

641

$\dfrac{n(n-3)}{2}=35$이므로 $n(n-3)=70$

$n^2-3n-70=0$, $(n+7)(n-10)=0$

$\therefore n=10$ ($\because n>3$)

따라서 대각선의 개수가 35인 다각형은 십각형이다. 답 ②

642

$\dfrac{n(n+1)}{2}=36$이므로 $n(n+1)=72$

$n^2+n-72=0$, $(n+9)(n-8)=0$

$\therefore n=8$ ($\because n>0$)

따라서 합이 36이 되려면 1부터 8까지의 자연수를 더해야 한다. 답 8

643

$\dfrac{n(n-1)}{2}=45$이므로 $n(n-1)=90$

$n^2-n-90=0$, $(n+9)(n-10)=0$

$\therefore n=10$ ($\because n>1$)

따라서 이 모임에 참가한 학생은 모두 10명이다. 답 10명

644

$(x-1, -2x)\blacktriangle(x, x+2)=-4$를 정리하면

$(x-1)(x+2)+(-2x)\times x=-4$

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 모든 실수 x의 값의 합은 $-1+2=1$ 답 ④

645

$(x-1)◎(2x+1)=2$를 정리하면

$(x-1)+(2x+1)-(x-1)(2x+1)+7=2$ ······ ❶

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ ······ ❷

따라서 모든 실수 x의 값의 합은

$-1+3=2$ ······ ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 연산을 식으로 나타내기	40 %
❷	이차방정식의 해 구하기	40 %
❸	모든 실수 x의 값의 합 구하기	20 %

646

$\langle x\rangle^2-\langle x\rangle-6=0$에서 $(\langle x\rangle+2)(\langle x\rangle-3)=0$

$\therefore \langle x\rangle=3$ ($\because \langle x\rangle$는 자연수)

따라서 자연수 x보다 작은 소수의 개수가 3인 자연수는 6, 7이므로

그 합은 $6+7=13$ 답 ③

647

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면

$(x+1)^2=x^2+(x-1)^2-21$

$x^2-4x-21=0$, $(x+3)(x-7)=0$

$\therefore x=7$ ($\because x$는 자연수)

따라서 세 자연수는 6, 7, 8이고, 그중 가장 큰 수는 8이다.

답 ⑤

648

연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라고 하면

$x^2+(x+2)^2=100$, $2x^2+4x-96=0$

$x^2+2x-48=0$, $(x+8)(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because x$는 자연수)

따라서 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 곱은

$6\times8=48$ 답 ②

649

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라고 하면

$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=683$

$3x^2-675=0$, $x^2-225=0$

$(x+15)(x-15)=0$

$\therefore x=15$ ($\because x$는 자연수)

따라서 세 홀수는 13, 15, 17이므로 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은

$13+17=30$ 답 ⑤

650

합이 15인 두 자연수를 x, $15-x$라고 하면

$x^2+(15-x)^2=137$, $2x^2-30x+88=0$

$x^2-15x+44=0$, $(x-4)(x-11)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=11$

따라서 두 자연수는 4, 11이므로 구하는 차는

$11-4=7$ 답 7

651

어떤 자연수를 x라고 하면

$x(x-2)=15$ ······ ❶

$x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x$는 자연수) ······ ❷

따라서 처음 곱하려던 두 자연수는 5, 7이므로 구하는 곱은

$5\times7=35$ ······ ❸

답 35

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	40 %
❷	이차방정식 풀기	30 %
❸	처음 구하려던 두 자연수의 곱 구하기	30 %

652

십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $14-x$이므로

$x(14-x)=10x+14-x-14$

$x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 십의 자리의 숫자는 5, 일의 자리의 숫자는 9이므로 구하는 수는 59이다. 답 59

653

연속하는 네 자연수를 $x-1$, x, $x+1$, $x+2$라고 하면

$(x-1)^2+(x+2)^2=x(x+1)+61$, $x^2+x-56=0$

$(x+8)(x-7)=0$ $\quad\therefore x=7$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 네 자연수는 6, 7, 8, 9이므로 구하는 합은

$6+7+8+9=30$ 답 30

654

펼쳐진 두 면의 쪽수는 연속하므로 x, $x+1$이라고 하면

$x(x+1)=156$, $x^2+x-156=0$

$(x+13)(x-12)=0$ $\quad\therefore x=12$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 두 면의 쪽수는 12, 13이므로 구하는 합은

$12+13=25$ 답 25

655

전체 학생 수를 x라고 하면 한 학생이 받은 귤의 개수는 $x+5$이므로

$x(x+5)=24$, $x^2+5x-24=0$

$(x+8)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=3$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 전체 학생 수는 3이다. 답 ①

656

동생의 나이를 x살이라고 하면 누나의 나이는 $(x+4)$살이므로

$(x+4)^2=3x^2-8$, $2x^2-8x-24=0$

$x^2-4x-12=0$, $(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 동생의 나이는 6살이다. 답 ②

657

$50+50t-5t^2=130$이므로 $5t^2-50t+80=0$

$t^2-10t+16=0$, $(t-2)(t-8)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=8$

따라서 지면으로부터의 높이가 130 m가 되는 것은 2초 후 또는 8초 후이다. 답 ⑤

658

지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$40+35t-5t^2=0$, $t^2-7t-8=0$

$(t+1)(t-8)=0$ $\quad\therefore t=8$ ($\because$ $t>0$)

따라서 8초 후에 지면에 떨어진다. 답 ⑤

659

$2500+150t-5t^2=3500$이므로

$5t^2-150t+1000=0$ ……… ❶

$t^2-30t+200=0$, $(t-10)(t-20)=0$

$\therefore t=10$ 또는 $t=20$ ……… ❷

따라서 분출물의 높이가 3500 m 이상인 것은 10초 후부터 20초 후까지이므로 10초 동안이다. ……… ❸

답 10초

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	30 %
❷	이차방정식 풀기	40 %
❸	분출물의 높이가 3500 m 이상인 시간 구하기	30 %

660

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$(x+2)^2=5(5+2x)$, $x^2-6x-21=0$

$\therefore x=3+\sqrt{30}$ ($\because$ $x>0$) 답 ②

661

$\overline{AP}=\overline{QC}=x$ cm라고 하면 $\overline{PB}=(16-x)$ cm이고

$\overline{BQ}=(12-x)$ cm이므로

$\triangle PBQ=\frac{1}{2}(12-x)(16-x)=16$ ……… ❶

$x^2-28x+160=0$, $(x-8)(x-20)=0$

$\therefore x=8$ ($\because$ $0<x<12$) ……… ❷

$\therefore \overline{AP}=8$ cm ……… ❸

답 8 cm

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	50 %
❷	이차방정식 풀기	40 %
❸	$\overline{AP}$의 길이 구하기	10 %

662

가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 중간 크기의 반원의 반지름의 길이는 $(6-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\pi\times6^2-\frac{1}{2}\pi\times x^2-\frac{1}{2}\pi\times(6-x)^2=8\pi$

$2x^2-12x+16=0$, $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=2$ ($\because$ $0<x<3$)

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 2 cm이다. 답 ①

663

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-x)$ cm이므로

$x^2+(9-x)^2=45$, $2x^2-18x+36=0$

$x^2-9x+18=0$, $(x-3)(x-6)=0$

$\therefore x=3\left(\because 0<x<\frac{9}{2}\right)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다. 답 3 cm

664

직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(11-x)$ cm이므로

$x(11-x)=30$, $x^2-11x+30=0$

$(x-5)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=5$ 또는 $x=6$

이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 길어야 하므로 가로의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

665

작은 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면

$\pi(x+2)^2=\pi x^2\times 3$, $x^2+4x+4=3x^2$

$x^2-2x-2=0$ $\quad\therefore x=1+\sqrt{3}\ (\because x>0)$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $(1+\sqrt{3})$ cm이다. 답 ③

666

$\overline{AD}=\overline{AH}=x$ cm라고 하면 $\overline{BC}=(x+4)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times(x+x+4)\times x=63$, $x^2+2x-63=0$ ……… ❶

$(x+9)(x-7)=0$ $\quad\therefore x=7\ (\because x>0)$ ……… ❷

$\therefore \overline{BC}=7+4=11\,(\text{cm})$ ……… ❸

답 11 cm

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	40 %
❷	이차방정식 풀기	30 %
❸	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %

667

처음 삼각형의 높이를 x cm라고 하면 늘린 삼각형의 밑변의 길이는 $(2x+3)$ cm, 높이는 $(x+1)$ cm이므로

$\frac{1}{2}(2x+3)(x+1)=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2x\times x\right)$

$2x^2+5x+3=4x^2$, $2x^2-5x-3=0$

$(2x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=3\ (\because x>0)$

따라서 처음 삼각형의 높이가 3 cm이므로 밑변의 길이는 6 cm이다.

답 6 cm

668

x초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$의 길이는 각각 x cm, $2x$ cm이므로 $\overline{PB}$의 길이는 $(8-x)$ cm이다.

$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=16$

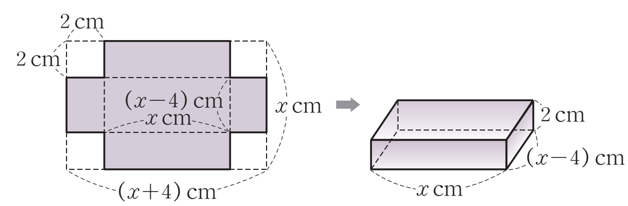
$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

따라서 4초 후에 $\triangle PBQ$의 넓이가 16 cm^2가 된다. 답 ④

669

처음 직사각형의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(x+4)$ cm이므로 만든 직육면체는 아래 그림과 같다.



직육면체 모양의 상자의 부피가 42 cm^3이므로

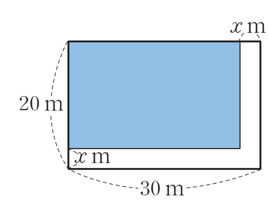
$x\times(x-4)\times 2=42$, $x^2-4x-21=0$

$(x+3)(x-7)=0$ $\quad\therefore x=7\ (\because x>4)$

따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 7 cm이다. 답 ③

670

길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$(30-x)(20-x)=375$

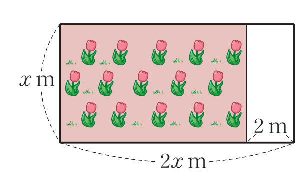
$x^2-50x+225=0$

$(x-5)(x-45)=0$ $\quad\therefore x=5\ (\because 0<x<20)$

따라서 길의 폭은 5 m로 해야 한다. 답 ④

671

처음 꽃밭의 세로의 길이를 x m라고 하면 가로의 길이는 $2x$ m이고, 길을 제외한 꽃밭의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$x(2x-2)=40$, $x^2-x-20=0$

$(x+4)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=5\ (\because x>0)$

따라서 처음 꽃밭의 세로의 길이는 5 m이므로 가로의 길이는 10 m이다. 답 10 m

672

길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 잔디밭의 가로의 길이는 $(15-x)$ m, 세로의 길이는 $(10-2x)$ m이므로

$(15-x)(10-2x)=78$, $x^2-20x+36=0$
$(x-2)(x-18)=0$ $\quad\therefore x=2$ ($\because 0<x<5$)
따라서 길의 폭은 2 m이다. 답 2 m

만점에 도전하기 119~120쪽

673

① $a=1$이면 $x^2-x-2=0$이므로
$(x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은 $-1+2=1$
② 한 근이 1이면 $1^2-a-2a=0$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$
③ $a=8$이면 $x^2-8x-16=0$
이때 $(-8)^2-4\times1\times(-16)=128>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
④ $a=2$이면 $x^2-2x-4=0$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{5}$
⑤ $a^2+8a<0$이면 근이 없다.
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

674

① $\frac{1}{12}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}=0$의 양변에 12를 곱하면
$x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
② $\frac{9}{2}x^2-2=0$의 양변에 2를 곱하면
$9x^2-4=0$, $x^2=\frac{4}{9}$
$\therefore x=\pm\frac{2}{3}$
③ $\frac{1}{6}x^2-x+\frac{3}{2}=0$의 양변에 6을 곱하면
$x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$
④ $\frac{1}{4}(x-1)^2=1$의 양변에 4를 곱하면
$(x-1)^2=4$, $x-1=\pm2$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
⑤ $x^2+1.5x-0.5=0$의 양변에 10을 곱하면
$10x^2+15x-5=0$, $2x^2+3x-1=0$
$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$ ⇨ 무리수
따라서 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

675

$\frac{3}{5}x^2+\frac{1}{20}x-1=0$의 양변에 20을 곱하면
$12x^2+x-20=0$, $(3x+4)(4x-5)=0$
$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{4}$
또, $0.4x^2-1.3x+1=0$의 양변에 10을 곱하면
$4x^2-13x+10=0$, $(4x-5)(x-2)=0$
$\therefore x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=2$
따라서 공통인 근은 $x=\frac{5}{4}$이다. 답 $x=\frac{5}{4}$

676

$(x^2-5x)^2+10x^2-50x+24=0$에서
$(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24=0$
$x^2-5x=A$라고 하면 $A^2+10A+24=0$
$(A+6)(A+4)=0$ $\quad\therefore A=-6$ 또는 $A=-4$
(i) $A=-6$일 때, $x^2-5x=-6$
$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
(ii) $A=-4$일 때, $x^2-5x=-4$
$x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=4$
따라서 모든 근의 합은 $2+3+1+4=10$ 답 10

677

(i) $x^2-7x+(12+a)=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-7)^2-4\times1\times(12+a)>0$, $1-4a>0$
$\therefore a<\frac{1}{4}$
(ii) $(a^2+1)x^2+2(a-3)x+2=0$이 중근을 가지므로
$\{2(a-3)\}^2-4\times(a^2+1)\times2=0$, $-4a^2-24a+28=0$
$a^2+6a-7=0$, $(a+7)(a-1)=0$
$\therefore a=-7$ 또는 $a=1$
(i), (ii)에서 $a=-7$ 답 -7

678

$x^2-(k+2)x+1=0$이 중근을 가지려면
$(k+2)^2-4\times1\times1=0$, $k^2+4k=0$
$k(k+4)=0$ $\quad\therefore k=0$ 또는 $k=-4$
두 근이 0, -4이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2x(x+4)=0$, $2x^2+8x=0$ $\quad\therefore a=8$, $b=0$
$\therefore a+b=8+0=8$ 답 8

679

차가 4인 두 근을 α, $\alpha+4$라고 하면
$\alpha+4=3\alpha$ $\quad\therefore \alpha=2$
즉, 두 근은 2와 6이다. ❶
두 근이 2와 6이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-2)(x-6)=0$, $x^2-8x+12=0$이므로

$a=-8,\ b=12$ ❷
$\therefore a+b=-8+12=4$ ❸

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	두 근 구하기	50 %
❷	a, b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	10 %

680

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 소수 부분은 $-2+\sqrt{5}$
한 근이 $-2+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{5}$이다. 즉,
$2\{x-(-2+\sqrt{5})\}\{x-(-2-\sqrt{5})\}=0$
$2\{(x+2)-\sqrt{5}\}\{(x+2)+\sqrt{5}\}=0,\ 2\{(x+2)^2-5\}=0$
$\therefore 2x^2+8x-2=0$
따라서 $m=8,\ n=-2$이므로
$m+n=8+(-2)=6$ 답 6

681

넷째 주 목요일을 x일이라고 하면 둘째 주 화요일은 $(x-16)$일이므로
$x(x-16)=192,\ x^2-16x-192=0$
$(x+8)(x-24)=0 \qquad \therefore x=24\ (\because x>16)$
따라서 넷째 주 목요일은 24일이다. 답 24일

682

트랙을 한 바퀴 도는 데 10초가 걸리므로
트랙의 둘레의 길이는 $5\times10+10^2=150(\text{m})$
트랙 두 바퀴의 길이는 300 m이므로
$5t+t^2=300,\ t^2+5t-300=0$
$(t+20)(t-15)=0 \qquad \therefore t=15\ (\because t>0)$
따라서 두 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 15초이다. 답 15초

683

타일의 짧은 변의 길이를 x cm라고 하면 긴 변의 길이는
$\frac{1}{2}(4x-12)=2x-6(\text{cm})$
직사각형의 넓이가 960 cm²이므로
$4x\{(2x-6)+x\}=960$
$12x^2-24x-960=0,\ x^2-2x-80=0$
$(x+8)(x-10)=0 \qquad \therefore x=10\ (\because x>3)$
따라서 타일의 짧은 변의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm

684

작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 큰 정삼각형의 한 변의 길이는
$\frac{1}{3}\times(12-3x)=4-x(\text{cm})$
두 정삼각형의 닮음비가 $x:(4-x)$이므로 넓이의 비는
$x^2:(4-x)^2=3:4,\ 3(4-x)^2=4x^2$
$x^2+24x-48=0 \qquad \therefore x=-12+8\sqrt{3}\ (\because x>0)$
따라서 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 $(-12+8\sqrt{3})$ cm이다.
답 $(-12+8\sqrt{3})$ cm

685

$\overline{AH}=x$ cm라고 하면
$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=(16-x)$ cm이다.
$\triangle$AEH에서 $x^2+(16-x)^2=12^2,\ x^2-16x+56=0$
$\therefore x=8-2\sqrt{2}\ (\because 0<x<8)$
$\therefore \overline{AH}=(8-2\sqrt{2})$ cm 답 ⑤

686

y절편이 12이고 점 $(6,\ 0)$을 지나므로 직선 AB의 방정식은
$y=-2x+12$
점 P의 좌표를 $(a,\ -2a+12)$라고 하면
$\triangle\text{MOP}=\frac{1}{2}a(-2a+12)=-a^2+6a$
$\triangle\text{BOA}=\frac{1}{2}\times6\times12=36$
$\triangle\text{MOP}=\frac{1}{4}\triangle\text{BOA}$에서 $-a^2+6a=\frac{1}{4}\times36$
$a^2-6a+9=0,\ (a-3)^2=0 \qquad \therefore a=3$
따라서 점 P의 좌표는 $(3,\ 6)$이다. 답 $(3,\ 6)$

687

(정가)$=20000\left(1+\frac{x}{100}\right)$이므로
(할인가)$=$(정가)$\times\left(1-\frac{x}{100}\right)$
$=20000\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)$
$=2(100+x)(100-x)$
할인가는 원가보다 800원이 싸므로
$2(100+x)(100-x)=20000-800$
$10000-x^2=9600,\ x^2=400 \qquad \therefore x=20\ (\because x>0)$ 답 20

Ⅳ. 이차함수

1 이차함수의 그래프 (1)

개념 확인하기 123, 125쪽

688

(1) y가 x에 대한 일차함수이다.

(2) $y=ax^2+bx+c$의 꼴이므로 이차함수이다.

(3) $y=x(x^2-1)-x+2=x^3-2x+2$

즉, $y=$(x에 대한 삼차식)의 꼴이므로 이차함수가 아니다.

답 (1) × (2) ○ (3) ×

689

(3) $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$

즉, $y=ax^2+bx+c$의 꼴이므로 이차함수이다.

답 (1) $y=4\pi x^2$, 이차함수이다. (2) $y=x^3$, 이차함수가 아니다.

(3) $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$, 이차함수이다.

690

(1) $f(0)=0^2-3\times0+1=1$

(2) $f(3)=3^2-3\times3+1=1$

(3) $f(-1)=(-1)^2-3\times(-1)+1=5$

(4) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times\frac{1}{2}+1=-\frac{1}{4}$

답 (1) 1 (2) 1 (3) 5 (4) $-\frac{1}{4}$

691

답 (1) 아래 (2) y (3) 감소 (4) x

692

(3) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=2x^2$이다.

답 (1) $(0, 0)$ (2) $x=0$ (3) $y=2x^2$

693

(1) x^2의 계수가 음수이면 그래프가 위로 볼록하므로 그래프가 위로 볼록한 것은 ㄴ, ㄹ이다.

(2) x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㄴ이다.

(3) x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이면 두 그래프는 x축에 대하여 대칭이므로 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것은 ㄷ과 ㄹ이다.

답 (1) ㄴ, ㄹ (2) ㄴ (3) ㄷ과 ㄹ

694

(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

a의 절댓값이 3보다 작으므로 $a<3$

$\therefore 0<a<3$

(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

a의 절댓값이 $-\frac{1}{2}$의 절댓값보다 크므로 $a<-\frac{1}{2}$

$\therefore a<-\frac{1}{2}$

답 (1) $0<a<3$ (2) $a<-\frac{1}{2}$

695

답 (1) $y=-2x^2+4$ (2) $y=3x^2-5$ (3) $y=-\frac{1}{4}x^2+7$

696

답 (1) 꼭짓점의 좌표: $(0, 5)$, 축의 방정식: $x=0$

(2) 꼭짓점의 좌표: $(0, -8)$, 축의 방정식: $x=0$

697

(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점의 y좌표가 음수이므로 $q<0$

(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점의 y좌표가 양수이므로 $q>0$

답 (1) $a>0$, $q<0$ (2) $a<0$, $q>0$

698

답 (1) $y=-4(x-2)^2$ (2) $y=5(x+3)^2$ (3) $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$

699

답 (1) 꼭짓점의 좌표: $(-5, 0)$, 축의 방정식: $x=-5$

(2) 꼭짓점의 좌표: $(-9, 0)$, 축의 방정식: $x=-9$

700

(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점의 x좌표가 양수이므로 $p>0$

(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점의 x좌표가 음수이므로 $p<0$

답 (1) $a>0$, $p>0$ (2) $a<0$, $p<0$

701

답 (1) $y=4(x-2)^2+3$ (2) $y=-3(x-3)^2-4$

(3) $y=\frac{3}{2}(x+4)^2+5$

702

답 (1) 꼭짓점의 좌표: $(3, 4)$, 축의 방정식: $x=3$

(2) 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{1}{6}, -7\right)$, 축의 방정식: $x=-\frac{1}{6}$

필수유형 다지기 126~135쪽

703

① $y=x(x-4)-x^2=4x$

즉, y가 x에 대한 일차함수이다.

② $y=ax^2+bx+c$의 꼴이므로 이차함수이다.

③ $y=x(x^2-3)-2=x^3-3x-2$

즉, $y=$(x에 대한 삼차식)의 꼴이므로 이차함수가 아니다.

④ x^2이 분모에 있으므로 이차함수가 아니다.

⑤ $y=x(x+2)-10=x^2+2x-10$

즉, $y=ax^2+bx+c$의 꼴이므로 이차함수이다.

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

704

① $y=6x^2$이므로 이차함수이다.

② (거리)=(속력)×(시간)에서 $y=100x$이므로 일차함수이다.

③ $y=\pi x^2\times10=10\pi x^2$이므로 이차함수이다.

④ $y=600x$이므로 일차함수이다.

⑤ $y=\frac{1}{2}\times(x+x-2)\times4=4x-4$이므로 일차함수이다.

따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

705

$y=a(a-1)x^2+3x-2x^2=(a^2-a-2)x^2+3x$가 x에 대한 이차함수이려면

$a^2-a-2\neq0$, $(a+1)(a-2)\neq0$

$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq2$ 답 ②, ⑤

706

$f(-1)=-(-1)^2+5\times(-1)-7=-13$

$f(2)=-2^2+5\times2-7=-1$

$\therefore f(-1)+f(2)=-13+(-1)=-14$ 답 ④

707

$f(-2)=3\times(-2)^2-2a+5=21$이므로

$-2a=4$ $\therefore a=-2$ 답 ①

708

$f(a)=2a^2-3a-1=1$이므로

$2a^2-3a-2=0$, $(2a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=2$ ($\because$ a는 정수) 답 2

709

$f(-1)=a\times(-1)^2-2\times(-1)-10=-3$이므로

$a=5$ ❶

즉, $f(x)=5x^2-2x-10$이므로

$f(2)=5\times2^2-2\times2-10=6$ $\therefore b=6$ ❷

$\therefore a+b=5+6=11$ ❸

답 11

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

710

그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁으려면 x^2의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 커야 한다.

x^2의 계수가 음수인 것은 ③, ④, ⑤이고,

$\left|-\frac{1}{4}\right|<|-1|<|-2|$

이므로 구하는 것은 ④이다. 답 ④

711

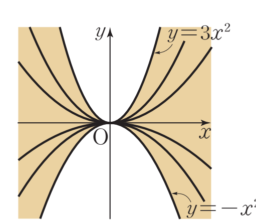
a의 값이 가장 크려면 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁아야 하므로 ㈎이다. 답 ㈎

712

그래프가 색칠한 부분을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 상수 a의 값의 범위는

$-1<a<0$ 또는 $0<a<3$

따라서 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ①이다. 답 ①



713

두 이차함수의 그래프가 x축에 대하여 대칭이려면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대여야 한다.

따라서 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것은 ㄴ과 ㄹ, ㄷ과 ㅂ이다.

답 ③, ⑤

714

$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다.

답 ③

715

$y=ax^2$의 그래프가 $y=\frac{5}{7}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로

$a=-\frac{5}{7}$ ······ ❶

$y=bx^2$의 그래프가 $y=-7x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로

$b=7$ ······ ❷

$\therefore ab=-\frac{5}{7}\times 7=-5$ ······ ❸

답 -5

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	ab의 값 구하기	20 %

716

① y축에 대하여 대칭이다.

② 아래로 볼록한 포물선이다.

③ $|3|<|-4|$이므로 $y=-4x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

④ 제1사분면과 제2사분면을 지난다.

답 ⑤

717

③ x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㄹ이다.

답 ③

718

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, -8)$을 지나므로

$-8=a\times(-2)^2 \quad \therefore a=-2$

답 -2

719

$y=-4x^2$에 주어진 점의 좌표를 각각 대입하면 다음과 같다.

① $-36=-4\times(-3)^2$

② $-2\neq-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $0=-4\times 0^2$

④ $-4=-4\times 1^2$

⑤ $-16=-4\times 2^2$

따라서 이차함수의 그래프가 지나는 점이 아닌 것은 ②이다.

답 ②

720

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -1)$을 지나므로

$-1=a\times 2^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$

따라서 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-1, b)$를 지나므로

$b=-\frac{1}{4}\times(-1)^2=-\frac{1}{4}$

$\therefore a+b=-\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{2}$

답 $-\frac{1}{2}$

721

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(4, 24)$를 지나므로

$24=a\times 4^2 \quad \therefore a=\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로

$b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a-b=\frac{3}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)=3$

답 3

722

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로

$4=a\times 1^2 \quad \therefore 4=a$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=4x^2$

답 ⑤

723

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, 6)$을 지나므로

$6=a\times 3^2 \quad \therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $f(x)=\frac{2}{3}x^2$이므로

$f(6)=\frac{2}{3}\times 6^2=24$

답 ③

724

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-2, 12)$를 지나므로

$12=a\times(-2)^2 \quad \therefore a=3$ ······ ❶

따라서 $y=3x^2$의 그래프가 점 $(k, 27)$을 지나므로

$27=3k^2,\ k^2=9$

$\therefore k=3\ (\because k>0)$ ······ ❷

답 3

단계	채점 기준	배점
❶	이차함수의 식 구하기	50 %
❷	k의 값 구하기	50 %

725

$y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{1}{3}$만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{5}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-3$ 답 ④

726

$y=6x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=6(x-p)^2+q$

이 그래프가 $y=6(x+3)^2-4$의 그래프와 일치하므로

$p=-3,\ q=-4$

$\therefore\ p+q=-3+(-4)=-7$ 답 -7

727

③ $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$ 답 ③

› 참고 평행이동하여 완전히 포갤 수 있으려면 x^2의 계수가 같아야 한다.

728

$y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x+4)^2$

이 그래프가 점 $(-3,\ m)$을 지나므로

$m=-3\times(-3+4)^2=-3$ 답 -3

729

$y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}x^2+q$

이 그래프가 점 $(-3,\ 4)$를 지나므로

$4=-\frac{1}{3}\times(-3)^2+q \qquad \therefore\ q=7$ 답 7

730

$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-2)^2+3$

이 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나므로

$-1=a(4-2)^2+3,\ 4a=-4$

$\therefore\ a=-1$ 답 -1

731

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-1)^2-3$ ❶

이 그래프가 점 $(-2,\ m)$을 지나므로

$m=-2\times(-2-1)^2-3=-18-3=-21$ ❷

답 -21

단계	채점 기준	배점
❶	평행이동한 그래프의 식 구하기	50 %
❷	m의 값 구하기	50 %

732

$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x+3)^2-4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -4)$, 축의 방정식은 $x=-3$이므로 $a=-3,\ b=-4,\ c=-3$

$\therefore\ a+b+c=-3+(-4)+(-3)=-10$ 답 -10

733

각 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 구하면 다음과 같다.

① $(5,\ 0)$이므로 꼭짓점이 x축 위에 있다.

② $(-2,\ -1)$이므로 꼭짓점이 제3사분면 위에 있다.

③ $(3,\ 2)$이므로 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.

④ $(4,\ -3)$이므로 꼭짓점이 제4사분면 위에 있다.

⑤ $(-1,\ 2)$이므로 꼭짓점이 제2사분면 위에 있다.

따라서 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

734

$y=-3x^2+q$의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로

$3=-3\times(-1)^2+q \qquad \therefore\ q=6$

따라서 $y=-3x^2+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 6)$이므로

$a=0,\ b=6$

$\therefore\ a+b+q=0+6+6=12$ 답 12

735

$y=a(x+p)^2+4$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로

$-p=-3 \qquad \therefore\ p=3$

따라서 $y=a(x+3)^2+4$의 그래프가 점 $(-4,\ 6)$을 지나므로

$6=a(-4+3)^2+4 \qquad \therefore\ a=2$

$\therefore\ a+p=2+3=5$ 답 ③

736

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이므로 $a=2$

$y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x+3)^2$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이므로 $b=-3$

$\therefore a+b=2+(-3)=-1$ 답 -1

737

$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-p)^2$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로

$p=-\frac{3}{2}$ ……❶

따라서 $y=a\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$를 지나므로

$-2=a\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)^2$, $4a=-2$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$ ……❷

$\therefore a+p=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-2$ ……❸

답 -2

단계	채점 기준	배점
❶	p의 값 구하기	40 %
❷	a의 값 구하기	40 %
❸	$a+p$의 값 구하기	20 %

738

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-a)^2-4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a, -4)$이므로 $a=2$, $b=-4$

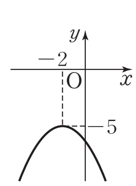
따라서 $y=-2(x-2)^2-4$의 그래프가 점 $(3, c)$를 지나므로

$c=-2\times(3-2)^2-4=-2-4=-6$

$\therefore a+b+c=2+(-4)+(-6)=-8$ 답 -8

739

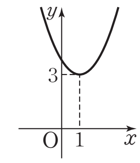
$y=-\frac{2}{3}(x+2)^2-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-2$



답 ③

740

$y=\frac{1}{4}(x-1)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>1$



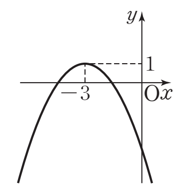
답 ④

741

$y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+1$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다.

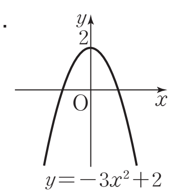


답 $x<-3$

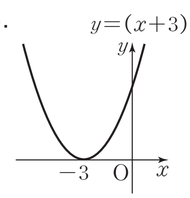
742

각 이차함수의 그래프를 그려 보면 다음과 같다.

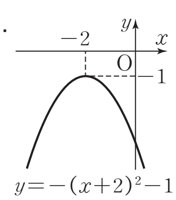
ㄱ.



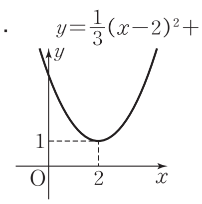
ㄴ.



ㄷ.



ㄹ.



따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은 ㄱ의 1개이다. 답 ②

743

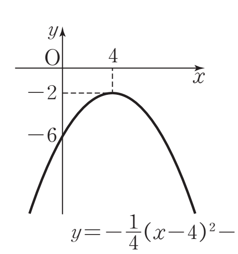
$y=-(x-3)^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$이고 위로 볼록한 포물선이므로 ㉤이다. 답 ㉤

744

$y=-\frac{1}{4}(x-4)^2-2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(4, -2)$이고 위로 볼록한 포물선이다.

또, $x=0$일 때 $y=-6$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

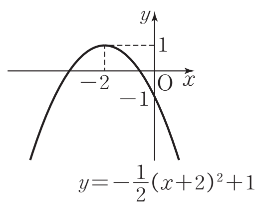
따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1, 2사분면이다.



답 ①

745

③ $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



답 ③

746

④ 축의 방정식은 $x=0$이다.

답 ④

747

① 위로 볼록한 포물선이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$이다.
④ $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

답 ②

748

⑤ x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 $y=4(x-2)^2+5$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

답 ⑤

749

① $y=2x^2+1$과 $y=-2x^2$의 그래프는 x^2의 계수의 절댓값이 같으므로 폭이 같다.
② $y=2x^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이다.
③ $y=(x+1)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$이다.
④ $y=2(x-3)^2-5$에 $x=3$, $y=5$를 대입하면
$5\neq 2(3-3)^2-5$
이므로 점 $(3, 5)$를 지나지 않는다.
⑤ $y=2(x-9)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=9$이다.
따라서 옳은 것은 ①이다.

답 ①

750

$y=-3(x-2)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x+5-2)^2+5+3$
$=-3(x+3)^2+8$
$=-3x^2-18x-19$

따라서 $a=-3$, $b=-18$, $c=-19$이므로
$a+b+c=-3+(-18)+(-19)=-40$

답 -40

751

$y=(x+2)^2+4$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x+2)^2+4+k$
이 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로
$2=(-3+2)^2+4+k$ $\quad\therefore k=-3$

답 -3

752

$y=(x-3)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x-p-3)^2+2$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=p+3$이므로
$p+3=4$ $\quad\therefore p=1$

답 ④

753

$y=-(x-2)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x+4-2)^2-1+5$
$=-(x+2)^2+4$ ······ ❶
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$, 축의 방정식은 $x=-2$이므로
$p=-2$, $q=4$, $m=-2$ ······ ❷
$\therefore p+q+m=-2+4+(-2)=0$ ······ ❸

답 0

단계	채점 기준	배점
❶	평행이동한 그래프의 식 구하기	40 %
❷	p, q, m의 값 구하기	40 %
❸	$p+q+m$의 값 구하기	20 %

754

$y=(x-1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x-a-1)^2+1+b$
이 그래프가 $y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$의 그래프와 일치하므로
$-a-1=\frac{1}{2}$, $1+b=-\frac{1}{4}$
$\therefore a=-\frac{3}{2}$, $b=-\frac{5}{4}$
$\therefore a+b=-\frac{3}{2}+\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{11}{4}$

답 ②

755

$y=-(x+1)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $3k$만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x-k+1)^2+4+3k$
이 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나므로
$1=-(-2-k+1)^2+4+3k$
$(-1-k)^2-3-3k=0$, $k^2-k-2=0$
$(k+1)(k-2)=0$ $\quad\therefore k=2$ $(\because k>0)$

답 2

756

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -2)$이므로 $p=-2$, $q=-2$

따라서 $y=a(x+2)^2-2$의 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=a\times 2^2-2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore apq=\frac{1}{2}\times(-2)\times(-2)=2$

답 2

757

축의 방정식이 $x=-1$이므로 $p=-1$

따라서 $y=a(x+1)^2+q$의 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=a(1+1)^2+q \qquad \therefore 4a+q=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=4$

$\therefore a+pq=-1+(-1)\times 4=-5$

답 -5

758

꼭짓점의 좌표가 $(3, -4)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-3)^2-4$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=a\times(-3)^2-4 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{2}{3}(x-3)^2-4$

주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $5\neq\frac{2}{3}(-1-3)^2-4$

② $-1\neq\frac{2}{3}(1-3)^2-4$

③ $-3\neq\frac{2}{3}(2-3)^2-4$

④ $-2\neq\frac{2}{3}(4-3)^2-4$

⑤ $2=\frac{2}{3}(6-3)^2-4$

따라서 그래프 위의 점인 것은 ⑤이다.

답 ⑤

759

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

답 ②

760

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(0, -q)$가 x축의 위쪽에 있으므로 $-q>0 \qquad \therefore q<0$

답 ②

761

$y=ax+b$의 그래프의 기울기가 음수이고, y절편이 양수이므로

$a<0$, $b>0$

따라서 $y=ax^2+b$의 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

답 ②

762

$y=a(x+b)^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

또, 꼭짓점 $(-b, 0)$이 y축의 오른쪽에 있으므로

$-b>0 \qquad \therefore b<0$

따라서 $y=ax+b$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

만점에 도전하기 — 136~137쪽

763

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(-4, -12)$를 지나므로

$-12=a\times(-4)^2 \qquad \therefore a=-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 점 $(2, b)$를 지나므로

$b=-\frac{3}{4}\times 2^2=-3$

두 점 $(-4, -12)$, $(2, -3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-3-(-12)}{2-(-4)}=\frac{3}{2}$

따라서 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{2}x+k$라고 하면

이 직선이 점 $(-4, -12)$를 지나므로

$-12=-6+k \qquad \therefore k=-6$

$\therefore y=\frac{3}{2}x-6$

답 ③

764

아래로 볼록한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{3}x^2$, $y=x^2$

이때 x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 더 넓으므로 포물선 ㉠을 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2$이다.

이 그래프가 점 $(2, a)$를 지나므로

$a=\frac{1}{3}\times 2^2=\frac{4}{3}$

답 $\frac{4}{3}$

765

점 A의 x좌표를 a $(a>0)$라고 하면 $A(a, 9a^2)$

점 B의 x좌표는 a이므로 $B(a, a^2)$

점 D의 y좌표는 $9a^2$이고 점 D는 $y=x^2$의 그래프 위의 점이므로

$9a^2=x^2 \qquad \therefore x=\pm 3a$

그런데 점 D는 제1사분면 위의 점이므로

$x=3a \qquad \therefore D(3a, 9a^2)$

이때 $\overline{AB}=9a^2-a^2=8a^2$, $\overline{AD}=3a-a=2a$이고 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$8a^2=2a$, $8a^2-2a=0$

$2a(4a-1)=0 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}\ (\because a>0)$

따라서 $C(3a, a^2)$이므로 $C\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{16}\right)$ 답 $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{16}\right)$

766

$A(-1, 2)$, $B(2, 8)$, $C(-3, 9a)$이고

($\overline{AB}$의 기울기)$=$($\overline{OC}$의 기울기)이므로

$\frac{8-2}{2-(-1)}=\frac{9a-0}{-3-0}$, $\frac{6}{3}=\frac{9a}{-3}$

$2=-3a \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

767

삼각형 POA의 밑변의 길이는 4, 높이는 b이므로

$\triangle POA=\frac{1}{2}\times4\times b=25 \qquad \therefore b=\frac{25}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$에 $x=a$, $y=\frac{25}{2}$를 대입하면

$\frac{25}{2}=\frac{1}{2}a^2$, $a^2=25$

$\therefore a=5\ (\because a>0)$

$\therefore\ P\left(5, \frac{25}{2}\right)$ 답 $\left(5, \frac{25}{2}\right)$

768

$y=ax^2+q$의 그래프가 직선 $y=8$에 접하므로 $q=8$

따라서 $y=ax^2+8$의 그래프가 점 $(2\sqrt{2}, 0)$을 지나므로

$0=a\times(2\sqrt{2})^2+8 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore a+q=-1+8=7$ 답 7

769

점 D의 x좌표를 $k\ (k>0)$라고 하면 $y=-4x^2$의 그래프가 $D(k, -16)$을 지나므로

$-16=-4k^2$, $k^2=4$

$\therefore k=2\ (\because k>0)$

$\therefore D(2, -16)$ ❶

$C(0, -16)$에서 $\overline{CD}=2$이고 $\overline{CD}=\overline{DE}=2$이므로

$E(4, -16)$ ❷

$y=ax^2$의 그래프가 $E(4, -16)$을 지나므로

$-16=a\times4^2$

$\therefore a=-1$ ❸

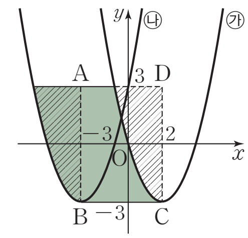
답 -1

단계	채점 기준	배점
❶	점 D의 좌표 구하기	30 %
❷	점 E의 좌표 구하기	30 %
❸	a의 값 구하기	40 %

770

㉯는 ㉮를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이므로 두 그래프의 폭이 같다.

즉, 아래 그림에서 빗금친 두 부분의 넓이는 같다.



따라서 구하는 넓이는 □ABCD의 넓이와 같고, $y=\frac{3}{4}(x-2)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$이므로

□$ABCD=5\times\{3-(-3)\}=30$ 답 30

771

$y=(x+1)^2+a-2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-m+1)^2+a-2+3$

$\quad=(x-m+1)^2+a+1$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(m-1, a+1)$이고 이 점이 직선 $y=-x-2$ 위에 있으므로

$a+1=-(m-1)-2 \qquad \therefore a=-m-2$

따라서 $y=(x-m+1)^2-m-1$의 그래프가 점 $(-1, 1)$을 지나므로

$1=(-1-m+1)^2-m-1$, $1=m^2-m-1$

$m^2-m-2=0$, $(m+1)(m-2)=0$

$\therefore m=2\ (\because m>0)$

따라서 $a=-2-2=-4$이므로

$a-m=-4-2=-6$ 답 -6

772

$y=-\frac{1}{4}(x+3)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{4}(x-p+3)^2+2+q$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p-3, 2+q)$이므로

$p-3=-1$, $2+q=-1$

$\therefore p=2$, $q=-3$ ❶

따라서 $y=-\frac{1}{4}(x+1)^2-1$의 그래프가 점 $(3, m)$을 지나므로

$m=-\frac{1}{4}\times(3+1)^2-1=-5$ ❷

$\therefore p+q+m=2+(-3)+(-5)=-6$ ❸

답 -6

단계	채점 기준	배점
❶	p, q의 값 구하기	40 %
❷	m의 값 구하기	40 %
❸	$p+q+m$의 값 구하기	20 %

773

$y=-4(x+3)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4(x-2+3)^2+5-2$

$\quad=-4(x+1)^2+3$

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=-4(x+1)^2+3$, $4(x+1)^2=3$

$(x+1)^2=\dfrac{3}{4}$, $x+1=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ x=\dfrac{-2\pm\sqrt{3}}{2}$

따라서 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는

$\left(\dfrac{-2-\sqrt{3}}{2},\ 0\right)$, $\left(\dfrac{-2+\sqrt{3}}{2},\ 0\right)$

이므로 두 점 사이의 거리는

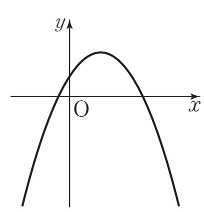
$\dfrac{-2+\sqrt{3}}{2}-\dfrac{-2-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

답 $\sqrt{3}$

774

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하고, $p>0$, $q>0$이므로 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.

이때 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 y축과 원점의 위쪽에서 만나야 하므로 $y=a(x-p)^2+q$에 $x=0$을 대입하면



$ap^2+q>0$

답 ②

2 이차함수의 그래프 (2)

개념 확인하기 139쪽

775

답 2, 2, 1, 1, 1, 4

776

(1) $y=x^2+4x+9$

$\quad=(x^2+4x+4-4)+9$

$\quad=(x^2+4x+4)-4+9$

$\quad=(x+2)^2+5$

(2) $y=-x^2-6x-4$

$\quad=-(x^2+6x)-4$

$\quad=-(x^2+6x+9-9)-4$

$\quad=-(x^2+6x+9)+9-4$

$\quad=-(x+3)^2+5$

(3) $y=2x^2-8x+5$

$\quad=2(x^2-4x)+5$

$\quad=2(x^2-4x+4-4)+5$

$\quad=2(x^2-4x+4)-8+5$

$\quad=2(x-2)^2-3$

(4) $y=\dfrac{1}{2}x^2+x-\dfrac{1}{2}$

$\quad=\dfrac{1}{2}(x^2+2x)-\dfrac{1}{2}$

$\quad=\dfrac{1}{2}(x^2+2x+1-1)-\dfrac{1}{2}$

$\quad=\dfrac{1}{2}(x^2+2x+1)-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}$

$\quad=\dfrac{1}{2}(x+1)^2-1$

답 (1) $y=(x+2)^2+5$ (2) $y=-(x+3)^2+5$
(3) $y=2(x-2)^2-3$ (4) $y=\dfrac{1}{2}(x+1)^2-1$

777

(1) $y=x^2-2x+3$

$\quad=(x^2-2x+1-1)+3$

$\quad=(x^2-2x+1)-1+3$

$\quad=(x-1)^2+2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 2)$, 축의 방정식은 $x=1$이다.

(2) $y=-x^2+4x-2$

$\quad=-(x^2-4x)-2$

$\quad=-(x^2-4x+4-4)-2$

$\quad=-(x^2-4x+4)+4-2$

$\quad=-(x-2)^2+2$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 2)$, 축의 방정식은 $x=2$이다.

(3) $y=3x^2+6x-3$
$=3(x^2+2x)-3$
$=3(x^2+2x+1-1)-3$
$=3(x^2+2x+1)-3-3$
$=3(x+1)^2-6$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -6)$, 축의 방정식은 $x=-1$이다.
(4) $y=-2x^2-8x+1$
$=-2(x^2+4x)+1$
$=-2(x^2+4x+4-4)+1$
$=-2(x^2+4x+4)+8+1$
$=-2(x+2)^2+9$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$, 축의 방정식은 $x=-2$이다.
답 (1) $(1, 2)$, $x=1$ (2) $(2, 2)$, $x=2$
(3) $(-1, -6)$, $x=-1$ (4) $(-2, 9)$, $x=-2$

778

(1) $y=x^2-4x-5$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-4x-5$, $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0)$, $(5, 0)$이다.
$y=x^2-4x-5$에 $x=0$을 대입하면 $y=-5$
따라서 y축과의 교점의 좌표는 $(0, -5)$이다.
(2) $y=-2x^2+5x+3$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x^2+5x+3$, $2x^2-5x-3=0$
$(2x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 x축과의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $(3, 0)$이다.
$y=-2x^2+5x+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$
따라서 y축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$이다.
답 (1) x축: $(-1, 0)$, $(5, 0)$, y축: $(0, -5)$
(2) x축: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $(3, 0)$, y축: $(0, 3)$

779

답 (1) $>$ (2) $<$, $<$ (3) $>$

780

답 (1) $<$ (2) $>$, $<$ (3) $<$

781

(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
이때 $a>0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$
(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$
이때 $a<0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$
답 (1) $a>0$, $b>0$, $c<0$ (2) $a<0$, $b>0$, $c>0$

필수유형 다지기

140~147쪽

782

$y=2x^2-8x+9=2(x-2)^2+1$
따라서 $a=2$, $p=2$, $q=1$이므로
$apq=2\times2\times1=4$
답 ②

783

㉠ $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+5=-\frac{1}{3}(x^2+6x)+5$
답 ①

784

민채는 x의 계수를 제대로 보았으므로
$y=-4(x-1)^2+8=-4x^2+8x+4$
에서 처음 이차함수의 x의 계수는 8이다.
민국이는 상수항을 제대로 보았으므로
$y=-4(x+2)^2+6=-4x^2-16x-10$
에서 처음 이차함수의 상수항은 -10이다.
따라서 처음 이차함수는
$y=-4x^2+8x-10=-4(x-1)^2-6$
답 $y=-4(x-1)^2-6$

785

$y=-x^2-2ax+4a^2-2b=-(x+a)^2+5a^2-2b$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a, 5a^2-2b)$이므로
$-a=1$, $5a^2-2b=3$
$\therefore a=-1$, $b=1$
$\therefore a+b=-1+1=0$
답 0

786

$y=2x^2+8x+a=2(x+2)^2+a-8$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, a-8)$이므로
$-2=b$, $a-8=3$
$\therefore a=11$, $b=-2$
$\therefore a+b=11+(-2)=9$
답 9

787

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+k-2=\frac{1}{2}(x-2)^2+k-4$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, k-4)$이고 꼭짓점이 x축 위에 있으므로

$k-4=0 \quad \therefore k=4$ 답 4

788

$y=-2x^2+ax-1$의 그래프가 점 $(1, 5)$를 지나므로

$5=-2+a-1 \quad \therefore a=8$

따라서 $y=-2x^2+8x-1=-2(x-2)^2+7$이므로 이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$ 답 $x=2$

789

$y=-x^2+4ax+4=-(x-2a)^2+4a^2+4$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=2a$이므로

$2a=2 \quad \therefore a=1$

따라서 $y=-(x-2)^2+8$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 y좌표는 8이다. 답 ④

790

$y=x^2+4x+a=(x+2)^2+a-4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, a-4)$ ❶

$y=\frac{1}{2}x^2-bx+2=\frac{1}{2}(x-b)^2-\frac{1}{2}b^2+2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(b, -\frac{1}{2}b^2+2\right)$ ❷

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$-2=b, a-4=-\frac{1}{2}b^2+2$

$\therefore a=4, b=-2$ ❸

$\therefore a+b=4+(-2)=2$ ❹

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	$y=x^2+4x+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
❷	$y=\frac{1}{2}x^2-bx+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
❸	a, b의 값 구하기	30 %
❹	$a+b$의 값 구하기	10 %

791

$y=x^2+4x+2m-1=(x+2)^2+2m-5$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2m-5)$

이 점이 직선 $2x+y=7$ 위에 있으므로

$2\times(-2)+2m-5=7, 2m=16$

$\therefore m=8$ 답 8

792

$y=3x^2+12x+2=3(x+2)^2-10$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-m+2)^2-10+n$

이 그래프가 $y=3x^2-18x+10=3(x-3)^2-17$의 그래프와 일치하므로

$-m+2=-3, -10+n=-17$

$\therefore m=5, n=-7$

$\therefore m+n=5+(-7)=-2$ 답 ②

793

$y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$a=3, p=-1, q=2$

$\therefore a+p+q=3+(-1)+2=4$ 답 ④

794

$y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x-2-1)^2-1+1=2(x-3)^2$

이 그래프가 점 $(3, m)$을 지나므로

$m=2\times(3-3)^2=0$ 답 0

795

$y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{3}(x-1-3)^2+4-2$

$=-\frac{1}{3}(x-4)^2+2$

$=-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x-\frac{10}{3}$

따라서 $a=-\frac{1}{3}, b=\frac{8}{3}, c=-\frac{10}{3}$이므로

$a+b+c=-\frac{1}{3}+\frac{8}{3}+\left(-\frac{10}{3}\right)=-1$ 답 -1

796

$y=-2x^2-4x+5=-2(x+1)^2+7$ ❶

이 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+3+1)^2+7+2$

$=-2(x+4)^2+9$ ❷

따라서 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-4, 9)$ ❸

답 $(-4, 9)$

단계	채점 기준	배점
❶	$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기	30 %
❷	평행이동한 그래프의 식 구하기	40 %
❸	평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %

797

$y=-3x^2+6x-8=-3(x-1)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-p-1)^2-5+q$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p+1,\ -5+q)$이므로

$p+1=2,\ -5+q=-2$

$\therefore\ p=1,\ q=3$

$\therefore\ p+q=1+3=4$

답 4

798

$y=-3x^2-6x-1=-3(x+1)^2+2$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-1$이다.

답 ④

799

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+7=\frac{1}{2}(x-2)^2+5$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이고 아래로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다.

답 $x>2$

800

$y=-2x^2+ax+7$의 그래프가 점 $(1,\ 1)$을 지나므로

$1=-2+a+7 \qquad \therefore\ a=-4$

$\therefore\ y=-2x^2-4x+7=-2(x+1)^2+9$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-1$이다.

답 $x<-1$

801

$y=\frac{1}{2}x^2+ax+3=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2+3$

이때 $x=2$를 기준으로 y의 값의 증가 · 감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이다.

즉, $-a=2$이므로 $a=-2$

답 -2

802

$y=-x^2-4x+1=-(x+2)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-m+2)^2+5$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=m-2$이다.

이때 $x=1$을 기준으로 y의 값의 증가 · 감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 방정식은 $x=1$이다.

즉, $m-2=1$이므로 $m=3$

답 3

803

$y=2x^2+6x+5=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2\left(x-p+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+q$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=p-\frac{3}{2}$이다.

이때 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<k$이므로

$k=p-\frac{3}{2}$

즉, $p-\frac{3}{2}\geq 3$이므로 $p\geq\frac{9}{2}$

따라서 가장 작은 정수 p의 값은 5이다.

답 5

804

$y=-\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{9}mx+3m-1=-\frac{1}{9}(x-m)^2+\frac{1}{9}m^2+3m-1$

이때 $x=3$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다.

$\therefore\ m=3$

따라서 $\frac{1}{9}m^2+3m-1=\frac{1}{9}\times3^2+3\times3-1=9$이므로

주어진 이차함수의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 9)$이다.

답 $(3,\ 9)$

805

$y=2x^2-4x-6$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x^2-4x-6,\ x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

이때 $a<b$이므로 $a=-1,\ b=3$

$y=2x^2-4x-6$에 $x=0$을 대입하면 $y=-6 \qquad \therefore\ c=-6$

$\therefore\ a+b+c=-1+3+(-6)=-4$

답 ②

806

$y=x^2+3x+k$의 그래프와 y축과 만나는 점의 y좌표가 -10이므로

$k=-10$

따라서 $y=x^2+3x-10$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2+3x-10,\ (x+5)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=2$

이때 $m>n$이므로 $m=2,\ n=-5$

$\therefore\ k+m+n=-10+2+(-5)=-13$

답 -13

807

$y=-x^2+2x+a$의 그래프가 점 $(4,\ 0)$을 지나므로

$0=-4^2+2\times4+a$

$\therefore\ a=8$ ······ ❶

따라서 $y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+8$, $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$

$\therefore$ $x=-2$ 또는 $x=4$ ········· ❷

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(-2, 0)$이다. ········· ❸

답 $(-2, 0)$

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	30 %
❷	x축과 만나는 두 점의 x좌표 구하기	50 %
❸	다른 한 점의 좌표 구하기	20 %

808

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-3=-\frac{1}{2}(x-2)^2-1$

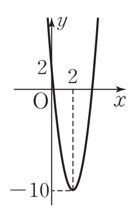
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 주어진 이차함수의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

답 ③

809

$y=3x^2-12x+2=3(x-2)^2-10$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -10)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 2)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



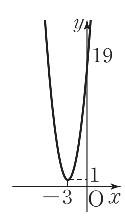
따라서 주어진 이차함수의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

답 제3사분면

810

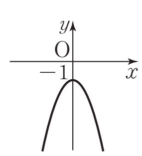
① $y=2x^2+12x+19=2(x+3)^2+1$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 19)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



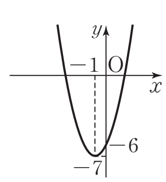
② $y=-2x^2-1$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0, -1)$이고 위로 볼록하므로 오른쪽 그림과 같다.



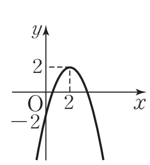
③ $y=x^2+2x-6=(x+1)^2-7$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -7)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -6)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



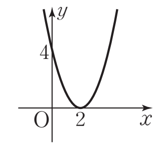
④ $y=-x^2+4x-2=-(x-2)^2+2$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, 2)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $y=x^2-4x+4=(x-2)^2$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 4)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



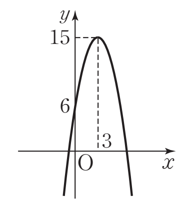
따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은 ③이다.

답 ③

811

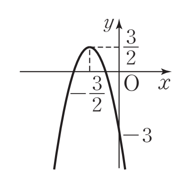
① $y=-x^2+6x+6=-(x-3)^2+15$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3, 15)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 6)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



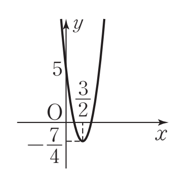
② $y=-2x^2-6x-3=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



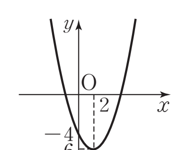
③ $y=3x^2-9x+5=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{4}$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{7}{4}\right)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



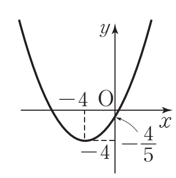
④ $y=\frac{1}{2}x^2-2x-4=\frac{1}{2}(x-2)^2-6$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -6)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -4)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $y=\frac{1}{5}x^2+\frac{8}{5}x-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}(x+4)^2-4$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-4, -4)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $\left(0, -\frac{4}{5}\right)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프가 제3사분면을 지나지 않는 것은 ③이다.

답 ③

812

ㄱ. $y=x^2+8x+12=(x+4)^2-4$이므로 그 그래프는 ㉮이다.

ㄴ. $y=-2x^2+4x-1=-2(x-1)^2+1$이므로 그 그래프는 ㉰이다.

ㄷ. $y=2x^2-16x+30=2(x-4)^2-2$이므로 그 그래프는 ㉱이다.

ㄹ. $y=-3x^2-12x-5=-3(x+2)^2+7$이므로 그 그래프는 ㉯이다.

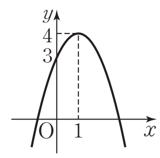
따라서 바르게 짝 지어진 것은 ①이다.

답 ①

813

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+3$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0)$, $(3, 0)$이다.

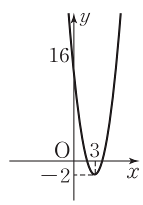
⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

814

$y=2x^2-12x+16=2(x-3)^2-2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 축의 방정식은 $x=3$이다.

③ 그래프가 제3사분면을 지나지 않는다.

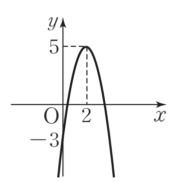
⑤ 함숫값의 범위는 $y\geq-2$이다.

답 ②, ④

815

$y=-2x^2+8x-3=-2(x-2)^2+5$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $|-2|>|-1|$이므로 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

답 ④

816

$y=-x^2-3x+18$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-3x+18$, $x^2+3x-18=0$

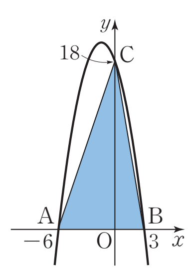
$(x+6)(x-3)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=3$

$\therefore A(-6, 0)$, $B(3, 0)$

$y=-x^2-3x+18$에 $x=0$을 대입하면

$y=18$ $\quad\therefore C(0, 18)$



따라서 $\overline{AB}=3-(-6)=9$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times18=81$ 답 81

817

$y=x^2+2x-8$에 $y=0$을 대입하면

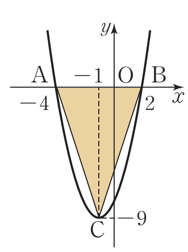
$0=x^2+2x-8$, $(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore A(-4, 0)$, $B(2, 0)$

$y=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$

이므로 $C(-1, -9)$



따라서 $\overline{AB}=2-(-4)=6$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ 답 27

818

$y=-x^2+4x+2=-(x-2)^2+6$

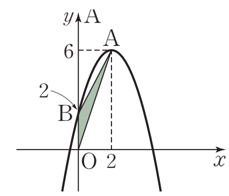
이므로 $A(2, 6)$

$y=-x^2+4x+2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2$

$\therefore B(0, 2)$

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times2\times2=2$ 답 2



819

$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$

이므로 $A(2, 9)$, $B(2, 0)$

$y=-x^2+4x+5$에 $x=0$을 대입하면 $y=5$ $\quad\therefore C(0, 5)$

$y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+4x+5$, $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore D(5, 0)$

따라서 $\overline{BD}=5-2=3$이므로

$\triangle CBD=\frac{1}{2}\times3\times5=\frac{15}{2}$ 답 $\frac{15}{2}$

820

$y=-2x^2+12x+14=-2(x-3)^2+32$

이므로 $A(3, 32)$

$y=-2x^2+12x+14$에 $x=0$을 대입하면

$y=14$ $\quad\therefore B(0, 14)$

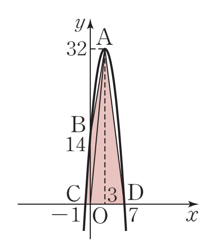
$y=-2x^2+12x+14$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+12x+14$, $x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

$\therefore C(-1, 0)$, $D(7, 0)$



따라서 $\triangle BCO=\frac{1}{2}\times1\times14=7$, $\triangle ABO=\frac{1}{2}\times14\times3=21$,

$\triangle AOD=\frac{1}{2}\times7\times32=112$이므로

$\square ABCD=\triangle BCO+\triangle ABO+\triangle AOD$

$=7+21+112=140$ 답 140

821

$y=-x^2-6x+k=-(x+3)^2+k+9$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이고, $\overline{AB}=8$이므로

$A(-3-4, 0)$, $B(-3+4, 0)$

$\therefore A(-7, 0)$, $B(1, 0)$ ······ ❶

$y=-x^2-6x+k$의 그래프가 점 $B(1, 0)$을 지나므로

$0=-1-6+k$

$\therefore\ k=7$ ❷

따라서 $y=-(x+3)^2+7+9=-(x+3)^2+16$이므로

$C(-3, 16)$ ❸

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$ ❹

답 64

단계	채점 기준	배점
❶	두 점 A, B의 좌표 구하기	30 %
❷	k의 값 구하기	30 %
❸	점 C의 좌표 구하기	20 %
❹	$\triangle$ABC의 넓이 구하기	20 %

822

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$

이때 $a>0$이므로 $b>0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $ab>0$

② $ac>0$

③ $bc>0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 양수이므로

$a+b+c>0$

⑤ $x=-2$일 때, $y=4a-2b+c$

주어진 그래프에서 $x=-2$일 때의 함숫값이 음수이므로

$4a-2b+c<0$

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

823

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a<0$이므로 $b>0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$ 답 ③

824

$a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.

$ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$c<0$이므로 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 위치한다.

따라서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다. 답 ④

825

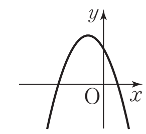
$a<0,\ b>0,\ c<0$에서 $a<0,\ -b<0,\ -c>0$

$a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.

$a\times(-b)>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$-c>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치한다.

따라서 $y=ax^2-bx-c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다.



답 제2사분면

826

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a<0$이므로 $b>0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $ac<0$

② $\frac{c}{b}>0$

③ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 양수이므로

$a+b+c>0$

④ $x=-1$일 때, $y=a-b+c$

주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 음수이므로

$a-b+c<0$

⑤ $x=-\frac{1}{2}$일 때, $y=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c$

주어진 그래프에서 $x=-\frac{1}{2}$일 때의 함숫값이 0이므로

$\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c=0 \qquad \therefore\ a-2b+4c=0$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

827

$y=ax+b$의 그래프의 기울기가 양수이고, y절편이 양수이므로

$a>0,\ b>0$

즉, $y=ax^2+bx$의 그래프에서

$a>0$이므로 그래프가 아래로 볼록하다.

$ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$x=0$일 때, $y=0$이므로 y축과의 교점은 원점과 일치한다.

따라서 $y=ax^2+bx$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

828

$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$

이때 $a>0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$
즉, $y=cx^2+bx+a$의 그래프에서
$c<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.
$bc<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치한다.
$a>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치한다.
따라서 $y=cx^2+bx+a$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

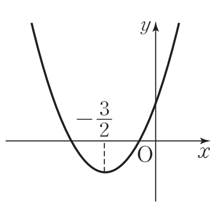
만점에 도전하기 148~149쪽

829

$y=x^2-6kx+9k^2+6k+3=(x-3k)^2+6k+3$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3k,\ 6k+3)$이고 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로
$3k<0,\ 6k+3>0$
$\therefore -\frac{1}{2}<k<0$ 답 $-\frac{1}{2}<k<0$

830

$y=x^2+3x+2k+3=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+2k+\frac{3}{4}$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ 2k+\frac{3}{4}\right)$이고 y축과 만나는 점의 y좌표는 $2k+3$이므로 그래프가 제4사분면만을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



(i) 꼭짓점이 제3사분면 위에 있어야 하므로
$2k+\frac{3}{4}<0,\ 2k<-\frac{3}{4}$
$\therefore k<-\frac{3}{8}$ ······ ❶
(ii) y축과 만나는 점의 y좌표가 0 이상이어야 하므로
$2k+3\geq 0,\ 2k\geq -3$
$\therefore k\geq -\frac{3}{2}$ ······ ❷
(i), (ii)에서 상수 k의 값의 범위는
$-\frac{3}{2}\leq k<-\frac{3}{8}$ ······ ❸

답 $-\frac{3}{2}\leq k<-\frac{3}{8}$

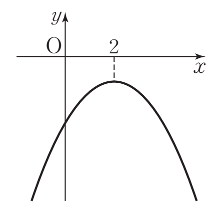
단계	채점 기준	배점
❶	꼭짓점이 제3사분면 위에 있을 조건 구하기	40 %
❷	y축과 만나는 점의 y좌표가 0 이상일 조건 구하기	40 %
❸	k의 값의 범위 구하기	20 %

831

ㅁ. $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-3=-\frac{1}{2}(x+4)^2+5$
ㅂ. $y=-3x^2+12x-4=-3(x-2)^2+8$
④ ㅂ의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 8)$이므로 꼭짓점은 제1사분면 위에 있다. 답 ④

832

$y=-2x^2+8x+k=-2(x-2)^2+k+8$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ k+8)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉, 꼭짓점의 y좌표가 0보다 작아야 하므로
$k+8<0 \qquad \therefore k<-8$
답 $k<-8$

833

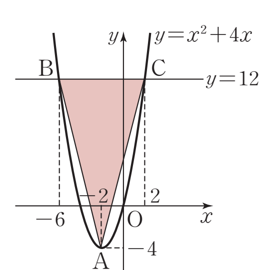
$y=2x^2-14x+k=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+k-\frac{49}{2}$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{7}{2}$이고, $\overline{AB}=5$이므로
$A\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{2},\ 0\right)$, $B\left(\frac{7}{2}+\frac{5}{2},\ 0\right)$
$\therefore A(1,\ 0)$, $B(6,\ 0)$
$y=2x^2-14x+k$의 그래프가 점 $A(1,\ 0)$을 지나므로
$0=2-14+k \qquad \therefore k=12$ 답 12

834

$y=3x^2+6x-3k+6=3(x+1)^2-3k+3$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -3k+3)$이다.
$y=-\frac{1}{2}x^2+4x+k-3=-\frac{1}{2}(x-4)^2+k+5$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ k+5)$이다.
두 그래프의 꼭짓점을 지나는 직선이 x축에 평행하므로 두 꼭짓점의 y좌표는 같아야 한다.
즉, $-3k+3=k+5$이므로
$-4k=2 \qquad \therefore k=-\frac{1}{2}$ 답 $-\frac{1}{2}$

835

$y=x^2+4x=(x+2)^2-4$이므로
$A(-2,\ -4)$
$y=x^2+4x$에 $y=12$를 대입하면
$12=x^2+4x,\ x^2+4x-12=0$
$(x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
$\therefore B(-6,\ 12)$, $C(2,\ 12)$



따라서 $\overline{BC}=2-(-6)=8$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$ 답 64

836

$y=x^2+2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2+2x-3$, $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

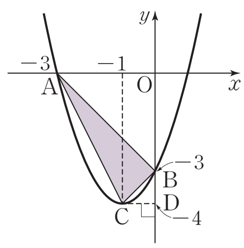
$\therefore A(-3, 0)$

$y=x^2+2x-3$에 $x=0$을 대입하면

$y=-3$ $\quad\therefore B(0, -3)$

$y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$이므로

$C(-1, -4)$



점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 D라고 하면 $D(0, -4)$

$\therefore \triangle ACB=\square ACDO-\triangle ABO-\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times(3+1)\times 4-\frac{1}{2}\times 3\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 1$

$=8-\frac{9}{2}-\frac{1}{2}=3$ 답 3

837

$y=ax^2-bx+c$의 그래프에서

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $a\times(-b)<0$

이때 $a<0$이므로 $-b>0$ $\quad\therefore b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

$a<0$, $b<0$, $c>0$에서 $-c<0$, $b<0$, $-a>0$이므로

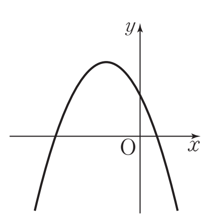
$y=-cx^2+bx-a$의 그래프에서

$-c<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.

$(-c)\times b>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$-a>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치한다.

⑤ $y=-cx^2+bx-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 축의 방정식을 $x=p$라고 하면 $p<0$이다.



답 ⑤

838

$y=x^2-6x-7$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-6x-7$, $(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

$\therefore A(-1, 0)$, $B(7, 0)$

$y=x^2-6x-7$에 $x=0$을 대입하면 $y=-7$ $\quad\therefore C(0, -7)$

$\triangle ACD$와 $\triangle DCB$의 높이가 $\overline{OC}$로 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle ACD$와 $\triangle DCB$의 넓이의 비가 $1:3$이 되려면

$\overline{AD}:\overline{DB}=1:3$이어야 하므로 $D(1, 0)$이어야 한다.

따라서 두 점 $C(0, -7)$, $D(1, 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{0-(-7)}{1-0}x-7$, 즉 $y=7x-7$이므로

$a=7$, $b=-7$ 답 $a=7$, $b=-7$

839

$y=x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0, -15)$를 지나므로 $b=-15$

$y=x^2+ax-15$의 그래프가 점 $A(-3, 0)$을 지나므로

$0=(-3)^2-3a-15$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 $y=x^2-2x-15$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-15$, $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

즉, $B(5, 0)$이므로 $\overline{AB}=5-(-3)=8$

점 C의 좌표를 $C(t, t^2-2t-15)$라고 하면 $\triangle ABC$의 넓이가 32가 되어야 하므로

$\frac{1}{2}\times 8\times\{-(t^2-2t-15)\}=32$, $t^2-2t-15=-8$

$t^2-2t-7=0$ $\quad\therefore t=1\pm 2\sqrt{2}$ 답 $1\pm 2\sqrt{2}$

840

$a+b<0$, $ab>0$이므로 $a<0$, $b<0$

$a<0$, $b<0$에서 $a<0$, $b<0$, $a^2b<0$이므로

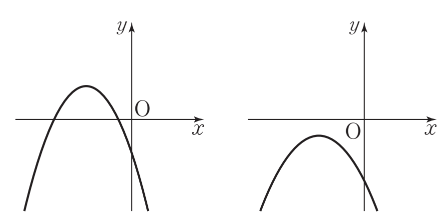
$y=ax^2+bx+a^2b$의 그래프에서

$a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.

$ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$a^2b<0$이므로 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 위치한다.

따라서 $y=ax^2+bx+a^2b$의 그래프는 다음 그림과 같으므로 그래프가 항상 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다.



답 제1사분면

3 이차함수의 활용

개념 확인하기 151쪽

841

(1) 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-1,\ -1)$을 지나므로

$-1=a+3 \qquad \therefore a=-4$

$\therefore y=-4(x+2)^2+3$

(2) 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-4$로 놓으면 이 그래프가 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4=4a-4 \qquad \therefore a=2$

$\therefore y=2(x-1)^2-4$

답 (1) $y=-4(x+2)^2+3$ (2) $y=2(x-1)^2-4$

842

(1) 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-1,\ -6)$, $(3,\ 2)$를 지나므로

$-6=9a+q,\ 2=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1,\ q=3$

$\therefore y=-(x-2)^2+3$

(2) 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-3,\ 10)$, $(0,\ 1)$을 지나므로

$10=4a+q,\ 1=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3,\ q=-2$

$\therefore y=3(x+1)^2-2$

답 (1) $y=-(x-2)^2+3$ (2) $y=3(x+1)^2-2$

843

(1) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(1,\ 1)$, $(2,\ 8)$을 지나므로

$1=a+b,\ 8=4a+2b$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=-2$

$\therefore y=3x^2-2x$

(2) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+1$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(1,\ 6)$, $(-1,\ 0)$을 지나므로

$6=a+b+1,\ 0=a-b+1$

즉, $a+b=5,\ a-b=-1$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=3$

$\therefore y=2x^2+3x+1$

답 (1) $y=3x^2-2x$ (2) $y=2x^2+3x+1$

844

(1) 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-2)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ -6)$을 지나므로

$-6=-2a \qquad \therefore a=3$

$\therefore y=3(x+1)(x-2)=3x^2-3x-6$

(2) 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-3)$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(4,\ 14)$를 지나므로

$14=7a \qquad \therefore a=2$

$\therefore y=2(x+3)(x-3)=2x^2-18$

답 (1) $y=3x^2-3x-6$ (2) $y=2x^2-18$

845

(1) 그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 4)$이므로 $x=0$일 때 최솟값 4를 갖는다.

(2) 그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 $x=-2$일 때 최솟값 0을 갖는다.

(3) 그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$이므로 $x=1$일 때 최솟값 -3을 갖는다.

답 (1) 최솟값: 4, $x=0$ (2) 최솟값: 0, $x=-2$ (3) 최솟값: -3, $x=1$

846

(1) 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -6)$이므로 $x=0$일 때 최댓값 -6을 갖는다.

(2) 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 0)$이므로 $x=4$일 때 최댓값 0을 갖는다.

(3) 그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 5)$이므로 $x=-2$일 때 최댓값 5를 갖는다.

답 (1) 최댓값: -6, $x=0$ (2) 최댓값: 0, $x=4$ (3) 최댓값: 5, $x=-2$

847

(1) $y=x^2+6x-2=(x+3)^2-11$에서

그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -11)$이므로 $x=-3$일 때 최솟값 -11을 갖는다.

(2) $y=-x^2-4x+1=-(x+2)^2+5$에서

그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 5)$이므로 $x=-2$일 때 최댓값 5를 갖는다.

(3) $y=3x^2+12x+12=3(x+2)^2$에서

그래프가 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 $x=-2$일 때 최솟값 0을 갖는다.

(4) $y=-2x^2-4x-2=-2(x+1)^2$에서

그래프가 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이므로 $x=-1$일 때 최댓값 0을 갖는다.

답 (1) 최솟값: -11 (2) 최댓값: 5 (3) 최솟값: 0 (4) 최댓값: 0

848

(1) 다른 한 수는 $16-x$이므로

$y=x(16-x)=-x^2+16x$

(2) $y=-x^2+16x$

$=-(x-8)^2+64$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 64이다.

(3) 곱이 최대일 때 한 수가 8이므로 다른 한 수도 8이다.

답 (1) $y=-x^2+16x$ (2) 64 (3) 8, 8

필수유형 다지기 152~160쪽

849

꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 9)$를 지나므로

$9=4a+1$ $\therefore a=2$

따라서 $y=2(x-2)^2+1=2x^2-8x+9$이므로

$b=-8, c=9$

$\therefore a+b+c=2+(-8)+9=3$

답 3

850

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+2$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$4=a+2$ $\therefore a=2$

따라서 $y=2(x+3)^2+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=20$

즉, y축과 만나는 점의 y좌표는 20이다.

답 ②

851

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+9$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=9a+9$ $\therefore a=-1$

따라서 $y=-(x+3)^2+9=-x^2-6x$이므로

$b=-6, c=0$

$\therefore a+b-c=-1+(-6)-0=-7$

답 -7

852

$y=-2x^2-6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0, -6)$ ······ ❶

이차함수의 식을 $y=ax^2-6$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(2, 6)$을 지나므로

$6=4a-6$ $\therefore a=3$

따라서 $y=3x^2-6$이므로

$b=0, c=-6$ ······ ❷

$\therefore a-b-c=3-0-(-6)=9$ ······ ❸

답 9

단계	채점 기준	배점
❶	$y=-2x^2-6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
❷	a, b, c의 값 구하기	50 %
❸	$a-b-c$의 값 구하기	20 %

853

꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로

$4=4a$ $\therefore a=1$

따라서 $y=(x-2)^2$의 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로

$k=(-1-2)^2=9$

답 ⑤

854

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 3)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+1)^2+3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=a+3$ $\therefore a=-2$

따라서 $y=-2(x+1)^2+3=-2x^2-4x+1$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2-4x+1$, $2x^2+4x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

따라서 $\mathrm{A}\left(\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}, 0\right)$, $\mathrm{B}\left(\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}, 0\right)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}-\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

답 $\sqrt{6}$

855

축의 방정식이 $x=-1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(1, -4)$, $(3, 8)$을 지나므로

$-4=4a+q$, $8=16a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, q=-8$

따라서 $y=(x+1)^2-8=x^2+2x-7$이므로

$b=2, c=-7$

$\therefore abc=1\times2\times(-7)=-14$

답 -14

856

$y=-2x^2+ax+b$의 그래프의 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=-2+q$ $\therefore q=1$

따라서 $y=-2(x-1)^2+1=-2x^2+4x-1$이므로

$a=4, b=-1$

$\therefore ab=4\times(-1)=-4$

답 ②

857

축의 방정식이 $x=-4$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-2, 2)$, $(2, 18)$을 지나므로

$2=4a+q$, $18=36a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $q=0$

따라서 $y=\frac{1}{2}(x+4)^2$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 0)$이다.

답 ③

858

축의 방정식이 $x=-1$이고 평행이동하면 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 완전히 포개어지므로 이차함수의 식을 $y=2(x+1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=2+q \qquad \therefore q=-1$

따라서 $y=2(x+1)^2-1=2x^2+4x+1$이므로

$a=2$, $b=4$, $c=1$

$\therefore a+b+c=2+4+1=7$

답 7

859

축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(5, 0)$을 지나므로

$5=4a+q$, $0=9a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=9$

따라서 $y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$이므로

$b=4$, $c=5$

$\therefore a+b-c=-1+4-5=-2$

답 -2

860

축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(0, -1)$, $(3, 2)$를 지나므로

$-1=a+q$, $2=4a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-2$

$\therefore y=(x-1)^2-2$ ······ ❶

따라서 $y=(x-1)^2-2$의 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로

$k=(-2-1)^2-2=7$ ······ ❷

답 7

단계	채점 기준	배점
❶	이차함수의 식 구하기	70 %
❷	k의 값 구하기	30 %

861

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로 $c=-1$

$y=ax^2+bx-1$의 그래프가 두 점 $(-2, 3)$, $(1, -6)$을 지나므로

$3=4a-2b-1$, $-6=a+b-1$

즉, $2a-b=2$, $a+b=-5$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-4$

$\therefore abc=(-1)\times(-4)\times(-1)=-4$

답 ⑤

862

점 $(0, 5)$를 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+5$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(2, 3)$, $(4, 5)$를 지나므로

$3=4a+2b+5$, $5=16a+4b+5$

즉, $2a+b=-1$, $4a+b=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=-2$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+5=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 3)$이다.

답 $(2, 3)$

863

점 $(0, -3)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-3$으로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-2, 5)$, $(1, -4)$를 지나므로

$5=4a-2b-3$, $-4=a+b-3$

즉, $2a-b=4$, $a+b=-1$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$

$\therefore y=x^2-2x-3$ ······ ❶

따라서 $y=x^2-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-3$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ ······ ❷

따라서 x축과 만나는 두 점의 x좌표는 -1, 3이므로 그 합은

$-1+3=2$ ······ ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	이차함수의 식 구하기	40 %
❷	x축과 만나는 두 점의 x좌표 구하기	40 %
❸	x좌표의 합 구하기	20 %

864

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-1)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로

$4=-3a \qquad \therefore a=-\frac{4}{3}$

따라서 $y=-\frac{4}{3}(x+3)(x-1)=-\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+4$이므로

$b=-\frac{8}{3}$, $c=4$

$\therefore \frac{b}{a-c}=\frac{-\frac{8}{3}}{-\frac{4}{3}-4}=-\frac{8}{3}\div\left(-\frac{16}{3}\right)=\frac{1}{2}$

답 ④

865

$y=2x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은

$y=2(x+1)(x-3)=2x^2-4x-6$

$\therefore a=-4, b=-6$

$\therefore a+b=-4+(-6)=-10$ 답 ④

866

$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x+2)(x-4)=\frac{1}{2}x^2-x-4$

$=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{9}{2}$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(1, -\frac{9}{2}\right)$이다. 답 ②

867

x축과 두 점 $(-5, 0)$, $(-2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x+2)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로

$2=-2a \qquad \therefore a=-1$

따라서 $y=-(x+5)(x+2)$에 $x=0$을 대입하면 $y=-10$

즉, y축과 만나는 점의 y좌표는 -10이다. 답 ②

868

x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로

$6=-6a \qquad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+3)(x-2)=-x^2-x+6$

$=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$이므로

$p=-\frac{1}{2}, q=\frac{25}{4}$

$\therefore p+q=-\frac{1}{2}+\frac{25}{4}=\frac{23}{4}$ 답 $\frac{23}{4}$

869

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$로 놓을 수 있다.

$y=a(x+4)(x-2)=ax^2+2ax-8a$

$=a(x+1)^2-9a$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -9a)$ ❶

이 점이 직선 $y=-2x+7$ 위에 있으므로

$-9a=2+7 \qquad \therefore a=-1$ ❷

따라서 $y=-(x+4)(x-2)=-x^2-2x+8$이므로

$b=-2, c=8$ ❸

$\therefore \frac{c}{ab}=\frac{8}{(-1)\times(-2)}=4$ ❹

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	$y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	30 %
❷	a의 값 구하기	20 %
❸	b, c의 값 구하기	30 %
❹	$\frac{c}{ab}$의 값 구하기	20 %

870

$y=-2x^2+16x-15=-2(x-4)^2+17$

$x=4$일 때 최댓값 17을 가지므로 $M=17$

$y=3x^2+12x+8=3(x+2)^2-4$

$x=-2$일 때 최솟값 -4를 가지므로 $m=-4$

$\therefore M-m=17-(-4)=21$ 답 ①

871

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+2=\frac{1}{2}(x-4)^2-6$

따라서 $x=4$일 때 최솟값 -6을 가지므로

$p=4, q=-6$

$\therefore p+q=4+(-6)=-2$ 답 ①

872

$y=-3(x+2)(x-4)=-3x^2+6x+24$

$=-3(x-1)^2+27$

따라서 $x=1$일 때 최댓값 27을 갖는다. 답 ③

873

① 최솟값은 0이다.

② 최솟값은 1이다.

③ $y=x^2+4x-8=(x+2)^2-12$이므로 최솟값은 -12이다.

④ $y=3x^2-12x-8=3(x-2)^2-20$이므로 최솟값은 -20이다.

⑤ $y=2x^2+12x-10=2(x+3)^2-28$이므로 최솟값은 -28이다.

따라서 최솟값이 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

874

$y=ax^2-2x-3$의 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=9a-6-3 \qquad \therefore a=1$

따라서 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$이므로

$x=1$일 때 최솟값 -4를 갖는다. 답 -4

875

$y=ax^2+2x+b$의 그래프가 두 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$을 지나므로

$0=a-2+b$, $3=b$ $\quad\therefore a=-1$, $b=3$

따라서 $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$이므로

$x=1$일 때 최솟값 4를 갖는다. $\quad\therefore c=4$

$\therefore a+b+c=-1+3+4=6$

답 6

876

$y=2x^2-12x+3k+2=2(x-3)^2+3k-16$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 3k-16)$

이 점이 직선 $y=3x-2$ 위에 있으므로

$3k-16=9-2 \quad\therefore k=\frac{23}{3}$

따라서 $y=2(x-3)^2+7$이므로 최솟값은 7이다.

답 7

877

$y=x^2-2ax+a^2-a=(x-a)^2-a$

이 이차함수의 최솟값이 3이므로

$-a=3 \quad\therefore a=-3$

따라서 $y=(x+3)^2+3$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 3)$이다.

답 $(-3, 3)$

878

$y=-\frac{1}{4}x^2+2x+a-3=-\frac{1}{4}(x-4)^2+a+1$

이 이차함수의 최댓값이 5이므로

$a+1=5 \quad\therefore a=4$ ❶

따라서 $y=-\frac{1}{4}x^2+2x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$

$\therefore b=1$ ❷

$\therefore a+b=4+1=5$ ❸

답 5

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	50 %
❷	b의 값 구하기	30 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

879

$y=x^2+2x+6a-b=(x+1)^2+6a-b-1$

이 이차함수의 최솟값이 6이므로

$6a-b-1=6 \quad\therefore 6a-b=7 \quad\cdots\cdots$ ㉠

$y=-x^2+6x+a+b=-(x-3)^2+a+b+9$

이 이차함수의 최댓값이 16이므로

$a+b+9=16 \quad\therefore a+b=7 \quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=5$

$\therefore ab=2\times5=10$

답 10

880

$y=-x^2+ax+b$가 $x=3$일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}$을 가지므로

$y=-(x-3)^2-\frac{1}{2}=-x^2+6x-\frac{19}{2}$

따라서 $a=6$, $b=-\frac{19}{2}$이므로

$a+b=6+\left(-\frac{19}{2}\right)=-\frac{7}{2}$

답 $-\frac{7}{2}$

881

$y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, $x=1$일 때 최댓값 2를 가지므로

$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$ ❶

이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}$

따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 $\frac{3}{2}$이다. ❷

답 $\frac{3}{2}$

단계	채점 기준	배점
❶	이차함수의 식 구하기	70 %
❷	y축과 만나는 점의 y좌표 구하기	30 %

882

$y=-2x^2-4(a+1)x+3$이 $x=2$일 때 최댓값 k를 가지므로

$y=-2(x-2)^2+k=-2x^2+8x+k-8$

따라서 $-4(a+1)=8$, $3=k-8$이므로

$a=-3$, $k=11$

$\therefore k-a=11-(-3)=14$

답 ④

883

축의 방정식이 $x=3$이고, 최솟값이 -18이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-18$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=9a-18 \quad\therefore a=2$

따라서 $y=2(x-3)^2-18$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=2\times(1-3)^2-18=-10$

답 -10

884

$y=-x^2+2ax+2a=-(x-a)^2+a^2+2a$

이 이차함수의 최댓값이 M이므로

$M=a^2+2a=(a+1)^2-1$

따라서 M은 $a=-1$일 때 최솟값 -1을 갖는다.

답 ②

885

$y=x^2-4ax-8a-6=(x-2a)^2-4a^2-8a-6$

이 이차함수의 최솟값이 m이므로

$m=-4a^2-8a-6=-4(a+1)^2-2$

따라서 m은 $a=-1$일 때 최댓값은 -2를 갖는다. 답 ①

886

$y=2x^2-4kx+4k-1$

$=2(x-k)^2-2k^2+4k-1$ ······ ❶

이 이차함수의 최솟값이 $-2k^2+4k-1$이므로 ······ ❷

$f(k)=-2k^2+4k-1=-2(k-1)^2+1$

따라서 $f(k)$는 $k=1$일 때 최댓값 1을 갖는다. ······ ❸

답 1, 1

단계	채점 기준	배점
❶	$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기	30 %
❷	이차함수의 최솟값 구하기	50 %
❸	$f(k)$의 최댓값과 그때의 k의 값 구하기	20 %

887

두 수를 x, $20-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(20-x)=-x^2+20x$

$=-(x-10)^2+100$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 100이다. 답 ④

888

두 수를 x, $x+16$이라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(x+16)=x^2+16x$

$=(x+8)^2-64$

따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -64이다. 답 ①

889

합이 24인 두 수를 x, $24-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(24-x)=-x^2+24x$

$=-(x-12)^2+144$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 144이므로 $a=144$

차가 10인 두 수를 x, $x+10$이라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

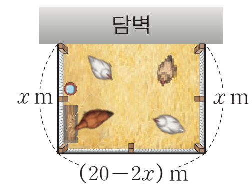
$y=x(x+10)=x^2+10x$

$=(x+5)^2-25$

따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -25이므로 $b=-25$

$\therefore a+b=144+(-25)=119$ 답 119

890



닭장의 가로의 길이는 $(20-2x)$ m이므로 닭장의 넓이를 y m^{2}라고 하면

$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$

$=-2(x-5)^2+50$

따라서 $x=5$일 때 닭장의 넓이가 최대가 된다. 답 ③

891

직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(30-x)$ cm이므로 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=x(30-x)=-x^2+30x$

$=-(x-15)^2+225$

따라서 직사각형의 최대 넓이는 225 cm^{2}이다. 답 225 cm^2

892

$\overline{AP}=x$ cm라고 하면 $\overline{PB}=(16-x)$ cm이므로 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면

$y=x^2+(16-x)^2=2x^2-32x+256$

$=2(x-8)^2+128$

따라서 $x=8$일 때 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되므로 $\overline{AP}=8$ cm이다. 답 ④

893

새로운 삼각형의 밑변의 길이는 $(10-x)$ cm, 높이는 $(6+x)$ cm이므로 이 삼각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=\frac{1}{2}(10-x)(6+x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+30$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+32$

따라서 새로운 삼각형의 최대 넓이는 32 cm^{2}이다. 답 ③

894

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(12-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(4+x)$ cm이므로 이 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=(12-2x)(4+x)=-2x^2+4x+48$

$=-2(x-1)^2+50$

따라서 새로운 직사각형의 최대 넓이는 50 cm^{2}이다. 답 50 cm^2

895

x초 후 삼각형의 밑변의 길이는 $(24-2x)$ cm, 높이는 $(15+3x)$ cm이므로 이 삼각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

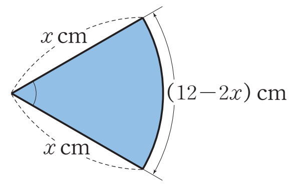
$y=\frac{1}{2}(24-2x)(15+3x)=-3x^2+21x+180$

$=-3\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{867}{4}$

따라서 삼각형의 넓이가 최대가 되는 것은 $x=\frac{7}{2}$, 즉 $\frac{7}{2}$초 후이다.

답 $\frac{7}{2}$초

896



부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 호의 길이는 $(12-2x)$ cm이므로 부채꼴의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=\frac{1}{2}x(12-2x)=-x^2+6x$

$=-(x-3)^2+9$

따라서 부채꼴의 최대 넓이는 9 cm^{2}이다. 답 9 cm^2

897

부채꼴의 호의 길이는 $(20-2x)$ cm이므로 부채꼴의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=\frac{1}{2}x(20-2x)=-x^2+10x$

$=-(x-5)^2+25$

따라서 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 x의 값은 5이다. 답 5

898

$\overline{AO}=x$ cm라고 하면 $\overline{BO'}=(8-x)$ cm이므로 두 원의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면

$y=\pi x^2+\pi(8-x)^2=2\pi x^2-16\pi x+64\pi$

$=2\pi(x-4)^2+32\pi$

따라서 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 32π cm^{2}이다. 답 ③

899

점 P의 좌표를 $(x, -2x+6)$이라 하고 □OQPR의 넓이를 y라고 하면

$y=x(-2x+6)=-2x^2+6x$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$

따라서 □OQPR의 최대 넓이는 $\frac{9}{2}$이다. 답 $\frac{9}{2}$

900

두 점 $(0, 4)$, $(3, 0)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y=-\frac{4}{3}x+4$ ······ ❶

점 P의 좌표를 $\left(x, -\frac{4}{3}x+4\right)$라 하고, △POQ의 넓이를 y라고 하면

$y=\frac{1}{2}x\left(-\frac{4}{3}x+4\right)=-\frac{2}{3}x^2+2x$

$=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$ ······ ❷

따라서 $x=\frac{3}{2}$일 때 △POQ의 넓이가 최대이다.

$y=-\frac{4}{3}x+4$에 $x=\frac{3}{2}$을 대입하면

$y=-\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}+4=2$

$\therefore$ P$\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ ······ ❸

답 $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

단계	채점 기준	배점
❶	직선 l의 방정식 구하기	20 %
❷	이차함수의 식 구하기	50 %
❸	점 P의 좌표 구하기	30 %

901

직사각형의 가로의 길이는 $40-2x$이므로 직사각형의 넓이를 y라고 하면

$y=x(40-2x)=-2x^2+40x$

$=-2(x-10)^2+200$

따라서 직사각형의 넓이가 최대일 때의 x의 값은 10이다. 답 10

902

$y=-5x^2+30x+20=-5(x-3)^2+65$

따라서 최고 높이에 올라갈 때까지 걸린 시간은 3초이다. 답 ①

903

$y=20x-5x^2=-5(x-2)^2+20$

따라서 물이 가장 높이 올라갔을 때의 수면으로부터의 높이는 20 m이다. 답 ②

904

$h=24t-4t^2=-4(t-3)^2+36$

따라서 $t=3$일 때 최댓값 36을 가지므로 $p=3$, $q=36$

$\therefore p+q=3+36=39$ 답 ③

만점에 도전하기 161~162쪽

905

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=4a+1 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $y=\frac{1}{4}(x+2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{4}(x-4+2)^2+1+3=\frac{1}{4}(x-2)^2+4=\frac{1}{4}x^2-x+5$

이므로 $b=-1$, $c=5$

$\therefore abc=\frac{1}{4}\times(-1)\times 5=-\frac{5}{4}$ 답 $-\frac{5}{4}$

906

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 0)$에서 만나므로 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$이다.
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+2)^2-3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=4a-3 \qquad \therefore a=\frac{3}{4}$

따라서 $a=\frac{3}{4}$, $p=-2$, $q=-3$이므로

$a+p+q=\frac{3}{4}+(-2)+(-3)=-\frac{17}{4}$ 답 $-\frac{17}{4}$

907

$y=-x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 9)$이므로 이차함수의 식은

$y=-(x+2)^2+9$
$\quad=-x^2-4x+5$ ❶

$y=-x^2-4x+5$에 $x=0$을 대입하면 $y=5$

$\therefore A(0, 5)$ ❷

$y=-x^2-4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-4x+5$, $x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-5$ 또는 $x=1$

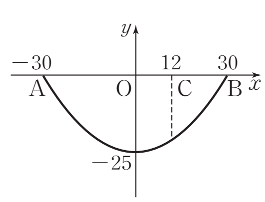
$\therefore B(-5, 0)$, $C(1, 0)$ ❸

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{1-(-5)\}\times5=15$ ❹

답 15

단계	채점 기준	배점
❶	이차함수의 식 구하기	30 %
❷	점 A의 좌표 구하기	20 %
❸	두 점 B, C의 좌표 구하기	30 %
❹	$\triangle$ABC의 넓이 구하기	20 %

908



오른쪽 그림과 같이 호수의 중앙 M을 원점, 두 지점 A, B를 지나는 직선을 x축으로 하는 좌표평면 위에 포물선을 놓으면 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2-25$로 놓을 수 있다.
B 지점의 좌표가 $(30, 0)$이므로

$0=900a-25 \qquad \therefore a=\frac{1}{36}$

따라서 $y=\frac{1}{36}x^2-25$에 $x=12$를 대입하면

$y=\frac{1}{36}\times12^2-25=-21$

따라서 구하는 수심은 21 m이다. 답 21 m

909

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 각각 0, 4이므로 이차함수의 식을 $y=ax(x-4)$로 놓을 수 있다.
$y=ax(x-4)=ax^2-4ax=a(x-2)^2-4a$
점 A의 좌표는 $(2, -4a)$이고, $\triangle$AOB의 넓이가 10이므로

$\frac{1}{2}\times4\times(-4a)=10 \qquad \therefore a=-\frac{5}{4}$

따라서 $y=-\frac{5}{4}x(x-4)=-\frac{5}{4}x^2+5x$이므로 $b=5$, $c=0$

$\therefore a+b+c=-\frac{5}{4}+5+0=\frac{15}{4}$ 답 $\frac{15}{4}$

910

$y=-4x+24$이므로
$xy=x(-4x+24)=-4x^2+24x$
$\quad=-4(x-3)^2+36$
따라서 xy의 최댓값은 36이다. 답 36

911

$\overline{PQ}$가 x축에 평행하므로 두 점 P, Q의 y좌표는 같다.
$P(x, x^2+2)$, $Q(x^2+3, x^2+2)$라 하고, $\overline{PQ}$의 길이를 y라고 하면
$y=(x^2+3)-x=x^2-x+3$
$\quad=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$

따라서 $\overline{PQ}$의 길이의 최솟값은 $\frac{11}{4}$이다. 답 $\frac{11}{4}$

912

$y=x^2-ax+9$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-ax+9 \qquad \therefore x=\frac{a\pm\sqrt{a^2-36}}{2}$

x축과 만나는 두 점의 좌표는

$\left(\frac{a-\sqrt{a^2-36}}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{a+\sqrt{a^2-36}}{2}, 0\right)$ ❶

이 두 점 사이의 거리가 8이므로

$\frac{a+\sqrt{a^2-36}}{2}-\frac{a-\sqrt{a^2-36}}{2}=8$, $\sqrt{a^2-36}=8$

양변을 제곱하면 $a^2-36=64$

$a^2=100 \qquad \therefore a=\pm10$ ❷

$y=x^2-ax+9=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+9-\frac{a^2}{4}$

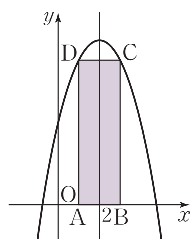
이므로 이 이차함수의 최솟값은

$9-\frac{a^2}{4}=9-\frac{100}{4}=-16$ ($\because a^2=100$) ❸

답 -16

단계	채점 기준	배점
❶	x축과 만나는 두 점의 좌표 구하기	30 %
❷	a의 값 구하기	30 %
❸	이차함수의 최솟값 구하기	40 %

913



$y=-x^2+4x+4=-(x-2)^2+8$의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이다. ❶

점 B의 좌표를 $(t, 0)$이라고 하면

$\overline{AB}=2(t-2)$

점 C의 좌표는 $(t, -t^2+4t+4)$이므로

$\overline{BC}=-t^2+4t+4$ ❷

따라서 □ABCD의 둘레의 길이를 l이라고 하면

$l=2(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=2\{2(t-2)+(-t^2+4t+4)\}$

$=-2t^2+12t$

$=-2(t-3)^2+18$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 18이다. ❸

답 18

단계	채점 기준	배점
❶	축의 방정식 구하기	20 %
❷	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 t의 식으로 나타내기	30 %
❸	□ABCD의 둘레의 길이의 최댓값 구하기	50 %

914

x초 후에 $\overline{AP}=x$ cm, $\overline{BQ}=2x$ cm이므로 △PAQ의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{AQ}$

$=\frac{1}{2}x(10-2x)$

$=-x^2+5x$

$=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

따라서 △PAQ의 넓이가 최대가 되는 것은 $\frac{5}{2}$초 후이다.

답 $\frac{5}{2}$초

915

꼭짓점의 좌표가 $(3, 50)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-3)^2+50$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 32)$를 지나므로

$32=9a+50\qquad\therefore a=-2$

따라서 $y=-2(x-3)^2+50=-2x^2+12x+32$이고 물체가 지면에 떨어질 때의 y의 값은 0이므로

$0=-2x^2+12x+32$, $x^2-6x-16=0$

$(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=8\ (\because x>0)$

따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은 8초이다. 답 ③

916

총 판매 금액을 y원이라고 하면

$y=(100+x)(400-2x)=-2x^2+200x+40000$

$=-2(x-50)^2+45000$

따라서 $x=50$일 때 총 판매 금액이 최대이므로 그때의 상품 한 개의 가격은

$100+50=150$(원)

답 ⑤

풍산자 필수유형

정답과 풀이

실전북

중학수학

3-1

서술형 집중연습

Ⅰ. 실수와 그 계산

대표 서술형 2~3쪽

예제 1

step ❶ $a<3$일 때, $a-3<0$이므로

$\sqrt{(a-3)^2}=-(a-3)$

step ❷ $a<3$일 때, $3-a>0$이므로

$\sqrt{(3-a)^2}=3-a$

step ❸ $\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(3-a)^2}=-(a-3)+(3-a)$

$=-a+3+3-a$

$=-2a+6$

유제 1-1

step ❶ $-1<x\le 1$일 때, $x-1\le 0$이므로

$\sqrt{(x-1)^2}=-(x-1)$

step ❷ $-1<x\le 1$일 때, $x+1>0$이므로

$\sqrt{(x+1)^2}=x+1$

step ❸ $\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x+1)^2}=-(x-1)+(x+1)$

$=-x+1+x+1$

$=2$

유제 1-2

step ❶ $2a-6>3(a-2)$에서 $2a-6>3a-6$

$\therefore a<0$

step ❷ $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=-a$

$a-3<0$이므로 $\sqrt{(a-3)^2}=-(a-3)$

$2-a>0$이므로 $\sqrt{(2-a)^2}=2-a$

step ❸ $\sqrt{a^2}-\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(2-a)^2}$

$=-a-\{-(a-3)\}-(2-a)$

$=-a+a-3-2+a$

$=a-5$

예제 2

step ❶ $240=2^4\times3\times5$

step ❷ n이 자연수가 되려면 $240\times m=2^4\times3\times5\times m$에서 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 m은

$m=3\times5=15$

step ❸ $m=15$일 때,

$n=\sqrt{240\times15}=\sqrt{2^4\times3^2\times5^2}=2^2\times3\times5=60$

step ❹ $\therefore m+n=15+60=75$

유제 2-1

step ❶ $504=2^3\times3^2\times7$

step ❷ $\sqrt{504x}$가 자연수가 되려면 $504\times x=2^3\times3^2\times7\times x$에서 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 자연수 x는

$x=2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

step ❸ x의 값의 범위가 $10\le x<100$이므로 조건을 만족시키는 자연수 x의 값은

$x=2\times7=14$ 또는 $x=2\times7\times2^2=56$

유제 2-2

step ❶ $\sqrt{48-x}$가 정수가 되려면 $48-x$는 0 또는 48보다 작은 제곱인 수이어야 한다.

즉, $48-x=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36$

step ❷ 조건을 만족시키는 자연수 x는

$x=48, 47, 44, 39, 32, 23, 12$

step ❸ 따라서 자연수 x는 7개이다.

서술형 실전대비 4~5쪽

1 step ❶ $(-6)^2=36$의 양의 제곱근은 6이므로 $A=6$

step ❷ $\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $B=-3$

step ❸ $\therefore A-B=6-(-3)=9$ 답 9

2 step ❶ $\sqrt{9}=3$, $2.\dot{7}=\frac{25}{9}$, $\sqrt{16}=4$이므로 주어진 수의 제곱근을 차례대로 구하면

$\pm\sqrt{5}$, $\pm\sqrt{3}$, ±1.6, $\pm\frac{5}{3}$, $\pm\frac{11}{5}$, ±2

step ❷ 따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수는 2.56, $2.\dot{7}$, $\frac{121}{25}$, $\sqrt{16}$의 4개이다. 답 4개

3 step ❶ 160을 소인수분해하면 $160=2^5\times5$

step ❷ n이 자연수가 되려면 $\frac{160}{m}=\frac{2^5\times5}{m}$에서 m은 160의 약수이고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 m은 $m=2\times5=10$

step ❸ $m=10$일 때, $n=\sqrt{\frac{160}{10}}=\sqrt{16}=4$

step ❹ $\therefore m+n=10+4=14$ 답 14

4 step ❶ 주어진 식이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{99-2a}$가 가장 큰 정수가 되어야 하므로

$99-2a=81$, $2a=18$

$\therefore a=9$

step ❷ 주어진 식이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{7+2b}$가 가장 작은 정수가 되어야 하므로

$7+2b=9$, $2b=2$

$\therefore b=1$

step ❸ $\therefore a-b=9-1=8$

답 8

5 양수는 근호 안의 수가 클수록 크고, 음수는 근호 안의 수가 작을수록 크다. ··· ❶

$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}$이므로 양수끼리 비교하면

$\sqrt{\frac{9}{2}}<\sqrt{8}<\sqrt{(-3)^2}$

$-3=-\sqrt{9}$이므로 음수끼리 비교하면

$-\sqrt{11}<-3<-\sqrt{7}$

즉, 가장 큰 수는 $\sqrt{(-3)^2}$, 가장 작은 수는 $-\sqrt{11}$이므로

$m=\sqrt{(-3)^2}$, $n=-\sqrt{11}$ ··· ❷

$\therefore m^2+n^2=9+11=20$ ··· ❸

답 20

단계	채점 기준	배점
❶	제곱근의 대소 관계 이해하기	1점
❷	m, n의 값 구하기	각 2점
❸	m^2+n^2의 값 구하기	2점

6 $7<\sqrt{56}<8$이므로 $F(56)=7$ ··· ❶

$\sqrt{25}=5$이므로 $F(25)=5$ ··· ❷

$\therefore F(56)-F(25)=7-5=2$ ··· ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	$F(56)$의 값 구하기	3점
❷	$F(25)$의 값 구하기	3점
❸	$F(56)-F(25)$의 값 구하기	1점

7 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형의 넓이는

$3\times3=9(\text{cm}^2)$ ··· ❶

정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형 두 개를 대각선 방향으로 잘라 이어 붙였으므로 그 넓이는

$9\times2=18(\text{cm}^2)$ ··· ❷

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 $x^2=18$이므로

$x=\sqrt{18}$ ($\because x>0$)

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{18}$ cm이다. ··· ❸

답 $\sqrt{18}$ cm

단계	채점 기준	배점
❶	작은 정사각형의 넓이 구하기	2점
❷	정사각형 ABCD의 넓이 구하기	2점
❸	정사각형 ABCD의 한 변의 길이 구하기	3점

8 전체 경우의 수는 $6\times6=36$ ··· ❶

$\sqrt{36ab}$가 자연수가 되려면 $36ab=2^2\times3^2\times ab$에서 ab의 값이 제곱인 수이어야 하므로 이러한 a, b의 순서쌍 (a, b)는 (1, 1), (2, 2), (1, 4), (4, 1), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 8개이다. ··· ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ ··· ❸

답 $\frac{2}{9}$

단계	채점 기준	배점
❶	전체 경우의 수 구하기	2점
❷	$\sqrt{36ab}$가 자연수가 되는 경우의 수 구하기	4점
❸	$\sqrt{36ab}$가 자연수가 될 확률 구하기	1점

대표 서술형

6~7쪽

예제 1

step ❶ 직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}=\sqrt{2}$ $\therefore a=\underline{-1-\sqrt{2}}$

step ❷ $\overline{DE}=\overline{DQ}=\sqrt{2}$이므로 $b=\underline{\sqrt{2}}$

step ❸ $\therefore a+b=\underline{(-1-\sqrt{2})+\sqrt{2}=-1}$

유제 1-1

step ❶ $\overline{PA}=\overline{PS}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

점 A에 대응하는 수는 $\underline{1-\sqrt{2}}$이다.

step ❷ $\overline{PB}=\overline{PQ}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

점 B에 대응하는 수는 $\underline{1+\sqrt{2}}$이다.

step ❸ 따라서 두 수의 합은

$(\underline{1-\sqrt{2}})+(\underline{1+\sqrt{2}})=\underline{2}$

유제 1-2

step ❶ (가)는 한 변의 길이가 $\underline{\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}}$인 정사각형이고,

(나)는 한 변의 길이가 $\underline{\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}}$인 정사각형이다.

step ❷ 점 A의 좌표는 A($\underline{2-\sqrt{5}}$)

점 B의 좌표는 B($\underline{4+\sqrt{2}}$)

step ❸ 따라서 $\overline{AB}$의 길이는

$(\underline{4+\sqrt{2}})-(\underline{2-\sqrt{5}})=\underline{4+\sqrt{2}-2+\sqrt{5}}=\underline{2+\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

예제 2

step ❶ $A-C=(\sqrt{6}-2)-4=\underline{\sqrt{6}-6}=\underline{\sqrt{6}-\sqrt{36}}$이므로

$A-C\underline{<}0$ $\therefore A\underline{<}C$

step ❷ $B-C=(3+\sqrt{3})-4=\underline{\sqrt{3}-1}=\underline{\sqrt{3}-\sqrt{1}}$이므로

$B-C\underline{>}0$ $\therefore B\underline{>}C$

step ❸ 따라서 $A\underline{<}C$이고 $B\underline{>}C$이므로 $\underline{A}<\underline{C}<\underline{B}$이다.

유제 2-1

step ❶ $2+\sqrt{10}$, $-1+\sqrt{10}$은 양수, $\sqrt{10}-4$, $-4-\sqrt{15}$는 음수이다.

step ❷ (i) $(2+\sqrt{10})-(-1+\sqrt{10})=3$이므로

$(2+\sqrt{10})-(-1+\sqrt{10})>0$

$\therefore 2+\sqrt{10}>-1+\sqrt{10}$

(ii) $(\sqrt{10}-4)-(-4-\sqrt{15})=\sqrt{10}+\sqrt{15}$이므로

$(\sqrt{10}-4)-(-4-\sqrt{15})>0$

$\therefore \sqrt{10}-4>-4-\sqrt{15}$

step ❸ 따라서 $2+\sqrt{10}>-1+\sqrt{10}>\sqrt{10}-4>-4-\sqrt{15}$이므로 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{10}-4$이다.

유제 2-2

step ❶ $(\sqrt{3}+2)-(2+\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$이므로

$(\sqrt{3}+2)-(2+\sqrt{2})>0$

$\therefore \sqrt{3}+2>2+\sqrt{2}$

step ❷ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(2+\sqrt{2})=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}$이므로

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(2+\sqrt{2})<0$

$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3}<2+\sqrt{2}$

step ❸ 따라서 $\sqrt{3}+2>2+\sqrt{2}>\sqrt{2}+\sqrt{3}$이므로

$M=\sqrt{3}+2$, $m=\sqrt{2}+\sqrt{3}$

step ❹ $\therefore M-m=(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2-\sqrt{2}$

서술형 실전대비 8~9쪽

1 step ❶ □ 안의 수에 해당하는 것은 유리수가 아닌 실수이므로 무리수이다.

step ❷ $2+\sqrt{9}=2+3=5$이므로 유리수,

$-\sqrt{10}-1$, $\frac{\pi}{4}$는 무리수,

$\sqrt{(-3.6)^2}=\sqrt{(3.6)^2}=3.6$이므로 유리수,

$\sqrt{0.16}=\sqrt{(0.4)^2}=0.4$이므로 유리수,

$\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$이므로 유리수이다.

따라서 무리수는 2개이다.

답 2개

2 step ❶ $2=\sqrt{4}$, $3=\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{6}<3$이다.

step ❷ $2<\sqrt{6}<3$에서 $-3<-\sqrt{6}<-2$이므로 각 변에 8을 더하면 $5<8-\sqrt{6}<6$

step ❸ $2<\sqrt{6}<3$의 각 변에서 8을 빼면

$-6<\sqrt{6}-8<-5$

step ❹ 따라서 $8-\sqrt{6}$과 $\sqrt{6}-8$ 사이에 있는 정수는

$-5, -4, -3, \cdots, 3, 4, 5$의 11개이다.

답 11

3 step ❶ 직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이다.

step ❷ 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(-2+\sqrt{2})$

점 Q의 좌표는 $\mathrm{Q}(2+\sqrt{2})$

step ❸ 따라서 두 점 P, Q 사이의 거리는

$(2+\sqrt{2})-(-2+\sqrt{2})=2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$

답 4

4 step ❶ $(4+\sqrt{2})-(4+\sqrt{3})=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$이므로

$4+\sqrt{2}<4+\sqrt{3}$

step ❷ $6-(4+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$이므로

$6>4+\sqrt{3}$

step ❸ $\therefore 4+\sqrt{2}<4+\sqrt{3}<6$

답 $4+\sqrt{2}<4+\sqrt{3}<6$

5 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$

따라서 $-\sqrt{3}$에 대응하는 점은 구간 B에 있다. ❶

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로 각 변에서 1을 빼면

$0<\sqrt{2}-1<1$

따라서 $\sqrt{2}-1$에 대응하는 점은 구간 D에 있다. ❷

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{7}$에 대응하는 점은 구간 F에 있다. ❸

답 구간 B, 구간 D, 구간 F

단계	채점 기준	배점
❶	$-\sqrt{3}$에 대응하는 점이 있는 구간 구하기	2점
❷	$\sqrt{2}-1$에 대응하는 점이 있는 구간 구하기	2점
❸	$\sqrt{7}$에 대응하는 점이 있는 구간 구하기	2점

6 $\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{13}<4$이므로 $-4<-\sqrt{13}<-3$

각 변에 2를 더하면 $-2<2-\sqrt{13}<-1$ ❶

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로 각 변에 3을 더하면

$5<3+\sqrt{5}<6$ ❷

따라서 $2-\sqrt{13}$과 $3+\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는

$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$이므로 ❸

그 합은 $-1+0+1+2+3+4+5=14$이다. ❹

답 14

단계	채점 기준	배점
❶	$2-\sqrt{13}$의 범위 구하기	2점
❷	$3+\sqrt{5}$의 범위 구하기	2점
❸	두 수 사이에 있는 모든 정수 구하기	2점
❹	두 수 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	1점

7 (가)는 한 변의 길이가 $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$인 정사각형이므로

$a=-3-\sqrt{5}$ ❶

(나)는 한 변의 길이가 $\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$인 정사각형이므로

$b=1+\sqrt{10}$ ❷

$\therefore (a+\sqrt{5})^2+(b-1)^2=(-3-\sqrt{5}+\sqrt{5})^2+(1+\sqrt{10}-1)^2$

$=(-3)^2+(\sqrt{10})^2$

$=9+10=19$ ❸

답 19

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	3점
❷	b의 값 구하기	3점
❸	$(a+\sqrt{5})^2+(b-1)^2$의 값 구하기	2점

8 (정사각형의 넓이)=(한 변의 길이)^{2}이므로 한 변의 길이가 짧을수록 넓이가 작다. ❶

$\sqrt{26}-5=\sqrt{26}-\sqrt{25}>0$이므로 $\sqrt{26}>5$

$\sqrt{26}-(1+\sqrt{28})=\sqrt{26}-\sqrt{28}-1<0$이므로

$\sqrt{26}<1+\sqrt{28}$

$\therefore 5<\sqrt{26}<1+\sqrt{28}$ ❷

따라서 한 변의 길이가 가장 짧은 정사각형은 B이므로 넓이가 가장 작은 정사각형도 B이다. ❸

답 B

단계	채점 기준	배점
❶	정사각형의 한 변의 길이와 넓이 사이의 관계 이해하기	1점
❷	정사각형 A, B, C의 한 변의 길이 비교하기	3점
❸	넓이가 가장 작은 정사각형 구하기	2점

대표 서술형 10~11쪽

예제 1

step ❶ $\sqrt{27}-\sqrt{50}+\sqrt{18}-\sqrt{48}$

$=3\sqrt{3}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

step ❷ $-2\sqrt{2}-\sqrt{3}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$이므로

$a=-2$, $b=-1$

step ❸ $\therefore \sqrt{2ab}=\sqrt{2\times(-2)\times(-1)}=\sqrt{4}=2$

유제 1-1

step ❶ $\sqrt{20}-\sqrt{50}+\sqrt{32}-\sqrt{45}$

$=2\sqrt{5}-5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-3\sqrt{5}$

$=-\sqrt{2}-\sqrt{5}$

step ❷ $-\sqrt{2}-\sqrt{5}=a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$이므로

$a=-1$, $b=-1$

step ❸ $\therefore ab=-1\times(-1)=1$

유제 1-2

step ❶ $\sqrt{32}-2\sqrt{8}+\sqrt{3}\left(\sqrt{12}+\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$=4\sqrt{2}-4\sqrt{2}+6+4\sqrt{2}$

$=6+4\sqrt{2}$

step ❷ $6+4\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}$이므로

$a=6$, $b=4$

step ❸ $\therefore a^2+b^2=6^2+4^2=36+16=52$

예제 2

step ❶ $5<\sqrt{30}<6$이므로 $\sqrt{30}$의 정수 부분은 5 $\quad\therefore a=5$

step ❷ (소수 부분)$=\sqrt{30}-$(정수 부분)이므로 $b=\sqrt{30}-5$

step ❸ $\therefore a-b=5-(\sqrt{30}-5)=10-\sqrt{30}$

유제 2-1

step ❶ $4<\sqrt{20}<5$의 각 변에서 3을 빼면 $1<\sqrt{20}-3<2$이므로

$\sqrt{20}-3$의 정수 부분은 1 $\quad\therefore a=1$

step ❷ (소수 부분)$=\sqrt{20}-3-$(정수 부분)이므로

$b=\sqrt{20}-3-1=2\sqrt{5}-4$

step ❸ $\therefore 4a+b=4\times1+(2\sqrt{5}-4)=2\sqrt{5}$

유제 2-2

step ❶ $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{12}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{24}-2}{2}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}-2}{2}=\sqrt{6}-1$

step ❷ $2<\sqrt{6}<3$의 각 변에서 1을 빼면 $1<\sqrt{6}-1<2$이므로

$\sqrt{6}-1$의 정수 부분은 1, 소수 부분은 $\sqrt{6}-1-1=\sqrt{6}-2$

$\therefore a=1$, $b=\sqrt{6}-2$

step ❸ $\therefore \sqrt{6a}-b=\sqrt{6\times1}-(\sqrt{6}-2)=2$

서술형 실전대비 12~13쪽

1 step ❶ $\sqrt{230}=\sqrt{2.3\times100}=10\sqrt{2.3}=10a$

$\sqrt{0.0023}=\sqrt{\dfrac{23}{10000}}=\dfrac{\sqrt{23}}{100}=\dfrac{1}{100}b$

step ❷ $\therefore \sqrt{230}+\sqrt{0.0023}=10a+\dfrac{1}{100}b$

답 $10a+\dfrac{1}{100}b$

2 step ❶ $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{15}-3}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{15}}{6}-\dfrac{1}{2}$

$$\frac{3\sqrt{6}-\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\frac{(3\sqrt{6}-\sqrt{10})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{18-2\sqrt{15}}{6}$$
$$=3-\frac{\sqrt{15}}{3}$$

step ❷ $\therefore \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{3\sqrt{6}-\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$
$$=\left(\frac{\sqrt{15}}{6}-\frac{1}{2}\right)-\left(3-\frac{\sqrt{15}}{3}\right)$$
$$=-\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{15}}{2}=\frac{-7+\sqrt{15}}{2}$$

답 $\frac{-7+\sqrt{15}}{2}$

3 step ❶ $9<\sqrt{90}<10$에서 $\sqrt{90}$의 정수 부분은 9이므로
$f(90)=\sqrt{90}-9$
step ❷ $6<\sqrt{40}<7$에서 $\sqrt{40}$의 정수 부분은 6이므로
$f(40)=\sqrt{40}-6$
step ❸ $\therefore f(90)-f(40)=\sqrt{90}-9-(\sqrt{40}-6)$
$=3\sqrt{10}-9-2\sqrt{10}+6$
$=\sqrt{10}-3$

답 $\sqrt{10}-3$

4 step ❶ $P=\frac{3}{\sqrt{3}}(\sqrt{12}+4)-a(2+\sqrt{3})$
$=\sqrt{3}(2\sqrt{3}+4)-a(2+\sqrt{3})$
$=6+4\sqrt{3}-2a-\sqrt{3}a$
$=(6-2a)+(4-a)\sqrt{3}$
step ❷ P가 유리수가 되려면 $4-a=0$이어야 하므로
$a=4$
step ❸ $a=4$이므로 $P=6-2\times4=-2$

답 -2

5 $\sqrt{0.32}=\sqrt{\frac{32}{100}}=\frac{\sqrt{32}}{10}=\frac{4\sqrt{2}}{10}$
$=\frac{4\times1.414}{10}=\frac{5.656}{10}=0.5656$ ❶
$\sqrt{8000}=\sqrt{1600\times5}=40\sqrt{5}=40\times2.236=89.44$ ❷
$\therefore \sqrt{0.32}+\sqrt{8000}=0.5656+89.44=90.0056$ ❸

답 90.0056

단계	채점 기준	배점
❶	$\sqrt{0.32}$의 값 구하기	3점
❷	$\sqrt{8000}$의 값 구하기	3점
❸	$\sqrt{0.32}+\sqrt{8000}$의 값 구하기	2점

6 평행사변형의 높이를 x라고 하면 평행사변형의 넓이는
$\sqrt{20}\times x=2\sqrt{5}x$ ❶
삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\sqrt{40}\times\sqrt{24}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{10}\times2\sqrt{6}=2\sqrt{60}=4\sqrt{15}$ ❷
두 도형의 넓이가 같으므로 $2\sqrt{5}x=4\sqrt{15}$
$\therefore x=\frac{4\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{15}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\frac{4\sqrt{75}}{10}=\frac{20\sqrt{3}}{10}=2\sqrt{3}$ ❸

답 $2\sqrt{3}$

단계	채점 기준	배점
❶	평행사변형의 넓이 구하기	2점
❷	삼각형의 넓이 구하기	2점
❸	평행사변형의 높이 구하기	3점

7 정사각형의 각 변의 중점을 연결한 사각형은 정사각형이고 그 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$이다. 정사각형 ABCD의 넓이가 108이므로 정사각형 PQRS의 넓이는
$108\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=108\times\frac{1}{4}=27$ ❶
정사각형 PQRS의 한 변의 길이는
$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ ❷
따라서 정사각형 PQRS의 둘레의 길이는
$4\times3\sqrt{3}=12\sqrt{3}$ ❸

답 $12\sqrt{3}$

단계	채점 기준	배점
❶	□PQRS의 넓이 구하기	3점
❷	□PQRS의 한 변의 길이 구하기	2점
❸	□PQRS의 둘레의 길이 구하기	2점

8 (i) $2<\sqrt{6}<3$의 각 변에 7을 더하면
$9<\sqrt{6}+7<10$
$\sqrt{6}+7$의 정수 부분은 9이므로
$a=\sqrt{6}+7-9=\sqrt{6}-2$ ❶
(ii) $2<\sqrt{5}<3$의 각 변에 4를 더하면
$6<4+\sqrt{5}<7$
$4+\sqrt{5}$의 정수 부분은 6이므로
$b=4+\sqrt{5}-6=\sqrt{5}-2$ ❷
$a-b=(\sqrt{6}-2)-(\sqrt{5}-2)=\sqrt{6}-\sqrt{5}>0$이므로
$a>b$ ❸

답 $a>b$

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	3점
❷	b의 값 구하기	3점
❸	a, b의 대소 관계 나타내기	2점

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

대표 서술형 14~15쪽

예제 1

step ❶ 사각형 EFCD가 정사각형이므로

$\overline{DC}=\overline{ED}=x$

따라서 $\overline{AE}=y-x$이므로 $\overline{BF}=y-x$

step ❷ 사각형 AGHE가 정사각형이므로

$\overline{AG}=\overline{AE}=y-x$

$\therefore \overline{BG}=\overline{AB}-\overline{AG}=x-(y-x)=2x-y$

step ❸ (직사각형 GBFH의 넓이)$=(y-x)(2x-y)$

$=-2x^2+3xy-y^2$

유제 1-1

step ❶ $x-2y=A$라고 하면

$(x-2y+1)(x-2y+2)=(A+1)(A+2)$

$=A^2+3A+2$

$=(x-2y)^2+3(x-2y)+2$

$=x^2-4xy+4y^2+3x-6y+2$

step ❷ y^2의 계수가 4이므로 $a=4$

xy의 계수가 -4이므로 $b=-4$

step ❸ $\therefore a+b=0$

유제 1-2

step ❶ $(x+2)(x+4)(x-1)(x-3)$

$=(x+2)(x-1)(x+4)(x-3)$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)$

step ❷ $x^2+x=A$라고 하면

$(x^2+x-2)(x^2+x-12)$

$=(A-2)(A-12)$

$=A^2-14A+24$

$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$

$=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

step ❸ 따라서 $a=2$, $b=-13$, $c=-14$이므로

$a-b+c=1$

예제 2

step ❶ $x^2-5x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=5$

step ❷ $x-\frac{1}{x}=5$의 양변을 제곱하면

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=5^2$, $x^2+\frac{1}{x^2}-2=25$

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=25+2=27$

유제 2-1

step ❶ $x^2-3x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-3+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=3$

step ❷ $x+\frac{1}{x}=3$의 양변을 제곱하면

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=3^2$, $x^2+\frac{1}{x^2}+2=9$

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=9-2=7$

step ❸ $\therefore x^2-2x-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}-2\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=7-2\times3=1$

유제 2-2

step ❶ $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$에 $x-y=2$, $x^2+y^2=6$을 대입하면

$2^2=6-2xy$, $2xy=2$

$\therefore xy=1$

step ❷ $\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{6}{1}=6$

서술형 실전대비 16~17쪽

1 step ❶ $(2x-3)(3x+A)=6x^2+(2A-9)x-3A$에서

x의 계수가 -1이므로

$2A-9=-1$, $2A=8$

$\therefore A=4$

step ❷ 따라서 상수항은

$-3A=-3\times4=-12$ 답 -12

2 step ❶ $B=\frac{1}{A}=\frac{1}{\sqrt{17}+4}$

$=\frac{\sqrt{17}-4}{(\sqrt{17}+4)(\sqrt{17}-4)}$

$=\frac{\sqrt{17}-4}{17-16}=\sqrt{17}-4$

step ❷ $\therefore A-B=\sqrt{17}+4-(\sqrt{17}-4)=8$ 답 8

3 step ❶ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로

$4^2=10+2ab$, $2ab=6$

$\therefore ab=3$

step ❷ $\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

4 step ❶ $x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

$xy=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=5-3=2$

step ❷ $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

step ❸ 따라서 구하는 식의 값은

$$\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\frac{(2\sqrt{5})^2-2\times2}{2}=\frac{16}{2}=8$$ 답 8

5 $1002\times998-997^2$

$=(1000+2)(1000-2)-(1000-3)^2$ ❶

$=(1000^2-2^2)-(1000^2-2\times1000\times3+3^2)$ ❷

$=1000^2-2^2-1000^2+2\times1000\times3-3^2$

$=-4+6000-9$

$=5987$ ❸

답 5987

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식 변형하기	2점
❷	곱셈 공식을 이용하여 계산하기	2점
❸	주어진 식의 값 구하기	2점

6 $a^2-7a+1=0$의 양변을 a로 나누면

$a-7+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=7$ ❶

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$

$=7^2-2$

$=47$ ❷

답 47

단계	채점 기준	배점
❶	$a+\frac{1}{a}$의 값 구하기	3점
❷	$a^2+\frac{1}{a^2}$의 값 구하기	3점

7 a는 8로 나누었을 때 몫이 x이고 나머지가 6이므로

$a=8x+6$

b는 12로 나누었을 때 몫이 y이고 나머지가 7이므로

$b=12y+7$ ❶

$\therefore ab=(8x+6)(12y+7)$

$=96xy+56x+72y+42$ ❷

이 식을 4로 묶어서 변형하면

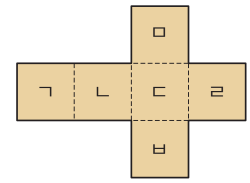
$96xy+56x+72y+42=4(24xy+14x+18y+10)+2$

따라서 ab를 4로 나눈 나머지는 2이다. ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	a, b를 각각 x, y로 나타내기	각 2점
❷	ab를 각각 x, y로 나타내기	2점
❸	ab를 4로 나눈 나머지 구하기	2점

8 직육면체의 전개도에서 ㄱ과 마주 보는 면은 ㄷ, ㄴ과 마주 보는 면은 ㄹ, ㅁ과 마주 보는 면은 ㅂ이다. ❶



$A=(5x+7)(2x-3)$

$=10x^2-x-21$,

$B=(2x-1)(3x+1)=6x^2-x-1$,

$C=(4x-3)(5x+1)=20x^2-11x-3$ ❷

$\therefore A+B+C$

$=(10x^2-x-21)+(6x^2-x-1)+(20x^2-11x-3)$

$=36x^2-13x-25$ ❸

답 $36x^2-13x-25$

단계	채점 기준	배점
❶	서로 마주 보는 면 찾기	3점
❷	A, B, C 구하기	각 1점
❸	$A+B+C$ 구하기	2점

대표 서술형 18~19쪽

예제 1

step ❶ $3x^2-6x+3=3(x^2-2x+1)=3(x-1)^2$

step ❷ $4x^2y-4y=4y(x^2-1)=4y(x+1)(x-1)$

step ❸ 두 다항식의 공통인수가 $x-1$이므로

$x^2+4x+a=(x-1)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면

$x^2+4x+a=x^2+(m-1)x-m$

따라서 $4=m-1$, $a=-m$이므로

$\therefore m=5$, $a=-5$

유제 1-1

step ❶ $4x^2y^2-9y^2=y^2(4x^2-9)=y^2(2x+3)(2x-3)$

step ❷ $4x^2+12x+9=(2x+3)^2$

step ❸ 두 다항식의 공통인수는 $2x+3$이므로

$2x^2+x+a=(2x+3)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면

$2x^2+x+a=2x^2+(2m+3)x+3m$

따라서 $1=2m+3$, $a=3m$이므로

$m=-1$, $a=-3$

유제 1-2

step ❶ $2x^2+ax+6=(x+2)(2x+m)$ (m은 상수)이라고 하면

$2x^2+ax+6=2x^2+(m+4)x+2m$

따라서 $a=m+4$, $6=2m$이므로

$m=3$, $a=7$

step ❷ $3x^2+7x+b=(x+2)(3x+n)$ (n은 상수)이라고 하면

$3x^2+7x+b=3x^2+(n+6)x+2n$

따라서 $7=n+6$, $b=2n$이므로

$n=1$, $b=2$

step ❸ $\therefore a+b=7+2=9$

예제 2

step ❶ $(x-4)(x+2)=x^2-2x-8$에서

철수는 x의 계수를 제대로 보았으므로 $a=-2$

step ❷ $(x+5)(x-3)=x^2+2x-15$에서

영희는 상수항을 제대로 보았으므로 $b=-15$

step ❸ 따라서 처음 이차식은 $x^2-2x-15$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-2x-15=(x+3)(x-5)$

유제 2-1

step ❶ $(x+3)(2x-5)=2x^2+x-15$에서

민호는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -15이다.

step ❷ $(x-3)(2x-1)=2x^2-7x+3$에서

우빈이는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -7이다.

step ❸ 따라서 처음 이차식은 $2x^2-7x-15$이므로 바르게 인수분해하면

$2x^2-7x-15=(x-5)(2x+3)$

유제 2-2

step ❶ $-(2x-1)(6x+1)=-12x^2+4x+1$

step ❷ 위에서 전개한 식에서 x^2의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+4x-12$

step ❸ 따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

서술형 실전대비 20~21쪽

1 step ❶ $(x+8)(x-4)+11=x^2+4x-32+11$

$=x^2+4x-21$

step ❷ $x^2+4x-21=(x+7)(x-3)$

step ❸ 따라서 두 일차식은 $x+7$, $x-3$이므로 그 합은

$(x+7)+(x-3)=2x+4$ 답 $2x+4$

2 step ❶ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$에서

$a+b=14$, $ab=k$이므로 k는 합이 14인 두 자연수의 곱이다.

step ❷ 합이 14인 두 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 13)$, $(2, 12)$, $(3, 11)$, $(4, 10)$, $(5, 9)$, $(6, 8)$, $(7, 7)$이다.

step ❸ 따라서 두 자연수의 곱을 차례대로 구하면

13, 24, 33, 40, 45, 48, 49

이므로 상수 k가 될 수 있는 수의 개수는 7이다. 답 7

3 step ❶ $3[x, -1, 1]-[x, -2, 3]$

$=3(x-1)(x-1)-(x-2)(x-3)$

step ❷ $3(x-1)^2-(x-2)(x-3)$

$=3(x^2-2x+1)-(x^2-5x+6)$

$=3x^2-6x+3-x^2+5x-6$

$=2x^2-x-3$

step ❸ $2x^2-x-3=(x+1)(2x-3)$

답 $(x+1)(2x-3)$

4 step ❶ $3^8-1=(3^4+1)(3^4-1)$

$=(3^4+1)(3^2+1)(3^2-1)$

$=(3^4+1)(3^2+1)(3+1)(3-1)$

step ❷ $3^4+1=82=2\times41$, $3^2+1=10=2\times5$,

$3+1=4=2^2$, $3-1=2$이므로

$3^8-1=(2\times41)\times(2\times5)\times2^2\times2$

$=2^5\times5\times41$

step ❸ 따라서 3^8-1의 약수 중에서 30 이하인 수는

1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20의 8개이다. 답 8

5 $x^2-ax+81$이 완전제곱식이 되려면

$a=2\sqrt{81}=2\times9=18$ ······ ❶

x^2+8x+b가 완전제곱식이 되려면

$b=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ ······ ❷

$\therefore a+b=18+16=34$ ······ ❸

답 34

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	3점
❷	b의 값 구하기	3점
❸	$a+b$의 값 구하기	1점

6 $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$ ······ ❶

$2x^2+3x-5=(x-1)(2x+5)$ ······ ❷

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-1$이므로

$k=-1$ ······ ❸

답 -1

단계	채점 기준	배점
❶	x^2-4x+3을 인수분해하기	3점
❷	$2x^2+3x-5$를 인수분해하기	3점
❸	k의 값 구하기	1점

7 $n^2+4n-60=(n-6)(n+10)$ ❶
두 수의 곱이 소수가 되려면 $1\times$(소수) 또는 (소수)$\times 1$의 꼴이어야 한다. ❷
따라서 $n-6=1$ 또는 $n+10=1$
이때 n은 자연수이므로 $n-6=1$ $\quad\therefore n=7$
즉, $n^2+4n-60=1\times17=17$이므로
$a=17$ ❸
$\therefore n+a=7+17=24$ ❹

답 24

단계	채점 기준	배점
❶	$n^2+4n-60$을 인수분해하기	2점
❷	두 수의 곱이 소수가 되는 조건 이해하기	2점
❸	n, a의 값 구하기	각 2점
❹	$n+a$의 값 구하기	1점

8 정사각형 ABCD의 넓이는 $a^2+12a+36$ ❶
$a^2+12a+36=(a+6)^2$이므로 ❷
정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $a+6$이다.
따라서 둘레의 길이는
$4(a+6)=4a+24$ ❸

답 $4a+24$

단계	채점 기준	배점
❶	정사각형의 넓이를 a에 대한 식으로 나타내기	2점
❷	❶에서 구한 식을 인수분해하기	4점
❸	정사각형 ABCD의 둘레의 길이 구하기	2점

Ⅲ. 이차방정식

대표 서술형

22~23쪽

예제 1

step ❶ $x^2+2x-a=0$에 $x=\underline{-3}$을 대입하면
$\underline{(-3)^2+2\times(-3)-a=0,\ 3-a=0}$
$\therefore a=\underline{3}$

step ❷ $x^2+2x-a=0$에 $a=\underline{3}$을 대입하면
$\underline{x^2+2x-3=0,\ (x+3)(x-1)=0}$
$\therefore x=\underline{-3}$ 또는 $x=\underline{1}$
따라서 다른 한 근은 $x=\underline{1}$이다.

유제 1-1

step ❶ $(a+1)x^2-3x+a^2+5=0$에 $x=\underline{2}$를 대입하면
$\underline{(a+1)\times2^2-3\times2+a^2+5=0,\ a^2+4a+3=0}$
$\underline{(a+3)(a+1)=0}$
$\therefore a=\underline{-3}$ 또는 $a=\underline{-1}$
이때 이차방정식의 x^2의 계수는 $\underline{0}$이 아니어야 하므로
$a+1\neq\underline{0}$, 즉 $a\neq\underline{-1}$
$\therefore a=\underline{-3}$

step ❷ $(a+1)x^2-3x+a^2+5=0$에 $a=\underline{-3}$을 대입하면
$\underline{-2x^2-3x+14=0,\ (2x+7)(x-2)=0}$
$\therefore x=\underline{-\frac{7}{2}}$ 또는 $x=\underline{2}$
따라서 다른 한 근은 $x=\underline{-\frac{7}{2}}$이다.

유제 1-2

step ❶ $x^2+ax+20=0$에 $x=\underline{10}$을 대입하면
$\underline{10^2+10a+20=0,\ 10a=-120}$ $\quad\therefore a=\underline{-12}$

step ❷ $a=\underline{-12}$를 $x^2+ax+20=0$에 대입하면
$\underline{x^2-12x+20=0,\ (x-2)(x-10)=0}$
$\therefore x=\underline{2}$ 또는 $x=\underline{10}$
따라서 다른 한 근은 $x=\underline{2}$이므로 $b=\underline{2}$

step ❸ $\therefore a^2-b^2=\underline{(-12)^2-2^2=144-4=140}$

예제 2

step ❶ $3(x-2)^2-9=0$에서 $(x-2)^2=\underline{3}$
$x-2=\underline{\pm\sqrt{3}}$ $\quad\therefore x=\underline{2\pm\sqrt{3}}$

step ❷ 두 근을 a, b라고 할 때,
$a+b=\underline{(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4}$

유제 2-1

step ❶ $5(x-2)^2=a$에서

$(x-2)^2=\frac{a}{5}$, $x-2=\pm\sqrt{\frac{a}{5}}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{\frac{a}{5}}$

step ❷ 두 근의 차가 4이므로

$\left(2+\sqrt{\frac{a}{5}}\right)-\left(2-\sqrt{\frac{a}{5}}\right)=4$에서

$2\sqrt{\frac{a}{5}}=4$ $\quad\therefore a=20$

유제 2-2

step ❶ $4x^2-12x-6=0$의 양변을 4로 나누면

$x^2-3x-\frac{3}{2}=0$

step ❷ 완전제곱식의 꼴로 나타내면

$x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{3}{2}+\frac{9}{4}$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4}$

step ❸ $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$

$\therefore x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{15}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

서술형 실전대비 24~25쪽

1 step ❶ $(a+2)x^2+a(a-4)x-12=0$에 $x=1$을 대입하면

$(a+2)+a(a-4)-12=0$, $a+2+a^2-4a-12=0$

$a^2-3a-10=0$

step ❷ $a^2-3a-10=0$에서 $(a+2)(a-5)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=5$

이때 이차방정식의 x^2의 계수는 0이 아니어야 하므로

$a+2\neq0$, 즉 $a\neq-2$

$\therefore a=5$

답 5

2 step ❶ $x^2-4x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-4a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-4+\frac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a+\frac{1}{a}=4$

step ❷ $a^2+a+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}=a^2+\frac{1}{a^2}+a+\frac{1}{a}$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2+\left(a+\frac{1}{a}\right)$

step ❸ $\therefore \left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2+\left(a+\frac{1}{a}\right)=4^2-2+4$

$=18$

답 18

3 step ❶ $x^2+10x+25=0$에서 $(x+5)^2=0$

$\therefore x=-5$

step ❷ $x=-5$를 $x^2-4kx+k^2=0$에 대입하면

$(-5)^2-4k\times(-5)+k^2=0$, $k^2+20k+25=0$

step ❸ $k^2+20k+25=0$에서 $k^2+20k=-25$

$k^2+20k+100=-25+100$

$(k+10)^2=75$, $k+10=\pm5\sqrt{3}$

$\therefore k=-10\pm5\sqrt{3}$

답 $-10\pm5\sqrt{3}$

4 step ❶ $x^2-6x+m+3=0$이 중근을 가지므로

$m+3=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$ $\quad\therefore m=6$

step ❷ $m=6$을 $3x^2+mx-24=0$에 대입하면

$3x^2+6x-24=0$, $x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

답 $x=-4$ 또는 $x=2$

5 $x^2-(k+1)x+k=0$에서 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+kx-(k+1)=0$ ······ ❶

이 이차방정식의 한 근이 -6이므로 $x=-6$을 대입하면

$(-6)^2-6k-(k+1)=0$, $-7k=-35$

$\therefore k=5$ ······ ❷

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-6x+5=0$이므로

$(x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$ ······ ❸

답 $x=1$ 또는 $x=5$

단계	채점 기준	배점
❶	x의 계수와 상수항을 바꾼 이차방정식 구하기	1점
❷	k의 값 구하기	3점
❸	처음 이차방정식의 해 구하기	2점

6 $3x^2+5x-2=0$에서 $(x+2)(3x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

$2x^2+5x+2=0$에서 $(x+2)(2x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ ······ ❶

즉, 두 이차방정식의 공통인 근은 -2이다. ······ ❷

$ax^2-(4-5a)x+4=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4a+8-10a+4=0$, $-6a=-12$

$\therefore a=2$ ······ ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	두 이차방정식의 해 구하기	3점
❷	두 이차방정식의 공통인 근 찾기	2점
❸	a의 값 구하기	2점

7 $(x-1)^2=0$에서 $x^2-2x+1=0$
x^2의 계수가 2이어야 하므로 양변에 2를 곱하면
$2x^2-4x+2=0$
유진이는 상수항을 제대로 보았으므로
$b=2$ ❶
$\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{81}{16}$에서 $x^2-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=\frac{81}{16}$
$16x^2-40x-56=0$
x^2의 계수가 2이어야 하므로 양변을 8로 나누면
$2x^2-5x-7=0$
현정이는 x의 계수를 제대로 보았으므로
$a=-5$ ❷
따라서 처음 이차방정식은 $2x^2-5x+2=0$이므로 양변을 2로 나누면
$x^2-\frac{5}{2}x+1=0$, $x^2-\frac{5}{2}x=-1$
$x^2-\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=-1+\frac{25}{16}$
$\therefore \left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$ ❸

답 $\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$

단계	채점 기준	배점
❶	b의 값 구하기	2점
❷	a의 값 구하기	3점
❸	$(x+p)^2=q$의 꼴로 나타내기	2점

8 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=2$이므로
$ax^2-9x+10=0$에 $x=2$를 대입하면
$4a-18+10=0$, $4a=8$
$\therefore a=2$ ❶
즉, 주어진 이차방정식은 $2x^2-9x+10=0$이므로
$(x-2)(2x-5)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$
따라서 $x^2+bx+c=0$의 두 근은 $x=2$ 또는 $x=-3$이다. ❷
$x^2+bx+c=0$에 $x=2$를 대입하면
$4+2b+c=0$ …… ㉠
$x^2+bx+c=0$에 $x=-3$을 대입하면
$9-3b+c=0$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$b=1$, $c=-6$ ❸
$\therefore a+b+c=2+1+(-6)=-3$ ❹

답 -3

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	2점
❷	이차방정식 $x^2+bx+c=0$의 해 구하기	2점
❸	b, c의 값 구하기	각 2점
❹	$a+b+c$의 값 구하기	1점

대표 서술형

26~27쪽

예제 1

step ❶ $ax^2+8x+(a-6)=0$이 중근을 가지므로
$8^2-4\times a\times(a-6)=0$
$-4a^2+24a+64=0$, $a^2-6a-16=0$,
$(a+2)(a-8)=0$
$\therefore a=-2$ 또는 $a=8$
이때 a는 양수이므로 $a=8$

step ❷ 즉, 주어진 이차방정식은 $8x^2+8x+2=0$이므로
$(2x+1)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$

step ❸ 따라서 양수 a의 값과 중근의 곱은
$8\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4$

유제 1-1

step ❶ $x^2-4x+a=0$이 중근을 가지므로
$(-4)^2-4\times1\times a=0$, $16-4a=0$
$\therefore a=4$

step ❷ $x^2-2(4+1)x+b=0$이므로
$x^2-10x+b=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$(-10)^2-4\times1\times b=0$, $100-4b=0$
$\therefore b=25$

step ❸ $\therefore ab=4\times25=100$

유제 1-2

step ❶ $(x-4)(x+2)=a$에서
$x^2-2x-8-a=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$(-2)^2-4\times1\times(-8-a)=0$, $4a+36=0$
$\therefore a=-9$

step ❷ a의 값을 $(x+a)\left(x-\frac{1}{3}a\right)=0$에 대입하면
$(x-9)(x+3)=0$ $\therefore x=9$ 또는 $x=-3$

step ❸ 따라서 두 근의 합은 $9+(-3)=6$

예제 2

step ❶ 두 쪽수 중 작은 쪽수를 x라고 하면 큰 쪽수는 $x+1$이다.

step ❷ 두 면의 쪽수의 곱이 342이므로 식으로 나타내면
$x(x+1)=342$

step ❸ $x^2+x-342=0$, $(x+19)(x-18)=0$
$\therefore x=-19$ 또는 $x=18$

step ❹ 쪽수는 자연수이므로 두 면의 쪽수는 18, 19이다.

유제 2-1

step ❶ 지면에 떨어질 때의 높이는 $0\ \mathrm{m}$이므로 식으로 나타내면

$-5t^2+20t+25=0$

step ❷ $t^2-4t-5=0$, $(t+1)(t-5)=0$

$\therefore t=-1$ 또는 $t=5$

step ❸ $t>0$이므로 $t=5$

따라서 5초 후에 지면에 떨어진다.

유제 2-2

step ❶ 반지름의 길이를 $x\ \mathrm{cm}$만큼 늘였으므로

큰 원의 반지름의 길이는 $(10+x)\ \mathrm{cm}$이고, 큰 원의 넓이는

$\pi(10+x)^2\ \mathrm{cm}^2$이다.

step ❷ 따라서 늘어난 원의 넓이를 식으로 나타내면

$\pi(10+x)^2-\pi\times10^2=96\pi$

step ❸ $x^2+20x-96=0$, $(x+24)(x-4)=0$

$\therefore x=-24$ 또는 $x=4$

step ❹ $x>0$이므로 $x=4$

서술형 실전대비 28~29쪽

1 step ❶ 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$8x^2+3x=1$, $8x^2+3x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{16}$

step ❷ 이때 $\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{16}=\dfrac{-3\pm\sqrt{b}}{a}$이므로

$a=16$, $b=41$

step ❸ $\therefore a+b=16+41=57$ 답 57

2 step ❶ $x^2-ax+4=0$이 중근을 가지므로

$(-a)^2-4\times1\times4=0$, $a^2=16$

$\therefore a=\pm4$

step ❷ $ax^2+4x+a-3=0$이 중근을 가지므로

$4^2-4\times a\times(a-3)=0$, $-4a^2+12a+16=0$

$a^2-3a-4=0$, $(a+1)(a-4)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

step ❸ 따라서 두 이차방정식이 모두 중근을 갖도록 하는 a의 값은

$a=4$ 답 4

3 step ❶ $x^2+ax+b=0$의 두 근의 차가 6이므로 두 근을 α, $\alpha+6$이라고 하면 큰 근이 작은 근의 3배이므로

$\alpha+6=3\alpha$, $2\alpha=6$ $\quad\therefore \alpha=3$

따라서 주어진 이차방정식의 두 근은 3, 9이다.

step ❷ 두 근이 3, 9이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-3)(x-9)=0$, $x^2-12x+27=0$

$\therefore a=-12$, $b=27$

step ❸ $\therefore 2a+b=2\times(-12)+27=3$ 답 3

4 step ❶ 전체 학생 수를 x라고 하면 학생 한 명이 받는 과자의 개수는 $(x-4)$이다.

step ❷ 과자 32개를 똑같이 나누어 주어야 하므로 식으로 나타내면

$x(x-4)=32$

step ❸ $x^2-4x-32=0$, $(x+4)(x-8)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=8$

step ❹ x는 자연수이므로 $x=8$

따라서 전체 학생 수는 8이다. 답 8

5 $\overline{BF}=x$로 놓으면 $\overline{DE}=\overline{BF}=x$

$\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$이고 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{DE}$에서 $20:10=\overline{AD}:x$

$\therefore \overline{AD}=2x$, $\overline{DB}=20-2x$

직사각형 DBFE의 넓이가 48이므로 $x(20-2x)=48$

$-2x^2+20x-48=0$, $x^2-10x+24=0$ ❶

$(x-4)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=4$ 또는 $x=6$ ❷

$\overline{BF}<\overline{FC}$이므로 $\overline{BF}=4$ ❸

답 4

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	5점
❷	이차방정식 풀기	2점
❸	$\overline{BF}$의 길이 구하기	2점

6 어떤 수를 x라고 하면

$(x+6)^2=2(x+6)$ ❶

$x^2+12x+36=2x+12$, $x^2+10x+24=0$

$(x+6)(x+4)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=-4$ ❷

따라서 모든 어떤 수의 합은 $-6+(-4)=-10$이다. ❸

답 -10

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	3점
❷	이차방정식 풀기	2점
❸	모든 어떤 수의 합 구하기	2점

7 중간 크기의 반원의 반지름의 길이를 $x\ \mathrm{cm}$라고 하면 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 $(12-x)\ \mathrm{cm}$이므로

$\dfrac{1}{2}\pi\times12^2-\dfrac{1}{2}\pi\times x^2-\dfrac{1}{2}\pi\times(12-x)^2=32\pi$

$x^2-12x+32=0$ ❶

$(x-4)(x-8)=0$ $\quad\therefore x=4$ 또는 $x=8$ ❷

따라서 중간 크기의 반원의 반지름의 길이는 8 cm이므로
$\overline{AC}=16$ cm이다. ❸

답 16 cm

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	5점
❷	이차방정식 풀기	2점
❸	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점

8 주어진 조건을 식으로 나타내면
$-5t^2+24t=19$ ❶
$5t^2-24t+19=0$, $(t-1)(5t-19)=0$
$\therefore t=1$ 또는 $t=\frac{19}{5}$ ❷
따라서 축구공이 지면으로부터 19 m인 높이에 처음으로 도달하는 데 걸리는 시간은 1초이다. ❸

답 1초

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	2점
❷	이차방정식 풀기	3점
❸	지면으로부터 19 m인 높이에 처음으로 도달하는 데 걸리는 시간 구하기	2점

Ⅳ. 이차함수

대표 서술형 30~31쪽

예제 1
step ❶ $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\underline{2(x-3)^2-2}$
step ❷ 이 그래프가 점 $(m, 6)$을 지나므로 $x=\underline{m}$, $y=\underline{6}$을 대입하면
$\underline{6=2(m-3)^2-2,\ (m-3)^2=4}$
$\therefore \underline{m^2-6m+5=0}$
step ❸ $(m-1)(m-5)=0$이므로
$m=\underline{1}$ 또는 $m=\underline{5}$

유제 1-1
step ❶ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\underline{-(x-p)^2+5}$
step ❷ 이 그래프가 점 $(3, -20)$을 지나므로 $x=\underline{3}$, $y=\underline{-20}$을 대입하면
$\underline{-20=-(3-p)^2+5,\ (3-p)^2=25}$
$\therefore \underline{p^2-6p-16=0}$
step ❸ $\underline{(p+2)(p-8)}=0$이므로
$p=\underline{-2}$ 또는 $p=\underline{8}$

유제 1-2
step ❶ $y=-2(x+4)^2+23$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\underline{-2(x-m+4)^2+23+n}$
step ❷ 이 평행이동한 그래프가 $y=-2(x+2)^2+10$의 그래프와 일치하므로
$\underline{-m+4=2,\ 23+n=10}$
$\therefore m=\underline{2}$, $n=\underline{-13}$
step ❸ $\therefore m+n=\underline{2+(-13)=-11}$

예제 2
step ❶ $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-3$
$=\underline{-\frac{1}{2}(x^2+8x+16-16)-3=-\frac{1}{2}(x+4)^2+5}$
$\therefore A(\underline{-4}, \underline{5})$
step ❷ $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-3$에 $x=0$을 대입하면 $y=\underline{-3}$
$\therefore B(0, \underline{-3})$

step ❸ 따라서 (밑변의 길이)$=\overline{BO}=0-(-3)=3$,
(높이)$=0-(-4)=4$이므로
$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$

유제 2-1

step ❶ $y=x^2-2x-3$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-2x-3$, $(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
점 B가 점 A보다 오른쪽에 있다고 하면
$A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

step ❷ $y=x^2-2x-3$에 $x=0$을 대입하면 $y=-3$
$\therefore C(0, -3)$

step ❸ 따라서 (밑변의 길이)$=\overline{AB}=3-(-1)=4$,
(높이)$=\overline{CO}=0-(-3)=3$이므로
$\triangle ACB=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$

유제 2-2

step ❶ $y=x^2-4x-5$
$=(x^2-4x+4-4)-5=(x-2)^2-9$
$\therefore A(2, -9)$

step ❷ $y=x^2-4x-5$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-4x-5$, $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
점 C가 점 B보다 오른쪽에 있다고 하면
$B(-1, 0)$, $C(5, 0)$

step ❸ 따라서 (밑변의 길이)$=\overline{BC}=5-(-1)=6$,
(높이)$=0-(-9)=9$이므로
$\triangle ACB=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$

서술형 실전대비

32~33쪽

1 step ❶ 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을
$y=ax^2$으로 놓을 수 있다.

step ❷ 이 그래프가 점 $(-2, 8)$을 지나므로
$8=a\times(-2)^2$, $4a=8$ $\quad\therefore a=2$
따라서 이차함수의 식은 $y=2x^2$

step ❸ $y=2x^2$의 그래프가 점 $(m, 4)$를 지나므로
$4=2m^2$, $m^2=2$ $\quad\therefore m=\pm\sqrt{2}$
이때 m은 양수이므로 $m=\sqrt{2}$

답 $\sqrt{2}$

2 step ❶ $y=\frac{1}{4}x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1-3=\frac{1}{4}(x-2)^2-2$

step ❷ 따라서 $a=\frac{1}{4}$, $b=-2$, $c=-2$이므로
$abc=\frac{1}{4}\times(-2)\times(-2)=1$

답 1

3 step ❶ $y=x^2-4x+7=(x-2)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x-1-2)^2+3+2=(x-3)^2+5$

step ❷ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 5)$이므로 $p=3$, $q=5$

step ❸ 축의 방정식은 $x=3$이므로 $m=3$

step ❹ $\therefore p+q+m=3+5+3=11$

답 11

4 step ❶ $y=\frac{1}{2}x^2+4x+6=\frac{1}{2}(x+4)^2-2$이므로
$A(-4, -2)$
$y=\frac{1}{2}x^2+4x+6$에 $x=0$을 대입하면
$y=6$ $\quad\therefore B(0, 6)$
$y=\frac{1}{2}x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{1}{2}x^2+4x+6$, $x^2+8x+12=0$
$(x+6)(x+2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=-2$
$\therefore C(-6, 0)$

step ❷ 두 점 $A(-4, -2)$, $B(0, 6)$을 지나는 직선의 방정식은
$y=\frac{6-(-2)}{0-(-4)}x+6$, 즉 $y=2x+6$
이 식에 $y=0$을 대입하면
$0=2x+6$, $2x=-6$
$\therefore x=-3$
따라서 $\overline{AB}$와 x축과의 교점의 좌표는 $(-3, 0)$이다.

step ❸ 따라서 $\triangle ABC$의 넓이는 밑변의 길이가 3이고 높이가 각각 2, 6인 두 삼각형의 넓이의 합과 같으므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times 2+\frac{1}{2}\times 3\times 6=3+9=12$

답 12

5 $y=(x-3)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$
$y=ax^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, b)$ ······ ❶
$y=(x-3)^2$의 그래프가 점 $(0, b)$를 지나므로
$b=(-3)^2=9$
$y=ax^2+9$의 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로
$0=9a+9$ $\quad\therefore a=-1$ ······ ❷
$\therefore a+b=-1+9=8$ ······ ❸

답 8

단계	채점 기준	배점
❶	두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	2점
❷	a, b의 값 구하기	2점
❸	$a+b$의 값 구하기	2점

6 $y=x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$이므로 x축과 만나는 두 점의 x좌표는 -2, 4이다.
즉, 두 점 사이의 거리는 $4-(-2)=6$ ❶
$y=x^2-2x-8$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=x^2-2x-8+a$
이 식에 $y=0$을 대입하면
$x^2-2x-8+a=0$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{9-a}$
따라서 x축과 만나는 두 점의 x좌표는 $1-\sqrt{9-a}$, $1+\sqrt{9-a}$이다. ❷
이때 두 점 사이의 거리는 $6\times\frac{2}{3}=4$이므로
$1+\sqrt{9-a}-(1-\sqrt{9-a})=4$, $2\sqrt{9-a}=4$
$\sqrt{9-a}=2$, $9-a=4$
$\therefore a=5$ ❸

답 5

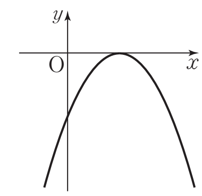
단계	채점 기준	배점
❶	$y=x^2-2x-8$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리 구하기	3점
❷	평행이동한 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표 구하기	4점
❸	a의 값 구하기	2점

7 점 P의 좌표가 $\mathrm{P}\left(1, \frac{5}{3}\right)$이므로 점 S의 좌표는 $\mathrm{S}\left(0, \frac{5}{3}\right)$ ❶
또, 정사각형 SRQP의 한 변의 길이는 $\overline{\mathrm{SP}}=1$이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=1$
$\therefore \mathrm{Q}\left(1, \frac{2}{3}\right)$ ❷
$y=ax^2\ (x\geq0)$의 그래프가 점 $\mathrm{Q}\left(1, \frac{2}{3}\right)$를 지나므로
$\frac{2}{3}=a$ $\quad\therefore 3a=2$ ❸

답 2

단계	채점 기준	배점
❶	두 점 P, S의 좌표 구하기	각 1점
❷	점 Q의 좌표 구하기	4점
❸	$3a$의 값 구하기	2점

8 $y=ax+b$의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a<0$
y절편이 양수이므로 $b>0$ ❶
$y=a(x-b)^2$의 그래프에서
(i) $a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.
(ii) $b>0$이므로 꼭짓점 $(b, 0)$이 y축의 오른쪽에 있다.
(i), (ii)에서 이차함수 $y=a(x-b)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. ❷
따라서 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다. ❸



답 제1사분면, 제2사분면

단계	채점 기준	배점
❶	a, b의 부호 구하기	각 2점
❷	$y=a(x-b)^2$의 그래프 그리기	4점
❸	$y=a(x-b)^2$의 그래프가 지나지 않는 사분면 찾기	2점

대표 서술형

34~35쪽

예제 1
step ❶ 꼭짓점의 좌표가 $(1, 2)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2+2$로 놓을 수 있다.
step ❷ 이 그래프가 $(2, 0)$을 지나므로
$0=a+2$ $\quad\therefore a=-2$
step ❸ 따라서 이차함수의 식은 $y=-2(x-1)^2+2=-2x^2+4x$
이므로 이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=0$
즉, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

유제 1-1
step ❶ $y=x^2+bx+c$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.
step ❷ 이 그래프가 점 $(1, 6)$을 지나므로
$6=9+q$ $\quad\therefore q=-3$
따라서 $y=(x+2)^2-3=x^2+4x+1$이므로
$b=4$, $c=1$
step ❸ $\therefore b-c=4-1=3$

유제 1-2
step ❶ x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)(x-2)$로 놓을 수 있다.
step ❷ 이 그래프가 점 $(3, 8)$을 지나므로
$8=4a$ $\quad\therefore a=2$
따라서 $y=2(x+1)(x-2)=2x^2-2x-4$이므로
$b=-2$, $c=-4$
step ❸ $\therefore a+b-c=2+(-2)-(-4)=4$

예제 2
step ❶ $y=-2x^2+8x-3$
$=-2(x-2)^2+5$
$x=2$일 때 최댓값 5를 가지므로 $M=5$

step ❷ $y=2x^2-4x$

$=2(x-1)^2-2$

$x=1$일 때 최솟값 -2를 가지므로 $m=-2$

step ❸ $\therefore M-m=5-(-2)=7$

유제 2-1

step ❶ $y=x^2+2ax+b$가 $x=-2$일 때 최솟값 5를 가지므로

$y=(x+2)^2+5=x^2+4x+9$

step ❷ 따라서 $2a=4$, $b=9$이므로

$a=2$, $b=9$

step ❸ $\therefore a+b=2+9=11$

유제 2-2

step ❶ $y=x^2-2mx-6m-17$

$=(x-m)^2-m^2-6m-17$

step ❷ 이 이차함수의 최솟값이 $f(m)$이므로

$f(m)=-m^2-6m-17$

step ❸ $f(m)=-m^2-6m-17$

$=-(m+3)^2-8$

따라서 $f(m)$은 $m=-3$일 때 최댓값 -8을 갖는다.

서술형 실전대비 36~37쪽

1 step ❶ 점 $(0, -6)$을 지나므로 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx-6$으로 놓으면

이 그래프가 두 점 $(1, -6)$, $(4, 6)$을 지나므로

$-6=a+b-6$ ······ ㉠

$6=16a+4b-6$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-1$

따라서 이차함수의 식은 $y=x^2-x-6$

step ❷ 이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-x-6$, $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

step ❸ 따라서 x축과 만나는 두 점의 x좌표는 -2, 3이므로 그 곱은

$-2\times3=-6$

답 -6

2 step ❶ 축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.

step ❷ 이 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(3, -4)$를 지나므로

$5=4a+q$ ······ ㉠

$-4=a+q$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $q=-7$

따라서 이차함수의 식은

$y=3(x-2)^2-7=3x^2-12x+5$이므로

$b=-12$, $c=5$

step ❸ $\therefore a+b+c=3+(-12)+5=-4$

답 -4

3 step ❶ $y=-x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -2a)$인 이차함수의 식은

$y=-(x-a)^2-2a$

이 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=-a^2-2a$, $a^2+2a-3=0$

$(a+3)(a-1)=0$

$\therefore a=1\ (\because a>0)$

step ❷ 따라서 $y=-(x-1)^2-2$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=0-2=-2$

step ❸ $\therefore a+k=1+(-2)=-1$

답 -1

4 step ❶ $y=5x^2-10x-m^2-6m$

$=5(x-1)^2-m^2-6m-5$

step ❷ 이 이차함수의 최솟값이 n이므로

$n=-m^2-6m-5$

step ❸ $n=-m^2-6m-5$

$=-(m+3)^2+4$

따라서 n은 $m=-3$일 때 최댓값 4를 갖는다.

답 4

5 색칠한 부분의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(24-2x)$ cm이다. ······ ❶

색칠한 부분의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=x(24-2x)$

$=-2x^2+24x$

$=-2(x-6)^2+72$ ······ ❷

따라서 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되도록 하는 물받이의 높이는 6 cm이다. ······ ❸

답 6 cm

단계	채점 기준	배점
❶	색칠한 부분의 가로와 세로의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	3점
❷	색칠한 부분의 넓이를 식으로 나타내기	3점
❸	넓이가 최대가 되도록 하는 물받이의 높이 구하기	4점

6 x원 내린 지우개 한 개의 가격은 $(600-x)$원, $2x$개 더 팔린 지우개의 판매 개수는 $300+2x$이다. ······ ❶

하루 판매 금액을 y원이라고 하면

$y=(600-x)(300+2x)$

$=-2x^2+900x+180000$

$=-2(x-225)^2+281250$ ······ ❷

따라서 $x=225$일 때 하루 판매 금액이 최대이므로 그때의 지우개 한 개의 가격은

$600-225=375$(원) ······ ❸

답 375원

단계	채점 기준	배점
❶	내린 지우개의 가격과 더 팔린 지우개의 개수를 x에 대한 식으로 나타내기	2점
❷	지우개의 하루 판매 금액을 식으로 나타내기	3점
❸	판매 금액이 최대가 되도록 하는 지우개 한 개의 가격 구하기	4점

7 공이 포물선 모양으로 움직이므로 공이 움직인 자리는 이차함수의 그래프의 일부분과 같은 모양이다.
점 $(0, 0)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(3, 5)$, $(12, 8)$을 지나므로
$5=9a+3b$ ⋯⋯ ㉠
$8=144a+12b$ ⋯⋯ ㉡ ❶
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{9}$, $b=2$
따라서 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{9}x^2+2x$ ❷
공이 바닥에 떨어졌을 때의 높이는 0 m이므로
$y=-\frac{1}{9}x^2+2x$에 $y=0$을 대입하면
$0=-\frac{1}{9}x^2+2x$, $x^2-18x=0$
$x(x-18)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=18$
따라서 공이 바닥에 떨어졌을 때의 수평거리는 18 m이다. ❸
답 18 m

단계	채점 기준	배점
❶	a, b에 대한 연립방정식 세우기	2점
❷	이차함수의 식 구하기	3점
❸	공이 바닥에 떨어졌을 때의 수평거리 구하기	4점

8 (i) $y=3x^2+6x+a-3$
$=3(x+1)^2+a-6$
이 이차함수의 최솟값은 $a-6$이다. ❶
(ii) $y=-x^2+ax+a$
$=-\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{4}+a$
이 이차함수의 최댓값은 $\frac{a^2}{4}+a$이다. ❷
(i), (ii)에서 $a-6=\frac{a^2}{4}+a-10$이므로
$4a-24=a^2+4a-40$, $a^2=16$
$\therefore a=\pm 4$
그런데 (ii)의 꼭짓점이 y축의 왼쪽에 있으므로
$\frac{a}{2}<0$ $\therefore a<0$
$\therefore a=-4$ ❸
답 -4

단계	채점 기준	배점
❶	$y=3x^2+6x+a-3$의 최솟값을 a로 나타내기	3점
❷	$y=-x^2+ax+a$의 최댓값을 a로 나타내기	3점
❸	a의 값 구하기	4점

최종점검 TEST

실전 TEST 1회 40~43쪽

01 ①, ③	02 ⑤	03 ④	04 ④	05 ②
06 ④	07 ④	08 ①	09 ④	10 ⑤
11 ④	12 ①	13 ⑤	14 ①	15 ①, ③
16 ④	17 ①	18 ⑤	19 ②	20 ③
21 15	22 5	23 $12x-6$		
24 $(x-y-2)(x-y+1)$		25 $\sqrt{6}+\sqrt{5}-5$		

01 ① 9의 제곱근은 $\pm\sqrt{9}=\pm 3$이다.
② 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$이다.
③ $2^2=4$이므로 2는 4의 제곱근이다.
④ 4의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm 2$이다.
⑤ 0의 제곱근은 0 하나뿐이고, 음수의 제곱근은 없다.
따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

02 $(-5)^2=25$의 양의 제곱근은 $\sqrt{25}=5$이므로
$A=5$
$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{4}=-2$이므로
$B=-2$
$\therefore A+B=5+(-2)=3$

03 ① $\sqrt{2}\sqrt{8}=\sqrt{2\times 8}=\sqrt{16}=4$
② $(-\sqrt{3})\times(-\sqrt{7})=\sqrt{3\times 7}=\sqrt{21}$
③ $3\sqrt{2}\times\sqrt{5}=3\sqrt{2\times 5}=3\sqrt{10}$
④ $\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{6}{5}}=\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{\frac{3}{2}}\times 5\sqrt{\frac{7}{9}}=5\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{7}{9}}=5\sqrt{\frac{7}{6}}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 ① $\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\frac{\sqrt{20}}{100}$
② $\sqrt{2000}=\sqrt{20\times 100}=10\sqrt{20}$
③ $\sqrt{\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\frac{\sqrt{20}}{10}$
④ $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}$
⑤ $\sqrt{20}$
따라서 제곱근표에서 이용하는 수가 나머지 넷과 다른 것은 ④이다.

05 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$13=5^2-2xy$, $2xy=12$

$\therefore xy=6$

06 $\sqrt{a^2-16a+64}=\sqrt{(a-8)^2}=\sqrt{(108-8)^2}$
$=\sqrt{100^2}=100$

07 $a>0$, $b<0$일 때, $-6a<0$, $3b<0$이므로

$(-\sqrt{4a})^2-\sqrt{(-6a)^2}+\sqrt{9b^2}$
$=(\sqrt{4a})^2-\sqrt{(-6a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$
$=4a-\{-(-6a)\}+(-3b)$
$=4a-6a-3b$
$=-2a-3b$

08 $\overline{AD}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$\overline{AS}=\overline{AD}=\sqrt{2}$, $\overline{AT}=\overline{AB}=\sqrt{2}$

ㄱ. 점 S의 좌표는 $S(-1-\sqrt{2})$

ㄴ. 점 T의 좌표는 $T(-1+\sqrt{2})$

ㄷ. 점 S와 점 T에 대응하는 두 수의 합은

$(-1-\sqrt{2})+(-1+\sqrt{2})=-2$

따라서 옳은 것은 ㄱ이다.

09 ① $(3+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{10})=3+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{10}$
$=3-\sqrt{10}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

이므로 $3+\sqrt{5}<\sqrt{5}+\sqrt{10}$

② $(2\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}-3)=2\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+3$
$=4+\sqrt{3}>0$

이므로 $2\sqrt{3}+1>\sqrt{3}-3$

③ $(5-\sqrt{3})-(2+3\sqrt{3})=5-\sqrt{3}-2-3\sqrt{3}$
$=3-4\sqrt{3}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{48}<0$

이므로 $5-\sqrt{3}<2+3\sqrt{3}$

④ $(\sqrt{7}+2)-(2\sqrt{7}-1)=\sqrt{7}+2-2\sqrt{7}+1$
$=3-\sqrt{7}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

이므로 $\sqrt{7}+2>2\sqrt{7}-1$

⑤ $(2\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1$
$=\sqrt{2}-2$
$=\sqrt{2}-\sqrt{4}<0$

이므로 $2\sqrt{2}-1<\sqrt{2}+1$

따라서 옳은 것은 ④이다.

10 $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$이므로 $a=\frac{2}{3}$

$\frac{3}{\sqrt{12}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $b=\frac{1}{2}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

11 $3\sqrt{2}(2-\sqrt{2})+\frac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{32}+\sqrt{36}$
$=6\sqrt{2}-6+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}+6=4\sqrt{2}$

12 $(2\sqrt{3}+a)(4\sqrt{3}-2)=8\times(\sqrt{3})^2+(-4+4a)\sqrt{3}-2a$
$=(24-2a)+(-4+4a)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $-4+4a=0$이어야 하므로

$4a=4$ $\quad\therefore a=1$

13 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{48}+\sqrt{50})\times\sqrt{24}$
$=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{3}+5\sqrt{2})\times2\sqrt{6}$
$=4\sqrt{18}+5\sqrt{12}$
$=12\sqrt{2}+10\sqrt{3}$

14 $(3x+ay-4)(2x+5y+3)$
$=6x^2+15xy+9x+2axy+5ay^2+3ay-8x-20y-12$
$=6x^2+x+(15+2a)xy+5ay^2+(3a-20)y-12$

xy의 계수가 11이므로

$2a+15=11$ $\quad\therefore a=-2$

15 $18x^2-32y^2=2(9x^2-16y^2)$
$=2\{(3x)^2-(4y)^2\}$
$=2(3x+4y)(3x-4y)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ①, ③이다.

16 ④ $3x^2-7x-6=(3x+2)(x-3)$

17 $x-y=A$라고 하면

$(x-y)(x-y-3)-18$
$=A(A-3)-18$
$=A^2-3A-18$
$=(A+3)(A-6)$
$=(x-y+3)(x-y-6)$

18 $x^2-49-14y-y^2$
$=x^2-(y^2+14y+49)$
$=x^2-(y+7)^2$
$=(x+y+7)(x-y-7)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다.

19 $x^2-x-5=0$이므로 $x^2-x=5$

$\therefore (x+1)(x+3)(x-2)(x-4)$
$=\{(x+1)(x-2)\}\{(x+3)(x-4)\}$
$=(x^2-x-2)(x^2-x-12)$
$=(5-2)\times(5-12)=-21$

20 $(x+6)(x-1)=x^2+5x-6$에서
윤진이는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -6이다.
$(x-4)(x+3)=x^2-x-12$에서
현동이는 x의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x의 계수는 -1이다.
따라서 처음 이차식은 x^2-x-6이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-x-6=(x+2)(x-3)$

21 $\sqrt{60x}=\sqrt{2^2\times3\times5\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. ❶
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은
$x=3\times5=15$ ❷

단계	채점 기준	배점
❶	$x=3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴임을 알기	3점
❷	가장 작은 자연수 x의 값 구하기	2점

22 $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$이므로
$a=4$ ❶
$\sqrt{\frac{3}{25}}=\sqrt{\frac{3}{5^2}}=\frac{\sqrt{3}}{5}$이므로
$b=5$ ❷
$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$이므로
$c=45$ ❸
$\therefore \frac{c}{a+b}=\frac{45}{4+5}=5$ ❹

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	1점
❷	b의 값 구하기	1점
❸	c의 값 구하기	1점
❹	$\frac{c}{a+b}$의 값 구하기	2점

23 $5x^2-19x-4=(5x+1)(x-4)$ ❶
이므로 세로의 길이는 $5x+1$ ❷
따라서 둘레의 길이는
$2\{(x-4)+(5x+1)\}=12x-6$ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	$5x^2-19x-4$를 인수분해하기	2점
❷	세로의 길이 구하기	1점
❸	둘레의 길이 구하기	2점

24 $x^2-2xy+y^2-x+y-2$
$=x^2-(2y+1)x+(y^2+y-2)$ ❶
$=x^2-(2y+1)x+(y+2)(y-1)$ ❷
$=\{x-(y+2)\}\{x-(y-1)\}$
$=(x-y-2)(x-y+1)$ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	x에 대하여 내림차순으로 정리하기	1점
❷	y^2+y-2를 인수분해하기	2점
❸	주어진 식을 인수분해하기	3점

25 $a^2-b^2-10b-25=\sqrt{5}$에서
$a^2-(b^2+10b+25)=\sqrt{5}$, $a^2-(b+5)^2=\sqrt{5}$
$(a+b+5)(a-b-5)=\sqrt{5}$ ❶
$a-b=\sqrt{30}$이므로
$(a+b+5)(\sqrt{30}-5)=\sqrt{5}$
$a+b+5=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{30}-5}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{30}+5)}{(\sqrt{30}-5)(\sqrt{30}+5)}$
$=\frac{5\sqrt{6}+5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{6}+\sqrt{5}$ ❷
$\therefore a+b=\sqrt{6}+\sqrt{5}-5$ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	$a^2-b^2-10b-25$를 인수분해하기	3점
❷	$a+b+5$의 값 구하기	3점
❸	$a+b$의 값 구하기	1점

실전 TEST 2회				44~47쪽
01 ③, ④	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 ②
06 ⑤	07 ④	08 ②, ④	09 ④	10 ①
11 ②	12 ④	13 ⑤	14 ②	15 ③
16 ②	17 ⑤	18 ③	19 ①, ②	20 ④
21 $b<a<c$		22 $\sqrt{10}+1$		
23 $1-2\sqrt{6}$		24 99	25 85	

01 x가 5의 제곱근이므로 $x^2=5$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

02 ① $\sqrt{36}+\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{6^2}+\sqrt{2^2}=6+2=8$

② $(-\sqrt{5})^2-\sqrt{(-3)^2}=(\sqrt{5})^2-\sqrt{3^2}=5-3=2$

③ $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}\times(-\sqrt{36})=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\times(-\sqrt{6^2})$
$=\frac{1}{2}\times(-6)=-3$

④ $(-\sqrt{12})^2\div\sqrt{3^2}=(\sqrt{12})^2\div\sqrt{3^2}=12\div3=4$

⑤ $-\sqrt{\frac{4}{9}}\div(-\sqrt{3})^2=-\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}\div(\sqrt{3})^2$
$=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=-\frac{2}{9}$

따라서 옳은 것은 ③이다.

03 $a(a-b)+ab(b-a)=a(a-b)-ab(a-b)$
$=(a-ab)(a-b)$
$=a(1-b)(a-b)$

04 ⑤ $16a^2+16ab+4b^2=4(4a^2+4ab+b^2)$
$=4(2a+b)^2$

05 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$
$2x^2+3x-9=(x+3)(2x-3)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x+3$이다.

06 $0<x<3$일 때, $-x<0$, $x-3<0$이므로
$\sqrt{(-x)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=-(-x)-(x-3)$
$=x-x+3=3$

07 ① $\sqrt{6}>\sqrt{5}$이므로 $-\sqrt{6}<-\sqrt{5}$

② $(\sqrt{7})^2=7$, $3^2=9$이므로 $\sqrt{7}<3$

③ $(\sqrt{24})^2=24$, $5^2=25$이므로
$\sqrt{24}<5$ $\quad\therefore -\sqrt{24}>-5$

④ $(\sqrt{0.9})^2=0.9$, $(0.3)^2=0.09$이므로 $\sqrt{0.9}>0.3$

⑤ $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$, $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{2}}$

따라서 두 수의 대소 관계가 옳은 것은 ④이다.

08 ② 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
④ 0은 유리수이므로 무리수가 아니다.

09 ① -3과 3 사이에는 -2, -1, 0, 1, 2의 5개의 정수가 있다.
④ $\sqrt{2}-1>0$이므로 $\sqrt{2}-1$에 대응하는 점은 수직선 위에서 원점의 오른쪽에 위치한다.

10 $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}$
$=2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}$
$=2a^2b$

11 $2\sqrt{32}-\sqrt{27}-3\sqrt{8}+\sqrt{12}=8\sqrt{2}-3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
$=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$
이므로 $a=2$, $b=-1$
$\therefore a-b=2-(-1)=3$

12 ① $\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}$
$=10\times1.732=17.32$

② $\sqrt{3000}=\sqrt{30\times100}=10\sqrt{30}$
$=10\times5.477=54.77$

③ $\sqrt{30000}=\sqrt{3\times10000}=100\sqrt{3}$
$=100\times1.732=173.2$

④ $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}=\frac{5.477}{10}=0.5477$

⑤ $\sqrt{0.003}=\sqrt{\frac{30}{10000}}=\frac{\sqrt{30}}{100}=\frac{5.477}{100}=0.05477$

13 (i) $4x^2-12x+\square=(2x)^2-2\times2x\times3+\square$이므로
$\square=3^2=9$
(ii) $9x^2+\square x+4=(3x)^2+\square x+2^2$이므로
$\square=\pm2\times3\times2=\pm12$

14 (색칠한 부분의 넓이)$=(a-2)(a-1)$
$=a^2-3a+2$

15 $(2x+1)^2+(x+3)(x-3)-(2x-1)(3x+4)$
$=4x^2+4x+1+x^2-9-(6x^2+5x-4)$
$=5x^2+4x-8-6x^2-5x+4$
$=-x^2-x-4$
따라서 x의 계수는 -1이다.

16 ㄱ. $2x^2+x-10=(2x+5)(x-2)$
ㄴ. $2x^2-9x+10=(x-2)(2x-5)$
ㄷ. $3x^2+8x+4=(x+2)(3x+2)$
ㄹ. $3x^2+4x-4=(x+2)(3x-2)$
따라서 $x-2$를 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

17 $x^2-3x+a=(x-6)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2-3x+a=x^2+(m-6)x-6m$
따라서 $-3=m-6$, $a=-6m$이므로
$m=3$, $a=-18$

18 $6.5^2\times0.4-3.5^2\times0.4=(6.5^2-3.5^2)\times0.4$
$=(6.5+3.5)(6.5-3.5)\times0.4$
$=10\times3\times0.4$
$=12$

19 주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은
$x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$
따라서 새로운 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은
$x+1$, $x+2$이다.

20 $1<\sqrt{3}<2$에서 $4<3+\sqrt{3}<5$, $1<3-\sqrt{3}<2$이므로
$<3+\sqrt{3}>=4$, $\ll 3-\sqrt{3}\gg=3-\sqrt{3}-1=2-\sqrt{3}$

$$\therefore <3+\sqrt{3}>+\frac{3}{\ll 3-\sqrt{3}\gg}=4+\frac{3}{2-\sqrt{3}}$$
$$=4+\frac{3(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$$
$$=4+6+3\sqrt{3}$$
$$=10+3\sqrt{3}$$

따라서 $a=10$, $b=3$이므로
$ab=10\times3=30$

21 $a-b=(\sqrt{12}+\sqrt{14})-(3+\sqrt{14})=\sqrt{12}+\sqrt{14}-3-\sqrt{14}$
$=\sqrt{12}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$
$a-b>0$이므로 $a>b$ ······ ❶
$a-c=(\sqrt{12}+\sqrt{14})-(\sqrt{12}+4)=\sqrt{12}+\sqrt{14}-\sqrt{12}-4$
$=\sqrt{14}-4=\sqrt{14}-\sqrt{16}<0$
$a-c<0$이므로 $a<c$ ······ ❷
$\therefore b<a<c$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	두 수 a, b의 크기 비교하기	2점
❷	두 수 a, c의 크기 비교하기	2점
❸	세 수 a, b, c의 대소 관계 나타내기	1점

22 (i) $2<\sqrt{6}<3$에서 $4<\sqrt{6}+2<5$이므로
$a=4$ ······ ❶
(ii) $3<\sqrt{10}<4$이므로 $b=\sqrt{10}-3$ ······ ❷
$\therefore a+b=4+(\sqrt{10}-3)$
$=\sqrt{10}+1$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	2점
❷	b의 값 구하기	2점
❸	$a+b$의 값 구하기	1점

23 $x^2+6xy+8y^2-2y-1$
$=x^2+6yx+(4y+1)(2y-1)$
$=(x+4y+1)(x+2y-1)$ ······ ❶
이 식에 $x=4+2\sqrt{6}$, $y=-1-\sqrt{6}$을 대입하면
$(4+2\sqrt{6}-4-4\sqrt{6}+1)(4+2\sqrt{6}-2-2\sqrt{6}-1)$
$=(1-2\sqrt{6})\times1=1-2\sqrt{6}$ ······ ❷

단계	채점 기준	배점
❶	주어진 식을 인수분해하기	3점
❷	식의 값 구하기	2점

24 $16<x\le25$일 때, $4<\sqrt{x}\le5$
$A(21)=A(22)=\cdots=A(25)=4$ ······ ❶
$25<x\le36$일 때, $5<\sqrt{x}\le6$
$A(26)=A(27)=\cdots=A(36)=5$ ······ ❷
$36<x\le49$일 때, $6<\sqrt{x}\le7$이므로
$A(37)=A(38)=A(39)=A(40)=6$ ······ ❸
$\therefore A(21)+A(22)+A(23)+\cdots+A(40)$
$=4\times5+5\times11+6\times4$
$=20+55+24=99$ ······ ❹

단계	채점 기준	배점
❶	$A(x)=4$가 되는 x의 값의 범위 구하기	1점
❷	$A(x)=5$가 되는 x의 값의 범위 구하기	1점
❸	$A(x)=6$이 되는 x의 값의 범위 구하기	1점
❹	$A(21)+A(22)+\cdots+A(40)$의 값 구하기	3점

25 $(x+1)(x+3)(x-3)(x-5)+36$
$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+3)(x-5)\}+36$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-15)+36$ ······ ❶
$x^2-2x=A$라고 하면
$(A-3)(A-15)+36=A^2-18A+45+36$
$=A^2-18A+81$
$=(A-9)^2$
$=(x^2-2x-9)^2$ ······ ❷
이므로 $a=-2$, $b=-9$
$\therefore a^2+b^2=(-2)^2+(-9)^2=85$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	x의 계수가 같도록 두 식끼리 묶어서 전개하기	2점
❷	$(x^2+ax+b)^2$의 꼴로 인수분해하기	3점
❸	a^2+b^2의 값 구하기	2점

실전 TEST 3회 48~51쪽

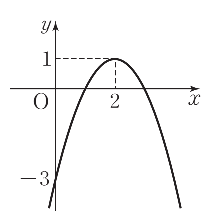
01 ⑤	02 ⑤	03 ⑤	04 ②	05 ④
06 ③	07 ⑤	08 ②	09 ④	10 ③
11 ①	12 ①	13 ②	14 ⑤	15 ②
16 ⑤	17 ①	18 ④	19 ⑤	20 ①
21 8	22 41	23 2	24 10	25 1

01 ① $x^2-x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$
② $x^2-6x+9=0$에서 $(x-3)^2=0$ $\quad\therefore x=3$
③ $x=-2$
④ $x=0$
⑤ $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
따라서 중근을 갖지 않는 것은 ⑤이다.

02 ① y축에 대하여 대칭이다.
② $-16\neq 4\times(-2)^2$이므로 점 $(-2, -16)$을 지나지 않는다.
③ y축을 축으로 하는 포물선이다.
④ 아래로 볼록한 포물선이다.

03 $0<a<3$이므로 상수 a의 값이 될 수 없는 것은 $\frac{7}{2}$이다.

04 $y=-x^2+4x-3$
$=-(x-2)^2+1$
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$이고, y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 오른쪽 그림과 같다.
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



05 ① $x^2-3x+1=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-3a+1=0$ $\quad\therefore a^2-3a=-1$
② $5-3a+a^2=5+(a^2-3a)=5+(-1)=4$
③ $1+3a-a^2=1-(a^2-3a)=1-(-1)=2$
④ $3a^2-9a+6=3(a^2-3a)+6=3\times(-1)+6=3$
⑤ $a\neq 0$이므로 $a^2-3a+1=0$의 양변을 a로 나누면
$a-3+\frac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a+\frac{1}{a}=3$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

06 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 5)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+5$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(1, -3)$을 지나므로
$-3=a(1+1)^2+5$, $4a=-8$ $\quad\therefore a=-2$
따라서 $y=-2(x+1)^2+5=-2x^2-4x+3$이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 3이다.

07 x축과 두 점 $(2, 0)$, $(-4, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x+4)$로 놓을 수 있다.
y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -24)$이므로
$-24=-8a$ $\quad\therefore a=3$
따라서 $y=3(x-2)(x+4)=3(x+1)^2-27$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -27)$이다.
따라서 $p=-1$, $q=-27$이므로
$pq=(-1)\times(-27)=27$

08 해가 존재하려면
$\frac{a-3}{4}\geq 0$, $a-3\geq 0$ $\quad\therefore a\geq 3$

09 $x-1=A$라고 하면 $3A^2+2A-1=0$
$(A+1)(3A-1)=0$ $\quad\therefore A=-1$ 또는 $A=\frac{1}{3}$
즉, $x-1=-1$ 또는 $x-1=\frac{1}{3}$이므로
$x=0$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
이때 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{4}{3}$, $\beta=0$
$\therefore 3\alpha-\beta=3\times\frac{4}{3}-0=4$

10 $\frac{n(n-3)}{2}=54$이므로 $n(n-3)=108$
$n^2-3n-108=0$, $(n+9)(n-12)=0$
$\therefore n=-9$ 또는 $n=12$
$n>3$이므로 $n=12$
따라서 대각선이 모두 54개인 다각형은 십이각형이다.

11 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x+2)^2-3$
이 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로
$k=2\times(1+2)^2-3=18-3=15$

12 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$이므로

$p=1,\ q=5$

$y=a(x-1)^2+5$의 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로

$4=a+5$

$\therefore\ a=-1$

$\therefore\ a-p+q=-1-1+5=3$

13 $y=3x^2+12x-4=3(x+2)^2-16$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-m+2)^2-16+n$

한편, $y=3x^2-18x+4=3(x-3)^2-23$

따라서 $-m+2=-3,\ -16+n=-23$이므로

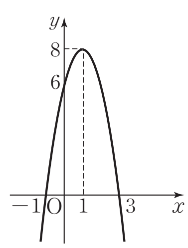
$m=5,\ n=-7$

$\therefore\ m+n=5+(-7)=-2$

14 $y=-2x^2+4x+6$

$=-2(x-1)^2+8$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 8)$이고 y축과 만나는 점의 좌표가 $(0,\ 6)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



④ $y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+4x+6,\ x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0\qquad \therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-1,\ 0),\ (3,\ 0)$이다.

⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

15 ① 위로 볼록한 모양이므로 $a<0$

② 축이 y축의 왼쪽에 있으면 $a,\ b$의 부호가 같으므로 $b<0$

③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에서 만나므로 $c<0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 음수이므로

$a+b+c<0$

⑤ $x=-2$일 때, $y=4a-2b+c$

주어진 그래프에서 $x=-2$일 때의 함숫값이 양수이므로

$4a-2b+c>0$

16 x축과 두 점 $(-1,\ 0),\ (6,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-6)$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1,\ -20)$을 지나므로

$-20=-10a\qquad \therefore\ a=2$

따라서 $y=2(x+1)(x-6)=2x^2-10x-12$이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 -12이다.

17 점 $(0,\ 2)$를 지나므로 $c=2$

이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+2$로 놓고 두 점 $(1,\ 5),\ (4,\ 2)$의 좌표를 각각 대입하면

$5=a+b+2,\ 2=16a+4b+2$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=4$

따라서 $y=-x^2+4x+2=-(x-2)^2+6$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 6)$이다.

18 일차함수 $y=-2x+6$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 6)$이므로 $b=6$

일차함수 $y=-2x+6$의 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(3,\ 0)$이므로

$-3\times3^2+3a+6=0\qquad \therefore\ a=7$

$\therefore\ a-b=7-6=1$

19 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지나므로

$5=4a-3\qquad \therefore\ a=2$

따라서 $y=2(x-1)^2-3=2x^2-4x-1$이므로

$b=-4,\ c=-1$

$\therefore\ a-b+c=2-(-4)+(-1)=5$

20 $y=-x^2-2x+3$

$=-(x^2+2x-3)$

$=-(x+3)(x-1)$

이므로 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $(-3,\ 0),\ (1,\ 0)$이다.

$\therefore\ \mathrm{A}(-3,\ 0),\ \mathrm{B}(1,\ 0)$

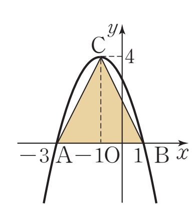
한편, $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$이다.

$\therefore\ \mathrm{C}(-1,\ 4)$

따라서 이차함수 $y=-x^2-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같고 $\triangle\mathrm{ABC}$는 밑변의 길이가 4, 높이가 4이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times4\times4=8$



21 $4(x-3)^2-20=0$에서 $(x-3)^2=5$ ········ ❶

$x-3=\pm\sqrt{5}\qquad \therefore\ x=3\pm\sqrt{5}$ ········ ❷

따라서 $a=3,\ b=5$이므로

$a+b=3+5=8$ ········ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	$(x+p)^2=q$의 꼴로 나타내기	2점
❷	이차방정식의 해 구하기	1점
❸	$a+b$의 값 구하기	1점

22 펼쳐진 두 면의 쪽수는 연속하므로 x, $x+1$이라고 하면

$x(x+1)=420$, $x^2+x-420=0$ ······ ❶

$(x+21)(x-20)=0$

$\therefore x=20$ ($\because$ x는 자연수) ······ ❷

따라서 펼쳐진 두 면의 쪽수는 20, 21이므로 그 합은

$20+21=41$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	2점
❷	이차방정식 풀기	2점
❸	두 면의 쪽수의 합 구하기	1점

23 $y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$y=3x^2$

$y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x+1)^2+2$ ······ ❶

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$, 축의 방정식은 $x=-1$이므로

$a=-1$, $b=2$, $c=-1$ ······ ❷

$\therefore abc=(-1)\times2\times(-1)=2$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	평행이동한 그래프의 식 구하기	2점
❷	a, b, c의 값 구하기	2점
❸	abc의 값 구하기	1점

24 $y=-5x^2+10x+a-2$의 그래프가 점 $(2, 5)$를 지나므로

$5=-5\times2^2+10\times2+a-2$ $\therefore a=7$ ······ ❶

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y=-5x^2+10x+5=-5(x-1)^2+10$

이므로 최댓값은 10이다. ······ ❷

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	2점
❷	최댓값 구하기	3점

25 $y=2x^2-4x+1$의 그래프를 평행이동하면 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 겹쳐지므로 이차함수의 그래프의 모양과 폭이 같다.

즉, $a=2$ ······ ❶

y축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$이므로

$c=7$ ······ ❷

꼭짓점이 직선 $y=x-3$ 위에 있고 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 꼭짓점의 좌표를 $(p, p-3)$ $(p>0)$이라고 하면

$y=2(x-p)^2+p-3$이므로 $x=0$, $y=7$을 대입하면

$7=2p^2+p-3$, $2p^2+p-10=0$

$(2p+5)(p-2)=0$

$p>0$이므로 $p=2$

따라서 $y=2(x-2)^2-1=2x^2-8x+7$이므로

$b=-8$ ······ ❸

$\therefore a+b+c=2+(-8)+7=1$ ······ ❹

단계	채점 기준	배점
❶	a의 값 구하기	1점
❷	c의 값 구하기	1점
❸	b의 값 구하기	3점
❹	$a+b+c$의 값 구하기	1점

실전 TEST 4회 52~55쪽

01 ①	02 ④	03 ②	04 ③	05 ⑤
06 ④	07 ③	08 ①	09 ④	10 ①
11 ④	12 ①	13 ③	14 ②	15 ④
16 ⑤	17 ①	18 ⑤	19 ④	20 ③
21 4	22 2	23 8 cm	24 $\frac{81}{2}$	25 115

01 $x^2-(2a+5)x+3a-6=0$에 $x=-3$을 대입하면
$(-3)^2-(2a+5)\times(-3)+3a-6=0$
$9+6a+15+3a-6=0$
$9a+18=0$ $\quad\therefore a=-2$

02 ① $(-2)^2-4\times1\times(-4)=20>0$이므로 근이 2개
② $3^2-4\times2\times(-1)=17>0$이므로 근이 2개
③ $(-2)^2-4\times\frac{1}{2}\times2=0$이므로 근이 1개
④ $4^2-4\times2\times5=-24<0$이므로 근이 없다.
⑤ $(-6)^2-4\times4\times\frac{9}{4}=0$이므로 근이 1개
따라서 근이 없는 것은 ④이다.

03 $f(-1)=2\times(-1)^2+a\times(-1)+b=11$
$\therefore a-b=-9$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$f(2)=2\times2^2+a\times2+b=2$
$\therefore 2a+b=-6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=-5,\ b=4$
$f(x)=2x^2-5x+4$이므로
$f(3)=2\times3^2-5\times3+4=7$

04 축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(0, 9)$, $(1, 3)$을 지나므로
$9=4a+q,\ 3=a+q$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=2,\ q=1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2(x-2)^2+1=2x^2-8x+9$

05 ① $x^2-5x+4=0$에 $x=-1$을 대입하면
$(-1)^2-5\times(-1)+4=10\neq0$
② $2x^2+x-3=0$에 $x=-1$을 대입하면
$2\times(-1)^2+(-1)-3=-2\neq0$
③ $(x+5)(x-1)=0$에 $x=5$를 대입하면
$(5+5)\times(5-1)=40\neq0$
④ $(x-2)^2-5=0$에 $x=2$를 대입하면
$(2-2)^2-5=-5\neq0$
⑤ $x^2-7x=0$에 $x=0$을 대입하면
$0^2-7\times0=0$
따라서 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 되는 것은 ⑤이다.

06 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-2)^2-1$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 7)$을 지나므로
$7=a\times(-2)^2-1,\ 4a=8$
$\therefore a=2$
$y=2(x-2)^2-1=2x^2-8x+7$
따라서 $b=-8$, $c=7$이므로
$a+b+c=2+(-8)+7=1$

07 $y=-2x^2-8x+a=-2(x+2)^2+8+a$
이 이차함수는 $x=-2$에서 최댓값 $8+a$를 가진다.
따라서 $p=-2$, $8+a=10$이므로 $a=2$
$\therefore a+p=2+(-2)=0$

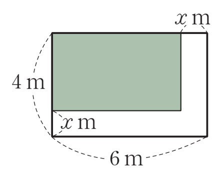
08 $x^2+x-6=0$에서 $(x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$
$2x^2+x-15=0$에서 $(x+3)(2x-5)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{2}$
따라서 공통인 근은 $x=-3$이다.

09 $\frac{1}{20}x^2-0.5x+\frac{1}{20}=0$에서 $x^2-10x+1=0$
$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times1}}{1}=5\pm\sqrt{24}=5\pm2\sqrt{6}$
따라서 $a=5$, $b=6$이므로
$a-b=5-6=-1$

10 주어진 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로 $b=4$
또한, 점 $(6, 0)$을 지나므로 $y=ax+4$에 대입하면
$0=6a+4$ $\quad\therefore a=-\frac{2}{3}$
따라서 두 근이 $-\frac{2}{3}$, 4이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은
$3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-4)=0,\ 3\left(x^2-\frac{10}{3}x-\frac{8}{3}\right)=0$
$\therefore 3x^2-10x-8=0$

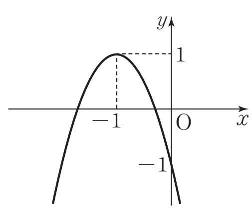
11 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면
$(x+1)^2=x^2+(x-1)^2-12$
$x^2-4x-12=0$, $(x+2)(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because$ x는 자연수)
따라서 연속하는 세 자연수는 5, 6, 7이고 그중 가장 큰 수는 7이다.

12 길의 폭을 x m라고 하면 길을 만들고 남은 토지의 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$(6-x)(4-x)=15$
$x^2-10x+9=0$
$(x-1)(x-9)=0 \qquad \therefore x=1$ ($\because$ $0<x<4$)
따라서 길의 폭은 1 m로 해야 한다.

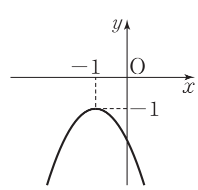
13 ③ $y=-2(x+1)^2+1$의 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$이고 y축과 만나는 점의 좌표가 $(0, -1)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

14 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=a(x-3-p)^2+q+1$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(4, -2)$이므로
$p+3=4$, $q+1=-2$
$\therefore p=1$, $q=-3$
따라서 $y=a(x-1)^2-3$이고 이 그래프가 점 $(3, 1)$을 지나므로
$1=4a-3 \qquad \therefore a=1$
$\therefore apq=1\times1\times(-3)=-3$

15 $y=-x^2-2x-2$
$=-(x^2+2x+1-1)-2$
$=-(x+1)^2-1$



의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-1$이다.

16 $y=-x^2-2x+15$에 $x=0$을 대입하면 $y=15$이므로
C$(0, 15)$
$y=-x^2-2x+15$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2-2x+15$, $x^2+2x-15=0$
$(x+5)(x-3)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$
$\therefore$ A$(-5, 0)$, B$(3, 0)$
따라서 $\overline{AB}=8$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times15=60$

17 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2+2$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$1=a+2 \qquad \therefore a=-1$
따라서 이차함수의 식은
$y=-(x+1)^2+2=-x^2-2x+1$
따라서 $b=-2$, $c=1$이므로
$a+b+c=-1+(-2)+1=-2$

18 x축과 만나는 점의 x좌표가 -1, 2이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)(x-2)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로
$4=-2a \qquad \therefore a=-2$
따라서 이차함수의 식은
$y=-2(x+1)(x-2)=-2(x^2-x-2)$
$=-2x^2+2x+4$
이 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로
$k=-2\times1^2+2\times1+4=4$

19 점 P의 좌표를 $(x, -x+4)$라 하고 직사각형 OQPR의 넓이를 y라고 하면
$y=x(-x+4)=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$
이므로 $x=2$일 때 y는 최댓값 4를 갖는다.
따라서 직사각형 OQPR의 최대 넓이는 4이다.

20 세 점 P, Q, R의 좌표는 각각
P$(m, 0)$, Q$\left(m, \frac{1}{3}m^2\right)$, R$(m, am^2)$
$\therefore \overline{PQ}=\frac{1}{3}m^2$, $\overline{QR}=am^2-\frac{1}{3}m^2$
$\overline{PQ}:\overline{QR}=1:4$이므로
$\frac{1}{3}m^2:\left(am^2-\frac{1}{3}m^2\right)=1:4$
$am^2-\frac{1}{3}m^2=\frac{4}{3}m^2$
$am^2=\frac{5}{3}m^2 \qquad \therefore a=\frac{5}{3}$

21 두 근이 -1, $\frac{3}{4}$이고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은
$4(x+1)\left(x-\frac{3}{4}\right)=0$, $4\left(x^2+\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}\right)=0$
$\therefore 4x^2+x-3=0$ ······ ❶
따라서 $a=1$, $b=-3$이므로
$a-b=1-(-3)=4$ ······ ❷

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 구하기	2점
❷	$a-b$의 값 구하기	2점

22 $y=-x^2+2ax+2a^2-4b$

$=-(x-a)^2+3a^2-4b$ ······ ❶

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ 3a^2-4b)$

따라서 $a=1$, $3a^2-4b=-1$이므로 $a=1$, $b=1$ ······ ❷

$\therefore a+b=1+1=2$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2점
❷	a, b의 값 구하기	2점
❸	$a+b$의 값 구하기	1점

> 다른 풀이 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -1)$이므로

$y=-(x-1)^2-1=-x^2+2x-2$

따라서 $2a=2$, $2a^2-4b=-2$이므로

$a=1$, $b=1$

$\therefore a+b=1+1=2$

23 $\overline{CB}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이는 $(6-x)$ cm이다.

색칠한 부분의 넓이가 $16\pi\ \text{cm}^2$이므로

$\pi\times6^2-\pi x^2-\pi(6-x)^2=16\pi$ ······ ❶

$36-x^2-(6-x)^2=16$

$-2x^2+12x-16=0$

$x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because 3<x<6)$ ······ ❷

따라서 $\overline{CB}$의 길이는

$4\times2=8(\text{cm})$ ······ ❸

단계	채점 기준	배점
❶	이차방정식 세우기	2점
❷	이차방정식 풀기	2점
❸	$\overline{CB}$의 길이 구하기	1점

> 참고 $\overline{AC}<\overline{CB}$이므로

$6-x<x \quad \therefore x>3$

원의 반지름의 길이는 양수이므로

$6-x>0 \quad \therefore x<6$

$\therefore 3<x<6$

24 $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$이므로

$\text{A}(2,\ -9)$ ······ ❶

$y=x^2-10x+16=(x-5)^2-9$이므로

$\text{B}(5,\ -9)$ ······ ❷

$x^2-4x-5=0$에 $y=0$을 대입하면

$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore \text{C}(5,\ 0)$, $\text{D}(-1,\ 0)$ ······ ❸

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+6)\times9=\frac{81}{2}$ ······ ❹

단계	채점 기준	배점
❶	점 A의 좌표 구하기	1점
❷	점 B의 좌표 구하기	1점
❸	두 점 C, D의 좌표 구하기	2점
❹	사다리꼴 ABCD의 넓이 구하기	2점

25 새로 만들어진 직사각형의 넓이를 나타내는 이차함수의 식을 구하면

$y=(10+2x)(10-x)$ ······ ❶

$=100+10x-2x^2$

$=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{225}{2}$ ······ ❷

따라서 y는 $x=\frac{5}{2}$에서 최댓값 $\frac{225}{2}$를 가지므로

$p=\frac{5}{2}$, $q=\frac{225}{2}$ ······ ❸

$\therefore p+q=\frac{5}{2}+\frac{225}{2}=115$ ······ ❹

단계	채점 기준	배점
❶	직사각형의 넓이 나타내기	2점
❷	이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2점
❸	p, q의 값 구하기	1점
❹	$p+q$의 값 구하기	1점