풍산자
필수유형

중학수학

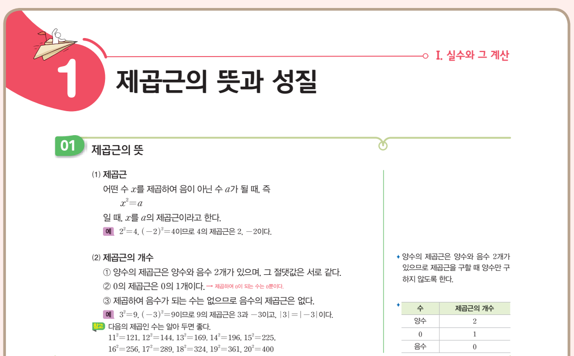
3-1

구성과 특징

풍쌤비법으로 모든 유형을 대비하는 문제 기본서

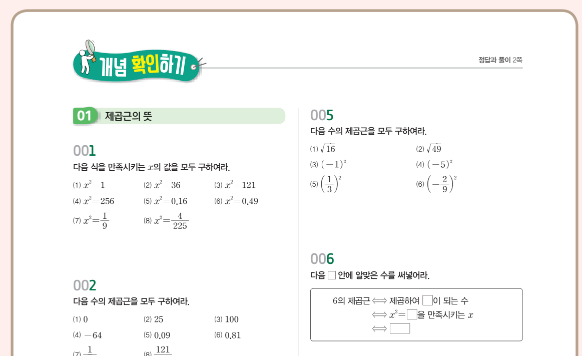
풍산자 필수유형으로 수학 문제 앞에서 당당하게!

유형북



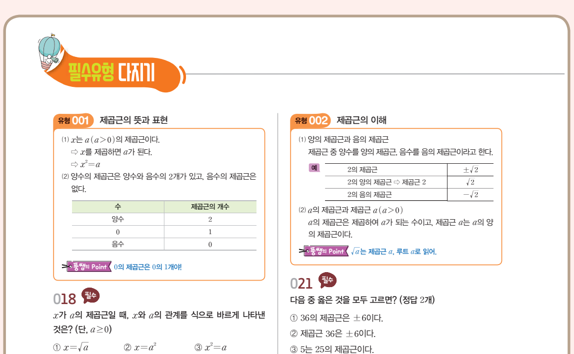
개념 다지기

- 각 중단원별로 개념을 정리하고, 예, 주의, 참고를 추가하여 개념의 이해가 쉽습니다.
- 흔들리지 않는 수학 실력을 만들어 줄 핵심 개념을 학습할 수 있습니다.



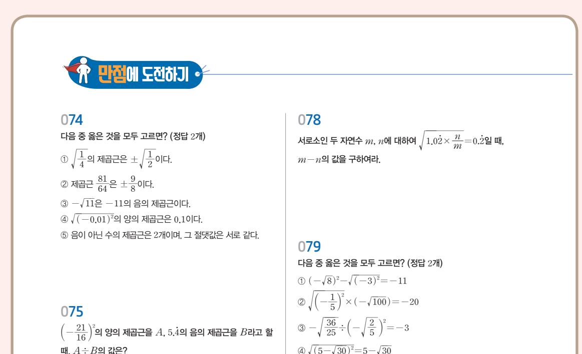
개념 확인하기

- 학습한 핵심 개념을 확인할 수 있도록 문제를 효율적으로 구성하였습니다.
- 개념 이해도를 점검할 수 있는 엄선된 문제들을 수록하였습니다.



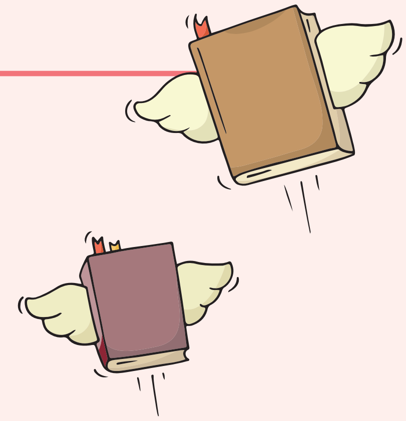
필수유형 다지기

- 꼭 풀어보아야 할 유형들을 분석하여 선정된 유형들과 체계적으로 선별된 문제들을 제시하였습니다.
- 각 유형의 문제들은 필수, 서술형, 창의 문제로 구분하여 체계적 학습이 가능합니다.
- 각 유형별 풍쌤의 Point를 제시하여 문제 해결력을 기를 수 있습니다.

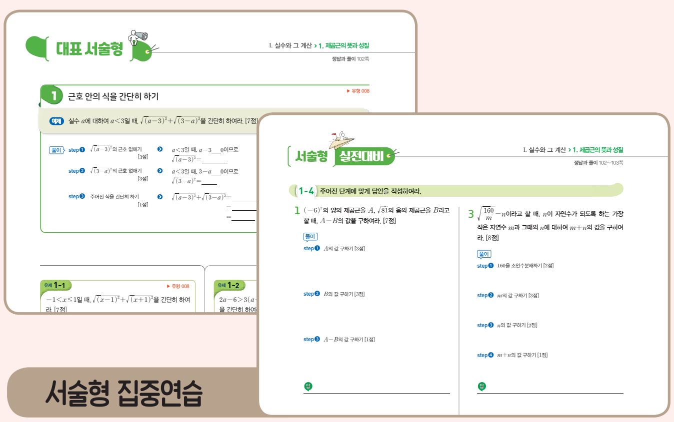


만점에 도전하기

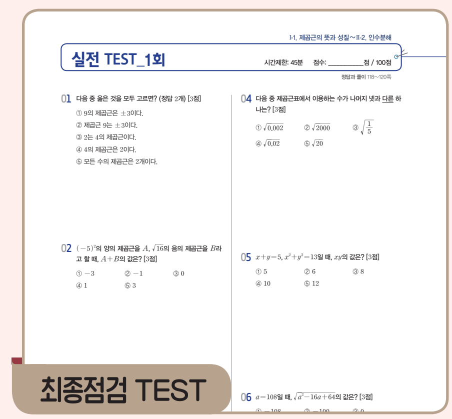
- 학습한 유형을 종합하여 문제 해결력을 향상시킬 수 있는 문제들로 구성하였습니다.
- 각 중단원별로 엄선한 문제를 별도로 제공하여 학습 수준에 따른 나의 실력 점검과 심화 학습이 가능합니다.



실전북

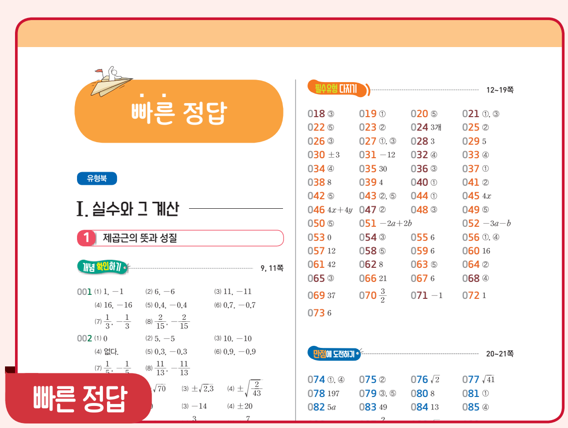


• 대표 서술유형과 서술형 실전대비로
서술형 문제 해결력을 탄탄히 기를 수 있습니다.

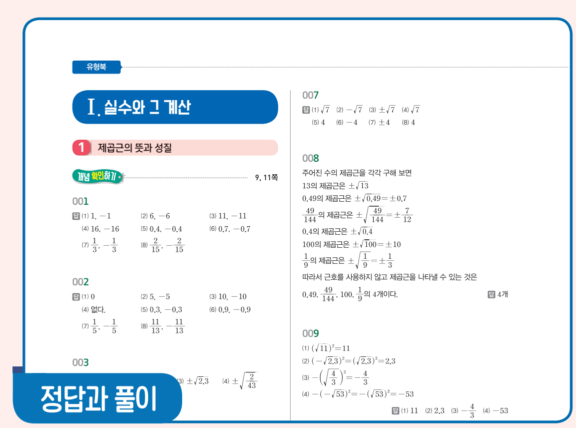


• 실전 TEST를 통해 자신의 실력을
점검할 수 있습니다.

정답과 풀이



• 빠르고 간편하게 정답을 확인할 수 있습니다.



• 이해가 잘되는 꼼꼼하고 친절한 풀이를 확인할 수
있습니다.

이 책의 차례

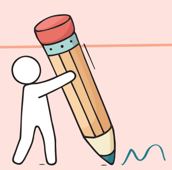
I. 실수와 그 계산

II. 다항식의 곱셈과 인수분해

Ⅲ. 이차방정식

Ⅳ. 이차함수

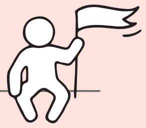
» 실전북이 책 속의 책으로 들어있어요.



한 걸음 내딛는 순간,

미래는 이미 바뀌기 시작한다.

I 실수와 그 계산



1 제곱근의 뜻과 성질

01 제곱근의 뜻

(1) 제곱근

어떤 수 x를 제곱하여 음이 아닌 수 a가 될 때, 즉

$x^2=a$

일 때, x를 a의 제곱근이라고 한다.

예 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 4의 제곱근은 2, -2이다.

(2) 제곱근의 개수

① 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있으며, 그 절댓값은 서로 같다.

② 0의 제곱근은 0의 1개이다. → 제곱하여 0이 되는 수는 0뿐이다.

③ 제곱하여 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

예 $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 9의 제곱근은 3과 -3이고, $|3|=|-3|$이다.

참고 다음의 제곱인 수는 알아 두면 좋다.
$11^2=121$, $12^2=144$, $13^2=169$, $14^2=196$, $15^2=225$,
$16^2=256$, $17^2=289$, $18^2=324$, $19^2=361$, $20^2=400$

✦ 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있으므로 제곱근을 구할 때 양수만 구하지 않도록 한다.

✦

수	제곱근의 개수
양수	2
0	1
음수	0

02 제곱근의 표현

(1) 근호 $\sqrt{\ }$

제곱근은 기호 $\sqrt{\ }$(근호)를 사용하여 나타내고, $\sqrt{a}$를 '제곱근 a' 또는 '루트 a'라고 읽는다.

(2) 제곱근의 표현

양수 a의 제곱근 중

① 양수인 것을 양의 제곱근이라 하고 $\sqrt{a}$와 같이 나타낸다.

② 음수인 것을 음의 제곱근이라 하고 $-\sqrt{a}$와 같이 나타낸다.

또, $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

예 제곱하여 9가 되는 수는 3과 -3이므로 9의 제곱근은 ±3이고, 양의 제곱근은 3, 음의 제곱근은 -3이다.

참고 a의 제곱근과 제곱근 a의 비교
$a>0$일 때
① a의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{a}$
② 제곱근 a ⇨ $\sqrt{a}$

	a의 제곱근	제곱근 a
뜻	제곱하여 a가 되는 수	a의 양의 제곱근
표현	$\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
개수	2	1

✦ 양수 a의 제곱근
⇨ 제곱하여 a가 되는 수
⇨ $x^2=a$를 만족시키는 x
⇨ $\pm\sqrt{a}$

✦ $\pm\sqrt{a}$는 '플러스 마이너스 루트 a'라고 읽는다.

✦ (제곱근 a)=(루트 a)=$\sqrt{a}$

01 제곱근의 뜻

001

다음 식을 만족시키는 x의 값을 모두 구하여라.

(1) $x^2=1$ (2) $x^2=36$ (3) $x^2=121$
(4) $x^2=256$ (5) $x^2=0.16$ (6) $x^2=0.49$
(7) $x^2=\frac{1}{9}$ (8) $x^2=\frac{4}{225}$

답 (1) $1, -1$ (2) $6, -6$ (3) $11, -11$
(4) $16, -16$ (5) $0.4, -0.4$ (6) $0.7, -0.7$
(7) $\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$ (8) $\frac{2}{15}, -\frac{2}{15}$

002

다음 수의 제곱근을 모두 구하여라.

(1) 0 (2) 25 (3) 100
(4) -64 (5) 0.09 (6) 0.81
(7) $\frac{1}{25}$ (8) $\frac{121}{169}$

답 (1) 0 (2) $5, -5$ (3) $10, -10$
(4) 없다. (5) $0.3, -0.3$ (6) $0.9, -0.9$
(7) $\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}$ (8) $\frac{11}{13}, -\frac{11}{13}$

02 제곱근의 표현

003

다음 수의 제곱근을 근호를 사용하여 나타내어라.

(1) 5 (2) 70 (3) 2.3 (4) $\frac{2}{43}$

답 (1) $\pm\sqrt{5}$ (2) $\pm\sqrt{70}$ (3) $\pm\sqrt{2.3}$ (4) $\pm\sqrt{\frac{2}{43}}$

004

다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{9}$ (2) $\sqrt{100}$
(3) $-\sqrt{196}$ (4) $\pm\sqrt{400}$
(5) $\sqrt{0.81}$ (6) $-\sqrt{2.25}$
(7) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (8) $\pm\sqrt{\frac{49}{64}}$

답 (1) 3 (2) 10 (3) -14 (4) ±20 (5) 0.9 (6) -1.5 (7) $\frac{3}{4}$ (8) $\pm\frac{7}{8}$

005

다음 수의 제곱근을 모두 구하여라.

(1) $\sqrt{16}$ (2) $\sqrt{49}$
(3) $(-1)^2$ (4) $(-5)^2$
(5) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ (6) $\left(-\frac{2}{9}\right)^2$

답 (1) ±2 (2) $\pm\sqrt{7}$ (3) ±1 (4) ±5 (5) $\pm\frac{1}{3}$ (6) $\pm\frac{2}{9}$

006

다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

6의 제곱근 $\Longleftrightarrow$ 제곱하여 $\boxed{6}$이 되는 수
$\Longleftrightarrow$ $x^2=\boxed{6}$을 만족시키는 x
$\Longleftrightarrow$ $\boxed{\pm\sqrt{6}}$

007

다음 표의 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

a	7	16
a의 양의 제곱근	(1) $\sqrt{7}$	(5) 4
a의 음의 제곱근	(2) $-\sqrt{7}$	(6) -4
a의 제곱근	(3) $\pm\sqrt{7}$	(7) ±4
제곱근 a	(4) $\sqrt{7}$	(8) 4

008

다음 수 중에서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$13,\quad 0.49,\quad \frac{49}{144},\quad 0.4,\quad 100,\quad \frac{1}{9}$

답 4개

$\pm\sqrt{0.49}=\pm0.7$, $\pm\sqrt{\frac{49}{144}}=\pm\frac{7}{12}$, $\pm\sqrt{100}=\pm10$, $\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$

03 제곱근의 성질 (1)

$a>0$일 때

(1) 양수 a의 제곱근 $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 제곱하면 a가 된다.

$(\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$

(2) 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

$\sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$

예 $(\sqrt{2})^2=2,\ (-\sqrt{2})^2=(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})=(\sqrt{2})^2=2$

$\sqrt{2^2}=2,\ \sqrt{(-2)^2}=\sqrt{(-2)\times(-2)}=\sqrt{2^2}=2$

✦ 마이너스($-$) 기호는 제곱을 하면 플러스($+$) 기호가 된다.

04 제곱근의 성질 (2)

(1) $a\geq0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$

(2) $a<0$일 때, $\sqrt{a^2}=\underbrace{-a}_{\text{양수}}$

참고 $\sqrt{a^2}$은 a^2의 양의 제곱근이므로 a의 부호에 관계없이 항상 음이 아닌 값을 갖는다.

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geq0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

예 $5>0$이므로 $\sqrt{5^2}=5$

부호 그대로

$-5<0$이므로 $\sqrt{(-5)^2}=-(-5)=5$

부호 반대로

✦ $\sqrt{(\text{양수})^2}=(\text{양수})$

$\sqrt{(\text{음수})^2}=-(\text{음수})=(\text{양수})$

05 제곱근의 대소 관계

$a>0,\ b>0$일 때

(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

$\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$

예 (1) $2<3$이면 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{6}<\sqrt{7}$이면 $6<7$

(3) $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이면 $-\sqrt{5}>-\sqrt{6}$

참고 $\sqrt{3}$과 2의 크기를 비교하기 위해 다음 두 가지 방법을 이용할 수 있다.

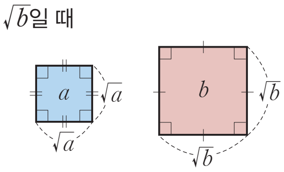
[방법 1] $\sqrt{3}$과 2를 각각 제곱하면 $(\sqrt{3})^2=3,\ 2^2=4$

이때 $3<4$이므로 $\sqrt{3}<2$

[방법 2] 2를 근호를 사용하여 나타내면 $2=\sqrt{4}$

이때 $\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $\sqrt{3}<2$

✦ 넓이가 각각 $a,\ b\,(0<a<b)$인 두 정사각형의 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$일 때



(1) 정사각형의 넓이가 넓을수록 한 변의 길이도 길다.

⇨ $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(2) 정사각형의 한 변의 길이가 길수록 넓이도 넓다.

⇨ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

03 제곱근의 성질 (1)

009
다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $(\sqrt{11})^2$ (2) $(-\sqrt{2.3})^2$

(3) $-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2$ (4) $-(-\sqrt{53})^2$

답 (1) 11 (2) 2.3 (3) $-\frac{4}{3}$ (4) -53

010
다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}$ (2) $\sqrt{(-12)^2}$

(3) $-\sqrt{29^2}$ (4) $-\sqrt{(-30)^2}$

답 (1) $\frac{1}{7}$ (2) 12 (3) -29 (4) -30

011
다음을 계산하여라.

(1) $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{(-5)^2}$

(2) $\sqrt{36}+\sqrt{8^2}$

(3) $(-\sqrt{6})^2-(-\sqrt{3})^2$

(4) $\sqrt{(-3)^2}-\sqrt{49}$

답 (1) 12 (2) 14 (3) 3 (4) -4

012
다음을 계산하여라.

(1) $\left(\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2\times\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2}$

(2) $\sqrt{0.04}\times(-\sqrt{0.3})^2$

(3) $\sqrt{64}\div\sqrt{(-4)^2}$

(4) $-\sqrt{\frac{100}{9}}\div\sqrt{\left(\frac{10}{9}\right)^2}$

답 (1) 2 (2) 0.06 (3) 2 (4) -3

04 제곱근의 성질 (2)

013
$a\geq0$일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{(3a)^2}$ (2) $\sqrt{(-5a)^2}$

(3) $\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-4a)^2}$ (4) $\sqrt{(-6a)^2}-\sqrt{(8a)^2}$

답 (1) $3a$ (2) $5a$ (3) $6a$ (4) $-2a$

014
$a<0$일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{(3a)^2}$ (2) $\sqrt{(-5a)^2}$

(3) $\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-4a)^2}$ (4) $\sqrt{(-6a)^2}-\sqrt{(8a)^2}$

답 (1) $-3a$ (2) $-5a$ (3) $-6a$ (4) $2a$

05 제곱근의 대소 관계

015
다음 □ 안에 $<$ 또는 $>$를 써넣어라.

(1) $\sqrt{8}\ \boxed{<}\ \sqrt{11}$ (2) $\sqrt{0.7}\ \boxed{>}\ \sqrt{0.3}$

(3) $\sqrt{\frac{1}{6}}\ \boxed{<}\ \sqrt{\frac{1}{5}}$ (4) $\sqrt{0.5}\ \boxed{>}\ \sqrt{\frac{2}{5}}$

(5) $-\sqrt{5}\ \boxed{>}\ -\sqrt{7}$ (6) $-\sqrt{11}\ \boxed{<}\ -\sqrt{10}$

016
다음 □ 안에 $<$ 또는 $>$를 써넣어라.

(1) $3\ \boxed{>}\ \sqrt{8}$ (2) $4\ \boxed{<}\ \sqrt{17}$

(3) $\sqrt{\frac{1}{7}}\ \boxed{<}\ \frac{1}{2}$ (4) $\sqrt{0.4}\ \boxed{>}\ 0.6$

017
다음 중에서 4와 5 사이의 수를 모두 골라라.

$\sqrt{13},\quad \sqrt{15},\quad \sqrt{17},\quad \sqrt{21},\quad \sqrt{23},\quad \sqrt{27}$

답 $\sqrt{17}, \sqrt{21}, \sqrt{23}$

$4=\sqrt{16}$, $5=\sqrt{25}$이므로 4와 5 사이의 수는
$\sqrt{17}, \sqrt{21}, \sqrt{23}$

필수유형 다지기

유형 001 제곱근의 뜻과 표현

(1) x는 $a\,(a>0)$의 제곱근이다.
⇨ x를 제곱하면 a가 된다.
⇨ $x^2=a$

(2) 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개가 있고, 음수의 제곱근은 없다.

수	제곱근의 개수
양수	2
0	1
음수	0

풍쌤의 Point 0의 제곱근은 0의 1개야!

018 필수

난이도 하

x가 a의 제곱근일 때, x와 a의 관계를 식으로 바르게 나타낸 것은? (단, $a\ge 0$)

① $x=\sqrt{a}$　② $x=a^2$　③ $x^2=a$
④ $x=-\sqrt{a}$　⑤ $\sqrt{x}=a$

답 ③
x가 a의 제곱근이므로
$x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$

019

난이도 하

11의 제곱근을 a, 13의 제곱근을 b라고 할 때, a^2-b^2의 값은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

답 ①
11의 제곱근이 a이므로 $a^2=11$
13의 제곱근이 b이므로 $b^2=13$
$\therefore a^2-b^2=11-13=-2$

020

난이도 하

다음 중 제곱근을 구할 수 없는 수는?

① 0　② $\frac{1}{7}$　③ 0.2
④ 300　⑤ -4

답 ⑤
음수의 제곱근은 없으므로 -4의 제곱근을 구할 수 없다.

유형 002 제곱근의 이해

(1) 양의 제곱근과 음의 제곱근
제곱근 중 양수를 양의 제곱근, 음수를 음의 제곱근이라고 한다.

예

2의 제곱근	$\pm\sqrt{2}$
2의 양의 제곱근 ⇨ 제곱근 2	$\sqrt{2}$
2의 음의 제곱근	$-\sqrt{2}$

(2) a의 제곱근과 제곱근 $a\,(a>0)$
a의 제곱근은 제곱하여 a가 되는 수이고, 제곱근 a는 a의 양의 제곱근이다.

풍쌤의 Point $\sqrt{a}$는 제곱근 a, 루트 a로 읽어.

021 필수

난이도 중

다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 36의 제곱근은 ±6이다.
② 제곱근 36은 ±6이다.
③ 5는 25의 제곱근이다.
④ 25의 제곱근은 5이다.
⑤ 모든 수의 제곱근은 2개이며 그 절댓값은 같다.

답 ①, ③
② 제곱근 36은 $\sqrt{36}=6$이다.
④ 25의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$이다.
⑤ 0의 제곱근은 0 하나뿐이고, 음수의 제곱근은 없다.

022

난이도 중

다음 중 옳지 않은 것은?

① 제곱근 4는 2이다.
② 1은 1의 제곱근이다.
③ 1의 제곱근은 ±1이다.
④ $-\sqrt{9}$의 제곱근은 없다.
⑤ 양수의 제곱근은 양수이다.

답 ⑤
⑤ 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이다.

023

난이도 중

다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\sqrt{64}$의 제곱근　② 제곱근 8
③ 8의 제곱근　④ 제곱하여 8이 되는 수
⑤ $x^2=8$을 만족시키는 x의 값

답 ②
①, ③, ④, ⑤ 8의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{8}$이다.
② 제곱근 8은 $\sqrt{8}$이다.

유형 003 근호를 사용하지 않고 나타내기

어떤 수의 제곱인 수들의 제곱근은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

⇨ $a>0$일 때, a^2의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{a^2}=\pm a$

예 16의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{16}=\pm\sqrt{4^2}=\pm4$

풍쌤의 Point 자연수의 제곱으로 나타낼 수 있는 수를 제곱수라고 해!

024 필수

난이도 중

다음 수 중 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$17,\quad \frac{1}{36},\quad 0.\dot{1},\quad 0.4,\quad \frac{4}{121}$$

답 3개

$\pm\sqrt{\frac{1}{36}}=\pm\frac{1}{6}$, $\pm\sqrt{0.\dot{1}}=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$, $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}=\pm\frac{2}{11}$

025

난이도 하

다음 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것은?

① $\sqrt{49}$ ② $\sqrt{125}$ ③ $\sqrt{0.09}$

④ $\sqrt{\frac{1}{900}}$ ⑤ $-\sqrt{\frac{25}{16}}$

답 ②

① $\sqrt{49}=7$ ③ $\sqrt{0.09}=0.3$ ④ $\sqrt{\frac{1}{900}}=\frac{1}{30}$ ⑤ $-\sqrt{\frac{25}{16}}=-\frac{5}{4}$

026

난이도 중

다음 수 중 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{6}{49}$ ② 91 ③ $\frac{121}{36}$

④ 0.2 ⑤ 0.9

답 ③

③ $\pm\sqrt{\frac{121}{36}}=\pm\frac{11}{6}$

027

난이도 중

다음 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{0.16}$ ② $\sqrt{625}$ ③ $\sqrt{\frac{9}{64}}$

④ $0.\dot{4}$ ⑤ $\frac{625}{9}$

답 ①, ③

② $\sqrt{625}=25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$

④ $\pm\sqrt{0.\dot{4}}=\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$ ⑤ $\pm\sqrt{\frac{625}{9}}=\pm\frac{25}{3}$

중요한 유형 004 제곱근 구하기

(1) $a>0$일 때

a의 제곱근	$\pm\sqrt{a}$
a의 양의 제곱근 ⇨ 제곱근 a	$\sqrt{a}$
a의 음의 제곱근	$-\sqrt{a}$

(2) 어떤 수의 제곱으로 표현된 수 또는 근호를 포함한 수의 제곱근을 구할 때에는 먼저 주어진 수를 간단히 한 후 제곱근을 구한다.

028 필수

난이도 하

$(-6)^2$의 양의 제곱근을 A, $\sqrt{81}$의 음의 제곱근을 B라고 할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

답 3

$(-6)^2=36$의 양의 제곱근은 $\sqrt{36}=6$이므로 $A=6$

$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$이므로 $B=-3$

$\therefore A+B=6+(-3)=3$

029

난이도 하

제곱근 144를 A, $(-7)^2$의 음의 제곱근을 B라고 할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

답 5

제곱근 144는 $\sqrt{144}=12$이므로 $A=12$

$(-7)^2=49$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{49}=-7$이므로 $B=-7$

$\therefore A+B=12+(-7)=5$

030 서술형

난이도 중

$\sqrt{16}$의 양의 제곱근을 A, $\frac{49}{4}$의 음의 제곱근을 B라고 할 때, $A-2B$의 제곱근을 구하여라.

답 ±3

$\sqrt{16}=4$의 양의 제곱근은 $\sqrt{4}=2$이므로 $A=2$ ◀30 %

$\frac{49}{4}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{49}{4}}=-\frac{7}{2}$이므로 $B=-\frac{7}{2}$ ◀30 %

$\therefore A-2B=2-2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=2+7=9$ ◀10 %

따라서 $A-2B$의 제곱근은 $\pm\sqrt{9}=\pm3$ ◀30 %

031

난이도 중

$\sqrt{64}$의 양의 제곱근을 A, $\left(-\frac{3}{2}\right)^2$의 음의 제곱근을 B라고 할 때, A^2B의 값을 구하여라.

답 -12

$\sqrt{64}=8$의 양의 제곱근은 $\sqrt{8}$이므로 $A=\sqrt{8}$

$\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{9}{4}}=-\frac{3}{2}$이므로 $B=-\frac{3}{2}$

$\therefore A^2B=(\sqrt{8})^2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=8\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-12$

필수유형 다지기

중요한 유형 005 제곱근의 성질

$a>0$일 때

(1) a의 양의 제곱근의 제곱 또는 a의 제곱의 양의 제곱근은 원래의 수 a와 같다.

$(\sqrt{a})^2=\sqrt{a^2}=a$

(2) a의 음의 제곱근의 제곱 또는 $-a$의 제곱의 양의 제곱근은 원래의 수 a와 같다.

$(-\sqrt{a})^2=\sqrt{(-a)^2}=a$

풍쌤의 Point 제곱과 근호가 만나면 없어져.

032 필수 난이도 하

다음 중 옳은 것은?

① $-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{\left(-\frac{1}{6}\right)^2}=-\frac{1}{6}$

③ $-\sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2}=\frac{9}{4}$ ④ $(-\sqrt{0.7})^2=0.7$

⑤ $-(-\sqrt{8})^2=8$

답 ④

① $-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=-\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{\left(-\frac{1}{6}\right)^2}=\frac{1}{6}$ ③ $-\sqrt{\left(-\frac{9}{4}\right)^2}=-\frac{9}{4}$

⑤ $-(-\sqrt{8})^2=-8$

033 난이도 하

다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{5^2}$ ② $-\sqrt{(-5)^2}$ ③ $-(\sqrt{5})^2$

④ $(-\sqrt{5})^2$ ⑤ $-(-\sqrt{5})^2$

답 ④

① $-\sqrt{5^2}=-5$ ② $-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{5^2}=-5$

③ $-(\sqrt{5})^2=-5$ ④ $(-\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})^2=5$

⑤ $-(-\sqrt{5})^2=-(\sqrt{5})^2=-5$

034 난이도 하

다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{\frac{1}{9}}$ ② $\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}$ ③ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

④ $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ ⑤ $\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2}$

답 ④

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

035 난이도 중

$(-\sqrt{16})^2$의 양의 제곱근을 A, $\sqrt{(-25)^2}$의 음의 제곱근을 B라고 할 때, $\sqrt{-45AB}$의 값을 구하여라.

답 30

$(-\sqrt{16})^2=16$의 양의 제곱근은 $\sqrt{16}=4$이므로 $A=4$

$\sqrt{(-25)^2}=25$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{25}=-5$이므로 $B=-5$

$\therefore \sqrt{-45AB}=\sqrt{-45\times4\times(-5)}=\sqrt{900}=30$

중요한 유형 006 제곱근의 성질을 이용한 계산

풍쌤의 Point 제곱근의 성질을 이용하여 먼저 각 항의 근호를 없앤 후 계산해.

036 필수 난이도 하

다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{25}+\sqrt{(-3)^2}=2$

② $(-\sqrt{6})^2-\sqrt{(-2)^2}=-8$

③ $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}\times(-\sqrt{36})=-2$

④ $(-\sqrt{10})^2\div\sqrt{5^2}=-2$

⑤ $-\sqrt{\frac{9}{16}}\div(-\sqrt{4})^2=-3$

답 ③

① $\sqrt{25}+\sqrt{(-3)^2}=8$ ② $(-\sqrt{6})^2-\sqrt{(-2)^2}=4$

④ $(-\sqrt{10})^2\div\sqrt{5^2}=2$ ⑤ $-\sqrt{\frac{9}{16}}\div(-\sqrt{4})^2=-\frac{3}{16}$

037 난이도 하

$-\sqrt{16}-(-\sqrt{7})^2+\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{144}$를 계산하면?

① -18 ② -14 ③ 0

④ 4 ⑤ 14

답 ①

(주어진 식)$=-\sqrt{4^2}-(\sqrt{7})^2+\sqrt{5^2}-\sqrt{12^2}$

$=-4-7+5-12=-18$

038 난이도 중

$\sqrt{169}+\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\times(-\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{(-4)^2}$을 계산하여라.

답 8

(주어진 식)$=\sqrt{13^2}+\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\times(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{4^2}$

$=13+\frac{1}{2}\times6-2\times4=13+3-8=8$

039 서술형 난이도 중

$A=(-\sqrt{16})^2-\sqrt{\left(-\frac{9}{10}\right)^2}\times\sqrt{400}$,

$B=\sqrt{(-8)^2}-(-\sqrt{3})^2\div\sqrt{\frac{1}{16}}$일 때, $2AB$의 양의 제곱근을 구하여라.

답 4

$A=(\sqrt{16})^2-\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2}\times\sqrt{20^2}=16-\frac{9}{10}\times20=-2$ ◀30 %

$B=\sqrt{8^2}-(\sqrt{3})^2\div\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2}=8-3\div\frac{1}{4}=8-3\times4=-4$ ◀30 %

$\therefore 2AB=2\times(-2)\times(-4)=16$ ◀10 %

따라서 $2AB$의 양의 제곱근은 $\sqrt{16}=4$ ◀30 %

유형 007 $\sqrt{a^2}$의 꼴의 식을 간단히 하기

$\sqrt{a^2}$의 꼴의 식을 간단히 하려면 a의 부호를 조사하면 된다.
(1) $a \geq 0$이면 $\sqrt{a^2}=a$ (부호 그대로)
(2) $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$ (부호 반대로)
예 $a<0$일 때, $2a<0$, $-a>0$이므로
$\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-a)^2}=-2a+(-a)=-3a$

풍쌤의 Point 근호를 없앨 때에는 부호를 주의해!

040 필수

난이도 중

$a>0$, $b<0$일 때, $(-\sqrt{2a})^2-\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{9b^2}$을 간단히 하면?

① $-2a-3b$ ② $-2a+3b$ ③ $2a-3b$
④ $2a+3b$ ⑤ $3a+2b$

답 ①
$a>0$, $b<0$일 때, $2a>0$, $-4a<0$, $3b<0$이므로
(주어진 식)$=(\sqrt{2a})^2-\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$
$=2a-\{-(-4a)\}-3b$
$=2a-4a-3b=-2a-3b$

041

난이도 중

$a>0$일 때, 다음 보기 중 간단히 한 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은?

보기
ㄱ. $(\sqrt{a})^2$ ㄴ. $-\sqrt{a^2}$
ㄷ. $(-\sqrt{a})^2$ ㄹ. $-\sqrt{(-a)^2}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

답 ②
$a>0$일 때, $-a<0$이므로
ㄱ. $(\sqrt{a})^2=a$ ㄴ. $-\sqrt{a^2}=-a$
ㄷ. $(-\sqrt{a})^2=a$ ㄹ. $-\sqrt{(-a)^2}=-a$

042

난이도 중

$a<0$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{(3a)^2}=-3a$ ② $-\sqrt{(-5a)^2}=5a$
③ $\sqrt{(-8a)^2}=-8a$ ④ $-\sqrt{16a^2}=4a$
⑤ $\sqrt{121a^2}=11a$

답 ⑤
$a<0$일 때
⑤ $11a<0$이므로 $\sqrt{121a^2}=\sqrt{(11a)^2}=-11a$

043

난이도 중

$a>0$, $b<0$일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $-(-\sqrt{a})^2=-a$ ② $\sqrt{(-a)^2}=-a$
③ $-\sqrt{(-a)^2}=-a$ ④ $\sqrt{(-b)^2}=-b$
⑤ $-\sqrt{(-b)^2}=-b$

답 ②, ⑤
$a>0$, $b<0$일 때, $-a<0$, $-b>0$이므로
② $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
⑤ $-\sqrt{(-b)^2}=-(-b)=b$

044

난이도 중

$a>0$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 수는?

$$\sqrt{16a^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(-8a)^2}=\square\times a$$

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ①
$a>0$일 때, $4a>0$, $-2a<0$, $-8a<0$이므로
(좌변)$=\sqrt{(4a)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(-8a)^2}$
$=4a-(-2a)-\{-(-8a)\}$
$=4a+2a-8a=-2a$
따라서 □ 안에 알맞은 수는 -2이다.

045

난이도 중

$x<0$일 때, $\sqrt{(-5x)^2}-\sqrt{(6x)^2}-\sqrt{9x^2}$을 간단히 하여라.

답 $4x$
$x<0$일 때, $-5x>0$, $6x<0$, $3x<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{(-5x)^2}-\sqrt{(6x)^2}-\sqrt{(3x)^2}$
$=-5x-(-6x)-(-3x)$
$=-5x+6x+3x$
$=4x$

046

난이도 중

$x<0$, $y>0$일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$-\sqrt{36x^2}-\sqrt{(-y)^2}+\sqrt{4x^2}+\sqrt{(-5y)^2}$$

답 $4x+4y$
$x<0$, $y>0$일 때, $6x<0$, $2x<0$, $-y<0$, $-5y<0$이므로
(주어진 식)$=-\sqrt{(6x)^2}-\sqrt{(-y)^2}+\sqrt{(2x)^2}+\sqrt{(-5y)^2}$
$=-(-6x)-\{-(-y)\}-2x-(-5y)$
$=6x-y-2x+5y$
$=4x+4y$

필수유형 다지기

중요한

유형 008 $\sqrt{(a-b)^2}$의 꼴의 식을 간단히 하기

$\sqrt{(a-b)^2}$의 꼴의 식을 간단히 하려면 $a-b$의 부호를 조사하면 된다.

(1) $a>b$이면 $a-b>0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

(2) $a<b$이면 $a-b<0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)$

예 $1<a<2$일 때, $a-1>0$, $a-2<0$이므로

$$\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-2)^2}=a-1-(a-2)$$
$$=a-1-a+2$$
$$=1$$

풍쌤의 Point 유형 **007**과 같이 $\sqrt{(a-b)^2}$의 꼴에서도 $a-b$를 하나의 문자로 생각하자.

047 필수

난이도 중

$0<x<6$일 때, $\sqrt{(-x)^2}+\sqrt{(x-6)^2}$을 간단히 하면?

① 0 ② 6 ③ $2x$
④ $2x-6$ ⑤ $2x+6$

답 ②

$0<x<6$일 때, $-x<0$, $x-6<0$이므로

(주어진 식)$=-(-x)-(x-6)$
$=x-x+6=6$

048

난이도 중

$-7<a<7$일 때, $\sqrt{(a+7)^2}-\sqrt{(a-7)^2}$을 간단히 하면?

① -14 ② $-2a$ ③ $2a$
④ 14 ⑤ $2a+14$

답 ③

$-7<a<7$일 때, $a+7>0$, $a-7<0$이므로

(주어진 식)$=a+7-\{-(a-7)\}$
$=a+7+a-7=2a$

049

난이도 중

$-3<a<2$일 때, $\sqrt{(-a-3)^2}+\sqrt{(2-a)^2}$을 간단히 하면?

① -5 ② $-2a-1$ ③ 0
④ $2a+1$ ⑤ 5

답 ⑤

$-3<a<2$일 때, $-a-3<0$, $2-a>0$이므로

(주어진 식)$=-(-a-3)+2-a$
$=a+3+2-a=5$

050

난이도 중

$-1<x<3$일 때, $\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(3-x)^2}-\sqrt{(x-4)^2}$을 간단히 하면?

① $-3x-2$ ② $-x-8$ ③ $-x$
④ $x-6$ ⑤ x

답 ⑤

$-1<x<3$일 때, $x+1>0$, $3-x>0$, $x-4<0$이므로

(주어진 식)$=x+1+3-x-\{-(x-4)\}$
$=x+1+3-x+x-4=x$

051

난이도 중

$2<a<b$일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(2-a)^2}+\sqrt{(b-2)^2}$을 간단히 하여라.

답 $-2a+2b$

$2<a<b$일 때, $a-b<0$, $2-a<0$, $b-2>0$이므로

(주어진 식)$=-(a-b)-\{-(2-a)\}+b-2$
$=-a+b+2-a+b-2$
$=-2a+2b$

052

난이도 상

$a<0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2}-\sqrt{4b^2}+\sqrt{(2a-b)^2}$을 간단히 하여라.

답 $-3a-b$

$a<0$, $b>0$일 때, $2b>0$, $2a-b<0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{a^2}-\sqrt{(2b)^2}+\sqrt{(2a-b)^2}$
$=-a-2b-(2a-b)$
$=-a-2b-2a+b$
$=-3a-b$

053

난이도 상

$a-b>0$, $ab<0$일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(b-a)^2}$을 간단히 하여라.

답 0

$a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이므로

$a>0$, $b<0$, $b-a<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=a-b-\{-(b-a)\}$
$=a-b+b-a=0$

유형 009 $\sqrt{Ax}$가 자연수가 될 조건

❶ A를 소인수분해한다.
❷ Ax의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 하는 x의 값을 구한다.

풍쌤의 Point $\sqrt{Ax}$가 자연수가 되려면 Ax를 소인수분해하였을 때 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 해.

054 필수

난이도 중

$\sqrt{504x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 6 ② 7 ③ 14
④ 21 ⑤ 42

답 ③
$\sqrt{504x}=\sqrt{2^3\times3^2\times7\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=2\times7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $x=2\times7=14$

055

난이도 중

$\sqrt{\frac{75a}{2}}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값을 구하여라.

답 6
$\sqrt{\frac{75a}{2}}=\sqrt{\frac{3\times5^2\times a}{2}}$가 자연수가 되려면 분모의 2가 약분되고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $a=2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 $a=2\times3=6$

056

난이도 상

다음 중 $\sqrt{160x}$가 자연수가 되도록 하는 x의 값을 모두 고르면? (정답 2개)

① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50

답 ①, ④
$\sqrt{160x}=\sqrt{2^5\times5\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=2\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
① $10=2\times5\times1^2$ ② $20=2\times5\times2$
③ $30=2\times5\times3$ ④ $40=2\times5\times4=2\times5\times2^2$
⑤ $50=2\times5\times5$

057

난이도 상

$\sqrt{48x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x의 값을 구하여라.

답 12
$\sqrt{48x}=\sqrt{2^4\times3\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 두 자리의 자연수 x의 값은 $x=3\times2^2=12$

유형 010 $\sqrt{\frac{A}{x}}$가 자연수가 될 조건

❶ A를 소인수분해 한다.
❷ $\frac{A}{x}$의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 하는 x의 값을 구한다.

풍쌤의 Point $\sqrt{\frac{A}{x}}$가 자연수가 되려면 분모가 약분되고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 해.

058 필수

난이도 중

$\sqrt{\frac{540}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5
④ 10 ⑤ 15

답 ⑤
$\sqrt{\frac{540}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x가 540의 약수이고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $x=3\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $x=3\times5=15$

059

난이도 중

$\sqrt{\frac{96}{x}}$이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값을 구하여라.

답 6
$\sqrt{\frac{96}{x}}=\sqrt{\frac{2^5\times3}{x}}$이 가장 큰 자연수가 되려면 x는 가장 작은 자연수이어야 하므로 $x=2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴의 수 중 가장 작은 수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $x=2\times3=6$

060 서술형

난이도 중

$\sqrt{\frac{360}{m}}=n$이라고 할 때, n이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 m과 그때의 n에 대하여 $m+n$의 값을 구하여라. 답 16

n이 자연수가 되려면 $\frac{360}{m}=\frac{2^3\times3^2\times5}{m}$에서 가장 작은 자연수 m은
$m=2\times5=10$ ◀60 %
$m=10$일 때, $n=\sqrt{\frac{360}{10}}=\sqrt{36}=6$ ◀30 %
$\therefore m+n=10+6=16$ ◀10 %

061 창의

난이도 중

넓이가 $\frac{168}{x}$인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하여라.

답 42
넓이가 $\frac{168}{x}$인 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{168}{x}}$이다.
$\sqrt{\frac{168}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3\times7}{x}}$이므로 색종이의 한 변의 길이가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은 $x=2\times3\times7=42$

필수유형 다지기

중요한 유형 011 $\sqrt{A+x}$가 자연수가 될 조건

자연수 x에 대하여 $\sqrt{A+x}$가 자연수가 되려면 $A+x$가 제곱인 수이어야 한다. 즉, A보다 큰 제곱인 수를 찾으면 된다.

예 $\sqrt{10+x}$가 자연수가 되려면
$10+x=16, 25, 36, \cdots$
$\therefore x=6, 15, 26, \cdots$

풍쌤의 Point 제곱인 수의 양의 제곱근은 자연수야.

062 필수

난이도 중

$\sqrt{56+x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하여라.

답 8
$\sqrt{56+x}$가 자연수가 되려면 $56+x$가 56보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$56+x=64, 81, 100, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수는 64이므로
$56+x=64 \quad \therefore x=8$

063

난이도 중

다음 중 $\sqrt{28+x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 8 ② 21 ③ 36
④ 53 ⑤ 68

답 ⑤
$\sqrt{28+x}$가 자연수가 되려면 $28+x$가 28보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$28+x=36, 49, 64, 81, 100, \cdots$
$28+x=36$일 때 $x=8$
$28+x=49$일 때 $x=21$
$28+x=64$일 때 $x=36$
$28+x=81$일 때 $x=53$
$28+x=100$일 때 $x=72$
⋮

064

난이도 중

$\sqrt{14+m}=n$이라고 할 때, n이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 m과 그때의 n에 대하여 $m+n$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

답 ②
n이 자연수가 되려면 $14+m$이 14보다 큰 제곱인 수이어야 하므로
$14+m=16, 25, 36, \cdots$
m이 가장 작은 자연수인 경우는 $14+m=16$이므로 $m=2$
$m=2$일 때, $n=\sqrt{14+2}=\sqrt{16}=4$
$\therefore m+n=2+4=6$

중요한 유형 012 $\sqrt{A-x}$가 자연수 또는 정수가 될 조건

자연수 x에 대하여 $\sqrt{A-x}$가 자연수가 되려면 $A-x$가 제곱인 수이어야 한다. 즉, A보다 작은 제곱인 수를 찾으면 된다.

예 ① $\sqrt{10-x}$가 자연수가 되려면
$10-x=1, 4, 9$
$\therefore x=9, 6, 1$
② $\sqrt{10-x}$가 정수가 되려면
$10-x=0, 1, 4, 9$ ⇦ 0도 정수
$\therefore x=10, 9, 6, 1$

풍쌤의 Point $\sqrt{A-x}$가 자연수 ⇨ $A-x=1, 4, 9, 16, \cdots$
$\sqrt{A-x}$가 정수 ⇨ $A-x=0, 1, 4, 9, 16, \cdots$

065 필수

난이도 중

$\sqrt{24-n}$이 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합은?

① 62 ② 64 ③ 66
④ 68 ⑤ 70

답 ③
$\sqrt{24-n}$이 자연수가 되려면 $24-n$은 24보다 작은 제곱인 수이어야 하므로
$24-n=1, 4, 9, 16 \quad \therefore n=23, 20, 15, 8$
따라서 모든 자연수 n의 값의 합은
$23+20+15+8=66$

066

난이도 상

$\sqrt{19-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 중에서 가장 큰 수를 M, 가장 작은 수를 m이라고 할 때, $M+m$의 값을 구하여라.

답 21
$\sqrt{19-x}$가 자연수가 되려면 $19-x$는 19보다 작은 제곱인 수이어야 하므로
$19-x=1, 4, 9, 16 \quad \therefore x=18, 15, 10, 3$
따라서 $M=18$, $m=3$이므로
$M+m=18+3=21$

067

난이도 상

$\sqrt{32-n}$이 정수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하여라.

답 6
$\sqrt{32-n}$이 정수가 되려면 $32-n$은 0 또는 32보다 작은 제곱인 수이어야 하므로
$32-n=0, 1, 4, 9, 16, 25$
$\therefore n=32, 31, 28, 23, 16, 7$
따라서 $\sqrt{32-n}$이 정수가 되도록 하는 자연수 n은 6개이다.

중요한
유형 013 제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때
(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$, $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$

풍쌤의 Point 제곱을 하든지, 근호를 사용해 나타내든지 두 수를 같은 형태로 나타낸 후 대소를 비교해.

068 필수
난이도 중

다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\sqrt{5}>-\sqrt{3}$　② $\sqrt{6}>3$
③ $-\sqrt{35}<-6$　④ $\sqrt{0.4}>0.2$
⑤ $\frac{1}{3}>\sqrt{\frac{1}{3}}$

답 ④
① $\sqrt{5}>\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$
② $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{6}<3$
③ $6=\sqrt{36}$이고 $\sqrt{35}<\sqrt{36}$이므로 $\sqrt{35}<6$　$\therefore -\sqrt{35}>-6$
⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{9}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 $\frac{1}{3}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

069
난이도 중

다음 수 중 가장 큰 수를 a, 가장 작은 수를 b라고 할 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

$\sqrt{11}$, 4, $-\sqrt{21}$, $\sqrt{7}$, $-\sqrt{17}$, 3

답 37
(i) $\sqrt{11}$, 4, $\sqrt{7}$, 3의 각 수를 제곱하면 11, 16, 7, 9이므로
$4>\sqrt{11}>3>\sqrt{7}$
따라서 가장 큰 수 a는 $a=4$
(ii) $\sqrt{21}>\sqrt{17}$이므로 $-\sqrt{21}<-\sqrt{17}$
따라서 가장 작은 수 b는 $b=-\sqrt{21}$
$\therefore a^2+b^2=4^2+(-\sqrt{21})^2=16+21=37$

070
난이도 중

다음 수를 큰 수부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{4}$, $\frac{3}{2}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{(-5)^2}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$

답 $\frac{3}{2}$
$-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{5^2}=-5$는 음수이므로 주어진 수 중 가장 작은 수이다.
또한, $\frac{3}{2}=\sqrt{\frac{9}{4}}$이고 $4>3>\frac{9}{4}>\frac{1}{2}$이므로
$\sqrt{4}>\sqrt{3}>\frac{3}{2}>\sqrt{\frac{1}{2}}>-\sqrt{(-5)^2}$

유형 014 제곱근의 성질과 대소 관계

$\sqrt{(a-b)^2}$의 꼴을 간단히 할 때 먼저 두 수 a, b의 대소를 비교한다.
(1) $a>b$이면 $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$
(2) $a<b$이면 $\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)$

예 (1) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$에서 $\sqrt{2}>1$이므로
$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt{2}-1$
(2) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$에서 $1<\sqrt{2}$이므로
$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$

071 필수
난이도 중

$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}$을 간단히 하여라.

답 -1
$\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$에서 $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{2}$이므로 $2-\sqrt{2}>0$
$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}=2-\sqrt{2}$
$\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}$에서 $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}>\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{2}-3<0$
$\therefore \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=-(\sqrt{2}-3)$
$\therefore$ (주어진 식)$=2-\sqrt{2}-\{-(\sqrt{2}-3)\}$
$=2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-3=-1$

072
난이도 중

$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$을 간단히 하여라.

답 1
$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$에서 $1=\sqrt{1}$이고 $\sqrt{3}>\sqrt{1}$이므로 $1-\sqrt{3}<0$
$\therefore \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=-(1-\sqrt{3})$
$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$에서 $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{3}$이므로 $2-\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=2-\sqrt{3}$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(1-\sqrt{3})+2-\sqrt{3}$
$=-1+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=1$

073
난이도 중

$x=3$, $y=1-\sqrt{15}$일 때, $\sqrt{(x+y)^2}+\sqrt{(x-y)^2}$의 값을 구하여라.

답 6
$x+y=3+(1-\sqrt{15})=4-\sqrt{15}$
$4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$이므로 $4-\sqrt{15}>0$
$\therefore \sqrt{(x+y)^2}=4-\sqrt{15}$
$x-y=3-(1-\sqrt{15})=2+\sqrt{15}>0$
$\therefore \sqrt{(x-y)^2}=2+\sqrt{15}$
$\therefore$ (주어진 식)$=4-\sqrt{15}+2+\sqrt{15}=6$

만점에 도전하기

074

다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{\frac{1}{4}}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$이다.

② 제곱근 $\frac{81}{64}$은 $\pm\frac{9}{8}$이다.

③ $-\sqrt{11}$은 -11의 음의 제곱근이다.

④ $\sqrt{(-0.01)^2}$의 양의 제곱근은 0.1이다.

⑤ 음이 아닌 수의 제곱근은 2개이며, 그 절댓값은 서로 같다.

답 ①, ④

② 제곱근 $\frac{81}{64}$은 $\sqrt{\frac{81}{64}}=\frac{9}{8}$이다.

③ 음수의 제곱근은 없다.

⑤ 0의 제곱근은 0 하나뿐이다.

075

$\left(-\frac{21}{16}\right)^2$의 양의 제곱근을 A, $5.\dot{4}$의 음의 제곱근을 B라고 할 때, $A\div B$의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{9}{16}$ ③ $-\frac{5}{8}$

④ $-\frac{11}{16}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

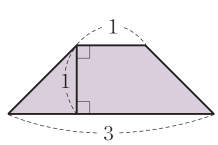
답 ②

$A=\sqrt{\left(-\frac{21}{16}\right)^2}=\frac{21}{16}$, $B=-\sqrt{5.\dot{4}}=-\sqrt{\frac{49}{9}}=-\frac{7}{3}$

$\therefore A\div B=\frac{21}{16}\div\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{21}{16}\times\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{9}{16}$

076

오른쪽 사다리꼴과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



답 $\sqrt{2}$

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(1+3)\times1=2$

정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 $x^2=2$

$\therefore x=\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

077 서술형

반지름의 길이가 각각 4, 5인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 가지는 원의 반지름의 길이를 구하여라.

답 $\sqrt{41}$

반지름의 길이가 각각 4, 5인 두 원의 넓이의 합은

$\pi\times4^2+\pi\times5^2=16\pi+25\pi=41\pi$ ◀40 %

구하는 원의 반지름의 길이를 r이라고 하면

$\pi r^2=41\pi$, $r^2=41$ $\quad\therefore r=\sqrt{41}$ ($\because r>0$) ◀60 %

078

서로소인 두 자연수 m, n에 대하여 $\sqrt{1.0\dot{2}\times\frac{n}{m}}=0.\dot{2}$일 때, $m-n$의 값을 구하여라.

답 197

$1.0\dot{2}=\frac{46}{45}$, $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$이므로 $\sqrt{\frac{46}{45}\times\frac{n}{m}}=\frac{2}{9}$

양변을 제곱하면

$\frac{46}{45}\times\frac{n}{m}=\frac{4}{81}$ $\quad\therefore \frac{n}{m}=\frac{10}{207}$

따라서 $m=207$, $n=10$이므로 $m-n=207-10=197$

079

다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $(-\sqrt{8})^2-\sqrt{(-3)^2}=-11$

② $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}\times(-\sqrt{100})=-20$

③ $-\sqrt{\frac{36}{25}}\div\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=-3$

④ $\sqrt{(5-\sqrt{30})^2}=5-\sqrt{30}$

⑤ $\sqrt{(6-\sqrt{35})^2}=6-\sqrt{35}$

답 ③, ⑤

① $(-\sqrt{8})^2-\sqrt{(-3)^2}=(\sqrt{8})^2-\sqrt{3^2}=5$

② $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}\times(-\sqrt{100})=\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2}\times(-\sqrt{10^2})=-2$

④ $5=\sqrt{25}$이고 $\sqrt{30}>\sqrt{25}$이므로 $5-\sqrt{30}<0$

$\therefore \sqrt{(5-\sqrt{30})^2}=-(5-\sqrt{30})=\sqrt{30}-5$

080

$\sqrt{(x-4)^2}=2$를 만족시키는 모든 x의 값의 합을 구하여라.

답 8

(i) $x-4\geq0$일 때, $\sqrt{(x-4)^2}=x-4=2$ $\quad\therefore x=6$

(ii) $x-4<0$일 때, $\sqrt{(x-4)^2}=-(x-4)=2$ $\quad\therefore x=2$

따라서 모든 x의 값의 합은 $6+2=8$

081

$a<0$이고 $b=\sqrt{(-a)^2}$, $c=-\sqrt{9b^2}$일 때, $a+b-c$를 간단히 하면?

① $-3a$ ② $-a$ ③ 0

④ a ⑤ $3a$

답 ①

$a<0$일 때, $-a>0$이므로 $b=\sqrt{(-a)^2}=-a$

또한, $b=-a>0$이므로 $3b>0$

$\therefore c=-\sqrt{9b^2}=-\sqrt{(3b)^2}=-3b=3a$

$\therefore a+b-c=a-a-3a=-3a$

082

두 실수 a, b에 대하여 $a<b$, $ab<0$일 때,
$|a|+(-\sqrt{b})^2-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(3a-b)^2}$을 간단히 하여라.

답 $5a$

$ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이고, $a<b$이므로
$a<0$, $b>0$, $-3a>0$, $3a-b<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=|a|+(\sqrt{b})^2-\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(3a-b)^2}$
$=-a+b-(-3a)-\{-(3a-b)\}$
$=-a+b+3a+3a-b=5a$

083

$\sqrt{\dfrac{63m}{4}}=n$이라고 할 때, n이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 m과 그때의 n에 대하여 $m+n$의 값을 구하여라.

답 49

n이 자연수가 되려면 $\dfrac{63m}{4}=\dfrac{3^2\times7\times m}{4}$에서 분모의 4가 약분되고 분자의 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $m=4\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 m은 $m=4\times7=28$
$m=28$일 때, $n=\sqrt{\dfrac{63\times28}{4}}=\sqrt{3^2\times7^2}=\sqrt{21^2}=21$
$\therefore m+n=28+21=49$

084

$\sqrt{45-a}-\sqrt{12+b}$의 값이 가장 큰 정수가 되도록 하는 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 13

$\sqrt{45-a}-\sqrt{12+b}$의 값이 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{45-a}$는 가장 큰 정수가 되고 $\sqrt{12+b}$는 가장 작은 정수가 되어야 한다.
(i) $\sqrt{45-a}$가 가장 큰 정수가 되어야 하므로 $45-a=36$ $\quad\therefore a=9$
(ii) $\sqrt{12+b}$가 가장 작은 정수가 되어야 하므로 $12+b=16$ $\quad\therefore b=4$
$\therefore a+b=9+4=13$

085

$0<a<1$일 때, 다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{a}$ ② a ③ $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$
④ $\dfrac{1}{a}$ ⑤ a^2

답 ④

$a=0.01$이라고 하면
① $\sqrt{a}=\sqrt{0.01}=\sqrt{(0.1)^2}=0.1$ ② $a=0.01$
③ $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{0.01}}=\dfrac{1}{0.1}=10$ ④ $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{0.01}=100$
⑤ $a^2=(0.01)^2=0.0001$

086

$A=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x+1)^2}$일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기
ㄱ. $x>1$이면 $A=2x$
ㄴ. $-1<x<1$이면 $A=-2$
ㄷ. $x<-1$이면 $A=-2x$

답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $x>1$이면 $x-1>0$, $x+1>0$
$\therefore A=x-1+x+1=2x$
ㄴ. $-1<x<1$이면 $x-1<0$, $x+1>0$
$\therefore A=-(x-1)+x+1=2$
ㄷ. $x<-1$이면 $x-1<0$, $x+1<0$
$\therefore A=-(x-1)-(x+1)=-2x$

087

$0<a<1$일 때, $\sqrt{\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2}$을 간단히 하여라.

답 $\dfrac{2}{a}$

$0<a<1$일 때, $\dfrac{1}{a}>1$이므로
$a+\dfrac{1}{a}>0$, $a-\dfrac{1}{a}<0$
$\therefore \sqrt{\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2}=a+\dfrac{1}{a}-\left(a-\dfrac{1}{a}\right)=\dfrac{2}{a}$

088 서술형

$1<a<3$일 때, $\sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$을 간단히 하여라.

답 $\sqrt{3}$

(i) $1<a<3$일 때, $a-1>0$, $a-3<0$ ◀20 %
(ii) $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}>\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{3}-2<0$ ◀30 %
$\therefore$ (주어진 식)$=a-1-\{-(\sqrt{3}-2)\}-(a-3)$ ◀40 %
$=a-1+\sqrt{3}-2-a+3$
$=\sqrt{3}$ ◀10 %

089

다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}-\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}+(\sqrt{7})^2+(-\sqrt{6})^2$$

답 13

$3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{10}>\sqrt{9}$이므로
$3-\sqrt{10}<0$, $\sqrt{10}-3>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(3-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)+7+6$
$=-3+\sqrt{10}-\sqrt{10}+3+7+6=13$

2 무리수와 실수

01 무리수와 실수

(1) **무리수**: 유리수가 아닌 수, 즉 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수

(2) **실수**: 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

(3) **실수의 분류**

- 실수
  - 유리수
    - 정수
      - 양의 정수 (자연수): $1, 2, 3, \cdots$
      - 0
      - 음의 정수: $-1, -2, -3, \cdots$
    - 정수가 아닌 유리수: $0.2, \frac{1}{3}, \cdots$ (유한소수, 순환소수)
  - 무리수(순환하지 않는 무한소수): $\pi, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, \cdots$

참고 소수
- 유한소수 ⇨ 유리수
- 무한소수
  - 순환소수 ⇨ 유리수
  - 순환하지 않는 무한소수 ⇨ 무리수

- 유리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴, 즉 분수로 나타낼 수 있다.
- 특별한 말이 없을 때 '수'는 '실수'를 의미한다.
- 근호를 사용하여 나타낸 수 중에서 근호를 없앨 수 있는 수는 유리수이다.
  ⇨ $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$
  $-\sqrt{4}=-\sqrt{2^2}=-2$

02 제곱근표를 이용한 제곱근의 값

(1) **제곱근표**: 1.00부터 99.9까지의 수의 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표

수	0	1	2	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋯
6.0	2.449	2.452	2.454	⋯
6.1	2.470	2.472	2.474	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋯

(2) **제곱근표 읽는 법**: 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 적힌 수를 읽는다.

예 제곱근표에서 $\sqrt{6.12}$의 값은 6.1의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳의 수인 2.474이다.

- 제곱근표에 있는 값은 대부분 어림한 값이지만 등호를 사용하여 나타낸다.
  ⇨ $\sqrt{6.12}=2.474$

03 실수와 수직선

(1) **실수와 수직선**

① 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응하고, 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 대응한다.

② 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

③ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

(2) **실수의 대소 관계**

두 실수 a, b에 대하여

① $a-b>0$이면 $a>b$ ② $a-b=0$이면 $a=b$ ③ $a-b<0$이면 $a<b$

- 수(數)직선은 실수를 나타내는 직선이다.
- 세 실수 a, b, c에 대하여 $a>b$이고 $b>c$이면 $a>b>c$이다.

개념 확인하기

정답과 풀이 11쪽

01 무리수와 실수

090

다음 수가 유리수인 것은 '유', 무리수인 것은 '무'를 ( ) 안에 써넣어라.

(1) 0 (유) (2) 3.14 (유)

(3) $4.\dot{5}6\dot{7}$ (유) (4) $\sqrt{10}$ (무)

(5) $\sqrt{0.09}$ (유) (6) $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ (무)

091

다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 ( ) 안에 써넣어라.

(1) $\sqrt{36}$은 무리수이다. (×)

(2) 무한소수는 모두 무리수이다. (×)

(3) $\sqrt{8}$은 순환하지 않는 무한소수이다. (○)

(4) 유리수는 모두 정수 또는 유한소수이다. (×)

(5) 무리수는 모두 무한소수로 나타내어진다. (○)

(6) $\sqrt{6}$은 분모, 분자가 정수인 분수의 꼴로 나타낼 수 있다. (×)

092

실수를 다음과 같이 분류할 때, 다음 중 □ 안의 수에 해당하는 것은?

$$\text{실수}\begin{cases}\text{유리수}\\ \square\end{cases}$$

① $\sqrt{9}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $0.\dot{1}\dot{2}$

④ $\sqrt{0.4}$ ⑤ -7.54

답 ④

□ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.

$\sqrt{9}=3$, $\frac{10}{9}$, $0.\dot{1}\dot{2}$, -7.54 ⇨ 유리수

따라서 무리수는 ④ $\sqrt{0.4}$이다.

02 제곱근표를 이용한 제곱근의 값

093

다음 제곱근표를 보고 제곱근의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456

(1) $\sqrt{5.9}$ (2) $\sqrt{5.93}$

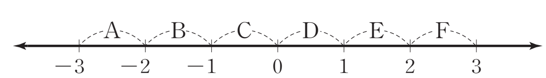
(3) $\sqrt{6}$ (4) $\sqrt{6.02}$

답 (1) 2.429 (2) 2.435 (3) 2.449 (4) 2.454

03 실수와 수직선

094

수직선 위의 구간 A, B, C, D, E, F 중에서 다음 수에 대응하는 점이 있는 구간을 구하여라.



(1) $\sqrt{8}$ (2) $-\sqrt{8}$

(3) $\sqrt{8}-1$ (4) $-\sqrt{8}+1$

답 (1) 구간 F (2) 구간 A (3) 구간 E (4) 구간 B

095

다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $\sqrt{3}+1$ $\boxed{<}$ 3

(2) $\sqrt{7}-2$ $\boxed{>}$ $\sqrt{6}-2$

(3) $\sqrt{10}-\sqrt{3}$ $\boxed{<}$ $\sqrt{10}-\sqrt{2}$

(1) $(\sqrt{3}+1)-3=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{3}+1 \boxed{<} 3$

(2) $(\sqrt{7}-2)-(\sqrt{6}-2)=\sqrt{7}-\sqrt{6}>0$
$\therefore \sqrt{7}-2 \boxed{>} \sqrt{6}-2$

(3) $(\sqrt{10}-\sqrt{3})-(\sqrt{10}-\sqrt{2})=-\sqrt{3}+\sqrt{2}<0$
$\therefore \sqrt{10}-\sqrt{3} \boxed{<} \sqrt{10}-\sqrt{2}$

필수유형 다지기

중요한

유형 015 유리수와 무리수 구별하기

유리수	$\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수
	정수, 유한소수, 순환소수
	근호를 없앨 수 있는 수
무리수	유리수가 아닌 실수
	순환하지 않는 무한소수
	근호를 없앨 수 없는 수

풍쌤의 Point 근호가 있다고 해서 모두 무리수는 아니야. 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 유리수야.

096 필수

난이도 하

다음 수 중 무리수의 개수를 구하여라.

$$\sqrt{144},\ -\sqrt{12},\ 5.\dot{6},\ -\sqrt{0.09},\ \pi,\ \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$$

답 2

$\sqrt{144}=12,\ 5.\dot{6}=\frac{51}{9}=\frac{17}{3},\ -\sqrt{0.09}=-0.3,\ \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$

따라서 무리수는 $-\sqrt{12},\ \pi$의 2개이다.

097

난이도 하

다음 중 무리수가 아닌 것은?

① $-\dfrac{\pi}{12}$　② $0.101001000\cdots$

③ $\sqrt{3.24}$　④ $\sqrt{4.9}$

⑤ $\sqrt{2}+\sqrt{9}$

답 ③

③ $\sqrt{3.24}=1.8$ (유리수)

④ $\sqrt{4.9}=\sqrt{\frac{49}{10}}$ (무리수)

⑤ $\sqrt{2}+\sqrt{9}=\sqrt{2}+3$ (무리수)

098

난이도 하

다음 수 중에서 그 제곱근이 무리수가 아닌 것은?

① 2　② 7　③ 90

④ 144　⑤ 300

답 ④

① $\pm\sqrt{2}$　② $\pm\sqrt{7}$　③ $\pm\sqrt{90}$

④ $\pm\sqrt{144}=\pm12$　⑤ $\pm\sqrt{300}$

099

난이도 하

다음 중 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 것은?

① $-\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$　② $-\sqrt{0.\dot{1}}$

③ $\sqrt{0.4}$　④ $\sqrt{\frac{25}{9}}$

⑤ $\sqrt{36}-\sqrt{16}$

답 ③

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

① $-\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=-\frac{1}{2}$　② $-\sqrt{0.\dot{1}}=-\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$

④ $\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{5}{3}$　⑤ $\sqrt{36}-\sqrt{16}=6-4=2$

100

난이도 중

다음 중 □ 안의 수에 해당하는 것은?

소수 { 유한소수
　　　무한소수 { 순환소수
　　　　　　　　□

① $-\sqrt{1}$　② $\sqrt{\frac{1}{4}}$　③ $\sqrt{2.25}$

④ $2.\dot{1}4\dot{3}$　⑤ $\sqrt{15}$

답 ⑤

□ 안의 수에 해당하는 것은 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

① $-\sqrt{1}=-1$　② $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

③ $\sqrt{2.25}=1.5$　④ $2.\dot{1}4\dot{3}=\frac{2141}{999}$

101

난이도 중

다음 중 무리수로만 짝 지어진 것은?

① $\sqrt{0.\dot{4}},\ \sqrt{\frac{2}{3}},\ \sqrt{\frac{3}{7}}$

② $0.\dot{5},\ -\pi,\ \sqrt{7}$

③ $\sqrt{6},\ -\sqrt{10},\ -\frac{\pi}{3}$

④ $-3.14,\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{3}$

⑤ $\sqrt{1.69},\ \sqrt{12},\ \sqrt{(-5)^2}$

답 ③

다음 수는 유리수이다.

① $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$　② $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$　④ $-3.14,\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{3}$

⑤ $\sqrt{1.69}=1.3,\ \sqrt{(-5)^2}=5$

유형 016 유리수와 무리수의 이해

소수
- 유한소수 ⇨ 유리수
- 무한소수
  - 순환소수 ⇨ 유리수
  - 순환하지 않는 무한소수 ⇨ 무리수

(1) m, n은 정수이고, $m \neq 0$일 때

유리수 ⇨ 분수 $\frac{n}{m}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수

무리수 ⇨ 분수 $\frac{n}{m}$의 꼴로 나타낼 수 없는 수

(2) 유리수는 무리수가 아닌 수이고, 무리수는 유리수가 아닌 수이다.

102 필수

난이도 하

다음 중 옳지 않은 것은?

① 유한소수는 모두 유리수이다.

② 무한소수는 모두 무리수이다.

③ 순환소수는 모두 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

⑤ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.

답 ②

② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

103

난이도 하

다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환소수는 유한소수이다.

② 근호가 있는 수는 무리수이다.

③ 무한소수 중에는 유리수인 것도 있다.

④ 0은 유리수이면서 동시에 무리수이다.

⑤ 유한소수는 모두 분수로 나타낼 수 있다.

답 ③, ⑤

① 순환소수는 무한소수이다.

② $\sqrt{9}=3$과 같이 근호 안의 수가 제곱인 수이면 유리수이다.

④ 0은 유리수이므로 무리수가 아니다.

104

난이도 하

다음 중 $\sqrt{3}$에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 무리수이다.

② 3의 양의 제곱근이다.

③ 제곱하면 유리수가 된다.

④ 순환하지 않는 무한소수이다.

⑤ $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있다.

답 ⑤

⑤ $\sqrt{3}$은 무리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

중요한 유형 017 실수의 분류

실수
- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수 (자연수)
    - 0
    - 음의 정수
  - 정수가 아닌 유리수
- 무리수

풍쌤의 Point 실수는 유리수와 무리수로 구성되어 있고, 유리수에는 정수, 정수에는 자연수가 있어.

105 필수

난이도 중

다음 중 □ 안의 수에 해당하는 것은?

실수
- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수 (자연수)
    - 0
    - 음의 정수
  - 정수가 아닌 유리수
- □

① $\sqrt{\frac{9}{16}}$ ② $\frac{3}{\sqrt{49}}$ ③ $-\sqrt{121}$

④ $\sqrt{1.96}$ ⑤ $\sqrt{6.4}$

답 ⑤

□ 안의 수에 해당하는 것은 유리수가 아닌 실수이므로 무리수이다.

① $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{\sqrt{49}}=\frac{3}{7}$

③ $-\sqrt{121}=-11$ ④ $\sqrt{1.96}=1.4$

106

난이도 중

다음 수에 대한 설명으로 옳은 것은?

$$\underbrace{-\sqrt{\frac{32}{2}}}_{-4},\quad \underbrace{0.\dot{2}\dot{1}}_{\frac{7}{33}},\quad -8.65,\quad \underbrace{\sqrt{4}-1}_{1},\quad \frac{7}{8},\quad -2\pi$$

① 자연수는 없다.

② 정수는 없다.

③ 정수가 아닌 유리수는 2개이다.

④ 유리수는 3개이다.

⑤ 순환하지 않는 무한소수는 1개이다.

답 ⑤

① $\sqrt{4}-1$ ② $-\sqrt{\frac{32}{2}}$, $\sqrt{4}-1$

③ $0.\dot{2}\dot{1}$, -8.65, $\frac{7}{8}$ ④ $-\sqrt{\frac{32}{2}}$, $0.\dot{2}\dot{1}$, -8.65, $\sqrt{4}-1$, $\frac{7}{8}$

⑤ -2π

필수유형 다지기

유형 018 제곱근표를 이용한 제곱근의 값 구하기

예 제곱근표에서 $\sqrt{1.48}$의 값 구하기
1.4의 가로줄과 8의 세로 줄이 만나는 곳의 수
⇨ $\sqrt{1.48}=1.217$

수	…	8	…
1.3	⋮	1.175	…
1.4	⋮	1.217	…
1.5	⋮	1.257	…

107 필수

난이도 하

다음 제곱근표에서 $\sqrt{1.52}=x$, $\sqrt{y}=1.308$일 때, $1000x+100y$의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319

답 1404
$\sqrt{1.52}=1.233$이므로 $x=1.233$
$\sqrt{1.71}=1.308$이므로 $y=1.71$
$\therefore 1000x+100y=1233+171=1404$

108

난이도 중

다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{26.2}-\sqrt{24.1}$의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3
24	4.899	4.909	4.919	4.930
25	5.000	5.010	5.020	5.030
26	5.099	5.109	5.119	5.128
27	5.196	5.206	5.215	5.225

답 0.21
$\sqrt{26.2}-\sqrt{24.1}=5.119-4.909=0.21$

109 창의

난이도 중

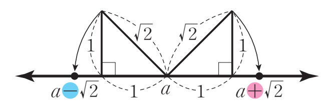
넓이가 4.83 m^2인 정사각형 모양의 스케치북의 한 변의 길이를 다음 제곱근표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	2	3	4
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957

답 2.198 m
넓이가 4.83 m^2인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{4.83}\text{ m}$
제곱근표에서 $\sqrt{4.83}=2.198$이므로 스케치북의 한 변의 길이는 2.198 m이다.

중요한 유형 019 무리수를 수직선 위에 나타내기 (1)

다음 그림에서 a를 기준으로 $\sqrt{2}$만큼 오른쪽에 있는 수는 $a+\sqrt{2}$이고, 왼쪽에 있는 수는 $a-\sqrt{2}$이다.

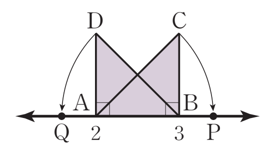


풍쌤의 Point 점이 기준점에서 오른쪽에 있으면 빗변의 길이만큼 더한 수에 대응하고, 왼쪽에 있으면 빗변의 길이만큼 뺀 수에 대응해.

110 필수

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 수직선 위에 $\angle A=\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=1$인 직각이등변삼각형 ABC, ABD를 그렸다. $\overline{AC}=\overline{AP}$, $\overline{BD}=\overline{BQ}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



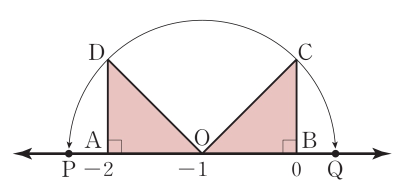
① 점 P의 좌표는 $P(2+\sqrt{2})$이다.
② 점 Q의 좌표는 $Q(2-\sqrt{2})$이다.
③ 점 P와 점 Q에 대응하는 두 수의 합은 5이다.
④ $\overline{AQ}=\sqrt{2}-1$
⑤ $\overline{BP}=\sqrt{2}+1$

답 ②, ⑤
$\overline{AC}=\overline{AP}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, $\overline{BD}=\overline{BQ}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
② 점 Q의 좌표는 $Q(3-\sqrt{2})$
⑤ $\overline{BP}=\overline{AP}-\overline{AB}=\sqrt{2}-1$

111 서술형

난이도 중

다음 그림과 같이 수직선 위에 $\angle A=\angle B=90^\circ$, $\overline{AO}=\overline{OB}=1$인 두 직각이등변삼각형 DAO, CBO를 그리고, 점 O를 중심으로 하고 $\overline{OD}$를 반지름으로 하는 원을 그렸다. 원과 수직선이 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 a, b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

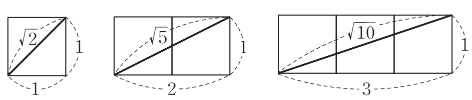


답 −2
$\overline{OC}=\overline{OD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
(i) $\overline{OP}=\overline{OD}=\sqrt{2}$이므로 $a=-1-\sqrt{2}$ ◀40 %
(ii) $\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{2}$이므로 $b=-1+\sqrt{2}$ ◀40 %
$\therefore a+b=(-1-\sqrt{2})+(-1+\sqrt{2})=-2$ ◀20 %

중요한
유형 020 무리수를 수직선 위에 나타내기 (2)

❶ 피타고라스 정리를 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.
❷ 기준점에서
오른쪽 ⇨ (기준점에 대응하는 수)+(정사각형의 한 변의 길이)
왼쪽 ⇨ (기준점에 대응하는 수)−(정사각형의 한 변의 길이)

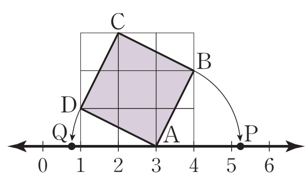
풍쌤의 Point 다음 그림을 기억하여 정사각형의 한 변의 길이를 쉽게 구하자.



112 필수

난이도 중

오른쪽 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AD}=\overline{AQ}$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



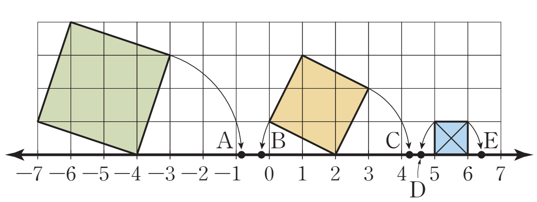
① $\overline{AD}=\sqrt{5}$
② $\overline{AP}=3+\sqrt{5}$
③ 정사각형 ABCD의 넓이는 3이다.
④ 점 P에 대응하는 수는 $3+\sqrt{3}$이다.
⑤ 점 Q에 대응하는 수는 $3-\sqrt{5}$이다.

답 ①, ⑤
② $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$
③ $\overline{AB}=\sqrt{5}$이므로 □ABCD$=5$
④ $\overline{AP}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $3+\sqrt{5}$

113

난이도 중

다음 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 수직선 위의 점 A, B, C, D, E의 좌표를 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)



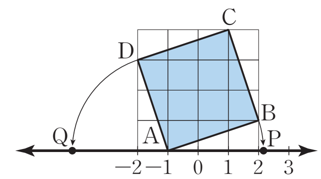
① $A(-4+\sqrt{5})$
② $B(2-\sqrt{5})$
③ $C(2+\sqrt{3})$
④ $D(6-\sqrt{2})$
⑤ $E(6+\sqrt{2})$

답 ②, ④
(i) 첫 번째 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이므로 $A(-4+\sqrt{10})$
(ii) 두 번째 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로 $B(2-\sqrt{5})$, $C(2+\sqrt{5})$
(iii) 세 번째 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 $D(6-\sqrt{2})$, $E(5+\sqrt{2})$

114 서술형

난이도 중

오른쪽 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AD}=\overline{AQ}$일 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하여라.

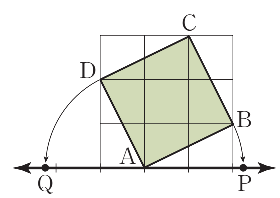


답 $P(-1+\sqrt{10})$, $Q(-1-\sqrt{10})$
$\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ ◀40 %
(i) $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{10}$ ◀30 %
(ii) $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{10}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{10}$ ◀30 %

115

난이도 중

오른쪽 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AD}=\overline{AQ}$이고 점 P에 대응하는 수가 $2+\sqrt{5}$일 때, 점 Q에 대응하는 수를 구하여라.

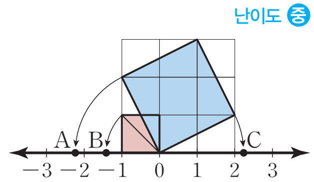


답 $2-\sqrt{5}$
$\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$
$\therefore \overline{AB}=\overline{AP}=\overline{AD}=\overline{AQ}=\sqrt{5}$
점 P에 대응하는 수가 $2+\sqrt{5}$이므로 기준점 A에 대응하는 수는 2이다.
따라서 점 Q에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$이다.

116

난이도 중

오른쪽 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 세 점 A, B, C에 대응하는 수를 각각 a, b, c라고 할 때, $b-ac$의 값을 구하여라.



답 $5-\sqrt{2}$
두 정사각형 중에서
(i) 작은 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $b=-\sqrt{2}$
(ii) 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $a=-\sqrt{5}$, $c=\sqrt{5}$
$\therefore b-ac=-\sqrt{2}-(-\sqrt{5})\times\sqrt{5}=5-\sqrt{2}$

필수유형 다지기

중요한

유형 021 실수와 수직선

(1) 모든 실수는 수직선 위의 한 점에 각각 대응한다.
(2) 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
(3) 서로 다른 두 수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

풍쌤의 Point 점이 모이면 선이 되므로 실수에 대응하는 점이 모이면 수직선이 빈틈없이 메워져.

117 필수

난이도 중

다음 중 옳지 않은 것은?

① 유리수이면서 동시에 무리수인 실수는 없다.
② 수직선 위의 한 점에는 한 유리수가 반드시 대응한다.
③ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
④ 모든 유리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

답 ②
② 수직선 위의 한 점에는 한 실수, 즉 유리수 또는 무리수가 대응한다.

118

난이도 중

다음 중 옳지 않은 것은?

① 0과 $\sqrt{2}$ 사이의 자연수는 하나뿐이다.
② $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
③ 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
④ 1과 1000 사이에는 무수히 많은 정수가 있다.
⑤ $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

답 ④
④ 1과 1000 사이에는 $2, 3, 4, \cdots, 999$의 998개의 정수가 있다.

119

난이도 중

다음 중 옳지 않은 것은?

① 1에 가장 가까운 무리수는 $\sqrt{2}$이다.
② -3과 3 사이에는 5개의 정수가 있다.
③ 0과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
④ 3.14와 π 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
⑤ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

답 ①
① 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있으므로 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.

중요한

유형 022 두 실수의 대소 관계

a, b가 실수일 때
(1) $a-b>0$이면 $a>b$
(2) $a-b=0$이면 $a=b$
(3) $a-b<0$이면 $a<b$

풍쌤의 Point 두 실수의 크기를 비교하려면 두 수의 차가 양수인지 음수인지 알아보면 돼.

120 필수

난이도 중

다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3}-1<1$
② $\sqrt{7}-3<\sqrt{7}-\sqrt{10}$
③ $\sqrt{3}+\sqrt{7}>\sqrt{3}+2$
④ $\sqrt{9}+\sqrt{2}>4$
⑤ $\sqrt{5}-3<\sqrt{6}-3$

답 ②
② $(\sqrt{7}-3)-(\sqrt{7}-\sqrt{10})=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{7}-3>\sqrt{7}-\sqrt{10}$

121

난이도 중

다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $3>\sqrt{5}+1$
② $\sqrt{7}+3>\sqrt{8}+3$
③ $\sqrt{3}+\sqrt{2}>\sqrt{2}+2$
④ $2-\sqrt{6}<2-\sqrt{5}$
⑤ $\sqrt{3}+3<\sqrt{7}+\sqrt{3}$

답 ④
① $3-(\sqrt{5}+1)=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$ $\quad\therefore 3<\sqrt{5}+1$
② $(\sqrt{7}+3)-(\sqrt{8}+3)=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$ $\quad\therefore \sqrt{7}+3<\sqrt{8}+3$
③ $(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+2)=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$ $\quad\therefore \sqrt{3}+\sqrt{2}<\sqrt{2}+2$
⑤ $(\sqrt{3}+3)-(\sqrt{7}+\sqrt{3})=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$ $\quad\therefore \sqrt{3}+3>\sqrt{7}+\sqrt{3}$

122

난이도 중

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. $1<\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$
ㄴ. $5-\sqrt{\frac{1}{5}}>5-\sqrt{\frac{1}{6}}$
ㄷ. $\sqrt{3}+3<\sqrt{10}+\sqrt{3}$

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

답 ③
ㄴ. $\left(5-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)-\left(5-\sqrt{\frac{1}{6}}\right)=\sqrt{\frac{1}{6}}-\sqrt{\frac{1}{5}}<0$
$\therefore 5-\sqrt{\frac{1}{5}}<5-\sqrt{\frac{1}{6}}$

중요한

유형 023 세 실수의 대소 관계

a, b, c가 실수일 때

$a>b$이고 $b>c$이면 $a>b>c$

풍쌤의 Point 세 수의 크기를 비교하려면 두 수끼리 비교한 후 세 수의 대소를 정하면 돼.

123 필수

난이도 중

다음 세 수 a, b, c의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

$$a=\sqrt{6}+\sqrt{8},\quad b=2+\sqrt{8},\quad c=\sqrt{6}+3$$

① $a<b<c$ ② $a<c<b$ ③ $b<a<c$
④ $b<c<a$ ⑤ $c<a<b$

답 ③

$a-b=(\sqrt{6}+\sqrt{8})-(2+\sqrt{8})=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$이므로 $a>b$
$a-c=(\sqrt{6}+\sqrt{8})-(\sqrt{6}+3)=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$이므로 $a<c$
$\therefore b<a<c$

124 서술형

난이도 중

세 수 $\sqrt{5}+1$, 3, $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ 중에서 가장 큰 수를 M, 가장 작은 수를 m이라고 할 때, $M-m$의 값을 구하여라.

답 $\sqrt{5}+\sqrt{2}-3$

(i) $(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로 $\sqrt{5}+1>3$ ◀30 %
(ii) $(\sqrt{5}+1)-(\sqrt{5}+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}<0$이므로 $\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ◀30 %
$\therefore 3<\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ◀30 %
따라서 $M=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $m=3$이므로 $M-m=\sqrt{5}+\sqrt{2}-3$ ◀10 %

125

난이도 중

다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수는?

$$\sqrt{10}+1,\quad 4,\quad -\sqrt{2}-1,\quad \sqrt{8}+1,\quad -\sqrt{3}-1$$

① $\sqrt{10}+1$ ② 4 ③ $-\sqrt{2}-1$
④ $\sqrt{8}+1$ ⑤ $-\sqrt{3}-1$

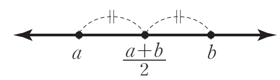
답 ②

$\sqrt{10}+1$, 4, $\sqrt{8}+1$은 양수이고, $-\sqrt{2}-1$, $-\sqrt{3}-1$은 음수이다.
(i) $(\sqrt{10}+1)-4=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$이므로 $\sqrt{10}+1>4$
$4-(\sqrt{8}+1)=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로 $4>\sqrt{8}+1$
$\therefore \sqrt{8}+1<4<\sqrt{10}+1$
(ii) $(-\sqrt{2}-1)-(-\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$이므로 $-\sqrt{2}-1>-\sqrt{3}-1$
(i), (ii)에서 $-\sqrt{3}-1<-\sqrt{2}-1<\sqrt{8}+1<4<\sqrt{10}+1$
따라서 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수는 4이다.

유형 024 두 실수 사이의 수 구하기

임의의 두 실수 a, b 사이의 실수를 구하려면

(1) a, b의 평균을 이용한다. ⇨ $\dfrac{a+b}{2}$



(2) a, b 중 작은 수에 a, b의 차보다 작은 수를 더하거나
a, b 중 큰 수에서 a, b의 차보다 작은 수를 뺀다.

풍쌤의 Point 두 자연수 a, b 사이에 $\sqrt{c}$가 있으면 $\sqrt{a^2}<\sqrt{c}<\sqrt{b^2}$이 성립해!

126 필수

난이도 하

다음 중 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은?
(단, $\sqrt{6}=2.449$, $\sqrt{7}=2.646$으로 계산한다.)

① $\sqrt{6}+0.1$ ② $\sqrt{6}+0.01$ ③ $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{7}}{2}$
④ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $\sqrt{7}-0.01$

답 ④

④ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{7}}{2}<\sqrt{6}$이므로 $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아니다.

127

난이도 하

다음 중 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은?
(단, $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{5}=2.236$으로 계산한다.)

① $\sqrt{3}+1$ ② $\sqrt{3}+0.5$ ③ 2
④ $\sqrt{5}-0.5$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$

답 ①

① $\sqrt{3}+1=1.732+1=2.732>\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아니다.

128

난이도 중

다음 중 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{35}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은?

① $\sqrt{7}+2$ ② $\sqrt{7}+4$ ③ $\sqrt{35}-2$
④ $\sqrt{35}-1$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{35}}{2}$

답 ②

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$
$\sqrt{25}<\sqrt{35}<\sqrt{36}$에서 $5<\sqrt{35}<6$
② $2<\sqrt{7}<3$의 각 변에 4를 더하면 $6<\sqrt{7}+4<7$
즉, $\sqrt{7}+4>\sqrt{35}$이므로 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{35}$ 사이에 있는 수가 아니다.

만점에 도전하기

129

다음 중 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 2.5의 제곱근

② $\frac{36}{49}$의 양의 제곱근

③ 넓이가 4π인 원의 반지름의 길이

④ 넓이가 0.16인 정사각형의 한 변의 길이

⑤ 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이

답 ①, ⑤

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

① $\pm\sqrt{2.5}$ ② $\sqrt{\frac{36}{49}}=\frac{6}{7}$

③ 반지름의 길이를 r이라고 하면 $\pi r^2=4\pi$ $\therefore r=2\ (\because r>0)$

④ $\sqrt{0.16}=0.4$ ⑤ $\sqrt{2}$

130 서술형

다음 조건을 만족시키는 x의 개수를 구하여라.

$$2<\sqrt{x}<5,\quad x\text{는 자연수},\quad \sqrt{x}\text{는 무리수}$$

답 18

$2<\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면 $4<x<25$

x는 자연수이므로 5, 6, 7, $\cdots$, 24의 20개이다. ◀40 %

그런데 $\sqrt{x}$는 무리수이어야 하므로 제곱인 수 9, 16은 제외해야 한다. ◀40 %

따라서 조건을 만족시키는 x는 18개이다. ◀20 %

131

다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{3}+\sqrt{7}=\frac{n}{m}$을 만족시키는 정수 m, n은 존재하지 않는다.

② 모든 무한소수는 무리수이다.

③ 0.1과 0.2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무리수만 있다.

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

답 ②, ④

② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 유리수도 무수히 많이 있다.

132

다음 수 중 정수가 아닌 유리수의 개수를 A, 무리수의 개수를 B라고 할 때, $A-B$의 값은?

$$\sqrt{\frac{1}{16}},\quad 0.2\dot{3},\quad \sqrt{2}+3,\quad -\pi,\quad \sqrt{\frac{1}{2}},\quad -\sqrt{(-9)^2}$$

① 2 ② 1 ③ 0

④ -1 ⑤ -2

답 ④

$\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$, $0.2\dot{3}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}$ ⇨ 정수가 아닌 유리수

$\sqrt{2}+3$, $-\pi$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ⇨ 무리수

$\therefore A-B=2-3=-1$

133

다음 식을 만족시키는 x의 값 중에서 □ 안의 수에 해당하는 것은?

$$\text{실수}\begin{cases}\text{유리수}\\ \square\end{cases}$$

① $2-3x=11$ ② $x^2=25$ ③ $x=(\sqrt{6})^2$

④ $x^2=7$ ⑤ $7x=\sqrt{(-7)^2}$

답 ④

□ 안의 수에 해당하는 것은 유리수가 아닌 실수이므로 무리수이다.

④ $x=\pm\sqrt{7}$

134

다음 중 A에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

$$\text{실수}\begin{cases}\boxed{A}\\ \text{무리수}\end{cases}$$

① π는 A에 해당하지 않는다.

② $-\sqrt{(-5)^2}$은 A에 해당한다.

③ 자연수는 A에 해당한다.

④ A에 대응하는 점들로 수직선을 완전히 메울 수 있다.

⑤ 두 수를 더하여 나온 결과가 A에 해당하면 더한 두 수도 반드시 A에 해당한다.

답 ④, ⑤

A는 무리수가 아닌 실수이므로 유리수이다.

④ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

⑤ $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$에서 0은 A에 해당하지만 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$는 A에 해당하지 않는다.

135

다음 제곱근표에서 $\sqrt{a}=1.493$, $\sqrt{b}=1.552$일 때, $\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}$의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562

답 1.523

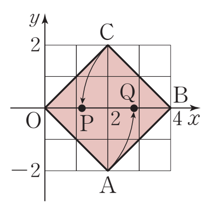
$\sqrt{2.23}=1.493$이므로 $a=2.23$

$\sqrt{2.41}=1.552$이므로 $b=2.41$

$\therefore \sqrt{\dfrac{a+b}{2}}=\sqrt{\dfrac{2.23+2.41}{2}}=\sqrt{2.32}=1.523$

136

오른쪽 그림과 같은 정사각형 OABC에서 $\overline{OA}=\overline{OQ}$, $\overline{BC}=\overline{BP}$이다. 두 점 P, Q의 x좌표를 각각 p, q라고 할 때, $p+q$의 값을 구하여라.



답 4

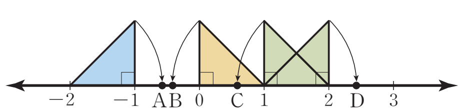
정사각형 OABC의 한 변의 길이는 $\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$이므로

$\overline{OA}=\overline{OQ}=\sqrt{8}$, $\overline{BC}=\overline{BP}=\sqrt{8}$

따라서 $p=4-\sqrt{8}$, $q=\sqrt{8}$이므로 $p+q=(4-\sqrt{8})+\sqrt{8}=4$

137

아래 그림과 같이 수직선 위에 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형이 네 개 있을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\mathrm{B}(1-\sqrt{2})$　② $\mathrm{C}(2-\sqrt{2})$

③ $\mathrm{D}(2+\sqrt{2})$　④ $\overline{\mathrm{AD}}=3$

⑤ $\overline{\mathrm{BC}}=1$

답 ③

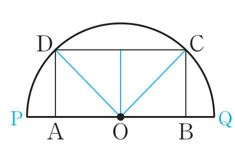
직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$\mathrm{A}(-2+\sqrt{2})$, $\mathrm{B}(1-\sqrt{2})$, $\mathrm{C}(2-\sqrt{2})$, $\mathrm{D}(1+\sqrt{2})$, $\overline{\mathrm{AD}}=3$, $\overline{\mathrm{BC}}=1$

138 창의

오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD가 반원 O와 두 점 C, D에서 만나고 있다. $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=1$일 때, 반원의 호의 길이를 구하여라.

(단, 점 O는 원의 중심이다.)



답 $\sqrt{2}\pi$

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 반원의 반지름의 길이는 $\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{2}$이다.

$\therefore \widehat{PQ}=\dfrac{1}{2}\times(2\times\pi\times\sqrt{2})=\sqrt{2}\pi$

139

다음 중 2와 3 사이에 있는 수가 아닌 것은?

① $\sqrt{5}$　② $\sqrt{7}$　③ $\sqrt{8}$

④ $\sqrt{5}+1$　⑤ $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{2}$

답 ④

①, ②, ③ $2=\sqrt{4}$, $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$은 2와 3 사이에 있는 수이다.

④ $2<\sqrt{5}<3$에서 $3<\sqrt{5}+1<4$이므로 $\sqrt{5}+1$은 2와 3 사이에 있는 수가 아니다.

⑤ $\sqrt{7}<\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{2}<\sqrt{8}$이므로 $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{2}$은 2와 3 사이에 있는 수이다.

140

$\sqrt{6}<x<\sqrt{10}$인 실수 x에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

ㄱ. x의 값이 될 수 있는 정수는 1개이다.

ㄴ. x의 값이 될 수 있는 유리수는 유한개이다.

ㄷ. $\sqrt{6}+2$는 x의 값이 될 수 있다.

답 ㄱ

ㄱ. $2<\sqrt{6}<3$, $3<\sqrt{10}<4$이므로 x의 값이 될 수 있는 정수는 3의 1개이다.

ㄴ. 서로 다른 두 수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

ㄷ. $2<\sqrt{6}<3$에서 $4<\sqrt{6}+2<5$

이때 $\sqrt{6}+2>\sqrt{10}$이므로 $\sqrt{6}+2$는 x의 값이 될 수 없다.

141

$a=\sqrt{3}-2$, $b=-\sqrt{5}+\sqrt{3}$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a<b$　② $a+1<0$　③ $a<\sqrt{3}-\sqrt{6}$

④ $b>2-\sqrt{5}$　⑤ $b>\sqrt{3}-\sqrt{7}$

답 ⑤

① $a-b=(\sqrt{3}-2)-(-\sqrt{5}+\sqrt{3})=\sqrt{5}-2>0$　$\therefore a>b$

② $a+1=(\sqrt{3}-2)+1=\sqrt{3}-1>0$　$\therefore a+1>0$

③ $a-(\sqrt{3}-\sqrt{6})=(\sqrt{3}-2)-(\sqrt{3}-\sqrt{6})=\sqrt{6}-2>0$　$\therefore a>\sqrt{3}-\sqrt{6}$

④ $b-(2-\sqrt{5})=(-\sqrt{5}+\sqrt{3})-(2-\sqrt{5})=\sqrt{3}-2<0$　$\therefore b<2-\sqrt{5}$

142 서술형

다음 수 중에서 가장 큰 수를 a, 가장 작은 수를 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

$\sqrt{5}+2$,　$-\sqrt{6}-\sqrt{5}$,　$\sqrt{3}+\sqrt{5}$,　$2+\sqrt{3}$,　$-3-\sqrt{5}$

답 -1

(i) $\sqrt{5}+2>\sqrt{3}+\sqrt{5}>2+\sqrt{3}$　◀30 %

(ii) $-\sqrt{6}-\sqrt{5}>-3-\sqrt{5}$　◀30 %

(i), (ii)에서 $-3-\sqrt{5}<-\sqrt{6}-\sqrt{5}<2+\sqrt{3}<\sqrt{3}+\sqrt{5}<\sqrt{5}+2$　◀20 %

따라서 $a=\sqrt{5}+2$, $b=-3-\sqrt{5}$이므로

$a+b=(\sqrt{5}+2)+(-3-\sqrt{5})=-1$　◀20 %

3 근호를 포함한 식의 계산

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

(1) **제곱근의 곱셈:** $a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때

① $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

② $m\sqrt{a}\times n\sqrt{b}=mn\sqrt{ab}$

예 $2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{3\times5}=6\sqrt{15}$

(2) **제곱근의 나눗셈:** $a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때

① $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

② $m\sqrt{a}\div n\sqrt{b}=\dfrac{m}{n}\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

예 $2\sqrt{3}\div3\sqrt{5}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{3}{5}}$

+ 3개 이상의 제곱근의 곱셈도 근호 안의 수끼리 곱한다.
⇨ $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때
$\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{abc}$

02 근호가 있는 식의 변형

$a>0$, $b>0$일 때

(1) $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ ← 근호 안의 제곱인 수는 근호 밖으로 나올 수 있다.

(2) $\sqrt{\dfrac{a}{b^2}}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$, $\sqrt{\dfrac{a^2}{b}}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}$

예 (1) $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{\dfrac{2}{9}}=\sqrt{\dfrac{2}{3^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

주의 근호 밖의 수를 근호 안으로 넣을 때에는 반드시 양수만 제곱하여 넣어야 한다.

$-2\sqrt{5}=-\sqrt{2^2\times5}=-\sqrt{20}$ (○)

$-2\sqrt{5}=\sqrt{(-2)^2\times5}=\sqrt{20}$ (×)

+ $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 근호 안의 수는 제곱인 인수가 없는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.

03 분모의 유리화

(1) **분모의 유리화:** 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

(2) $a>0$, $b>0$일 때

① $\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$ ② $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

예 ① $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

+ 분모가 $\sqrt{a^2b}$의 꼴이면 $a\sqrt{b}$의 꼴로 바꾼 후에 분모를 유리화하는 것이 간단하다.

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

143
다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{2}}$

(3) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}$ (4) $2\sqrt{7}\times3\sqrt{10}$

답 (1) 6 (2) 3 (3) $\sqrt{30}$ (4) $6\sqrt{70}$

144
다음을 계산하여라.

(1) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$

(3) $\sqrt{30}\div\sqrt{5}$ (4) $3\sqrt{21}\div\sqrt{3}$

답 (1) $\sqrt{10}$ (2) 3 (3) $\sqrt{6}$ (4) $3\sqrt{7}$

02 근호가 있는 식의 변형

145
다음을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(단, a는 유리수이고, b는 가장 작은 자연수이다.)

(1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{20}$

(3) $5\sqrt{63}$ (4) $2\sqrt{48}$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $15\sqrt{7}$ (4) $8\sqrt{3}$

146
다음을 $\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $2\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{7}$

(3) $-5\sqrt{2}$ (4) $10\sqrt{3}$

답 (1) $\sqrt{24}$ (2) $\sqrt{63}$ (3) $-\sqrt{50}$ (4) $\sqrt{300}$

147
다음을 아래와 같이 바꿔서 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 나타내어라.

$$\sqrt{\frac{27}{100}}=\sqrt{\frac{3^2\times3}{10^2}}=\frac{3\sqrt{3}}{10}$$

(1) $\sqrt{\frac{5}{9}}$ (2) $\sqrt{\frac{13}{64}}$

(3) $\sqrt{\frac{8}{49}}$ (4) $\sqrt{\frac{12}{25}}$

(5) $\sqrt{0.06}$ (6) $\sqrt{0.18}$

답 (1) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{13}}{8}$ (3) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ (4) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{10}$ (6) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

03 분모의 유리화

148
다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ (4) $\frac{5}{\sqrt{10}}$

(5) $\frac{2}{3\sqrt{6}}$ (6) $-\frac{8}{\sqrt{6}}$

답 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{14}}{7}$ (4) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{9}$ (6) $-\frac{4\sqrt{6}}{3}$

149
다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{1}{\sqrt{18}}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{27}}$

(3) $\frac{4}{\sqrt{20}}$ (4) $\frac{3}{\sqrt{12}}$

(5) $\frac{5}{\sqrt{45}}$ (6) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{32}}$

답 (1) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (3) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (6) $\frac{\sqrt{6}}{8}$

04 제곱근의 덧셈과 뺄셈

제곱근의 덧셈과 뺄셈은 다항식에서 동류항끼리 더하거나 빼는 것처럼 근호 안의 수가 같은 것끼리 더하거나 빼면 된다.

$a>0$이고, m, n이 유리수일 때

(1) $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(m+n)\sqrt{a}$

(2) $m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(m-n)\sqrt{a}$

예 (1) $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=(2+3)\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

(2) $4\sqrt{5}-3\sqrt{5}=(4-3)\sqrt{5}=\sqrt{5}$

주의 근호 안의 수가 서로 다른 무리수끼리의 덧셈과 뺄셈은 더 이상 계산할 수 없다.
$a>0$, $b>0$일 때 $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$

+ $\sqrt{a^2b}$의 꼴이 포함된 경우는 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낸 후에 계산한다.

05 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

(1) **분배법칙을 이용한 식의 계산**

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\sqrt{a}(\sqrt{b}\pm\sqrt{c})=\sqrt{a}\sqrt{b}\pm\sqrt{a}\sqrt{c}=\sqrt{ab}\pm\sqrt{ac}$ (복호동순)

② $(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{a}\sqrt{c}\pm\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{ac}\pm\sqrt{bc}$ (복호동순)

예 $\sqrt{3}(\sqrt{7}+\sqrt{2})=\sqrt{3}\sqrt{7}+\sqrt{3}\sqrt{2}=\sqrt{21}+\sqrt{6}$

(2) **분배법칙을 이용한 분모의 유리화**

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

$$\frac{\sqrt{b}+\sqrt{c}}{\sqrt{a}}=\frac{(\sqrt{b}+\sqrt{c})\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{ac}}{a}$$

예 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}$

(3) **근호를 포함한 복잡한 식의 계산**

근호를 포함한 복잡한 식의 계산은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

❷ $\sqrt{a^2b}$ $(a>0, b>0)$의 꼴이 있으면 $a\sqrt{b}$의 꼴로 변형한다.

❸ 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

❹ 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한 후 덧셈과 뺄셈을 계산한다.

+ 근호를 포함한 식의 계산에서도 다항식과 마찬가지로 분배법칙이 성립한다.

06 실수의 대소 관계

두 실수 a, b의 크기를 비교하려면 $a-b$의 값의 부호를 알아보면 된다.

(1) $a-b>0$이면 $a>b$

(2) $a-b=0$이면 $a=b$

(3) $a-b<0$이면 $a<b$

참고 세 실수 a, b, c에 대하여 $a>b$이고 $b>c$이면 $a>b>c$이다.

+ $a>b>0$이면
① $\sqrt{a}>\sqrt{b}$
② $a^2>b^2$

개념 확인하기

04 제곱근의 덧셈과 뺄셈

150
다음을 계산하여라.

(1) $5\sqrt{6}+4\sqrt{6}$

(2) $2\sqrt{7}-5\sqrt{7}$

(3) $3\sqrt{2}+8\sqrt{2}-4\sqrt{2}$

(4) $6\sqrt{5}-2\sqrt{5}-9\sqrt{5}$

(5) $4\sqrt{10}-7\sqrt{13}+2\sqrt{13}+7\sqrt{10}$

(6) $6\sqrt{11}+5\sqrt{17}-8\sqrt{11}-9\sqrt{17}$

답 (1) $9\sqrt{6}$ (2) $-3\sqrt{7}$ (3) $7\sqrt{2}$ (4) $-5\sqrt{5}$
(5) $11\sqrt{10}-5\sqrt{13}$ (6) $-2\sqrt{11}-4\sqrt{17}$

151
다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{63}+\sqrt{28}$

(2) $\sqrt{80}-\sqrt{20}$

(3) $\sqrt{32}+\sqrt{50}-\sqrt{72}$

(4) $\sqrt{8}-\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{27}$

답 (1) $5\sqrt{7}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $5\sqrt{2}+\sqrt{3}$

05 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

152
분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{7})$

(2) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{6}$

(3) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{5})\sqrt{3}$

(4) $2\sqrt{5}(\sqrt{5}-2\sqrt{10})$

답 (1) $\sqrt{10}+\sqrt{14}$ (2) $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ (3) $6-3\sqrt{15}$ (4) $10-20\sqrt{2}$

153
다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{20}+\sqrt{10})\div\sqrt{5}$

(2) $(\sqrt{72}-\sqrt{42})\div\sqrt{6}$

(3) $(\sqrt{50}-\sqrt{18})\div\sqrt{2}$

답 (1) $2+\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}-\sqrt{7}$ (3) 2

154
다음은 $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$의 분모를 유리화하는 과정이다. (가)~(라)에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})\times\boxed{\text{(가)}}}{\sqrt{3}\times\boxed{\text{(가)}}}=\frac{\sqrt{18}-\sqrt{\boxed{\text{(다)}}}}{\boxed{\text{(나)}}}$$
$$=\frac{3\sqrt{\boxed{\text{(라)}}}-\sqrt{15}}{\boxed{\text{(나)}}}$$

답 (가) $\sqrt{3}$ (나) 3 (다) 15 (라) 2

155
다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$　(2) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$　(4) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{18}}$

답 (1) $\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$ (2) $\dfrac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{6}$ (3) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ (4) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{6}$

06 실수의 대소 관계

156
다음 □ 안에 $<$ 또는 $>$를 써넣어라.

(1) $\sqrt{12}-8\ \boxed{<}\ \sqrt{3}-6$

(2) $3+\sqrt{5}\ \boxed{>}\ 5-\sqrt{5}$

(3) $-\sqrt{5}-4\ \boxed{<}\ 2\sqrt{5}-9$

(4) $-\sqrt{8}+\sqrt{3}\ \boxed{<}\ -\sqrt{3}+\sqrt{2}$

필수유형 다지기

중요한

유형 025 제곱근의 곱셈

$a>0$, $b>0$이고, m, n이 유리수일 때

(1) $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

(2) $m\sqrt{a}\times n\sqrt{b}=mn\sqrt{ab}$

풍쌤의 Point 근호 안의 수는 근호 안의 수끼리, 근호 밖의 수는 근호 밖의 수끼리 곱해.

157 필수

난이도 하

다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3}\sqrt{12}=6$

② $(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{5})=\sqrt{10}$

③ $2\sqrt{5}\times\sqrt{7}=2\sqrt{35}$

④ $\sqrt{\frac{7}{8}}\times\sqrt{\frac{24}{7}}=3$

⑤ $\sqrt{\frac{2}{3}}\times3\sqrt{\frac{5}{4}}=3\sqrt{\frac{5}{6}}$

답 ④

④ $\sqrt{\frac{7}{8}}\times\sqrt{\frac{24}{7}}=\sqrt{\frac{7}{8}\times\frac{24}{7}}=\sqrt{3}$

158

난이도 중

다음을 만족시키는 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{ab}$의 값을 구하여라.

$$\sqrt{0.5}\times\sqrt{1.8}=\sqrt{a},\quad \sqrt{\frac{5}{2}}\times5\sqrt{\frac{8}{5}}=b$$

답 3

(i) $\sqrt{0.5}\times\sqrt{1.8}=\sqrt{0.5\times1.8}=\sqrt{0.9}$이므로 $a=0.9$

(ii) $\sqrt{\frac{5}{2}}\times5\sqrt{\frac{8}{5}}=5\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{8}{5}}=5\sqrt{4}=10$이므로 $b=10$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{0.9\times10}=\sqrt{9}=3$

159

난이도 중

$\sqrt{a}\times5\sqrt{10a}\times2\sqrt{\frac{32}{5}}=20$을 만족시키는 양수 a의 값을 구하여라.

답 $\frac{1}{4}$

$\sqrt{a}\times5\sqrt{10a}\times2\sqrt{\frac{32}{5}}=10\sqrt{a\times10a\times\frac{32}{5}}=10\sqrt{64a^2}$

$=10\sqrt{(8a)^2}=10\times8a\ (\because a>0)$

$=80a$

이므로 $80a=20$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

유형 026 제곱근의 나눗셈

$a>0$, $b>0$, $c>0$, $d>0$일 때

(1) $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

(2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\div\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{d}}{\sqrt{c}}=\sqrt{\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}}=\sqrt{\frac{ad}{bc}}$

풍쌤의 Point 제곱근의 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고쳐 계산하면 돼.

160 필수

난이도 하

다음 중 옳지 않은 것은?

① $-\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=-\sqrt{2}$

② $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}=\sqrt{2}$

③ $\sqrt{24}\div\sqrt{8}=\sqrt{3}$

④ $\sqrt{12}\div2\sqrt{6}=2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{14}}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=2$

답 ④

④ $\sqrt{12}\div2\sqrt{6}=\frac{\sqrt{12}}{2\sqrt{6}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{12}{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

161

난이도 하

다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}}$

② $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}$

③ $\frac{2\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}$

④ $\sqrt{48}\div\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{18}\div2\sqrt{2}$

답 ④

① $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}}=\sqrt{7}$

② $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}=\sqrt{6}$

③ $\frac{2\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{9}=2$

④ $\sqrt{48}\div\sqrt{6}=\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{6}}=\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{18}\div2\sqrt{2}=\frac{\sqrt{18}}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{9}=\frac{3}{2}$

162 서술형

난이도 중

다음을 만족시키는 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 값을 구하여라.

$$\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{5}}=\sqrt{a},\quad \sqrt{\frac{6}{7}}\div\sqrt{\frac{15}{35}}=\sqrt{b}$$

답 3

$\sqrt{a}=\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{90}{5}}=\sqrt{18}$ ◀30 %

$\sqrt{b}=\sqrt{\frac{6}{7}}\div\sqrt{\frac{15}{35}}=\sqrt{\frac{6}{7}}\times\sqrt{\frac{35}{15}}=\sqrt{\frac{6}{7}\times\frac{35}{15}}=\sqrt{2}$ ◀40 %

$\therefore \sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{18}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\sqrt{9}=3$ ◀30 %

중요한 **유형 027** 근호가 있는 식의 변형

$a>0$, $b>0$일 때

(1) $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

(2) $\sqrt{\dfrac{a}{b^2}}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$, $\sqrt{\dfrac{a^2}{b}}=\dfrac{a}{\sqrt{b}}$

풍쌤의 Point 근호 안의 제곱인 수는 근호 밖으로 나올 수 있고, 근호 밖의 양수는 근호 안으로 들어갈 수 있어.

163 필수

난이도 중

다음 보기에서 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되도록 $a\sqrt{b}$의 꼴로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ. $\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ ㄴ. $\sqrt{72}=3\sqrt{8}$
ㄷ. $\sqrt{216}=4\sqrt{6}$ ㄹ. $\sqrt{245}=7\sqrt{5}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

답 ③

ㄱ. $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$
ㄴ. $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$
ㄷ. $\sqrt{216}=\sqrt{6^2\times6}=6\sqrt{6}$
ㄹ. $\sqrt{245}=\sqrt{7^2\times5}=7\sqrt{5}$

164

난이도 하

다음 중 가장 큰 수는?

① $2\sqrt{6}$ ② 5 ③ $\sqrt{30}$
④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

답 ⑤

① $2\sqrt{6}=\sqrt{24}$ ② $5=\sqrt{25}$
④ $3\sqrt{3}=\sqrt{27}$ ⑤ $4\sqrt{2}=\sqrt{32}$

165

난이도 하

$\sqrt{48}=a\sqrt{3}$, $\sqrt{\dfrac{7}{36}}=\dfrac{\sqrt{7}}{b}$, $5\sqrt{2}=\sqrt{c}$일 때, 양수 a, b, c에 대하여 $\dfrac{c}{a+b}$의 값을 구하여라.

답 5

$\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$이므로 $a=4$

$\sqrt{\dfrac{7}{36}}=\sqrt{\dfrac{7}{6^2}}=\dfrac{\sqrt{7}}{6}$이므로 $b=6$

$5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$이므로 $c=50$

$\therefore \dfrac{c}{a+b}=\dfrac{50}{4+6}=5$

166

난이도 중

$\sqrt{112}=a\sqrt{7}$, $\sqrt{\dfrac{10}{162}}=\dfrac{\sqrt{5}}{b}$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $\sqrt{ab}$의 값을 구하여라.

답 6

$\sqrt{112}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$이므로 $a=4$

$\sqrt{\dfrac{10}{162}}=\sqrt{\dfrac{5}{81}}=\sqrt{\dfrac{5}{9^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{9}$이므로 $b=9$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{4\times9}=\sqrt{36}=6$

167

난이도 중

다음을 만족시키는 양수 a, b, c에 대하여 $\sqrt{\dfrac{a^2b}{c}}$의 값을 구하여라.

$\sqrt{18}=a\sqrt{2}$, $5\sqrt{3}=\sqrt{b}$, $\sqrt{108}=6\sqrt{c}$

답 15

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$이므로 $a=3$
$5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{75}$이므로 $b=75$
$\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$이므로 $c=3$

$\therefore \sqrt{\dfrac{a^2b}{c}}=\sqrt{\dfrac{3^2\times75}{3}}=\sqrt{225}=15$

168

난이도 중

$\sqrt{12}\times\sqrt{15}\times\sqrt{35}=a\sqrt{7}$을 만족시키는 자연수 a의 값은?

① 10 ② 15 ③ 30
④ 90 ⑤ 900

답 ③

$$\begin{aligned}\sqrt{12}\times\sqrt{15}\times\sqrt{35}&=\sqrt{(2^2\times3)\times(3\times5)\times(5\times7)}\\&=\sqrt{2^2\times3^2\times5^2\times7}\\&=2\times3\times5\times\sqrt{7}\\&=30\sqrt{7}\end{aligned}$$

$\therefore a=30$

169 서술형

난이도 중

$\sqrt{0.0032}=a\sqrt{2}$, $\sqrt{5}\times\sqrt{30}\div\sqrt{2}=b\sqrt{3}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 $\dfrac{1}{5}$

$\sqrt{0.0032}=\sqrt{\dfrac{32}{10000}}=\sqrt{\dfrac{4^2\times2}{100^2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{100}=\dfrac{1}{25}\sqrt{2}$ $\therefore a=\dfrac{1}{25}$ ◀40 %

$\sqrt{5}\times\sqrt{30}\div\sqrt{2}=\sqrt{\dfrac{5\times30}{2}}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ $\therefore b=5$ ◀40 %

$\therefore ab=\dfrac{1}{25}\times5=\dfrac{1}{5}$ ◀20 %

필수유형 다지기

유형 028 문자를 이용한 제곱근의 표현

문자를 이용하여 제곱근을 나타낼 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 근호 안의 수를 소인수분해한다.
❷ 근호를 분리한다.
❸ 주어진 문자를 이용하여 나타낸다.

예 $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$일 때
$\sqrt{6}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}=ab$

풍쌤의 Point 소인수분해 또는 10의 거듭제곱을 이용하여 근호 안의 수를 주어진 문자로 나타내.

170 필수

난이도 중

$\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{18}=ab^2$ ② $\sqrt{\dfrac{3}{2}}=\dfrac{b}{a}$

③ $\sqrt{0.03}=\dfrac{b}{10}$ ④ $\sqrt{\dfrac{8}{3}}=\dfrac{a^3}{b}$

⑤ $\sqrt{60}=10ab$

답 ⑤

⑤ $\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times3\times5}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{5}a^2b$

171

난이도 중

$\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$일 때, $\sqrt{1.35}$를 a, b를 이용하여 나타내어라.

답 $\dfrac{a^3b}{10}$

$\sqrt{1.35}=\sqrt{\dfrac{135}{100}}=\dfrac{\sqrt{3^3\times5}}{10}=\dfrac{(\sqrt{3})^3\times\sqrt{5}}{10}=\dfrac{a^3b}{10}$

172

난이도 중

$\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$일 때, $\sqrt{0.3}+\sqrt{300}$을 a, b를 이용하여 나타내면?

① $10a+\dfrac{1}{10}b$ ② $\dfrac{1}{10}a+\dfrac{1}{10}b$

③ $10a+10b$ ④ $\dfrac{1}{10}a+10b$

⑤ $10a+100b$

답 ①

$\sqrt{0.3}+\sqrt{300}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}+\sqrt{3\times100}$

$=\dfrac{\sqrt{30}}{10}+10\sqrt{3}=10a+\dfrac{1}{10}b$

중요한

유형 029 분모의 유리화

(1) 항이 1개인 분모를 유리화하려면 분모에 있는 무리수를 분모, 분자에 곱하면 된다.

(2) 근호 안의 제곱인 수는 먼저 근호 밖으로 꺼낸 후 유리화하는 것이 좋다.

풍쌤의 Point 분모가 무리수이면 분자를 무리수로 나누어야 하므로 계산하기가 불편해. 이럴 때 분모에 있는 무리수를 유리수로 바꾸는 과정이 분모의 유리화야.

173 필수

난이도 하

$\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=a\sqrt{10}$, $\dfrac{2}{\sqrt{18}}=b\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $\sqrt{ab}$의 값을 구하여라.

답 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$이므로 $a=\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{2}{\sqrt{18}}=\dfrac{2}{3\sqrt{2}}=\dfrac{2\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$이므로 $b=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

174

난이도 하

다음 중 분모를 유리화한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\dfrac{1}{\sqrt{13}}=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

③ $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$ ④ $\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{42}}{3}$

⑤ $\dfrac{3}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

답 ⑤

⑤ $\dfrac{3}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$

175

난이도 중

$\sqrt{\dfrac{8}{75}}=\dfrac{b\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}=c\sqrt{6}$일 때, abc의 값은?

(단, a, b는 서로소인 자연수, c는 유리수이다.)

① $\dfrac{8}{3}$ ② 2 ③ $\dfrac{4}{3}$

④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ $\dfrac{1}{3}$

답 ③

$\sqrt{\dfrac{8}{75}}=\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{75}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{15}$

따라서 $a=5$, $b=2$, $c=\dfrac{2}{15}$이므로 $abc=5\times2\times\dfrac{2}{15}=\dfrac{4}{3}$

176
난이도 중

다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\sqrt{18}$ ② $\frac{18}{\sqrt{18}}$ ③ $\frac{6}{\sqrt{2}}$

④ $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

답 ④

① $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ② $\frac{18}{\sqrt{18}}=\frac{18}{3\sqrt{2}}=\frac{18\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

③ $\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{\frac{6}{2}}=2\sqrt{3}$

⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=3\sqrt{2}$

177
난이도 중

$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}$의 분모를 유리화하였더니 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$가 되었다. 이때 자연수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

답 ③

$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6a}}{12}=\frac{\sqrt{6a}}{4}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ $\therefore \sqrt{6a}=3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이므로 $\sqrt{6a}=\sqrt{18}$

$\therefore a=3$

178
난이도 중

다음 수를 큰 수부터 차례대로 나열할 때, 두 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{3}{\sqrt{6}},\ \frac{2}{\sqrt{8}},\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}},\ \frac{7}{\sqrt{28}},\ \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}$$

답 $\frac{7}{\sqrt{28}}$

주어진 각 수의 분모를 유리화하면

$\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\frac{2}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$, $\frac{7}{\sqrt{28}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$, $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}>\frac{7}{\sqrt{28}}>\frac{3}{\sqrt{6}}>\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{12}}>\frac{2}{\sqrt{8}}$

따라서 큰 수부터 차례대로 나열할 때, 두 번째에 오는 수는 $\frac{7}{\sqrt{28}}$이다.

중요한 유형 030 **제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산**

제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산은 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ 근호 안에 제곱인 수가 있으면 근호 밖으로 꺼낸다.
❷ 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고친 후 앞에서부터 차례대로 계산한다.
❸ 계산한 결과의 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

179 필수
난이도 중

$\frac{\sqrt{24}}{3}\div\sqrt{\frac{1}{12}}\times\left(-\frac{3}{5\sqrt{2}}\right)$을 계산하면?

① $-\frac{12}{5}$ ② $-\frac{11}{5}$ ③ -2

④ $-\frac{9}{5}$ ⑤ $-\frac{8}{5}$

답 ①

(주어진 식)$=\frac{2\sqrt{6}}{3}\times2\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{5\sqrt{2}}\right)$

$=\frac{2}{3}\times2\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times\sqrt{6\times3\times\frac{1}{2}}$

$=-\frac{4}{5}\sqrt{9}=-\frac{4}{5}\times3=-\frac{12}{5}$

180
난이도 하

$2\sqrt{\frac{2}{7}}\times\sqrt{\frac{21}{4}}\div\left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right)$을 계산하면?

① -4 ② -2 ③ -1

④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

답 ①

(주어진 식)$=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{21}}{2}\times\left(-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$

$=2\times\frac{1}{2}\times(-2)\times\sqrt{\frac{2}{7}\times21\times\frac{2}{3}}$

$=-2\sqrt{4}=-2\times2=-4$

181
난이도 하

$4\sqrt{3}\times\sqrt{24}\div(-3\sqrt{2})$를 계산하여라.

답 -8

(주어진 식)$=4\sqrt{3}\times2\sqrt{6}\times\left(-\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$

$=4\times2\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\sqrt{3\times6\times\frac{1}{2}}$

$=-\frac{8}{3}\sqrt{9}=-\frac{8}{3}\times3=-8$

182
난이도 중

$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}$을 계산하여라.

답 $\sqrt{6}$

(주어진 식)$=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$=3\times2\times\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{2}{15}}=\frac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$

필수유형 다지기

183

난이도 중

$\dfrac{3\sqrt{8}}{5\sqrt{7}} \div \sqrt{\dfrac{18}{7}} \times \dfrac{15}{\sqrt{72}} = a\sqrt{2}$를 만족시키는 유리수 a의 값을 구하여라.

답 $\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{3\sqrt{8}}{5\sqrt{7}} \div \sqrt{\dfrac{18}{7}} \times \dfrac{15}{\sqrt{72}} = \dfrac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{7}} \times \dfrac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}} \times \dfrac{15}{6\sqrt{2}}$

$= \dfrac{6}{5} \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{15}{6} \times \sqrt{\dfrac{2}{7} \times \dfrac{7}{2} \times \dfrac{1}{2}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore a = \dfrac{1}{2}$

184

난이도 중

$(-\sqrt{12}) \div 2\sqrt{5} \times A = -6\sqrt{5}$일 때, A의 값은?

① $-5\sqrt{15}$　② $-3\sqrt{6}$　③ $6\sqrt{15}$
④ $9\sqrt{2}$　⑤ $10\sqrt{3}$

답 ⑤

$(-\sqrt{12}) \div 2\sqrt{5} \times A = -6\sqrt{5}$에서

$(-2\sqrt{3}) \times \dfrac{1}{2\sqrt{5}} \times A = -6\sqrt{5}$

$-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times A = -6\sqrt{5}$

$\therefore A = -6\sqrt{5} \div \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)$

$= -6\sqrt{5} \times \left(-\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right) = \dfrac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$

185

난이도 중

다음 중 옳지 않은 것은?

① $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 12$

② $\sqrt{8} \times \sqrt{5} \div 5\sqrt{20} = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$

③ $6\sqrt{18} \div \dfrac{4}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{2}) = -9\sqrt{3}$

④ $\dfrac{7}{\sqrt{15}} \times \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}} \div \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{14}}{5}$

⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \times \dfrac{4}{\sqrt{6}} \div \left(-\dfrac{1}{\sqrt{8}}\right) = -\dfrac{8}{3}$

답 ④

④ $\dfrac{7}{\sqrt{15}} \times \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}} \div \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{7}{\sqrt{15}} \times \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$= 7 \times 2 \times \sqrt{\dfrac{1}{15} \times \dfrac{2}{10} \times \dfrac{3}{2}}$

$= \dfrac{14}{\sqrt{50}} = \dfrac{14}{5\sqrt{2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{5}$

유형 031 제곱근의 덧셈과 뺄셈

a, b, c, d는 유리수, $\sqrt{x}, \sqrt{y}$는 무리수일 때
$a\sqrt{x} + b\sqrt{y} + c\sqrt{x} + d\sqrt{y} = (a+c)\sqrt{x} + (b+d)\sqrt{y}$

풍쌤의 Point 제곱근의 덧셈과 뺄셈은 다항식에서 동류항끼리 더하거나 빼는 것처럼 근호 안의 수가 같은 항끼리 더하거나 빼면 돼.

186 필수

난이도 중

$\dfrac{\sqrt{6}}{6} - \dfrac{\sqrt{3}}{3} - \dfrac{2\sqrt{6}}{3} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\dfrac{1}{6}$　② $\dfrac{1}{3}$　③ $\dfrac{1}{2}$
④ $\dfrac{2}{3}$　⑤ $\dfrac{5}{6}$

답 ④

$\dfrac{\sqrt{6}}{6} - \dfrac{\sqrt{3}}{3} - \dfrac{2\sqrt{6}}{3} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{7}{6}\sqrt{3} - \dfrac{1}{2}\sqrt{6}$

따라서 $a = \dfrac{7}{6}$, $b = -\dfrac{1}{2}$이므로 $a+b = \dfrac{7}{6} + \left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2}{3}$

187

난이도 중

다음 식을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $\sqrt{ab}$의 값은?

$$6\sqrt{7} + 5\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - \sqrt{3} = a\sqrt{3} + b\sqrt{7}$$

① 4　② 5　③ 6
④ 7　⑤ 8

답 ③

$6\sqrt{7} + 5\sqrt{3} + 3\sqrt{7} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 9\sqrt{7}$

따라서 $a = 4$, $b = 9$이므로 $\sqrt{ab} = \sqrt{4 \times 9} = 6$

188

난이도 중

$6\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{a} + 7$을 만족시키는 양수 a의 값은?

① 1　② 4　③ 9
④ 16　⑤ 25

답 ③

$6\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{a} + 7$에서 $4\sqrt{a} = 12$

$\sqrt{a} = 3$　　$\therefore a = 9$

189

난이도 중

$a = 9\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$일 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 11　② 12　③ 13
④ 14　⑤ 15

답 ①

$a = 9\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (9-2-5)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
$b = 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = (2+7-8)\sqrt{3} = \sqrt{3}$
$\therefore a^2 + b^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 = 8 + 3 = 11$

중요한

유형 032 제곱근의 덧셈과 뺄셈 – 근호가 있는 식의 변형

근호가 있는 식을 변형하여 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ $(a>0,\ b>0)$임을 이용하여 근호 안의 수를 가장 작은 수로 만든다.
❷ 근호 안의 수가 같은 항끼리 덧셈과 뺄셈을 한다.

190 필수

난이도 중

$2\sqrt{48}-\sqrt{54}-3\sqrt{12}+\sqrt{24}=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

답 ②

$2\sqrt{48}-\sqrt{54}-3\sqrt{12}+\sqrt{24}=8\sqrt{3}-3\sqrt{6}-6\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$=(8-6)\sqrt{3}+(-3+2)\sqrt{6}$
$=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로 $a-b=3$

191

난이도 하

$4\sqrt{5}+3\sqrt{20}-\sqrt{45}=A\sqrt{5}$일 때, 유리수 A의 값을 구하여라.

답 7

$4\sqrt{5}+3\sqrt{20}-\sqrt{45}=4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$=(4+6-3)\sqrt{5}=7\sqrt{5}$

$\therefore A=7$

192

난이도 중

$3\sqrt{8}-4\sqrt{12}+\sqrt{108}-\sqrt{98}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 -3

$3\sqrt{8}-4\sqrt{12}+\sqrt{108}-\sqrt{98}=6\sqrt{2}-8\sqrt{3}+6\sqrt{3}-7\sqrt{2}$
$=(6-7)\sqrt{2}+(-8+6)\sqrt{3}$
$=-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

따라서 $a=-1$, $b=-2$이므로 $a+b=-3$

193 서술형

난이도 중

다음 식을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $\sqrt{2ab}$의 값을 구하여라.

$$2\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{45}-\sqrt{80}=a\sqrt{3}+b\sqrt{5}$$

답 2

$2\sqrt{27}-\sqrt{75}+2\sqrt{45}-\sqrt{80}=6\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6\sqrt{5}-4\sqrt{5}$ ◀40 %
$=(6-5)\sqrt{3}+(6-4)\sqrt{5}$
$=\sqrt{3}+2\sqrt{5}$ ◀40 %

따라서 $a=1$, $b=2$이므로 $\sqrt{2ab}=\sqrt{2\times1\times2}=2$ ◀20 %

중요한

유형 033 제곱근의 덧셈과 뺄셈 – 분모의 유리화

분모의 유리화를 이용하여 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ 분모의 무리수는 유리화한다.
❷ 근호 안의 수가 같은 항끼리 덧셈과 뺄셈을 한다.

풍쌤의 Point 근호 안의 수는 소인수분해를 이용하여 제곱인 수를 근호 밖으로 꺼낸 뒤 계산하면 편리해.

194 필수

난이도 중

$\sqrt{27}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{72}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

답 ④

$\sqrt{27}-\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{8}}+\sqrt{72}=3\sqrt{3}-\frac{12\sqrt{3}}{3}-\frac{4\sqrt{2}}{4}+6\sqrt{2}=5\sqrt{2}-\sqrt{3}$

따라서 $a=5$, $b=-1$이므로 $a+b=4$

195

난이도 하

$2\sqrt{50}-\frac{12}{\sqrt{8}}=A\sqrt{2}$일 때, 유리수 A의 값을 구하여라.

답 7

$2\sqrt{50}-\frac{12}{\sqrt{8}}=10\sqrt{2}-\frac{12}{2\sqrt{2}}=10\sqrt{2}-\frac{12\sqrt{2}}{4}=7\sqrt{2}$

$\therefore A=7$

196

난이도 중

$a=\frac{49}{\sqrt{7}}+\frac{84}{\sqrt{63}}-2\sqrt{28}$일 때, $\frac{a^2}{49}$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

답 ③

$a=\frac{49}{\sqrt{7}}+\frac{84}{\sqrt{63}}-2\sqrt{28}=\frac{49\sqrt{7}}{7}+\frac{84\sqrt{7}}{21}-4\sqrt{7}=7\sqrt{7}$

$\therefore \frac{a^2}{49}=\frac{(7\sqrt{7})^2}{49}=\frac{343}{49}=7$

197

난이도 중

$ab=16$일 때, $\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$의 값을 구하여라. (단, $a>0$, $b>0$)

답 8

$\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{ab}}{a}+\frac{b\sqrt{ab}}{b}=2\sqrt{ab}$

$ab=16$이므로 $2\sqrt{ab}=2\sqrt{16}=8$

필수유형 다지기

유형 034 분배법칙을 이용한 제곱근의 계산

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때
(1) $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$, $\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{c})=\sqrt{ab}-\sqrt{ac}$
(2) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$, $(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{ac}-\sqrt{bc}$

풍쌤의 Point 제곱근의 덧셈, 뺄셈이 있는 식에 제곱근을 곱할 때에는 분배법칙을 이용하여 전개하면 돼.

198 필수 난이도 하

$3\sqrt{3}(2-\sqrt{3})+\frac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}+\sqrt{81}$을 계산하면?

① $-4\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}-6$ ③ $-4\sqrt{3}+9$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}-3$

답 ④
(주어진 식)$=6\sqrt{3}-9+\frac{6\sqrt{3}}{3}-4\sqrt{3}+9$
$=6\sqrt{3}-9+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+9=4\sqrt{3}$

199 난이도 하

$2\sqrt{2}(1-\sqrt{2})-\frac{6}{\sqrt{2}}$을 계산하여라.

답 $-4-\sqrt{2}$
(주어진 식)$=2\sqrt{2}-4-\frac{6\sqrt{2}}{2}$
$=2\sqrt{2}-4-3\sqrt{2}=-4-\sqrt{2}$

200 난이도 하

$\sqrt{27}-\sqrt{3}(\sqrt{15}+7)+\sqrt{125}=-4\sqrt{3}+a\sqrt{5}$일 때, 유리수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ⑤
$\sqrt{27}-\sqrt{3}(\sqrt{15}+7)+\sqrt{125}=3\sqrt{3}-\sqrt{45}-7\sqrt{3}+5\sqrt{5}$
$=3\sqrt{3}-3\sqrt{5}-7\sqrt{3}+5\sqrt{5}$
$=-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}$
$\therefore a=2$

201 난이도 중

다음 식을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

$$\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{6}{\sqrt{18}}-3\right)=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$$

답 -3
(좌변)$=\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{10}{\sqrt{6}}+\frac{6}{\sqrt{6}}-3\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{10\sqrt{6}}{6}+\frac{6\sqrt{6}}{6}-3\sqrt{3}$
$=-\frac{7}{3}\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{6}$
따라서 $a=-\frac{7}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$이므로 $a+b=-3$

중요한 유형 035 분배법칙을 이용한 분모의 유리화

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때
$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{c}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times\sqrt{c}}{\sqrt{c}\times\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}}{c}$

풍쌤의 Point 무리수가 1개인 분모를 유리화하려면 분모의 무리수를 분모, 분자에 각각 곱해.

202 필수 난이도 하

$\frac{2\sqrt{12}-2\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=a+b\sqrt{2}$를 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ②
$\frac{2\sqrt{12}-2\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=\frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{2}-12}{12}=-1+\sqrt{2}$
따라서 $a=-1$, $b=1$이므로 $ab=-1$

203 난이도 하

$\frac{\sqrt{75}-2\sqrt{10}}{3\sqrt{5}}$의 분모를 유리화하여라.

답 $\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{2}}{3}$
$\frac{\sqrt{75}-2\sqrt{10}}{3\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{3}-2\sqrt{10}}{3\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{15}-10\sqrt{2}}{15}=\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{2}}{3}$

204 난이도 중

다음 식을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

$$\sqrt{45}+\frac{18}{\sqrt{12}}-\frac{3-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=a\sqrt{3}+b\sqrt{5}$$

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

답 ②
$\sqrt{45}+\frac{18}{\sqrt{12}}-\frac{3-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{5}+\frac{18\sqrt{3}}{6}-\frac{3\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{3}$
$=3\sqrt{5}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{5}=2\sqrt{3}+4\sqrt{5}$
따라서 $a=2$, $b=4$이므로 $a+b=6$

205 난이도 중

$A=\frac{\sqrt{3}+4}{\sqrt{2}}$, $B=\frac{\sqrt{3}-4}{\sqrt{2}}$일 때, $\frac{A+B}{A-B}$의 값을 구하여라.

답 $\frac{\sqrt{3}}{4}$
$A=\frac{\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{2}$, $B=\frac{\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{2}$이므로 $A+B=\sqrt{6}$, $A-B=4\sqrt{2}$
$\therefore \frac{A+B}{A-B}=\frac{\sqrt{6}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

유형 036 제곱근의 계산 결과가 유리수가 될 조건

a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때 $a+b\sqrt{m}$이 유리수가 되려면 $b=0$이어야 한다.

예 a가 유리수일 때, $3+(a-5)\sqrt{2}$가 유리수가 되려면
$a-5=0 \quad \therefore a=5$

풍쌤의 Point 제곱근의 계산 결과가 유리수가 되려면 무리수 부분이 사라져야 된다는 소리!

206 필수

난이도 중

$(3\sqrt{15}-1)a+15-\sqrt{15}$가 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값을 구하여라.

답 $\frac{1}{3}$

$(3\sqrt{15}-1)a+15-\sqrt{15}=(-a+15)+(3a-1)\sqrt{15}$
유리수가 되려면 $3a-1=0$이어야 하므로
$3a=1 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

207

난이도 중

$2\sqrt{2}(\sqrt{2}-3)+\frac{a(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}$가 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

답 ②

$2\sqrt{2}(\sqrt{2}-3)+\frac{a(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}=4-6\sqrt{2}+\frac{a}{2}\sqrt{2}-a$
$=(4-a)+\left(-6+\frac{a}{2}\right)\sqrt{2}$

유리수가 되려면 $-6+\frac{a}{2}=0$이어야 하므로
$\frac{a}{2}=6 \quad \therefore a=12$

208 서술형

난이도 중

유리수 P에 대하여 다음 물음에 답하여라.

$$P=\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{32}-5)-a(2-\sqrt{2})$$

(1) 유리수 a의 값을 구하여라.
(2) P의 값을 구하여라.

답 (1) 5 (2) -2

(1) $P=\sqrt{2}(4\sqrt{2}-5)-a(2-\sqrt{2})$
$=8-5\sqrt{2}-2a+a\sqrt{2}$
$=(8-2a)+(-5+a)\sqrt{2}$ ◀50 %
유리수가 되려면 $-5+a=0$이어야 하므로 $a=5$ ◀30 %
(2) $a=5$이므로 $P=8-2a=8-2\times5=-2$ ◀20 %

중요한 유형 037 실수의 대소 관계

두 실수 a, b에 대하여
(1) $a-b>0$이면 $a>b$
(2) $a-b=0$이면 $a=b$
(3) $a-b<0$이면 $a<b$

풍쌤의 Point 두 실수 a, b의 대소를 비교하려면 $a-b$의 값의 부호를 알아봐.

209 필수

난이도 중

다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $3-\sqrt{2}<3-\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{2}-1<2\sqrt{3}-1$
③ $4\sqrt{2}-1>2\sqrt{2}+1$ ④ $2\sqrt{5}+1>3\sqrt{3}+1$
⑤ $2\sqrt{2}+\sqrt{3}>3+\sqrt{3}$

답 ③

① $(3-\sqrt{2})-(3-\sqrt{3})=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0 \quad \therefore 3-\sqrt{2}>3-\sqrt{3}$
② $(3\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{3}-1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$
$\therefore 3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$
④ $(2\sqrt{5}+1)-(3\sqrt{3}+1)=2\sqrt{5}-3\sqrt{3}=\sqrt{20}-\sqrt{27}<0$
$\therefore 2\sqrt{5}+1<3\sqrt{3}+1$
⑤ $(2\sqrt{2}+\sqrt{3})-(3+\sqrt{3})=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
$\therefore 2\sqrt{2}+\sqrt{3}<3+\sqrt{3}$

210

난이도 중

다음 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $3\sqrt{5}+2$ $\boxed{>}$ $4\sqrt{5}-2$
② $2\sqrt{3}+4$ $\boxed{>}$ $\sqrt{11}+4$
③ $5\sqrt{3}+3\sqrt{2}$ $\boxed{>}$ $3\sqrt{2}+7$
④ $3\sqrt{5}-1$ $\boxed{<}$ $4\sqrt{3}-1$
⑤ $2\sqrt{5}+\sqrt{7}$ $\boxed{>}$ $\sqrt{7}+3\sqrt{2}$

답 ④

④ $(3\sqrt{5}-1)-(4\sqrt{3}-1)=3\sqrt{5}-4\sqrt{3}=\sqrt{45}-\sqrt{48}<0$
$\therefore 3\sqrt{5}-1<4\sqrt{3}-1$

211

난이도 중

세 수 $a=3\sqrt{2}+1$, $b=5\sqrt{2}-2$, $c=4\sqrt{3}-2$의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $a<c<b$ ② $b<a<c$ ③ $b<c<a$
④ $c<a<b$ ⑤ $c<b<a$

답 ⑤

(i) $a-b=(3\sqrt{2}+1)-(5\sqrt{2}-2)=3-2\sqrt{2}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로 $a>b$
(ii) $b-c=(5\sqrt{2}-2)-(4\sqrt{3}-2)=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}=\sqrt{50}-\sqrt{48}>0$이므로
$b>c$
$\therefore c<b<a$

필수유형 다지기

중요한

유형 038 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기

(1) 100 이상인 수

$\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a}=100\sqrt{a}$, $\cdots$

(2) 0과 1 사이의 수

$\sqrt{\dfrac{a}{100}}=\dfrac{\sqrt{a}}{10}$, $\sqrt{\dfrac{a}{10000}}=\dfrac{\sqrt{a}}{100}$, $\cdots$

풍쌤의 Point 제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값은 10의 거듭제곱을 이용하여 근호 안의 수를 제곱근표에 있는 수로 바꾸어 계산하면 돼.

212 필수

난이도 중

$\sqrt{7}=2.646$, $\sqrt{70}=8.367$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{700}=26.46$ ② $\sqrt{7000}=83.67$
③ $\sqrt{70000}=264.6$ ④ $\sqrt{0.7}=0.2646$
⑤ $\sqrt{0.007}=0.08367$

답 ④

④ $\sqrt{0.7}=\sqrt{\dfrac{7}{10}}=\sqrt{\dfrac{70}{100}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}=\dfrac{8.367}{10}=0.8367$

213

난이도 하

$\sqrt{1.2}=1.095$, $\sqrt{12}=3.464$일 때, $\sqrt{12000}$의 값을 구하여라.

답 **109.5**

$\sqrt{12000}=\sqrt{1.2\times10000}=100\sqrt{1.2}=100\times1.095=109.5$

214

난이도 하

$\sqrt{5.4}=2.324$, $\sqrt{54}=7.348$일 때, $\sqrt{0.0054}$의 값을 구하여라.

답 **0.07348**

$\sqrt{0.0054}=\sqrt{\dfrac{54}{10000}}=\dfrac{\sqrt{54}}{100}=\dfrac{7.348}{100}=0.07348$

215

난이도 중

다음 중 $\sqrt{2.01}=1.418$임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{201}$ ② $\sqrt{20100}$ ③ $\sqrt{0.201}$
④ $\sqrt{0.0201}$ ⑤ $\sqrt{0.000201}$

답 ③

① $\sqrt{201}=\sqrt{2.01\times100}=10\sqrt{2.01}=10\times1.418=14.18$
② $\sqrt{20100}=\sqrt{2.01\times10000}=100\sqrt{2.01}=100\times1.418=141.8$
④ $\sqrt{0.0201}=\sqrt{\dfrac{2.01}{100}}=\dfrac{\sqrt{2.01}}{10}=\dfrac{1.418}{10}=0.1418$
⑤ $\sqrt{0.000201}=\sqrt{\dfrac{2.01}{10000}}=\dfrac{\sqrt{2.01}}{100}=\dfrac{1.418}{100}=0.01418$

유형 039 제곱근의 값을 이용한 계산

풍쌤의 Point 분모가 무리수일 때에는 분모를 유리화한 후 제곱근의 값을 구해.

216 필수

난이도 중

$\sqrt{5}=2.236$일 때, $\sqrt{0.2}+\sqrt{\dfrac{1}{80}}$의 값은?

① 0.551 ② 0.553 ③ 0.555
④ 0.557 ⑤ 0.559

답 ⑤

$\sqrt{0.2}+\sqrt{\dfrac{1}{80}}=\sqrt{\dfrac{1}{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{80}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\dfrac{1}{4\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{20}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

$=\dfrac{2.236}{4}=0.559$

217

난이도 중

$\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{6}=2.449$일 때, $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$의 값은?

① 1.3942 ② 1.4942 ③ 1.9285
④ 1.9315 ⑤ 1.9986

답 ④

$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2.449+1.414}{2}$

$=\dfrac{3.863}{2}=1.9315$

218

난이도 중

다음 중 $\sqrt{5}=2.236$임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

① $\sqrt{2000}$ ② $\sqrt{0.002}$ ③ $\sqrt{0.8}$
④ $\sqrt{20}$ ⑤ $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

답 ⑤

⑤ $\dfrac{5}{\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$이므로 $\sqrt{2}$의 값을 알아야 한다.

219

난이도 중

$\sqrt{3}=1.732$일 때, $\dfrac{3}{2\sqrt{3}}+\sqrt{0.75}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{50}}$의 값을 구하여라.

답 **1.3856**

(주어진 식)$=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}+\sqrt{\dfrac{3}{4}}-\sqrt{\dfrac{3}{25}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{5}=\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$

$=\dfrac{4\times1.732}{5}=\dfrac{6.928}{5}=1.3856$

유형 040 무리수의 정수 부분과 소수 부분

무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 정수 부분과 소수 부분으로 나눌 수 있다.
(1) (무리수)$=$(정수 부분)$+$(소수 부분)
(2) (소수 부분)$=$(무리수)$-$(정수 부분)

풍쌤의 Point 무리수의 정수 부분은 무리수의 값에서 알 수 있고, 소수 부분은 무리수에서 정수 부분을 빼면 돼.

220 필수

난이도 중

$\sqrt{7}+2$의 정수 부분을 a, $\sqrt{13}$의 소수 부분을 b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① $\sqrt{7}-1$ ② $\sqrt{7}$ ③ $\sqrt{13}-1$
④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{13}+1$

답 ⑤
(i) $2<\sqrt{7}<3$의 각 변에 2를 더하면 $4<\sqrt{7}+2<5$ $\therefore a=4$
(ii) $3<\sqrt{13}<4$에서 $\sqrt{13}$의 정수 부분은 3이므로 $b=\sqrt{13}-3$
$\therefore a+b=4+(\sqrt{13}-3)=\sqrt{13}+1$

221

난이도 중

$2\sqrt{5}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $\dfrac{10a}{b+4}$의 값을 구하여라.

답 $4\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이고, $4<\sqrt{20}<5$이므로 $a=4$, $b=2\sqrt{5}-4$

$\therefore \dfrac{10a}{b+4}=\dfrac{10\times4}{(2\sqrt{5}-4)+4}=\dfrac{40}{2\sqrt{5}}$
$=\dfrac{40\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{40\sqrt{5}}{10}=4\sqrt{5}$

222

난이도 중

$5-\sqrt{7}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $\sqrt{7a+2b}$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

답 ①
$2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로 각 변에 5를 더하면
$2<5-\sqrt{7}<3$
$\therefore a=2$, $b=(5-\sqrt{7})-2=3-\sqrt{7}$
$\therefore \sqrt{7a+2b}=2\sqrt{7}+2(3-\sqrt{7})=6$

223

난이도 중

$4-\sqrt{3}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $a^2+(2-b)^2$의 값은?

① $6-\sqrt{3}$ ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ $5+2\sqrt{3}$

답 ④
$1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 각 변에 4를 더하면
$2<4-\sqrt{3}<3$
$\therefore a=2$, $b=(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}$
$\therefore a^2+(2-b)^2=2^2+\{2-(2-\sqrt{3})\}^2$
$=2^2+(\sqrt{3})^2$
$=4+3=7$

224 서술형

난이도 중

$\sqrt{10}-2$의 정수 부분을 a, $6-\sqrt{6}$의 소수 부분을 b라고 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

답 $-2+\sqrt{6}$
(i) $3<\sqrt{10}<4$의 각 변에서 2를 빼면 $1<\sqrt{10}-2<2$ $\therefore a=1$ ◀40 %
(ii) $2<\sqrt{6}<3$에서 $-3<-\sqrt{6}<-2$이므로 각 변에 6을 더하면
$3<6-\sqrt{6}<4$
$6-\sqrt{6}$의 정수 부분은 3이므로 $b=(6-\sqrt{6})-3=3-\sqrt{6}$ ◀40 %
$\therefore a-b=1-(3-\sqrt{6})=-2+\sqrt{6}$ ◀20 %

225

난이도 상

자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$의 정수 부분을 $f(n)$이라고 할 때, $f(26)-f(12)$의 값은?

① 2 ② 5 ③ 10
④ 13 ⑤ 16

답 ①
$5<\sqrt{26}<6$이므로 $f(26)=5$
$3<\sqrt{12}<4$이므로 $f(12)=3$
$\therefore f(26)-f(12)=5-3=2$

226

난이도 상

$\sqrt{2n}$의 정수 부분이 3이 되게 하는 자연수 n은 몇 개인가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

답 ③
$\sqrt{2n}$의 정수 부분이 3이므로
$3\le\sqrt{2n}<4$, $\sqrt{9}\le\sqrt{2n}<\sqrt{16}$
즉, $9\le 2n<16$이므로 $\dfrac{9}{2}\le n<8$
따라서 $\sqrt{2n}$의 정수 부분이 3이 되게 하는 자연수 n은 5, 6, 7의 3개이다.

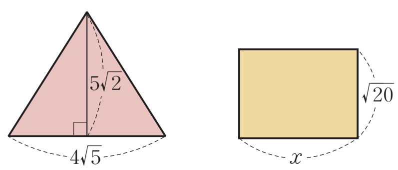
유형 041 도형에서 제곱근의 사칙계산의 활용

풍쌤의 Point 도형 문제라고 당황할 것 없어. 넓이나 길이를 구하는 단순한 문제인데 주어진 수가 무리수일 뿐이야.

227 필수

난이도 중

다음 그림의 삼각형과 직사각형의 넓이가 서로 같을 때, 직사각형의 가로의 길이 x는?



① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{2}$

답 ③

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times5\sqrt{2}=10\sqrt{10}$

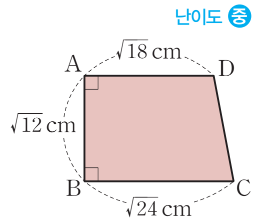
직사각형의 넓이는 $\sqrt{20}x=2\sqrt{5}x$

즉, $2\sqrt{5}x=10\sqrt{10}$이므로 $x=\frac{10\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=\frac{10}{2}\sqrt{\frac{10}{5}}=5\sqrt{2}$

228

난이도 중

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD의 넓이는?



① $(3\sqrt{6}+6\sqrt{2})\text{ cm}^2$
② $(4\sqrt{3}+2\sqrt{6})\text{ cm}^2$
③ $(6\sqrt{3}+3\sqrt{6})\text{ cm}^2$
④ $(12\sqrt{2}+6\sqrt{6})\text{ cm}^2$
⑤ $(6\sqrt{2}+4\sqrt{3})\text{ cm}^2$

답 ①

(사다리꼴 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{18}+\sqrt{24})\times\sqrt{12}$

$=\frac{1}{2}\times(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\times2\sqrt{3}$

$=3\sqrt{6}+2\sqrt{18}=3\sqrt{6}+6\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

229

난이도 중

넓이가 36 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는 넓이가 $3\pi\text{ cm}^2$인 원의 반지름의 길이의 몇 배인가?

① $\sqrt{3}$배 ② 2배 ③ 3배
④ $2\sqrt{3}$배 ⑤ 4배

답 ④

넓이가 36 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$

넓이가 $3\pi\text{ cm}^2$인 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\pi r^2=3\pi$, $r^2=3$

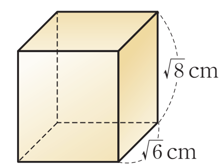
$\therefore r=\sqrt{3}\ (\because r>0)$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 원의 반지름의 길이의 $6\div\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (배)

230

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 세로의 길이가 $\sqrt{6}$ cm, 높이가 $\sqrt{8}$ cm인 직육면체의 부피가 $4\sqrt{21}\text{ cm}^3$일 때, 이 직육면체의 가로의 길이를 구하여라.



답 $\sqrt{7}$ cm

직육면체의 가로의 길이를 x cm라고 하면 부피는

$x\times\sqrt{6}\times\sqrt{8}=4\sqrt{21}$, $\sqrt{48}x=4\sqrt{21}$

$\therefore x=\frac{4\sqrt{21}}{\sqrt{48}}=4\sqrt{\frac{21}{48}}=4\sqrt{\frac{7}{16}}$

$=\frac{4\sqrt{7}}{4}=\sqrt{7}$

231

난이도 중

가로, 세로의 길이와 높이가 각각 $\sqrt{6}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{24}$인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 $a\sqrt{6}+b\sqrt{3}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

답 ⑤

직육면체의 모서리는 가로, 세로, 높이가 각각 4개씩 있으므로 모든 모서리의 길이의 합은

$4\times(\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{24})=4\times(\sqrt{6}+2\sqrt{3}+2\sqrt{6})$

$=4\times(3\sqrt{6}+2\sqrt{3})$

$=12\sqrt{6}+8\sqrt{3}$

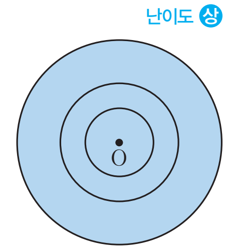
따라서 $a=12$, $b=8$이므로

$a+b=12+8=20$

232 창의

난이도 상

오른쪽 그림과 같이 중심이 O인 원 3개가 있다. 가장 작은 원부터 넓이는 차례대로 3배씩 커지고 가장 큰 원의 넓이가 45π일 때, 가장 큰 원과 가장 작은 원의 반지름의 길이의 합을 구하여라.



답 $4\sqrt{5}$

중간의 원과 가장 작은 원의 넓이는 각각 $\frac{45\pi}{3}=15\pi$, $\frac{15\pi}{3}=5\pi$

(i) 가장 큰 원의 반지름의 길이를 x라고 하면 넓이가 45π이므로

$\pi x^2=45\pi$ $\quad\therefore x=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ (\because x>0)$

(ii) 가장 작은 원의 반지름의 길이를 y라고 하면 넓이가 5π이므로

$\pi y^2=5\pi$ $\quad\therefore y=\sqrt{5}\ (\because y>0)$

$\therefore x+y=3\sqrt{5}+\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

233

민주는 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 $\sqrt{3}:1$인 화단을 만들었다. 만든 화단의 가로의 길이가 $\sqrt{39}\,\mathrm{m}$일 때, 화단의 세로의 길이는?

① $\sqrt{11}\,\mathrm{m}$ ② $2\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ ③ $\sqrt{13}\,\mathrm{m}$
④ $\sqrt{14}\,\mathrm{m}$ ⑤ $\sqrt{15}\,\mathrm{m}$

답 ③
화단의 세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$라고 하면
$\sqrt{39}:x=\sqrt{3}:1$, $\sqrt{3}x=\sqrt{39}$
$\therefore x=\dfrac{\sqrt{39}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{39}{3}}=\sqrt{13}$

234

$\sqrt{3000}$은 $\sqrt{30}$의 A배이고, $\sqrt{0.2}$는 $\sqrt{20}$의 B배일 때, AB의 값을 구하여라.

답 1
$\sqrt{3000}$은 $\sqrt{30}$의 A배이므로 $\sqrt{3000}=\sqrt{30}\times A$
$\therefore A=\dfrac{\sqrt{3000}}{\sqrt{30}}=\sqrt{\dfrac{3000}{30}}=\sqrt{100}=10$
$\sqrt{0.2}$는 $\sqrt{20}$의 B배이므로 $\sqrt{0.2}=\sqrt{20}\times B$
$\therefore B=\dfrac{\sqrt{0.2}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\dfrac{0.2}{20}}=\sqrt{\dfrac{1}{100}}=\dfrac{1}{10}$
$\therefore AB=10\times\dfrac{1}{10}=1$

235

$\sqrt{2.14}=a$, $\sqrt{21.4}=b$일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기
ㄱ. $\sqrt{21400}=10a$ ㄴ. $\sqrt{2140}=10b$
ㄷ. $\sqrt{0.0214}=\dfrac{a}{10}$ ㄹ. $\sqrt{0.214}=\dfrac{b}{100}$

답 ㄴ, ㄷ
ㄱ. $\sqrt{21400}=\sqrt{2.14\times10000}=100\sqrt{2.14}=100a$
ㄹ. $\sqrt{0.214}=\sqrt{\dfrac{21.4}{100}}=\dfrac{\sqrt{21.4}}{10}=\dfrac{b}{10}$

236

$a>0$, $b>0$이고 $ab=4$일 때, $\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\dfrac{2}{b}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$의 값은?

① 1 ② $\dfrac{3}{2}$ ③ 2
④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ 3

답 ②
$\dfrac{1}{a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\dfrac{2}{b}\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a\sqrt{b}}+\dfrac{2\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{ab}+\dfrac{2\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{3\sqrt{ab}}{ab}$
$ab=4$이므로
$\dfrac{3\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{3\sqrt{4}}{4}=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$

237

다음 그림의 수직선에서 점 M은 선분 AB의 중점이고, 점 N은 선분 MB의 중점이다. 두 점 A, B에 대응하는 수가 각각 $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}+1$일 때, 점 N에 대응하는 수를 구하여라.

답 $\dfrac{3+4\sqrt{2}}{4}$
선분 AB의 중점 M에 대응하는 수는 $\dfrac{\sqrt{2}+(\sqrt{2}+1)}{2}=\dfrac{2\sqrt{2}+1}{2}$
따라서 선분 MB의 중점 N에 대응하는 수는
$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2\sqrt{2}+1}{2}+\sqrt{2}+1\right)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}+1+2\sqrt{2}+2}{2}=\dfrac{3+4\sqrt{2}}{4}$

238

$A=\sqrt{12}-3$, $B=A\sqrt{3}-3$, $C=B\sqrt{3}-3$일 때, $2A+B-C=x+y\sqrt{3}$을 만족시키는 유리수 x, y에 대하여 x^2+y^2의 값을 구하여라.

답 85
$A=\sqrt{12}-3=2\sqrt{3}-3$
$B=A\sqrt{3}-3=(2\sqrt{3}-3)\sqrt{3}-3=6-3\sqrt{3}-3=3-3\sqrt{3}$
$C=B\sqrt{3}-3=(3-3\sqrt{3})\sqrt{3}-3=3\sqrt{3}-9-3=3\sqrt{3}-12$
$\therefore 2A+B-C=2(2\sqrt{3}-3)+(3-3\sqrt{3})-(3\sqrt{3}-12)=9-2\sqrt{3}$
따라서 $x=9$, $y=-2$이므로 $x^2+y^2=81+4=85$

239

$f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$라고 할 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(99)$의 값을 구하여라.

답 9
$f(1)=\sqrt{2}-\sqrt{1}$
$f(2)=\sqrt{3}-\sqrt{2}$
$f(3)=\sqrt{4}-\sqrt{3}$
$\vdots$
$f(99)=\sqrt{100}-\sqrt{99}$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(99)=\sqrt{100}-\sqrt{1}=10-1=9$

240

$\sqrt{3}(a\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{2}\left(\dfrac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{8}\right)$이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

답 ①
$\sqrt{3}(a\sqrt{2}-\sqrt{3})+\sqrt{2}\left(\dfrac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{8}\right)=a\sqrt{6}-3+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{16}$
$=a\sqrt{6}-3+\sqrt{6}+4=1+(a+1)\sqrt{6}$
유리수가 되려면 $a+1=0$이어야 하므로 $a=-1$

241 서술형

세 수 $a=3\sqrt{3}$, $b=3\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $c=8-2\sqrt{3}$의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

답 $c<a<b$

(i) $a-b=3\sqrt{3}-(3\sqrt{2}+\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$

$\therefore a<b$ ◀40 %

(ii) $a-c=3\sqrt{3}-(8-2\sqrt{3})=5\sqrt{3}-8=\sqrt{75}-\sqrt{64}>0$

$\therefore a>c$ ◀40 %

$a<b$, $a>c$이므로 $c<a<b$ ◀20 %

242

$\sqrt{6}=2.449$, $\sqrt{60}=7.746$일 때,

$\sqrt{7.26}-\left(\sqrt{0.02}\times5\sqrt{3}+\dfrac{3}{\sqrt{6}}\right)$의 값을 구하여라.

답 0.2449

(주어진 식)$=\sqrt{\dfrac{726}{100}}-\left(\sqrt{\dfrac{2}{100}}\times5\sqrt{3}+\dfrac{3}{\sqrt{6}}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{11^2\times6}}{10}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{10}\times5\sqrt{3}+\dfrac{3\sqrt{6}}{6}\right)$

$=\dfrac{11\sqrt{6}}{10}-\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{10}=\dfrac{2.449}{10}=0.2449$

243

$\sqrt{2}$의 소수 부분을 a라고 할 때, $\sqrt{18}$의 소수 부분을 a를 이용하여 나타내어라.

답 $3a-1$

$1<\sqrt{2}<2$에서 $\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이므로 $a=\sqrt{2}-1$

$\therefore \sqrt{2}=a+1$

한편, $4<\sqrt{18}<5$에서 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4이므로 소수 부분은 $\sqrt{18}-4$

$\therefore \sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4=3(a+1)-4=3a-1$

244

$\sqrt{5}-1$의 정수 부분을 a라고 할 때, 다음 세 실수의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

$$P=\sqrt{27}+a,\quad Q=\sqrt{48}-a,\quad R=\sqrt{75}-\frac{5a}{2}$$

답 $Q<R<P$

$2<\sqrt{5}<3$의 각 변에서 1을 빼면 $1<\sqrt{5}-1<2$ $\therefore a=1$

$\therefore P=3\sqrt{3}+1$, $Q=4\sqrt{3}-1$, $R=5\sqrt{3}-\dfrac{5}{2}$

$P-R>0$이므로 $P>R$, $Q-R<0$이므로 $Q<R$

$\therefore Q<R<P$

245 서술형

$\sqrt{a}$의 정수 부분을 $\langle a\rangle$, 소수 부분을 a^*로 나타내기로 한다. 예를 들어 $\sqrt{7}$은 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $\langle 7\rangle=2$, $7^*=\sqrt{7}-2$이다. 이때 $\langle 15\rangle-27^*\times\sqrt{3}$의 값을 구하여라.

답 $-6+5\sqrt{3}$

(i) $3<\sqrt{15}<4$에서 $\sqrt{15}$의 정수 부분은 3이므로 $\langle 15\rangle=3$ ◀30 %

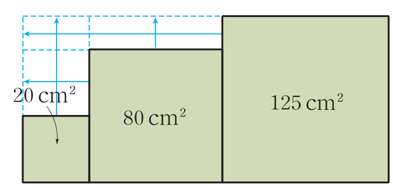
(ii) $5<\sqrt{27}<6$에서 $\sqrt{27}$의 정수 부분은 5이므로 소수 부분은 $\sqrt{27}-5$

$\therefore 27^*=\sqrt{27}-5$ ◀30 %

$\therefore \langle 15\rangle-27^*\times\sqrt{3}=3-(\sqrt{27}-5)\times\sqrt{3}=-6+5\sqrt{3}$ ◀40 %

246

다음 그림과 같이 넓이가 각각 $20\ \text{cm}^2$, $80\ \text{cm}^2$, $125\ \text{cm}^2$인 정사각형 모양의 색종이를 이어 붙였다. 이때 이 색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이를 구하여라.



답 $32\sqrt{5}$ cm

넓이가 $20\ \text{cm}^2$, $80\ \text{cm}^2$, $125\ \text{cm}^2$인 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm), $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm), $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$(cm)

$\therefore$ (구하는 둘레의 길이)$=2\times\{(2\sqrt{5}+4\sqrt{5}+5\sqrt{5})+5\sqrt{5}\}$

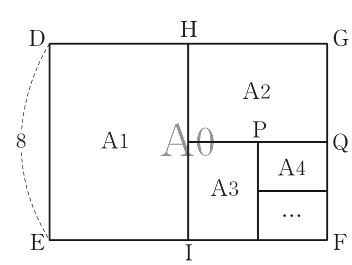
$=2\times16\sqrt{5}$

$=32\sqrt{5}$(cm)

247 창의

다음 그림과 같이 A0 용지는 반씩 접을 때마다 A1, A2, A3, A4, …용지가 되고, 이 용지들은 항상 닮은 모양이라고 한다. $\overline{DE}=8$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.

(단, □DEFG는 A0 용지이다.)



답 $2\sqrt{2}$

A0 용지와 A1 용지는 닮은 도형이므로 $\overline{DG}:\overline{DE}=\overline{DE}:\overline{DH}$

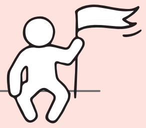
$\overline{DG}=x$라고 하면 $x:8=8:\dfrac{x}{2}$

$x^2=128$ $\therefore x=8\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{DG}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=8\sqrt{2}\times\dfrac{1}{4}=2\sqrt{2}$

유형북

Ⅱ 다항식의 곱셈과 인수분해



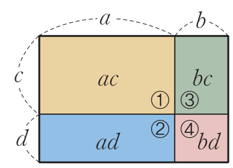
1 다항식의 곱셈

01 다항식의 곱셈

(다항식)×(다항식)의 계산

분배법칙을 이용하여 전개한 후 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 계산한다.

$(a+b)(c+d)=\underset{①}{ac}+\underset{②}{ad}+\underset{③}{bc}+\underset{④}{bd}$



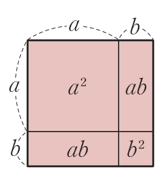
예 $(2a+b)(a+3b)=2a^2+6ab+ab+3b^2$ ⇦ 분배법칙
$=2a^2+7ab+3b^2$ ⇦ 동류항끼리 계산

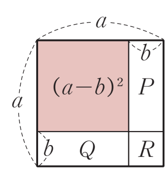
✦ 분배법칙
$m(a+b)=ma+mb$
$(a+b)m=am+bm$

02 곱셈 공식

(1) **곱셈 공식** (1) – 합의 제곱, 차의 제곱

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ② $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$





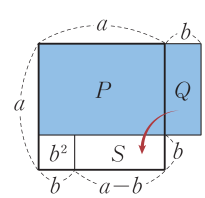
$(a-b)^2$
$=a^2-(P+R)-(Q+R)+R$
$=a^2-2ab+b^2$

예 ① $(x+2)^2=x^2+2\times x\times 2+2^2=x^2+4x+4$
② $(x-1)^2=x^2-2\times x\times 1+1^2=x^2-2x+1$

(2) **곱셈 공식** (2) – 합과 차의 곱

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

예 $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9$

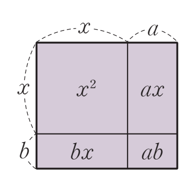


$(a+b)(a-b)=P+Q$
$=P+S$
$=a^2-b^2$

(3) **곱셈 공식** (3) – x의 계수가 1인 두 일차식의 곱

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

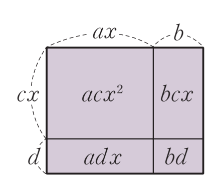
예 $(x+3)(x+6)=x^2+(3+6)x+3\times 6$
$=x^2+9x+18$



(4) **곱셈 공식** (4) – x의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

예 $(2x+6)(3x+7)=6x^2+(14+18)x+42$
$=6x^2+32x+42$



주의 곱셈 공식을 다음과 같이 전개하지 않도록 주의한다.
$(a+b)^2\neq a^2+b^2$, $(a-b)^2\neq a^2-b^2$

✦ 다음과 같은 다항식은 전개식이 같다.
① $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2$
$=(a+b)^2$
② $(-a-b)(-a+b)$
$=\{-(a+b)\}\{-(a-b)\}$
$=(a+b)(a-b)$

01 다항식의 곱셈

248

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(3x+4)$

(2) $(5y-2)(2y+3)$

(3) $(-x+y)(-2x-8y)$

답 (1) $6x^2+17x+12$ (2) $10y^2+11y-6$ (3) $2x^2+6xy-8y^2$

(1) $(2x+3)(3x+4)=6x^2+8x+9x+12=6x^2+17x+12$

(2) $(5y-2)(2y+3)=10y^2+15y-4y-6=10y^2+11y-6$

(3) $(-x+y)(-2x-8y)=(x-y)(2x+8y)$
$=2x^2+8xy-2xy-8y^2=2x^2+6xy-8y^2$

249

$\left(\frac{8}{3}x+2\right)\left(6x-\frac{9}{4}\right)$를 전개한 식에서 x의 계수를 구하여라.

답 6

$\left(\frac{8}{3}x+2\right)\left(6x-\frac{9}{4}\right)=16x^2-6x+12x-\frac{9}{2}=16x^2+6x-\frac{9}{2}$

이므로 x의 계수는 6이다.

02 곱셈 공식

250

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+2)^2$ (2) $(3x+y)^2$

(3) $(x-7)^2$ (4) $(a-4b)^2$

답 (1) a^2+4a+4 (2) $9x^2+6xy+y^2$
(3) $x^2-14x+49$ (4) $a^2-8ab+16b^2$

(1) $(a+2)^2=a^2+2\times a\times 2+2^2=a^2+4a+4$

(2) $(3x+y)^2=(3x)^2+2\times 3x\times y+y^2=9x^2+6xy+y^2$

(3) $(x-7)^2=x^2-2\times x\times 7+7^2=x^2-14x+49$

(4) $(a-4b)^2=a^2-2\times a\times 4b+(4b)^2=a^2-8ab+16b^2$

251

다음 식을 전개하여라.

(1) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$ (2) $\left(\frac{1}{4}a-2b\right)^2$

(3) $\left(2x+\frac{3}{2}y\right)^2$ (4) $\left(-x+\frac{1}{5}\right)^2$

답 (1) $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$ (2) $\frac{1}{16}a^2-ab+4b^2$
(3) $4x^2+6xy+\frac{9}{4}y^2$ (4) $x^2-\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}$

252

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(a-3)$ (2) $(3x+2y)(3x-2y)$

(3) $\left(\frac{1}{4}x-y\right)\left(\frac{1}{4}x+y\right)$ (4) $(-x-7y)(-x+7y)$

답 (1) a^2-9 (2) $9x^2-4y^2$ (3) $\frac{1}{16}x^2-y^2$ (4) x^2-49y^2

(1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$

(2) $(3x+2y)(3x-2y)=(3x)^2-(2y)^2=9x^2-4y^2$

(3) $\left(\frac{1}{4}x-y\right)\left(\frac{1}{4}x+y\right)=\left(\frac{1}{4}x\right)^2-y^2=\frac{1}{16}x^2-y^2$

(4) $(-x-7y)(-x+7y)=(-x)^2-(7y)^2=x^2-49y^2$

253

다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+1)(x+2)$ (2) $(y-3)(y+7)$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{6}\right)$ (4) $(x-y)(x+2y)$

답 (1) x^2+3x+2 (2) $y^2+4y-21$
(3) $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}$ (4) $x^2+xy-2y^2$

(1) $(x+1)(x+2)=x^2+(1+2)x+1\times 2=x^2+3x+2$

(2) $(y-3)(y+7)=y^2+\{(-3)+7\}y+(-3)\times 7=y^2+4y-21$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{6}\right)=x^2+\left\{\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right\}x+\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=x^2+\frac{2}{6}x-\frac{1}{12}=x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}$

(4) $(x-y)(x+2y)=x^2+\{(-1)+2\}xy+(-y)\times 2y=x^2+xy-2y^2$

254

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+1)(3x+4)$ (2) $(3x+7)(12x+17)$

(3) $(9x+2)(3x+5)$ (4) $\left(\frac{1}{3}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x+2\right)$

답 (1) $6x^2+11x+4$ (2) $36x^2+135x+119$
(3) $27x^2+51x+10$ (4) $\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{6}x+2$

(1) $(2x+1)(3x+4)=6x^2+(8+3)x+4=6x^2+11x+4$

(2) $(3x+7)(12x+17)=36x^2+(51+84)x+119=36x^2+135x+119$

(3) $(9x+2)(3x+5)=27x^2+(45+6)x+10=27x^2+51x+10$

(4) $\left(\frac{1}{3}x+1\right)\left(\frac{1}{2}x+2\right)=\frac{1}{6}x^2+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)x+2=\frac{1}{6}x^2+\frac{7}{6}x+2$

03 곱셈 공식의 활용

(1) **곱셈 공식을 이용한 수의 계산**

① 수의 제곱의 계산

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 또는 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.

② 서로 다른 두 수의 곱의 계산

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 또는 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.

③ 근호를 포함한 수의 계산

제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용하여 계산한다.

예 ① $101^2=(100+1)^2=100^2+2\times100\times1+1^2=10201$

$99^2=(100-1)^2=100^2-2\times100\times1+1^2=9801$

② $101\times99=(100+1)(100-1)=100^2-1^2=9999$

$101\times102=(100+1)(100+2)=100^2+(1+2)\times100+1\times2=10302$

③ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$

(2) **복잡한 식의 전개**

복잡한 식의 전개는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 공통부분을 하나의 문자 A로 놓는다.

❷ 곱셈 공식을 이용하여 전개한다.

❸ A를 원래의 식으로 바꾼다.

❹ 곱셈 공식을 이용하여 ❸의 식을 전개한다.

✦ 곱셈 공식을 이용하여 수의 계산을 할 때, a, b의 값은 계산이 편리한 수로 정한다.

04 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

분모가 두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수이면 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$a>0$, $b>0$, $a\neq b$일 때

① $\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$

② $\dfrac{c}{a+\sqrt{b}}=\dfrac{c(a-\sqrt{b})}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})}=\dfrac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$

예 $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

✦ 분모가 $a\pm\sqrt{b}$ 또는 $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ 꼴인 분수는 분모를 유리화하여 계산한다.

05 곱셈 공식의 변형

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ (2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

(3) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$ (4) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

참고 곱셈 공식의 변형식에서 b 대신 $\dfrac{1}{a}$을 대입하면 다음과 같은 공식을 얻을 수 있다.

(1) $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2$ (2) $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+2$

(3) $\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+4$ (4) $\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-4$

✦ $a+\dfrac{1}{a}$ 또는 $a-\dfrac{1}{a}$의 값이 주어지면 왼쪽과 같이 두 수의 곱이 1인 곱셈 공식의 변형을 이용한다.

개념 확인하기

03 곱셈 공식의 활용

255

곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) 303^2 (2) 97^2

(3) 78×82 (4) 52×47

답 (1) 91809 (2) 9409 (3) 6396 (4) 2444

(1) $303^2=(300+3)^2=300^2+2\times300\times3+3^2$
$=90000+1800+9=91809$

(2) $97^2=(100-3)^2=100^2-2\times100\times3+3^2$
$=10000-600+9=9409$

(3) $78\times82=(80-2)(80+2)=80^2-2^2$
$=6400-4=6396$

(4) $52\times47=(50+2)(50-3)=50^2+(2-3)\times50+2\times(-3)$
$=2500-50-6=2444$

256

다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+y-3)^2$

(2) $(a-3b+2)(a-3b-4)$

답 (1) $x^2+2xy+y^2-6x-6y+9$
(2) $a^2-6ab+9b^2-2a+6b-8$

(1) $x+y=A$로 놓으면
$(x+y-3)^2=(A-3)^2=A^2-6A+9$
$A=x+y$를 대입하면
$(x+y)^2-6(x+y)+9=x^2+2xy+y^2-6x-6y+9$

(2) $a-3b=A$로 놓으면
$(a-3b+2)(a-3b-4)=(A+2)(A-4)=A^2-2A-8$
$A=a-3b$를 대입하면
$(a-3b)^2-2(a-3b)-8=a^2-6ab+9b^2-2a+6b-8$

04 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

257

다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}$

(3) $\dfrac{7}{3-\sqrt{2}}$ (4) $\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$

답 (1) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{5}-2$ (3) $3+\sqrt{2}$ (4) $3-2\sqrt{2}$

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$

(3) $\dfrac{7}{3-\sqrt{2}}=\dfrac{7(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}=\dfrac{7(3+\sqrt{2})}{7}=3+\sqrt{2}$

(4) $\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$

05 곱셈 공식의 변형

258

$a+b=5$, $ab=2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) a^2+b^2 (2) $(a-b)^2$

답 (1) 21 (2) 17

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2\times2=21$

(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=5^2-4\times2=17$

259

$a-b=3$, $ab=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) a^2+b^2 (2) $(a+b)^2$

답 (1) 19 (2) 29

(1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=3^2+2\times5=19$

(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=3^2+4\times5=29$

260

$x+\dfrac{1}{x}=-2$일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

답 2

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=(-2)^2-2=2$

261

$x-\dfrac{1}{x}=4$일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

답 18

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=4^2+2=18$

필수유형 다지기

유형 042 다항식의 곱셈

분배법칙을 이용하여 전개한 후 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 계산한다.

$(a+b)(c+d)=\underset{①}{ac}+\underset{②}{ad}+\underset{③}{bc}+\underset{④}{bd}$

262 필수

난이도 하

$(2x-y)(-3x+4y)$를 전개하면?

① $-6x^2+8xy-4y^2$　② $-6x^2+11xy+4y^2$
③ $-6x^2+11xy-4y^2$　④ $6x^2+8xy+4y^2$
⑤ $6x^2+11xy-4y^2$

답 ③
$(2x-y)(-3x+4y)=-6x^2+8xy+3xy-4y^2$
$=-6x^2+11xy-4y^2$

263

난이도 하

$(x+3y)(3x-5y)=ax^2+bxy+cy^2$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.

답 22
$(x+3y)(3x-5y)=3x^2-5xy+9xy-15y^2$
$=3x^2+4xy-15y^2$
이므로 $a=3$, $b=4$, $c=-15$
$\therefore a+b-c=3+4-(-15)=22$

264

난이도 중

다음 식을 전개하였을 때, x의 계수가 가장 큰 것은?

① $(x+2)(y+6)$　② $(x-3)(y+7)$
③ $(x-1)(2x+y+3)$　④ $(x+2y-3)(2x+5)$
⑤ $(x-y+1)(x+3y)$

답 ②
① $(x+2)(y+6)=xy+6x+2y+12$
② $(x-3)(y+7)=xy+7x-3y-21$
③ $(x-1)(2x+y+3)=2x^2+xy+3x-2x-y-3=2x^2+x+xy-y-3$
④ $(x+2y-3)(2x+5)=2x^2+5x+4xy+10y-6x-15$
$=2x^2-x+4xy+10y-15$
⑤ $(x-y+1)(x+3y)=x^2+3xy-xy-3y^2+x+3y$
$=x^2+x+2xy-3y^2+3y$

265 서술형

난이도 중

$(x-2y+3)(5x+Ay)$의 전개식에서 xy의 계수가 -3일 때, y의 계수를 구하여라. (단, A는 상수이다.)

답 21
$(x-2y+3)(5x+Ay)=5x^2+Axy-10xy-2Ay^2+15x+3Ay$
$=5x^2+15x+(A-10)xy-2Ay^2+3Ay$ ◀40 %
xy의 계수가 -3이므로 $A-10=-3$　$\therefore A=7$ ◀30 %
따라서 y의 계수는 $3A=3\times7=21$ ◀30 %

유형 043 곱셈 공식 (1) – 합의 제곱, 차의 제곱

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

각각의 제곱　각각의 제곱
곱의 2배　곱의 2배

풍쌤의 Point 합의 제곱에는 $+2ab$가 들어가고, 차의 제곱에는 $-2ab$가 들어가.

266 필수

난이도 하

다음 중 옳은 것은?

① $(x+2)^2=x^2+4$
② $(x-1)^2=x^2-x+1$
③ $(-x-2)^2=x^2-4x+4$
④ $(-2x+3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$
⑤ $\left(\frac{1}{3}x+3\right)^2=\frac{1}{9}x^2+2x+9$

답 ⑤
① $(x+2)^2=x^2+4x+4$
② $(x-1)^2=x^2-2x+1$
③ $(-x-2)^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$
④ $(-2x+3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$

267

난이도 하

$\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}y\right)^2$의 전개식에서 xy의 계수는?

① $-\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{5}$　③ $-\frac{1}{25}$
④ $\frac{1}{5}$　⑤ $\frac{1}{2}$

답 ②
$\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}y\right)^2=\frac{1}{25}x^2-\frac{1}{5}xy+\frac{1}{4}y^2$

268

난이도 중

다음 중 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(x+1)^2$　② $(x-1)^2$　③ $(1-x)^2$
④ $(-x+1)^2$　⑤ $-(x-1)(-x+1)$

답 ①
① x^2+2x+1
②, ③, ④, ⑤ x^2-2x+1

269

난이도 중

$(3x-a)^2=bx^2-cx+16$일 때, 양수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 37
$(3x-a)^2=9x^2-6ax+a^2=bx^2-cx+16$이므로
$9=b$, $-6a=-c$, $a^2=16$
a는 양수이므로 $a=4$, $c=6\times4=24$
$\therefore a+b+c=37$

유형 044 곱셈 공식 (2) – 합과 차의 곱

$\underset{합}{(a+b)}\underset{차}{(a-b)}=\underset{제곱의 차}{a^2-b^2}$

풍쌤의 Point 주어진 식에서 '합과 차'를 찾는 능력을 길러야 해.

270 필수

난이도 하

$(-3x+4y)(-3x-4y)$를 전개하면?

① $-9x^2-16y^2$ ② $-9x^2+24xy+16y^2$
③ $9x^2-16y^2$ ④ $9x^2+16y^2$
⑤ $9x^2+24xy-16y^2$

답 ③
$(-3x+4y)(-3x-4y)=(-3x)^2-(4y)^2$
$=9x^2-16y^2$

271

난이도 중

다음 중 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(a-b)(a+b)$ ② $-(b+a)(b-a)$
③ $(-b+a)(b+a)$ ④ $(-b-a)(b-a)$
⑤ $(a+b)(-a-b)$

답 ⑤
①, ②, ③, ④ a^2-b^2
⑤ $(a+b)(-a-b)=-(a+b)^2=-(a^2+2ab+b^2)$
$=-a^2-2ab-b^2$

272

난이도 중

$(5x-a)(5x+a)=bx^2-4$일 때, 양수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

답 ②
$(5x-a)(5x+a)=25x^2-a^2=bx^2-4$이므로
$b=25$, $a^2=4$
a는 양수이므로 $a=2$
$\therefore a+b=27$

273

난이도 중

$5(x-2y)(x+2y)-(y+3x)(y-3x)=ax^2+by^2$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 -7
$5(x-2y)(x+2y)-(y+3x)(y-3x)=14x^2-21y^2$이므로
$a=14$, $b=-21$
$\therefore a+b=-7$

274

난이도 중

$a^2=12$, $b^2=\frac{1}{3}$일 때, $\left(\frac{1}{2}a-3b\right)\left(\frac{1}{2}a+3b\right)$의 값을 구하여라.

답 0
$\left(\frac{1}{2}a-3b\right)\left(\frac{1}{2}a+3b\right)=\frac{1}{4}a^2-9b^2=\frac{1}{4}\times12-9\times\frac{1}{3}=0$

275

난이도 중

$(1-x)(1+x)(1+x^2)$을 전개하면?

① $1-x^2$ ② x^2+1 ③ x^2-x
④ $1-x^4$ ⑤ x^4-1

답 ④
$(1-x)(1+x)(1+x^2)=(1-x^2)(1+x^2)$
$=1-x^4$

276 서술형

난이도 중

$(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)=a^m-n$일 때, 상수 m, n에 대하여 $m+n$의 값을 구하여라.

답 17
$(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)$
$=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)$
$=(a^4-1)(a^4+1)(a^8+1)$
$=(a^8-1)(a^8+1)=a^{16}-1$ ◀60 %
이므로 $m=16$, $n=1$ ◀20 %
$\therefore m+n=17$ ◀20 %

유형 045 곱셈 공식 (3)
− x의 계수가 1인 두 일차식의 곱

합

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

곱

풍쌤의 Point 두 일차식의 상수항의 합과 곱만 알면 돼.

277 필수

난이도 하

$(x-3)\left(x+\frac{3}{2}\right)$을 전개하여라.

답 $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$

$(x-3)\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2+\left(-3+\frac{3}{2}\right)x+(-3)\times\frac{3}{2}$

$=x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}$

278

난이도 중

다음 식을 전개하였을 때, x의 계수가 상수항보다 작은 것은?

① $(x+2)(x-5)$ ② $(x+4)(x-3)$

③ $(x+2)(x+3)$ ④ $\left(x+\frac{3}{2}\right)(x+2)$

⑤ $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

답 ③

③ $(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$

x의 계수는 5, 상수항은 6이므로 $5<6$

279

난이도 중

$(x+6)(x+A)=x^2+Bx-48$일 때, 상수 A, B에 대하여 $B-A$의 값을 구하여라.

답 6

$(x+6)(x+A)=x^2+(6+A)x+6A$

$=x^2+Bx-48$

이므로 $6+A=B$, $6A=-48$

$A=-8$, $B=-2$ $\therefore B-A=6$

280 창의

난이도 상

$(x+a)(x+b)=x^2+cx-12$일 때, 다음 중 c의 값이 될 수 없는 것은? (단, a, b, c는 정수이다.)

① -11 ② -1 ③ 1

④ 3 ⑤ 4

답 ④

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab=x^2+cx-12$이므로

$a+b=c$, $ab=-12$

$ab=-12$를 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, -12)$, $(2, -6)$, $(3, -4)$, $(4, -3)$, $(6, -2)$, $(12, -1)$,

$(-1, 12)$, $(-2, 6)$, $(-3, 4)$, $(-4, 3)$, $(-6, 2)$, $(-12, 1)$

$\therefore c=-11, -4, -1, 1, 4, 11$

유형 046 곱셈 공식 (4)
− x의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱

곱

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

곱

281 필수

난이도 하

$(3x-a)(4x+7)=12x^2+bx-35$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 6

$(3x-a)(4x+7)=12x^2+(21-4a)x-7a=12x^2+bx-35$이므로

$21-4a=b$, $-7a=-35$

따라서 $a=5$, $b=10$이므로 $a+b=6$

282

난이도 중

다음 식을 전개하였을 때, x의 계수가 가장 큰 것은?

① $(x-2)(2x+7)$ ② $(x-1)(3x+7)$

③ $(x+2)(2x+3)$ ④ $(3x-4)(2x+5)$

⑤ $(5x-1)(x+2)$

답 ⑤

① $(x-2)(2x+7)=2x^2+(7-4)x-14=2x^2+3x-14$

② $(x-1)(3x+7)=3x^2+(7-3)x-7=3x^2+4x-7$

③ $(x+2)(2x+3)=2x^2+(3+4)x+6=2x^2+7x+6$

④ $(3x-4)(2x+5)=6x^2+(15-8)x-20=6x^2+7x-20$

⑤ $(5x-1)(x+2)=5x^2+(10-1)x-2=5x^2+9x-2$

283

난이도 중

$(ax-3)(5x+b)=20x^2-3x+c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 -2

$(ax-3)(5x+b)=5ax^2+(ab-15)x-3b=20x^2-3x+c$이므로

$5a=20$, $ab-15=-3$, $-3b=c$

따라서 $a=4$, $b=3$, $c=-9$이므로

$a+b+c=-2$

284 서술형

난이도 중

$(ax+1)(ax-5)$의 전개식에서 x의 계수가 12이고, $(x-a)(3x+b)$의 전개식에서 x의 계수가 -5일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.

답 11

$(ax+1)(ax-5)=a^2x^2-4ax-5$

x의 계수가 12이므로 $-4a=12$ $\therefore a=-3$ ◀40 %

$(x-a)(3x+b)=3x^2+(b+9)x+3b$

x의 계수가 -5이므로 $b+9=-5$ $\therefore b=-14$ ◀40 %

$\therefore a-b=11$ ◀20 %

유형 047 곱셈 공식 – 종합

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(2) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
(3) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
(4) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

풍쌤의 Point 공식을 모르면 전개할 때마다 일일이 분배법칙을 써야 하므로 곱셈 공식을 외워 두면 좋아.

285 필수

난이도 중

다음 중 옳지 않은 것은?

① $(3x+2y)^2=9x^2+12xy+4y^2$
② $(-x-4)^2=x^2-8x+16$
③ $(-3-2x)(3-2x)=4x^2-9$
④ $(x-3)(x-4)=x^2-7x+12$
⑤ $(x+y)(2x-3y)=2x^2-xy-3y^2$

답 ②
② $(-x-4)^2=(x+4)^2=x^2+8x+16$

286

난이도 중

다음 중 A의 값이 가장 큰 것은? (단, $A>0$)

① $(x+3)^2=x^2+Ax+9$
② $(3x-A)^2=9x^2-24x+16$
③ $(x+A)(x-A)=x^2-1$
④ $(x+2)(x+5)=x^2+Ax+10$
⑤ $(x+3)(2x-5)=2x^2+Ax-15$

답 ④
① $A=6$ ② $A=4$ ③ $A=1$ ④ $A=7$ ⑤ $A=1$

287

난이도 중

$(2x-3y)(2x+3y)+3(2y-x)(-2y+x)$를 계산하여라.

답 $x^2+12xy-21y^2$
(주어진 식)$=(2x-3y)(2x+3y)-3(2y-x)^2=x^2+12xy-21y^2$

288

난이도 중

$(x+3y)^2-(x+y)(ax+2y)$를 계산하면 xy의 계수가 1이다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.

답 3
(주어진 식)$=(1-a)x^2+(4-a)xy+7y^2$
xy의 계수가 1이므로 $4-a=1$ $\therefore a=3$

289

난이도 중

다음 중 전개했을 때, x의 계수가 가장 작은 것은?

① $(x-5)^2$
② $(x+2)(x-4)$
③ $(2x-3)(2x+3)$
④ $(4x-3)(4x+2)$
⑤ $(x+8)(3x-1)$

답 ①
① $(x-5)^2=x^2-10x+25$
② $(x+2)(x-4)=x^2-2x-8$
③ $(2x-3)(2x+3)=4x^2-9$
④ $(4x-3)(4x+2)=16x^2-4x-6$
⑤ $(x+8)(3x-1)=3x^2+23x-8$

290

난이도 중

$\left(\frac{1}{3}x+y\right)\left(\frac{1}{3}x-y\right)+(x+3y)(2x+y)$를 계산한 식에서 x^2의 계수를 a, xy의 계수를 b라고 할 때, $9a-b$의 값을 구하여라.

답 12
(주어진 식)$=\frac{1}{9}x^2-y^2+2x^2+7xy+3y^2=\frac{19}{9}x^2+7xy+2y^2$
이므로 $a=\frac{19}{9}$, $b=7$
$\therefore 9a-b=9\times\frac{19}{9}-7=12$

291

난이도 중

다음 두 식 A, B에 대하여 $A+B$의 값을 구하여라.

$$A=(4x-1)(3x+1)$$
$$B=(5x-3)(3x+5)$$

답 $27x^2+17x-16$
$A=(4x-1)(3x+1)=12x^2+x-1$
$B=(5x-3)(3x+5)=15x^2+16x-15$
$\therefore A+B=(12x^2+x-1)+(15x^2+16x-15)$
$=27x^2+17x-16$

292

난이도 상

$3(4x+a)^2-2(4x+1)(x-b)$를 계산한 식에서 x의 계수는 38이다. a, b가 자연수일 때, 상수항을 구하여라.

답 7
(주어진 식)$=40x^2+(24a+8b-2)x+3a^2+2b$
x의 계수가 38이므로 $24a+8b-2=38$
$\therefore 3a+b=5$
a, b는 자연수이므로 $a=1$, $b=2$
따라서 상수항은
$3a^2+2b=3+4=7$

필수유형 다지기

중요한

유형 048 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산

예 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$
$=3+2\sqrt{6}+2$
$=5+2\sqrt{6}$

풍쌤의 Point 곱셈 공식을 이용하여 제곱근을 계산할 때에는 제곱근을 문자로 생각하여 적용하면 돼.

293 필수

난이도 중

$(2\sqrt{2}-3)(5\sqrt{2}+4)+7\sqrt{2}$를 계산하면?

① 6 ② $6+\sqrt{2}$ ③ 8
④ $8+\sqrt{3}$ ⑤ 10

답 ③
$(2\sqrt{2}-3)(5\sqrt{2}+4)+7\sqrt{2}$
$=10(\sqrt{2})^2+(8-15)\sqrt{2}-12+7\sqrt{2}$
$=20-7\sqrt{2}-12+7\sqrt{2}=8$

294

난이도 하

$(3\sqrt{2}+2)^2=a+b\sqrt{2}$를 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.

답 **10**
$(3\sqrt{2}+2)^2=(3\sqrt{2})^2+2\times3\sqrt{2}\times2+2^2$
$=18+12\sqrt{2}+4=22+12\sqrt{2}$
이므로 $a=22$, $b=12$
$\therefore a-b=10$

295 서술형

난이도 중

$\dfrac{(2\sqrt{6}-3)^2+12\sqrt{6}}{(3\sqrt{3}+4)(3\sqrt{3}-4)}$을 계산하여라.

답 **3**
(분자)$=(2\sqrt{6})^2-2\times2\sqrt{6}\times3+3^2+12\sqrt{6}$
$=24-12\sqrt{6}+9+12\sqrt{6}=33$ ◀40 %
(분모)$=(3\sqrt{3})^2-4^2=27-16=11$ ◀40 %
$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{33}{11}=3$ ◀20 %

296

난이도 중

$(\sqrt{5}+3\sqrt{2})(\sqrt{5}-2\sqrt{2})=a+b\sqrt{10}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 **−7**
$(\sqrt{5}+3\sqrt{2})(\sqrt{5}-2\sqrt{2})=(\sqrt{5})^2+(-2+3)\sqrt{2}\sqrt{5}-6(\sqrt{2})^2$
$=5+\sqrt{10}-12=-7+\sqrt{10}$
이므로 $a=-7$, $b=1$
$\therefore ab=-7$

중요한

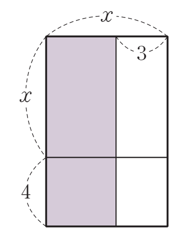
유형 049 곱셈 공식과 도형의 넓이

풍쌤의 Point 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 문자를 사용하여 나타낸 후 직사각형의 넓이에 대한 식을 세워 곱셈 공식으로 계산해.

297 필수

난이도 중

오른쪽 그림에서 색칠한 직사각형의 넓이는?



① $x^2-7x-12$
② x^2-x-12
③ x^2+x-12
④ $x^2+7x-12$
⑤ $x^2+7x+12$

답 ③
(색칠한 직사각형의 넓이)$=(x-3)(x+4)=x^2+x-12$

298

난이도 하

한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 가로의 길이를 5 cm만큼 늘리고, 세로의 길이를 2 cm만큼 줄여서 만든 직사각형의 넓이를 구하여라.

답 **$(x^2+3x-10)$ cm^2**
새로 만든 직사각형은 가로의 길이가 $(x+5)$ cm, 세로의 길이가 $(x-2)$ cm이므로 이 직사각형의 넓이는
$(x+5)(x-2)=x^2+3x-10(\text{cm}^2)$

299

난이도 중

한 변의 길이가 x인 정사각형의 가로를 7만큼, 세로의 길이를 1만큼 늘여서 직사각형을 만들 때, 처음 정사각형보다 더 늘어난 넓이는?

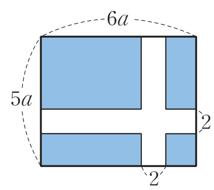
① $x+7$ ② $8x$ ③ $8x+7$
④ $7x+15$ ⑤ x^2+15x

답 ③
늘어난 직사각형은 가로의 길이가 $x+7$, 세로의 길이가 $x+1$이므로 이 직사각형의 넓이는
$(x+7)(x+1)=x^2+8x+7$
이때 처음 정사각형의 넓이가 x^2이므로 처음 정사각형보다 더 늘어난 넓이는
$(x^2+8x+7)-x^2=8x+7$

300

난이도 중

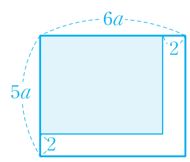
오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $6a$, $5a$인 직사각형 모양의 땅에 폭이 2인 길을 만들었다. 이때 길을 제외한 땅의 넓이를 구하여라.



답 $30a^2-22a+4$

구하는 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

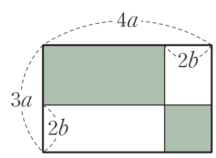
$(6a-2)(5a-2)=30a^2-22a+4$



301

난이도 중

오른쪽 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



답 $12a^2-14ab+8b^2$

(색칠한 부분의 넓이)$=(4a-2b)(3a-2b)+(2b)^2$

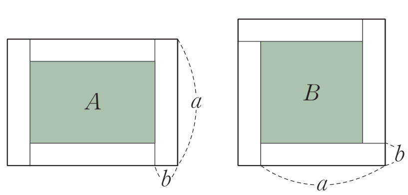
$=12a^2-14ab+4b^2+4b^2$

$=12a^2-14ab+8b^2$

302 서술형

난이도 상

다음 그림과 같이 4개의 합동인 직사각형 모양의 나무판자를 이용하여 두 밭의 울타리를 만들었다. 두 밭의 넓이를 각각 A, B라고 할 때, $B-A$를 구하여라.



답 b^2

$A=a(a-2b)=a^2-2ab$ ◀40 %

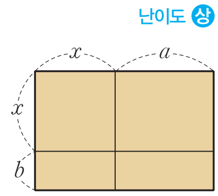
$B=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ◀40 %

$\therefore B-A=(a^2-2ab+b^2)-(a^2-2ab)=b^2$ ◀20 %

303

난이도 상

자연수 a, b에 대하여 오른쪽 그림과 같은 직사각형의 넓이가 x^2+5x+A일 때, A의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.



답 6

전체 직사각형의 넓이는

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로

$a+b=5$

$a+b=5$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$

따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 4, 6이므로 가장 큰 A의 값은 6이다.

유형 050 곱셈 공식의 활용 – 공통부분

예 $(a+b+1)(a+b+2)$ — 공통부분 $a+b$를 A로 놓는다.

$=(A+1)(A+2)$ — 식을 전개한다.

$=A^2+3A+2$ — A에 원래의 식 $a+b$를 대입한다.

$=(a+b)^2+3(a+b)+2$ — 식을 전개한다.

$=a^2+2ab+b^2+3a+3b+2$

풍쌤의 Point 항이 3개 이상인 다항식의 곱셈에서는 공통부분을 찾아 다른 문자로 놓은 다음 곱셈 공식을 이용하여 전개해.

304 필수

난이도 중

$(x+y-1)(x+y+1)$을 전개하면?

① $x^2-2xy-y^2-1$ ② $x^2-2xy+y^2-1$

③ $x^2+2xy-y^2-1$ ④ $x^2+2xy+y^2-1$

⑤ $x^2+2xy+y^2+1$

답 ④

$x+y=A$라고 하면

$(x+y-1)(x+y+1)=(A-1)(A+1)=A^2-1$

$=(x+y)^2-1$

$=x^2+2xy+y^2-1$

305

난이도 중

$(x-y-3)^2$을 전개하여라.

답 $x^2-2xy+y^2-6x+6y+9$

$x-y=A$라고 하면

$(x-y-3)^2=(A-3)^2=A^2-6A+9$

$=(x-y)^2-6(x-y)+9$

$=x^2-2xy+y^2-6x+6y+9$

306 서술형

난이도 중

$(-5+3x-4y)(5+3x-4y)$의 전개식에서 xy의 계수를 a, 상수항을 b라고 할 때, $b-a$의 값을 구하여라.

답 -1

$3x-4y=A$라고 하면

(주어진 식)$=(A-5)(A+5)=A^2-25=(3x-4y)^2-25$

$=9x^2-24xy+16y^2-25$ ◀60 %

이므로 $a=-24$, $b=-25$ ◀20 %

$\therefore b-a=-1$ ◀20 %

307

난이도 상

다음 식을 계산하여라.

$$(x-3y-5)^2-(x+1-3y)(x-1-3y)$$

답 $-10x+30y+26$

$x-3y=A$라고 하면

(주어진 식)$=(A-5)^2-(A+1)(A-1)=-10A+26$

$=-10(x-3y)+26=-10x+30y+26$

필수유형 다지기

유형 051 곱셈 공식의 활용 – (　)(　)(　)(　)의 꼴

예 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

합(-5)

합(-5)

$=\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}$

$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$

풍쌤의 Point (　)(　)(　)(　)의 꼴은 상수항의 합이나 곱이 같아지는 두 식을 찾아 짝 지어 곱해.

308 필수

난이도 중

$(x-2)(x-1)(x+3)(x+4)$의 전개식에서 x^3의 계수를 a, x의 계수를 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

답 -18

(주어진 식)$=\{(x-2)(x+4)\}\{(x-1)(x+3)\}$

$=(x^2+2x-8)(x^2+2x-3)$ ⌉ $x^2+2x=A$

$=(A-8)(A-3)$

$=A^2-11A+24$

$=(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24$

$=x^4+4x^3-7x^2-22x+24$

이므로 $a=4$, $b=-22$

$\therefore a+b=-18$

309

난이도 중

$A=x^2+3x$일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3)$을 A에 대한 식으로 나타내면?

① $(A+2)(A+3)$　　② $(A-3)(A+5)$

③ $A(A-3)$　　④ $A(A+2)$

⑤ $(A+5)^2$

답 ④

(주어진 식)$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)$ ⌉ $x^2+3x=A$

$=A(A+2)$

310

난이도 상

$(x-4)(x+2)(x-3)(x+6)$을 전개하여라.

답 $x^4+x^3-32x^2+12x+144$

(주어진 식)$=\{(x-4)(x-3)\}\{(x+2)(x+6)\}$

$=(x^2-7x+12)(x^2+8x+12)$ ⌉ $x^2+12=A$

$=(A-7x)(A+8x)$

$=A^2+Ax-56x^2$

$=(x^2+12)^2+(x^2+12)x-56x^2$

$=x^4+x^3-32x^2+12x+144$

중요한

유형 052 곱셈 공식의 활용 – 수의 계산

(1) 수의 제곱의 계산

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.

(2) 서로 다른 두 수의 곱의 계산

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.

311 필수

난이도 중

다음 중 주어진 수의 계산을 하는 데 가장 편리한 곱셈 공식을 잘못 짝 지은 것은?

① 1999^2 ⇨ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② 2010^2 ⇨ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

③ 201×199 ⇨ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

④ 101×102 ⇨ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

⑤ 203×197

⇨ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

답 ⑤

⑤ $203\times197=(200+3)(200-3)$ ⇨ $(a+b)(a-b)$

312

난이도 중

다음 중 곱셈 공식 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용하여 계산하면 편리한 것은?

① 997^2　　② 203^2　　③ 56×44

④ 102×105　　⑤ 10.2×9.8

답 ④

① $(1000-3)^2$　② $(200+3)^2$　③ $(50+6)(50-6)$

④ $(100+2)(100+5)$　⑤ $(10+0.2)(10-0.2)$

313

난이도 중

곱셈 공식을 이용하여 $301^2-296\times304$를 계산하여라.

답 617

(주어진 식)$=(300+1)^2-(300-4)(300+4)$

$=(300^2+600+1)-(300^2-16)$

$=617$

314 서술형

난이도 중

곱셈 공식을 이용하여 21^2+19^2을 계산하여라.

답 802

(주어진 식)$=(20+1)^2+(20-1)^2$　◀50 %

$=(20^2+40+1)+(20^2-40+1)$

$=2\times20^2+2=802$　◀50 %

중요한

유형 053 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

(1) 분모가 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$일 때, $\sqrt{a}-\sqrt{b}$를 분모, 분자에 곱한다.

예 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(2) 분모가 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$일 때, $\sqrt{a}+\sqrt{b}$를 분모, 분자에 곱한다.

예 $\dfrac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2}=\sqrt{6}+\sqrt{5}$

풍쌤의 Point 항이 2개인 분모를 유리화하려면 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하면 돼.

315 필수

난이도 중

$x=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$, $y=\dfrac{4}{2+\sqrt{3}}$일 때, $\dfrac{x+y}{x-y}$의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$

④ $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

답 ②

$x=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{4(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=4(2+\sqrt{3})=8+4\sqrt{3}$

$y=\dfrac{4}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{4(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=4(2-\sqrt{3})=8-4\sqrt{3}$

이므로 $x+y=16$, $x-y=8\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{16}{8\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

316

난이도 하

다음 중 옳지 않은 것은?

① $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$ ② $\dfrac{1}{4+\sqrt{2}}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{4}$

③ $\dfrac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\sqrt{7}+\sqrt{3}$ ④ $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$

⑤ $\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

답 ②

② $\dfrac{1}{4+\sqrt{2}}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{16-2}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{14}$

317

난이도 중

$\dfrac{3}{2\sqrt{3}-3}+\dfrac{12}{3+\sqrt{3}}$를 계산하여라.

답 9

$\dfrac{3}{2\sqrt{3}-3}+\dfrac{12}{3+\sqrt{3}}=\dfrac{3(2\sqrt{3}+3)}{(2\sqrt{3}-3)(2\sqrt{3}+3)}+\dfrac{12(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{3(2\sqrt{3}+3)}{12-9}+\dfrac{12(3-\sqrt{3})}{9-3}$

$=2\sqrt{3}+3+2(3-\sqrt{3})=9$

318

난이도 중

$x=\dfrac{1}{\sqrt{6}-2}$일 때, $2x+\dfrac{1}{x}$의 값을 구하여라.

답 $2\sqrt{6}$

$2x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{\sqrt{6}-2}+\sqrt{6}-2=\dfrac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}+\sqrt{6}-2$

$=\dfrac{2(\sqrt{6}+2)}{6-4}+\sqrt{6}-2=2\sqrt{6}$

319

난이도 중

$x=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$, $y=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$일 때, $x+y$의 값은?

① $4\sqrt{5}$ ② 9 ③ $8\sqrt{5}$

④ 18 ⑤ 27

답 ④

$x=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=5-4\sqrt{5}+4=9-4\sqrt{5}$

$y=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=5+4\sqrt{5}+4=9+4\sqrt{5}$

$\therefore x+y=(9-4\sqrt{5})+(9+4\sqrt{5})=18$

320

난이도 중

$x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$일 때, $x+\dfrac{1}{x}$의 값을 구하여라.

답 10

$x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=5-2\sqrt{6}$, $\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=5+2\sqrt{6}$

$\therefore x+\dfrac{1}{x}=(5-2\sqrt{6})+(5+2\sqrt{6})=10$

321

난이도 중

$\dfrac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}+\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=a+b\sqrt{2}$를 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.

답 -2

$\dfrac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}+\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}+\dfrac{(3+2\sqrt{2})^2}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}$

$=3\sqrt{2}-4+9+12\sqrt{2}+8$

$=13+15\sqrt{2}$

이므로 $a=13$, $b=15$ $\therefore a-b=-2$

필수유형 다지기

중요한

유형 054 곱셈 공식의 변형 (1)

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$, $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$, $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

풍쌤의 Point 곱셈 공식을 이렇게도 바꿔 보고, 저렇게도 바꿔 봐.

322 필수 난이도 하

$a+b=6$, $ab=4$일 때, a^2+b^2의 값은?

① 8 ② 20 ③ 22
④ 24 ⑤ 28

답 ⑤
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=6^2-2\times4=28$

323 난이도 하

$x-y=7$, $xy=-11$일 때, $(x+y)^2$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

답 ①
$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=7^2+4\times(-11)=5$

324 난이도 중

$x-y=3$, $x^2+y^2=15$일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$의 값을 구하여라.

답 5
$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로
$15=3^2+2xy$, $6=2xy$ $\quad\therefore xy=3$
$\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{15}{3}=5$

325 난이도 중

$x+y=7$, $(x+1)(y+1)=12$일 때, x^2+y^2의 값을 구하여라.

답 41
$(x+1)(y+1)=xy+(x+y)+1=12$ $\quad\therefore xy=4$
$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=7^2-2\times4=41$

유형 055 곱셈 공식의 변형 (2)

(1) $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$, $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$
(2) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4$, $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4$
(3) $x^2+x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x+1+\frac{1}{x}=0$ $\quad\therefore x+\frac{1}{x}=-1$

326 필수 난이도 중

$a+\frac{1}{a}=3$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $a^2+\frac{1}{a^2}$ (2) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

답 (1) 7 (2) 5
(1) $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$
(2) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=3^2-4=5$

327 난이도 중

$x-\frac{1}{x}=-6$일 때, $x^2+\frac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

답 38
$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(-6)^2+2=38$

328 난이도 중

$x^2-4x+1=0$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $x+\frac{1}{x}$ (2) $x^2+\frac{1}{x^2}$

답 (1) 4 (2) 14
(1) $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-4+\frac{1}{x}=0$ $\quad\therefore x+\frac{1}{x}=4$
(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14$

329 서술형 난이도 상

$a^2-6a+2=0$일 때, $a^2+\frac{4}{a^2}$의 값을 구하여라.

답 32
$a^2-6a+2=0$의 양변을 a로 나누면 $a-6+\frac{2}{a}=0$
$\therefore a+\frac{2}{a}=6$ ◀50 %
$\therefore a^2+\frac{4}{a^2}=\left(a+\frac{2}{a}\right)^2-4=6^2-4=32$ ◀50 %

유형 056 곱셈 공식의 변형의 활용

(1) x, y의 값이 주어진 경우
⇨ $x+y$, xy의 값을 구한 후 곱셈 공식을 이용한다.
(2) $x=a+\sqrt{b}$ (a는 유리수, $\sqrt{b}$는 무리수)가 주어진 경우
⇨ $x=a+\sqrt{b}$를 $x-a=\sqrt{b}$로 변형한 후 양변을 제곱하여 정리한다.

330 필수

난이도 중

$x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$일 때, x^2+y^2+xy의 값은?

① $4\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{6}$
④ 9 ⑤ 11

답 ⑤
$x+y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2\sqrt{3}$
$xy=(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=1$
$\therefore x^2+y^2+xy=(x+y)^2-xy=(2\sqrt{3})^2-1=11$

331

난이도 중

$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$, $b=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$일 때, $\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}$의 값을 구하여라.

답 $4\sqrt{2}$
$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$
$b=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$
이므로 $a+b=2\sqrt{2}$, $ab=1$
$\therefore \dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}=\dfrac{2a+2b}{ab}=\dfrac{2(a+b)}{ab}=4\sqrt{2}$

332

난이도 중

$a=2+\sqrt{5}$, $b=2-\sqrt{5}$일 때, $a(a-b)+b(a+b)-ab$의 값을 구하여라.

답 19
$a+b=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$
$ab=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$
$\therefore$ (주어진 식)$=a^2-ab+ab+b^2-ab=a^2+b^2-ab$
$=(a+b)^2-3ab=4^2-3\times(-1)=19$

333

난이도 중

$x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$일 때, x^2+y^2+6xy의 값을 구하여라.

답 7
$x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$
$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$
이므로 $x+y=\sqrt{5}$, $xy=\dfrac{1}{2}$
$\therefore$ (주어진 식)$=(x+y)^2+4xy=(\sqrt{5})^2+4\times\dfrac{1}{2}=7$

334

난이도 중

$x=-2\sqrt{3}$, $y=2+2\sqrt{3}$일 때, $(x-y)^2+7xy$의 값은?

① $-32-12\sqrt{3}$ ② -32 ③ $-32+12\sqrt{3}$
④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $32-12\sqrt{3}$

답 ①
$x+y=-2\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}=2$
$xy=-2\sqrt{3}(2+2\sqrt{3})=-4\sqrt{3}-12$
$\therefore$ (주어진 식)$=(x+y)^2+3xy=2^2+3(-4\sqrt{3}-12)$
$=4-12\sqrt{3}-36=-32-12\sqrt{3}$

335

난이도 중

$x=\sqrt{7}+3$일 때, x^2-6x+5의 값을 구하여라.

답 3
$x=\sqrt{7}+3$에서 $x-3=\sqrt{7}$이므로 양변을 제곱하면
$x^2-6x+9=7$, $x^2-6x=-2$
$\therefore x^2-6x+5=-2+5=3$

336

난이도 중

$x=\dfrac{1}{5-2\sqrt{6}}$일 때, $x^2-10x+7$의 값은?

① -6 ② -2 ③ 2
④ 3 ⑤ 6

답 ⑤
$x=\dfrac{1}{5-2\sqrt{6}}=\dfrac{5+2\sqrt{6}}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}=5+2\sqrt{6}$에서
$x-5=2\sqrt{6}$이므로 $x^2-10x+25=24$, $x^2-10x=-1$
$\therefore x^2-10x+7=-1+7=6$

만점에 도전하기

337

$(2a-3b+1)(a+2b-4)$의 전개식에서 a의 계수를 A, b의 계수를 B라고 할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

답 7

(주어진 식)$=2a^2-7a+ab-6b^2+14b-4$
이므로 $A=-7$, $B=14$
$\therefore A+B=7$

338

연속하는 세 홀수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 곱보다 58만큼 크다고 할 때, 이 세 홀수의 합은?

① 9 ② 15 ③ 21
④ 27 ⑤ 33

답 ④

연속하는 세 홀수를 n, $n+2$, $n+4$라고 하면
$(n+4)^2=n(n+2)+58$
$n^2+8n+16=n^2+2n+58$, $6n=42$ $\quad\therefore n=7$
따라서 세 홀수는 7, 9, 11이므로 구하는 합은 $7+9+11=27$

339

$(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$을 전개하여라.

답 $x^8-2x^4y^4+y^8$

(주어진 식)$=\{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)\}^2$
$=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2=(x^4-y^4)^2$
$=x^8-2x^4y^4+y^8$

340

$(x+a)(x-3)$을 전개하면 x의 계수가 2이고, $(x+b)(x-3)$을 전개하면 상수항이 6이다. 이때 $(x+a)(x+b)$를 전개하면? (단, a, b는 상수이다.)

① $x^2-3x-10$ ② $x^2-7x-10$
③ $x^2+3x-10$ ④ x^2+x-6
⑤ x^2+7x+6

답 ③

$(x+a)(x-3)=x^2+(a-3)x-3a$
x의 계수가 2이므로 $a-3=2$ $\quad\therefore a=5$
$(x+b)(x-3)=x^2+(b-3)x-3b$
상수항이 6이므로 $-3b=6$ $\quad\therefore b=-2$
$\therefore (x+a)(x+b)=(x+5)(x-2)=x^2+3x-10$

341

$(x+2)(x-5)$에서 -5를 A로 잘못 보고 전개하였더니 x^2-4x+B가 되었다. 이때 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값을 구하여라.

답 -18

$(x+2)(x+A)=x^2+(2+A)x+2A=x^2-4x+B$
이므로 $2+A=-4$, $2A=B$
따라서 $A=-6$, $B=-12$이므로
$A+B=-18$

342

$(2x+1)^2(2x-1)^2$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① -8 ② -5 ③ -2
④ 1 ⑤ 4

답 ①

$(2x+1)^2(2x-1)^2=\{(2x+1)(2x-1)\}^2$
$=(4x^2-1)^2$
$=16x^4-8x^2+1$
따라서 x^2의 계수는 -8이다.

343

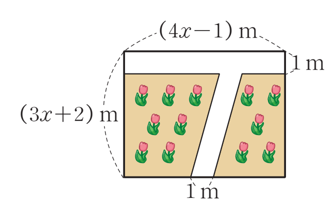
두 수 $a+\sqrt{3}$, $2+b\sqrt{3}$의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 1

(i) $(a+\sqrt{3})+(2+b\sqrt{3})=(a+2)+(b+1)\sqrt{3}$
유리수가 되려면 $b+1=0$ $\quad\therefore b=-1$ …… ㉠
(ii) $(a+\sqrt{3})(2+b\sqrt{3})=(2a+3b)+(ab+2)\sqrt{3}$
유리수가 되려면 $ab+2=0$ $\quad\therefore ab=-2$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하여 풀면 $a=2$
$\therefore a+b=2+(-1)=1$

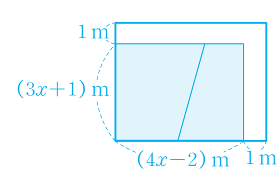
344

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $(4x-1)$m, $(3x+2)$m인 직사각형 모양의 화단 안에 폭이 1 m인 길을 만들었다. 이때 길을 제외한 화단의 넓이를 구하여라.



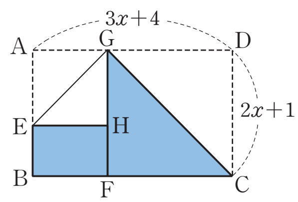
답 $(12x^2-2x-2)$ m^2

구하는 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같으므로
$(4x-2)(3x+1)=12x^2-2x-2(\mathrm{m}^2)$



345 창의

오른쪽 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 $3x+4$, $2x+1$인 직사각형 ABCD를 $\overline{DC}$가 $\overline{FC}$에, $\overline{AG}$가 $\overline{HG}$에 겹치도록 접은 것이다. 이때 색칠한 부분의 넓이를 x에 대한 식으로 나타내어라. (단, $x>2$)



답 $3x^2+3x-\frac{11}{2}$

($\triangle$GFC의 넓이)$=\frac{1}{2}(2x+1)^2=2x^2+2x+\frac{1}{2}$

($\square$EBFH의 넓이)$=(x+3)(x-2)=x^2+x-6$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=3x^2+3x-\frac{11}{2}$

346

$x^2-x-3=0$일 때, $(x-4)(x-2)(x+1)(x+3)$의 값은?

① -9 ② -6 ③ -3
④ 3 ⑤ 6

답 ①

$x^2-x-3=0$이므로 $x^2-x=3$

$\therefore$ (주어진 식)$=\{(x-4)(x+3)\}\{(x-2)(x+1)\}$
$=(x^2-x-12)(x^2-x-2)$
$=(3-12)(3-2)=-9$

347

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=2^{\square}-1$일 때, □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

답 16

$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$
$=(2^8-1)(2^8+1)=2^{16}-1$

348

$A=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$일 때, $\frac{1}{2-A}$의 값은?

① 2^7 ② 2^8 ③ 2^{15}
④ 2^{16} ⑤ 2^{31}

답 ③

$\left(1-\frac{1}{2}\right)A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)=1-\frac{1}{2^{16}}$

즉, $\frac{1}{2}A=1-\frac{1}{2^{16}}$이므로 $A=2-\frac{1}{2^{15}}$, $2-A=\frac{1}{2^{15}}$ $\quad\therefore \frac{1}{2-A}=2^{15}$

349

곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

$$\frac{303^2-300-302\times304}{299}$$

답 -1

$300=A$라고 하면

(주어진 식)$=\frac{(A+3)^2-A-(A+2)(A+4)}{A-1}=\frac{-A+1}{A-1}=-1$

350

$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$일 때, $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$의 값을 구하여라.

답 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}=\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x-y}=\frac{(x+y)-2\sqrt{xy}}{x-y}$

$x+y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3}$

$x-y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=3-2=1$

$\therefore \frac{(x+y)-2\sqrt{xy}}{x-y}=\frac{2\sqrt{3}-2\times1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

351 서술형

$x^2-5x+1=0$일 때, $x^2+x+3+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$의 값을 구하여라.

답 31

$x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\frac{1}{x}=0 \quad \therefore x+\frac{1}{x}=5$ ◀30 %

$\therefore$ (주어진 식)$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)+3$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+\left(x+\frac{1}{x}\right)+3$ ◀40 %

$=5^2-2+5+3=31$ ◀30 %

352

$x=\sqrt{5}-\sqrt{2}+3$일 때, x^2-6x+2의 값은?

① $-2\sqrt{10}$ ② 0 ③ $5-\sqrt{2}$
④ $2+\sqrt{5}$ ⑤ $2+\sqrt{10}$

답 ①

$x=\sqrt{5}-\sqrt{2}+3$에서 $x-3=\sqrt{5}-\sqrt{2}$이므로 양변을 제곱하면

$x^2-6x+9=7-2\sqrt{10}$, $x^2-6x=-2-2\sqrt{10}$

$\therefore x^2-6x+2=-2-2\sqrt{10}+2=-2\sqrt{10}$

2 인수분해

01 인수분해의 뜻

(1) **인수**: 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때 곱해진 각각의 다항식

(2) **인수분해**: 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수의 곱으로 나타내는 것

참고 $x^2+6x+8 \underset{\text{전개}}{\overset{\text{인수분해}}{\rightleftarrows}} (x+2)(x+4)$

x^2+6x+8을 인수분해하면 $(x+2)(x+4)$이고,

$\underbrace{1}, x+2, x+4, \underbrace{(x+2)(x+4)}$는 모두 x^2+6x+8의 인수이다.

1과 자기 자신도 인수이다.

+ 모든 다항식에서 1과 자기 자신은 그 다항식의 인수이다.

02 공통인수를 이용한 인수분해

(1) **공통인수**: 다항식의 각 항에 공통으로 들어 있는 인수

(2) **공통인수를 이용한 인수분해**: 다항식의 각 항에 공통인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶어서 인수분해한다.

$ma+mb-mc=m(a+b-c)$

공통인수

예 $2x^2+4x=2x(x+2)$, $a^2b-ab^2=ab(a-b)$

주의 인수분해할 때는 공통인수가 남지 않도록 모두 묶어낸다.

+ 공통인 인수를 찾을 때, 수는 최대공약수를 택하고 문자는 차수가 가장 낮은 것을 택한다.

03 인수분해 공식 (1)

(1) **완전제곱식**: 다항식의 제곱으로 된 식 또는 그 식에 상수를 곱한 식

예 $(2x+6)^2$, $3(12a+17)^2$, $(6x-7y)^2$

(2) **완전제곱식을 이용한 인수분해**

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 같은 부호　　② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 같은 부호

(3) **완전제곱식이 될 조건**

① $x^2\pm ax+\square$가 완전제곱식이 될 조건: $\square=\left(\frac{\pm a}{2}\right)^2$ ← x의 계수의 반의 제곱

② $x^2+\square x+a^2$이 완전제곱식이 될 조건: $\square=\pm 2a$ ← 상수항의 제곱근의 2배

주의 $2(x+3)^2$은 완전제곱식이고, $x(x+3)^2$은 완전제곱식이 아니다.

+ x^2+ax+b가 완전제곱식이 될 조건

$b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$a=\pm 2\sqrt{b}$ (단, $b>0$)

01 인수분해의 뜻

353
다음은 어떤 다항식을 인수분해한 것인지 구하여라.

(1) $(x+1)(x-1)$ (2) $(x+1)(x+2)$

(3) $(x+1)^2$ (4) $(2x+5)(3x+4)$

답 (1) x^2-1 (2) x^2+3x+2 (3) x^2+2x+1 (4) $6x^2+23x+20$

354
다음 식의 인수를 모두 구하여라.

(1) $(x-2)(x-3)$ (2) $(a-2)^2$

답 (1) $1,\ x-2,\ x-3,\ (x-2)(x-3)$ (2) $1,\ a-2,\ (a-2)^2$

02 공통인수를 이용한 인수분해

355
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ax+bx-3x$ (2) $2ax+8x$

(3) $3a^2-6a$ (4) $4x^2-4xy+8x$

답 (1) $x(a+b-3)$ (2) $2x(a+4)$ (3) $3a(a-2)$ (4) $4x(x-y+2)$

356
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2a^3-100a^2$ (2) $9x^2y+3xy^2$

(3) $ab^2c+ab^2-abc^2$ (4) $x^2y^2-xy^3+xy^2z$

답 (1) $2a^2(a-50)$ (2) $3xy(3x+y)$
(3) $ab(bc+b-c^2)$ (4) $xy^2(x-y+z)$

357
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $(a-b)(x-y)+(a-b)(x+y)$

(2) $(a+b)(x+y)-(a+1)(x+y)$

(3) $a(b-1)+3(1-b)$

(4) $x(x-y)-y(y-x)$

답 (1) $2x(a-b)$ (2) $(x+y)(b-1)$
(3) $(b-1)(a-3)$ (4) $(x-y)(x+y)$

03 인수분해 공식 (1)

358
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $a^2+8a+16$ (2) $x^2+10x+25$

(3) $a^2-12a+36$ (4) $x^2-18x+81$

답 (1) $(a+4)^2$ (2) $(x+5)^2$ (3) $(a-6)^2$ (4) $(x-9)^2$

(1) $a^2+8a+16=a^2+2\times a\times 4+4^2=(a+4)^2$

(2) $x^2+10x+25=x^2+2\times x\times 5+5^2=(x+5)^2$

(3) $a^2-12a+36=a^2-2\times a\times 6+6^2=(a-6)^2$

(4) $x^2-18x+81=x^2-2\times x\times 9+9^2=(x-9)^2$

359
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $4a^2+4a+1$ (2) $9x^2-6x+1$

(3) $25a^2+40ab+16b^2$ (4) $49x^2-28xy+4y^2$

답 (1) $(2a+1)^2$ (2) $(3x-1)^2$ (3) $(5a+4b)^2$ (4) $(7x-2y)^2$

(1) $4a^2+4a+1=(2a)^2+2\times 2a\times 1+1^2=(2a+1)^2$

(2) $9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2=(3x-1)^2$

(3) $25a^2+40ab+16b^2=(5a)^2+2\times 5a\times 4b+(4b)^2=(5a+4b)^2$

(4) $49x^2-28xy+4y^2=(7x)^2-2\times 7x\times 2y+(2y)^2=(7x-2y)^2$

360
다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $x^2+14x+\boxed{49}$

(2) $x^2-8x+\boxed{16}$

(3) $x^2-3x+\boxed{\frac{9}{4}}$

(1) $\square=\left(\frac{14}{2}\right)^2=49$ (2) $\square=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$

(3) $\square=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

361
다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $x^2+\boxed{\pm 16}x+64$

(2) $x^2+\boxed{\pm 8}x+16$

(3) $x^2+\boxed{\pm\frac{2}{3}}x+\frac{1}{9}$

(1) $\square=\pm 2\sqrt{64}=\pm 2\sqrt{8^2}=\pm 2\times 8=\pm 16$

(2) $\square=\pm 2\sqrt{16}=\pm 2\sqrt{4^2}=\pm 2\times 4=\pm 8$

(3) $\square=\pm 2\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm 2\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\pm 2\times\frac{1}{3}=\pm\frac{2}{3}$

04 인수분해 공식 (2)

합과 차의 곱을 이용한 인수분해

$a^2-b^2=(\underbrace{a+b}_{\text{합}})(\underbrace{a-b}_{\text{차}})$

+ a^2-b^2을 인수분해할 때에는 $-$ 부호가 붙은 제곱인 항의 부호가 $+$, $-$로 인수분해된다.

05 인수분해 공식 (3)

(1) x^2의 계수가 1인 이차식의 인수분해

$x^2+(\underbrace{a+b}_{\text{합}})x+\underbrace{ab}_{\text{곱}}=(x+a)(x+b)$

+ 곱했을 때 상수항이 되고, 더했을 때 x의 계수가 되는 두 수를 찾아 일차식의 곱으로 나타낸다.

(2) x^2+px+q의 인수분해

x^2+px+q의 인수분해는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 곱해서 상수항 q가 되는 두 수 a, b를 모두 찾는다.

❷ ❶의 두 수 중 더해서 일차항의 계수 p가 되는 두 수 a, b를 찾는다.

❸ $(x+a)(x+b)$의 꼴로 나타낸다.

참고 x^2+5x+6을 인수분해하려면 곱이 6인 두 수 중에서 합이 5인 것을 찾으면 된다.

곱이 6인 두 정수	1, 6	-1, -6	2, 3	-2, -3
합	7	-7	5	-5

$\therefore x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

06 인수분해 공식 (4)

(1) x^2의 계수가 1이 아닌 이차식의 인수분해

$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

(2) px^2+qx+r의 인수분해

px^2+qx+r의 인수분해는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 곱해서 x^2의 계수 p가 되는 두 수 a, c를 세로로 나열한다.

❷ 곱해서 상수항 r이 되는 두 수 b, d를 세로로 나열한다.

❸ ❶과 ❷를 대각선으로 곱한 후 더한 것이 x의 계수 q가 되는 것을 찾는다.

❹ $(ax+b)(cx+d)$의 꼴로 나타낸다.

+ 두 수 a, c를 찾을 때, $p>0$이면 a, c 모두 양수인 것만 생각한다.

참고 $2x^2-5x+3$을 인수분해하려면 아래와 같이 대각선으로 곱한 후 더한 것이 -5가 되는 것을 찾으면 된다.

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 \to & 2 \\ 2 & 3 \to & 3 \\ \hline & & 5 \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{ccc} 1 & -1 \to & -2 \\ 2 & -3 \to & -3 \\ \hline & & -5 \end{array}} \qquad \begin{array}{ccc} 1 & 3 \to & 6 \\ 2 & 1 \to & 1 \\ \hline & & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1 & -3 \to & -6 \\ 2 & -1 \to & -1 \\ \hline & & -7 \end{array}$$

$\therefore 2x^2-5x+3=(x-1)(2x-3)$

04 인수분해 공식 (2)

362
다음 식을 인수분해하여라.

(1) a^2-9 (2) x^2-16

(3) $4a^2-49b^2$ (4) $16x^2-25y^2$

답 (1) $(a+3)(a-3)$ (2) $(x+4)(x-4)$
(3) $(2a+7b)(2a-7b)$ (4) $(4x+5y)(4x-5y)$

(1) $a^2-9=a^2-3^2=(a+3)(a-3)$
(2) $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$
(3) $4a^2-49b^2=(2a)^2-(7b)^2=(2a+7b)(2a-7b)$
(4) $16x^2-25y^2=(4x)^2-(5y)^2=(4x+5y)(4x-5y)$

363
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $-a^2+1$ (2) $3x^2-12$

(3) $-9a^2+b^2$ (4) $2x^2-50y^2$

답 (1) $-(a+1)(a-1)$ (2) $3(x+2)(x-2)$
(3) $-(3a+b)(3a-b)$ (4) $2(x+5y)(x-5y)$

(1) $-a^2+1=-(a^2-1)=-(a+1)(a-1)$
(2) $3x^2-12=3(x^2-4)=3(x+2)(x-2)$
(3) $-9a^2+b^2=-(9a^2-b^2)=-(3a+b)(3a-b)$
(4) $2x^2-50y^2=2(x^2-25y^2)=2(x+5y)(x-5y)$

05 인수분해 공식 (3)

364
다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^2+3x+2 (2) x^2+4x+3

(3) $x^2-7x+10$ (4) $x^2-8x+12$

답 (1) $(x+1)(x+2)$ (2) $(x+1)(x+3)$
(3) $(x-2)(x-5)$ (4) $(x-2)(x-6)$

(1) 곱이 2, 합이 3인 두 수는 1과 2이므로 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
(2) 곱이 3, 합이 4인 두 수는 1과 3이므로 $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$
(3) 곱이 10, 합이 -7인 두 수는 -2와 -5이므로 $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$
(4) 곱이 12, 합이 -8인 두 수는 -2와 -6이므로 $x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

365
다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^2+x-2 (2) x^2+2x-3

(3) $x^2-3x-10$ (4) $x^2-4x-12$

답 (1) $(x-1)(x+2)$ (2) $(x-1)(x+3)$
(3) $(x+2)(x-5)$ (4) $(x+2)(x-6)$

(1) 곱이 -2, 합이 1인 두 수는 -1과 2이므로 $x^2+x-2=(x-1)(x+2)$
(2) 곱이 -3, 합이 2인 두 수는 -1과 3이므로 $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$
(3) 곱이 -10, 합이 -3인 두 수는 2와 -5이므로 $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$
(4) 곱이 -12, 합이 -4인 두 수는 2와 -6이므로 $x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$

366
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+5xy+6y^2$

(2) $x^2-7xy+6y^2$

(3) $x^2+xy-6y^2$

답 (1) $(x+2y)(x+3y)$ (2) $(x-y)(x-6y)$ (3) $(x-2y)(x+3y)$

(1) 곱이 6, 합이 5인 두 수는 2와 3이므로 $x^2+5xy+6y^2=(x+2y)(x+3y)$
(2) 곱이 6, 합이 -7인 두 수는 -1과 -6이므로
$x^2-7xy+6y^2=(x-y)(x-6y)$
(3) 곱이 -6, 합이 1인 두 수는 -2와 3이므로
$x^2+xy-6y^2=(x-2y)(x+3y)$

06 인수분해 공식 (4)

367
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2x^2+5x+2$ (2) $2x^2+7x+3$

(3) $3x^2-8x+4$ (4) $4x^2-13x+3$

답 (1) $(x+2)(2x+1)$ (2) $(x+3)(2x+1)$
(3) $(x-2)(3x-2)$ (4) $(x-3)(4x-1)$

368
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2x^2+x-1$ (2) $3x^2+2x-1$

(3) $3x^2-x-2$ (4) $4x^2-4x-3$

답 (1) $(x+1)(2x-1)$ (2) $(x+1)(3x-1)$
(3) $(x-1)(3x+2)$ (4) $(2x-3)(2x+1)$

369
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $4x^2+8xy+3y^2$ (2) $6x^2-13xy+6y^2$

(3) $12x^2+4xy-y^2$ (4) $8x^2-2xy-3y^2$

답 (1) $(2x+3y)(2x+y)$ (2) $(2x-3y)(3x-2y)$
(3) $(2x+y)(6x-y)$ (4) $(2x+y)(4x-3y)$

07 복잡한 식의 인수분해

(1) **공통부분이 있는 식의 인수분해**

주어진 식에 공통부분이 있으면 한 문자로 놓고 정리하여 인수분해한다.

❶ 공통부분을 A로 놓고 정리한다.

❷ 인수분해한다.

❸ A에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

예 $\underbrace{(x-y)^2-2(x-y)}_{A\text{로 놓기}}+1=A^2-2A+1$

$=(A-1)^2=\underbrace{(x-y-1)^2}_{\text{원래의 식 대입}}$

(2) **항이 4개인 식의 인수분해**

① 공통인수가 생기도록 두 항씩 묶어 내어 인수분해한다.

② 3개의 항을 완전제곱식으로 변형한 뒤 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 인수분해한다.

예 ① $xy+2x+y+2=x\underbrace{(y+2)+(y+2)}_{\text{공통인수}}=(y+2)(x+1)$

② $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

(3) **항이 5개 이상인 식의 인수분해**

항이 5개 이상인 식을 인수분해하려면 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

예 $x^2+xy+2x+y+1=(xy+y)+(x^2+2x+1)$

$=\underbrace{y(x+1)+(x^2+2x+1)}_{\text{차수가 가장 낮은 문자 }y\text{에 대하여 정리}}$

$=y(x+1)+(x+1)^2$

$=(x+1)(x+y+1)$

✦ 한 문자로 놓고 정리하여 인수분해한 다음 원래의 식을 문자에 대입하여 정리한다.

✦ 다항식을 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 나열하는 것을 내림차순으로 정리한다고 한다.

08 인수분해 공식의 활용

(1) **수의 계산**

인수분해 공식을 이용할 수 있도록 수를 변형하여 계산한다.

① 공통인수로 묶어 내기

⇨ $ma+mb=m(a+b)$

② 완전제곱식 이용하기

⇨ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ 제곱의 차 이용하기

⇨ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(2) **식의 계산**

주어진 식을 인수분해한 후 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구한다.

✦ 복잡한 수를 계산할 때, 그냥 계산하는 것보다 인수분해한 후 계산하면 쉽다.

✦ 주어진 수를 식에 대입할 때, 그냥 대입하는 것보다 식을 인수분해한 후 대입하면 계산하기 쉽다.

07 복잡한 식의 인수분해

370
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $(x+3)^2+2(x+3)+1$

(2) $(a+b)^2-4(a+b)+4$

(3) $(x-2)^2+4(x-2)+3$

(4) $2(a-b)^2-5(a-b)+2$

답 (1) $(x+4)^2$ (2) $(a+b-2)^2$ (3) $(x-1)(x+1)$
(4) $(a-b-2)(2a-2b-1)$

371
다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^4-5x^2+4

(2) x^4+3x^2-10

답 (1) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$ (2) $(x^2-2)(x^2+5)$

(1) $x^2=A$라고 하면
$x^4-5x^2+4=A^2-5A+4=(A-1)(A-4)=(x^2-1)(x^2-4)$
$=(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$

(2) $x^2=A$라고 하면
$x^4+3x^2-10=A^2+3A-10=(A-2)(A+5)=(x^2-2)(x^2+5)$

372
다음 □ 안에 공통으로 들어갈 식을 구하여라.

$$\begin{aligned} ab+a-2b-2 &= a(\square)-2(\square) \\ &= (\square)(a-2) \end{aligned}$$

답 $b+1$

373
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ab+a+b+1$

(2) $ab-ac-b+c$

(3) $x^2+xy-3x-3y$

(4) x^3+x^2+x+1

답 (1) $(b+1)(a+1)$ (2) $(b-c)(a-1)$
(3) $(x+y)(x-3)$ (4) $(x+1)(x^2+1)$

(1) $ab+a+b+1=a(b+1)+(b+1)=(b+1)(a+1)$

(2) $ab-ac-b+c=a(b-c)-(b-c)=(b-c)(a-1)$

(3) $x^2+xy-3x-3y=x(x+y)-3(x+y)=(x+y)(x-3)$

(4) $x^3+x^2+x+1=x^2(x+1)+(x+1)=(x+1)(x^2+1)$

374
다음 □ 안에 공통으로 들어갈 식을 구하여라.

$$\begin{aligned} a^2-6a+9-b^2 &= (a^2-6a+9)-b^2 \\ &= (\square)^2-b^2 \\ &= (\square+b)(\square-b) \end{aligned}$$

답 $a-3$

375
다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+4x+4-y^2$

(2) $x^2-2xy+y^2-9$

(3) $a^2-b^2-8b-16$

(4) x^2-y^2+2y-1

답 (1) $(x+y+2)(x-y+2)$ (2) $(x-y+3)(x-y-3)$
(3) $(a+b+4)(a-b-4)$ (4) $(x+y-1)(x-y+1)$

08 인수분해 공식의 활용

376
인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) $15\times123-15\times121$

(2) $96^2+2\times96\times4+4^2$

(3) $102^2-4\times102+4$

(4) 63^2-62^2

답 (1) 30 (2) 10000 (3) 10000 (4) 125

(1) $15\times123-15\times121=15\times(123-121)=15\times2=30$

(2) $96^2+2\times96\times4+4^2=(96+4)^2=100^2=10000$

(3) $102^2-4\times102+4=102^2-2\times102\times2+2^2=(102-2)^2=100^2=10000$

(4) $63^2-62^2=(63+62)(63-62)=125\times1=125$

377
인수분해 공식을 이용하여 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $x=97$일 때, x^2+6x+9

(2) $x=2+\sqrt{3}$일 때, x^2-4x+4

(3) $a=7.6$, $b=2.4$일 때, $a^2+2ab+b^2$

(4) $a=3+\sqrt{2}$, $b=3-\sqrt{2}$일 때, a^2-b^2

답 (1) 10000 (2) 3 (3) 100 (4) $12\sqrt{2}$

(1) $x^2+6x+9=(x+3)^2=(97+3)^2=100^2=10000$

(2) $x^2-4x+4=(x-2)^2=(2+\sqrt{3}-2)^2=(\sqrt{3})^2=3$

(3) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2=(7.6+2.4)^2=10^2=100$

(4) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=\{(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})\}\{(3+\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})\}$
$=6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

필수유형 다지기

유형 057 공통인수를 이용한 인수분해

다항식의 각 항에 공통인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶어서 인수분해한다.

$$ma+mb-mc=m(a+b-c)$$

풍쌤의 Point 다른 공식을 쓰기 전에 먼저 공통인수가 있는지를 확인하도록 하자.

378 필수

난이도 하

$ab(x-y)+b(y-x)$를 인수분해하여라.

답 $b(x-y)(a-1)$

$ab(x-y)+b(y-x)=ab(x-y)-b(x-y)$
$=b(x-y)(a-1)$

379

난이도 하

다음 중 다항식을 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $x^2-4x=x(x-4)$

② $a^3-a^2=a^2(a-1)$

③ $4a^2-2ab=2a(2a-b)$

④ $2x^2y^2+8xy^3=2xy^2(x+4y)$

⑤ $3a^2b^2-6ab^2+3b^3=3ab^2(a-2+b)$

답 ⑤

⑤ $3a^2b^2-6ab^2+3b^3=3b^2(a^2-2a+b)$

380

난이도 중

다음 중 $(x-1)(x+2)-3(x+2)$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $x-1$　② $x-3$

③ $x-4$　④ $(x+2)(x-3)$

⑤ $(x+2)(x-4)$

답 ③, ⑤

$(x-1)(x+2)-3(x+2)=(x+2)(x-1-3)$
$=(x+2)(x-4)$

381

난이도 중

$(a-2)(a+8)-7(a+8)$은 a의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해된다. 이때 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $2a-1$

$(a-2)(a+8)-7(a+8)=(a+8)(a-2-7)$
$=(a+8)(a-9)$

따라서 두 일차식은 $a+8$, $a-9$이므로 그 합은
$(a+8)+(a-9)=2a-1$

유형 058 인수분해 공식 (1) – $a^2\pm2ab+b^2$

(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

(2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

382 필수

난이도 하

다음 중 다항식을 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $a^2+14a+49=(a+7)^2$

② $\frac{1}{4}x^2-x+1=\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$

③ $\frac{4}{9}y^2+2y+\frac{9}{4}=\left(\frac{2}{3}y+\frac{3}{2}\right)^2$

④ $9x^2-12xy+4y^2=(3x-2y)^2$

⑤ $36a^2+36ab+9b^2=(6a+b)^2$

답 ⑤

⑤ $36a^2+36ab+9b^2=9(4a^2+4ab+b^2)$
$=9(2a+b)^2$

383

난이도 하

$8x^2-40xy+50y^2$이 $2(2x-\square)^2$으로 인수분해될 때, $\square$ 안에 알맞은 것을 구하여라.

답 $5y$

$8x^2-40xy+50y^2=2(4x^2-20xy+25y^2)$
$=2(2x-5y)^2$

384

난이도 중

다음 중 $(x-1)^2-(2x-3)$의 인수인 것은?

① $x-3$　② $x-2$　③ $x-1$

④ $x+1$　⑤ $x+2$

답 ②

$(x-1)^2-(2x-3)=x^2-4x+4$
$=(x-2)^2$

385 서술형

난이도 중

다음 등식을 만족시키는 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라. (단, $a>0$)

$$2x(8x-36)+81=(ax+b)^2$$

답 13

$2x(8x-36)+81=16x^2-72x+81=(4x-9)^2$ ◀60 %

이므로 $a=4$, $b=-9$ ◀20 %

$\therefore a-b=13$ ◀20 %

중요한

유형 059 완전제곱식이 될 조건

식	완전제곱식이 될 조건
(1) $x^2+ax+\square$ 반의 제곱	$\square=\left(\frac{a}{2}\right)^2$
(2) $x^2+\square x+b$ 제곱근의 2배	$\square=\pm2\sqrt{b}$ (단, $b>0$)
(3) $Ax^2+\square xy+By^2$ 제곱근의 곱의 2배	$\square=\pm2\sqrt{AB}$ (단, $A>0$, $B>0$)

풍쌤의 Point $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$,
$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$을 떠올려 봐!

386 필수

난이도 중

다음 두 식이 모두 완전제곱식이 되도록 하는 양수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

$$x^2+18x+a,\qquad 4x^2+bxy+25y^2$$

답 101

(i) $x^2+18x+a$에서 $a=\left(\frac{18}{2}\right)^2=81$

(ii) $4x^2+bxy+25y^2$에서

$b=2\sqrt{4\times25}=2\sqrt{100}=20$ ($\because$ $b>0$)

$\therefore$ $a+b=101$

387

난이도 중

$x^2+(6a+2)xy+49y^2$이 완전제곱식이 되도록 하는 양수 a의 값을 구하여라.

답 2

$x^2+(6a+2)xy+49y^2$에서

$6a+2=\pm2\sqrt{49}=\pm2\times7=\pm14$

$6a+2=14$ ($\because$ $a>0$) $\quad\therefore$ $a=2$

388

난이도 상

다음 중 x^2+mx+n이 완전제곱식이 되도록 하는 m, n의 값이 아닌 것은?

① $m=2$, $n=1$ ② $m=-10$, $n=25$

③ $m=1$, $n=\frac{1}{4}$ ④ $m=\frac{6}{5}$, $n=\frac{9}{25}$

⑤ $m=-\frac{2}{3}$, $n=\frac{4}{9}$

답 ⑤

주어진 식이 완전제곱식이 되려면 $\left(\frac{m}{2}\right)^2=n$이어야 한다.

⑤ $m=-\frac{2}{3}$, $n=\frac{4}{9}$일 때, $\left(\frac{m}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}\neq n$

유형 060 근호 안이 완전제곱식으로 인수분해되는 식

근호 안의 식을 인수분해한 후 다음을 이용하여 근호를 없앤다.

$$\sqrt{(x-a)^2}=\begin{cases}x-a & (x-a\ge0)\\ -(x-a) & (x-a<0)\end{cases}$$

예 $1<x<2$일 때, $x-1>0$, $x-2<0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}&=x-1-(x-2)\\&=x-1-x+2\\&=1\end{aligned}$$

풍쌤의 Point 근호 안의 식이 완전제곱식이면 근호를 없앨 수 있어.
이때 부호에 주의해야 해.

389 필수

난이도 중

$-2<a<0$일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{a^2+4a+4}$를 간단히 하여라.

답 2

$-2<a<0$일 때, $a<0$, $a+2>0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{a^2}+\sqrt{(a+2)^2}=-a+(a+2)=2$

390

난이도 중

$-5<a<2$일 때, $\sqrt{a^2-4a+4}-\sqrt{a^2+10a+25}$를 간단히 하여라.

답 $-2a-3$

$-5<a<2$일 때, $a-2<0$, $a+5>0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a+5)^2}=-(a-2)-(a+5)$

$=-a+2-a-5=-2a-3$

391

난이도 중

$1<x<4$일 때, $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-8x+16}$을 간단히 하면?

① $-2x-5$ ② -3 ③ $-2x$

④ 3 ⑤ $2x-5$

답 ④

$1<x<4$일 때, $x-1>0$, $x-4<0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-4)^2}=(x-1)-(x-4)$

$=x-1-x+4=3$

392 서술형

난이도 상

$x=\sqrt{5}$일 때, $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9}$의 값을 구하여라.

답 1

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $2<x<3$

따라서 $x-2>0$, $x-3<0$이므로 ◀30 %

(주어진 식)$=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$ ◀40 %

$=(x-2)-(x-3)$

$=x-2-x+3=1$ ◀30 %

필수유형 다지기

중요한

유형 061 인수분해 공식 (2) $-a^2-b^2$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

제곱의 차 합 차

풍쌤의 Point 계수가 제곱인 수가 아닐 때 적당한 공통인수로 묶어 제곱인 수로 만들면 계산하기 편리해.

393 필수 난이도 하

다음 중 다항식을 바르게 인수분해한 것은?

① $4a^2-b^2=(4a+b)(4a-b)$

② $4x^2-9=(2x+9)(2x-9)$

③ $-x^2+y^2=(x+y)(x-y)$

④ $4x^2-36=4(x+3)(x-3)$

⑤ $25x^3-x=(5x+1)(5x-1)$

답 ④

① $4a^2-b^2=(2a+b)(2a-b)$ ② $4x^2-9=(2x+3)(2x-3)$
③ $-x^2+y^2=-(x+y)(x-y)$ ⑤ $25x^3-x=x(5x+1)(5x-1)$

394 난이도 하

다음 중 $8x^2-18y^2$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $2x+3y$ ② $2x-5y$ ③ $4x-6y$

④ $4x+9y$ ⑤ $8x-18y$

답 ①, ③

$8x^2-18y^2=2(4x^2-9y^2)=2\{(2x)^2-(3y)^2\}$
$=2(2x+3y)(2x-3y)$

395 난이도 중

$(x-y)a^2+(y-x)b^2$을 인수분해하여라.

답 $(x-y)(a+b)(a-b)$

$(x-y)a^2+(y-x)b^2=(x-y)a^2-(x-y)b^2$
$=(x-y)(a^2-b^2)$
$=(x-y)(a+b)(a-b)$

396 서술형 난이도 중

$(3x-4)^2-(x+3)^2=(ax-1)(2x+b)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 -3

$(3x-4)^2-(x+3)^2$
$=\{(3x-4)+(x+3)\}\{(3x-4)-(x+3)\}$ ◀40 %
$=(3x-4+x+3)(3x-4-x-3)$
$=(4x-1)(2x-7)$ ◀40 %
이므로 $a=4$, $b=-7$ $\therefore a+b=-3$ ◀20 %

중요한

유형 062 인수분해 공식 (3) $-x^2+(a+b)x+ab$

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

합 곱

풍쌤의 Point x^2의 계수가 1인 이차식 x^2+px+q를 인수분해하려면 곱이 q인 두 수 중에서 합이 p인 것을 찾아.

397 필수 난이도 하

$x^2+ax-21=(x+b)(x-3)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12

④ 13 ⑤ 14

답 ②

$x^2+ax-21=(x+b)(x-3)=x^2+(b-3)x-3b$
이므로 $-3b=-21$ $\therefore b=7$
$a=b-3=4$이므로
$a+b=4+7=11$

398 난이도 하

x의 계수가 1인 두 일차식의 곱이 x^2+x-2일 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $2x+1$

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$
따라서 두 일차식은 $x+2$, $x-1$이므로 그 합은
$(x+2)+(x-1)=2x+1$

399 난이도 하

x^2+x-6과 $x^2+7x+10$을 각각 인수분해하였을 때, 다음 중 두 이차식의 인수가 아닌 것은?

① $x-3$ ② $x-2$ ③ $x+2$

④ $x+3$ ⑤ $x+5$

답 ①

$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$
$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$

400

난이도 하

다음 중 $x^2+4xy-12y^2$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $x-6y$ ② $x-2y$ ③ $x+2y$
④ $x+4y$ ⑤ $x+6y$

답 ②, ⑤

$x^2+4xy-12y^2=(x-2y)(x+6y)$

401

난이도 중

다음 중 a^3-2a^2-3a의 인수가 아닌 것은?

① a ② $a+1$ ③ a^2
④ $a-3$ ⑤ $(a+1)(a-3)$

답 ③

$a^3-2a^2-3a=a(a^2-2a-3)=a(a+1)(a-3)$

402 서술형

난이도 중

$(x+4)(x-2)-7$은 x의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해된다. 이 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $2x+2$

$(x+4)(x-2)-7=x^2+2x-8-7$
$=x^2+2x-15$
$=(x+5)(x-3)$ ◀50 %

따라서 두 일차식은 $x+5$, $x-3$이므로 ◀20 %
그 합은
$(x+5)+(x-3)=2x+2$ ◀30 %

403

난이도 상

$x^2+Ax+18$이 $(x+a)(x+b)$로 인수분해될 때, 다음 중 상수 A의 값이 될 수 없는 것은? (단, a, b는 $a>b$인 정수이다.)

① -19 ② -11 ③ -9
④ 6 ⑤ 9

답 ④

A는 곱이 18인 두 정수의 합이므로 곱이 18인 두 정수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(18, 1)$, $(-1, -18)$, $(9, 2)$, $(-2, -9)$, $(6, 3)$, $(-3, -6)$이다.
따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 6이다.

중요한 유형 063 인수분해 공식 (4) – $acx^2+(ad+bc)x+bd$

$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

$$\begin{array}{ccccc} a & & b & \rightarrow & bc \\ c & & d & \rightarrow & \underline{ad}\ (+ \\ & & & & ad+bc \end{array}$$

예 $2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & 1 & \rightarrow & 2 \\ 2 & & 3 & \rightarrow & \underline{3}\ (+ \\ & & & & 5 \end{array}$$

404 필수

난이도 중

다음 보기 중 $x-3$을 인수로 갖는 것을 모두 골라라.

보기
ㄱ. $2x^2+x-21$ ㄴ. $2x^2-9x+9$
ㄷ. $3x^2+8x-3$ ㄹ. $3x^2+14x+15$

답 ㄱ, ㄴ

ㄱ. $2x^2+x-21=(x-3)(2x+7)$
ㄴ. $2x^2-9x+9=(x-3)(2x-3)$
ㄷ. $3x^2+8x-3=(x+3)(3x-1)$
ㄹ. $3x^2+14x+15=(x+3)(3x+5)$
따라서 $x-3$을 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

405

난이도 하

다음 중 $3x^2-10xy-8y^2$의 인수인 것은?

① $x-4y$ ② $x-y$ ③ $x+4y$
④ $x+y$ ⑤ $3x-2y$

답 ①

$3x^2-10xy-8y^2=(x-4y)(3x+2y)$

406

난이도 하

다음 중 $8x^2-10x-12$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $2x+4$
④ $4x-3$ ⑤ $4x+3$

답 ②, ⑤

$8x^2-10x-12=2(4x^2-5x-6)$
$=2(x-2)(4x+3)$

407

난이도 중

x의 계수가 자연수인 두 일차식의 곱이 $15x^2-7x-2$일 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $8x-1$

$15x^2-7x-2=(3x-2)(5x+1)$

따라서 두 일차식은 $3x-2$, $5x+1$이므로 그 합은

$(3x-2)+(5x+1)=8x-1$

408

난이도 중

$(x+5)(2x-1)-13$을 인수분해하여라.

답 $(x+6)(2x-3)$

$$\begin{aligned}(x+5)(2x-1)-13&=2x^2+9x-5-13\\&=2x^2+9x-18\\&=(x+6)(2x-3)\end{aligned}$$

409 서술형

난이도 중

$2x^2+(3a-2)x-15$를 인수분해하면 $(2x-3)(x+b)$가 될 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 15

$$\begin{aligned}2x^2+(3a-2)x-15&=(2x-3)(x+b)\\&=2x^2+(2b-3)x-3b\end{aligned}$$

이므로

$2b-3=3a-2$, $-3b=-15$ ◀60 %

$\therefore a=3, b=5$ ◀30 %

$\therefore ab=15$ ◀10 %

410

난이도 중

$9x^3y-6x^2y^2-3xy^3$을 인수분해하여라.

답 $3xy(x-y)(3x+y)$

$$\begin{aligned}9x^3y-6x^2y^2-3xy^3&=3xy(3x^2-2xy-y^2)\\&=3xy(x-y)(3x+y)\end{aligned}$$

유형 064 인수분해 공식 – 종합

(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(3) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
(4) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

411 필수

난이도 중

다음 중 다항식을 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $x^2+10x+25=(x+5)^2$
② $16x^2-y^2=(4x+y)(4x-y)$
③ $x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$
④ $5x^2+7x-6=(x-2)(5x+3)$
⑤ $3x^2-14x+8=(x-4)(3x-2)$

답 ④

④ $5x^2+7x-6=(x+2)(5x-3)$

412

난이도 중

다음 중 □ 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $9x^2+6x+1=(\square x+1)^2$
② $x^2-\square x-10=(x+2)(x-5)$
③ $9x^2-4=(3x+2)(\square x-2)$
④ $3x^2-10x+8=(x-2)(\square x-4)$
⑤ $4x^2-12x+\square=(2x-3)^2$

답 ⑤

①, ②, ③, ④ 3　　⑤ 9

413 서술형

난이도 중

다음 등식을 만족시키는 상수 a, b, c, d에 대하여 $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

$$16x^2-40x+25=(4x+a)^2$$
$$4x^2-121=(2x+11)(2x+b)$$
$$x^2-5x-24=(x+c)(x+3)$$
$$3x^2-16x-12=(3x+d)(x-6)$$

답 -22

$16x^2-40x+25=(4x-5)^2$　　$\therefore a=-5$

$4x^2-121=(2x+11)(2x-11)$　　$\therefore b=-11$

$x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$　　$\therefore c=-8$

$3x^2-16x-12=(3x+2)(x-6)$　　$\therefore d=2$ ◀80 %

$\therefore a+b+c+d=-5+(-11)+(-8)+2=-22$ ◀20 %

유형 065 두 다항식의 공통인수 구하기

풍쌤의 Point 두 다항식의 공통인수를 구하려면 각 다항식을 인수분해하여 공통으로 들어있는 인수를 찾으면 돼.

414 필수

난이도 하

다음 두 다항식의 1이 아닌 공통인수를 구하여라.

(1) x^2-5x+6, x^2+x-12

(2) x^2-6x-7, $6x^2+11x+5$

답 (1) $x-3$ (2) $x+1$

(1) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$, $x^2+x-12=(x-3)(x+4)$
이므로 1이 아닌 공통인수는 $x-3$이다.

(2) $x^2-6x-7=(x+1)(x-7)$, $6x^2+11x+5=(x+1)(6x+5)$
이므로 1이 아닌 공통인수는 $x+1$이다.

415

난이도 하

다음 두 다항식의 1이 아닌 공통인수를 구하여라.

$$x^2+3x-10,\quad 2x^2+7x-15$$

답 $x+5$

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$, $2x^2+7x-15=(x+5)(2x-3)$
이므로 1이 아닌 공통인수는 $x+5$이다.

416

난이도 하

두 다항식 $5x^2-80$, $3x^2-5x-28$의 공통인수는?

① $3x+7$ ② $x+6$ ③ $x+4$
④ $x-4$ ⑤ $x-6$

답 ④

$5x^2-80=5(x^2-16)=5(x+4)(x-4)$
$3x^2-5x-28=(x-4)(3x+7)$

417

난이도 중

다음 중 나머지 넷과 1이 아닌 공통인수를 갖지 않는 것은?

① x^2+2x ② x^2-4 ③ x^2+x-2
④ x^2+3x+2 ⑤ $2x^2-5x+2$

답 ⑤

① $x^2+2x=x(\underline{x+2})$ ② $x^2-4=(\underline{x+2})(x-2)$
③ $x^2+x-2=(\underline{x+2})(x-1)$ ④ $x^2+3x+2=(x+1)(\underline{x+2})$
⑤ $2x^2-5x+2=(x-2)(2x-1)$

유형 066 일차식의 인수가 주어지는 경우

다항식 ax^2+bx+c가 $x+m$을 인수로 가질 때,
$ax^2+bx+c=\underbrace{(x+m)}_{\text{주어진 인수}}\underbrace{(\square x+\triangle)}_{\text{나머지 인수}}$로 놓는다.

예 다항식 x^2+ax+2가 $x+2$를 인수로 가질 때,
$x^2+ax+2=(x+2)(x+m)$ (m은 상수)이므로
$a=2+m$, $2=2m$ $\therefore m=1$, $a=3$

풍쌤의 Point 일차식의 인수를 가지는 이차식은 일차식과 일차식의 곱으로 나타낼 수 있어.

418 필수

난이도 중

다항식 x^2-9x+a가 $x-3$을 인수로 가질 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 18

$x^2-9x+a=(x-3)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2-9x+a=x^2+(m-3)x-3m$
따라서 $-9=m-3$, $a=-3m$이므로
$m=-6$, $a=18$

419

난이도 중

$x^2-ax-20$이 $x-5$로 나누어떨어질 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 1

$x^2-ax-20=(x-5)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2-ax-20=x^2+(m-5)x-5m$
따라서 $-a=m-5$, $-20=-5m$이므로
$m=4$, $a=1$

420

난이도 중

$3x^2+2xy+ay^2$이 $x-y$를 인수로 가질 때, 다음 중 이 다항식의 인수는? (단, a는 상수이다.)

① $3x-5y$ ② $3x-2y$ ③ $3x-y$
④ $3x+y$ ⑤ $3x+5y$

답 ⑤

$3x^2+2xy+ay^2=(x-y)(3x+my)$ (m은 상수)라고 하면
$3x^2+2xy+ay^2=3x^2+(m-3)xy-my^2$
따라서 $2=m-3$, $a=-m$이므로 $m=5$, $a=-5$
즉, 주어진 식은
$3x^2+2xy-5y^2=(x-y)(3x+5y)$

421 서술형

난이도 중

$x-2$가 두 다항식 x^2+ax-6, $3x^2-5x+b$의 공통인수일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 -1

$x^2+ax-6=(x-2)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$a=m-2$, $-6=-2m$이므로 $m=3$, $a=1$ ◀40 %
$3x^2-5x+b=(x-2)(3x+n)$ (n은 상수)이라고 하면
$-5=n-6$, $b=-2n$이므로 $n=1$, $b=-2$ ◀40 %
$\therefore a+b=1+(-2)=-1$ ◀20 %

중요한

유형 067 공통부분이 있는 식의 인수분해

공통부분이 있는 식을 인수분해할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 공통부분을 A로 놓고 정리한다.
❷ 인수분해한다.
❸ A에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

예 $(x-3)^2+2(x-3)+1$에서
$x-3=A$라고 하면
$A^2+2A+1=(A+1)^2=(x-3+1)^2=(x-2)^2$

풍쌤의 Point 주어진 식에 공통부분이 있으면 한 문자로 놓고 정리하여 인수분해해.

422 필수

난이도 중

$(x-y)(x-y-2)-24$를 인수분해하면?

① $(x-y+4)(x-y-6)$
② $(x+y+4)(x+y-6)$
③ $(x-y+6)(x-y-4)$
④ $(x+y+6)(x+y-4)$
⑤ $(x-y+2)(x-y-2)$

답 ①
$x-y=A$라고 하면
(주어진 식)$=A(A-2)-24$
$=A^2-2A-24$
$=(A+4)(A-6)$
$=(x-y+4)(x-y-6)$

423

난이도 중

$(2x-1)^2+8(2x-1)+12$는 x의 계수가 2인 두 일차식의 곱으로 인수분해된다. 이 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $4x+6$
$2x-1=A$라고 하면
(주어진 식)$=A^2+8A+12$
$=(A+6)(A+2)$
$=(2x+5)(2x+1)$
따라서 두 일차식은 $2x+5$, $2x+1$이므로 그 합은
$(2x+5)+(2x+1)=4x+6$

424

난이도 중

$6(x-2)^2+7(x-2)-3$을 인수분해하여라.

답 $(2x-1)(3x-7)$
$x-2=A$라고 하면
(주어진 식)$=6A^2+7A-3$
$=(2A+3)(3A-1)$
$=(2x-1)(3x-7)$

425

난이도 중

$(x+y-2)(x+y+5)-30$을 인수분해하면?

① $(x+y+4)(x+y-7)$
② $(x+y+8)(x+y-5)$
③ $(x+y+8)(x+y+5)$
④ $(x+y-4)(x+y+7)$
⑤ $(x+y-4)(x+y+2)$

답 ②
$x+y=A$라고 하면
(주어진 식)$=(A-2)(A+5)-30$
$=A^2+3A-40=(A+8)(A-5)$
$=(x+y+8)(x+y-5)$

426

난이도 중

$3(x-2y)^2-x+2y-4$를 인수분해하면?

① $(x-2y-4)(3x-6y-1)$
② $(x+2y-1)(3x+6y-4)$
③ $(x-6y-1)(3x-2y+4)$
④ $(x+2y-1)(3x-6y+4)$
⑤ $(x-2y+1)(3x-6y-4)$

답 ⑤
$x-2y=A$라고 하면
(주어진 식)$=3A^2-A-4$
$=(A+1)(3A-4)$
$=(x-2y+1)(3x-6y-4)$

427

난이도 상

$(x-5)^2-(x-5)(x+5)-6(x+5)^2$을 인수분해하여라.

답 $-2(x+10)(3x+5)$
$x-5=A$, $x+5=B$라고 하면
(주어진 식)$=A^2-AB-6B^2$
$=(A-3B)(A+2B)$
$=-2(x+10)(3x+5)$

428

난이도 상

$2(x+1)^2-(x+1)(y-1)-6(y-1)^2$을 인수분해하면 $(ax+by-1)(x+cy+3)$이 된다고 한다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 3
$x+1=A$, $y-1=B$라고 하면
(주어진 식)$=2A^2-AB-6B^2=(2A+3B)(A-2B)$
$=(2x+3y-1)(x-2y+3)$
이므로 $a=2$, $b=3$, $c=-2$
$\therefore a+b+c=2+3+(-2)=3$

중요한

유형 068 ( )( )( )( )$+k$의 꼴의 인수분해

( )( )( )( )$+k$의 꼴을 인수분해할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개한다.
❷ 공통부분은 A로 놓고 정리하여 인수분해한다.
❸ A에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

예 $(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)-14$
$=\underbrace{\{(x-1)(x+3)\}\{(x-2)(x+4)\}}_{\text{상수항의 합이 같아지도록 묶는다.}}-14$
$=\underbrace{(x^2+2x-3)(x^2+2x-8)}_{\text{공통부분}}-14$

풍쌤의 Point ( )( )( )( )$+k$의 꼴을 인수분해하려면 공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개해.

429 필수

난이도 중

다음 중 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$의 인수가 아닌 것은?

① x ② $x+3$ ③ $x+5$
④ x^2+5x ⑤ $x^2+5x+10$

답 ②
(주어진 식)$=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}-24$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-24$ $x^2+5x=A$
$=(A+4)(A+6)-24$
$=A^2+10A=A(A+10)$
$=(x^2+5x)(x^2+5x+10)$
$=x(x+5)(x^2+5x+10)$

430

난이도 중

다음 중 $(x+1)(x+2)(x-1)(x-2)-40$의 인수가 아닌 것은?

① x^2+4 ② x^2-9 ③ $x+3$
④ $x-9$ ⑤ $x-3$

답 ④
(주어진 식)$=\{(x+1)(x-1)\}\{(x+2)(x-2)\}-40$
$=(x^2-1)(x^2-4)-40$ $x^2=A$
$=(A-1)(A-4)-40$
$=A^2-5A-36=(A-9)(A+4)$
$=(x^2-9)(x^2+4)$
$=(x-3)(x+3)(x^2+4)$

431

난이도 상

$(x-2)(x-1)(x+2)(x+3)+4$를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)^2$일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 -4
(주어진 식)$=\{(x-2)(x+3)\}\{(x-1)(x+2)\}+4$
$=(x^2+x-6)(x^2+x-2)+4$ $x^2+x=A$
$=(A-6)(A-2)+4$
$=A^2-8A+16=(A-4)^2$
$=(x^2+x-4)^2$
이므로 $a=1$, $b=-4$
$\therefore ab=1\times(-4)=-4$

유형 069 항이 4개인 식의 인수분해 – 두 항씩 묶기

항이 4개인 식을 두 항씩 묶어 인수분해할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 공통인수가 생기도록 두 항씩 묶는다.

$A+B+C+D$ 또는 $A+B+C+D$

또는 $A+B+C+D$

❷ 공통인수로 묶어 인수분해한다.

예 $xy+x+y+1=(xy+x)+(y+1)$
$=x(y+1)+(y+1)$
$=(y+1)(x+1)$

432 필수

난이도 중

다음 중 a^3-a^2-a+1의 인수가 아닌 것은?

① $a+1$ ② $(a+1)^2$ ③ $a-1$
④ $(a-1)^2$ ⑤ $(a+1)(a-1)$

답 ②
$a^3-a^2-a+1=a^2(a-1)-(a-1)$
$=(a-1)(a^2-1)$
$=(a+1)(a-1)^2$

433

난이도 하

$ab-a-2b+2$를 인수분해하여라.

답 $(b-1)(a-2)$
$ab-a-2b+2=a(b-1)-2(b-1)$
$=(b-1)(a-2)$

434

난이도 중

다음 보기 중 x^2y+x^2-y-1의 인수를 모두 고르면?

보기

ㄱ. $x+1$	ㄴ. $x-1$	ㄷ. $2x-3$
ㄹ. $x-2$	ㅁ. $y+1$	ㅂ. $y-1$

① ㄱ, ㄴ, ㅁ ② ㄱ, ㄴ, ㅂ ③ ㄱ, ㄹ, ㅁ
④ ㄴ, ㄹ, ㅂ ⑤ ㄷ, ㄹ, ㅂ

답 ①
$x^2y+x^2-y-1=x^2(y+1)-(y+1)$
$=(y+1)(x^2-1)$
$=(y+1)(x+1)(x-1)$

필수유형 다지기

435

난이도 중

다음 중 $a^3+3a^2-4a-12$의 인수가 아닌 것은?

① $a-2$　② $a+3$
③ $(a+2)(a+3)$　④ $(a-2)(a+3)$
⑤ $(a+2)(a-3)$

답 ⑤
$a^3+3a^2-4a-12=a^2(a+3)-4(a+3)$
$=(a+3)(a^2-4)$
$=(a+3)(a+2)(a-2)$

436

난이도 중

$x^2-yz+xy-xz$가 x의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $2x+y-z$
$x^2-yz+xy-xz=(x^2-xz)+(xy-yz)$
$=x(x-z)+y(x-z)$
$=(x-z)(x+y)$
따라서 두 일차식은 $x-z$, $x+y$이므로 그 합은
$(x-z)+(x+y)=2x+y-z$

437 서술형

난이도 중

$x^2+4x+4y-y^2$을 인수분해하면 $(x+ay)(x+by+c)$가 된다고 한다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 4
$x^2+4x+4y-y^2=(x^2-y^2)+(4x+4y)$
$=(x+y)(x-y)+4(x+y)$
$=(x+y)(x-y+4)$ ◀60 %
이므로 $a=1$, $b=-1$, $c=4$ ◀20 %
$\therefore a+b+c=1+(-1)+4=4$ ◀20 %

438

난이도 상

다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy-x+y-1=(x+1)(y-1)$
② $ab+ac-b-c=(a-1)(b+c)$
③ $a^2-ab-a+b=(a-1)(a-b)$
④ $x^2-x+y-y^2=(x-y)(x+y+1)$
⑤ $a^2-2ab+4b-2a=(a-2)(a-2b)$

답 ④
④ $x^2-x+y-y^2=(x^2-y^2)-(x-y)$
$=(x+y)(x-y)-(x-y)$
$=(x-y)(x+y-1)$

유형 070 항이 4개인 식의 인수분해 $-(\quad)^2-(\quad)^2$의 꼴로 변형하기

$(\quad)^2-(\quad)^2$의 꼴로 변형하여 항이 4개인 식을 인수분해할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ 3개의 항을 완전제곱식으로 변형한다.

항이 4개인 식 → 둘, 둘로 묶어 인수분해가 안 되면 셋, 하나로 묶는다.

❷ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 인수분해한다.

풍쌤의 Point 항이 4개인 식을 두 항씩 묶었을 때 인수분해가 안 되면 위와 같은 방법으로 생각해 보자.

439 필수

난이도 중

다음 중 $x^2-16-8y-y^2$의 인수인 것은?

① $x-y$　② $x+y$　③ $x+y-4$
④ $x-y+4$　⑤ $x-y-4$

답 ⑤
$x^2-16-8y-y^2=x^2-(y^2+8y+16)$
$=x^2-(y+4)^2$
$=(x+y+4)(x-y-4)$

440

난이도 중

$x^2-y^2+10x+25$를 인수분해하여라.

답 $(x+y+5)(x-y+5)$
$x^2-y^2+10x+25=(x^2+10x+25)-y^2$
$=(x+5)^2-y^2$
$=(x+y+5)(x-y+5)$

441

난이도 중

다음 중 $9-x^2-y^2+2xy$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $3-x-y$　② $3+x-y$　③ $3-x+y$
④ $3+x+y$　⑤ $9+x-y$

답 ②, ③
$9-x^2-y^2+2xy=9-(x^2-2xy+y^2)$
$=3^2-(x-y)^2$
$=(3+x-y)(3-x+y)$

442

난이도 중

$9x^2-6xy+y^2-4z^2$을 인수분해하여라.

답 $(3x-y+2z)(3x-y-2z)$
$9x^2-6xy+y^2-4z^2=(9x^2-6xy+y^2)-4z^2$
$=(3x-y)^2-(2z)^2$
$=(3x-y+2z)(3x-y-2z)$

유형 071 항이 5개 이상인 식의 인수분해 – 차수가 다를 때

주어진 문자들의 차수가 다를 때 항이 5개 이상인 식의 인수분해는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

❷ 공통인수로 묶거나 인수분해 공식을 이용하여 인수분해한다.

예 $a^2+ab+2a+b+1=\underbrace{b(a+1)+(a^2+2a+1)}_{\text{차수가 가장 낮은 문자 } b\text{에 대하여 정리}}$

$=b(a+1)+(a+1)^2$

$=(a+1)(a+b+1)$

풍쌤의 Point 항이 5개 이상인 식을 인수분해하려면 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리해.

443 필수

난이도 중

$a^2+2ab+2a-2b-3$을 인수분해하여라.

답 $(a-1)(a+2b+3)$

$a^2+2ab+2a-2b-3=2b(a-1)+(a^2+2a-3)$

$=2b(a-1)+(a-1)(a+3)$

$=(a-1)(a+2b+3)$

444

난이도 상

다음 중 $-y^2+xy-2x+3y-2$의 인수인 것은?

① $x-1$ ② $y+2$ ③ $x+y-1$

④ $x-y+1$ ⑤ $x-y-1$

답 ④

$-y^2+xy-2x+3y-2=x(y-2)-(y^2-3y+2)$

$=x(y-2)-(y-1)(y-2)$

$=(y-2)(x-y+1)$

445

난이도 상

$x^2+xy-4xz-yz+3z^2$을 인수분해하면?

① $(x-z)(x+y-3z)$

② $(x-z)(x-y-3z)$

③ $(x-z)(x+y+3z)$

④ $(x+z)(x+y-3z)$

⑤ $(x+z)(x-y+3z)$

답 ①

$x^2+xy-4xz-yz+3z^2=y(x-z)+(x^2-4xz+3z^2)$

$=y(x-z)+(x-z)(x-3z)$

$=(x-z)(x+y-3z)$

유형 072 항이 5개 이상인 식의 인수분해 – 차수가 같을 때

주어진 문자들의 차수가 같을 때 항이 5개 이상인 식의 인수분해는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 식을 주어진 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

❷ 공통인수로 묶거나 인수분해 공식을 이용하여 인수분해한다.

예 $x^2+y^2+2xy+3x+3y+2$

$=x^2+(2y+3)x+(y^2+3y+2)$

$=x^2+\underbrace{(2y+3)}_{\text{합}}x+\underbrace{(y+1)(y+2)}_{\text{곱}}$

$=(x+y+1)(x+y+2)$

446 필수

난이도 중

$x^2-3xy+2y^2-x+3y-2$를 인수분해하면?

① $(x+y+2)(x+2y-1)$

② $(x-y+2)(x+2y-1)$

③ $(x-y-2)(x-2y-1)$

④ $(x-y-2)(x-2y+1)$

⑤ $(x+y-2)(x-2y+1)$

답 ④

$x^2-3xy+2y^2-x+3y-2=x^2-(3y+1)x+(2y^2+3y-2)$

$=x^2-(3y+1)x+(y+2)(2y-1)$

$=(x-y-2)(x-2y+1)$

447 서술형

난이도 상

$x^2-y^2+3x-y+2$를 인수분해하면 $(x-y+a)(x+by+c)$가 된다고 한다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 4

$x^2-y^2+3x-y+2=x^2+3x-(y^2+y-2)$

$=x^2+3x-(y-1)(y+2)$

$=(x-y+1)(x+y+2)$ ◀60 %

이므로 $a=1$, $b=1$, $c=2$ ◀20 %

$\therefore a+b+c=1+1+2=4$ ◀20 %

448

난이도 상

다음 중 $2x^2+3xy+y^2-5x-4y+3$의 인수인 것은?

① $x-y-1$ ② $x-y+1$ ③ $x+y+1$

④ $2x+y+3$ ⑤ $2x+y-3$

답 ⑤

$2x^2+3xy+y^2-5x-4y+3$

$=2x^2+(3y-5)x+(y^2-4y+3)$

$=2x^2+(3y-5)x+(y-1)(y-3)$

$=(x+y-1)(2x+y-3)$

중요한

유형 073 인수분해 공식을 이용한 수의 계산

수의 계산에서 많이 사용되는 인수분해 공식

(1) $ma+mb=m(a+b)$

(2) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

(3) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

예 $9^2+2\times9+1=(9+1)^2=10^2=100$

$19^2-18^2=(19+18)(19-18)=37\times1=37$

풍쌤의 Point 복잡한 수를 계산할 때, 그냥 계산하는 것보다 인수분해 공식을 이용하여 변형한 후 계산하면 쉬워.

449 필수

난이도 중

$7.5^2\times0.12-2.5^2\times0.12$의 값을 구하여라.

답 6

$7.5^2\times0.12-2.5^2\times0.12=(7.5^2-2.5^2)\times0.12$

$=(7.5+2.5)(7.5-2.5)\times0.12$

$=10\times5\times0.12=6$

450

난이도 하

$256^2-255^2=256+255$로 계산하는 데 이용되는 인수분해 공식은?

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

⑤ $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

답 ③

$256^2-255^2=(256+255)(256-255)$

$=256+255$

451

난이도 하

$201^2-2\times201+1$의 값을 구하여라.

답 40000

$201^2-2\times201+1=(201-1)^2=200^2=40000$

452

난이도 하

$\sqrt{58^2\times\frac{1}{16}-42^2\times\frac{1}{16}}$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9

④ 10 ⑤ 11

답 ④

$\sqrt{58^2\times\frac{1}{16}-42^2\times\frac{1}{16}}=\sqrt{(58^2-42^2)\times\frac{1}{16}}$

$=\sqrt{(58+42)(58-42)\times\frac{1}{16}}$

$=\sqrt{100\times16\times\frac{1}{16}}$

$=\sqrt{100}=10$

453

난이도 중

$\frac{2025^2-1}{2027^2-1}\times\frac{2028^2}{2024^2}$의 값을 구하여라.

답 $\frac{507}{506}$

$\frac{2025^2-1}{2027^2-1}\times\frac{2028^2}{2024^2}=\frac{(2025+1)(2025-1)}{(2027+1)(2027-1)}\times\frac{2028^2}{2024^2}$

$=\frac{2026\times2024}{2028\times2026}\times\frac{2028}{2024}\times\frac{2028}{2024}$

$=\frac{2028}{2024}=\frac{507}{506}$

454

난이도 중

$13^2-11^2+97^2+2\times97\times3+3^2$의 값은?

① 10000 ② 10024 ③ 10048

④ 10096 ⑤ 10108

답 ③

$13^2-11^2+97^2+2\times97\times3+3^2$

$=(13^2-11^2)+(97^2+2\times97\times3+3^2)$

$=(13+11)(13-11)+(97+3)^2$

$=24\times2+100^2=10048$

455 서술형

난이도 중

인수분해 공식을 이용하여 $A+B$의 값을 구하여라.

$$A=\frac{998\times996+998\times4}{999^2-1}$$
$$B=12.5^2-5\times12.5+2.5^2$$

답 101

$A=\frac{998\times996+998\times4}{999^2-1}=\frac{998\times(996+4)}{(999+1)(999-1)}$

$=\frac{998\times1000}{1000\times998}=1$ ◀40 %

$B=12.5^2-5\times12.5+2.5^2$

$=12.5^2-2\times12.5\times2.5+2.5^2$

$=(12.5-2.5)^2=10^2=100$ ◀40 %

$\therefore A+B=1+100=101$ ◀20 %

중요한

유형 074 인수분해 공식을 이용하여 식의 값 구하기

인수분해 공식을 이용하여 식의 값을 구할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 주어진 식을 인수분해한다.

❷ 주어진 값을 변형하여 ❶의 식에 대입한다.

예 $x=3+\sqrt{2}$일 때,

$x^2-6x+9=(x-3)^2=(3+\sqrt{2}-3)^2=(\sqrt{2})^2=2$

풍쌤의 Point 주어진 수를 식에 대입할 때, 그냥 대입하는 것보다 식을 인수분해한 후 대입하면 계산이 쉬워.

456 필수

난이도 중

$x=5+\sqrt{3}$일 때, $(x+1)^2-12(x+1)+36$의 값을 구하여라.

답 3

$x+1=A$라고 하면

$(x+1)^2-12(x+1)+36=A^2-12A+36$

$=(A-6)^2=(x-5)^2$

이때 $x=5+\sqrt{3}$에서 $x-5=\sqrt{3}$이므로

$(x-5)^2=(\sqrt{3})^2=3$

457

난이도 중

$x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$, $y=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$일 때, $x^4y^2-x^2y^4$의 값은?

① $-16\sqrt{3}$ ② $-8\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $16\sqrt{3}$

답 ②

$x=2-\sqrt{3}$, $y=2+\sqrt{3}$

$x+y=4$, $x-y=-2\sqrt{3}$, $xy=1$

$\therefore x^4y^2-x^2y^4$

$=x^2y^2(x^2-y^2)=(xy)^2(x+y)(x-y)$

$=1^2\times4\times(-2\sqrt{3})=-8\sqrt{3}$

458

난이도 중

$x+y=\sqrt{2}-3$, $x-y=2\sqrt{2}$일 때, $x^2-y^2+3x-3y$의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$

④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

답 ④

$x^2-y^2+3x-3y=(x+y)(x-y)+3(x-y)$

$=(x-y)(x+y+3)$

$x+y=\sqrt{2}-3$, $x-y=2\sqrt{2}$이므로

$(x-y)(x+y+3)=2\sqrt{2}\times(\sqrt{2}-3+3)$

$=4$

459

난이도 상

$a^2b+ab^2+7a+7b=30$이고 $ab=3$일 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

답 3

$a^2b+ab^2+7a+7b=ab(a+b)+7(a+b)$

$=(a+b)(ab+7)$

$=(a+b)\times(3+7)$

$=10(a+b)$

즉, $10(a+b)=30$이므로 $a+b=3$

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3^2-2\times3=3$

유형 075 잘못 보고 인수분해한 경우

상수항을 잘못 본 식	x의 계수를 잘못 본 식
x^2+ax+b (제대로 본 수: a, 잘못 본 수: b)	x^2+cx+d (잘못 본 수: c, 제대로 본 수: d)
$\therefore$ (처음 이차식)$=x^2+ax+d$	

풍쌤의 Point 잘못 본 수를 제외한 나머지 값은 제대로 본 것임을 이용하면 원래의 다항식을 유추할 수 있어.

460 필수

난이도 상

x^2의 계수가 1인 이차식을 채원이는 x의 계수를 잘못 보고 $(x+8)(x-3)$으로 인수분해하였고, 재진이는 상수항을 잘못 보고 $(x-4)(x+2)$로 인수분해하였다. 다음 중 처음 이차식을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+2)(x-3)$ ② $(x-2)(x+3)$

③ $(x-4)(x+6)$ ④ $(x+4)(x-6)$

⑤ $(x-4)(x+8)$

답 ④

채원: $(x+8)(x-3)=x^2+5x-24$ ⇨ 처음 이차식의 상수항은 -24

재진: $(x-4)(x+2)=x^2-2x-8$ ⇨ 처음 이차식의 x의 계수는 -2

따라서 처음 이차식은 $x^2-2x-24$이므로 $x^2-2x-24=(x+4)(x-6)$

461

난이도 상

x^2의 계수가 1인 이차식을 영수는 x의 계수를 잘못 보고 $(x+3)(x-4)$로 인수분해하였고, 유빈이는 상수항을 잘못 보고 $(x+7)(x-6)$으로 인수분해하였다. 다음 중 처음 이차식을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+1)(x-12)$ ② $(x-1)(x+12)$

③ $(x-3)(x+4)$ ④ $(x+3)(x-4)$

⑤ $(x-2)(x+6)$

답 ③

영수: $(x+3)(x-4)=x^2-x-12$ ⇨ 처음 이차식의 상수항은 -12

유빈: $(x+7)(x-6)=x^2+x-42$ ⇨ 처음 이차식의 x의 계수는 1

따라서 처음 이차식은 x^2+x-12이므로 $x^2+x-12=(x-3)(x+4)$

462 서술형

난이도 상

x^2의 계수가 1인 이차식을 정한이는 x의 계수를 잘못 보고 $(x-2)(x-8)$로 인수분해하였고, 민정이는 상수항을 잘못 보고 $(x-2)(x-6)$으로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하여라.

답 $(x-4)^2$

정한: $(x-2)(x-8)=x^2-10x+16$

⇨ 처음 이차식의 상수항은 16 ◀30 %

민정: $(x-2)(x-6)=x^2-8x+12$

⇨ 처음 이차식의 x의 계수는 -8 ◀30 %

따라서 처음 이차식은 $x^2-8x+16$이므로 $x^2-8x+16=(x-4)^2$ ◀40 %

유형 076 도형에서 인수분해 공식의 활용

예 넓이가 x^2-4인 직사각형의 가로의 길이가 $x+2$일 때, $x^2-4=(x+2)(x-2)$이므로 이 직사각형의 세로의 길이는 $x-2$이다.

풍쌤의 Point 도형의 넓이가 식으로 주어지면 인수분해 공식을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있어.

463 필수

난이도 중

넓이가 $8x^2-2x-3$인 직사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 가로의 길이가 $4x-3$일 때, 이 종이의 둘레의 길이를 구하여라.

답 $12x-4$

$8x^2-2x-3=(4x-3)(2x+1)$

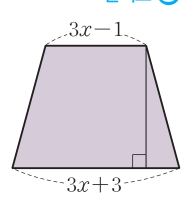
이므로 세로의 길이는 $2x+1$

∴ (둘레의 길이)$=2\{(4x-3)+(2x+1)\}=12x-4$

464

난이도 중

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴의 넓이가 $12x^2+19x+5$일 때, 이 사다리꼴의 높이는?



① $4x-3$　② $3x-5$　③ $3x+5$　④ $4x+5$　⑤ $5x+4$

답 ④

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(3x-1)+(3x+3)\}\times$(사다리꼴의 높이)

$=12x^2+19x+5$

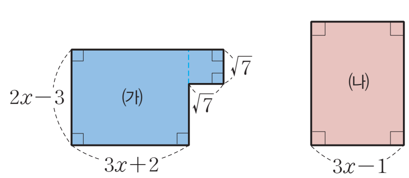
이므로 $(3x+1)\times$(사다리꼴의 높이)$=(3x+1)(4x+5)$

∴ (사다리꼴의 높이)$=4x+5$

465 서술형

난이도 중

다음 그림에서 두 도형 (가), (나)의 넓이가 같을 때, 도형 (나)의 세로의 길이를 구하여라.



답 $2x-1$

도형 (가)의 넓이는

$(3x+2)(2x-3)+\sqrt{7}\times\sqrt{7}=(6x^2-5x-6)+7$

$=6x^2-5x+1$

$=(3x-1)(2x-1)$　◀70 %

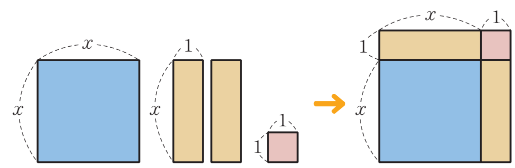
이때 두 도형 (가), (나)의 넓이는 같고 도형 (나)의 가로의 길이가 $3x-1$이므로

도형 (나)의 세로의 길이는 $2x-1$이다.　◀30 %

유형 077 인수분해 공식을 응용한 도형의 넓이의 합

직사각형 모양의 조각이 주어지는 도형 문제는 각 직사각형의 넓이의 합을 이용하여 식을 세우고 인수분해한다.

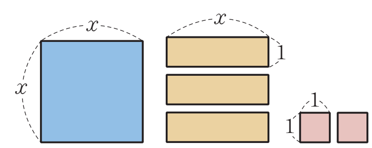
예 다음과 같이 직사각형 4개를 재조합하면 하나의 정사각형을 만들 수 있다.



466 필수

난이도 상

다음 직사각형을 모두 사용하여 하나의 직사각형을 만들 때, 그 직사각형의 둘레의 길이는?



① $2x+2$　② $2x+3$　③ $4x+2$　④ $4x+4$　⑤ $4x+6$

답 ⑤

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

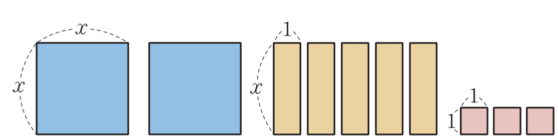
따라서 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는 $x+1$, $x+2$이므로

구하는 둘레의 길이는 $2\{(x+1)+(x+2)\}=4x+6$

467 창의

난이도 상

다음 직사각형을 모두 사용하여 하나의 직사각형을 만들 때, 그 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $x+1$　② $x+3$　③ $2x$　④ $2x+1$　⑤ $2x+3$

답 ①, ⑤

주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은

$2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$

468

다음 중 $(x^2-4)^2+5(4-x^2)$의 인수가 아닌 것은?

① $x-2$ ② $x-3$ ③ $x-4$
④ $x+2$ ⑤ $x+3$

답 ③
(주어진 식)$=(x^2-4)^2-5(x^2-4)$
$=(x^2-4)\{(x^2-4)-5\}$
$=(x^2-4)(x^2-9)$
$=(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

469

$\sqrt{x}=a-3$일 때, $\sqrt{x-6a+27}-\sqrt{x+2a-5}$를 간단히 하여라. (단, $3<a<6$)

답 $-2a+8$
$\sqrt{x}=a-3$의 양변을 제곱하면 $x=a^2-6a+9$
(주어진 식)$=\sqrt{(a^2-6a+9)-6a+27}-\sqrt{(a^2-6a+9)+2a-5}$
$=\sqrt{a^2-12a+36}-\sqrt{a^2-4a+4}$
$=\sqrt{(a-6)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$
$3<a<6$일 때, $a-6<0$, $a-2>0$이므로
$\sqrt{(a-6)^2}-\sqrt{(a-2)^2}=-(a-6)-(a-2)=-2a+8$

470

$0<x<1$일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4}$$

답 $-x$
$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$이고
$0<x<1$일 때, $x+\frac{1}{x}>0$, $x-\frac{1}{x}<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}$
$=-(-x)-\left(x+\frac{1}{x}\right)-\left(x-\frac{1}{x}\right)=-x$

471

x^2+6x+k가 $(x+a)(x+b)$로 인수분해될 때, 가장 작은 정수 k의 값을 구하여라. (단, a, b는 자연수이다.)

답 5
k는 합이 6인 두 자연수의 곱이므로 다음 표에서 가장 작은 정수 k의 값은 5이다.

합이 6인 두 자연수	두 자연수의 곱(k)
1, 5	5
2, 4	8
3, 3	9

472 창의

$2n^2-5n-12$의 값이 소수가 되도록 하는 자연수 n의 값을 구하여라.

답 5
$2n^2-5n-12=(2n+3)(n-4)$
$2n^2-5n-12$가 소수가 되려면
$2n+3=1$ 또는 $n-4=1$이어야 한다.
이때 n은 자연수이므로 $n=5$

473 서술형

두 다항식 $x^2-3x-10$, $3x^2-ax-20$이 공통인수를 갖도록 하는 모든 상수 a의 값의 합을 구하여라.

답 15
$x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$ ◀20 %
(i) 공통인수가 $x-5$일 때,
$3x^2-ax-20=(x-5)(3x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$-a=m-15$, $-20=-5m$이므로 $m=4$, $a=11$ ◀30 %
(ii) 공통인수가 $x+2$일 때,
$3x^2-ax-20=(x+2)(3x+n)$ (n은 상수)이라고 하면
$-a=n+6$, $-20=2n$이므로 $n=-10$, $a=4$ ◀30 %
따라서 모든 상수 a의 값의 합은 $11+4=15$ ◀20 %

474

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 a의 값을 구하여라.

답 16
(주어진 식)$=(x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a$
$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a$ $x^2+8x=A$
$=(A+7)(A+15)+a$
$=A^2+22A+105+a$
위의 식이 완전제곱식이 되려면
$105+a=\left(\frac{22}{2}\right)^2$ $\therefore a=16$

475

$ab+a-5b-8=0$을 만족시키는 정수 a, b에 대하여 가장 큰 ab의 값은?

① 0 ② 4 ③ 8
④ 12 ⑤ 16

답 ④
주어진 식은 $a(b+1)-5(b+1)=3$이므로 $(b+1)(a-5)=3$
주어진 식을 만족시키는 두 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는
$(6, 2)$, $(8, 0)$, $(4, -4)$, $(2, -2)$이므로
가장 큰 ab의 값은 $6\times2=12$이다.

476

세 다항식 $(2x+3)^2-2(2x+3)-24$, $8x^2y-14xy+3y$, $4x^2+Ax-3$이 x에 대한 일차식을 공통인수로 가질 때, 상수 A의 값을 구하여라.

답 -4

(i) $(2x+3)^2-2(2x+3)-24=(2x-3)(2x+7)$
(ii) $8x^2y-14xy+3y=y(2x-3)(4x-1)$
(i), (ii)에서 공통인수는 $2x-3$이다.
$4x^2+Ax-3$이 $2x-3$을 인수로 가지므로
$4x^2+Ax-3=(2x-3)(2x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$4x^2+Ax-3=4x^2+(2m-6)x-3m$
따라서 $A=2m-6$, $-3=-3m$이므로
$m=1$, $A=-4$

477

$x^2-10xy+25y^2-8x+40y+16$을 인수분해하면?

① $(x+5y+4)^2$ ② $(x-5y-4)^2$
③ $(x-5y+4)^2$ ④ $(x+5y-4)^2$
⑤ $(x-5y+16)^2$

답 ②

(주어진 식)$=x^2-(10y+8)x+25y^2+40y+16$
$=x^2-(10y+8)x+(5y+4)^2$
$=\{x-(5y+4)\}^2=(x-5y-4)^2$

478

$2025\times2027+1$이 어떤 자연수의 제곱일 때, 어떤 자연수를 구하여라.

답 2026

$2025=A$라고 하면
(주어진 식)$=A(A+2)+1=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2=2026^2$

479 창의

자연수 $2^{40}-1$은 30과 40 사이에 있는 두 자연수에 의하여 각각 나누어떨어진다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

답 64

$2^{40}-1=(2^{20}+1)(2^{20}-1)=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^{10}-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$
$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)\times33\times31$
따라서 구하는 두 자연수는 33, 31이므로 그 합은 $33+31=64$

480 서술형

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$의 값을 구하여라.

답 $\frac{11}{20}$

(주어진 식)
$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots$
$\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$ ◀50 %
$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$ ◀50 %

481

$x-2y=-3$일 때, $x^2-4xy-4+4y^2$의 값은?

① -5 ② -3 ③ 0
④ 3 ⑤ 5

답 ⑤

(주어진 식)$=(x^2-4xy+4y^2)-4$
$=(x-2y)^2-4$
$=(-3)^2-4=5$

482

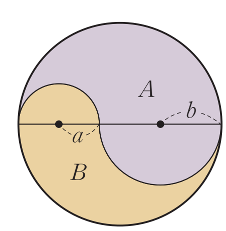
$\sqrt{7}$의 소수 부분을 a, $2\sqrt{2}$의 정수 부분을 b라고 할 때, $\frac{a^3-b^3+a^2b-ab^2}{a-b}$의 값을 구하여라.

답 7

(주어진 식)$=\frac{a^2(a+b)-b^2(b+a)}{a-b}=(a+b)^2$
$2<\sqrt{7}<3$에서 $a=\sqrt{7}-2$, $2<\sqrt{8}<3$에서 $b=2$이므로 $a+b=\sqrt{7}$
따라서 구하는 식의 값은 $(a+b)^2=(\sqrt{7})^2=7$

483

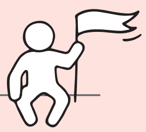
오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 a, b인 두 반원에 의하여 큰 원이 A, B의 두 부분으로 나누어져 있을 때, A, B의 넓이의 비를 구하여라.



답 $b:a$

(A의 넓이)$=\frac{\pi(a+b)^2}{2}-\frac{\pi a^2}{2}+\frac{\pi b^2}{2}=\pi b(a+b)$
(B의 넓이)$=\frac{\pi(a+b)^2}{2}+\frac{\pi a^2}{2}-\frac{\pi b^2}{2}=\pi a(a+b)$
$\therefore$ (A의 넓이) : (B의 넓이)$=\pi b(a+b):\pi a(a+b)=b:a$

Ⅲ 이차방정식



1 이차방정식

01 이차방정식의 뜻

(1) **이차방정식**

등식에서 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(x에 대한 이차식)$=0$

의 꼴로 나타나는 방정식을 x에 대한 이차방정식이라고 한다.

(2) **이차방정식의 일반형:** $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)

+ 등식에서 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, 이차항이 소거되는 경우는 이차방정식이 아니다.

예 $x^2+4x=x^2$, $2x^2+x-1=2x^2$ 은 이차방정식이 아니다.

02 이차방정식의 해 (근)

(1) **이차방정식의 해(근)**

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 참이 되게 하는 x의 값

x에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한 근이 p이다.	$\Longleftrightarrow$	$x=p$를 $ax^2+bx+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.

(2) **이차방정식을 푼다**

이차방정식의 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

예 이차방정식 $x^2-2x+1=0$

① $x=1$을 대입하면 $1^2-2\times1+1=0$

② $x=2$를 대입하면 $2^2-2\times2+1\neq0$

따라서 $x=1$은 이차방정식 $x^2-2x+1=0$의 해이고, $x=2$는 해가 아니다.

+ "이차방정식을 풀어라."
="이차방정식의 해를 구하여라."
="이차방정식을 만족시키는 x의 값을 모두 구하여라."

03 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

(1) $AB=0$**의 성질:** 두 수 또는 두 식 A, B에 대하여

$AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$

참고 $AB=0$이 되는 경우는

① $A=0$이고 $B\neq0$ ② $A\neq0$이고 $B=0$ ③ $A=0$이고 $B=0$

즉, A와 B 중에서 적어도 하나는 0이어야 한다.

(2) **인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이**

인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 주어진 이차방정식을 정리한다. ⇨ $ax^2+bx+c=0$

❷ 좌변을 인수분해한다. ⇨ $(px-q)(rx-s)=0$

❸ $AB=0$의 성질을 이용한다. ⇨ $px-q=0$ 또는 $rx-s=0$

❹ 이차방정식의 해를 구한다. ⇨ $x=\frac{q}{p}$ 또는 $x=\frac{s}{r}$

+ 이차방정식을 풀려면 일단 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리해야 한다.

01 이차방정식의 뜻

484

다음 중 이차방정식인 것은 ○표, 이차방정식이 아닌 것은 ×표를 ( ) 안에 써넣어라.

(1) $-3x+4=0$ (×)

(2) $2x^2=5x-6$ (○)

(3) $x^3+x=x^2+2$ (×)

(4) $x^2-2x+1=3+x^2$ (×)

(1) 좌변이 이차식이 아니다.
(2) $2x^2-5x+6=0$이므로 이차방정식이다.
(3) $x^3-x^2+x-2=0$이므로 좌변이 이차식이 아니다.
(4) $-2x-2=0$이므로 좌변이 이차식이 아니다.

485

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

> a, b, c가 상수일 때, 방정식 $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $\boxed{a}\neq 0$이어야 한다.

02 이차방정식의 해 (근)

486

다음 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은 ○표, 해가 아닌 것은 ×표를 ( ) 안에 써넣어라.

(1) $(x+1)(x-3)=0$ [-1] (○)

(2) $x^2-9=0$ [-2] (×)

(3) $x^2-2x-3=0$ [3] (○)

(4) $2x^2-3x-2=0$ [1] (×)

(1) $(-1+1)(-1-3)=0$ (2) $(-2)^2-9\neq 0$
(3) $3^2-2\times 3-3=0$ (4) $2\times 1^2-3\times 1-2\neq 0$

487

x의 값이 0, 1, 2일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $(x+1)(x-2)=0$ (2) $x^2-x=0$

(3) $x^2+2x-3=0$ (4) $2x^2-x-6=0$

답 (1) $x=2$ (2) $x=0$ 또는 $x=1$ (3) $x=1$ (4) $x=2$

488

이차방정식 $x^2-3x+a=0$의 한 근이 $x=2$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 2
$2^2-3\times 2+a=0$이므로 $a=2$

489

이차방정식 $x^2-5x-3=0$의 한 근이 $x=a$일 때, a^2-5a의 값을 구하여라.

답 3
$a^2-5a-3=0$이므로 $a^2-5a=3$

03 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

490

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{4}x(x-2)=0$ (2) $(x-3)(x+7)=0$

(3) $3(x+5)(2x-1)=0$ (4) $(3x-2)(4x+5)=0$

답 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $x=3$ 또는 $x=-7$
(3) $x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (4) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{5}{4}$

491

다음 이차방정식을 인수분해를 이용하여 풀어라.

(1) $2x^2-10x=0$ (2) $3x^2+2x=0$

(3) $x^2-25=0$ (4) $3x^2-27=0$

답 (1) $x=0$ 또는 $x=5$ (2) $x=0$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$
(3) $x=-5$ 또는 $x=5$ (4) $x=-3$ 또는 $x=3$

492

다음 이차방정식을 인수분해를 이용하여 풀어라.

(1) $x^2-4x+3=0$ (2) $x^2+3x-10=0$

(3) $x^2-x=4x-6$ (4) $x^2=2(x+4)$

답 (1) $x=1$ 또는 $x=3$ (2) $x=-5$ 또는 $x=2$
(3) $x=2$ 또는 $x=3$ (4) $x=-2$ 또는 $x=4$

493

다음 이차방정식을 인수분해를 이용하여 풀어라.

(1) $2x^2+5x+2=0$ (2) $3x^2-2x-8=0$

(3) $-3x^2+5x-2=0$ (4) $-2x^2-3x+2=0$

답 (1) $x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ (2) $x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$
(3) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$ (4) $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

04 이차방정식의 중근

(1) **이차방정식의 중근**

이차방정식의 두 근이 중복되어 서로 같을 때, 이 근을 주어진 이차방정식의 중근이라고 한다.

예 이차방정식 $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$이므로 $x-1=0$ 또는 $x-1=0$
따라서 $x=1$은 이차방정식 $x^2-2x+1=0$의 중근이다.

✦ 중근은 두 근이 서로 같은 것이므로 근의 개수를 1개로 본다.

(2) **이차방정식이 중근을 가질 조건**

이차방정식을 인수분해하였을 때

(완전제곱식)$=0$

의 꼴로 나타내어지면 중근을 갖는다.

참고 $x^2+ax+b=0$의 근이 중근 $\Longleftrightarrow$ x^2+ax+b가 완전제곱식

$\Longleftrightarrow b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

✦ 중근은 완전제곱식에서 나타나는 근이므로 중근을 가질 조건은 완전제곱식이 되는 조건과 같다.

05 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

(1) **이차방정식 $x^2=q$의 해**

① $q>0$일 때, $x=\pm\sqrt{q}$

② $q=0$일 때, $x=0$ (중근)

③ $q<0$일 때, 해는 없다.

(2) **이차방정식 $(x+p)^2=q$의 해**

① $q>0$일 때, $x=-p\pm\sqrt{q}$

② $q=0$일 때, $x=-p$ (중근)

③ $q<0$일 때, 해는 없다.

참고 이차방정식 $x^2=q$에서
(i) 해를 가질 조건 ⇨ $q\geq 0$
(ii) 해를 갖지 않을 조건 ⇨ $q<0$

✦ $x=-p+\sqrt{q}$ 또는 $x=-p-\sqrt{q}$를 간단히 $x=-p\pm\sqrt{q}$로 나타낸다.

06 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 양변을 x^2의 계수로 나누어 x^2의 계수를 1로 만든다.

❷ 상수항을 우변으로 이항한다.

❸ 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.

❹ 정리하여 $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타낸다.

❺ 제곱근의 성질을 이용하여 해를 구한다.

참고 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 좌변이 인수분해될 때에는 인수분해를 이용하여 해를 구하는 것이 더 편리하다.

✦ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$의 좌변이 인수분해가 되지 않을 때에는 좌변을 완전제곱식으로 고쳐서 푼다.

04 이차방정식의 중근

494

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+3)^2=0$ (2) $3(x-5)^2=0$

(3) $(4x+1)^2=0$ (4) $5(2x-3)^2=0$

답 (1) $x=-3$ (2) $x=5$ (3) $x=-\frac{1}{4}$ (4) $x=\frac{3}{2}$

(1) $(x+3)^2=0$에서 $x+3=0$ $\therefore x=-3$

(2) $3(x-5)^2=0$에서 $x-5=0$ $\therefore x=5$

(3) $(4x+1)^2=0$에서 $4x+1=0$ $\therefore x=-\frac{1}{4}$

(4) $5(2x-3)^2=0$에서 $2x-3=0$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

495

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-4x+4=0$ (2) $x^2+8x+16=0$

(3) $9x^2-6x+1=0$ (4) $5x^2+10x+5=0$

답 (1) $x=2$ (2) $x=-4$ (3) $x=\frac{1}{3}$ (4) $x=-1$

(1) $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$

(2) $x^2+8x+16=0$에서 $(x+4)^2=0$ $\therefore x=-4$

(3) $9x^2-6x+1=0$에서 $(3x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$

(4) $5x^2+10x+5=0$에서 $5(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$

05 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

496

다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 풀어라.

(1) $x^2=3$ (2) $x^2-8=0$

(3) $2x^2-12=0$ (4) $3x^2-4=0$

답 (1) $x=\pm\sqrt{3}$ (2) $x=\pm 2\sqrt{2}$ (3) $x=\pm\sqrt{6}$ (4) $x=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2) $x^2=8$이므로 $x=\pm\sqrt{8}=\pm 2\sqrt{2}$

(3) $x^2=6$이므로 $x=\pm\sqrt{6}$

(4) $x^2=\frac{4}{3}$이므로 $x=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$

497

다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 풀어라.

(1) $(x-1)^2=2$ (2) $(x+2)^2-3=0$

(3) $4(x-3)^2=20$ (4) $5(x+4)^2-45=0$

답 (1) $x=1\pm\sqrt{2}$ (2) $x=-2\pm\sqrt{3}$
(3) $x=3\pm\sqrt{5}$ (4) $x=-1$ 또는 $x=-7$

(1) $x-1=\pm\sqrt{2}$ $\therefore x=1\pm\sqrt{2}$

(2) $(x+2)^2=3$이므로 $x+2=\pm\sqrt{3}$ $\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

(3) $(x-3)^2=5$이므로 $x-3=\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=3\pm\sqrt{5}$

(4) $(x+4)^2=9$이므로 $x+4=\pm 3$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=-7$

06 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

498

다음은 이차방정식 $x^2-6x-1=0$을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타내는 과정이다. (가)~(다)에 알맞은 수를 써넣어라.

$x^2-6x-1=0$에서 $x^2-6x=1$
$x^2-6x+\boxed{(가)}=1+\boxed{(가)}$
$\therefore (x-\boxed{(나)})^2=\boxed{(다)}$

답 (가) 9 (나) 3 (다) 10

499

다음 이차방정식을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타내어라.

(1) $x^2-2x-5=0$ (2) $2x^2-8x+5=0$

답 (1) $(x-1)^2=6$ (2) $(x-2)^2=\frac{3}{2}$

(1) $x^2-2x+1=5+1$ $\therefore (x-1)^2=6$

(2) $x^2-4x+\frac{5}{2}=0$, $x^2-4x+4=-\frac{5}{2}+4$ $\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$

500

다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2-4x-2=0$의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 알맞은 수를 써넣어라.

$x^2-4x-2=0$에서 $x^2-4x=2$
$x^2-4x+\boxed{(가)}=2+\boxed{(가)}$
$(x-\boxed{(나)})^2=\boxed{(다)}$
$x-\boxed{(나)}=\boxed{(라)}$
$\therefore x=\boxed{(마)}$

답 (가) 4 (나) 2 (다) 6 (라) $\pm\sqrt{6}$ (마) $2\pm\sqrt{6}$

501

다음 이차방정식을 완전제곱식을 이용하여 풀어라.

(1) $x^2+6x-4=0$

(2) $x^2-8x+9=0$

(3) $2x^2-4x-1=0$

답 (1) $x=-3\pm\sqrt{13}$ (2) $x=4\pm\sqrt{7}$ (3) $x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

(1) $x^2+6x+9=4+9$, $(x+3)^2=13$ $\therefore x=-3\pm\sqrt{13}$

(2) $x^2-8x+16=-9+16$, $(x-4)^2=7$ $\therefore x=4\pm\sqrt{7}$

(3) $x^2-2x-\frac{1}{2}=0$, $x^2-2x+1=\frac{1}{2}+1$, $(x-1)^2=\frac{3}{2}$ $\therefore x=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

필수유형 다지기

유형 078 이차방정식의 뜻

등식의 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)

의 꼴이면 x에 대한 이차방정식이다.

예 (1) $x+1=x^2+2$ ⇨ $-x^2+x-1=0$
⇨ 이차방정식이다.

(2) $x+x^2=x^2+2$ ⇨ $x-2=0$
⇨ 이차방정식이 아니다.

풍쌤의 Point 이차식 → $ax^2+bx+c=0$ ← 이차방정식

502 필수 난이도 하

다음 중 x에 대한 이차방정식인 것은?

① $2x^2-3x+1$

② $0\times x^2+2x=2$

③ $\frac{1}{x^2}-2x+1=x-2$

④ $x(x+1)-3=(1+x)(1-x)$

⑤ $x^2-x-3=\frac{1}{2}(2x^2-2x)+4$

답 ④

④ $x(x+1)-3=(1+x)(1-x)$에서 $x^2+x-3=1-x^2$
$\therefore 2x^2+x-4=0$

503 난이도 하

다음 중 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $\frac{1}{2}x^2=0$ ② $x(x-1)=x$

③ $(x-2)^2=x^2$ ④ $(2x-1)^2=2x^2$

⑤ $x^3+x^2=2x+x^3$

답 ③

③ $(x-2)^2=x^2$에서 $x^2-4x+4=x^2$
$\therefore -4x+4=0$

504 서술형 난이도 중

$x(ax-3)=2x^2+1$이 x에 대한 이차방정식이 되도록 하는 상수 a의 조건을 구하여라.

답 $a\neq2$

$x(ax-3)=2x^2+1$에서 $ax^2-3x=2x^2+1$
$\therefore (a-2)x^2-3x-1=0$ ◀60 %
$a-2\neq0$이어야 하므로 $a\neq2$ ◀40 %

유형 079 이차방정식의 해

$x=p$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해(근)이다.
⇨ $x=p$를 $ax^2+bx+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.
⇨ $ap^2+bp+c=0$

예 이차방정식 $x^2+x-6=0$에 대하여
(1) $x=2$일 때, $2^2+2-6=0$이므로 해이다.
(2) $x=1$일 때, $1^2+1-6\neq0$이므로 해가 아니다.

풍쌤의 Point 이차방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 이차방정식의 해 또는 근이라고 해.

505 필수 난이도 하

다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x^2-\sqrt{2}=0$ $[\sqrt{2}]$

② $x^2+4x=0$ $[-1]$

③ $2x^2-3x+3=0$ $[3]$

④ $x^2-4x-5=0$ $[5]$

⑤ $(x+2)(x-1)=0$ $[-2]$

답 ④, ⑤

① $(\sqrt{2})^2-\sqrt{2}\neq0$
② $(-1)^2+4\times(-1)\neq0$
③ $2\times3^2-3\times3+3\neq0$
④ $5^2-4\times5-5=0$
⑤ $(-2+2)(-2-1)=0$

506 난이도 하

다음 이차방정식 중 $x=-3$을 근으로 갖는 것은?

① $x^2-2x-3=0$ ② $x^2-5x+6=0$

③ $2x^2+3x=6$ ④ $(x-2)^2=x$

⑤ $(x+1)(x+2)=2$

답 ⑤

① $(-3)^2-2\times(-3)-3\neq0$
② $(-3)^2-5\times(-3)+6\neq0$
③ $2\times(-3)^2+3\times(-3)\neq6$
④ $(-3-2)^2\neq-3$
⑤ $(-3+1)(-3+2)=2$

507 난이도 중

x의 값이 1, 2, 3, 4일 때, 이차방정식 $x^2-5x+4=0$의 해를 구하여라.

답 $x=1$ 또는 $x=4$

$x=1$일 때, $1^2-5\times1+4=0$
$x=2$일 때, $2^2-5\times2+4\neq0$
$x=3$일 때, $3^2-5\times3+4\neq0$
$x=4$일 때, $4^2-5\times4+4=0$
따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=1$ 또는 $x=4$이다.

중요한

유형 080 이차방정식의 한 근이 주어졌을 때 미지수의 값 구하기

미지수를 포함한 이차방정식의 한 근이 주어지면 주어진 근을 이차방정식에 대입하여 미지수의 값을 구한다.

예 이차방정식 $x^2-x+a=0$의 한 근이 $x=3$일 때

$3^2-3+a=0 \quad \therefore a=-6$

풍쌤의 Point 근이 주어지면 일단 주어진 식에 근을 대입하여 미지수를 구해.

508 필수

난이도 하

이차방정식 $x^2-(2a+3)x+3a-9=0$의 한 근이 $x=-3$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

답 ②

$x^2-(2a+3)x+3a-9=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2+3(2a+3)+3a-9=0$이므로

$9a+9=0 \quad \therefore a=-1$

509

난이도 하

이차방정식 $x^2-(a+3)x+4=0$의 한 근이 $x=2$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 1

$x^2-(a+3)x+4=0$에 $x=2$를 대입하면

$2^2-2(a+3)+4=0$이므로

$-2a+2=0 \quad \therefore a=1$

510

난이도 중

이차방정식 $x^2-4x+a=0$의 한 근이 $x=1$이고 이차방정식 $x^2+bx=6$의 한 근이 $x=3$일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

답 ①

$x=1$을 대입하면 $1^2-4\times1+a=0$이므로 $a=3$

$x=3$을 대입하면 $3^2+3b=6$이므로 $3b=-3 \quad \therefore b=-1$

$\therefore ab=3\times(-1)=-3$

511 서술형

난이도 중

이차방정식 $x^2+ax-4=0$의 한 근이 $x=4$이고 이차방정식 $x^2+3x+b=0$의 한 근이 $x=-1$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.

답 -5

$x=4$를 대입하면 $4^2+a\times4-4=0$이므로 $a=-3$ ◀40 %

$x=-1$을 대입하면 $(-1)^2-3+b=0$이므로 $b=2$ ◀40 %

$\therefore a-b=-3-2=-5$ ◀20 %

중요한

유형 081 이차방정식의 한 근이 문자로 주어졌을 때 식의 값 구하기

이차방정식의 한 근이 문자로 주어지면 주어진 식에 대입하여 식을 변형한 후 식의 값을 구한다.

예 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 한 근을 $x=a$라고 할 때

$a^2-3a+1=0 \quad \cdots\cdots$ ㉠

① $a^2-3a=-1$

② ㉠의 양변을 a로 나누면

$a-3+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=3$

512 필수

난이도 하

이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 한 근을 $x=a$라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^2-4a=-1$ ② $4-4a+a^2=3$

③ $1+4a-a^2=2$ ④ $3a^2-12a+6=2$

⑤ $a+\frac{1}{a}=4$

답 ④

$x^2-4x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-4a+1=0$

④ $3a^2-12a+6=3(a^2-4a)+6=3\times(-1)+6=3$

513

난이도 중

이차방정식 $3x^2-6x+1=0$의 한 근이 $x=a$일 때, $2a-a^2$의 값을 구하여라.

답 $\frac{1}{3}$

$3x^2-6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$3a^2-6a+1=0$

$3a^2-6a=-1$이므로 $-3(2a-a^2)=-1$

$\therefore 2a-a^2=\frac{1}{3}$

514

난이도 중

이차방정식 $x^2+2x-1=0$의 한 근을 $x=a$, 이차방정식 $2x^2-x-4=0$의 한 근을 $x=b$라고 할 때, a^2-2b^2+2a+b의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

답 ①

$x^2+2x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+2a-1=0 \quad \therefore a^2+2a=1$

$2x^2-x-4=0$에 $x=b$를 대입하면

$2b^2-b-4=0 \quad \therefore 2b^2-b=4$

$\therefore a^2-2b^2+2a+b=(a^2+2a)-(2b^2-b)=1-4=-3$

515

난이도 중

이차방정식 $x^2+5x-1=0$의 한 근이 $x=a$일 때, $a-\frac{1}{a}$의 값을 구하여라.

답 -5

$x^2+5x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+5a-1=0$이므로 양변을 a로 나누면

$a+5-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=-5$

516

난이도 중

이차방정식 $x^2+x-1=0$의 한 근이 $x=a$일 때, $a^5+a^4-a^3+a^2+a-3$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0

④ 2 ⑤ 4

답 ②

$x^2+x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+a-1=0$

$\therefore a^5+a^4-a^3+a^2+a-3=a^3(a^2+a-1)+(a^2+a-1)-2$

$=a^3\times0+0-2=-2$

517 서술형

난이도 중

이차방정식 $x^2-6x+1=0$의 한 근을 $x=a$라고 할 때, $a^2+\frac{1}{a^2}$의 값을 구하여라.

답 34

$x^2-6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-6a+1=0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-6+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a+\frac{1}{a}=6$ ◀50 %

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=6^2-2=34$ ◀50 %

518

난이도 상

이차방정식 $x^2+x-3=0$의 한 근을 $x=a$라고 할 때, $\frac{a^2}{3-a}+\frac{a}{a^2-3}$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 3

답 ③

$x^2+x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+a-3=0$이므로 $3-a=a^2$, $a^2-3=-a$

$\therefore \frac{a^2}{3-a}+\frac{a}{a^2-3}=\frac{a^2}{a^2}+\frac{a}{-a}=1+(-1)=0$

중요한

유형 082 $AB=0$의 성질을 이용한 이차방정식의 풀이

$AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$인 성질을 이용하여 이차방정식의 해를 구할 수 있다.

풍쌤의 Point $(px-q)(rx-s)=0$

⇨ $x=\frac{q}{p}$ 또는 $x=\frac{s}{r}$

519 필수

난이도 하

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+1)(5x-6)=0$ (2) $(7x+4)(x-2)=0$

(3) $(3x-4)(2x+1)=0$ (4) $(8x-5)(9x+1)=0$

답 (1) $x=-1$ 또는 $x=\frac{6}{5}$ (2) $x=-\frac{4}{7}$ 또는 $x=2$

(3) $x=\frac{4}{3}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ (4) $x=\frac{5}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{9}$

520

난이도 하

다음 이차방정식 중 해가 $x=3$ 또는 $x=-\frac{2}{5}$인 것은?

① $(x+3)(2x-5)=0$ ② $(x+3)(5x+2)=0$

③ $(x-3)(2x-5)=0$ ④ $(x-3)(5x+2)=0$

⑤ $(x-3)(2x+5)=0$

답 ④

④ $(x-3)(5x+2)=0$에서 $x-3=0$ 또는 $5x+2=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-\frac{2}{5}$

521

난이도 하

다음 이차방정식 중 해가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(9x+1)(3x-1)=0$

② $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{9}\right)=0$

③ $(2-6x)(2+18x)=0$

④ $\left(\frac{1}{9}+x\right)\left(\frac{1}{3}-x\right)=0$

⑤ $(9x-1)(3x+1)=0$

답 ⑤

①, ②, ③, ④ $x=-\frac{1}{9}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

⑤ $x=\frac{1}{9}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

중요한

유형 083 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식이 주어지면 모든 항을 좌변으로 이항하여 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한 후 좌변을 인수분해하여 이차방정식의 해를 구한다.

풍쌤의 Point $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow (px-q)(rx-s)=0$
$\Rightarrow x=\frac{q}{p}$ 또는 $x=\frac{s}{r}$

522 필수

난이도 하

다음 이차방정식을 인수분해를 이용하여 풀어라.

(1) $3x^2-11x-4=0$ (2) $5x^2-2x-3=0$

(3) $6x^2-5x=6x-3$ (4) $(x-3)^2=4x$

답 (1) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$ (2) $x=-\frac{3}{5}$ 또는 $x=1$

(3) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ (4) $x=1$ 또는 $x=9$

523

난이도 하

이차방정식 $3x^2-10x-8=0$의 두 근을 a, b라고 할 때, $a-3b$의 값을 구하여라. (단, $a>b$)

답 6

$3x^2-10x-8=0$에서 $(3x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=4$

$a>b$이므로 $a=4$, $b=-\frac{2}{3}$ $\quad \therefore a-3b=4-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=6$

524 서술형

난이도 중

이차방정식 $2x^2-3x-9=0$의 두 근 사이에 있는 모든 정수의 합을 구하여라.

답 2

$2x^2-3x-9=0$에서 $(2x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$ ◀40 %

$-\frac{3}{2}$과 3 사이에 있는 정수는 $-1, 0, 1, 2$이므로 ◀40 %

구하는 합은 $-1+0+1+2=2$ ◀20 %

525

난이도 중

이차방정식 $x(x-2)-(2x+1)(2x-1)=0$을 풀면?

① $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ ② $x=-3$ 또는 $x=-1$

③ $x=1$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$ ④ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

⑤ $x=1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

답 ①

$x(x-2)-(2x+1)(2x-1)=0$에서

$x^2-2x-(4x^2-1)=0$, $3x^2+2x-1=0$

$(x+1)(3x-1)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

중요한

유형 084 한 근이 주어졌을 때 다른 한 근 구하기

이차방정식의 한 근이 $x=a$로 주어지면 $x=a$를 주어진 식에 대입하여 미지수를 구한 후, 다른 한 근을 구한다.

526 필수

난이도 중

이차방정식 $2x^2+ax-a-9=0$의 한 근이 $x=2$일 때, 상수 a의 값과 다른 한 근을 구하면?

① $a=1$, $x=1$ ② $a=1$, $x=-\frac{5}{2}$

③ $a=1$, $x=-\frac{2}{3}$ ④ $a=2$, $x=-\frac{5}{2}$

⑤ $a=2$, $x=-\frac{2}{3}$

답 ②

$2x^2+ax-a-9=0$에 $x=2$를 대입하면

$2\times2^2+2a-a-9=0 \quad \therefore a=1$

주어진 이차방정식에 $a=1$을 대입하면 $2x^2+x-10=0$

$(2x+5)(x-2)=0 \quad \therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=2$

527

난이도 중

이차방정식 $x^2-ax+8=0$의 두 근이 $x=b$ 또는 $x=4$일 때, 이차방정식 $bx^2-ax-8=0$의 두 근의 곱은? (단, a는 상수이다.)

① -4 ② -3 ③ 3

④ 4 ⑤ 8

답 ①

$x^2-ax+8=0$에 $x=4$를 대입하면

$16-4a+8=0$이므로 $a=6$

$x^2-6x+8=0$에서 $(x-2)(x-4)=0$

따라서 $x=2$ 또는 $x=4$이므로 $b=2$

$bx^2-ax-8=0$에 $a=6$, $b=2$를 대입하면 $2x^2-6x-8=0$

양변을 2로 나누면 $x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 구하는 곱은 $(-1)\times4=-4$

528

난이도 상

이차방정식 $(a-1)x^2-a(a+4)x-10=0$의 두 근이 $x=-2$ 또는 $x=b$일 때, $a+8b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 -12

$(a-1)x^2-a(a+4)x-10=0$에 $x=-2$를 대입하면

$a^2+6a-7=0$, $(a+7)(a-1)=0 \quad \therefore a=-7$ 또는 $a=1$

$a\neq1$이므로 주어진 이차방정식에 $a=-7$을 대입하면

$8x^2+21x+10=0$, $(x+2)(8x+5)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{5}{8}$

따라서 $b=-\frac{5}{8}$이므로 $a+8b=-7+8\times\left(-\frac{5}{8}\right)=-12$

필수유형 다지기

유형 085 이차방정식의 근의 활용

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한 근이 이차방정식 $a'x^2+b'x+c'=0$의 한 근이면 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ $ax^2+bx+c=0$의 근을 구한다.
❷ ❶에서 구한 근 중 조건을 만족시키는 것을 이차방정식 $a'x^2+b'x+c'=0$에 대입하여 미지수의 값을 구한다.

529 필수 난이도 중

이차방정식 $2x^2+9x-5=0$의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $x^2+3x+k=0$의 한 근일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

답 -10

$2x^2+9x-5=0$에서 $(x+5)(2x-1)=0$ $\quad\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 $x=-5$가 $x^2+3x+k=0$의 한 근이므로
$(-5)^2+3\times(-5)+k=0$ $\quad\therefore k=-10$

530 난이도 중

이차방정식 $3x^2+x-2=0$의 두 근 중 음수인 근이 이차방정식 $x^2+kx+2k-5=0$의 한 근일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

답 4

$3x^2+x-2=0$에서 $(x+1)(3x-2)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
따라서 $x=-1$이 $x^2+kx+2k-5=0$의 한 근이므로
$(-1)^2+k\times(-1)+2k-5=0$ $\quad\therefore k=4$

531 난이도 중

이차방정식 $4x^2-23x-6=0$의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $x^2-ax-6=0$의 한 근일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 5

$4x^2-23x-6=0$에서 $(4x+1)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=6$
따라서 $x=6$이 $x^2-ax-6=0$의 한 근이므로
$36-6a-6=0$ $\quad\therefore a=5$

532 서술형 난이도 상

이차방정식 $x^2-2mx+15=0$의 한 근은 $x=3$이고, 다른 한 근은 이차방정식 $x^2+(n-6)x-4n=0$의 한 근일 때, 상수 m, n에 대하여 $m-n$의 값을 구하여라.

답 -1

$x^2-2mx+15=0$에 $x=3$을 대입하면
$9-6m+15=0$ $\quad\therefore m=4$ ◀40 %
즉, $x^2-8x+15=0$에서 $(x-3)(x-5)=0$이므로 다른 한 근은 $x=5$이다.
따라서 $x=5$가 $x^2+(n-6)x-4n=0$의 한 근이므로
$25+5(n-6)-4n=0$ $\quad\therefore n=5$ ◀40 %
$\therefore m-n=4-5=-1$ ◀20 %

유형 086 이차방정식의 중근

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 좌변을 인수분해하였을 때
$a(x-m)^2=0$
의 꼴이면 이 이차방정식은 중근 $x=m$을 갖는다.

풍쌤의 Point 이차방정식이 중근을 가지려면 (완전제곱식)$=0$의 꼴이 되어야 해.

533 필수 난이도 하

다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x^2=12x-36$ ② $x^2=25$
③ $x^2+6x+8=0$ ④ $4x^2-4x+1=0$
⑤ $6x^2-x-1=0$

답 ①, ④

① $x^2=12x-36$에서 $x^2-12x+36=0$, $(x-6)^2=0$ $\quad\therefore x=6$
② $x^2=25$에서 $x^2-25=0$, $(x+5)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=-5$ 또는 $x=5$
③ $x^2+6x+8=0$에서 $(x+4)(x+2)=0$ $\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$
④ $4x^2-4x+1=0$에서 $(2x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$
⑤ $6x^2-x-1=0$에서 $(3x+1)(2x-1)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

534 난이도 하

다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2+x+\frac{1}{4}=0$ ② $x^2-4x+4=0$
③ $x^2+14x+49=0$ ④ $9x^2+6x+1=0$
⑤ $x^2-8x+12=0$

답 ⑤

① $x^2+x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$
② $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$ $\quad\therefore x=2$
③ $x^2+14x+49=0$에서 $(x+7)^2=0$ $\quad\therefore x=-7$
④ $9x^2+6x+1=0$에서 $(3x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{3}$
⑤ $x^2-8x+12=0$에서 $(x-2)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=6$

535 난이도 중

다음 보기 중 중근을 갖는 이차방정식의 개수를 구하여라.

보기
ㄱ. $3x^2=6x-3$ ㄴ. $x^2-8x+16=0$
ㄷ. $x^2=10x-24$ ㄹ. $2x^2+8x+8=0$

답 3

ㄱ. $3x^2=6x-3$에서 $3x^2-6x+3=0$
양변을 3으로 나누면 $x^2-2x+1=0$, $(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$
ㄴ. $x^2-8x+16=0$에서 $(x-4)^2=0$ $\quad\therefore x=4$
ㄷ. $x^2=10x-24$에서 $x^2-10x+24=0$
$(x-4)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=4$ 또는 $x=6$
ㄹ. $2x^2+8x+8=0$의 양변을 2로 나누면 $x^2+4x+4=0$
$(x+2)^2=0$ $\quad\therefore x=-2$

유형 087 이차방정식이 중근을 가질 조건

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다.
⇨ $x^2+ax+b=0$이 (완전제곱식)$=0$의 꼴로 나타내어진다.
⇨ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

예 이차방정식 $x^2+6x+a=0$이 중근을 가질 때
$a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$

풍쌤의 Point 중근은 완전제곱식에서 나타나는 근이므로 중근을 가질 조건은 완전제곱식이 되는 조건과 같아.

536 필수
난이도 하

이차방정식 $x^2-10x+9a+7=0$이 중근을 가질 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

답 ②
$x^2-10x+9a+7=0$이 중근을 가지므로
$9a+7=\left(\frac{-10}{2}\right)^2$, $9a+7=25$
$9a=18$ $\therefore a=2$

537
난이도 하

이차방정식 $x^2+12x+k=0$이 중근 $x=a$를 가질 때, $a+k$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① -30 ② -18 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

답 ⑤
$x^2+12x+k=0$이 중근을 가지므로 $k=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$
따라서 주어진 이차방정식은 $x^2+12x+36=0$
즉, $(x+6)^2=0$이므로 $x=-6$ $\therefore a=-6$
$\therefore a+k=-6+36=30$

538
난이도 하

이차방정식 $x^2+kx+16=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 k의 값의 곱은?

① -64 ② -16 ③ 0
④ 16 ⑤ 64

답 ①
$x^2+kx+16=0$이 중근을 가지려면
$16=\left(\frac{k}{2}\right)^2$, $16=\frac{k^2}{4}$
$k^2=64$ $\therefore k=\pm 8$
$\therefore -8\times 8=-64$

539 서술형
난이도 중

이차방정식 $x^2-8x+5a-4=0$이 $x=b$를 중근으로 가질 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 8
$x^2-8x+5a-4=0$이 중근을 가지므로
$5a-4=\left(\frac{-8}{2}\right)^2$, $5a-4=16$
$5a=20$ $\therefore a=4$ ◀40 %
따라서 주어진 이차방정식은 $x^2-8x+16=0$이므로
$(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$
$\therefore b=4$ ◀40 %
$\therefore a+b=4+4=8$ ◀20 %

540
난이도 중

이차방정식 $x^2+mx-m+3=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 m의 값의 곱은?

① -20 ② -18 ③ -15
④ -14 ⑤ -12

답 ⑤
$x^2+mx-m+3=0$이 중근을 가지려면
$-m+3=\left(\frac{m}{2}\right)^2$, $-m+3=\frac{m^2}{4}$
$m^2+4m-12=0$, $(m+6)(m-2)=0$
$\therefore m=-6$ 또는 $m=2$
$\therefore -6\times 2=-12$

541
난이도 중

이차방정식 $x^2+2ax=2a-8$이 중근을 가질 때, 양수 a의 값을 구하여라.

답 2
$x^2+2ax=2a-8$의 우변을 좌변으로 이항하여 정리하면
$x^2+2ax-2a+8=0$
주어진 이차방정식이 중근을 가지므로
$-2a+8=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$, $-2a+8=a^2$
$a^2+2a-8=0$, $(a+4)(a-2)=0$
$\therefore a=-4$ 또는 $a=2$
$a>0$이므로 $a=2$

542
난이도 상

두 이차방정식 $x^2+6x+p=0$, $x^2-2(p-4)x+q=0$이 모두 중근을 가질 때, q의 값을 구하여라. (단, p, q는 상수이다.)

답 25
$x^2+6x+p=0$이 중근을 가지므로 $p=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$
$x^2-2(p-4)x+q=0$에 $p=9$를 대입하면
$x^2-10x+q=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$q=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$

필수유형 다지기

유형 088 두 이차방정식의 공통인 근

두 이차방정식의 공통인 근을 구하려면 각 이차방정식의 근을 구해 공통인 근을 찾는다.

예 $(x-1)(x-2)=0$의 근은 $x=1$ 또는 $x=2$
$(x-1)(x-3)=0$의 근은 $x=1$ 또는 $x=3$
⇨ 공통인 근은 $x=1$

543 필수 난이도 중

다음 두 이차방정식의 공통인 근은?

$$x^2-8x+15=0,\quad 2x^2-9x+9=0$$

① $x=-3$ ② $x=1$ ③ $x=\frac{3}{2}$
④ $x=3$ ⑤ $x=5$

답 ④
$x^2-8x+15=0$에서 $(x-3)(x-5)=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=5$
$2x^2-9x+9=0$에서 $(2x-3)(x-3)=0$ $\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 공통인 근은 $x=3$이다.

544 난이도 중

두 이차방정식 $2x^2-3x+1=0$, $3x^2-x-2=0$의 공통인 근이 $x=a$일 때, a의 값을 구하여라.

답 1
$2x^2-3x+1=0$에서 $(2x-1)(x-1)=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$
$3x^2-x-2=0$에서 $(3x+2)(x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$
따라서 공통인 근은 $x=1$이므로 $a=1$

545 난이도 중

두 이차방정식 $3x^2+mx-6=0$, $x^2-2x-n=0$의 공통인 근이 $x=-3$일 때, 상수 m, n에 대하여 $m-n$의 값은?

① -8 ② -6 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

답 ①
$x=-3$이 두 이차방정식의 공통인 근이므로
$3x^2+mx-6=0$에 $x=-3$을 대입하면
$27-3m-6=0$ $\therefore m=7$
$x^2-2x-n=0$에 $x=-3$을 대입하면
$9+6-n=0$ $\therefore n=15$
$\therefore m-n=7-15=-8$

546 난이도 중

두 이차방정식 $x^2-ax+b=0$, $x^2+bx+2a=0$의 공통인 근이 $x=-2$일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 0
$x=-2$가 두 이차방정식의 공통인 근이므로
$x^2-ax+b=0$에 $x=-2$를 대입하면 $2a+b=-4$
$x^2+bx+2a=0$에 $x=-2$를 대입하면 $a-b=-2$
두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=0$ $\therefore ab=0$

547 난이도 중

두 이차방정식 $2x^2-5x+a=0$, $x^2+bx+2=0$의 공통인 근이 $x=2$일 때, 이차방정식 $x^2+bx+a=0$을 풀어라.
(단, a, b는 상수이다.)

답 $x=1$ 또는 $x=2$
$x=2$가 두 이차방정식의 공통인 근이므로
$2x^2-5x+a=0$에 $x=2$를 대입하면
$2\times2^2-5\times2+a=0$, $-2+a=0$ $\therefore a=2$
$x^2+bx+2=0$에 $x=2$를 대입하면
$2^2+2b+2=0$, $6+2b=0$ $\therefore b=-3$
$x^2+bx+a=0$에 $a=2$, $b=-3$을 대입하면
$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=2$

548 난이도 중

두 이차방정식 $x^2-4x-12=0$, $x^2+9x+14=0$의 공통인 근이 이차방정식 $x^2+px+6=0$의 한 근일 때, 상수 p의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1
④ 3 ⑤ 5

답 ⑤
$x^2-4x-12=0$에서 $(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
$x^2+9x+14=0$에서 $(x+7)(x+2)=0$ $\therefore x=-7$ 또는 $x=-2$
따라서 공통인 근은 $x=-2$이므로 $x^2+px+6=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(-2)^2+p\times(-2)+6=0$
$-2p+10=0$ $\therefore p=5$

549 서술형 난이도 중

이차방정식 $x^2+6x+a=0$이 중근을 가질 때, 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

$$x^2-(a-5)x+3=0,\quad 2x^2-3x-a=0$$

답 $x=3$
$x^2+6x+a=0$이 중근을 가지므로 $a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ ◀40 %
다른 두 이차방정식에 $a=9$를 각각 대입하면
$x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=3$
$2x^2-3x-9=0$에서 $(2x+3)(x-3)=0$ $\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 공통인 근은 $x=3$이다. ◀60 %

중요한

유형 089 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

$(x+p)^2=q\ (q\geq0)$에서 $x+p=\pm\sqrt{q}$
$\therefore x=-p\pm\sqrt{q}$
예 $(x-1)^2=2$에서 $x-1=\pm\sqrt{2}$
$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$

풍쌤의 Point 제곱근을 이용하면 $(x+p)^2=q$의 꼴의 이차방정식의 해를 구할 수 있어.

550 필수

난이도 하

이차방정식 $3(x-2)^2-21=0$의 해가 $x=a\pm\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

답 ⑤
$3(x-2)^2-21=0$에서 $(x-2)^2=7$
$x-2=\pm\sqrt{7}$ $\therefore x=2\pm\sqrt{7}$
따라서 $a=2$, $b=7$이므로 $a+b=9$

551

난이도 하

다음 이차방정식 중 해가 $x=3\pm\sqrt{6}$인 것은?

① $(x+3)^2=6$ ② $(x+6)^2=3$
③ $(x-3)^2=6$ ④ $(x-6)^2=3$
⑤ $(x-6)^2=6$

답 ③
① $(x+3)^2=6$에서 $x+3=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=-3\pm\sqrt{6}$
② $(x+6)^2=3$에서 $x+6=\pm\sqrt{3}$ $\therefore x=-6\pm\sqrt{3}$
③ $(x-3)^2=6$에서 $x-3=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=3\pm\sqrt{6}$
④ $(x-6)^2=3$에서 $x-6=\pm\sqrt{3}$ $\therefore x=6\pm\sqrt{3}$
⑤ $(x-6)^2=6$에서 $x-6=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=6\pm\sqrt{6}$

552

난이도 하

이차방정식 $2(x+2)^2=36$의 두 근의 합은?

① $-3\sqrt{2}$ ② -4 ③ $4-3\sqrt{2}$
④ 4 ⑤ $4+3\sqrt{2}$

답 ②
$2(x+2)^2=36$의 양변을 2로 나누면 $(x+2)^2=18$이므로
$x+2=\pm\sqrt{18}=\pm3\sqrt{2}$ $\therefore x=-2\pm3\sqrt{2}$
따라서 두 근의 합은 $(-2+3\sqrt{2})+(-2-3\sqrt{2})=-4$

553

난이도 중

다음 이차방정식 중 근이 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x^2=24$ ② $2x^2-50=0$
③ $3x^2-36=0$ ④ $(x-3)^2=5$
⑤ $2(x+1)^2=18$

답 ②, ⑤
① $x=\pm\sqrt{24}=\pm2\sqrt{6}$
② $x^2=25$이므로 $x=\pm5$
③ $x^2=12$이므로 $x=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$
④ $x-3=\pm\sqrt{5}$이므로 $x=3\pm\sqrt{5}$
⑤ $(x+1)^2=9$이므로 $x+1=\pm3$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

554

난이도 중

이차방정식 $(x-m)^2=\frac{1}{3}$의 해가 $x=\frac{15\pm\sqrt{n}}{3}$일 때, 유리수 m, n에 대하여 $m-n$의 값을 구하여라.

답 2
$(x-m)^2=\frac{1}{3}$에서 $x-m=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore x=\frac{3m\pm\sqrt{3}}{3}$
따라서 $3m=15$, $n=3$이므로 $m=5$, $n=3$
$\therefore m-n=5-3=2$

555

난이도 중

이차방정식 $8-(4x-3)^2=0$의 해는?

① $x=\frac{1\pm2\sqrt{2}}{4}$ ② $x=\frac{3\pm2\sqrt{2}}{4}$
③ $x=\frac{5\pm2\sqrt{2}}{4}$ ④ $x=\frac{7\pm2\sqrt{2}}{4}$
⑤ $x=\frac{9\pm2\sqrt{2}}{4}$

답 ②
$8-(4x-3)^2=0$에서 $(4x-3)^2=8$이므로
$4x-3=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$, $4x=3\pm2\sqrt{2}$
$\therefore x=\frac{3\pm2\sqrt{2}}{4}$

556 서술형

난이도 중

이차방정식 $2(x+a)^2=b$의 해가 $x=2\pm\sqrt{5}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 -20
$2(x+a)^2=b$의 양변을 2로 나누면 $(x+a)^2=\frac{b}{2}$이므로
$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{2}}$ ◀50 %
따라서 $-a=2$, $\frac{b}{2}=5$이므로 $a=-2$, $b=10$ ◀30 %
$\therefore ab=-2\times10=-20$ ◀20 %

필수유형 다지기

유형 090 이차방정식 $(x+p)^2=q$가 근을 가질 조건

이차방정식 $(x+p)^2=q$가
(1) 서로 다른 두 근을 가질 조건 ⇨ $q>0$
(2) 중근을 가질 조건 ⇨ $q=0$
(3) 해를 갖지 않을 조건 ⇨ $q<0$

풍쌤의 Point 이차방정식 $(x+p)^2=q$의 근의 개수는 q의 값에 따라 결정돼.

557 필수 난이도 중

이차방정식 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=a$의 근이 존재하도록 하는 상수 a의 값이 될 수 없는 것은?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

답 ①
$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=a$에서 $a>0$이면 서로 다른 두 근을 갖고, $a=0$이면 중근을 가지므로 이차방정식의 근이 존재하려면 $a\ge0$이어야 한다.

558 난이도 하

이차방정식 $(x-3)^2=k-2$가 중근 $x=a$를 가질 때, $a+k$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

답 ⑤
$(x-3)^2=k-2$가 중근을 가지므로 $k-2=0$ $\therefore k=2$
주어진 이차방정식은 $(x-3)^2=0$이므로 $x=3$ $\therefore a=3$
$\therefore a+k=3+2=5$

559 난이도 중

이차방정식 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{a-5}{2}$의 해가 존재하지 않도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

답 $a<5$
$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{a-5}{2}$의 해가 존재하지 않으려면
$\frac{a-5}{2}<0$, $a-5<0$ $\therefore a<5$

유형 091 완전제곱식의 꼴로 나타내기

이차방정식을 완전제곱식의 꼴로 나타내는 것은 다음과 같은 순서로 구한다.
❶ x^2의 계수로 나누어 x^2의 계수를 1로 만든다.
❷ 상수항을 우변으로 이항한다.
❸ 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.
❹ 완전제곱식의 꼴로 나타낸다.

예 $2x^2-4x-8=0 \xrightarrow{❶} x^2-2x-4=0$
$\xrightarrow{❷} x^2-2x=4$
$\xrightarrow{❸} x^2-2x+1=4+1$
$\xrightarrow{❹} (x-1)^2=5$

560 필수 난이도 중

이차방정식 $9x^2-6x-8=0$을 $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b에 대하여 $3a-2b$의 값은?

① -4 ② -3 ③ 0
④ 1 ⑤ 5

답 ②
$9x^2-6x-8=0$의 양변을 9로 나누면
$x^2-\frac{2}{3}x-\frac{8}{9}=0$, $x^2-\frac{2}{3}x=\frac{8}{9}$
$x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\frac{8}{9}+\frac{1}{9}$ $\therefore \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=1$
따라서 $a=-\frac{1}{3}$, $b=1$이므로 $3a-2b=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)-2\times1=-3$

561 난이도 중

이차방정식 $3x^2+6x-1=0$을 $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

답 ⑤
$3x^2+6x-1=0$의 양변을 3으로 나누면
$x^2+2x-\frac{1}{3}=0$, $x^2+2x=\frac{1}{3}$
$x^2+2x+1=\frac{1}{3}+1$ $\therefore (x+1)^2=\frac{4}{3}$
따라서 $a=1$, $b=\frac{4}{3}$이므로 $ab=\frac{4}{3}$

562 난이도 중

이차방정식 $(x+3)(x-9)=-10$을 $(x-a)^2=b$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 29
$(x+3)(x-9)=-10$에서 $x^2-6x-27=-10$
$x^2-6x=17$, $x^2-6x+9=17+9$ $\therefore (x-3)^2=26$
따라서 $a=3$, $b=26$이므로 $a+b=29$

중요한 **유형 092** 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식이 인수분해가 되지 않을 때에는 완전제곱식의 꼴로 나타내어 푼다.

$ax^2+bx+c=0 \longrightarrow (x+p)^2=q$

$\longrightarrow x=-p\pm\sqrt{q}$

예 $x^2-2x-4=0$에서 $x^2-2x+1=4+1$

$(x-1)^2=5$, $x-1=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{5}$

563 필수

난이도 중

다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2-8x+1=0$의 해를 구하는 과정이다. 이때 상수 A, B, C에 대하여 $A+B+C$의 값은?

$2x^2-8x+1=0$에서 $x^2-4x+\frac{1}{2}=0$

$x^2-4x+A=-\frac{1}{2}+A$, $(x-B)^2=C$

$\therefore x=B\pm\sqrt{C}$

① 0 ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

답 ⑤

$2x^2-8x+1=0$에서 $x^2-4x+\frac{1}{2}=0$, $x^2-4x+4=-\frac{1}{2}+4$

$(x-2)^2=\frac{7}{2}$ $\quad\therefore x=2\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

따라서 $A=4$, $B=2$, $C=\frac{7}{2}$이므로 $A+B+C=\frac{19}{2}$

564

난이도 중

다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2+3x+1=0$의 해를 구하는 과정이다. ㈎, ㈏에 알맞은 상수를 차례대로 구한 것은?

$x^2+3x+1=0$에서 $x^2+3x=-1$

$x^2+3x+(\boxed{㈎})^2=-1+(\boxed{㈎})^2$

$(x+\boxed{㈎})^2=\frac{\boxed{㈏}}{4}$, $x+\boxed{㈎}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{㈏}}}{2}$

$\therefore x=-\boxed{㈎}\pm\frac{\sqrt{\boxed{㈏}}}{2}$

① $-\frac{9}{4}$, 5 ② $-\frac{3}{2}$, 5 ③ $\frac{3}{2}$, 2

④ $\frac{3}{2}$, 5 ⑤ $\frac{9}{4}$, 2

답 ④

$x^2+3x+1=0$에서 $x^2+3x=-1$, $x^2+3x+\left(\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2=-1+\left(\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2=\frac{\boxed{5}}{4}$, $x+\boxed{\frac{3}{2}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{5}}}{2}$ $\quad\therefore x=-\boxed{\frac{3}{2}}\pm\frac{\sqrt{\boxed{5}}}{2}$

565

난이도 중

오른쪽은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2-6x-6=0$의 해를 구하는 과정이다. 이때 상수 A, B, C에 대하여 $A+B+C$의 값을 구하여라.

$x^2-6x-6=0$에서

$x^2-6x+A=6+A$

$(x-B)^2=C$

$\therefore x=B\pm\sqrt{C}$

답 27

$x^2-6x-6=0$에서 $x^2-6x+9=6+9$

$(x-3)^2=15$ $\quad\therefore x=3\pm\sqrt{15}$

따라서 $A=9$, $B=3$, $C=15$이므로 $A+B+C=27$

566

난이도 중

다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $6x^2+9x-3=0$의 해를 구하는 과정이다. ㈎~㈒에 알맞은 수로 옳지 않은 것은?

$6x^2+9x-3=0$에서 $x^2+\boxed{㈎}x=\boxed{㈏}$

$(x+\boxed{㈐})^2=\boxed{㈑}$ $\quad\therefore x=\boxed{㈒}$

① ㈎ $\frac{3}{2}$ ② ㈏ $\frac{1}{2}$ ③ ㈐ $\frac{3}{2}$

④ ㈑ $\frac{17}{16}$ ⑤ ㈒ $\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

답 ③

$6x^2+9x-3=0$에서 $x^2+\boxed{\frac{3}{2}}x=\boxed{\frac{1}{2}}$

$\left(x+\boxed{\frac{3}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{17}{16}}$, $x+\frac{3}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$ $\quad\therefore x=\boxed{\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}}$

567

난이도 중

다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $x^2-9=0$ ② $2x^2+8x-8=0$

③ $4x^2+12x-7=0$ ④ $3x^2+6x+3=0$

⑤ $2(x+2)^2=x^2+4x+5$

답 ②

② $2x^2+8x=8$, $x^2+4x+4=8$

$(x+2)^2=8$ $\quad\therefore x=-2\pm2\sqrt{2}$

568 서술형

난이도 중

이차방정식 $x^2+2ax+4=0$을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=5\pm\sqrt{b}$이었다. 이때 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 16

$x^2+2ax+4=0$에서 $x^2+2ax+a^2=-4+a^2$

$(x+a)^2=-4+a^2$, $x+a=\pm\sqrt{-4+a^2}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{-4+a^2}$ ◀50 %

따라서 $-a=5$, $-4+a^2=b$이므로 $a=-5$, $b=21$ ◀40 %

$\therefore a+b=16$ ◀10 %

만점에 도전하기

569

$(a^2-2a)x^2+x=3x^2+ax-4$가 x에 대한 이차방정식이 되도록 하는 상수 a의 조건을 구하여라.

답 $a\neq-1$이고 $a\neq3$

$(a^2-2a)x^2+x=3x^2+ax-4$에서
$(a^2-2a-3)x^2+(1-a)x+4=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$a^2-2a-3\neq0$, $(a+1)(a-3)\neq0$
$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq3$

570

이차방정식 $x^2-2x+k=0$의 한 근이 $x=1+\sqrt{3}$일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

답 -2

$x^2-2x+k=0$에 $x=1+\sqrt{3}$을 대입하면
$(1+\sqrt{3})^2-2(1+\sqrt{3})+k=0$
$1+2\sqrt{3}+3-2-2\sqrt{3}+k=0$
$2+k=0 \quad \therefore k=-2$

571

이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 한 근을 $x=\alpha$라고 할 때, $\alpha^2+2\alpha+\dfrac{2}{\alpha}+\dfrac{1}{\alpha^2}$의 값을 구하여라.

답 13

$x^2-3x+1=0$에 $x=\alpha$를 대입하면 $\alpha^2-3\alpha+1=0$
$\alpha^2-3\alpha+1=0$의 양변을 α로 나누면
$\alpha-3+\dfrac{1}{\alpha}=0 \quad \therefore \alpha+\dfrac{1}{\alpha}=3$

$\therefore$ (주어진 식)$=\left(\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}\right)+2\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)$
$=\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)^2-2+2\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)=13$

572

이차방정식 $(2027x)^2-2026\times2028x-1=0$의 근 중에서 큰 근을 $x=A$라 하고, $x^2+2025x-2026=0$의 근 중에서 작은 근을 $x=B$라고 할 때, $A-B$의 값을 구하여라.

답 2027

$2027^2x^2-2026\times2028x-1=0$에서
$(2027^2x+1)(x-1)=0 \quad \therefore A=1$
$x^2+2025x-2026=0$에서
$(x+2026)(x-1)=0 \quad \therefore B=-2026$
$\therefore A-B=1-(-2026)=2027$

573 서술형

$<x>$가 자연수 x의 양의 약수의 개수를 나타낼 때, $<x>^2-<x>-2=0$을 만족시키는 자연수 x의 값 중에서 10 이하인 것의 개수를 구하여라.

답 4

$<x>^2-<x>-2=0$에서 $(<x>+1)(<x>-2)=0$
$\therefore <x>=-1$ 또는 $<x>=2$
그런데 $<x>$는 자연수 x의 양의 약수의 개수이므로 $<x>\neq-1$
$\therefore <x>=2$ ◀70 %
약수가 2개인 수는 소수이므로 10 이하의 자연수 중에서 소수는
2, 3, 5, 7의 4개이다. ◀30 %

574

실수 a, b에 대하여 $a*b=ab+a+b$라 하고, $(x+1)*(x+2)=-1$의 두 근을 $x=x_1$ 또는 $x=x_2$라고 할 때, ${x_1}^2+{x_2}^2$의 값을 구하여라.

답 13

$(x+1)*(x+2)=(x+1)(x+2)+(x+1)+(x+2)=x^2+5x+5$
따라서 주어진 방정식은 $x^2+5x+5=-1$, $x^2+5x+6=0$
$(x+3)(x+2)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=-2$
따라서 ${x_1}^2+{x_2}^2$의 값은 $(-3)^2+(-2)^2=13$

575

오른쪽 표에서 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 같을 때, 다음 물음에 답하여라.

2	x^2 (9)	4
7	5	3
$2x$ (6)	$x-2$ (1)	8

(1) 자연수 x의 값을 구하여라.

(2) (1)에서 구한 x의 값을 대입하여 표를 완성하여라.

답 (1) 3 (2) 표 참조

(1) 두 번째 세로줄과 대각선에 있는 세 수의 합이 같으므로
$x^2+5+(x-2)=4+5+2x$
$x^2-x-6=0$, $(x-3)(x+2)=0 \quad \therefore x=3$ ($\because$ x는 자연수)

(2) $x=3$을 주어진 표에 대입하면 가로, 세로, 대각선에 있는 세 수의 합이 모두 15이어야 하므로 표를 완성하면 위와 같다.

576

이차방정식 $x^2+6ax-5a=0$의 근을 구하는데 x의 계수와 상수항을 잘못 보고 서로 바꾸어 놓고 풀었더니 한 근이 $x=-6$이었다. 처음 이차방정식의 근을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $x=1$ 또는 $x=5$

$x=-6$이 $x^2-5ax+6a=0$의 한 근이므로
$36+30a+6a=0 \quad \therefore a=-1$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2-6x+5=0$이므로
$(x-1)(x-5)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=5$

577

이차방정식 $x^2=2x+3$과 일차부등식 $2(x-4)<a$의 공통인 근이 존재하지 않도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

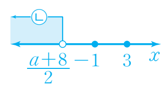
답 $a\le -10$

$x^2=2x+3$에서 $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ …… ㉠

$2(x-4)<a$에서 $x<\dfrac{a+8}{2}$ …… ㉡

공통인 근이 존재하지 않으려면 ㉠이 ㉡의 범위에 포함되지 않아야 하므로 오른쪽 그림과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 $\dfrac{a+8}{2}$이 -1보다 작거나 같아야 하므로

$\dfrac{a+8}{2}\le -1$ $\quad\therefore a\le -10$

578

두 이차방정식 $x^2-3x+6=0$, $x^2-7x-1=0$의 한 근을 각각 $x=m$, $x=n$이라고 할 때, $(2m^2-6m+1)(n^2-7n-3)$의 값을 구하여라.

답 22

$x^2-3x+6=0$에 $x=m$을 대입하면

$m^2-3m+6=0$, $m^2-3m=-6$ $\quad\therefore 2m^2-6m=-12$

$x^2-7x-1=0$에 $x=n$을 대입하면

$n^2-7n-1=0$ $\quad\therefore n^2-7n=1$

$\therefore (2m^2-6m+1)(n^2-7n-3)=(-12+1)\times(1-3)=22$

579

이차방정식 $x^2-3x+a-3=0$의 두 근 중 음수인 근이 $x=a$일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $x=4$

$x^2-3x+a-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-2a-3=0$에서 $(a+1)(a-3)=0$ $\quad\therefore a=-1$ ($\because a<0$)

주어진 이차방정식에 $a=-1$을 대입하면

$x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=4$이다.

580 서술형

이차방정식 $x^2+80x-81=0$의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$의 한 근일 때, 이 이차방정식의 다른 한 근을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $x=2$

$x^2+80x-81=0$에서 $(x+81)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-81$ 또는 $x=1$

따라서 두 근 중 큰 근은 $x=1$이다. ◀30 %

$x=1$을 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 대입하면

$-a^2+3a-2=0$에서 $-(a-1)(a-2)=0$ $\quad\therefore a=1$ 또는 $a=2$

이때 $a-1\ne 0$이어야 하므로 $a=2$ ◀40 %

$a=2$를 $(a-1)x^2-(a^2-1)x+2(a-1)=0$에 대입하면

$x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=2$이다. ◀30 %

581

한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a, 두 번째 나온 눈의 수를 b라고 할 때, 이차방정식 $x^2+2ax+b=0$이 중근을 가질 확률을 구하여라.

답 $\dfrac{1}{18}$

모든 경우의 수는 $6\times6=36$이고, 이차방정식 $x^2+2ax+b=0$이 중근을 가지려면 $b=\left(\dfrac{2a}{2}\right)^2$, 즉 $b=a^2$이어야 하므로

이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(2, 4)$의 2가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{2}{36}=\dfrac{1}{18}$

582

두 이차방정식 $x^2+2x+a=0$, $x^2+bx+c=0$의 공통인 근이 $x=3$이고, 이차방정식 $x^2+bx+c=0$이 중근을 가질 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a-b+c$의 값을 구하여라.

답 0

$x=3$이 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$x^2+2x+a=0$에 $x=3$을 대입하면

$3^2+2\times3+a=0$, $15+a=0$ $\quad\therefore a=-15$

$x^2+bx+c=0$이 $x=3$을 중근으로 가지므로

$(x-3)^2=0$, $x^2-6x+9=0$ $\quad\therefore b=-6$, $c=9$

$\therefore a-b+c=-15-(-6)+9=0$

583

다음 중 상수 k의 값에 따른 이차방정식 $(x-1)^2=k-2$의 근에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① $k=1$이면 근이 없다.

② $k=2$이면 중근을 갖는다.

③ $k=3$이면 정수인 근을 갖는다.

④ $k=4$이면 유리수인 근을 갖는다.

⑤ $k=5$이면 근이 2개이다.

답 ④

④ $k=4$이면 $(x-1)^2=2$, $x-1=\pm\sqrt{2}$

$\quad\therefore x=1\pm\sqrt{2}$ ⇦ 무리수

584 서술형

이차방정식 $3x^2+2ax+b=0$을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=2\pm2\sqrt{3}$이었다. 이때 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 -30

$x^2+\dfrac{2a}{3}x+\dfrac{b}{3}=0$에서 $\left(x+\dfrac{a}{3}\right)^2=-\dfrac{b}{3}+\dfrac{a^2}{9}$

$\therefore x=-\dfrac{a}{3}\pm\sqrt{-\dfrac{b}{3}+\dfrac{a^2}{9}}$ ◀60 %

따라서 $-\dfrac{a}{3}=2$, $-\dfrac{b}{3}+\dfrac{a^2}{9}=12$이므로 $a=-6$, $b=-24$ ◀30 %

$\therefore a+b=-6+(-24)=-30$ ◀10 %

2 이차방정식의 활용

01 이차방정식의 근의 공식

(1) **이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 근**

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

(2) **이차방정식 $ax^2+\underbrace{2b'}_{\text{일차항의 계수가 짝수}}x+c=0$ $(a\neq0)$의 근**

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}\ (\text{단, } b'^2-ac\geq0)$$

참고 인수분해가 안 되는 이차방정식은 근의 공식을 이용하여 푼다.

+ 이차방정식의 x의 계수가 짝수일 때, (2)의 공식을 이용하면 분모, 분자를 약분하는 과정이 생략되어 계산이 간단해진다.

02 복잡한 이차방정식의 풀이

(1) **괄호가 있는 이차방정식의 풀이**

곱셈 공식이나 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 후 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한다.

(2) **계수 중 소수 또는 분수가 있는 이차방정식의 풀이**

양변에 적당한 수를 곱하여 모든 계수를 정수로 만든다.

① 계수가 소수일 때: 양변에 10의 거듭제곱을 곱한다.

② 계수가 분수일 때: 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

주의 양변에 어떤 수를 곱할 때는 모든 항에 빠짐없이 곱하도록 한다.

(3) **공통부분이 있는 이차방정식의 풀이**

공통부분을 한 문자로 놓고 정리한다.

참고 이차항의 계수가 음수일 때에는 양변에 -1을 곱하여 양수로 만든다.

+ 복잡한 이차방정식을 풀 때, 왼쪽과 같은 방법을 이용하여 주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한 후 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 푼다.

03 이차방정식의 근의 개수

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 근의 개수는 b^2-4ac의 부호에 의해 결정된다.

(1) $b^2-4ac>0$이면 서로 다른 두 근을 갖는다. ⇦ 근이 2개

(2) $b^2-4ac=0$이면 중근을 갖는다. ⇦ 근이 1개

근이 있다.

(3) $b^2-4ac<0$이면 근이 없다. ⇦ 근이 0개

참고 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 공식 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$에서

(근호 안의 수)≥0이어야 하므로 $b^2-4ac<0$이면 이차방정식의 근은 없다.

+ $b^2-4ac<0$이면 근호 안의 수가 음수이고, 음수의 제곱근은 없으므로 이차방정식의 근은 없다.

개념 확인하기

정답과 풀이 64쪽

01 이차방정식의 근의 공식

585

다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$의 근을 구하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 써넣어라.

$ax^2+bx+c=0$의 양변을 a로 나누면

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

$\therefore\ x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

좌변을 완전제곱식으로 고치면

$x^2+\frac{b}{a}x+(\boxed{\text{(가)}})^2=-\frac{c}{a}+(\boxed{\text{(가)}})^2$

$(x+\boxed{\text{(가)}})^2=\frac{\boxed{\text{(나)}}}{4a^2}$

$x+\boxed{\text{(가)}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{\text{(나)}}}}{2a}$

$\therefore\ x=\frac{-b\pm\sqrt{\boxed{\text{(나)}}}}{2a}$

답 (가) $\frac{b}{2a}$ (나) b^2-4ac

586

다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 풀어라.

(1) $x^2+3x-2=0$

(2) $2x^2-5x+1=0$

(3) $3x^2-7x=3$

답 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (3) $x=\frac{7\pm\sqrt{85}}{6}$

587

다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 풀어라.

(1) $x^2+4x-3=0$

(2) $3x^2-8x+2=0$

(3) $2x^2-6x=3$

답 (1) $x=-2\pm\sqrt{7}$ (2) $x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$ (3) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

02 복잡한 이차방정식의 풀이

588

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+0.3x=0.1$

(2) $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}=\frac{3}{4}x$

답 (1) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$ (2) $x=\frac{9\pm\sqrt{33}}{12}$

589

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+2)(x-1)=2x+10$

(2) $(x-1)^2=2(x-2)(x+2)$

답 (1) $x=-3$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1\pm\sqrt{10}$

590

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+2)^2-7(x+2)+12=0$

(2) $(x-1)^2-3(x-1)-18=0$

답 (1) $x=1$ 또는 $x=2$ (2) $x=-2$ 또는 $x=7$

03 이차방정식의 근의 개수

591

다음 이차방정식의 근의 개수를 구하여라.

(1) $x^2+2x+3=0$ (2) $x^2-4x+2=0$

(3) $x^2+8x+16=0$ (4) $2x^2-3x-4=0$

(5) $4x^2+12x+9=0$ (6) $6x^2-10x+5=0$

답 (1) 0 (2) 2 (3) 1 (4) 2 (5) 1 (6) 0

592

이차방정식 $x^2+6x+a=0$의 근이 다음과 같을 때, 상수 a의 값 또는 a의 값의 범위를 구하여라.

(1) 서로 다른 두 근 (2) 중근 (3) 근이 없다.

답 (1) $a<9$ (2) $a=9$ (3) $a>9$

04 이차방정식 구하기

(1) **두 근이 α, β이고, x^2의 계수가 a인 이차방정식**

$$a(x-\alpha)(x-\beta)=0 \Rightarrow a\{x^2-\underbrace{(\alpha+\beta)}_{\text{두 근의 합}}x+\underbrace{\alpha\beta}_{\text{두 근의 곱}}\}=0$$

예 두 근이 1, 2이고, x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x-1)(x-2)=0 \qquad \therefore 2x^2-6x+4=0$

(2) **α를 중근으로 갖고 x^2의 계수가 a인 이차방정식**

$$a(x-\alpha)^2=0$$

예 1을 중근으로 갖고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x-1)^2=0 \qquad \therefore 2x^2-4x+2=0$

05 계수가 유리수인 이차방정식의 근

a, b, c가 유리수일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$이다. (단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수이다.)

예 이차방정식 $x^2-2x-2=0$의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{3}$이다.

+ 이차방정식의 계수 a, b, c가 유리수라는 조건이 없으면 이차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$일 때 다른 한 근이 반드시 $p-q\sqrt{m}$이 되는 것은 아니다.

06 이차방정식의 활용

(1) **이차방정식의 활용**

이차방정식의 활용 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 해결한다.

❶ 미지수 정하기 ⇨ 구하려는 값을 미지수 x로 놓는다.
❷ 방정식 세우기 ⇨ 문제의 뜻에 맞게 x에 대한 이차방정식을 세운다.
❸ 방정식 풀기 ⇨ 이차방정식을 푼다.
❹ 확인하기 ⇨ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

참고 이차방정식의 해가 모두 정답이 되는 것은 아니다. 해를 구한 후 반드시 문제의 뜻에 맞는지 확인해야 한다.

(2) **연속하는 수에 대한 이차방정식의 활용**

① 연속하는 두 정수: $x-1$, x 또는 x, $x+1$
② 연속하는 세 정수: $x-1$, x, $x+1$ 또는 x, $x+1$, $x+2$
③ 연속하는 두 홀수(짝수): $x-2$, x 또는 x, $x+2$
④ 연속하는 세 홀수(짝수): $x-2$, x, $x+2$ 또는 x, $x+2$, $x+4$

(3) **도형에 대한 이차방정식의 활용**

① (직사각형의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)
② (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}$\{(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)\}$\times$(높이)
③ (반지름의 길이가 r인 원의 넓이)$=\pi r^2$

+ 시간, 속력, 거리, 길이, 넓이, 부피 등은 양수가 되어야 하고 개수, 나이 등은 자연수가 되어야 한다.

개념 확인하기

04 이차방정식 구하기

593

다음 조건을 만족시키는 x에 대한 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$의 꼴로 나타내어라.

(1) 두 근이 3, 6인 이차방정식

(2) 두 근이 -8, 9인 이차방정식

답 (1) $x^2-9x+18=0$ (2) $x^2-x-72=0$

594

다음 조건을 만족시키는 x에 대한 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내어라.

(1) 두 근이 1, 2이고, x^2의 계수가 2인 이차방정식

(2) 두 근이 2, -3이고, x^2의 계수가 2인 이차방정식

(3) 두 근이 -1, 4이고, x^2의 계수가 3인 이차방정식

(4) 두 근이 -4, -5이고, x^2의 계수가 4인 이차방정식

답 (1) $2x^2-6x+4=0$ (2) $2x^2+2x-12=0$
(3) $3x^2-9x-12=0$ (4) $4x^2+36x+80=0$

595

다음 조건을 만족시키는 x에 대한 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내어라.

(1) 6을 중근으로 갖고 x^2의 계수가 2인 이차방정식

(2) $-\frac{1}{2}$을 중근으로 갖고 x^2의 계수가 4인 이차방정식

답 (1) $2x^2-24x+72=0$ (2) $4x^2+4x+1=0$
(1) $2(x-6)^2=0$이므로 $2x^2-24x+72=0$
(2) $4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$이므로 $4x^2+4x+1=0$

05 계수가 유리수인 이차방정식의 근

596

다음 수가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a, b, c는 유리수이다.)

(1) $1+\sqrt{5}$　　(2) $2-\sqrt{3}$

(3) $4-2\sqrt{3}$　　(4) $3+2\sqrt{2}$

답 (1) $1-\sqrt{5}$ (2) $2+\sqrt{3}$ (3) $4+2\sqrt{3}$ (4) $3-2\sqrt{2}$

06 이차방정식의 활용

597

연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 자연수 중 작은 수를 x라고 할 때, x에 대한 식을 $x^2+ax+b=0$의 꼴로 나타내어라.

(2) 두 자연수를 구하여라.

답 (1) $x^2+x-42=0$ (2) 6, 7
(1) 연속하는 두 자연수는 x, $x+1$이므로
$x^2+(x+1)^2=85$, $2x^2+2x-84=0$
$\therefore x^2+x-42=0$
(2) $x^2+x-42=0$에서 $(x+7)(x-6)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$
그런데 x는 자연수이므로 $x=6$
따라서 구하는 두 자연수는 6, 7이다.

598

지면에서 초속 40 m로 똑바로 위로 던진 돌의 x초 후의 높이가 $(40x-5x^2)$m일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 위로 던진 지 2초 후의 돌의 높이를 구하여라.

(2) 위로 던진 지 몇 초 후에 돌의 높이가 80 m가 되는지 구하여라.

답 (1) 60 m (2) 4초
(1) $40x-5x^2$에 $x=2$를 대입하면
$40\times2-5\times2^2=60$ (m)
(2) $40x-5x^2=80$에서 $x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$　$\therefore x=4$
따라서 4초 후에 돌의 높이가 80 m가 된다.

599

어떤 정사각형을 가로의 길이는 3 cm 늘이고, 세로의 길이는 5 cm 줄여서 직사각형을 만들었다. 이 직사각형의 넓이가 $65\ \text{cm}^2$일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, x에 대한 식을 $x^2+ax+b=0$의 꼴로 나타내어라.

(2) 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

답 (1) $x^2-2x-80=0$ (2) 10 cm
(1) 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(x+3)$ cm, 세로의 길이는 $(x-5)$ cm이므로
$(x+3)(x-5)=65$　$\therefore x^2-2x-80=0$
(2) $x^2-2x-80=0$에서 $(x+8)(x-10)=0$　$\therefore x=-8$ 또는 $x=10$
그런데 $x>0$이므로 $x=10$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 10 cm이다.

유형 093 이차방정식의 근의 공식

(1) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ (단, } b^2-4ac\ge0)$$

(2) 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$의 근

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a} \text{ (단, } b'^2-ac\ge0)$$

풍쌤의 Point 이차방정식을 풀 때에는 인수분해를 먼저 시도해 보고, 인수분해가 안 되면 근의 공식을 이용해.

600 필수

난이도 하

다음 중 이차방정식의 근을 잘못 구한 것은?

① $x^2-2x-2=0 \Rightarrow x=1\pm\sqrt{3}$

② $x^2+6x+2=0 \Rightarrow x=-3\pm\sqrt{7}$

③ $2x^2-6x+1=0 \Rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

④ $3x^2+7x-2=0 \Rightarrow x=\frac{-7\pm6\sqrt{2}}{6}$

⑤ $4x^2-8x-3=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{7}}{2}$

답 ④

④ $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\frac{-7\pm\sqrt{73}}{6}$

601

난이도 하

이차방정식 $x^2-5x+1=5x$의 근이 $x=a\pm2\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -8 ② -4 ③ -2

④ -1 ⑤ 1

답 ④

$x^2-5x+1=5x$에서 $x^2-10x+1=0$

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times1}}{1}=5\pm\sqrt{24}=5\pm2\sqrt{6}$

따라서 $a=5$, $b=6$이므로 $a-b=5-6=-1$

602

난이도 중

이차방정식 $2x^2-ax-3=0$의 근이 $x=\frac{3\pm\sqrt{b}}{4}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $b-a$의 값을 구하여라.

답 30

$2x^2-ax-3=0$에서

$x=\frac{-(-a)\pm\sqrt{(-a)^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\frac{a\pm\sqrt{a^2+24}}{4}$

따라서 $a=3$, $a^2+24=b$이므로 $a=3$, $b=33$ $\quad\therefore b-a=33-3=30$

중요한 유형 094 복잡한 이차방정식의 풀이

(1) 괄호가 있을 때: 괄호를 풀어 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한다.

(2) 계수가 소수일 때: 양변에 10의 거듭제곱을 곱한다.

예 $0.2x^2-x-0.5=0$의 양변에 10을 곱하면
$2x^2-10x-5=0$

(3) 계수가 분수일 때: 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

예 $\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면
$4x^2+9x+2=0$

603 필수

난이도 중

이차방정식 $0.5x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}=0$의 근이 $x=\frac{-4\pm\sqrt{b}}{a}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① 35 ② 36 ③ 37

④ 38 ⑤ 39

답 ⑤

$0.5x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}=0$에서 $\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}=0$

양변에 6을 곱하면 $3x^2+8x+1=0$

$\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}$

따라서 $a=3$, $b=13$이므로 $ab=3\times13=39$

604

난이도 하

이차방정식 $0.3x^2-0.5x+0.2=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha+3\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha>\beta$)

답 3

$0.3x^2-0.5x+0.2=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-5x+2=0$, $(3x-2)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=\frac{2}{3}$ $\quad\therefore \alpha+3\beta=1+3\times\frac{2}{3}=3$

605

난이도 하

이차방정식 $\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $|\alpha-\beta|$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2

④ 3 ⑤ 4

답 ③

$\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}=0$의 양변에 8을 곱하면

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

따라서 $\alpha=1$, $\beta=3$ 또는 $\alpha=3$, $\beta=1$이므로

$|\alpha-\beta|=2$

606

난이도 중

이차방정식 $\frac{2}{3}x^2-2.4(x+1)+3.6=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha-5\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha>\beta$)

답 0

$\frac{2}{3}x^2-2.4(x+1)+3.6=0$에서 $\frac{2}{3}x^2-\frac{12}{5}x+\frac{6}{5}=0$

양변에 15를 곱하면 $10x^2-36x+18=0$

$5x^2-18x+9=0$, $(5x-3)(x-3)=0$ $\therefore x=\frac{3}{5}$ 또는 $x=3$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=3$, $\beta=\frac{3}{5}$ $\therefore \alpha-5\beta=3-5\times\frac{3}{5}=0$

607

난이도 중

이차방정식 $\frac{(x+1)^2}{2}=\frac{(x+1)(x-3)}{4}$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라.

답 -6

$\frac{(x+1)^2}{2}=\frac{(x+1)(x-3)}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$2(x+1)^2=(x+1)(x-3)$, $(x+5)(x+1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

따라서 $\alpha=-5$, $\beta=-1$ 또는 $\alpha=-1$, $\beta=-5$이므로

$\alpha+\beta=-5+(-1)=-6$

608

난이도 중

이차방정식 $\frac{(x+1)(x+2)}{2}=\frac{x(x+5)}{3}-\frac{4}{3}x$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은?

① 35 ② 36 ③ 37

④ 38 ⑤ 39

답 ③

$\frac{(x+1)(x+2)}{2}=\frac{x(x+5)}{3}-\frac{4}{3}x$의 양변에 6을 곱하면

$3(x+1)(x+2)=2x(x+5)-8x$, $(x+6)(x+1)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=-1$

따라서 $\alpha=-6$, $\beta=-1$ 또는 $\alpha=-1$, $\beta=-6$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(-6)^2+(-1)^2=37$

609 서술형

난이도 상

이차방정식 $\frac{2}{3}(x+1)^2-2x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}(x^2-1)$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha-\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha>\beta$)

답 10

주어진 식의 양변에 12를 곱하면 $8(x+1)^2-24x-8=9(x^2-1)$

$(x+9)(x-1)=0$ $\therefore x=-9$ 또는 $x=1$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=-9$ ◀80 %

$\therefore \alpha-\beta=1-(-9)=10$ ◀20 %

중요한 유형 095 공통부분이 있는 이차방정식의 풀이

공통부분이 있는 이차방정식의 풀이는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 공통부분을 A로 놓고 정리한다.

❷ 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 A의 값을 구한다.

❸ A에 원래의 식을 대입하여 x의 값을 구한다.

풍쌤의 Point 주어진 식에 공통부분이 있으면 한 문자로 놓고 풀어.

610 필수

난이도 중

이차방정식 $3(x+1)^2-2(x+1)-1=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha-3\beta$의 값은? (단, $\alpha>\beta$)

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

답 ④

$x+1=A$라고 하면 $3A^2-2A-1=0$에서 $(3A+1)(A-1)=0$이므로

$A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$A=x+1$이므로 $x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=0$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=0$, $\beta=-\frac{4}{3}$ $\therefore \alpha-3\beta=4$

611 서술형

난이도 중

이차방정식 $\frac{(2x-3)^2}{6}-\frac{2x-3}{3}=4$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha+\beta$의 값을 구하여라. 답 4

주어진 식의 양변에 6을 곱하면 $(2x-3)^2-2(2x-3)=24$

$2x-3=A$라고 하면 $A^2-2A-24=0$에서 $(A+4)(A-6)=0$이므로

$A=-4$ 또는 $A=6$

$A=2x-3$이므로 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{9}{2}$ ◀70 %

따라서 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{9}{2}$ 또는 $\alpha=\frac{9}{2}$, $\beta=-\frac{1}{2}$이므로 $\alpha+\beta=4$ ◀30 %

612

난이도 중

$(x-y)(x-y-3)=10$일 때, $x-y$의 값을 구하여라. (단, $x>y$)

답 5

$x-y=A$라고 하면 $A(A-3)=10$

$A^2-3A-10=0$, $(A+2)(A-5)=0$ $\therefore A=-2$ 또는 $A=5$

그런데 $x>y$에서 $x-y=A>0$이므로 $A=5$

$\therefore x-y=5$

613

난이도 중

$(2x-y-1)(2x-y-5)+4=0$일 때, $4x-2y$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

답 ③

$2x-y=A$라고 하면 $(A-1)(A-5)+4=0$

$A^2-6A+9=0$, $(A-3)^2=0$ $\therefore A=3$

따라서 $2x-y=3$이므로

$4x-2y=2(2x-y)=2\times3=6$

유형 096 이차방정식의 근의 개수

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 개수는 b^2-4ac의 부호에 의해 결정된다.
(1) $b^2-4ac>0$ ⇨ 서로 다른 두 근 (근이 2개)
(2) $b^2-4ac=0$ ⇨ 중근 (근이 1개)
(3) $b^2-4ac<0$ ⇨ 근이 없다. (근이 0개)
예 이차방정식 $x^2+2x+3=0$에서
$2^2-4\times1\times3=-8<0$이므로 근이 없다.

614 필수
난이도 하

다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2-3x-2=0$ ② $3x^2+4x-2=0$
③ $2x^2-2x+\frac{1}{2}=0$ ④ $3x^2+5x+4=0$
⑤ $2x^2-3x+\frac{9}{8}=0$

답 ④
④ $5^2-4\times3\times4=-23<0$ ∴ 근이 0개

615
난이도 하

다음 보기의 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기
ㄱ. $x^2-3x+3=0$ ㄴ. $3x^2+x-5=0$
ㄷ. $9x^2-6x+1=0$ ㄹ. $4x^2+8x+3=0$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

답 ④
ㄱ. $(-3)^2-4\times1\times3=-3<0$ ∴ 근이 0개
ㄴ. $1^2-4\times3\times(-5)=61>0$ ∴ 근이 2개
ㄷ. $(-6)^2-4\times9\times1=0$ ∴ 근이 1개
ㄹ. $8^2-4\times4\times3=16>0$ ∴ 근이 2개

616 서술형
난이도 중

세 이차방정식 $2x^2+3x+2=0$, $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=0$, $4x^2-3x+\frac{1}{2}=0$의 근의 개수를 각각 a, b, c라고 할 때, $a-b-c$의 값을 구하여라.

답 -3
$3^2-4\times2\times2=-7<0$이므로 $a=0$ ◀30 %
$\left(\frac{2}{3}\right)^2-4\times1\times\frac{1}{9}=0$이므로 $b=1$ ◀30 %
$(-3)^2-4\times4\times\frac{1}{2}=1>0$이므로 $c=2$ ◀30 %
∴ $a-b-c=0-1-2=-3$ ◀10 %

중요한 유형 097 이차방정식이 중근을 가질 조건

풍쌤의 Point 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가지려면 $b^2-4ac=0$이어야 해.

617 필수
난이도 하

이차방정식 $x^2-2mx+2m+3=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 m의 값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

답 ②
$x^2-2mx+2m+3=0$이 중근을 가지려면 $(-2m)^2-4\times1\times(2m+3)=0$
$4m^2-8m-12=0$, $m^2-2m-3=0$
$(m+1)(m-3)=0$ ∴ $m=-1$ 또는 $m=3$
따라서 모든 상수 m의 값의 합은 $-1+3=2$

618
난이도 하

이차방정식 $3x^2+8x+k=0$이 중근을 가질 때, 상수 k의 값을 구하여라.

답 $\frac{16}{3}$
$3x^2+8x+k=0$이 중근을 가지므로
$8^2-4\times3\times k=0$
$12k=64$ ∴ $k=\frac{16}{3}$

619
난이도 중

이차방정식 $9x^2+(k-2)x+1=0$이 중근을 갖고 그 근이 음수일 때, 상수 k의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 8

답 ⑤
주어진 식이 중근을 가지므로 $(k-2)^2-4\times9\times1=0$
$k^2-4k-32=0$, $(k+4)(k-8)=0$ ∴ $k=-4$ 또는 $k=8$
(i) $k=-4$일 때, $9x^2-6x+1=0$, $(3x-1)^2=0$ ∴ $x=\frac{1}{3}$
(ii) $k=8$일 때, $9x^2+6x+1=0$, $(3x+1)^2=0$ ∴ $x=-\frac{1}{3}$
∴ $k=8$

620 서술형
난이도 상

이차방정식 $(a+1)x^2-(a+1)x+1=0$이 중근 $x=b$를 가질 때, $2ab$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 3
주어진 식이 중근을 가지므로 $(a+1)^2-4(a+1)=0$
$a^2-2a-3=0$, $(a+1)(a-3)=0$ ∴ $a=-1$ 또는 $a=3$
그런데 $a\neq-1$이므로 $a=3$ ◀40 %
주어진 이차방정식에 $a=3$을 대입하면 $4x^2-4x+1=0$, $(2x-1)^2=0$
∴ $x=\frac{1}{2}$ ∴ $b=\frac{1}{2}$ ◀40 %
따라서 $a=3$, $b=\frac{1}{2}$이므로 $2ab=2\times3\times\frac{1}{2}=3$ ◀20 %

중요한
유형 098 근의 개수에 따른 미지수의 값의 범위 구하기

(1) 서로 다른 두 근을 가질 때 $\Longleftrightarrow b^2-4ac>0$
(2) 근을 가질 때 $\Longleftrightarrow b^2-4ac\geq 0$
(3) 근을 갖지 않을 때 $\Longleftrightarrow b^2-4ac<0$

예 이차방정식 $x^2+2x+a=0$에서
(1) 서로 다른 두 근을 가질 때 $\Longleftrightarrow 2^2-4a>0 \quad \therefore a<1$
(2) 근을 가질 때 $\Longleftrightarrow 2^2-4a\geq 0 \quad \therefore a\leq 1$
(3) 근을 갖지 않을 때 $\Longleftrightarrow 2^2-4a<0 \quad \therefore a>1$

풍쌤의 Point 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖거나 갖지 않을 조건을 구하려면 b^2-4ac의 부호를 알아보면 돼.

621 필수
난이도 중

이차방정식 $2x^2+8x+18-a=0$이 근을 갖도록 하는 가장 작은 상수 a의 값은?

① -10 ② -8 ③ 4
④ 8 ⑤ 10

답 ⑤
$2x^2+8x+18-a=0$이 근을 가지려면
$8^2-4\times2\times(18-a)\geq 0$, $8a\geq 80 \quad \therefore a\geq 10$
따라서 근을 갖도록 하는 가장 작은 상수 a의 값은 10이다.

622
난이도 중

이차방정식 $2x^2-6x+k-1=0$이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

답 ④
$2x^2-6x+k-1=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면
$(-6)^2-4\times2\times(k-1)>0$, $-8k>-44 \quad \therefore k<\frac{11}{2}$
따라서 자연수 k는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

623
난이도 중

이차방정식 $2x^2+4x+k=0$이 근을 갖지 않도록 하는 가장 작은 자연수 k의 값을 구하여라.

답 3
$2x^2+4x+k=0$이 근을 갖지 않으려면
$4^2-4\times2\times k<0$
$-8k<-16 \quad \therefore k>2$
따라서 근을 갖지 않도록 하는 가장 작은 자연수 k의 값은 3이다.

624
난이도 중

이차방정식 $6x^2-2x+2k+1=0$이 근을 갖지 않도록 하는 상수 k의 값의 범위는?

① $k<\frac{5}{12}$ ② $k>\frac{5}{12}$ ③ $k\geq\frac{5}{12}$
④ $k<-\frac{5}{12}$ ⑤ $k>-\frac{5}{12}$

답 ⑤
$6x^2-2x+2k+1=0$이 근을 갖지 않으려면
$(-2)^2-4\times6\times(2k+1)<0 \quad \therefore k>-\frac{5}{12}$

625
난이도 상

이차방정식 $ax^2+4x+2=0$이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $a<2$ ② $0\leq a<1$
③ $0<a<2$ ④ $a<0$, $0<a<2$
⑤ $a<1$, $1<a<2$

답 ④
$ax^2+4x+2=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면
$4^2-4\times a\times2>0$, $-8a>-16 \quad \therefore a<2$
그런데 이차방정식의 x^2의 계수는 0이 아니어야 하므로 $a\neq0$
$\therefore a<0$, $0<a<2$

626 서술형
난이도 상

이차방정식 $2x^2-8x+k=0$이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2-kx+m=0$이 근을 갖도록 하는 가장 큰 상수 m의 값을 구하여라. (단, k는 상수이다.)

답 16
$2x^2-8x+k=0$이 중근을 가지므로
$(-8)^2-4\times2\times k=0$, $-8k=-64 \quad \therefore k=8$ ◀40 %
즉, $x^2-8x+m=0$이 근을 가지므로
$(-8)^2-4\times1\times m\geq0$, $-4m\geq-64 \quad \therefore m\leq16$ ◀40 %
따라서 근을 갖도록 하는 가장 큰 상수 m의 값은 16이다. ◀20 %

627
난이도 상

이차방정식 $x^2-6x+3-2k=0$은 근을 갖고, 이차방정식 $x^2+2x-k+3=0$은 근을 갖지 않도록 하는 상수 k의 값의 범위를 구하여라.

답 $-3\leq k<2$
$x^2-6x+3-2k=0$이 근을 가지므로
$(-6)^2-4\times1\times(3-2k)\geq0$, $8k\geq-24 \quad \therefore k\geq-3$
또한, $x^2+2x-k+3=0$이 근을 갖지 않으려면
$2^2-4\times1\times(-k+3)<0$, $4k<8 \quad \therefore k<2$
따라서 구하는 k의 값의 범위는 $-3\leq k<2$

필수유형 다지기

유형 099 이차방정식 구하기

(1) 두 근이 α, β이고, x^2의 계수가 a인 이차방정식
⇨ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$
⇨ $a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\}=0$
(2) α를 중근으로 갖고 x^2의 계수가 a인 이차방정식
⇨ $a(x-\alpha)^2=0$

628 필수

난이도 중

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -5, 1일 때, a, b를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$인 이차방정식은?

(단, a, b는 상수이다.)

① $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-10=0$　② $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+10=0$
③ $\frac{1}{2}x^2+x-10=0$　④ $\frac{1}{2}x^2-x-10=0$
⑤ $\frac{1}{2}x^2+x-20=0$

답 ①
두 근이 -5, 1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+5)(x-1)=0$, $x^2+4x-5=0$　$\therefore a=4$, $b=-5$
따라서 두 근이 -5, 4이고 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$인 이차방정식은
$\frac{1}{2}(x+5)(x-4)=0$, $\frac{1}{2}(x^2+x-20)=0$
$\therefore \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-10=0$

629

난이도 중

이차방정식 $x^2-2x-4=0$을 $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타내었을 때, a, b를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)

답 $x^2-4x-5=0$
$x^2-2x-4=0$, $x^2-2x=4$
$x^2-2x+1=4+1$, $(x-1)^2=5$　$\therefore a=-1$, $b=5$
따라서 두 근이 -1, 5이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+1)(x-5)=0$　$\therefore x^2-4x-5=0$

630

난이도 중

이차방정식 $4x^2+ax+b=0$이 중근 $x=-\frac{1}{2}$을 가질 때, a, b를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은?

(단, a, b는 상수이다.)

① $3x^2+15x+12=0$　② $3x^2-6x+3=0$
③ $3x^2-15x+12=0$　④ $3x^2+6x+3=0$
⑤ $3x^2-15x-12=0$

답 ③
중근 $x=-\frac{1}{2}$을 갖고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은
$4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$, $4x^2+4x+1=0$　$\therefore a=4$, $b=1$
따라서 두 근이 1, 4이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은
$3(x-1)(x-4)=0$　$\therefore 3x^2-15x+12=0$

631

난이도 중

이차방정식 $2x^2+4x+m=0$이 중근을 가질 때, m, $m-1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

(단, m은 상수이다.)

① $x^2-2x=0$　② $x^2-3x+2=0$
③ $x^2-5x+6=0$　④ $x^2-7x+12=0$
⑤ $x^2-9x+20=0$

답 ②
$2x^2+4x+m=0$이 중근을 가지므로
$4^2-4\times2\times m=0$, $16-8m=0$　$\therefore m=2$
따라서 두 근이 1, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-1)(x-2)=0$　$\therefore x^2-3x+2=0$

632 서술형

난이도 중

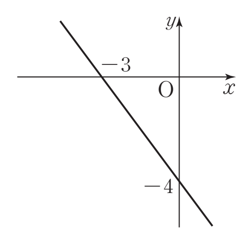
이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha-1$, $\beta-1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식을 구하여라. (단, $\alpha>\beta$)

답 $2x^2-4x-4=0$
$x^2-4x+1=0$에서 $x=2\pm\sqrt{3}$　◀30 %
$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=2+\sqrt{3}$, $\beta=2-\sqrt{3}$
$\therefore \alpha-1=1+\sqrt{3}$, $\beta-1=1-\sqrt{3}$　◀20 %
따라서 두 근이 $1-\sqrt{3}$, $1+\sqrt{3}$이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2\{x-(1-\sqrt{3})\}\{x-(1+\sqrt{3})\}=0$, $2\{(x-1)^2-3\}=0$
$\therefore 2x^2-4x-4=0$　◀ 50 %

633

난이도 상

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, a, b를 두 근으로 하고, x^2의 계수가 3인 이차방정식을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)



답 $3x^2+16x+16=0$
y절편이 -4이므로 $b=-4$
$y=ax-4$의 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로 $0=-3a-4$　$\therefore a=-\frac{4}{3}$
따라서 두 근이 -4, $-\frac{4}{3}$이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은
$3(x+4)\left(x+\frac{4}{3}\right)=0$, $3\left(x^2+\frac{16}{3}x+\frac{16}{3}\right)=0$
$\therefore 3x^2+16x+16=0$

634

난이도 상

x^2의 계수가 3인 이차방정식을 푸는데 준수는 x의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근이 -1, $\frac{2}{3}$로 나왔고, 윤수는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근이 $\frac{2}{3}$, 1로 나왔다. 이때 바르게 구한 해를 구하여라.

답 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$
원래의 이차방정식을 $3x^2+ax+b=0$이라고 하면
(i) 준수는 상수항을 제대로 보았으므로 $3x^2+x-2=0$에서 $b=-2$
(ii) 윤수는 x의 계수를 제대로 보았으므로 $3x^2-5x+2=0$에서 $a=-5$
(i), (ii)에서 원래의 이차방정식은 $3x^2-5x-2=0$이므로 바르게 구한 해는
$(3x+1)(x-2)=0$　$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

유형 100 두 근에 대한 조건이 주어졌을 때 미지수의 값 구하기

(1) 두 근의 차가 k일 때
⇨ 두 근을 α, $\alpha+k$ 또는 $\alpha-k$, α로 놓는다.
(2) 한 근이 다른 근의 k배일 때
⇨ 두 근을 α, $k\alpha$ $(\alpha\neq0)$로 놓는다.
(3) 두 근의 비가 $p:q$일 때
⇨ 두 근을 αp, αq $(\alpha\neq0)$로 놓는다.

풍쌤의 Point 두 근을 한 문자를 이용하여 각각 나타내고 이차방정식을 세워.

635 필수

난이도 중

이차방정식 $x^2-4x+3k-9=0$의 두 근의 차가 2일 때, 상수 k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

답 ④
주어진 이차방정식의 두 근을 각각 α, $\alpha+2$라고 하면 x^2의 계수가 1이므로
$(x-\alpha)\{x-(\alpha+2)\}=0$, $x^2-(2\alpha+2)x+\alpha^2+2\alpha=0$
따라서 $-(2\alpha+2)=-4$이므로 $-2\alpha=-2$ $\therefore \alpha=1$
또한, $3k-9=\alpha^2+2\alpha=3$이므로 $3k=12$ $\therefore k=4$

636

난이도 중

이차방정식 $5x^2-50x+9a+48=0$의 두 근의 비가 $2:3$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 8
주어진 이차방정식의 두 근을 각각 $2k$, $3k$라고 하면 x^2의 계수가 5이므로
$5(x-2k)(x-3k)=0$, $5x^2-25kx+30k^2=0$
따라서 $-25k=-50$이므로 $k=2$
또한, $9a+48=30k^2=120$이므로 $9a=72$ $\therefore a=8$

637

난이도 상

이차방정식 $x^2+kx+k-1=0$의 한 근이 다른 근의 2배가 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 합은? 답 ⑤

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

주어진 이차방정식의 두 근을 각각 α, 2α라고 하면 x^2의 계수가 1이므로
$(x-\alpha)(x-2\alpha)=0$, $x^2-3\alpha x+2\alpha^2=0$
따라서 $-3\alpha=k$이므로 $\alpha=-\frac{k}{3}$
또한, $2\alpha^2=k-1$이므로 $\alpha=-\frac{k}{3}$를 대입하면
$2\times\left(-\frac{k}{3}\right)^2=k-1$ $\therefore k=\frac{3}{2}$ 또는 $k=3$
따라서 모든 상수 k의 값의 합은 $\frac{3}{2}+3=\frac{9}{2}$

유형 101 한 근이 무리수인 경우 미지수의 값 구하기

a, b, c가 유리수일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$이다.
(단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수이다.)

예 a, b가 유리수일 때, $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+\sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이다.

638 필수

난이도 중

이차방정식 $x^2+6kx+m+1=0$의 한 근이 $3-2\sqrt{3}$일 때, 유리수 k, m에 대하여 $k+m$의 값은?

① -5 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 5

답 ①
한 근이 $3-2\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $3+2\sqrt{3}$이다.
$\{x-(3-2\sqrt{3})\}\{x-(3+2\sqrt{3})\}=0$
$\{(x-3)+2\sqrt{3}\}\{(x-3)-2\sqrt{3}\}=0$, $(x-3)^2-12=0$
$\therefore x^2-6x-3=0$
따라서 $-6=6k$, $-3=m+1$이므로 $k=-1$, $m=-4$
$\therefore k+m=-1+(-4)=-5$

639 서술형

난이도 중

이차방정식 $x^2-2px+3q+1=0$의 한 근이 $2+\sqrt{5}$일 때, 유리수 p, q에 대하여 $p-3q$의 값을 구하여라.

답 4
한 근이 $2+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{5}$이다. ◀20 %
$\{x-(2+\sqrt{5})\}\{x-(2-\sqrt{5})\}=0$
$\{(x-2)-\sqrt{5}\}\{(x-2)+\sqrt{5}\}=0$, $(x-2)^2-5=0$
$\therefore x^2-4x-1=0$ ◀50 %
따라서 $-4=-2p$, $-1=3q+1$이므로 $p=2$, $q=-\frac{2}{3}$
$\therefore p-3q=2-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=4$ ◀30 %

640

난이도 상

이차방정식 $ax^2+6x+b=0$의 한 근이 $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ④
한 근이 $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=3-2\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $3+2\sqrt{2}$이다.
$\{x-(3-2\sqrt{2})\}\{x-(3+2\sqrt{2})\}=0$
$\{(x-3)+2\sqrt{2}\}\{(x-3)-2\sqrt{2}\}=0$, $x^2-6x+1=0$
그런데 x의 계수가 6이어야 하므로 양변에 -1을 곱하면
$-x^2+6x-1=0$
따라서 $a=-1$, $b=-1$이므로 $ab=-1\times(-1)=1$

유형 102 이차방정식의 활용 – 공식

풍쌤의 Point 문제 안에 공식이 주어져 있는 경우에는 주어진 공식을 이용하여 이차방정식을 만들어 답을 구하면 돼.

641 필수

난이도 중

n각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$이다. 대각선의 개수가 35인 다각형은?

① 팔각형 ② 십각형 ③ 십이각형
④ 십사각형 ⑤ 십육각형

답 ②
$\dfrac{n(n-3)}{2}=35$이므로 $n(n-3)=70$
$n^2-3n-70=0$, $(n+7)(n-10)=0$
$\therefore n=10\ (\because n>3)$
따라서 대각선의 개수가 35인 다각형은 십각형이다.

642

난이도 중

1부터 n까지의 자연수의 합은 $\dfrac{n(n+1)}{2}$이다. 합이 36이 되려면 1부터 얼마까지의 자연수를 더해야 하는지 구하여라.

답 8
$\dfrac{n(n+1)}{2}=36$이므로 $n(n+1)=72$
$n^2+n-72=0$, $(n+9)(n-8)=0$
$\therefore n=8\ (\because n>0)$
따라서 합이 36이 되려면 1부터 8까지의 자연수를 더해야 한다.

643

난이도 중

n명의 학생들이 한 사람도 빠짐없이 서로 한 번씩 악수를 하면 그 총 횟수는 $\dfrac{n(n-1)}{2}$이다. 어느 모임에 참가한 모든 학생들이 서로 한 번씩 악수한 총 횟수가 45일 때, 이 모임에 참가한 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

답 10명
$\dfrac{n(n-1)}{2}=45$이므로 $n(n-1)=90$
$n^2-n-90=0$, $(n+9)(n-10)=0$
$\therefore n=10\ (\because n>1)$
따라서 이 모임에 참가한 학생은 모두 10명이다.

어려운 ★★★ 유형 103 이차방정식의 활용 – 기호

(1) 기호로 나타내어지는 경우: 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 기호의 값을 구한다.
(2) 연산으로 나타내어진 경우: 연산에 맞게 식을 정리한다.

644 필수

난이도 중

네 실수 a, b, c, d에 대하여

$$(a, b)\blacktriangle(c, d)=ad+bc$$

로 약속할 때, $(x-1, -2x)\blacktriangle(x, x+2)=-4$를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ④
$(x-1, -2x)\blacktriangle(x, x+2)=-4$를 정리하면
$(x-1)(x+2)+(-2x)\times x=-4$
$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
따라서 모든 실수 x의 값의 합은 $-1+2=1$

645 서술형

난이도 중

두 실수 a, b에 대하여

$$a◎b=a+b-ab+7$$

로 약속할 때, $(x-1)◎(2x+1)=2$를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하여라.

답 2
$(x-1)◎(2x+1)=2$를 정리하면
$(x-1)+(2x+1)-(x-1)(2x+1)+7=2$ ◀40 %
$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ ◀40 %
따라서 모든 실수 x의 값의 합은 $-1+3=2$ ◀20 %

646

난이도 상

$<x>$는 자연수 x보다 작은 소수의 개수를 나타낼 때,

$$<x>^2-<x>-6=0$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

답 ③
$<x>^2-<x>-6=0$에서 $(<x>+2)(<x>-3)=0$
$\therefore <x>=3\ (\because <x>$는 자연수$)$
따라서 자연수 x보다 작은 소수의 개수가 3인 자연수는 6, 7이므로 그 합은 $6+7=13$

유형 104 이차방정식의 활용 – 수

(1) 연속하는 두 정수: $x-1$, x 또는 x, $x+1$
연속하는 세 정수: $x-1$, x, $x+1$ 또는 x, $x+1$, $x+2$
(2) 연속하는 두 짝수 (또는 홀수): x, $x+2$
연속하는 세 짝수 (또는 홀수): $x-2$, x, $x+2$

647 필수

난이도 중

연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 21만큼 작을 때, 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

답 ⑤
연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면
$(x+1)^2=x^2+(x-1)^2-21$
$x^2-4x-21=0$, $(x+3)(x-7)=0$ $\therefore x=7$ ($\because x$는 자연수)
따라서 세 자연수는 6, 7, 8이고, 그중 가장 큰 수는 8이다.

648

난이도 중

자연수 중 연속하는 두 짝수의 제곱의 합이 100일 때, 이 두 짝수의 곱은?

① 46 ② 48 ③ 50
④ 52 ⑤ 54

답 ②
연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라고 하면
$x^2+(x+2)^2=100$, $(x+8)(x-6)=0$ $\therefore x=6$ ($\because x$는 자연수)
따라서 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 곱은 $6\times8=48$

649

난이도 중

자연수 중 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 683이다. 세 홀수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은?

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

답 ⑤
연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라고 하면
$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=683$
$3x^2-675=0$, $x^2-225=0$
$(x+15)(x-15)$ $\therefore x=15$ ($\because x$는 자연수)
따라서 세 홀수는 13, 15, 17이므로 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은 $13+17=30$

650

난이도 중

합이 15인 두 자연수의 제곱의 합이 137일 때, 두 자연수의 차를 구하여라.

답 7
합이 15인 두 자연수를 x, $15-x$라고 하면
$x^2+(15-x)^2=137$, $2x^2-30x+88=0$
$x^2-15x+44=0$, $(x-4)(x-11)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=11$
따라서 두 자연수는 4, 11이므로 구하는 차는 $11-4=7$

651 서술형

난이도 중

어떤 자연수와 그 수보다 2만큼 큰 수의 곱을 구하려다 잘못하여 2만큼 작은 수의 곱을 구하였더니 15가 되었다. 처음 구하려던 두 자연수의 곱을 구하여라.

답 35
어떤 자연수를 x라고 하면 $x(x-2)=15$ ◀40 %
$x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$
$\therefore x=5$ ($\because x$는 자연수) ◀30 %
따라서 처음 곱하려던 두 자연수는 5, 7이므로 구하는 곱은 $5\times7=35$ ◀30 %

652

난이도 상

두 자리 자연수가 있다. 이 수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 합은 14이고, 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 곱은 원래의 수보다 14만큼 작을 때, 이 두 자리 자연수를 구하여라.

답 59
십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $14-x$이므로
$x(14-x)=10x+14-x-14$
$x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$
$\therefore x=5$ ($\because x$는 자연수)
따라서 구하는 수는 59이다.

653

난이도 상

연속하는 네 자연수가 있다. 가장 큰 수와 가장 작은 수의 제곱의 합은 나머지 두 수의 곱보다 61만큼 크다고 할 때, 이 네 자연수의 합을 구하여라.

답 30
연속하는 네 자연수를 $x-1$, x, $x+1$, $x+2$라고 하면
$(x-1)^2+(x+2)^2=x(x+1)+61$, $x^2+x-56=0$
$(x+8)(x-7)=0$ $\therefore x=7$ ($\because x$는 자연수)
따라서 네 자연수는 6, 7, 8, 9이므로 구하는 합은 $6+7+8+9=30$

유형 105 이차방정식의 활용 – 실생활

이차방정식의 활용 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 해결한다.
❶ 구하려는 값을 미지수 x로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 맞게 x에 대한 이차방정식을 세운다.
❸ 이차방정식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

654 필수 난이도 중

수학책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 면의 쪽수의 곱이 156이었다. 이 두 면의 쪽수의 합을 구하여라.

답 25
펼쳐진 두 면의 쪽수는 연속하므로 x, $x+1$이라고 하면
$x(x+1)=156$, $x^2+x-156=0$
$(x+13)(x-12)=0$ $\therefore x=12$ ($\because x$는 자연수)
따라서 두 면의 쪽수는 12, 13이므로 구하는 합은
$12+13=25$

655 난이도 중

귤 24개를 남김없이 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 학생이 받은 귤의 개수가 전체 학생 수보다 5만큼 많다고 할 때, 전체 학생 수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

답 ①
전체 학생 수를 x라고 하면 한 학생이 받은 귤의 개수는 $x+5$이므로
$x(x+5)=24$, $x^2+5x-24=0$
$(x+8)(x-3)=0$ $\therefore x=3$ ($\because x$는 자연수)
따라서 전체 학생 수는 3이다.

656 난이도 중

누나와 동생의 나이 차이는 4살이고, 누나의 나이의 제곱은 동생의 나이의 제곱에 3배를 한 것보다 8살이 적다고 할 때, 동생의 나이는?

① 5살 ② 6살 ③ 7살
④ 8살 ⑤ 9살

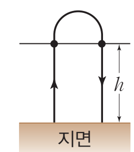
답 ②
동생의 나이를 x살이라고 하면 누나의 나이는 $(x+4)$살이므로
$(x+4)^2=3x^2-8$, $2x^2-8x-24=0$
$x^2-4x-12=0$, $(x+2)(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because x$는 자연수)
따라서 동생의 나이는 6살이다.

유형 106 이차방정식의 활용 – 운동

시각 t에 따른 높이가 $(h=at^2+bt+c)$ m로 주어졌을 때, 높이가 p m일 때의 시각을 구하려면 이차방정식

$$p=at^2+bt+c$$

의 해를 구한다. 이때 $t\geq 0$임에 주의한다.



풍쌤의 Point 위로 던진 물체의 높이가 h m인 경우는 올라갈 때, 내려올 때 두 번 생겨. 한편, 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m야.

657 필수 난이도 중

지면으로부터 50 m의 높이에서 초속 50 m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 지면으로부터의 높이는 $(50+50t-5t^2)$ m이다. 이 물체의 지면으로부터의 높이가 130 m가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 2초 또는 4초 ② 3초 또는 5초
③ 4초 또는 6초 ④ 3초 또는 7초
⑤ 2초 또는 8초

답 ⑤
$50+50t-5t^2=130$이므로 $5t^2-50t+80=0$
$t^2-10t+16=0$, $(t-2)(t-8)=0$
$\therefore t=2$ 또는 $t=8$
따라서 지면으로부터의 높이가 130 m가 되는 것은 2초 후 또는 8초 후이다.

658 난이도 중

지면으로부터 40 m 높이의 건물 꼭대기에서 초속 35 m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 지면으로부터의 높이는 $(40+35t-5t^2)$ m이다. 이 물체는 쏘아 올린 지 몇 초 후에 지면에 떨어지겠는가?

① 1초 ② 2초 ③ 4초
④ 6초 ⑤ 8초

답 ⑤
지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
$40+35t-5t^2=0$, $t^2-7t-8=0$
$(t+1)(t-8)=0$ $\therefore t=8$ ($\because t>0$)
따라서 8초 후에 지면에 떨어진다.

659 서술형 난이도 상

지면으로부터의 높이가 2500 m인 어느 화산이 폭발하여 초속 150 m로 용암을 분출하였다. 분출물의 t초 후의 지면으로부터의 높이가 $(2500+150t-5t^2)$ m일 때, 분출물의 높이가 3500 m 이상인 것은 몇 초 동안인지 구하여라.

답 10초
$2500+150t-5t^2=3500$이므로 $5t^2-150t+1000=0$ ◀30 %
$t^2-30t+200=0$, $(t-10)(t-20)=0$
$\therefore t=10$ 또는 $t=20$ ◀40 %
따라서 분출물의 높이가 3500 m 이상인 것은 10초 후부터 20초 후까지이므로
10초 동안이다. ◀30 %

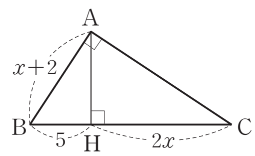
중요한 유형 107 이차방정식의 활용 – 도형

여러 가지 도형의 성질과 평면도형의 넓이를 구하는 공식을 이용하여 이차방정식을 세워서 푼다. 이때 다각형의 변의 길이나 원의 반지름의 길이는 항상 양수임에 주의한다.

660 필수

난이도 중

오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이고, $\overline{AH}\perp\overline{BC}$이다. 이때 x의 값은?



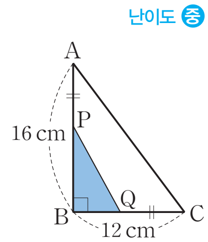
① $3-\sqrt{30}$ ② $3+\sqrt{30}$
③ $5-\sqrt{30}$ ④ $5+\sqrt{30}$
⑤ $8+\sqrt{30}$

답 ②
$(x+2)^2=5(5+2x)$, $x^2-6x-21=0$
$\therefore x=3+\sqrt{30}$ ($\because x>0$)

661 서술형

난이도 중

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P와 $\overline{BC}$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP}=\overline{QC}$이다. $\triangle PBQ$의 넓이가 $16\ \text{cm}^2$일 때, $\overline{AP}$의 길이를 구하여라.

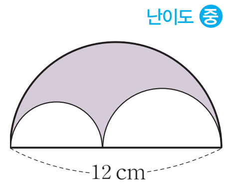


답 8 cm
$\overline{AP}=\overline{QC}=x$ cm라고 하면 $\overline{PB}=(16-x)$ cm, $\overline{BQ}=(12-x)$ cm
$\triangle PBQ=\frac{1}{2}(12-x)(16-x)=16$ ◀50 %
$x^2-28x+160=0$, $(x-8)(x-20)=0$
$\therefore x=8$ ($\because 0<x<12$) ◀40 %
$\therefore \overline{AP}=8$ cm ◀10 %

662

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 가장 큰 반원의 지름의 길이가 12 cm이고, 색칠한 부분의 넓이가 $8\pi\ \text{cm}^2$일 때, 가장 작은 반원의 반지름의 길이는?



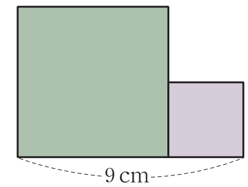
① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

답 ①
가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 중간 크기의 반원의 반지름의 길이는 $(6-x)$ cm이므로
$\frac{1}{2}\pi\times6^2-\frac{1}{2}\pi\times x^2-\frac{1}{2}\pi\times(6-x)^2=8\pi$, $x^2-6x+8=0$
$(x-2)(x-4)=0$ $\therefore x=2$ ($\because 0<x<3$)
따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

663

난이도 중

오른쪽 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 $45\ \text{cm}^2$일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



답 3 cm
작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(9-x)$ cm이므로
$x^2+(9-x)^2=45$, $x^2-9x+18=0$
$(x-3)(x-6)=0$ $\therefore x=3$ $\left(\because 0<x<\frac{9}{2}\right)$
따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.

664

난이도 중

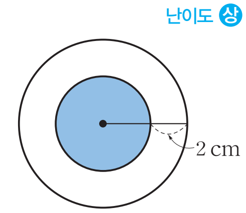
둘레의 길이가 22 cm이고 넓이가 $30\ \text{cm}^2$인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이가 세로의 길이보다 길다고 할 때, 가로의 길이를 구하여라.

답 6 cm
직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(11-x)$ cm이므로
$x(11-x)=30$, $x^2-11x+30=0$
$(x-5)(x-6)=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=6$
이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 길어야 하므로 가로의 길이는 6 cm이다.

665

난이도 상

오른쪽 그림과 같이 작은 원의 반지름의 길이를 2 cm만큼 늘여서 만든 큰 원의 넓이가 작은 원의 넓이의 3배가 되었을 때, 작은 원의 반지름의 길이는?



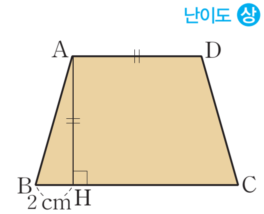
① $(1-\sqrt{3})$ cm
② $(3-\sqrt{3})$ cm ③ $(1+\sqrt{3})$ cm
④ $(3+\sqrt{3})$ cm ⑤ $3\sqrt{3}$ cm

답 ③
작은 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면
$\pi(x+2)^2=\pi x^2\times3$, $x^2+4x+4=3x^2$
$x^2-2x-2=0$ $\therefore x=1+\sqrt{3}$ ($\because x>0$)
따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $(1+\sqrt{3})$ cm이다.

666 서술형

난이도 상

오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발이 H이다. $\overline{AD}=\overline{AH}$이고, □ABCD의 넓이가 $63\ \text{cm}^2$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



답 11 cm
$\overline{AD}=\overline{AH}=x$ cm라고 하면 $\overline{BC}=(x+4)$ cm
$\frac{1}{2}\times(x+x+4)\times x=63$, $x^2+2x-63=0$ ◀40 %
$(x+9)(x-7)=0$ $\therefore x=7$ ($\because x>0$) ◀30 %
$\therefore \overline{BC}=7+4=11$(cm) ◀30 %

667

난이도 상

밑변의 길이가 높이의 두 배인 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이를 3 cm 늘리고, 높이를 1 cm 늘렸더니 그 넓이가 처음 삼각형의 넓이의 2배가 되었다. 처음 삼각형의 밑변의 길이를 구하여라.

답 6 cm

처음 삼각형의 높이를 x cm라고 하면 늘린 삼각형의 밑변의 길이는 $(2x+3)$ cm, 높이는 $(x+1)$ cm이므로

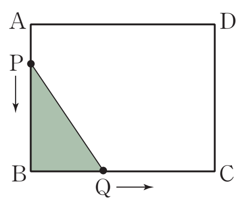
$\frac{1}{2}(2x+3)(x+1)=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2x\times x\right)$

$(2x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=3\ (\because x>0)$

따라서 처음 삼각형의 높이가 3 cm이므로 밑변의 길이는 6 cm이다.

668

난이도 상



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=8$ cm, $\overline{BC}=10$ cm인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 점 A에서 출발하여 변 AB를 따라 점 B까지 매초 1 cm의 속력으로, 점 Q는 점 B에서 출발하여 변 BC를 따라 점 C까지 매초 2 cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발했을 때, △PBQ의 넓이가 16 cm^2가 되는 것은 출발한 지 몇 초 후인가?

① 1초 ② 2초 ③ 3초
④ 4초 ⑤ 5초

답 ④

x초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$, $\overline{PB}$의 길이는 각각 x cm, $2x$ cm, $(8-x)$ cm이므로

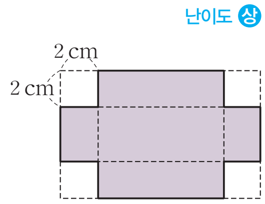
$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times 2x\times(8-x)=16,\ x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0 \qquad \therefore x=4$

따라서 4초 후에 △PBQ의 넓이가 16 cm^2가 된다.

669

난이도 상

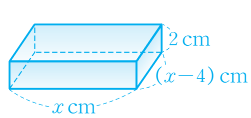


오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 4 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형을 각각 잘라내고 그 나머지로 뚜껑이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들었더니 부피가 42 cm^3가 되었다. 처음 직사각형의 세로의 길이는?

① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

답 ③

처음 직사각형의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(x+4)$ cm이므로 만든 직육면체는 오른쪽 그림과 같다.



직육면체 모양의 상자의 부피가 42 cm^3이므로

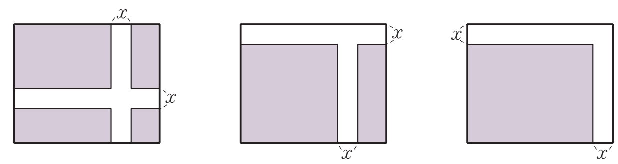
$x\times(x-4)\times 2=42,\ x^2-4x-21=0$

$\therefore x=7\ (\because x>4)$

따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는 7 cm이다.

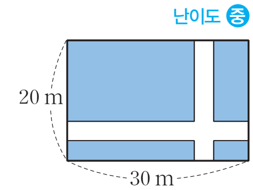
유형 108 이차방정식의 활용 – 폭

다음 그림과 같이 폭이 일정한 길을 가장 자리로 이동하여 떨어져 있는 땅을 붙이면 길을 제외한 땅의 넓이는 모두 같다.



670 필수

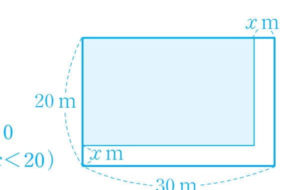
난이도 중



오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 30 m, 20 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 같은 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 땅의 넓이가 375 m^2가 되도록 할 때, 이 길의 폭은 몇 m로 해야 하는가?

① 2 m ② 3 m ③ 4 m
④ 5 m ⑤ 6 m

답 ④



길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

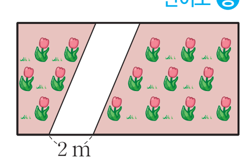
$(30-x)(20-x)=375,\ x^2-50x+225=0$

$(x-5)(x-45)=0 \qquad \therefore x=5\ (\because 0<x<20)$

따라서 길의 폭은 5 m로 해야 한다.

671

난이도 상



가로, 세로의 길이의 비가 2 : 1인 직사각형 모양의 꽃밭에 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 길을 내었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 40 m^2가 되었다. 처음 꽃밭의 가로의 길이는 몇 m인지 구하여라.

답 10 m

처음 꽃밭의 세로의 길이를 x m라고 하면 가로의 길이는 $2x$ m이므로

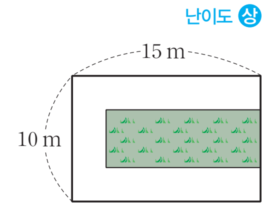
$x(2x-2)=40,\ x^2-x-20=0$

$(x+4)(x-5)=0 \qquad \therefore x=5\ (\because x>0)$

따라서 처음 꽃밭의 가로의 길이는 $2\times 5=10$(m)

672

난이도 상



가로, 세로의 길이가 각각 15 m, 10 m인 직사각형 모양의 잔디밭에 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 ㄷ자 모양의 길을 내었더니 길을 제외한 잔디밭의 넓이가 78 m^2가 되었다. 이 길의 폭은 몇 m인지 구하여라.

답 2 m

길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 잔디밭의 가로의 길이는 $(15-x)$ m, 세로의 길이는 $(10-2x)$ m이므로

$(15-x)(10-2x)=78,\ x^2-20x+36=0$

$(x-2)(x-18)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because 0<x<5)$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

673

다음 중 이차방정식 $x^2-ax-2a=0$에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $a=1$이면 두 근의 합은 -1이다.

② 한 근이 1이면 $a=3$이다.

③ $a=8$이면 중근을 갖는다.

④ $a=2$이면 $x=1\pm\sqrt{5}$이다.

⑤ $a^2+8a<0$이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

답 ④

① $a=1$이면 $x^2-x-2=0$이므로 $(x+1)(x-2)=0$
따라서 $x=-1$ 또는 $x=2$이므로 두 근의 합은 $-1+2=1$

② 한 근이 1이면 $1^2-a-2a=0$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

③ $a=8$이면 $x^2-8x-16=0$
이때 $(-8)^2-4\times1\times(-16)=128>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

⑤ $a^2+8a<0$이면 근이 없다.

674

다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $\frac{1}{12}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}=0$ ② $\frac{9}{2}x^2-2=0$

③ $\frac{1}{6}x^2-x+\frac{3}{2}=0$ ④ $\frac{1}{4}(x-1)^2=1$

⑤ $x^2+1.5x-0.5=0$

답 ⑤

⑤ $x^2+1.5x-0.5=0$의 양변에 10을 곱하면 $10x^2+15x-5=0$

$2x^2+3x-1=0$ $\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$ ⇨ 무리수

675

다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$\frac{3}{5}x^2+\frac{1}{20}x-1=0,\quad 0.4x^2-1.3x+1=0$$

답 $x=\frac{5}{4}$

$\frac{3}{5}x^2+\frac{1}{20}x-1=0$에서 $12x^2+x-20=0$

$(3x+4)(4x-5)=0$ $\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=\frac{5}{4}$

$0.4x^2-1.3x+1=0$에서 $4x^2-13x+10=0$

$(4x-5)(x-2)=0$ $\therefore x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=2$

676

$(x^2-5x)^2+10x^2-50x+24=0$의 모든 근의 합을 구하여라.

답 10

$x^2-5x=A$라고 하면 $A^2+10A+24=0$
$(A+6)(A+4)=0$ $\therefore A=-6$ 또는 $A=-4$
(i) $A=-6$일 때, $x^2-5x+6=0$이므로 $x=2$ 또는 $x=3$
(ii) $A=-4$일 때, $x^2-5x+4=0$이므로 $x=1$ 또는 $x=4$
따라서 모든 근의 합은 $2+3+1+4=10$

677

이차방정식 $x^2-7x+(12+a)=0$은 서로 다른 두 근을 갖고, 이차방정식 $(a^2+1)x^2+2(a-3)x+2=0$은 중근을 갖는다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.

답 -7

(i) $x^2-7x+(12+a)=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-7)^2-4\times1\times(12+a)>0$ $\therefore a<\frac{1}{4}$
(ii) $(a^2+1)x+2(a-3)x+2=0$이 중근을 가지므로
$\{2(a-3)\}^2-4\times(a^2+1)\times2=0$ $\therefore a=-7$ 또는 $a=1$
(i), (ii)에서 $a=-7$

678

이차방정식 $x^2-(k+2)x+1=0$이 중근을 갖도록 하는 상수 k의 값은 2개이다. 이 두 수가 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$의 두 근일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 8

$x^2-(k+2)x+1=0$이 중근을 가지려면 $(k+2)^2-4=0$
$k^2+4k=0$, $k(k+4)=0$ $\therefore k=0$ 또는 $k=-4$
두 근이 0, -4이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2x(x+4)=0$, $2x^2+8x=0$ $\therefore a=8$, $b=0$
$\therefore a+b=8+0=8$

679 서술형

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근의 차가 4이고, 큰 근이 작은 근의 3배일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 4

차가 4인 두 근을 α, $\alpha+4$라고 하면
$\alpha+4=3\alpha$ $\therefore \alpha=2$
즉, 두 근은 2와 6이다. ◀50 %
두 근이 2와 6이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-2)(x-6)=0$, $x^2-8x+12=0$이므로
$a=-8$, $b=12$ ◀40 %
$\therefore a+b=-8+12=4$ ◀10 %

680

$\sqrt{5}$의 소수 부분이 이차방정식 $2x^2+mx+n=0$의 한 근일 때, 유리수 m, n에 대하여 $m+n$의 값을 구하여라.

답 6

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 소수 부분은 $-2+\sqrt{5}$
한 근이 $-2+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{5}$이다. 즉,
$2\{x-(-2+\sqrt{5})\}\{x-(-2-\sqrt{5})\}=0$
$2\{(x+2)-\sqrt{5}\}\{(x+2)+\sqrt{5}\}=0$
$2\{(x+2)^2-5\}=0$ $\therefore 2x^2+8x-2=0$
따라서 $m=8$, $n=-2$이므로 $m+n=8+(-2)=6$

681

어느 달에서 둘째 주 화요일의 날짜와 넷째 주 목요일의 날짜를 곱해 보니 192가 되었다. 넷째 주 목요일의 날짜를 구하여라.

답 24일

넷째 주 목요일을 x일이라고 하면 둘째 주 화요일은 $(x-16)$일이므로
$x(x-16)=192$, $x^2-16x-192=0$
$(x+8)(x-24)=0$ $\quad\therefore x=24$ $(\because x>16)$
따라서 넷째 주 목요일은 24일이다.

682

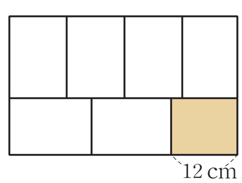
어떤 장난감 자동차가 트랙 위를 t초 동안 $(5t+t^2)$ m 움직인다. 이 자동차가 트랙을 한 바퀴 도는 데 10초가 걸린다고 할 때, 두 바퀴를 도는 데 걸리는 시간을 구하여라.

답 15초

트랙을 한 바퀴 도는 데 10초가 걸리므로
트랙의 둘레의 길이는 $5\times10+10^2=150$(m)
트랙 두 바퀴의 길이는 300 m이므로 $5t+t^2=300$, $t^2+5t-300=0$
$(t+20)(t-15)=0$ $\quad\therefore t=15$ $(\because t>0)$

683

모양과 크기가 같은 직사각형 모양의 타일 6개를 넓이가 960 cm^2인 직사각형 안에 빈틈없이 늘어 놓았더니 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같이 가로가 12 cm인 직사각형 모양의 남는 부분이 생겼다. 이때 타일의 짧은 변의 길이를 구하여라.



답 10 cm

타일의 짧은 변의 길이를 x cm라고 하면 긴 변의 길이는
$\frac{1}{2}(4x-12)=2x-6$(cm)
직사각형의 넓이가 960 cm^2이므로
$4x\{(2x-6)+x\}=960$, $x^2-2x-80=0$
$(x+8)(x-10)=0$ $\quad\therefore x=10$ $(\because x>3)$
따라서 타일의 짧은 변의 길이는 10 cm이다.

684

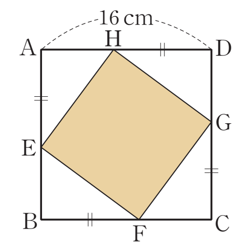
길이가 12 cm인 끈을 잘라서 크기가 다른 두 개의 정삼각형을 만들려고 한다. 두 정삼각형의 넓이의 비가 $3:4$가 되도록 할 때, 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 구하여라.

답 $(-12+8\sqrt{3})$ cm

작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 큰 정삼각형의 한 변의 길이는
$\frac{1}{3}\times(12-3x)=4-x$(cm)
두 정삼각형의 닮음비가 $x:(4-x)$이므로 넓이의 비는
$x^2:(4-x)^2=3:4$, $3(4-x)^2=4x^2$
$x^2+24x-48=0$ $\quad\therefore x=-12+8\sqrt{3}$ $(\because x>0)$

685

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 16 cm인 정사각형 ABCD가 있다. 각 변에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$인 점 E, F, G, H를 잡아 □EFGH를 그렸더니 한 변의 길이가 12 cm인 정사각형이 되었다. 이때 $\overline{AH}$의 길이는? (단, $\overline{DH}>\overline{AH}$)



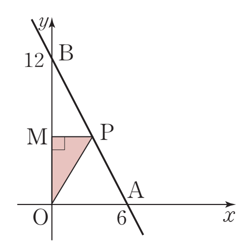
① $(3-\sqrt{2})$ cm ② $(4-2\sqrt{2})$ cm
③ $(6-2\sqrt{2})$ cm ④ $(7-2\sqrt{2})$ cm
⑤ $(8-2\sqrt{2})$ cm

답 ⑤

$\overline{AH}=x$ cm라고 하면
$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=(16-x)$ cm이다.
$\triangle AEH$에서 $x^2+(16-x)^2=12^2$, $x^2-16x+56=0$
$\therefore x=8-2\sqrt{2}$ $(\because 0<x<8)$
$\therefore \overline{AH}=(8-2\sqrt{2})$cm

686

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B를 지나는 직선 위에 있는 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 M이라고 할 때, $\triangle MOP$의 넓이는 $\triangle BOA$의 넓이의 $\frac{1}{4}$이라고 한다. 이때 점 P의 좌표를 구하여라. (단, O는 원점이다.)



답 (3, 6)

y절편이 12이고 점 (6, 0)을 지나므로 직선 AB의 방정식은 $y=-2x+12$
점 P의 좌표를 $(a, -2a+12)$라고 하면
$\triangle MOP=\frac{1}{2}a(-2a+12)=-a^2+6a$, $\triangle BOA=\frac{1}{2}\times6\times12=36$
$\triangle MOP=\frac{1}{4}\triangle BOA$에서 $-a^2+6a=\frac{1}{4}\times36$
$a^2-6a+9=0$, $(a-3)^2=0$ $\quad\therefore a=3$
따라서 점 P의 좌표는 (3, 6)이다.

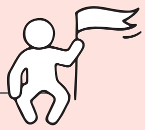
687

원가가 20000원인 물품에 이익이 x % 남도록 정가를 정하였다. 이 물품을 정가에서 x % 할인하여 팔았더니 원가보다 800원이 싸졌다. 이때 x의 값을 구하여라.

답 20

(정가)$=20000\left(1+\frac{x}{100}\right)$이므로
(할인가)$=20000\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)=2(100+x)(100-x)$
할인가는 원가보다 800원이 싸므로
$2(100+x)(100-x)=20000-800$, $10000-x^2=9600$
$x^2=400$ $\quad\therefore x=20$ $(\because x>0)$

IV 이차함수



1 이차함수의 그래프 (1)

01 이차함수의 뜻

함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 이차식

$y=ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)

로 나타내어질 때, 이 함수를 x에 대한 이차함수라고 한다.

예 $y=2x^2$, $y=-x^2+4$, $y=3x^2+1$ ⇨ 이차함수이다.

$y=7x+5$, $y=\frac{1}{x^2}$ ⇨ 이차함수가 아니다.

참고 이차함수에서 x의 값이 주어지지 않을 때에는 x의 값의 범위를 실수 전체로 생각한다.

+ 함수 $y=f(x)$에서 $f(a)$의 값
  ⇨ $x=a$일 때의 함숫값
  ⇨ $x=a$일 때, y의 값
  ⇨ $f(x)$에 x대신 a를 대입하여 얻은 값

02 이차함수 $y=x^2$의 그래프

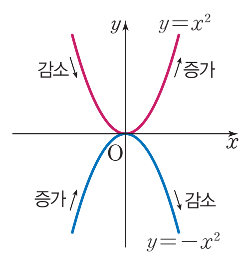
(1) **이차함수 $y=x^2$의 그래프**

① 원점을 지나고 아래로 볼록한 곡선이다.

② y축에 대하여 대칭이다.

③ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
$x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

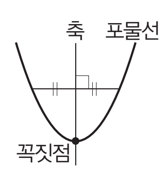
④ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.



(2) **포물선**: 이차함수 $y=x^2$, $y=-x^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선

① 포물선은 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 축이라고 한다.

② 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



+ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프
  ① 원점을 지나고 위로 볼록한 곡선이다.
  ② y축에 대하여 대칭이다.
  ③ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
  $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

03 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

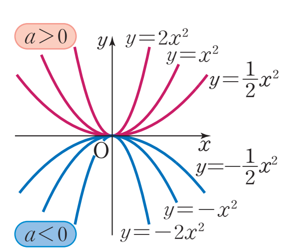
(1) 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.

⇨ 꼭짓점의 좌표: $(0, 0)$

⇨ 축의 방정식: $x=0$ (y축)

(2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, (∪모양)

$a<0$이면 위로 볼록하다. (∩모양)



(3) a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭은 좁아진다.

(4) 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

+ 이차함수 $y=ax^2$에서
  ① a의 부호 ⇨ 그래프의 모양 결정
  ② a의 절댓값 ⇨ 그래프의 폭 결정

01 이차함수의 뜻

688

다음 중 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ○표, 이차함수가 아닌 것은 ×표를 ( ) 안에 써넣어라.

(1) $y=-\frac{1}{2}x+3$ (×)

(2) $y=-3x^2-2x+1$ (○)

(3) $y=x(x^2-1)-x+2$ (×)

689

다음에서 y를 x에 대한 식으로 나타내고, y가 x에 대한 이차함수인지 말하여라.

(1) 반지름의 길이가 x cm인 구의 겉넓이 y cm^2

(2) 한 변의 길이가 x cm인 정육면체의 부피 y cm^3

(3) 꼭짓점의 개수가 x인 다각형의 대각선의 개수 y

답 (1) $y=4\pi x^2$, 이차함수이다. (2) $y=x^3$, 이차함수가 아니다.
(3) $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$, 이차함수이다.

690

이차함수 $f(x)=x^2-3x+1$에서 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(0)$ (2) $f(3)$

(3) $f(-1)$ (4) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

답 (1) 1 (2) 1 (3) 5 (4) $-\frac{1}{4}$

02 이차함수 $y=x^2$의 그래프

691

다음은 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대한 설명이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $\boxed{\text{아래}}$로 볼록한 곡선이다.

(2) $\boxed{y}$축에 대하여 대칭이다.

(3) $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 $\boxed{\text{감소}}$한다.

(4) 이차함수 $y=-x^2$의 그래프와 $\boxed{x}$축에 대하여 대칭이다.

03 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

692

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 꼭짓점의 좌표

(2) 축의 방정식

(3) x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식

답 (1) $(0,\ 0)$ (2) $x=0$ (3) $y=2x^2$

693

다음 보기의 이차함수에 대하여 물음에 답하여라.

보기

ㄱ. $y=3x^2$	ㄴ. $y=-5x^2$
ㄷ. $y=\frac{1}{3}x^2$	ㄹ. $y=-\frac{1}{3}x^2$

(1) 그래프가 위로 볼록한 것을 모두 골라라.

(2) 그래프의 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

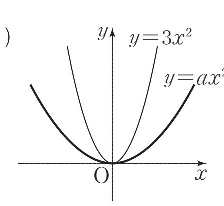
(3) 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것끼리 짝 지어라.

답 (1) ㄴ, ㄹ (2) ㄴ (3) ㄷ과 ㄹ

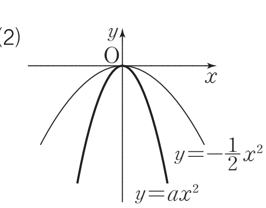
694

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a의 값의 범위를 구하여라.

(1)



(2)



답 (1) $0<a<3$ (2) $a<-\frac{1}{2}$

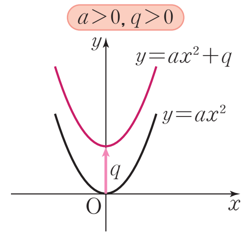
04 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) **꼭짓점의 좌표:** $(0,\ q)$

(3) **축의 방정식:** $x=0$ (y축)

참고 $q>0$이면 그래프가 y축의 양의 방향(위쪽)으로 이동하고, $q<0$이면 그래프가 y축의 음의 방향(아래쪽)으로 이동한다.



✦ 평행이동은 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 이동하는 것이다.

✦ 이차함수의 그래프를 평행이동해도 x^2의 계수는 변하지 않으므로 그래프의 모양과 폭은 변하지 않고 위치만 바뀐다.

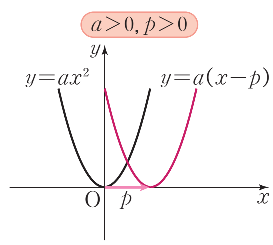
05 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다.

(2) **꼭짓점의 좌표:** $(p,\ 0)$

(3) **축의 방정식:** $x=p$

참고 $p>0$이면 그래프가 x축의 양의 방향(오른쪽)으로 이동하고, $p<0$이면 그래프가 x축의 음의 방향(왼쪽)으로 이동한다.



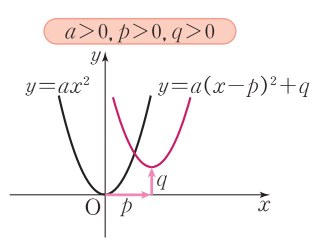
✦ 이차함수 $y=a(x-p)^2$ $(a>0)$의 그래프에서
① $x<p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
② $x>p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

06 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

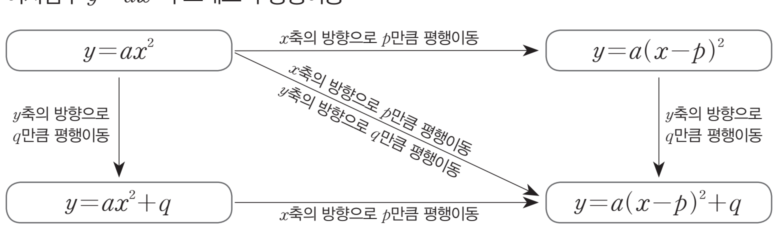
(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) **꼭짓점의 좌표:** $(p,\ q)$

(3) **축의 방정식:** $x=p$



참고 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 평행이동



✦ $y=a(x-p)^2+q$의 꼴을 이차함수의 표준형이라고 한다.

✦ 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동하면 x대신 $x-p$를 대입하고, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면 y 대신 $y-q$를 대입한다.

04 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

695

다음 이차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

(1) $y=-2x^2$ [4]

(2) $y=3x^2$ $[-5]$

(3) $y=-\frac{1}{4}x^2$ [7]

답 (1) $y=-2x^2+4$ (2) $y=3x^2-5$ (3) $y=-\frac{1}{4}x^2+7$

696

다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y=2x^2+5$

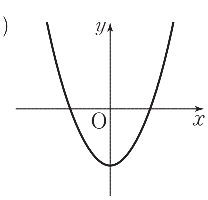
(2) $y=\frac{1}{5}x^2-8$

답 (1) 꼭짓점의 좌표: $(0, 5)$, 축의 방정식: $x=0$
(2) 꼭짓점의 좌표: $(0, -8)$, 축의 방정식: $x=0$

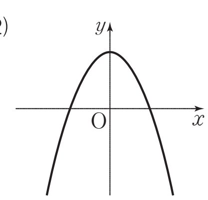
697

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, q의 부호를 구하여라.

(1)



(2)



답 (1) $a>0$, $q<0$ (2) $a<0$, $q>0$
(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$, 꼭짓점의 y좌표가 음수이므로 $q<0$
(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$, 꼭짓점의 y좌표가 양수이므로 $q>0$

05 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

698

다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

(1) $y=-4x^2$ [2]

(2) $y=5x^2$ $[-3]$

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ $[-1]$

답 (1) $y=-4(x-2)^2$ (2) $y=5(x+3)^2$ (3) $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$

699

다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y=-4(x+5)^2$

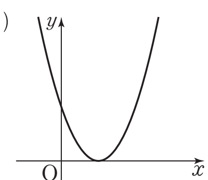
(2) $y=\frac{1}{8}(x+9)^2$

답 (1) 꼭짓점의 좌표: $(-5, 0)$, 축의 방정식: $x=-5$
(2) 꼭짓점의 좌표: $(-9, 0)$, 축의 방정식: $x=-9$

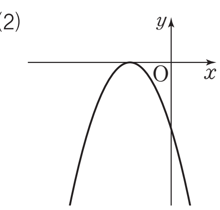
700

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, p의 부호를 구하여라.

(1)



(2)



답 (1) $a>0$, $p>0$ (2) $a<0$, $p<0$
(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$, 꼭짓점의 x좌표가 양수이므로 $p>0$
(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$, 꼭짓점의 x좌표가 음수이므로 $p<0$

06 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

701

다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

(1) $y=4x^2$ $[p=2, q=3]$

(2) $y=-3x^2$ $[p=3, q=-4]$

(3) $y=\frac{3}{2}x^2$ $[p=-4, q=5]$

답 (1) $y=4(x-2)^2+3$ (2) $y=-3(x-3)^2-4$ (3) $y=\frac{3}{2}(x+4)^2+5$

702

다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y=2(x-3)^2+4$ (2) $y=-5\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-7$

답 (1) 꼭짓점의 좌표: $(3, 4)$, 축의 방정식: $x=3$
(2) 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{1}{6}, -7\right)$, 축의 방정식: $x=-\frac{1}{6}$

필수유형 다지기

유형 109 이차함수의 뜻

y가 x에 대한 이차함수
⇨ $y=$(x에 대한 이차식)
⇨ $y=ax^2+bx+c$
(a, b, c는 상수, $a\neq0$)

이차함수
$y=\boxed{ax^2+bx+c}$
이차식

풍쌤의 Point $y=ax^2+bx+c$가 x에 대한 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 함을 명심해!

703 필수

난이도 하

다음 중 y가 x에 대한 이차함수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $y=x(x+4)-x^2$

② $y=\dfrac{x^2}{2}-2$

③ $y=x(x^2-3)-2$

④ $y=\dfrac{1}{x^2}+1$

⑤ $y=x(x+2)-10$

답 ②, ⑤
① $y=4x$ ③ $y=x^3-3x-2$ ⑤ $y=x^2+2x-10$

704

난이도 중

다음 중 y가 x에 대한 이차함수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 한 변의 길이가 x cm인 정육면체의 겉넓이 y cm^2

② 자동차가 시속 100 km로 x시간 동안 달린 거리 y km

③ 밑면의 반지름의 길이가 x cm, 높이가 10 cm인 원기둥의 부피 y cm^2

④ 한 개에 600원인 사탕 x개의 가격 y원

⑤ 윗변의 길이가 x cm, 아랫변의 길이가 $(x-2)$ cm, 높이가 4 cm인 사다리꼴의 넓이 y cm^2

답 ①, ③
① $y=6x^2$ ② $y=100x$ ③ $y=\pi x^2\times10=10\pi x^2$
④ $y=600x$ ⑤ $y=\frac{1}{2}\times(x+x-2)\times4=4x-4$

705

난이도 중

$y=a(a-1)x^2+3x-2x^2$이 x에 대한 이차함수일 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

답 ②, ⑤
$y=a(a-1)x^2+3x-2x^2=(a^2-a-2)x^2+3x$가 x에 대한 이차함수이려면
$a^2-a-2\neq0$, $(a+1)(a-2)\neq0$
$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq2$

유형 110 이차함수의 함숫값

이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에서
$f(k)$의 값 ⇨ $x=k$일 때의 함숫값
⇨ x 대신 k를 대입하여 얻은 $f(x)$의 값
⇨ ak^2+bk+c

예 $f(x)=x^2+x+1$일 때, $f(2)=2^2+2+1=7$

706 필수

난이도 하

이차함수 $f(x)=-x^2+5x-7$에서 $f(-1)+f(2)$의 값은?

① -11　② -12　③ -13
④ -14　⑤ -15

답 ④
$f(-1)=-(-1)^2+5\times(-1)-7=-13$
$f(2)=-2^2+5\times2-7=-1$
$\therefore f(-1)+f(2)=-13+(-1)=-14$

707

난이도 중

이차함수 $f(x)=3x^2+ax+5$에서 $f(-2)=21$일 때, 상수 a의 값은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　⑤ 2

답 ①
$f(-2)=3\times(-2)^2-2a+5=21$이므로
$-2a=4$　$\therefore a=-2$

708

난이도 중

이차함수 $f(x)=2x^2-3x-1$에서 $f(a)=1$일 때, 정수 a의 값을 구하여라.

답 2
$f(a)=2a^2-3a-1=1$이므로
$2a^2-3a-2=0$, $(2a+1)(a-2)=0$
$\therefore a=2$ ($\because a$는 정수)

709 서술형

난이도 중

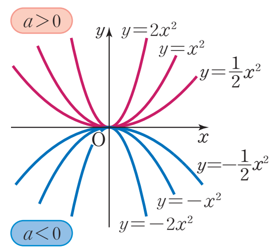
이차함수 $f(x)=ax^2-2x-10$에서 $f(-1)=-3$, $f(2)=b$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 11
$f(-1)=a\times(-1)^2-2\times(-1)-10=-3$이므로 $a=5$ ◀40 %
즉, $f(x)=5x^2-2x-10$이므로
$f(2)=5\times2^2-2\times2-10=6$　$\therefore b=6$ ◀40 %
$\therefore a+b=5+6=11$ ◀20 %

중요한

유형 111 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 모양

이차함수 $y=ax^2$에서
(1) a의 부호는 그래프의 모양을 결정한다.
(2) a의 절댓값은 그래프의 폭을 결정한다.



풍쌤의 Point 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아져.

710 필수

난이도 중

다음 이차함수 중 그 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

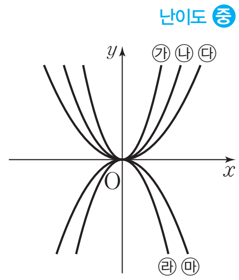
① $y=2x^2$ ② $y=\frac{1}{4}x^2$ ③ $y=-x^2$
④ $y=-2x^2$ ⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2$

답 ④
그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁으려면 x^2의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 커야한다.

711

난이도 중

이차함수 $y=ax^2$의 그래프 ㉮~㉮가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값이 가장 큰 것을 구하여라.

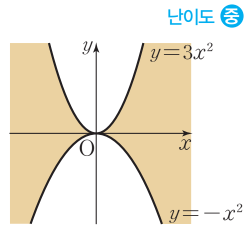


답 ㉮
a의 값이 가장 크려면 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁아야 하므로 ㉮이다.

712

난이도 중

두 이차함수 $y=3x^2$, $y=-x^2$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 이차함수 중 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은?



① $y=-2x^2$ ② $y=-\frac{1}{2}x^2$
③ $y=-\frac{1}{3}x^2$ ④ $y=x^2$ ⑤ $y=2x^2$

답 ①
그래프가 색칠한 부분을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면
$-1<a<0$ 또는 $0<a<3$

유형 112 두 이차함수 $y=ax^2$, $y=-ax^2$의 그래프의 관계

두 이차함수 $y=ax^2$, $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

풍쌤의 Point 두 그래프는 x축을 중심으로 접으면 완전히 포개어져. 즉, x좌표는 그대로이고 y좌표의 부호만 바뀌므로 y 대신 $-y$를 대입한 식과 같아.

713 필수

난이도 하

다음 보기의 이차함수 중 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것끼리 짝 지은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

보기

ㄱ. $y=2x^2$ ㄴ. $y=-\frac{2}{3}x^2$ ㄷ. $y=\frac{4}{3}x^2$
ㄹ. $y=\frac{2}{3}x^2$ ㅁ. $y=\frac{1}{4}x^2$ ㅂ. $y=-\frac{4}{3}x^2$

① ㄱ과 ㄴ ② ㄱ과 ㄹ ③ ㄴ과 ㄹ
④ ㄷ과 ㄹ ⑤ ㄷ과 ㅂ

답 ③, ⑤

714

난이도 하

다음 이차함수 중 그 그래프가 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은?

① $y=-2x^2$ ② $y=-x^2$ ③ $y=-\frac{1}{2}x^2$
④ $y=x^2$ ⑤ $y=2x^2$

답 ③
$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다.

715 서술형

난이도 중

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 이차함수 $y=\frac{5}{7}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이고, 이차함수 $y=bx^2$의 그래프는 이차함수 $y=-7x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다. 이때 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 -5
$y=ax^2$의 그래프가 $y=\frac{5}{7}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로
$a=-\frac{5}{7}$ ◀40 %
$y=bx^2$의 그래프가 $y=-7x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로
$b=7$ ◀40 %
$\therefore ab=-\frac{5}{7}\times 7=-5$ ◀20 %

중요한

유형 113 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 성질

(1) 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.
(2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.
(3) a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
(4) 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

풍쌤의 Point x^2의 계수인 a의 값에 따라 그래프의 모양과 폭이 결정돼.

716 필수

난이도 중

다음 중 이차함수 $y=3x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① x축에 대하여 대칭이다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y=-4x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

④ 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 ⑤
① y축에 대하여 대칭이다.
② 아래로 볼록한 포물선이다.
③ $|3|<|-4|$이므로 $y=-4x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
④ 제1사분면과 제2사분면을 지난다.

717

난이도 중

다음 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

ㄱ. $y=5x^2$	ㄴ. $y=-\frac{1}{3}x^2$	ㄷ. $y=-7x^2$
ㄹ. $y=\frac{1}{5}x^2$	ㅁ. $y=-5x^2$	ㅂ. $y=2x^2$

① 그래프가 아래로 볼록한 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

② 모든 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

③ 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㄷ이다.

④ 모든 그래프는 원점을 꼭짓점으로 한다.

⑤ ㄱ과 ㅁ은 x축에 대하여 대칭이다.

답 ③
③ 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㄹ이다.

유형 114 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 지나는 점

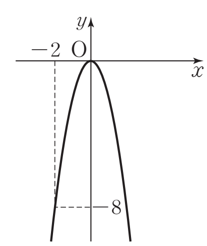
이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 (m, n)을 지난다.
⇨ $x=m$, $y=n$을 $y=ax^2$에 대입하면 등식이 성립한다.

예 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3, 9)$를 지날 때
$9=a\times 3^2$ $\quad\therefore a=1$

718 필수

난이도 하

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 점 $(-2, -8)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.



답 -2
$y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, -8)$을 지나므로
$-8=a\times(-2)^2$ $\quad\therefore a=-2$

719

난이도 하

다음 중 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프가 지나는 점이 아닌 것은?

① $(-3, -36)$ ② $\left(-\frac{1}{2}, -2\right)$ ③ $(0, 0)$

④ $(1, -4)$ ⑤ $(2, -16)$

답 ②
① $-36=-4\times(-3)^2$ ② $-2\neq-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$
③ $0=-4\times 0^2$ ④ $-4=-4\times 1^2$
⑤ $-16=-4\times 2^2$

720

난이도 중

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 두 점 $(2, -1)$, $(-1, b)$를 지날 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.) 답 $-\frac{1}{2}$

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -1)$을 지나므로 $-1=a\times 2^2$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{4}$

따라서 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-1, b)$를 지나므로

$b=-\frac{1}{4}\times(-1)^2=-\frac{1}{4}$ $\quad\therefore a+b=-\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{2}$

721

난이도 중

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(4, 24)$를 지나고 이차함수 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하여라.

답 3
$y=ax^2$의 그래프가 점 $(4, 24)$를 지나므로 $24=a\times 4^2$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a-b=\frac{3}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)=3$

유형 115 이차함수 $y=ax^2$의 식 구하기

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓는다.

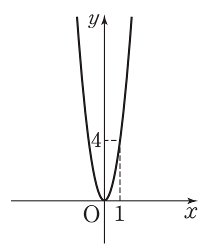
❷ ❶의 식에 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

풍쌤의 Point 그래프가 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이면 그 포물선의 식은 $y=ax^2$이야.

722 필수

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, 4)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y=\frac{1}{2}x^2$　② $y=x^2$

③ $y=2x^2$　④ $y=3x^2$

⑤ $y=4x^2$

답 ⑤

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로

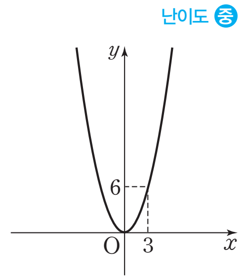
$4=a\times1^2$　$\therefore 4=a$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=4x^2$

723

난이도 중

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $f(6)$의 값은?



① 12　② 18

③ 24　④ 30

⑤ 36

답 ③

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, 6)$을 지나므로

$6=a\times3^2$　$\therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $f(x)=\frac{2}{3}x^2$이므로 $f(6)=\frac{2}{3}\times6^2=24$

724 서술형

난이도 상

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이 두 점 $(-2, 12)$, $(k, 27)$을 지날 때, 양수 k의 값을 구하여라.

답 3

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-2, 12)$를 지나므로

$12=a\times(-2)^2$　$\therefore a=3$　◀50 %

따라서 $y=3x^2$의 그래프가 점 $(k, 27)$을 지나므로

$27=3k^2$, $k^2=9$

$\therefore k=3$ ($\because k>0$)　◀50 %

중요한 유형 116 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 평행이동

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를

(1) y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax^2+q$ ⇦ y 대신 $y-q$를 대입

(2) x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-p)^2$ ⇦ x 대신 $x-p$를 대입

(3) x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-p)^2+q$

x 대신 $x-p$를 대입 y 대신 $y-q$를 대입

예 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-1)^2+2$

725 필수

난이도 하

이차함수 $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\frac{1}{3}$만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은?

① $y=\frac{1}{5}(x+3)^2-\frac{1}{3}$　② $y=\frac{1}{5}(x-3)^2-\frac{1}{3}$

③ $y=\frac{1}{5}\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-3$　④ $y=\frac{1}{5}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-3$

⑤ $y=\frac{1}{5}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+3$

답 ④

726

난이도 중

이차함수 $y=6x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하였더니 $y=6(x+3)^2-4$의 그래프와 일치하였다. 이때 $p+q$의 값을 구하여라.

답 -7

$y=6(x-p)^2+q$의 그래프가 $y=6(x+3)^2-4$의 그래프와 일치하므로

$p=-3$, $q=-4$

$\therefore p+q=-3+(-4)=-7$

727

난이도 중

다음 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것은?

① $y=4(x+2)^2$　② $y=-4x^2-3$

③ $y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$　④ $y=-\frac{1}{4}(x-1)^2$

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2$

답 ③

③ $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$

728

난이도 중

이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-3, m)$을 지날 때, m의 값을 구하여라.

답 -3

$y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x+4)^2$
이 그래프가 점 $(-3, m)$을 지나므로
$m=-3\times(-3+4)^2=-3$

729

난이도 중

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-3, 4)$를 지날 때, q의 값을 구하여라.

답 7

$y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{3}x^2+q$
이 그래프가 점 $(-3, 4)$를 지나므로
$4=-\frac{1}{3}\times(-3)^2+q \quad \therefore q=7$

730

난이도 중

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 점 $(4, -1)$을 지날 때, 상수 a의 값을 구하여라.

답 -1

$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=a(x-2)^2+3$
이 그래프가 점 $(4, -1)$을 지나므로
$-1=a(4-2)^2+3$, $4a=-4$
$\therefore a=-1$

731 서술형

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-2, m)$을 지날 때, m의 값을 구하여라.

답 -21

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-1)^2-3$ ◀50 %
이 그래프가 점 $(-2, m)$을 지나므로
$m=-2\times(-2-1)^2-3=-18-3=-21$ ◀50 %

중요한 유형 117 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식

이차함수	꼭짓점의 좌표	축의 방정식
$y=ax^2$	$(0, 0)$	$x=0$ (y축)
$y=ax^2+q$	$(0, q)$	$x=0$ (y축)
$y=a(x-p)^2$	$(p, 0)$	$x=p$
$y=a(x-p)^2+q$	(p, q)	$x=p$

풍쌤의 Point 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 괄호 안이 0일 때, 즉 $x-p=0$일 때 $x=p$이므로 축의 방정식은 $x=p$임을 알 수 있고, 이때 y의 값이 q이므로 꼭짓점의 좌표는 (p, q)임을 알 수 있어.

732 필수

난이도 하

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 (a, b), 축의 방정식을 $x=c$라고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 -10

$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -4)$, 축의 방정식은 $x=-3$이므로
$a=-3$, $b=-4$, $c=-3$
$\therefore a+b+c=-3+(-4)+(-3)=-10$

733

난이도 하

다음 이차함수의 그래프 중 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은?

① $y=6(x-5)^2$
② $y=-3(x+2)^2-1$
③ $y=4(x-3)^2+2$
④ $y=-5(x-4)^2-3$
⑤ $y=2(x+1)^2+2$

답 ⑤

각 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 구하면 다음과 같다.
① $(5, 0)$ ⇨ x축
② $(-2, -1)$ ⇨ 제3사분면
③ $(3, 2)$ ⇨ 제1사분면
④ $(4, -3)$ ⇨ 제4사분면
⑤ $(-1, 2)$ ⇨ 제2사분면

734

난이도 중

이차함수 $y=-3x^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (a, b)이고 이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지날 때, $a+b+q$의 값을 구하여라. (단, q는 상수이다.)

답 12

$y=-3x^2+q$의 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로
$3=-3\times(-1)^2+q \quad \therefore q=6$
따라서 $y=-3x^2+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 6)$이므로
$a=0$, $b=6$
$\therefore a+b+q=0+6+6=12$

735

난이도 중

이차함수 $y=a(x+p)^2+4$의 그래프가 직선 $x=-3$을 축으로 하고, 점 $(-4,\ 6)$을 지날 때, 상수 a, p에 대하여 $a+p$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

답 ③

$y=a(x+p)^2+4$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로
$-p=-3$ $\quad \therefore p=3$
따라서 $y=a(x+3)^2+4$의 그래프가 점 $(-4,\ 6)$을 지나므로
$6=a(-4+3)^2+4$ $\quad \therefore a=2$
$\therefore a+p=2+3=5$

736

난이도 중

이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프는 직선 $x=a$를 축으로 하고, 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프는 직선 $x=b$를 축으로 한다. 이때 $a+b$의 값을 구하여라.

답 -1

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이므로 $a=2$
$y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{3}(x+3)^2$이고 이 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이므로 $b=-3$
$\therefore a+b=2+(-3)=-1$

737 서술형

난이도 중

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 축의 방정식은 $x=-\frac{3}{2}$이고 이 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2},\ -2\right)$를 지날 때, $a+p$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 -2

$y=a(x-p)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로 $p=-\frac{3}{2}$ ◀40 %
따라서 $y=a\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2},\ -2\right)$를 지나므로
$-2=a\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)^2$, $4a=-2$ $\quad \therefore a=-\frac{1}{2}$ ◀40 %
$\therefore a+p=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-2$ ◀20 %

738

난이도 중

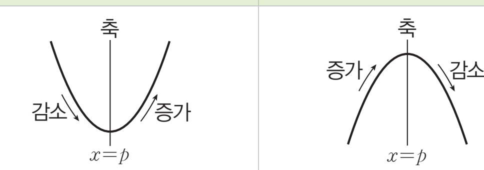
이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ b)$이고 이 그래프가 점 $(3,\ c)$를 지날 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 -8

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-a)^2-4$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ -4)$이므로 $a=2$, $b=-4$
따라서 $y=-2(x-2)^2-4$의 그래프가 점 $(3,\ c)$를 지나므로
$c=-2\times(3-2)^2-4=-2-4=-6$
$\therefore a+b+c=2+(-4)+(-6)=-8$

유형 118 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 증가, 감소

$a>0$	$a<0$



풍쌤의 Point 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가 또는 감소하는 범위는 그래프의 축의 방정식인 $x=p$를 기준으로 나뉘어.

739 필수

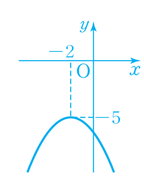
난이도 하

이차함수 $y=-\frac{2}{3}(x+2)^2-5$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x>-5$ ② $x<-5$ ③ $x>-2$
④ $x<-2$ ⑤ $x<2$

답 ③

$y=-\frac{2}{3}(x+2)^2-5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-2$이다.



740

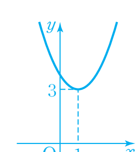
난이도 하

이차함수 $y=\frac{1}{4}(x-1)^2+3$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x>-3$ ② $x>-1$ ③ $x<-1$
④ $x>1$ ⑤ $x<1$

답 ④

$y=\frac{1}{4}(x-1)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>1$이다.



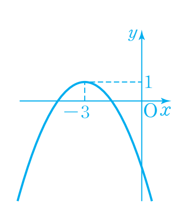
741

난이도 중

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위를 구하여라.

답 $x<-3$

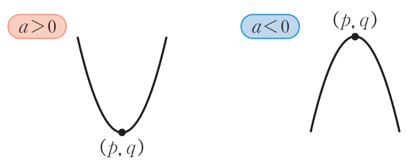
$y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+1$
이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다.



필수유형 다지기

유형 119 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 그리기

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 때는 꼭짓점의 좌표 $(p,\ q)$를 찍은 후 $a>0$이면 아래로 볼록한 모양으로, $a<0$이면 위로 볼록한 모양으로 꺾어 주면 된다.



742 필수

난이도 하

다음 보기의 이차함수 중 그 그래프가 모든 사분면을 지나는 것의 개수는?

보기

ㄱ. $y=-3x^2+2$	ㄴ. $y=(x+3)^2$
ㄷ. $y=-(x+2)^2-1$	ㄹ. $y=\frac{1}{3}(x-2)^2+1$

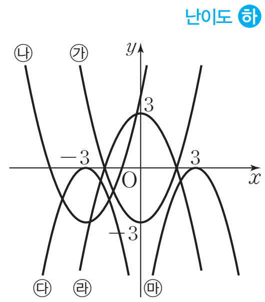
① 없다. ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

답 ②
그래프가 모든 사분면을 지나는 것은 ㄱ의 1개이다.

743

난이도 하

오른쪽 그림과 같은 ㉮~㉲의 그래프 중 이차함수 $y=-(x-3)^2$의 그래프로 알맞은 것을 골라라.



답 ㉲
$y=-(x-3)^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$이고 위로 볼록한 포물선이므로 ㉲이다.

744

난이도 중

이차함수 $y=-\frac{1}{4}(x-4)^2-2$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1, 2사분면 ② 제1, 3사분면
③ 제2, 3사분면 ④ 제2, 4사분면
⑤ 제3, 4사분면

답 ①
$y=-\frac{1}{4}(x-4)^2-2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ -2)$이고 위로 볼록한 포물선이다. 또, $x=0$일 때 $y=-6$이다.
따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1, 2사분면이다.

유형 120 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 성질

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$
(3) 축의 방정식: $x=p$

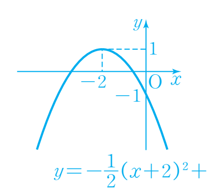
745 필수

난이도 중

다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 1)$이다.
② 위로 볼록한 포물선이다.
③ 모든 사분면을 지난다.
④ $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

답 ③
③ $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



746

난이도 중

다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2-2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 제3사분면을 지난다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.
③ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
④ 축의 방정식은 $x=-2$이다.
⑤ $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

답 ④
④ 축의 방정식은 $x=0$이다.

747

난이도 중

다음 중 이차함수 $y=-2(x+3)^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.
② x축과 오직 한 점에서 만난다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -3)$이다.
④ $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

답 ②
① 위로 볼록한 포물선이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$이다.
④ $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

748

난이도 중

다음 중 이차함수 $y=4(x-2)^2+5$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(2, 5)$이다.
③ $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
④ 모든 실수 x에 대하여 y의 값은 양수이다.
⑤ $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

답 ⑤
⑤ x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 $y=4(x-2)^2+5$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

749

난이도 상

다음 설명 중 옳은 것은?

① $y=2x^2+1$과 $y=-2x^2$의 그래프의 폭이 같다.
② $y=2x^2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
③ $y=(x+1)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$이다.
④ $y=2(x-3)^2-5$의 그래프는 점 $(3, 5)$를 지난다.
⑤ $y=2x^2$과 $y=2(x-9)^2$의 그래프는 축의 방정식이 모두 $x=0$이다.

답 ①
① $y=2x^2+1$과 $y=-2x^2$의 그래프는 x^2의 계수의 절댓값이 같으므로 폭이 같다.
② $y=2x^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이다.
③ $y=(x+1)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$이다.
④ $5\neq 2(3-3)^2-5$
⑤ $y=2(x-9)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=9$이다.

유형 121 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 평행이동

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(\underbrace{x-m}_{x \text{ 대신 } x-m\text{을 대입}}-p)^2+q+\underbrace{n}_{y\text{대신 } y-n\text{을 대입}}$

예 이차함수 $y=3(x-2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x-1-2)^2+1+2=3(x-3)^2+3$

750 필수

난이도 하

이차함수 $y=-3(x-2)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식이 $y=ax^2+bx+c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 -40
$y=-3(x-2)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x+5-2)^2+5+3=-3x^2-18x-19$
따라서 $a=-3$, $b=-18$, $c=-19$이므로
$a+b+c=-3+(-18)+(-19)=-40$

751

난이도 중

이차함수 $y=(x+2)^2+4$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지날 때, k의 값을 구하여라.

답 -3
$y=(x+2)^2+4$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x+2)^2+4+k$
이 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로
$2=(-3+2)^2+4+k \qquad \therefore k=-3$

752

난이도 중

이차함수 $y=(x-3)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 축의 방정식이 $x=4$일 때, p의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ④
$y=(x-3)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x-p-3)^2+2$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=p+3$이므로
$p+3=4 \qquad \therefore p=1$

753 서술형 난이도 중

이차함수 $y=-(x-2)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 $(p,\ q)$, 축의 방정식을 $x=m$이라고 할 때, $p+q+m$의 값을 구하여라.

답 0

$y=-(x-2)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+4-2)^2-1+5=-(x+2)^2+4$ ◀40 %

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 4)$, 축의 방정식은 $x=-2$이므로

$p=-2,\ q=4,\ m=-2$ ◀40 %

$\therefore\ p+q+m=-2+4+(-2)=0$ ◀20 %

754 난이도 중

이차함수 $y=(x-1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동하였더니 $y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$의 그래프와 일치하였다. 이때 $a+b$의 값은?

① $-\frac{11}{2}$ ② $-\frac{11}{4}$ ③ $-\frac{9}{4}$

④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

답 ②

$y=(x-1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-a-1)^2+1+b$

이 그래프가 $y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$의 그래프와 일치하므로

$-a-1=\frac{1}{2},\ 1+b=-\frac{1}{4}\qquad \therefore\ a=-\frac{3}{2},\ b=-\frac{5}{4}$

$\therefore\ a+b=-\frac{3}{2}+\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{11}{4}$

755 난이도 중

이차함수 $y=-(x+1)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $3k$만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지날 때, 양수 k의 값을 구하여라.

답 2

$y=-(x+1)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $3k$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-k+1)^2+4+3k$

이 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지나므로

$1=-(-2-k+1)^2+4+3k$

$(-1-k)^2-3-3k=0,\ k^2-k-2=0$

$(k+1)(k-2)=0\qquad \therefore\ k=2\ (\because\ k>0)$

유형 122 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 식 구하기

이차함수의 그래프의

(1) 꼭짓점의 좌표 $(p,\ q)$와 다른 한 점이 주어진 경우

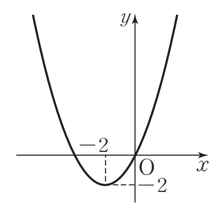
⇨ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고 다른 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

(2) 축의 방정식 $x=p$와 서로 다른 두 점이 주어진 경우

⇨ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고 서로 다른 두 점의 좌표를 대입하여 $a,\ q$의 값을 구한다.

756 필수 난이도 중

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -2)$이고 원점을 지날 때, 상수 a, p, q에 대하여 apq의 값을 구하여라.



답 2

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -2)$이므로 $p=-2,\ q=-2$

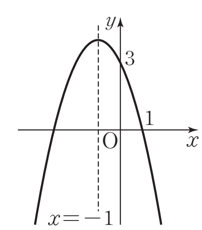
따라서 $y=a(x+2)^2-2$의 그래프가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로

$0=a\times 2^2-2\qquad \therefore\ a=\frac{1}{2}$

$\therefore\ apq=\frac{1}{2}\times(-2)\times(-2)=2$

757 난이도 중

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=-1$을 축으로 하고 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 0)$을 지날 때, 상수 a, p, q에 대하여 $a+pq$의 값을 구하여라.



답 -5

축의 방정식이 $x=-1$이므로 $p=-1$

따라서 $y=a(x+1)^2+q$의 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a+q$ ······ ㉠

또, 점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=a(1+1)^2+q\qquad \therefore\ 4a+q=0$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1,\ q=4$

$\therefore\ a+pq=-1+(-1)\times4=-5$

758 난이도 중

다음 중 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -4)$이고, 점 $(0,\ 2)$를 지나는 이차함수의 그래프 위의 점인 것은?

① $(-1,\ 5)$ ② $(1,\ -1)$ ③ $(2,\ -3)$

④ $(4,\ -2)$ ⑤ $(6,\ 2)$

답 ⑤

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-4$로 놓으면

이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times(-3)^2-4\qquad \therefore\ a=\frac{2}{3}$

따라서 $y=\frac{2}{3}(x-3)^2-4$의 그래프 위의 점인 것은 ⑤이다.

중요한

유형 123 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 a, p, q의 부호

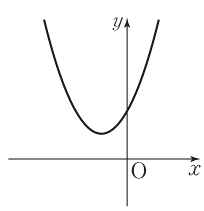
(1) 그래프의 모양: a의 부호 결정
① 아래로 볼록하면 $a>0$
② 위로 볼록하면 $a<0$
(2) 꼭짓점의 위치: p. q의 부호 결정
① 꼭짓점이 제1사분면 위에 있으면 $p>0$, $q>0$
② 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으면 $p<0$, $q>0$
③ 꼭짓점이 제3사분면 위에 있으면 $p<0$, $q<0$
④ 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으면 $p>0$, $q<0$

풍쌤의 Point a의 부호는 그래프의 모양에 따라 결정되고, p, q의 부호는 꼭짓점의 위치에 따라 결정돼.

759 필수

난이도 하

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, p, q의 부호는?



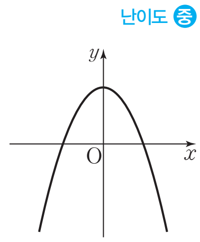
① $a>0$, $p>0$, $q>0$
② $a>0$, $p<0$, $q>0$
③ $a>0$, $p<0$, $q<0$
④ $a<0$, $p<0$, $q>0$
⑤ $a<0$, $p>0$, $q<0$

답 ②
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

760

난이도 중

이차함수 $y=ax^2-q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은? (단, a, q는 상수이다.)



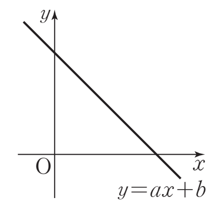
① $a<0$, $q=0$
② $a<0$, $q<0$
③ $a<0$, $q>0$
④ $a>0$, $q<0$
⑤ $a>0$, $q>0$

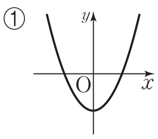
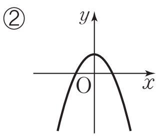
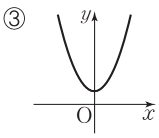
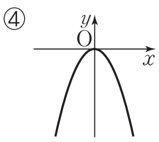
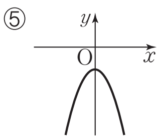
답 ②
그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(0, -q)$가 x축의 위쪽에 있으므로 $-q>0$ $\quad \therefore q<0$

761

난이도 상

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y=ax^2+b$의 그래프로 알맞은 것은? (단, a, b는 상수이다.)



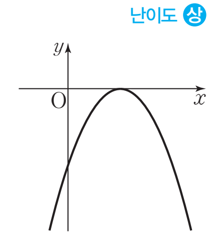
①

②

③

④

⑤


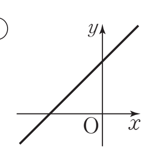
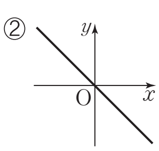
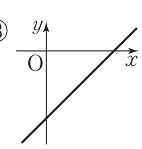
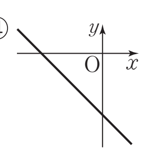
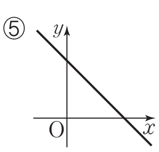
답 ②
$y=ax+b$의 그래프의 기울기가 음수이고, y절편이 양수이므로 $a<0$, $b>0$
따라서 $y=ax^2+b$의 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

762

난이도 상

이차함수 $y=a(x+b)^2$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 일차함수 $y=ax+b$의 그래프로 알맞은 것은? (단, a, b는 상수이다.)



①

②

③

④

⑤


답 ④
$y=a(x+b)^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
또, 꼭짓점 $(-b, 0)$이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-b>0$ $\quad \therefore b<0$
따라서 $y=ax+b$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

763

이차함수 $y=ax^2$의 그래프 위의 두 점 $(-4, -12)$, $(2, b)$를 지나는 직선의 방정식은? (단, a는 상수이다.) 답 ③

① $y=-3x+12$ ② $y=-\frac{1}{2}x-6$ ③ $y=\frac{3}{2}x-6$

④ $y=2x+6$ ⑤ $y=3x-12$

$y=ax^2$의 그래프가 두 점 $(-4, -12)$, $(2, b)$를 지나므로 $a=-\frac{3}{4}$, $b=-3$

두 점 $(-4, -12)$, $(2, -3)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-3-(-12)}{2-(-4)}=\frac{3}{2}$

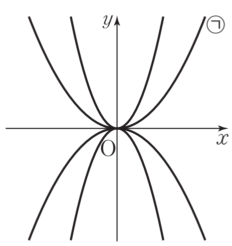
따라서 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{2}x+k$라고 하면 이 직선이 점 $(-4, -12)$를 지나므로

$-12=-6+k$ $\quad\therefore k=-6$

$\therefore y=\frac{3}{2}x-6$

764

네 이차함수 $y=-x^2$, $y=-\frac{1}{3}x^2$, $y=\frac{1}{3}x^2$, $y=x^2$의 그래프가 다음 그림과 같다. 포물선 ㉠이 점 $(2, a)$를 지날 때, a의 값을 구하여라.



답 $\frac{4}{3}$

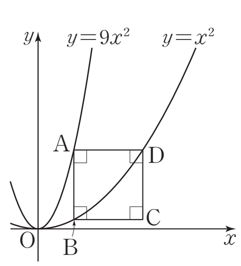
포물선 ㉠을 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2$이다.

이 그래프가 점 $(2, a)$를 지나므로

$a=\frac{1}{3}\times2^2=\frac{4}{3}$

765

다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고 각 변은 x축 또는 y축에 평행하다. 두 점 B, D는 이차함수 $y=x^2$의 그래프 위의 점이고, 점 A는 이차함수 $y=9x^2$의 그래프 위의 점일 때, 점 C의 좌표를 구하여라. (단, □ABCD는 제1사분면 위에 있다.)



답 $\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{16}\right)$

점 A의 x좌표를 a $(a>0)$라고 하면

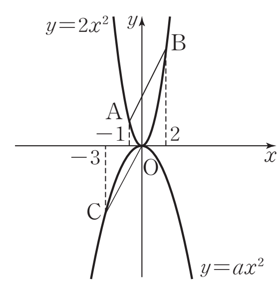
$A(a, 9a^2)$, $B(a, a^2)$, $D(3a, 9a^2)$

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $8a^2=2a$, $2a(4a-1)=0$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$ $(\because a>0)$

따라서 $C(3a, a^2)$이므로 $C\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{16}\right)$

766

다음 그림과 같이 이차함수 $y=2x^2$의 그래프 위에 있는 두 점 A, B의 x좌표는 각각 -1, 2이고 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 위에 있는 점 C의 x좌표는 -3이다. 두 점 A, B를 지나는 직선과 원점 O와 점 C를 지나는 직선이 평행할 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, $a<0$)



답 $-\frac{2}{3}$

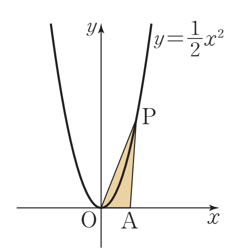
$A(-1, 2)$, $B(2, 8)$, $C(-3, 9a)$이고 ($\overline{AB}$의 기울기)$=$($\overline{OC}$의 기울기)이므로

$\frac{8-2}{2-(-1)}=\frac{9a-0}{-3-0}$, $\frac{6}{3}=\frac{9a}{-3}$

$2=-3a$ $\quad\therefore a=-\frac{2}{3}$

767

다음 그림과 같이 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 한 점 $P(a, b)$와 원점 O, x축 위의 점 $A(4, 0)$을 꼭짓점으로 하는 △POA의 넓이가 25일 때, 제1사분면 위의 점 P의 좌표를 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



답 $\left(5, \frac{25}{2}\right)$

$\triangle POA=\frac{1}{2}\times4\times b=25$ $\quad\therefore b=\frac{25}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2$에 $x=a$, $y=\frac{25}{2}$를 대입하면 $\frac{25}{2}=\frac{1}{2}a^2$ $\quad\therefore a=5$ $(\because a>0)$

$\therefore P\left(5, \frac{25}{2}\right)$

768

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 직선 $y=8$에 접하고, 점 $(2\sqrt{2}, 0)$을 지날 때, 상수 a, q에 대하여 $a+q$의 값을 구하여라.

답 7

$y=ax^2+q$의 그래프가 직선 $y=8$에 접하므로 $q=8$

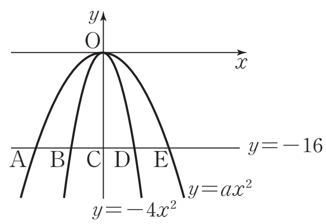
따라서 $y=ax^2+8$의 그래프가 $(2\sqrt{2}, 0)$을 지나므로

$0=a\times(2\sqrt{2})^2+8$ $\quad\therefore a=-1$

$\therefore a+q=-1+8=7$

769 서술형

다음 그림과 같이 직선 $y=-16$이 두 이차함수 $y=-4x^2$, $y=ax^2$의 그래프 및 y축과 만나는 점을 x좌표가 작은 것부터 차례대로 A, B, C, D, E라고 하자. $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$일 때, 상수 a의 값을 구하여라. (단, $-4<a<0$)



답 -1

점 D의 x좌표를 k $(k>0)$라고 하면 $D(k, -16)$이고

$-16=-4k^2$ $\quad\therefore k=2$ $(\because k>0)$

$\therefore D(2, -16)$ ◀30 %

$C(0, -16)$에서 $\overline{CD}=2$이고 $\overline{CD}=\overline{DE}=2$이므로

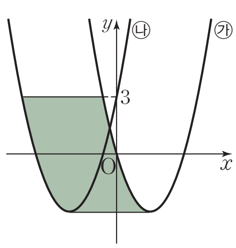
$E(4, -16)$ ◀30 %

$y=ax^2$의 그래프가 $E(4, -16)$을 지나므로

$-16=a\times4^2$ $\quad\therefore a=-1$ ◀40 %

770

다음 그림에서 ㉮는 이차함수 $y=\frac{3}{4}(x-2)^2-3$의 그래프이고, ㉯는 ㉮를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



답 30

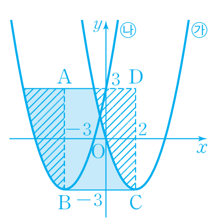
오른쪽 그림에서 빗금친 두 부분의 넓이는 같다.

따라서 구하는 넓이는 □ABCD의 넓이와 같고,

$y=\frac{3}{4}(x-2)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2, -3)$이므로

□$ABCD=5\times\{3-(-3)\}=30$



771

이차함수 $y=(x+1)^2+a-2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=-x-2$ 위에 있고 점 $(-1, 1)$을 지날 때, $a-m$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이고, $m>0$이다.)

답 -6

$y=(x+1)^2+a-2 \longrightarrow y=(x-m+1)^2+a+1$

이 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=-x-2$ 위에 있으므로 $a=-m-2$

따라서 $y=(x-m+1)^2-m-1$의 그래프가 점 $(-1, 1)$을 지나므로

$1=(-1-m+1)^2-m-1$, $m^2-m-2=0$

$(m+1)(m-2)=0$ $\quad\therefore m=2$ $(\because m>0)$

따라서 $a=-2-2=-4$이므로 $a-m=-4-2=-6$

772 서술형

이차함수 $y=-\frac{1}{4}(x+3)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$이고 이 그래프가 점 $(3, m)$을 지날 때, $p+q+m$의 값을 구하여라.

답 -6

$y=-\frac{1}{4}(x+3)^2+2 \longrightarrow y=-\frac{1}{4}(x-p+3)^2+2+q$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p-3, 2+q)$이므로

$p-3=-1$, $2+q=-1$

$\therefore p=2$, $q=-3$ ◀40 %

따라서 $y=-\frac{1}{4}(x+1)^2-1$의 그래프가 점 $(3, m)$을 지나므로

$m=-\frac{1}{4}\times(3+1)^2-1=-5$ ◀40 %

$\therefore p+q+m=2+(-3)+(-5)=-6$ ◀20 %

773

이차함수 $y=-4(x+3)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구하여라.

답 $\sqrt{3}$

$y=-4(x+3)^2+5 \longrightarrow y=-4(x+1)^2+3$

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=-4(x+1)^2+3$, $4(x+1)^2=3$

$(x+1)^2=\frac{3}{4}$, $x+1=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{3}}{2}$

따라서 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리는

$\frac{-2+\sqrt{3}}{2}-\frac{-2-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

774

$a<0$, $p>0$, $q>0$일 때, 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 조건으로 옳은 것은?

① $p+q<0$ ② $ap^2+q>0$
③ $p^2+q=a$ ④ $ap^2+q\le0$
⑤ $p^2+q^2\ge0$

답 ②

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하고, $p>0$, $q>0$이므로 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.

이때 그래프가 모든 사분면을 지나려면 y축과 원점의 위쪽에서 만나야 하므로 주어진 식에 $x=0$을 대입하면 $ap^2+q>0$

2 이차함수의 그래프 (2)

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 그릴 수 있다.

$$\Rightarrow y=ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$
$$=a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c$$
$$=a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}-a\times\left(\frac{b}{2a}\right)^2+c$$
$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

(2) **꼭짓점의 좌표**: $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

(3) **축의 방정식**: $x=-\dfrac{b}{2a}$
꼭짓점의 x좌표

(4) **y축과의 교점의 좌표**: $(0,\ c)$
y절편

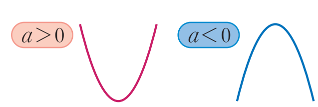
✦ $y=ax^2+bx+c$의 꼴을 이차함수의 일반형이라 하고, $y=a(x-p)^2+q$의 꼴을 이차함수의 표준형이라고 한다.

✦ 이차함수의 그래프와 좌표축과의 교점
① x축과의 교점의 x좌표: $y=0$일 때의 x의 값
② y축과의 교점의 y좌표: $x=0$일 때의 y의 값

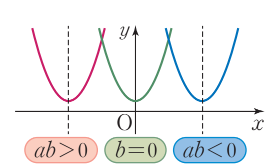
02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

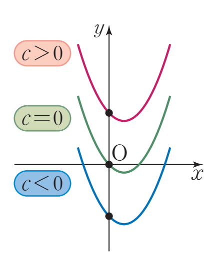
(1) **a의 부호**: 그래프의 모양에 따라 결정
① 아래로 볼록 (∪ 모양) ⇨ $a>0$
② 위로 볼록 (∩ 모양) ⇨ $a<0$



(2) **b의 부호**: 축의 위치에 따라 결정
① 축이 y축의 왼쪽에 위치 ⇨ $ab>0$
a, b는 같은 부호
② 축이 y축과 일치 ⇨ $b=0$
③ 축이 y축의 오른쪽에 위치 ⇨ $ab<0$
a, b는 다른 부호



(3) **c의 부호**: y축과의 교점의 위치에 따라 결정
① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 ⇨ $c>0$
② y축과의 교점이 원점과 일치 ⇨ $c=0$
③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 ⇨ $c<0$



✦ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-\dfrac{b}{2a}$이므로
① 축이 y축의 왼쪽에 위치하면
$-\dfrac{b}{2a}<0 \Rightarrow \dfrac{b}{2a}>0$
$\Rightarrow ab>0$
② 축이 y축의 오른쪽에 위치하면
$-\dfrac{b}{2a}>0 \Rightarrow \dfrac{b}{2a}<0$
$\Rightarrow ab<0$

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

775

다음은 이차함수 $y=-3x^2+6x+1$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{aligned} y&=-3x^2+6x+1 \\ &=-3(x^2-\boxed{2}x)+1 \\ &=-3(x^2-\boxed{2}x+\boxed{1}-\boxed{1})+1 \\ &=-3(x-\boxed{1})^2+\boxed{4} \end{aligned}$$

776

다음 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내어라.

(1) $y=x^2+4x+9$　　(2) $y=-x^2-6x-4$

(3) $y=2x^2-8x+5$　　(4) $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{2}$

답 (1) $y=(x+2)^2+5$　(2) $y=-(x+3)^2+5$
(3) $y=2(x-2)^2-3$　(4) $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-1$

777

다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 차례대로 구하여라.

(1) $y=x^2-2x+3$　　(2) $y=-x^2+4x-2$

(3) $y=3x^2+6x-3$　　(4) $y=-2x^2-8x+1$

답 (1) $(1, 2)$, $x=1$　(2) $(2, 2)$, $x=2$
(3) $(-1, -6)$, $x=-1$　(4) $(-2, 9)$, $x=-2$

778

다음 이차함수의 그래프와 x축, y축과의 교점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=x^2-4x-5$

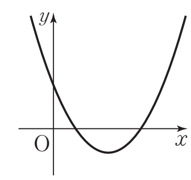
(2) $y=-2x^2+5x+3$

답 (1) x축: $(-1, 0)$, $(5, 0)$, y축: $(0, -5)$
(2) x축: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, $(3, 0)$, y축: $(0, 3)$

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

779

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라. (단, a, b, c는 상수이다.)



(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a\boxed{>}0$

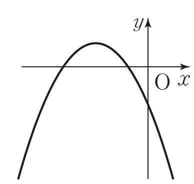
(2) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab\boxed{<}0$

$\therefore b\boxed{<}0$

(3) y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c\boxed{>}0$

780

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라. (단, a, b, c는 상수이다.)



(1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a\boxed{<}0$

(2) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab\boxed{>}0$

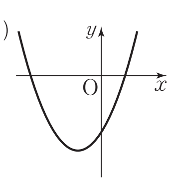
$\therefore b\boxed{<}0$

(3) y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c\boxed{<}0$

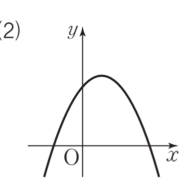
781

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, c의 부호를 구하여라.

(1)



(2)



답 (1) $a>0$, $b>0$, $c<0$　(2) $a<0$, $b>0$, $c>0$

필수유형 다지기

유형 124 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기

이차함수 $y=ax^2+bx+c$는 다음과 같이 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형할 수 있다.

$y=ax^2+bx+c \Rightarrow y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

풍쌤의 Point 이차함수에서 일반형을 표준형으로 변형할 때에는 완전제곱식을 이용해.

782 필수

난이도 중

이차함수 $y=2x^2-8x+9$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q에 대하여 apq의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

답 ②
$y=2x^2-8x+9=2(x-2)^2+1$
따라서 $a=2$, $p=2$, $q=1$이므로 $apq=2\times2\times1=4$

783

난이도 하

다음은 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+5$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하는 과정이다. ㉠~㉣ 중 처음으로 잘못 계산한 곳은?

$$\begin{aligned} y&=-\frac{1}{3}x^2-2x+5 \\ &\quad ㉠ \\ &=-\frac{1}{3}(x^2-6x)+5 \\ &\quad ㉡ \\ &=-\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)+5 \\ &\quad ㉢ \\ &=-\frac{1}{3}(x-3)^2+3+5 \\ &\quad ㉣ \\ &=-\frac{1}{3}(x-3)^2+8 \end{aligned}$$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉣ ⑤ 잘못 계산한 곳이 없다.

답 ①
㉠ $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+5=-\frac{1}{3}(x^2+6x)+5$

784

난이도 중

어떤 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하는데 민채는 상수항을 잘못 보아 $y=-4(x-1)^2+8$로 변형하였고, 민국이는 x의 계수를 잘못 보아 $y=-4(x+2)^2+6$으로 변형하였다. 처음 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여라.

답 $y=-4(x-1)^2-6$
$y=-4(x-1)^2+8=-4x^2+8x+4$에서 x의 계수는 8이고,
$y=-4(x+2)^2+6=-4x^2-16x-10$에서 상수항은 -10이다.
따라서 처음 이차함수는
$y=-4x^2+8x-10=-4(x-1)^2-6$

중요한 유형 125 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한 후 구한다.
(1) 꼭짓점의 좌표: (p, q)
(2) 축의 방정식: $x=p$

예 $y=x^2-2x+3 \Rightarrow y=(x-1)^2+2$
(1) 꼭짓점의 좌표: $(1, 2)$
(2) 축의 방정식: $x=1$

785 필수

난이도 중

이차함수 $y=-x^2-2ax+4a^2-2b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 0
$y=-x^2-2ax+4a^2-2b=-(x+a)^2+5a^2-2b$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a, 5a^2-2b)$이므로
$-a=1$, $5a^2-2b=3$
$\therefore a=-1, b=1$
$\therefore a+b=-1+1=0$

786

난이도 중

이차함수 $y=2x^2+8x+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(b, 3)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 9
$y=2x^2+8x+a=2(x+2)^2+a-8$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, a-8)$이므로
$-2=b$, $a-8=3$
$\therefore a=11, b=-2$
$\therefore a+b=11+(-2)=9$

787

난이도 중

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+k-2$의 그래프의 꼭짓점이 x축 위에 있을 때, 상수 k의 값을 구하여라.

답 4
$y=\frac{1}{2}x^2-2x+k-2=\frac{1}{2}(x-2)^2+k-4$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, k-4)$이고, 꼭짓점이 x축 위에 있으므로
$k-4=0$ $\therefore k=4$

788

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2+ax-1$의 그래프가 점 $(1, 5)$를 지날 때, 이 그래프의 축의 방정식을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $x=2$

$y=-2x^2+ax-1$의 그래프가 점 $(1, 5)$를 지나므로

$5=-2+a-1$ $\therefore a=8$

따라서 $y=-2x^2+8x-1=-2(x-2)^2+7$이므로 이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$

789

난이도 중

이차함수 $y=-x^2+4ax+4$의 그래프의 축의 방정식이 $x=2$일 때, 이 그래프의 꼭짓점의 y좌표는? (단, a는 상수이다.)

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

답 ④

$y=-x^2+4ax+4=-(x-2a)^2+4a^2+4$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=2a$이므로

$2a=2$ $\therefore a=1$

따라서 $y=-(x-2)^2+8$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 y좌표는 8이다.

790 서술형

난이도 중

두 이차함수 $y=x^2+4x+a$, $y=\frac{1}{2}x^2-bx+2$의 그래프의 꼭짓점이 일치할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

답 2

$y=x^2+4x+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, a-4)$ ◀30 %

$y=\frac{1}{2}x^2-bx+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(b, -\frac{1}{2}b^2+2\right)$ ◀30 %

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$-2=b$, $a-4=-\frac{1}{2}b^2+2$

$\therefore a=4, b=-2$ ◀30 %

$\therefore a+b=4+(-2)=2$ ◀10 %

791

난이도 상

이차함수 $y=x^2+4x+2m-1$의 그래프의 꼭짓점이 직선 $2x+y=7$ 위에 있을 때, 상수 m의 값을 구하여라.

답 8

$y=x^2+4x+2m-1=(x+2)^2+2m-5$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 2m-5)$

이 점이 직선 $2x+y=7$ 위에 있으므로

$2\times(-2)+2m-5=7$, $2m=16$

$\therefore m=8$

중요한

유형 126 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 평행이동

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.

❷ x 대신 $x-m$, y 대신 $y-n$을 대입한 후 정리한다.

⇨ $y=a(\underbrace{x-m}_{x\text{ 대신 }x-m\text{을 대입}}-p)^2+q\underbrace{+n}_{y\text{ 대신 }y-n\text{을 대입}}$

예 이차함수 $y=x^2-4x+3$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$

$\therefore y=(x-5-2)^2-1+7$

$=(x-7)^2+6$

풍쌤의 Point 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동할 때에는 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한 후 생각하면 돼.

792 필수

난이도 하

이차함수 $y=3x^2+12x+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 $y=3x^2-18x+10$의 그래프와 일치한다. 이때 $m+n$의 값은?

① -8 ② -2 ③ 2
④ 6 ⑤ 8

답 ②

$y=3x^2+12x+2=3(x+2)^2-10$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-m+2)^2-10+n$

이 그래프가 $y=3x^2-18x+10=3(x-3)^2-17$의 그래프와 일치하므로

$-m+2=-3$, $-10+n=-17$

$\therefore m=5, n=-7$

$\therefore m+n=5+(-7)=-2$

793

난이도 중

이차함수 $y=3x^2+6x+5$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다. 이때 $a+p+q$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

답 ④

$y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$a=3, p=-1, q=2$

$\therefore a+p+q=3+(-1)+2=4$

필수유형 다지기

794

난이도 중

이차함수 $y=2x^2-4x+1$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프가 점 $(3, m)$을 지난다. 이때 m의 값을 구하여라.

답 0

$y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x-2-1)^2-1+1=2(x-3)^2$
이 그래프가 점 $(3, m)$을 지나므로
$m=2\times(3-3)^2=0$

795

난이도 중

이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하였더니 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 일치하였다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 -1

$y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{3}(x-1-3)^2+4-2=-\frac{1}{3}(x-4)^2+2=-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x-\frac{10}{3}$
따라서 $a=-\frac{1}{3}$, $b=\frac{8}{3}$, $c=-\frac{10}{3}$이므로
$a+b+c=-\frac{1}{3}+\frac{8}{3}+\left(-\frac{10}{3}\right)=-1$

796 서술형

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2-4x+5$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

답 $(-4, 9)$

$y=-2x^2-4x+5=-2(x+1)^2+7$ ◀30 %
이 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x+3+1)^2+7+2=-2(x+4)^2+9$ ◀40 %
따라서 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 9)$ ◀30 %

797

난이도 중

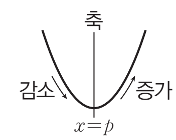
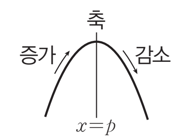
이차함수 $y=-3x^2+6x-8$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$일 때, $p+q$의 값을 구하여라.

답 4

$y=-3x^2+6x-8=-3(x-1)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x-p-1)^2-5+q$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p+1, -5+q)$이므로
$p+1=2$, $-5+q=-2$
$\therefore p=1$, $q=3$
$\therefore p+q=1+3=4$

유형 127 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 증가, 감소

이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가 또는 감소하는 x의 값의 범위를 구할 때에는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한 후 그래프의 축을 기준으로 생각한다.

$a>0$	$a<0$
	

798 필수

난이도 하

이차함수 $y=-3x^2-6x-1$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x<-3$ ② $x>-2$ ③ $x<-2$
④ $x>-1$ ⑤ $x<-1$

답 ④

$y=-3x^2-6x-1=-3(x+1)^2+2$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-1$이다.

799

난이도 하

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+7$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위를 구하여라.

답 $x>2$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+7=\frac{1}{2}(x-2)^2+5$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이고 아래로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다.

800

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2+ax+7$의 그래프가 점 $(1, 1)$을 지날 때, x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위를 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $x<-1$

$y=-2x^2+ax+7$의 그래프가 점 $(1, 1)$을 지나므로
$1=-2+a+7$ $\therefore a=-4$
$\therefore y=-2x^2-4x+7=-2(x+1)^2+9$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-1$이다.

801

난이도 중

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+3$에서 $x<2$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>2$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다. 이때 상수 a의 값을 구하여라.

답 -2

$y=\frac{1}{2}x^2+ax+3=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2+3$

이때 $x=2$를 기준으로 y의 값의 증가 · 감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이다.

즉, $-a=2$이므로 $a=-2$

802

난이도 중

이차함수 $y=-x^2-4x+1$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프에서 $x<1$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하고, $x>1$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다. 이때 m의 값을 구하여라.

답 3

$y=-x^2-4x+1=-(x+2)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-m+2)^2+5$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=m-2$이다.

이때 $x=1$을 기준으로 y의 값의 증가 · 감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이다.

즉, $m-2=1$이므로 $m=3$

803

난이도 상

이차함수 $y=2x^2+6x+5$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<k$이다. $k\geq3$일 때, 가장 작은 정수 p의 값을 구하여라.

답 5

$y=2x^2+6x+5=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2\left(x-p+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+q$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=p-\frac{3}{2}$이다.

이때 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<k$이므로 $k=p-\frac{3}{2}$

즉, $p-\frac{3}{2}\geq3$이므로 $p\geq\frac{9}{2}$

따라서 가장 작은 정수 p의 값은 5이다.

804

난이도 상

이차함수 $y=-\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{9}mx+3m-1$에서 $x<3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하고, $x>3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다. 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

답 $(3, 9)$

$y=-\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{9}mx+3m-1=-\frac{1}{9}(x-m)^2+\frac{1}{9}m^2+3m-1$

이때 $x=3$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다. $\therefore m=3$

따라서 주어진 이차함수의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 9)$이다.

중요한 유형 128 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 축과 만나는 점

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가

(1) x축과 만나는 점의 x좌표: $y=0$을 대입

(2) y축과 만나는 점의 y좌표: $x=0$을 대입

예 이차함수 $y=x^2-3x+2$의 그래프가

(1) x축과 만나는 점의 x좌표는

$0=x^2-3x+2$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

(2) y축과 만나는 점의 y좌표는

$y=2$

805 필수

난이도 하

이차함수 $y=2x^2-4x-6$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 a, b라 하고, y축과 만나는 점의 y좌표를 c라고 할 때, $a+b+c$의 값은? (단, $a<b$)

① -5 ② -4 ③ -3

④ -2 ⑤ -1

답 ②

$y=2x^2-4x-6$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x^2-4x-6$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

이때 $a<b$이므로 $a=-1$, $b=3$

$x=0$을 대입하면 $y=-6$ $\therefore c=-6$

$\therefore a+b+c=-1+3+(-6)=-4$

806

난이도 중

이차함수 $y=x^2+3x+k$의 그래프와 y축이 만나는 점의 y좌표가 -10일 때, x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 m, n이라고 하자. 이때 $k+m+n$의 값을 구하여라.

(단, k는 상수이고, $m>n$이다.)

답 -13

$y=x^2+3x+k$의 그래프와 y축과 만나는 점의 y좌표가 -10이므로 $k=-10$

따라서 $y=x^2+3x-10$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2+3x-10$, $(x+5)(x-2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$

이때 $m>n$이므로 $m=2$, $n=-5$

$\therefore k+m+n=-10+2+(-5)=-13$

807 서술형

난이도 중

이차함수 $y=-x^2+2x+a$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 중 한 점의 좌표가 $(4, 0)$일 때, 다른 한 점의 좌표를 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $(-2, 0)$

점 $(4, 0)$을 지나므로 $0=-4^2+2\times4+a$ $\therefore a=8$ ◀30 %

따라서 $y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+8$, $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$ ◀50 %

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(-2, 0)$이다. ◀20 %

유형 129 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 그리기

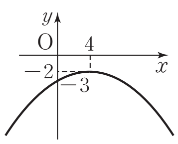
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 다음과 같은 순서로 그린다.

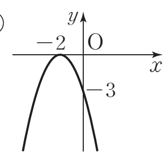
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.
❷ 꼭짓점의 좌표 (p, q)를 표시한다.
❸ $a>0$이면 아래로 볼록한 모양으로, $a<0$이면 위로 볼록한 모양으로 꺾어 준다.
❹ y축과의 교점의 좌표 $(0, c)$를 지나는 그래프를 그린다.

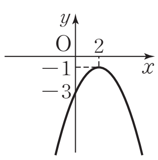
808 필수

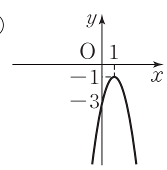
난이도 하

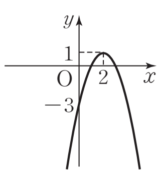
다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-3$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


③


④


⑤


답 ③

$y=-\frac{1}{2}x^2+2x-3=-\frac{1}{2}(x-2)^2-1$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 주어진 이차함수의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

809

난이도 중

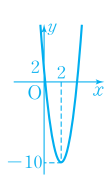
이차함수 $y=3x^2-12x+2$의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면을 구하여라.

답 제3사분면

$y=3x^2-12x+2=3(x-2)^2-10$

이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -10)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, 2)$이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.



810

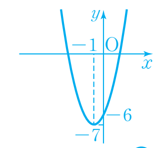
난이도 중

다음 이차함수 중 그 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y=2x^2+12x+19$
② $y=-2x^2-1$
③ $y=x^2+2x-6$
④ $y=-x^2+4x-2$
⑤ $y=x^2-4x+4$

답 ③

③ $y=x^2+2x-6=(x+1)^2-7$



811

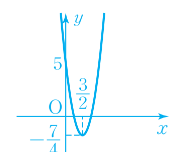
난이도 중

다음 이차함수 중 그 그래프가 제3사분면을 지나지 <u>않는</u> 것은?

① $y=-x^2+6x+6$
② $y=-2x^2-6x-3$
③ $y=3x^2-9x+5$
④ $y=\frac{1}{2}x^2-2x-4$
⑤ $y=\frac{1}{5}x^2+\frac{8}{5}x-\frac{4}{5}$

답 ③

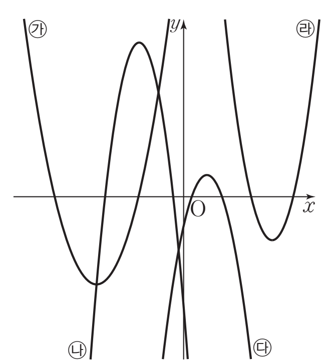
③ $y=3x^2-9x+5=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{4}$



812

난이도 중

아래 그림의 그래프와 다음 보기의 이차함수가 바르게 짝 지어진 것은?



보기

ㄱ. $y=x^2+8x+12$
ㄴ. $y=-2x^2+4x-1$
ㄷ. $y=2x^2-16x+30$
ㄹ. $y=-3x^2-12x-5$

① ㄱ, ㉮
② ㄱ, ㉱
③ ㄴ, ㉯
④ ㄷ, ㉮
⑤ ㄹ, ㉰

답 ①

ㄱ. $y=x^2+8x+12=(x+4)^2-4$이므로 그 그래프는 ㉮이다.
ㄴ. $y=-2x^2+4x-1=-2(x-1)^2+1$이므로 그 그래프는 ㉰이다.
ㄷ. $y=2x^2-16x+30=2(x-4)^2-2$이므로 그 그래프는 ㉱이다.
ㄹ. $y=-3x^2-12x-5=-3(x+2)^2+7$이므로 그 그래프는 ㉯이다.

중요한
유형 130 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표, 축의 방정식을 구할 때에는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.
(2) x축과의 교점의 x좌표를 구할 때에는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해를 구한다.
(3) 그래프가 지나는 사분면, 증가 · 감소하는 범위를 구할 때에는 이차함수의 그래프를 그린다.

813 필수
난이도 중

다음 중 이차함수 $y=-x^2+2x+3$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$이다.
② 모든 사분면을 지난다.
③ 축의 방정식은 $x=1$이다.
④ x축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0)$, $(3, 0)$이다.
⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ⑤
⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

814
난이도 중

다음 중 이차함수 $y=2x^2-12x+16$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 축의 방정식은 $x=-3$이다.
② y축과의 교점의 좌표는 $(0, 16)$이다.
③ 모든 사분면을 지난다.
④ 평행이동하면 $y=2x^2$의 그래프와 포개진다.
⑤ 함숫값의 범위는 $y\le-2$이다.

답 ②, ④
① 축의 방정식은 $x=3$이다.
③ 그래프가 제3사분면을 지나지 않는다.
⑤ 함숫값의 범위는 $y\ge-2$이다.

815
난이도 중

다음 중 이차함수 $y=-2x^2+8x-3$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 위로 볼록한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(2, 5)$이다.
③ y축과의 교점의 좌표는 $(0, -3)$이다.
④ $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
⑤ 제2사분면을 지나지 않는다.

답 ④
④ $|-2|>|-1|$이므로 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

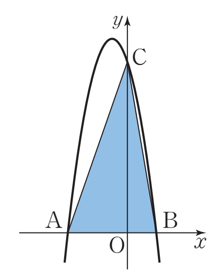
중요한
유형 131 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 넓이

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서
(1) 꼭짓점의 좌표는 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한 후 구한다.
(2) x축과의 교점의 좌표는 $y=ax^2+bx+c$에 $y=0$을 대입하여 구한다.
(3) y축과의 교점의 좌표는 $y=ax^2+bx+c$에 $x=0$을 대입하여 구한다.

풍쌤의 Point 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 도형의 넓이를 구할 때에는 꼭짓점 및 좌표축과의 교점을 구하는 것이 중요해.

816 필수
난이도 중

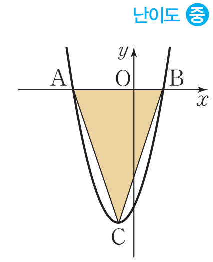
오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2-3x+18$의 그래프와 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고, y축과의 교점을 C라고 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



답 81
$y=-x^2-3x+18$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2-3x+18$, $(x+6)(x-3)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=3$
$\therefore$ A$(-6, 0)$, B$(3, 0)$
$y=-x^2-3x+18$에 $x=0$을 대입하면 $y=18$ $\therefore$ C$(0, 18)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times18=81$

817
난이도 중

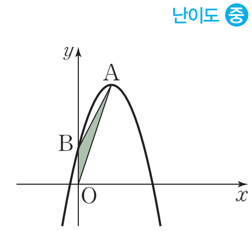
오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2+2x-8$의 그래프와 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고, 꼭짓점을 C라고 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.



답 27
$y=x^2+2x-8$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2+2x-8$, $(x+4)(x-2)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=2$
$\therefore$ A$(-4, 0)$, B$(2, 0)$
$y=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$이므로 C$(-1, -9)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

818
난이도 중

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+4x+2$의 그래프의 꼭짓점을 A, y축과의 교점을 B라고 할 때, △ABO의 넓이를 구하여라. (단, O는 원점이다.)

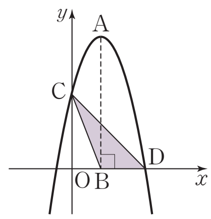


답 2
$y=-x^2+4x+2=-(x-2)^2+6$이므로 A$(2, 6)$
$y=-x^2+4x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$ $\therefore$ B$(0, 2)$
$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

819

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+4x+5$의 그래프의 꼭짓점을 A, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B, y축과의 교점을 C, x축의 양의 부분과의 교점을 D라고 할 때, △CBD의 넓이를 구하여라.



답 $\frac{15}{2}$

$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$이므로 $A(2, 9)$, $B(2, 0)$

$y=-x^2+4x+5$에 $x=0$을 대입하면 $y=5$ $\therefore C(0, 5)$

$y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+4x+5$, $(x+1)(x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

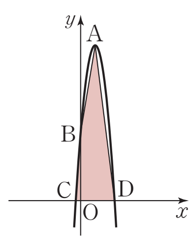
$\therefore D(5, 0)$

$\therefore \triangle CBD=\frac{1}{2}\times3\times5=\frac{15}{2}$

820

난이도 상

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-2x^2+12x+14$의 그래프의 꼭짓점을 A, y축과의 교점을 B, x축과의 교점을 각각 C, D라고 할 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



답 140

$y=-2x^2+12x+14=-2(x-3)^2+32$이므로

$A(3, 32)$

$y=-2x^2+12x+14$에 $x=0$을 대입하면 $y=14$ $\therefore B(0, 14)$

$y=-2x^2+12x+14$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+12x+14$, $(x+1)(x-7)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

$\therefore C(-1, 0)$, $D(7, 0)$

따라서 $\triangle BCO=\frac{1}{2}\times1\times14=7$, $\triangle ABO=\frac{1}{2}\times14\times3=21$,

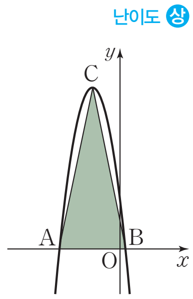
$\triangle AOD=\frac{1}{2}\times7\times32=112$이므로

$\square ABCD=\triangle BCO+\triangle ABO+\triangle AOD=7+21+112=140$

821 서술형

난이도 상

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2-6x+k$의 그래프와 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고, 꼭짓점을 C라고 하자. $\overline{AB}=8$일 때, △ABC의 넓이를 구하여라. (단, k는 상수이다.)



답 64

$y=-x^2-6x+k=-(x+3)^2+k+9$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이고, $\overline{AB}=8$이므로

$A(-7, 0)$, $B(1, 0)$ ◀30 %

$y=-x^2-6x+k$의 그래프가 점 $B(1, 0)$을 지나므로

$0=-1-6+k$ $\therefore k=7$ ◀30 %

따라서 $y=-(x+3)^2+7+9=-(x+3)^2+16$이므로 $C(-3, 16)$ ◀20 %

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times16=64$ ◀20 %

중요한

유형 132 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

(1) a의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정
① 아래로 볼록하면 $a>0$
② 위로 볼록하면 $a<0$

(2) b의 부호: 축의 위치에 따라 결정
① 축이 y축의 왼쪽에 위치하면 $ab>0$
② 축이 y축과 일치하면 $b=0$
③ 축이 y축의 오른쪽에 위치하면 $ab<0$

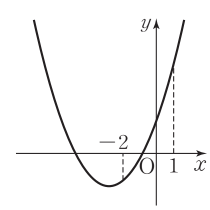
(3) c의 부호: y축과의 교점의 위치에 따라 결정
① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하면 $c>0$
② y축과의 교점이 원점과 일치하면 $c=0$
③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하면 $c<0$

풍쌤의 Point a의 부호는 그래프의 모양에 따라 결정되고, b의 부호는 축의 위치, c의 부호는 y축과의 교점의 위치에 따라 결정돼.

822 필수

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은? (단, a, b, c는 상수이다.)



① $ab<0$　② $ac>0$
③ $bc<0$　④ $a+b+c<0$
⑤ $4a-2b+c>0$

답 ②

$a>0$, $b>0$, $c>0$

① $ab>0$　② $ac>0$　③ $bc>0$

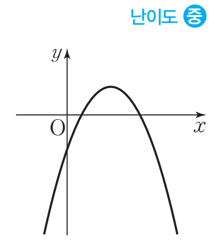
④ $x=1$일 때, $y=a+b+c>0$

⑤ $x=-2$일 때, $y=4a-2b+c<0$

823

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c의 부호는?



① $a>0$, $b>0$, $c>0$
② $a>0$, $b<0$, $c>0$
③ $a<0$, $b>0$, $c<0$
④ $a<0$, $b>0$, $c>0$
⑤ $a<0$, $b<0$, $c<0$

답 ③

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

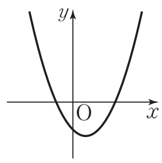
이때 $a<0$이므로 $b>0$

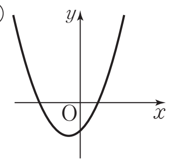
y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

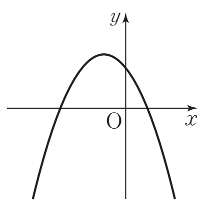
824

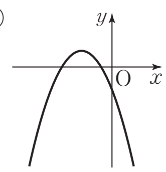
난이도 중

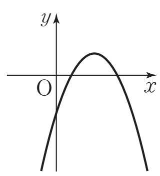
$a<0$, $b<0$, $c<0$일 때, 다음 중 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


③


④


⑤


답 ④

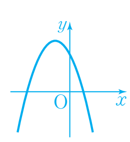
$a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.
$ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.
$c<0$이므로 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 위치한다.

825

난이도 중

$a<0$, $b>0$, $c<0$일 때, 이차함수 $y=ax^2-bx-c$의 그래프의 꼭짓점은 어느 사분면 위에 있는지 구하여라.

답 제2사분면

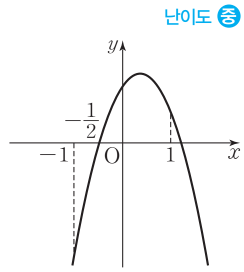


$a<0$, $b>0$, $c<0$에서 $a<0$, $-b<0$, $-c>0$
$a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.
$a\times(-b)>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.
$-c>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치한다.
따라서 $y=ax^2-bx-c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

826

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은? (단, a, b, c는 상수이다.)



① $ac>0$

② $\frac{c}{b}<0$

③ $a+b+c<0$

④ $a-b+c>0$

⑤ $a-2b+4c=0$

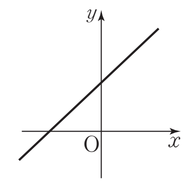
답 ⑤

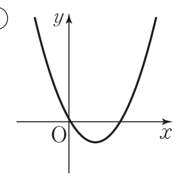
$a<0$, $b>0$, $c>0$
① $ac<0$ ② $\frac{c}{b}>0$
③ $x=1$일 때, $y=a+b+c>0$
④ $x=-1$일 때, $y=a-b+c<0$
⑤ $x=-\frac{1}{2}$일 때, $y=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c=0$ $\quad\therefore a-2b+4c=0$

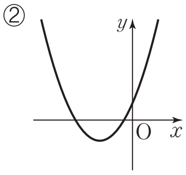
827

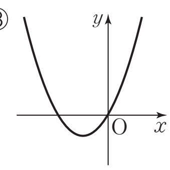
난이도 중

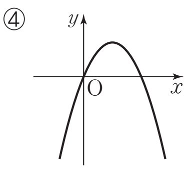
일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프로 알맞은 것은? 답 ③
(단, a, b는 상수이다.)

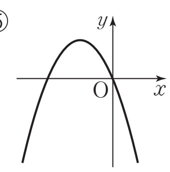


①


②


③


④


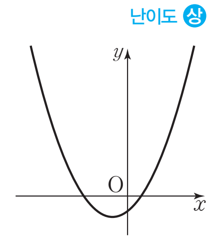
⑤


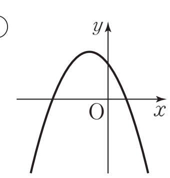
$a>0$, $b>0$이므로 $y=ax^2+bx$의 그래프에서 $a>0$이므로 그래프가 아래로 볼록하고 $ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.
$x=0$일 때, $y=0$이므로 y축과의 교점은 원점과 일치한다.

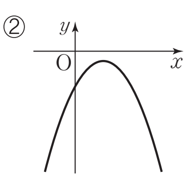
828

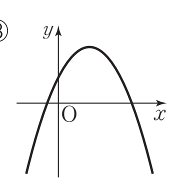
난이도 상

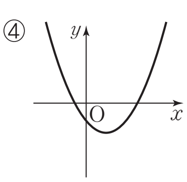
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y=cx^2+bx+a$의 그래프로 알맞은 것은? (단, a, b, c는 상수이다.) 답 ③

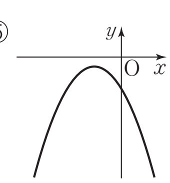


①


②


③


④


⑤


$a>0$, $b>0$, $c<0$이므로 $y=cx^2+bx+a$의 그래프에서
$c<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.
$bc<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치한다.
$a>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치한다.

만점에 도전하기

829

이차함수 $y=x^2-6kx+9k^2+6k+3$의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있을 때, 상수 k의 값의 범위를 구하여라.

답 $-\frac{1}{2}<k<0$

$y=x^2-6kx+9k^2+6k+3=(x-3k)^2+6k+3$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3k,\ 6k+3)$이고 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로
$3k<0,\ 6k+3>0$
$\therefore -\frac{1}{2}<k<0$

830 서술형

이차함수 $y=x^2+3x+2k+3$의 그래프가 제4사분면만을 지나지 않을 때, 상수 k의 값의 범위를 구하여라.

답 $-\frac{3}{2}\le k<-\frac{3}{8}$

$y=x^2+3x+2k+3=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+2k+\frac{3}{4}$

(i) 꼭짓점이 제3사분면 위에 있어야 하므로 $2k+\frac{3}{4}<0$

$\therefore k<-\frac{3}{8}$ ◀40 %

(ii) y축과 만나는 점의 y좌표가 0 이상이어야 하므로 $2k+3\ge 0$

$\therefore k\ge -\frac{3}{2}$ ◀40 %

$\therefore -\frac{3}{2}\le k<-\frac{3}{8}$ ◀20 %

831

다음 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

보기

ㄱ. $y=2x^2$	ㄴ. $y=\frac{2}{3}x^2+1$
ㄷ. $y=\frac{2}{3}(x+1)^2-4$	ㄹ. $y=-2(x-2)^2+3$
ㅁ. $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-3$	ㅂ. $y=-3x^2+12x-4$

① 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㅂ이다.
② 그래프가 위로 볼록한 것은 ㄹ, ㅁ, ㅂ이다.
③ 그래프의 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ㅁ이다.
④ ㅂ의 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다.
⑤ ㄴ을 평행이동하면 ㄷ과 포개어진다.

답 ④

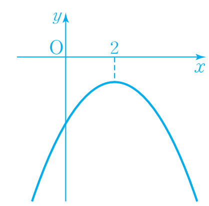
ㅁ. $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-3=-\frac{1}{2}(x+4)^2+5$
ㅂ. $y=-3x^2+12x-4=-3(x-2)^2+8$
④ ㅂ의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 8)$이므로 꼭짓점은 제1사분면 위에 있다.

832

이차함수 $y=-2x^2+8x+k$의 그래프가 x축과 만나지 않도록 하는 상수 k의 값의 범위를 구하여라.

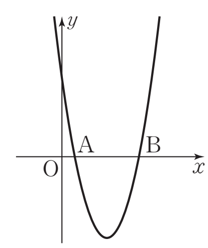
답 $k<-8$

$y=-2x^2+8x+k=-2(x-2)^2+k+8$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ k+8)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.
즉, 꼭짓점의 y좌표가 0보다 작아야 하므로
$k+8<0 \qquad \therefore k<-8$



833

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=2x^2-14x+k$의 그래프와 x축과의 교점을 각각 A, B라고 하자. $\overline{AB}=5$일 때, 상수 k의 값을 구하여라.



답 12

$y=2x^2-14x+k=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+k-\frac{49}{2}$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{7}{2}$이고, $\overline{AB}=5$이므로
$A\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{2},\ 0\right),\ B\left(\frac{7}{2}+\frac{5}{2},\ 0\right)$
$\therefore A(1,\ 0),\ B(6,\ 0)$
$y=2x^2-14x+k$의 그래프가 점 $A(1,\ 0)$을 지나므로
$0=2-14+k \qquad \therefore k=12$

834

두 이차함수 $y=3x^2+6x-3k+6$, $y=-\frac{1}{2}x^2+4x+k-3$의 그래프의 꼭짓점을 지나는 직선이 x축에 평행할 때, 상수 k의 값을 구하여라.

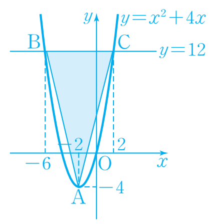
답 $-\frac{1}{2}$

$y=3x^2+6x-3k+6=3(x+1)^2-3k+3$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -3k+3)$이다.
$y=-\frac{1}{2}x^2+4x+k-3=-\frac{1}{2}(x-4)^2+k+5$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ k+5)$이다.
두 그래프의 꼭짓점을 지나는 직선이 x축에 평행하므로 두 꼭짓점의 y좌표는 같아야 한다.
즉, $-3k+3=k+5$이므로
$-4k=2 \qquad \therefore k=-\frac{1}{2}$

835

이차함수 $y=x^2+4x$의 그래프의 꼭짓점을 A라 하고, 이 그래프와 직선 $y=12$와의 교점을 각각 B, C라고 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.

답 64



$y=x^2+4x=(x+2)^2-4$이므로 $A(-2,\ -4)$

$y=x^2+4x$에 $y=12$를 대입하면

$12=x^2+4x$, $(x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$

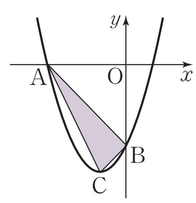
$\therefore B(-6,\ 12)$, $C(2,\ 12)$

따라서 $\overline{BC}=2-(-6)=8$이므로

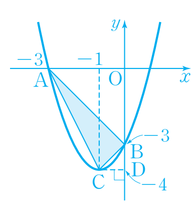
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 16=64$

836

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2+2x-3$의 그래프와 x축의 음의 부분과의 교점을 A, y축과의 교점을 B, 꼭짓점을 C라고 할 때, △ACB의 넓이를 구하여라.



답 3



$A(-3,\ 0)$, $B(0,\ -3)$, $C(-1,\ -4)$이고 점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 D라고 하면 $D(0,\ -4)$

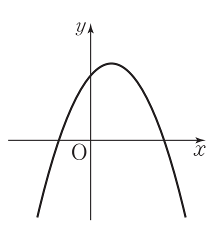
$\therefore \triangle ACB$

$=\square ACDO-\triangle ABO-\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times(3+1)\times 4-\frac{1}{2}\times 3\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 1=3$

837

이차함수 $y=ax^2-bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y=-cx^2+bx-a$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 위로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점이 제2사분면 위에 있다.

③ 모든 사분면을 지난다.

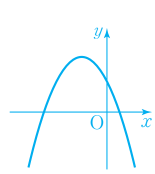
④ 축의 방정식을 $x=p$라고 하면 $x>p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ 축의 방정식을 $x=p$라고 하면 $p>0$이다.

답 ⑤

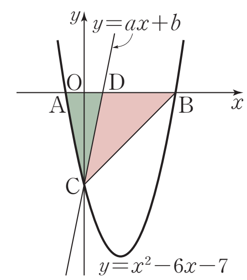
$a<0$, $b<0$, $c>0$에서 $-c<0$, $b<0$, $-a>0$이다.

⑤ $y=-cx^2+bx-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 축의 방정식을 $x=p$라고 하면 $p<0$이다.



838

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2-6x-7$의 그래프와 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고, y축과의 교점을 C라고 하자. 점 C를 지나는 일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 x축과의 교점을 D라고 할 때, △ACD와 △DCB의 넓이의 비가 $1:3$이 되도록 하는 상수 a, b의 값을 구하여라.



답 $a=7$, $b=-7$

$A(-1,\ 0)$, $B(7,\ 0)$, $C(0,\ -7)$이고 △ACD와 △DCB의 넓이의 비가 $1:3$이 되려면 $\overline{AD}:\overline{DB}=1:3$이어야 하므로 $D(1,\ 0)$이어야 한다.

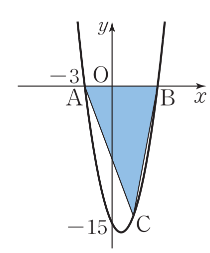
따라서 두 점 $C(0,\ -7)$, $D(1,\ 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{0-(-7)}{1-0}x-7$, 즉 $y=7x-7$이므로 $a=7$, $b=-7$

839

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 x축 위의 두 점 A, B를 지나고 점 C는 그래프 위에서 두 점 A, B 사이를 움직이고 있다. 점 A의 x좌표는 -3이고 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 -15일 때, △ABC의 넓이가 32가 되도록 하는 점 C의 x좌표를 모두 구하여라.

(단, a, b는 상수이다.)



답 $1\pm2\sqrt{2}$

$y=x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0,\ -15)$를 지나므로 $b=-15$

$y=x^2+ax-15$의 그래프가 점 $A(-3,\ 0)$을 지나므로 $a=-2$

따라서 $y=x^2-2x-15$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-2x-15$, $(x+3)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

즉, $B(5,\ 0)$이므로 $\overline{AB}=5-(-3)=8$

점 C의 좌표를 $C(t,\ t^2-2t-15)$라고 하면 △ABC의 넓이가 32가 되어야 하므로

$\frac{1}{2}\times 8\times\{-(t^2-2t-15)\}=32$, $t^2-2t-7=0$ $\quad\therefore t=1\pm2\sqrt{2}$

840

$a+b<0$, $ab>0$일 때, 이차함수 $y=ax^2+bx+a^2b$의 그래프가 항상 지나지 <u>않는</u> 사분면을 구하여라.

답 제1사분면

$a+b<0$, $ab>0$이므로 $a<0$, $b<0$

$a<0$, $b<0$에서 $a<0$, $b<0$, $a^2b<0$이므로

$y=ax^2+bx+a^2b$의 그래프에서

$a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다.

$ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$a^2b<0$이므로 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 위치한다.

따라서 $y=ax^2+bx+a^2b$의 그래프가 항상 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다.

3 이차함수의 활용

01 이차함수의 식 구하기

(1) **꼭짓점의 좌표가 (p, q)이고, 다른 한 점을 지날 때**
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q\ (a\neq0)$로 놓는다.
❷ ❶의 식에 다른 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

(2) **축의 방정식이 $x=p$이고, 서로 다른 두 점을 지날 때**
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q\ (a\neq0)$로 놓는다.
❷ ❶의 식에 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, q의 값을 구한다.

(3) **y축과 $(0, k)$에서 만나고, 그래프 위의 다른 두 점을 지날 때**
❶ 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+k\ (a\neq0)$로 놓는다.
❷ ❶의 식에 다른 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

(4) **x축과 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$에서 만나고, 그래프 위의 다른 한 점을 지날 때**
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)\ (a\neq0)$로 놓는다.
❷ ❶의 식에 주어진 다른 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

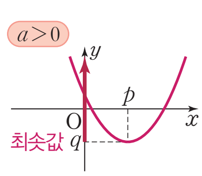
+ 주어진 꼭짓점의 좌표에 따라 이차함수의 식을 다음과 같이 놓으면 편리하다.

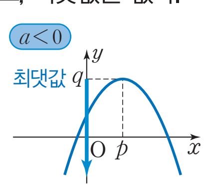
꼭짓점	이차함수의 식
$(0, 0)$	$y=ax^2$
$(0, q)$	$y=ax^2+q$
$(p, 0)$	$y=a(x-p)^2$
(p, q)	$y=a(x-p)^2+q$

02 이차함수의 최댓값과 최솟값

(1) **함수의 최댓값과 최솟값**
① 최댓값: 어떤 함수의 함숫값 중에서 가장 큰 값
② 최솟값: 어떤 함수의 함숫값 중에서 가장 작은 값

(2) **이차함수의 최댓값과 최솟값**
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서
① $a>0$이면 $x=p$일 때 최솟값은 q이고, 최댓값은 없다.
② $a<0$이면 $x=p$일 때 최댓값은 q이고, 최솟값은 없다.





+ 최솟값이 q일 때 y의 값의 범위는 $y\geq q$이고, 최댓값이 q일 때 y의 값의 범위는 $y\leq q$이다.

03 이차함수의 활용

이차함수의 최댓값 또는 최솟값에 대한 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

❶ 변수 정하기 ⇨ 문제의 뜻을 파악하고 두 변수 x, y를 정한다.
❷ 이차함수의 식 세우기 ⇨ 두 변수 x, y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.
❸ 답 구하기 ⇨ 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.
❹ 확인하기 ⇨ 구한 답이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

+ 주어진 변량에서 먼저 변하는 양을 x로 놓고 그에 따라 변하는 양을 y로 놓는다.

+ 시간, 길이, 높이 등은 양수이어야 한다.

개념 확인하기

01 이차함수의 식 구하기

841
다음을 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내어라.

(1) 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이고, 점 $(-1,\ -1)$을 지나는 포물선

(2) 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -4)$이고, 점 $(3,\ 4)$를 지나는 포물선

답 (1) $y=-4(x+2)^2+3$ (2) $y=2(x-1)^2-4$

842
다음을 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내어라.

(1) 축의 방정식이 $x=2$이고, 두 점 $(-1,\ -6)$, $(3,\ 2)$를 지나는 포물선

(2) 축의 방정식이 $x=-1$이고, 두 점 $(-3,\ 10)$, $(0,\ 1)$을 지나는 포물선

답 (1) $y=-(x-2)^2+3$ (2) $y=3(x+1)^2-2$

843
다음을 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내어라.

(1) y축과 점 $(0,\ 0)$에서 만나고, 두 점 $(1,\ 1)$, $(2,\ 8)$을 지나는 포물선

(2) y축과 점 $(0,\ 1)$에서 만나고, 두 점 $(1,\ 6)$, $(-1,\ 0)$을 지나는 포물선

답 (1) $y=3x^2-2x$ (2) $y=2x^2+3x+1$

844
다음을 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내어라.

(1) x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만나고, 점 $(0,\ -6)$을 지나는 포물선

(2) x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나고, 점 $(4,\ 14)$를 지나는 포물선

답 (1) $y=3x^2-3x-6$ (2) $y=2x^2-18$

02 이차함수의 최댓값과 최솟값

845
다음 이차함수의 최솟값과 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=x^2+4$ (2) $y=4(x+2)^2$

(3) $y=5(x-1)^2-3$

답 (1) 최솟값: 4, $x=0$ (2) 최솟값: 0, $x=-2$ (3) 최솟값: -3, $x=1$

846
다음 이차함수의 최댓값과 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=-2x^2-6$ (2) $y=-3(x-4)^2$

(3) $y=-(x+2)^2+5$

답 (1) 최댓값: -6, $x=0$ (2) 최댓값: 0, $x=4$ (3) 최댓값: 5, $x=-2$

847
다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하여라.

(1) $y=x^2+6x-2$ (2) $y=-x^2-4x+1$

(3) $y=3x^2+12x+12$ (4) $y=-2x^2-4x-2$

답 (1) 최솟값: -11 (2) 최댓값: 5 (3) 최솟값: 0 (4) 최댓값: 0

03 이차함수의 활용

848
합이 16인 두 수 중에서 그 곱이 최대가 되는 두 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 수 중 한 수를 x라 하고, 두 수의 곱을 y라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 두 수의 곱의 최댓값을 구하여라.

(3) 곱이 최대일 때의 두 수를 구하여라.

답 (1) $y=-x^2+16x$ (2) 64 (3) $8,\ 8$

필수유형 다지기

중요한

유형 133 이차함수의 식 구하기 (1)
– 꼭짓점과 다른 한 점이 주어질 때

> **풍쌤의 Point** 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$인 이차함수의 식을 구하려면 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고 이 식에 다른 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구하면 돼.

849 필수

난이도 중

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이고, y축과 만나는 점의 y좌표가 9인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라고 할 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.

답 3

$y=a(x-2)^2+1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 9)$를 지나므로
$9=4a+1$ $\quad\therefore a=2$
따라서 $y=2(x-2)^2+1=2x^2-8x+9$이므로 $b=-8$, $c=9$
$\therefore a+b+c=2+(-8)+9=3$

850

난이도 중

꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 2)$이고, 점 $(-2,\ 4)$를 지나는 이차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는?

① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50

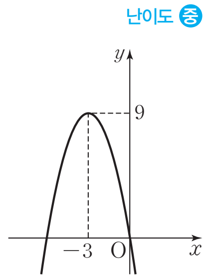
답 ②

$y=a(x+3)^2+2$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-2,\ 4)$를 지나므로
$4=a+2$ $\quad\therefore a=2$
따라서 $y=2(x+3)^2+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=20$
즉, y축과 만나는 점의 y좌표는 20이다.

851

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.



답 −7

$y=a(x+3)^2+9$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로
$0=9a+9$ $\quad\therefore a=-1$
따라서 $y=-(x+3)^2+9=-x^2-6x$이므로
$b=-6$, $c=0$
$\therefore a+b-c=-1+(-6)-0=-7$

852 서술형

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2-6$의 그래프와 꼭짓점이 같고, 점 $(2,\ 6)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라고 할 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a-b-c$의 값을 구하여라.

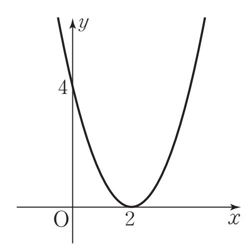
답 9

$y=-2x^2-6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -6)$ ◀30 %
$y=ax^2-6$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(2,\ 6)$을 지나므로
$6=4a-6$ $\quad\therefore a=3$
따라서 $y=3x^2-6$이므로 $b=0$, $c=-6$ ◀50 %
$\therefore a-b-c=3-0-(-6)=9$ ◀20 %

853

난이도 중

오른쪽 그림과 같은 이차함수의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지날 때, k의 값은?



① 5 ② 6
③ 7 ④ 8
⑤ 9

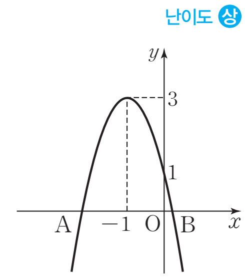
답 ⑤

$y=a(x-2)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로
$4=4a$ $\quad\therefore a=1$
따라서 $y=(x-2)^2$의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로
$k=(-1-2)^2=9$

854

난이도 상

오른쪽 그림과 같은 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라고 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구하여라.



답 $\sqrt{6}$

$y=a(x+1)^2+3$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=a+3$ $\quad\therefore a=-2$
따라서 $y=-2(x+1)^2+3=-2x^2-4x+1$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x^2-4x+1$, $2x^2+4x-1=0$
$\therefore x=\dfrac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$
따라서 $\mathrm{A}\left(\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2},\ 0\right)$, $\mathrm{B}\left(\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2},\ 0\right)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}-\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

유형 134 이차함수의 식 구하기 (2) – 축의 방정식과 두 점이 주어질 때

풍쌤의 Point 축의 방정식이 $x=p$인 이차함수의 식을 구하려면 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고 이 식에 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, q의 값을 구하면 돼.

855 필수

난이도 중

직선 $x=-1$을 축으로 하고, 두 점 $(1, -4)$, $(3, 8)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라고 할 때, 상수 a, b, c에 대하여 abc의 값을 구하여라.

답 -14

$y=a(x+1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(1, -4)$, $(3, 8)$을 지나므로

$-4=4a+q$, $8=16a+q$ $\quad\therefore a=1$, $q=-8$

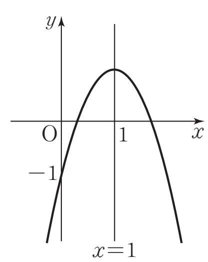
따라서 $y=(x+1)^2-8=x^2+2x-7$이므로 $b=2$, $c=-7$

$\therefore abc=1\times2\times(-7)=-14$

856

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-2x^2+ax+b$의 그래프가 직선 $x=1$을 축으로 하고, y축과 만나는 점의 y좌표가 -1일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값은?



① -5　② -4　③ -3　④ -2　⑤ -1

답 ②

$y=-2x^2+ax+b$를 $y=-2(x-1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=-2+q$ $\quad\therefore q=1$

따라서 $y=-2(x-1)^2+1=-2x^2+4x-1$이므로 $a=4$, $b=-1$

$\therefore ab=4\times(-1)=-4$

857

난이도 중

직선 $x=-4$를 축으로 하고, 두 점 $(-2, 2)$, $(2, 18)$을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-4, -2)$　② $(-4, -1)$　③ $(-4, 0)$　④ $(-4, 1)$　⑤ $(-4, 2)$

답 ③

$y=a(x+4)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-2, 2)$, $(2, 18)$을 지나므로

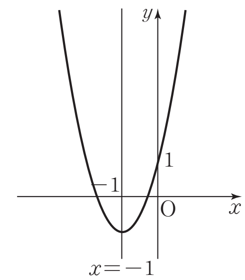
$2=4a+q$, $18=36a+q$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$, $q=0$

따라서 $y=\frac{1}{2}(x+4)^2$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 0)$이다.

858

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 직선 $x=-1$을 축으로 하는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하면 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 완전히 포개어진다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.



답 7

축의 방정식이 $x=-1$이고 평행이동하면 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 완전히 포개어지므로 이차함수의 식을 $y=2(x+1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=2+q$ $\quad\therefore q=-1$

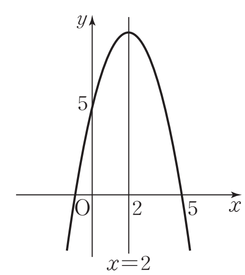
따라서 $y=2(x+1)^2-1=2x^2+4x+1$이므로 $a=2$, $b=4$, $c=1$

$\therefore a+b+c=2+4+1=7$

859

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 직선 $x=2$를 축으로 할 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.



답 -2

$y=a(x-2)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(5, 0)$을 지나므로

$5=4a+q$, $0=9a+q$ $\quad\therefore a=-1$, $q=9$

따라서 $y=-(x-2)^2+9=-x^2+4x+5$이므로 $b=4$, $c=5$

$\therefore a+b-c=-1+4-5=-2$

860 서술형

난이도 중

직선 $x=1$을 축으로 하고, 두 점 $(0, -1)$, $(3, 2)$를 지나는 이차함수의 그래프가 점 $(-2, k)$를 지날 때, k의 값을 구하여라.

답 7

$y=a(x-1)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(0, -1)$, $(3, 2)$를 지나므로

$-1=a+q$, $2=4a+q$ $\quad\therefore a=1$, $q=-2$

$\therefore y=(x-1)^2-2$ ◀70 %

따라서 $y=(x-1)^2-2$의 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로

$k=(-2-1)^2-2=7$ ◀30 %

유형 135 이차함수의 식 구하기 (3) – y절편과 두 점이 주어질 때

풍쌤의 Point y축과의 교점이 $(0,\ k)$인 이차함수의 식을 구하려면 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+k$로 놓고 이 식에 다른 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구하면 돼.

861 필수

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 세 점 $(0,\ -1)$, $(-2,\ 3)$, $(1,\ -6)$을 지날 때, 상수 a, b, c에 대하여 abc의 값은?

① -12　② -10　③ -8　④ -6　⑤ -4

답 ⑤
$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로 $c=-1$
$y=ax^2+bx-1$의 그래프가 두 점 $(-2,\ 3)$, $(1,\ -6)$을 지나므로
$3=4a-2b-1$, $-6=a+b-1$　$\therefore a=-1$, $b=-4$
$\therefore abc=(-1)\times(-4)\times(-1)=-4$

862

난이도 중

세 점 $(0,\ 5)$, $(2,\ 3)$, $(4,\ 5)$를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

답 $(2,\ 3)$
$y=ax^2+bx+5$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(2,\ 3)$, $(4,\ 5)$를 지나므로
$3=4a+2b+5$, $5=16a+4b+5$　$\therefore a=\frac{1}{2}$, $b=-2$
따라서 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+5=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$이다.

863 서술형

난이도 중

세 점 $(0,\ -3)$, $(-2,\ 5)$, $(1,\ -4)$를 지나는 이차함수의 그래프가 x축과 두 점에서 만날 때, 이 두 점의 x좌표의 합을 구하여라.

답 2
$y=ax^2+bx-3$으로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-2,\ 5)$, $(1,\ -4)$를 지나므로
$5=4a-2b-3$, $-4=a+b-3$　$\therefore a=1$, $b=-2$
$\therefore y=x^2-2x-3$　◀40 %
따라서 $y=x^2-2x-3$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-2x-3$, $(x+1)(x-3)=0$　$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$　◀40 %
따라서 x좌표의 합은 $-1+3=2$　◀20 %

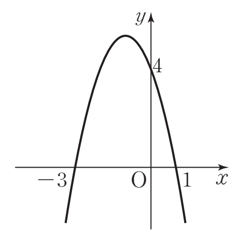
유형 136 이차함수의 식 구하기 (4) – x절편과 한 점이 주어질 때

풍쌤의 Point x축과의 두 교점이 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$인 이차함수의 식을 구하려면 이차함수의 식을 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓고 이 식에 다른 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구하면 돼.

864 필수

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c에 대하여 $\frac{b}{a-c}$의 값은?



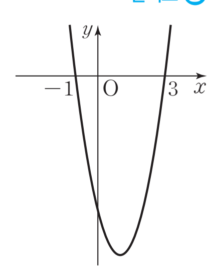
① $-\frac{8}{3}$　② $-\frac{4}{3}$　③ $-\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{4}{3}$

답 ④
$y=a(x+3)(x-1)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $a=-\frac{4}{3}$
따라서 $y=-\frac{4}{3}(x+3)(x-1)=-\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+4$이므로 $b=-\frac{8}{3}$, $c=4$
$\therefore \frac{b}{a-c}=\frac{1}{2}$

865

난이도 중

이차함수 $y=2x^2+ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?



① -13　② -12　③ -11　④ -10　⑤ -9

답 ④
$y=2x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로
$y=2(x+1)(x-3)=2x^2-4x-6$
$\therefore a=-4$, $b=-6$
$\therefore a+b=-4+(-6)=-10$

866

난이도 중

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{2},\ -4\right)$　② $\left(1,\ -\frac{9}{2}\right)$　③ $(1,\ -2)$　④ $(2,\ -5)$　⑤ $(2,\ -3)$

답 ②
$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+2)(x-4)=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{9}{2}$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(1,\ -\frac{9}{2}\right)$이다.

867

난이도 중

x축과 두 점 $(-5, 0)$, $(-2, 0)$에서 만나고, 점 $(-3, 2)$를 지나는 이차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는?

① -11 ② -10 ③ -9
④ -8 ⑤ -7

답 ②

$y=a(x+5)(x+2)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로
$2=-2a$ $\therefore a=-1$
따라서 $y=-(x+5)(x+2)$에 $x=0$을 대입하면 $y=-10$
즉, y축과 만나는 점의 y좌표는 -10이다.

868

난이도 중

x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(2, 0)$에서 만나고, 점 $(-1, 6)$을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q)일 때, $p+q$의 값을 구하여라.

답 $\frac{23}{4}$

$y=a(x+3)(x-2)$로 놓으면 이 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로
$6=-6a$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+3)(x-2)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$이므로 $p=-\frac{1}{2}$, $q=\frac{25}{4}$
$\therefore p+q=-\frac{1}{2}+\frac{25}{4}=\frac{23}{4}$

869 서술형

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만나고, 이 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=-2x+7$ 위에 있다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $\frac{c}{ab}$의 값을 구하여라.

답 4

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로
$y=a(x+4)(x-2)=a(x+1)^2-9a$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -9a)$ ◀30 %
이 점이 직선 $y=-2x+7$ 위에 있으므로
$-9a=2+7$ $\therefore a=-1$ ◀20 %
따라서 $y=-(x+4)(x-2)=-x^2-2x+8$이므로 $b=-2$, $c=8$ ◀30 %
$\therefore \frac{c}{ab}=\frac{8}{(-1)\times(-2)}=4$ ◀20 %

유형 137 이차함수의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형했을 때
(1) $a>0$이면 $x=p$일 때 최솟값 q를 갖는다.
(2) $a<0$이면 $x=p$일 때 최댓값 q를 갖는다.

풍쌤의 Point 이차함수의 최댓값과 최솟값은 꼭짓점의 y좌표야.

870 필수

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2+16x-15$의 최댓값을 M, 이차함수 $y=3x^2+12x+8$의 최솟값을 m이라고 할 때, $M-m$의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

답 ①

$y=-2x^2+16x-15=-2(x-4)^2+17$
$x=4$일 때 최댓값 17을 가지므로 $M=17$
$y=3x^2+12x+8=3(x+2)^2-4$
$x=-2$일 때 최솟값 -4를 가지므로 $m=-4$
$\therefore M-m=17-(-4)=21$

871

난이도 하

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+2$가 $x=p$일 때 최솟값 q를 갖는다. 이때 $p+q$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ①

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+2=\frac{1}{2}(x-4)^2-6$
따라서 $x=4$일 때 최솟값 -6을 가지므로
$p=4$, $q=-6$
$\therefore p+q=4+(-6)=-2$

872

난이도 하

이차함수 $y=-3(x+2)(x-4)$의 최댓값은?

① 21 ② 24 ③ 27
④ 30 ⑤ 33

답 ③

$y=-3(x+2)(x-4)=-3x^2+6x+24=-3(x-1)^2+27$
따라서 $x=1$일 때 최댓값 27을 갖는다.

873

난이도 중

다음 이차함수 중 최솟값이 가장 작은 것은?

① $y=4(x-1)^2$　　② $y=5x^2+10$
③ $y=x^2+4x-8$　　④ $y=3x^2-12x-8$
⑤ $y=2x^2+12x-10$

답 ⑤
① 최솟값은 0이다.
② 최솟값은 10이다.
③ $y=x^2+4x-8=(x+2)^2-12$이므로 최솟값은 -12이다.
④ $y=3x^2-12x-8=3(x-2)^2-20$이므로 최솟값은 -20이다.
⑤ $y=2x^2+12x-10=2(x+3)^2-28$이므로 최솟값은 -28이다.

874

난이도 중

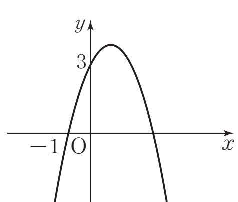
이차함수 $y=ax^2-2x-3$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지날 때, 이 이차함수의 최솟값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 -4
$y=ax^2-2x-3$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로
$0=9a-6-3$　　$\therefore a=1$
따라서 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$이므로
$x=1$일 때 최솟값 -4를 갖는다.

875

난이도 중

이차함수 $y=ax^2+2x+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 이 이차함수의 최댓값을 c라고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)



답 6
$y=ax^2+2x+b$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지나므로 $0=a-2+b$, $3=b$　　$\therefore a=-1,\ b=3$
따라서 $y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$이므로
$x=1$일 때 최댓값 4를 갖는다.　　$\therefore c=4$
$\therefore a+b+c=-1+3+4=6$

876

난이도 상

이차함수 $y=2x^2-12x+3k+2$의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y=3x-2$ 위에 있을 때, 이 이차함수의 최솟값을 구하여라. (단, k는 상수이다.)

답 7
$y=2x^2-12x+3k+2=2(x-3)^2+3k-16$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 3k-16)$
이 점이 직선 $y=3x-2$ 위에 있으므로
$3k-16=9-2$　　$\therefore k=\frac{23}{3}$
따라서 $y=2(x-3)^2+7$이므로 최솟값은 7이다.

중요한

유형 138 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 미지수의 값 구하기 (1)

풍쌤의 Point 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 주어지면 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한 후 최댓값 또는 최솟값이 q임을 이용해.

877 필수

난이도 중

이차함수 $y=x^2-2ax+a^2-a$의 최솟값이 3일 때, 이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 $(-3,\ 3)$
$y=x^2-2ax+a^2-a=(x-a)^2-a$
이 이차함수의 최솟값이 3이므로
$-a=3$　　$\therefore a=-3$
따라서 $y=(x+3)^2+3$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 3)$이다.

878 서술형

난이도 중

이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2+2x+a-3$의 최댓값이 5이다. 이 이차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표를 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, a는 상수이다.)

답 5
$y=-\frac{1}{4}x^2+2x+a-3=-\frac{1}{4}(x-4)^2+a+1$
이 이차함수의 최댓값이 5이므로
$a+1=5$　　$\therefore a=4$　　◀50 %
따라서 $y=-\frac{1}{4}x^2+2x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$
$\therefore b=1$　　◀30 %
$\therefore a+b=4+1=5$　　◀20 %

879

난이도 상

이차함수 $y=x^2+2x+6a-b$의 최솟값이 6, 이차함수 $y=-x^2+6x+a+b$의 최댓값이 16일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하여라.

답 10
$y=x^2+2x+6a-b=(x+1)^2+6a-b-1$
이 이차함수의 최솟값이 6이므로
$6a-b-1=6$　　$\therefore 6a-b=7$　　…… ㉠
$y=-x^2+6x+a+b=-(x-3)^2+a+b+9$
이 이차함수의 최댓값이 16이므로
$a+b+9=16$　　$\therefore a+b=7$　　…… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=5$
$\therefore ab=2\times5=10$

중요한 유형 139 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 미지수의 값 구하기 (2)

풍쌤의 Point $x=p$일 때 최댓값 또는 최솟값 q를 갖는 이차함수의 식을 구하려면 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고 다른 조건을 이용하여 a의 값을 구하면 돼.

880 필수

난이도 중

이차함수 $y=-x^2+ax+b$가 $x=3$일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}$을 갖는다. 이때 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라. 답 $-\frac{7}{2}$

$y=-x^2+ax+b$가 $x=3$일 때 최댓값 $-\frac{1}{2}$을 가지므로

$y=-(x-3)^2-\frac{1}{2}=-x^2+6x-\frac{19}{2}$

따라서 $a=6$, $b=-\frac{19}{2}$이므로 $a+b=6+\left(-\frac{19}{2}\right)=-\frac{7}{2}$

881 서술형

난이도 중

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, $x=1$일 때 최댓값 2를 갖는 이차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표를 구하여라. 답 $\frac{3}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지고, $x=1$일 때 최댓값 2를 가지므로 $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}$ ◀70 %

이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}$

따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 $\frac{3}{2}$이다. ◀30 %

882

난이도 중

이차함수 $y=-2x^2-4(a+1)x+3$이 $x=2$일 때 최댓값 k를 갖는다. 이때 $k-a$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

답 ④

$y=-2x^2-4(a+1)x+3$이 $x=2$일 때 최댓값 k를 가지므로

$y=-2(x-2)^2+k=-2x^2+8x+k-8$

따라서 $-4(a+1)=8$, $3=k-8$이므로 $a=-3$, $k=11$

$\therefore k-a=11-(-3)=14$

883

난이도 상

축의 방정식이 $x=3$이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -18이다. 이 이차함수의 그래프가 점 $(1, k)$를 지날 때, k의 값을 구하여라.

답 -10

축의 방정식이 $x=3$이고, 최솟값이 -18이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-18$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=9a-18$ $\therefore a=2$

따라서 $y=2(x-3)^2-18$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로

$k=2\times(1-3)^2-18=-10$

어려운 유형 140 최댓값의 최솟값 또는 최솟값의 최댓값

주어진 이차함수를 $y=a(x-k)^2+q$의 꼴로 변형한 후 q의 최솟값 또는 최댓값을 구한다.

풍쌤의 Point 주어진 이차함수의 식을 변형하여 구한 q를 다시 완전제곱을 포함한 꼴로 변형하여 최댓값 또는 최솟값을 구하면 돼.

884 필수

난이도 상

이차함수 $y=-x^2+2ax+2a$의 최댓값을 M이라고 할 때, M의 최솟값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{4}$

답 ②

$y=-x^2+2ax+2a=-(x-a)^2+a^2+2a$

이 이차함수의 최댓값이 M이므로

$M=a^2+2a=(a+1)^2-1$

따라서 M은 $a=-1$일 때 최솟값 -1을 갖는다.

885

난이도 상

이차함수 $y=x^2-4ax-8a-6$의 최솟값을 m이라고 할 때, m의 최댓값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

답 ①

$y=x^2-4ax-8a-6=(x-2a)^2-4a^2-8a-6$

이 이차함수의 최솟값이 m이므로

$m=-4a^2-8a-6=-4(a+1)^2-2$

따라서 m은 $a=-1$일 때 최댓값 -2를 갖는다.

886 서술형

난이도 상

이차함수 $y=2x^2-4kx+4k-1$의 최솟값을 $f(k)$라고 할 때, $f(k)$의 최댓값과 그때의 상수 k의 값을 차례대로 구하여라.

답 1, 1

$y=2x^2-4kx+4k-1=2(x-k)^2-2k^2+4k-1$ ◀30 %

이 이차함수의 최솟값이 $-2k^2+4k-1$이므로 ◀50 %

$f(k)=-2k^2+4k-1=-2(k-1)^2+1$

따라서 $f(k)$는 $k=1$일 때 최댓값 1을 갖는다. ◀20 %

필수유형 다지기

중요한

유형 141 이차함수의 활용 – 합 또는 차가 일정한 두 수의 곱

(1) 합이 a인 두 수의 곱의 최댓값을 구하는 경우
⇨ 두 수를 x, $a-x$, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(a-x)$
(2) 차가 a인 두 수의 곱의 최솟값을 구하는 경우
⇨ 두 수를 x, $x+a$, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+a)$

887 필수

난이도 중

합이 20인 두 수의 곱의 최댓값은?

① 91 ② 96 ③ 99
④ 100 ⑤ 105

답 ④
두 수를 x, $20-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(20-x)=-x^2+20x=-(x-10)^2+100$
따라서 두 수의 곱의 최댓값은 100이다.

888

난이도 중

차가 16인 두 수의 곱의 최솟값은?

① -64 ② -48 ③ -40
④ -32 ⑤ -30

답 ①
두 수를 x, $x+16$이라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+16)=x^2+16x=(x+8)^2-64$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -64이다.

889

난이도 중

합이 24인 두 수의 곱의 최댓값을 a, 차가 10인 두 수의 곱의 최솟값을 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

답 119
합이 24인 두 수를 x, $24-x$라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(24-x)=-x^2+24x=-(x-12)^2+144$
따라서 두 수의 곱의 최댓값은 144이므로 $a=144$
차가 10인 두 수를 x, $x+10$이라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+10)=x^2+10x=(x+5)^2-25$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -25이므로 $b=-25$
$\therefore a+b=144+(-25)=119$

중요한

유형 142 이차함수의 활용 – 삼각형, 직사각형의 넓이

풍쌤의 Point 평면도형의 성질과 넓이를 구하는 공식을 이용하여 도형의 넓이를 길이에 대한 이차함수로 나타내면 돼.

890 필수

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 길이가 20 m인 철망으로 직사각형 모양의 닭장을 만들려고 한다. 이때 닭장의 넓이가 최대가 되도록 하는 x의 값은? (단, 담벽에는 철망을 치지 않고, 철망의 두께는 생각하지 않는다.)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

답 ③
닭장의 가로의 길이는 $(20-2x)$ m이므로 닭장의 넓이를 y m²라고 하면
$y=x(20-2x)=-2x^2+20x=-2(x-5)^2+50$
따라서 $x=5$일 때 닭장의 넓이가 최대가 된다.

891

난이도 중

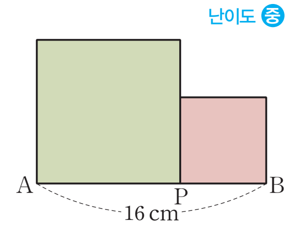
길이가 60 cm인 끈으로 직사각형을 만들려고 할 때, 직사각형의 최대 넓이를 구하여라.

답 225 cm²
직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(30-x)$ cm이므로
직사각형의 넓이를 y cm²라고 하면
$y=x(30-x)=-x^2+30x=-(x-15)^2+225$
따라서 직사각형의 최대 넓이는 225 cm²이다.

892

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 길이가 16 cm인 $\overline{AB}$ 위에 점 P를 잡아 $\overline{AP}$, $\overline{PB}$를 각각 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들려고 한다. 이때 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 $\overline{AP}$의 길이는?



① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

답 ④
$\overline{AP}=x$ cm라고 하면 $\overline{PB}=(16-x)$ cm이므로 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm²라고 하면
$y=x^2+(16-x)^2=2x^2-32x+256=2(x-8)^2+128$
따라서 $x=8$일 때 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되므로 $\overline{AP}=8$ cm이다.

893

난이도 중

밑변의 길이가 10 cm, 높이가 6 cm인 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이를 x cm만큼 줄이고, 높이를 x cm만큼 늘여서 만든 삼각형의 최대 넓이는?

① 28 cm^2 ② 30 cm^2 ③ 32 cm^2
④ 34 cm^2 ⑤ 36 cm^2

답 ③

새로운 삼각형의 밑변의 길이는 $(10-x)$ cm, 높이는 $(6+x)$ cm이므로 이 삼각형의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=\frac{1}{2}(10-x)(6+x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+30=-\frac{1}{2}(x-2)^2+32$

따라서 새로운 삼각형의 최대 넓이는 32 cm^2이다.

894

난이도 중

가로의 길이가 12 cm, 세로의 길이가 4 cm인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이를 $2x$ cm만큼 줄이고, 세로의 길이를 x cm만큼 늘여서 만든 직사각형의 최대 넓이를 구하여라.

답 50 cm^2

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(12-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(4+x)$ cm이므로 이 직사각형의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=(12-2x)(4+x)=-2x^2+4x+48=-2(x-1)^2+50$

따라서 새로운 직사각형의 최대 넓이는 50 cm^2이다.

895

난이도 상

밑변의 길이가 24 cm, 높이가 15 cm인 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이는 매초 2 cm씩 줄어들고, 높이는 매초 3 cm씩 늘어난다고 한다. 이 삼각형의 넓이가 최대가 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

답 $\frac{7}{2}$초

x초 후 삼각형의 밑변의 길이는 $(24-2x)$ cm, 높이는 $(15+3x)$ cm이므로 이 삼각형의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=\frac{1}{2}(24-2x)(15+3x)=-3x^2+21x+180=-3\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{867}{4}$

따라서 삼각형의 넓이가 최대가 되는 것은 $x=\frac{7}{2}$, 즉 $\frac{7}{2}$초 후이다.

유형 143 이차함수의 활용 – 원, 부채꼴의 넓이

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l일 때

(1) 원의 넓이 ⇨ πr^2

(2) 부채꼴의 넓이 ⇨ $\frac{1}{2}rl$

(3) 부채꼴의 둘레의 길이 ⇨ $2r+l$

896 필수

난이도 중

길이가 12 cm인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 할 때, 부채꼴의 최대 넓이를 구하여라.

답 9 cm^2

부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 호의 길이는 $(12-2x)$ cm이므로 부채꼴의 넓이를 y cm^2라고 하면

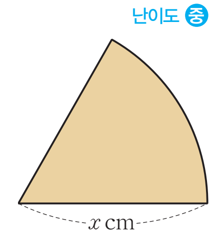
$y=\frac{1}{2}x(12-2x)=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

따라서 부채꼴의 최대 넓이는 9 cm^2이다.

897

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 x cm인 부채꼴의 둘레의 길이가 20 cm이다. 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 x의 값을 구하여라.



답 5

부채꼴의 호의 길이는 $(20-2x)$ cm이므로 부채꼴의 넓이를 y cm^2라고 하면

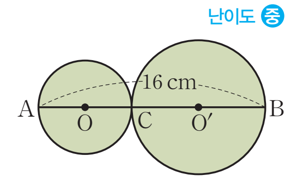
$y=\frac{1}{2}x(20-2x)=-x^2+10x=-(x-5)^2+25$

따라서 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 x의 값은 5이다.

898

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 길이가 16 cm인 $\overline{AB}$ 위에 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$를 각각 지름으로 하는 두 원 O와 O′을 그리려고 한다. 이때 두 원의 넓이의 합의 최솟값은?



① 16π cm^2 ② 24π cm^2 ③ 32π cm^2
④ 48π cm^2 ⑤ 64π cm^2

답 ③

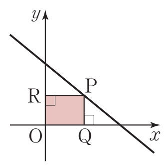
$\overline{AO}=x$ cm라고 하면 $\overline{BO'}=(8-x)$ cm이므로 두 원의 넓이의 합을 y cm^2라고 하면

$y=\pi x^2+\pi(8-x)^2=2\pi x^2-16\pi x+64\pi=2\pi(x-4)^2+32\pi$

따라서 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 32π cm^2이다.

유형 144 이차함수의 활용 – 내접하는 도형의 넓이

오른쪽 그림과 같이 직선 $y=ax+b$ 위의 점 P의 좌표를 $(x,\ ax+b)$라고 하면
⇨ $\overline{\mathrm{OQ}}=x$, $\overline{\mathrm{OR}}=ax+b$이므로
$\square\mathrm{OQPR}=x(ax+b)$

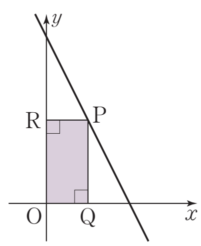


풍쌤의 Point 직선 위의 점의 좌표를 이용하여 도형의 넓이를 이차함수로 나타내면 돼.

899 필수

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 직선 $y=-2x+6$ 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라고 할 때, $\square$OQPR의 최대 넓이를 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이고, O는 원점이다.)



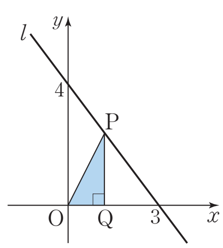
답 $\frac{9}{2}$

점 P의 좌표를 $(x,\ -2x+6)$이라 하고 $\square$OQPR의 넓이를 y라고 하면
$y=x(-2x+6)=-2x^2+6x=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$
따라서 $\square$OQPR의 최대 넓이는 $\frac{9}{2}$이다.

900 서술형

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라고 하자. △POQ의 넓이가 최대일 때의 점 P의 좌표를 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이고, O는 원점이다.) 답 $\left(\frac{3}{2},\ 2\right)$

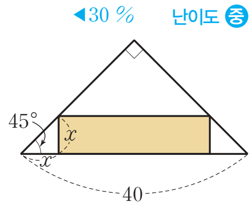


두 점 $(0,\ 4)$, $(3,\ 0)$을 지나는 직선 l의 방정식은 $y=-\frac{4}{3}x+4$ ◀20 %
점 P의 좌표를 $\left(x,\ -\frac{4}{3}x+4\right)$라 하고, △POQ의 넓이를 y라고 하면
$y=\frac{1}{2}x\left(-\frac{4}{3}x+4\right)=-\frac{2}{3}x^2+2x=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$ ◀50 %
따라서 $x=\frac{3}{2}$일 때 △POQ의 넓이가 최대이므로 그때의 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ 2\right)$ ◀30 %

901

난이도 중

오른쪽 그림과 같이 빗변의 길이가 40인 내접하는 직각이등변삼각형에 내접하는 직사각형을 그리려고 한다. 직사각형의 넓이가 최대일 때의 x의 값을 구하여라.



답 10

직사각형의 가로의 길이는 $40-2x$이므로 직사각형의 넓이를 y라고 하면
$y=x(40-2x)=-2x^2+40x=-2(x-10)^2+200$
따라서 직사각형의 넓이가 최대일 때의 x의 값은 10이다.

유형 145 이차함수의 활용 – 쏘아 올린 물체

어떤 위치에서 똑바로 위로 쏘아올린 물체의 x초 후의 높이를 y m라고 할 때 $y=a(x-p)^2+q\ (a<0)$이면
(1) 도달할 수 있는 최고 높이 ⇨ q m
(2) 최고 높이에 도달하는 데 걸린 시간 ⇨ p초

902 필수

난이도 중

지면으로부터 20 m의 높이에서 초속 30 m로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x초 후의 지면으로부터의 높이를 y m라고 하면 $y=-5x^2+30x+20$인 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 올라갈 때까지 걸린 시간은?

① 3초 ② 4초 ③ 5초
④ 6초 ⑤ 7초

답 ①
$y=-5x^2+30x+20=-5(x-3)^2+65$
따라서 최고 높이에 올라갈 때까지 걸린 시간은 3초이다.

903

난이도 중

수면 위에서 초속 20 m로 똑바로 위로 물을 뿜는 분수의 x초 후의 수면으로부터의 높이를 y m라고 하면 $y=20x-5x^2$인 관계가 성립한다. 물이 가장 높이 올라갔을 때의 수면으로부터의 높이는?

① 10 m ② 20 m ③ 30 m
④ 40 m ⑤ 50 m

답 ②
$y=20x-5x^2=-5(x-2)^2+20$
따라서 물이 가장 높이 올라갔을 때의 수면으로부터의 높이는 20 m이다.

904

난이도 중

지면에서 초속 24 m로 공중에 던져 올린 돌의 t초 후의 지면으로부터의 높이를 h m라고 하면 $h=24t-4t^2$인 관계가 성립한다. 이 돌이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간을 p초, 그때의 지면으로부터의 높이를 q m라고 할 때, $p+q$의 값은?

① 33 ② 36 ③ 39
④ 42 ⑤ 45

답 ③
$h=24t-4t^2=-4(t-3)^2+36$
따라서 $t=3$일 때 최댓값 36을 가지므로 $p=3$, $q=36$
$\therefore\ p+q=3+36=39$

만점에 도전하기

905

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이고, y축과 만나는 점의 y좌표가 2인 포물선을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라고 할 때, 상수 a, b, c에 대하여 abc의 값을 구하여라.

답 $-\frac{5}{4}$

$y=a(x+2)^2+1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=4a+1 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $y=\frac{1}{4}(x+2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

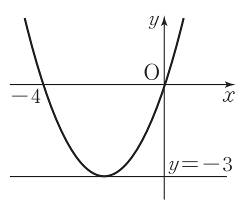
$y=\frac{1}{4}(x-4+2)^2+1+3=\frac{1}{4}(x-2)^2+4=\frac{1}{4}x^2-x+5$이므로

$b=-1,\ c=5$

$\therefore abc=\frac{1}{4}\times(-1)\times5=-\frac{5}{4}$

906

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 x축과 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 0)$에서 만나고, 직선 $y=-3$에 접한다. 이때 상수 a, p, q에 대하여 $a+p+q$의 값을 구하여라.



답 $-\frac{17}{4}$

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -3) \quad \therefore y=a(x+2)^2-3$

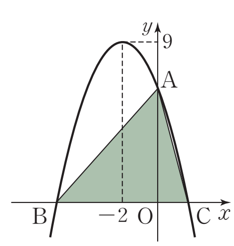
이 그래프가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로 $0=4a-3 \quad \therefore a=\frac{3}{4}$

따라서 $a=\frac{3}{4}$, $p=-2$, $q=-3$이므로

$a+p+q=\frac{3}{4}+(-2)+(-3)=-\frac{17}{4}$

907 서술형

오른쪽 그림과 같은 이차함수 $y=-x^2+ax+b$의 그래프와 y축과의 교점을 A, x축과의 교점을 각각 B, C라고 할 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라. (단, a, b는 상수이다.)



답 15

$y=-x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 9)$이므로

$y=-(x+2)^2+9=-x^2-4x+5$ ◀30 %

이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=5 \quad \therefore A(0,\ 5)$ ◀20 %

이 식에 $y=0$을 대입하면 $0=-x^2-4x+5$

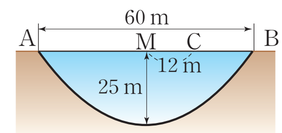
$x^2+4x-5=0$, $(x+5)(x-1)=0 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=1$

$\therefore B(-5,\ 0)$, $C(1,\ 0)$ ◀30 %

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{1-(-5)\}\times5=15$ ◀20 %

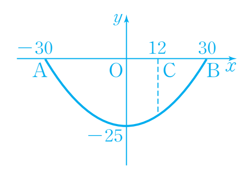
908

다음 그림과 같이 단면이 포물선 모양인 호수가 있다. 호수 중앙의 수심이 25 m이고 호수 양 끝의 두 지점 A, B 사이의 거리가 60 m일 때, 호수의 중앙 M에서 B 방향으로 12 m 떨어진 지점인 C에서의 수심은 몇 m인지 구하여라.



답 21 m

호수의 중앙 M을 원점으로 놓으면 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=ax^2-25$이고, B 지점의 좌표가 $(30,\ 0)$이므로



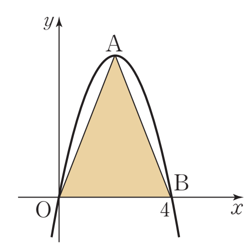
$0=900a-25 \quad \therefore a=\frac{1}{36}$

따라서 $y=\frac{1}{36}x^2-25$에 $x=12$를 대입하면

$y=\frac{1}{36}\times12^2-25=-21$

909

오른쪽 그림과 같이 원점을 지나는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점을 A, x축의 양의 부분과의 교점을 B라고 하자. $\triangle AOB$의 넓이가 10일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하여라.



답 $\frac{15}{4}$

$y=ax(x-4)=a(x-2)^2-4a$

점 A의 좌표는 $(2,\ -4a)$이고, $\triangle AOB$의 넓이가 10이므로

$\frac{1}{2}\times4\times(-4a)=10 \quad \therefore a=-\frac{5}{4}$

따라서 $y=-\frac{5}{4}x(x-4)=-\frac{5}{4}x^2+5x$이므로 $b=5,\ c=0$

$\therefore a+b+c=-\frac{5}{4}+5+0=\frac{15}{4}$

910

두 수 x, y에 대하여 $4x+y=24$일 때, xy의 최댓값을 구하여라.

답 36

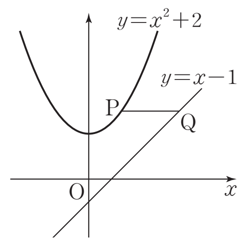
$y=-4x+24$이므로

$xy=x(-4x+24)=-4x^2+24x=-4(x-3)^2+36$

따라서 xy의 최댓값은 36이다.

911

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2+2$의 그래프 위의 한 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그어 직선 $y=x-1$과 만나는 점을 Q라고 할 때, $\overline{PQ}$의 길이의 최솟값을 구하여라.



답 $\frac{11}{4}$

$P(x,\ x^2+2)$, $Q(x^2+3,\ x^2+2)$라 하고, $\overline{PQ}$의 길이를 y라고 하면

$y=(x^2+3)-x=x^2-x+3=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$

따라서 $\overline{PQ}$의 길이의 최솟값은 $\frac{11}{4}$이다.

912 서술형

이차함수 $y=x^2-ax+9$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.

(단, a는 상수이다.)

답 -16

x축과 만나는 두 점의 좌표는 $\left(\frac{a-\sqrt{a^2-36}}{2},\ 0\right)$, $\left(\frac{a+\sqrt{a^2-36}}{2},\ 0\right)$ ◀30 %

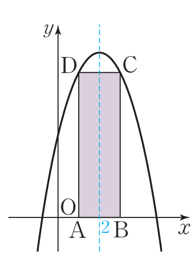
$\frac{a+\sqrt{a^2-36}}{2}-\frac{a-\sqrt{a^2-36}}{2}=8$에서 $a^2=100$ $\quad\therefore a=\pm10$ ◀30 %

$y=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+9-\frac{a^2}{4}$이므로 이 이차함수의 최솟값은 $9-\frac{a^2}{4}=-16$ ◀40 %

913 서술형

오른쪽 그림의 직사각형 ABCD에서 두 점 A, B는 x축 위에 있고, 두 점 C, D는 이차함수 $y=-x^2+4x+4$의 그래프 위에 있다. 이때 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

(단, 점 C는 제1사분면 위에 있다.)



답 18

$y=-x^2+4x+4=-(x-2)^2+8$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이다. ◀20 %

점 B의 좌표를 $(t,\ 0)$이라고 하면 $\overline{AB}=2(t-2)$

점 C의 좌표는 $(t,\ -t^2+4t+4)$이므로 $\overline{BC}=-t^2+4t+4$ ◀30 %

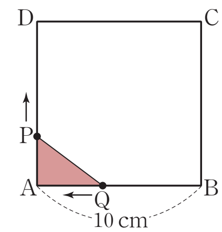
따라서 □ABCD의 둘레의 길이를 l이라고 하면

$l=2(\overline{AB}+\overline{BC})=2\{2(t-2)+(-t^2+4t+4)\}$
$\quad=-2t^2+12t=-2(t-3)^2+18$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 18이다. ◀50 %

914

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 ABCD에서 점 P는 점 A를 출발하여 점 D까지 매초 1 cm의 속력으로 $\overline{AD}$ 위를 움직이고, 점 Q는 점 B를 출발하여 점 A까지 매초 2 cm의 속력으로 $\overline{AB}$ 위를 움직인다. 두 점 P, Q가 동시에 출발할 때, △PAQ의 넓이가 최대가 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



답 $\frac{5}{2}$초

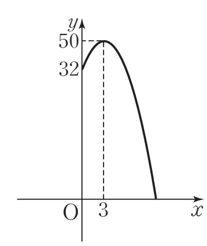
x초 후에 $\overline{AP}=x$ cm, $\overline{BQ}=2x$ cm이므로 △PAQ의 넓이를 y cm²라고 하면

$y=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{AQ}=\frac{1}{2}x(10-2x)=-x^2+5x=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

따라서 △PAQ의 넓이가 최대가 되는 것은 $\frac{5}{2}$초 후이다.

915

오른쪽 그림은 지면으로부터 32 m의 높이에서 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x초 후의 지면으로부터의 높이 y m를 그래프로 나타낸 것이다. 물체를 던진 후 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은?



① 6초 ② 7초
③ 8초 ④ 9초
⑤ 10초

답 ③

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 50)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+50$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 32)$를 지나므로

$32=9a+50$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 $y=-2(x-3)^2+50=-2x^2+12x+32$이고 물체가 지면에 떨어질 때의 y의 값은 0이므로

$0=-2x^2+12x+32$, $(x+2)(x-8)=0$

$\therefore x=8$ $(\because x>0)$

916

한 개의 가격이 100원일 때 400개가 팔리는 어떤 상품의 한 개의 가격을 x원 올리면 $2x$개가 적게 팔린다고 한다. 총 판매 금액이 최대가 되도록 하는 상품 한 개의 가격은?

① 110원 ② 120원 ③ 130원
④ 140원 ⑤ 150원

답 ⑤

총 판매 금액을 y원이라고 하면

$y=(100+x)(400-2x)=-2x^2+200x+40000=-2(x-50)^2+45000$

따라서 $x=50$일 때 총 판매 금액이 최대이므로 그때의 상품 한 개의 가격은 $100+50=150$(원)

제곱근표 1

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343

제곱근표 2

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161

제곱근표 ③

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987
16	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111
17	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231
18	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347
19	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908
35	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992
36	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075
37	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156
38	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237
39	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.301	6.309	6.317
40	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395
41	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473
42	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550
43	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626
44	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701
45	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775
46	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993
49	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064
50	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134
51	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204
52	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273
53	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342
54	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409

제곱근표

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995

MEMO

MEMO