
풍산자

테스트북

중학수학
중학수학

3-2

정답과 해설

I. 삼각비

1. 삼각비

01. 삼각비

소단원 집중 연습

008-009쪽

- 01** (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (3) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$
 (4) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (5) $\frac{3}{4}$ (6) $\frac{\sqrt{7}}{3}$
- 02** (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\sqrt{3}$
 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (6) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- 03** (1) $\frac{15}{17}$ (2) $\frac{8}{17}$ (3) $\frac{15}{8}$
 (4) $\frac{8}{17}$ (5) $\frac{15}{17}$ (6) $\frac{8}{15}$
- 04** 해설 참조
- 05** (1) 0 (2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 1
- 06** (1) × (2) × (3) ○
 (4) ○ (5) ○ (6) ×
- 07** (1) 1 (2) -1 (3) 1
 (4) 2 (5) $\frac{3}{2}$
- 08** (1) 0.4226 (2) 0.9135 (3) 0.4877
 (4) 24 (5) 26 (6) 27

04

삼각비 \ A	30°	45°	60°
sin A	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan A	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

소단원 테스트 [1회]

010-011쪽

- 01** ④ **02** ② **03** ① **04** ④ **05** ①
06 ④ **07** ② **08** ④ **09** ③ **10** ⑤
11 ① **12** ①

01 $\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

④ $\cos(90^\circ - C) = \cos(90^\circ - 90^\circ) = \cos 0^\circ = 1$

02 ① 1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

03 $\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\angle A = 30^\circ$

04 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이므로 $\cos A = \frac{3}{5}$, $\tan A = \frac{4}{3}$
 $\therefore \cos A + \tan A = \frac{3}{5} + \frac{4}{3} = \frac{29}{15}$

05 ① $\cos x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \overline{AB}$

② $\cos y^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \overline{BC}$

③ $\sin x^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \overline{BC}$

④ $\sin z^\circ = \sin y^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \overline{AB}$

⑤ $\tan x^\circ = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \overline{DE}$

06 (주어진 식) $= 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3+2\sqrt{3}}{6}$

07 x° 의 값이 증가함에 따라 $\cos x^\circ$ 의 값은 감소한다.

08 $\angle BAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle B = y^\circ$, $\angle C = x^\circ$ 이다.

$\sin x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$, $\cos y^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$

$\therefore \sin x^\circ + \cos y^\circ = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$

09 (주어진 식) $= \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{3} = \frac{1+\sqrt{6}}{2}$

10 $\sin 32^\circ = \frac{x}{10} = 0.5299$ 이므로 $x = 5.299$

$\cos 32^\circ = \frac{y}{10} = 0.8480$ 이므로 $y = 8.480$

$\therefore x + y = 13.779$

11 직각삼각형 EHF에서 $\overline{HF} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 $\triangle DHF$ 에서 $\angle DHF = 90^\circ$, $\overline{DH} = 2$, $\overline{HF} = 5$ 이므로

$\tan x^\circ = \frac{\overline{DH}}{\overline{HF}} = \frac{2}{5}$

12 $y = \frac{2}{3}x + 6$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 $x = -9$

$\therefore A(-9, 0)$

$y = \frac{2}{3}x + 6$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 6$

$\therefore B(0, 6)$

직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO} = 9$, $\overline{BO} = 6$ 이므로

$\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 6^2} = 3\sqrt{13}$

따라서 $\sin A = \frac{6}{3\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$,

$\cos A = \frac{9}{3\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ 이므로

$\sin A - \cos A = -\frac{\sqrt{13}}{13}$

01 $\angle$, $\angle$	02 $\sqrt{3}$	03 $\frac{\sqrt{3}}{2}$	04 45°
05 $\frac{17}{13}$	06 $\frac{6}{5}$	07 8	08 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
09 $\frac{2\sqrt{5}}{13}$	10 $\frac{5}{6}$	11 $4\sqrt{3}$	12 1

- 01 $\angle$, $\sin 0^\circ = 0$ $\angle$, $\cos 0^\circ = 1$
 $\angle$, $\tan 0^\circ = 0$ $\angle$, $\sin 90^\circ = 1$
 $\angle$, $\cos 90^\circ = 0$ $\angle$, $\tan 90^\circ$: 정할 수 없다.

02 $\frac{\overline{OB}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}} = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$

03 $\cos B = \frac{\overline{BC}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 에서 $\overline{BC} = 3\sqrt{3}$
 $\therefore \sin A = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

04 $\sin 60^\circ \times \cos 45^\circ \times \tan x^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4}$ 에서
 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \tan x^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4} \tan x^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4}$
 즉, $\tan x^\circ = 1$ 이므로 $x^\circ = 45^\circ$

05 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEC$ 에서 $\angle C$ 는 공통,
 $\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$
 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ (AA 답음)
 따라서 $\angle A = x^\circ$ 이므로
 $\sin x^\circ = \sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12}{13}$
 $\cos x^\circ = \cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{5}{13}$
 $\therefore \sin x^\circ + \cos x^\circ = \frac{17}{13}$

06 $\angle BAD = x^\circ + y^\circ = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ADB = x^\circ$, $\angle ABD = y^\circ$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이므로
 $\sin x^\circ = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\cos y^\circ = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
 $\therefore \sin x^\circ + \cos y^\circ = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

07 $\triangle AOB$ 와 $\triangle AHO$ 에서
 $\angle A$ 는 공통, $\angle AOB = \angle AHO = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle AOB \sim \triangle AHO$ (AA 답음)
 $\tan B = \tan (\angle AOH) = \frac{\overline{AH}}{4} = \frac{5}{12}$ 에서
 $\overline{AH} = \frac{5}{3}$
 $\therefore \overline{AO} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{13}{3}$

$\triangle OHB$ 에서

$$\tan B = \frac{4}{\overline{BH}} = \frac{5}{12} \text{에서 } \overline{BH} = \frac{48}{5}$$

$$\therefore \overline{OB} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{48}{5}\right)^2} = \frac{52}{5}, b = \frac{52}{5}$$

즉, $y = ax + \frac{52}{5}$ 의 그래프가 $A\left(-\frac{13}{3}, 0\right)$ 을 지나므로
 $-\frac{13}{3}a + \frac{52}{5} = 0 \quad \therefore a = \frac{12}{5}$

$$\therefore b - a = \frac{52}{5} - \frac{12}{5} = 8$$

08 $\overline{AM} = \overline{DM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$

$$\overline{MH} = \frac{1}{3} \overline{DM} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

따라서 직각삼각형 AMH에서

$$\overline{AH} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{이므로}$$

$$\sin x^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

09 $\triangle ABD$ 에서 $\sin x^\circ = \frac{2}{\overline{AD}} = \frac{2}{3} \quad \therefore \overline{AD} = 3$

$\angle ADB = \angle CDE$ 이므로

$\angle BAD = \angle ECD = x^\circ$

$$\triangle CDE \text{에서 } \sin x^\circ = \frac{\overline{DE}}{2} = \frac{2}{3} \quad \therefore \overline{DE} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \overline{CE} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

따라서 $\triangle AEC$ 에서

$$\tan y^\circ = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{13} = \frac{2\sqrt{5}}{13}$$

10 $45^\circ < x^\circ < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos x^\circ < \sin x^\circ$ 이므로

$$\sin x^\circ + \cos x^\circ > 0, \cos x^\circ - \sin x^\circ < 0$$

$$\sqrt{(\sin x^\circ + \cos x^\circ)^2} + \sqrt{(\cos x^\circ - \sin x^\circ)^2}$$

$$= \sin x^\circ + \cos x^\circ - (\cos x^\circ - \sin x^\circ)$$

$$= 2 \sin x^\circ$$

즉, $2 \sin x^\circ = \frac{5}{3}$ 에서 $\sin x^\circ = \frac{5}{6}$

11 $\cos A = \frac{4}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AB} = 8$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

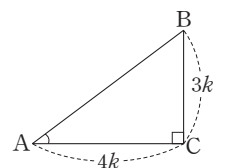
12 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC

에서 $\tan A = \frac{3}{4}$ 이므로 오른쪽

그림과 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{AB} = \sqrt{(4k)^2 + (3k)^2} = 5k$$

$$\therefore \frac{\cos B}{\sin A} = \frac{3k}{5k} \times \frac{5k}{3k} = 1$$



02. 삼각비의 활용(1)

소단원 집중 연습

014-015쪽

- 01** (1) $x=3, y=3$ (2) $x=6, y=3\sqrt{3}$
02 (1) $x=6 \cos 52^\circ, y=6 \sin 52^\circ$
 (2) $x=\frac{7}{\cos 65^\circ}, y=7 \tan 65^\circ$
03 (1) ① 5 ② $5\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{37}$
 (2) ① 6 ② 6 ③ 14 ④ $2\sqrt{58}$
04 (1) $8\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{5}$
05 (1) ① 60° ② $3\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{6}$
 (2) ① 30° ② $2\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
06 (1) ① $\sqrt{3}h$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}h$ ③ $3\sqrt{3}$
 (2) ① $\sqrt{3}h$ ② h ③ $10(3+\sqrt{3})$

소단원 테스트 [1회]

016-017쪽

- 01** ④ **02** ② **03** ⑤ **04** ③ **05** ⑤
06 ④ **07** ① **08** ⑤ **09** ② **10** ③
11 ② **12** ④

- 01** 점 B에서 AC의 연장선에 내린 수선을 발을 H라 하면

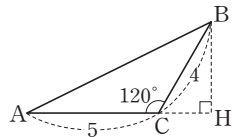
$$\angle BCH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\overline{BH} = 4 \sin 60^\circ$$

$$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 4 \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\overline{AH} = 5 + 2 = 7 \text{ 이므로 } \overline{AB} = \sqrt{7^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{61}$$

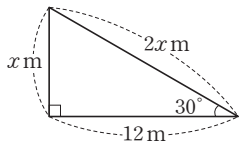


- 02** 오른쪽 그림에서

$$x = 12 \tan 30^\circ$$

$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

따라서 처음 나무의 높이는 $3x = 12\sqrt{3}(\text{m})$



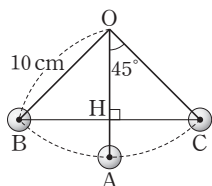
- 03** $\triangle ABC$ 에서 $\tan 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}(\text{m})$$

- 04** 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OH} = 10 \cos 45^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 5\sqrt{2}(\text{cm})$$



따라서 추의 높이는 $\overline{OA} - \overline{OH} = 10 - 5\sqrt{2}(\text{cm})$

- 05** 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 6\sqrt{2} \sin 45^\circ$$

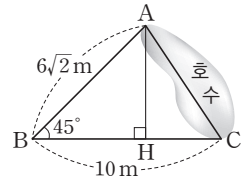
$$= 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6(\text{m})$$

$$\overline{BH} = \overline{AH} = 6 \text{ m 이므로}$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH}$$

$$= 10 - 6 = 4(\text{m})$$

$$\triangle AHC \text{에서 } \overline{AC} = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}(\text{m})$$



- 06** $\angle A = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) = 45^\circ$

점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의

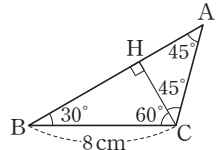
발을 H라 하면

$$\overline{CH} = 8 \sin 30^\circ$$

$$= 8 \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm})$$

직각삼각형 AHC에서 $\overline{AH} = \overline{CH} = 4 \text{ cm 이므로}$

$$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$



- 07** 오른쪽 그림에서 $\overline{CH} = h$ 라 하면

$$\angle ACH = 35^\circ, \angle BCH = 25^\circ$$

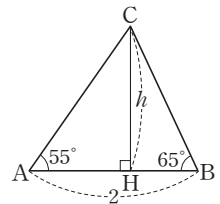
$$\text{이므로 } \overline{AH} = h \tan 35^\circ,$$

$$\overline{BH} = h \tan 25^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} \text{ 이므로}$$

$$2 = h \tan 35^\circ + h \tan 25^\circ$$

$$\therefore h = \frac{2}{\tan 35^\circ + \tan 25^\circ}$$



- 08** 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = 100 \sin 60^\circ$$

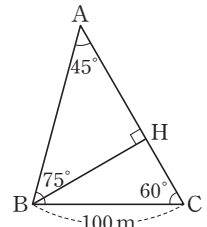
$$= 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}(\text{m})$$

또 삼각형 ABH에서

$$\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$$

$$\text{이므로 } \frac{50\sqrt{3}}{\overline{AB}} = \sin 45^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{50\sqrt{3}}{\sin 45^\circ} = 50\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 50\sqrt{6}(\text{m})$$



- 09** 탑의 높이에서 눈높이를 뺀 높이를 $x \text{ m}$ 라 하면

$$x = 5\sqrt{3} \tan 60^\circ = 5\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 15$$

따라서 탑의 높이는 $15 + 1.4 = 16.4(\text{m})$

- 10** 오른쪽 그림의 직각삼각형 CFE에서

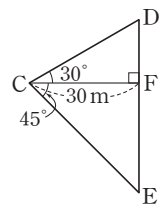
$$\overline{EF} = \overline{CF} \tan 45^\circ$$

$$= 30 \times 1 = 30(\text{m})$$

직각삼각형 CFD에서

$$\overline{DF} = \overline{CF} \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

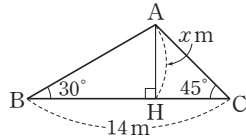
$$= 10\sqrt{3}(\text{m})$$



따라서 건물 B의 높이는
 $\overline{EF} + \overline{DF} = 30 + 10\sqrt{3} = 10(3 + \sqrt{3})$ (m)

- 11 $\overline{CD} = x$ m라 하면 직각삼각형 CDA에서
 $\overline{AD} = \frac{x}{\tan 60^\circ} = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{3}$ (m)
 직각삼각형 CDB에서
 $\overline{BD} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x$ (m)
 $\overline{BD} - \overline{AD} = 4$ (m)이므로 $\sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}x}{3} = 4$
 $\frac{2\sqrt{3}x}{3} = 4 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$
 따라서 나무의 높이는 $2\sqrt{3}$ m이다.

- 12 오른쪽 그림에서 나무의 높이 $\overline{AH}$ 를 x m라 하면
 $\overline{CH} = \overline{AH} = x$ m



$$\overline{BH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x \text{ (m)}$$

$$\overline{BC} = 14 \text{ m 이므로 } x + \sqrt{3}x = 14$$

$$\therefore x = \frac{14}{\sqrt{3} + 1} = \frac{14(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= 7(\sqrt{3} - 1) \text{ (m)}$$

소단원 테스트 [2회]

018-019쪽

- 01 $2\sqrt{13}$ cm 02 95.2 m 03 $50\sqrt{3}$ m
 04 $50(3 - \sqrt{3})$ m 05 $9\sqrt{3}$ m
 06 6.2 m 07 94 cm 08 $4\sqrt{3}$
 09 1.5 m 10 $2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$ 11 40 m
 12 $\left(\frac{4}{\cos 62^\circ} + \frac{5}{\cos 56^\circ}\right)$ m

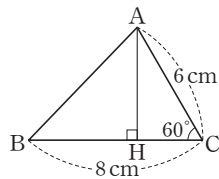
- 01 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{AH} = 6\sin 60^\circ$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = 6\cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BH} = 8 - 3 = 5 \text{ (cm) 이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13} \text{ (cm)}$$



- 02 $\overline{BC} = \overline{AB} \times \tan 50^\circ = 80 \times 1.19 = 95.2$ (m)

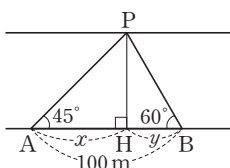
- 03 $\overline{AH} = 100\sin 60^\circ = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$ (m)이므로

$$\overline{CH} = 50\sqrt{3} \tan 45^\circ = 50\sqrt{3} \times 1 = 50\sqrt{3} \text{ (m)}$$

- 04 점 P에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고

$$\overline{AH} = x, \overline{BH} = y \text{ 라 하면}$$

$$x + y = 100 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$



$$x \tan 45^\circ = y \tan 60^\circ = \overline{PH}$$

$$\therefore x = \sqrt{3}y$$

..... ㉠

$$\textcircled{7}, \textcircled{1} \text{에서 } \sqrt{3}y + y = 100$$

$$\therefore y = \frac{100}{\sqrt{3} + 1} = 50(\sqrt{3} - 1)$$

$$\therefore \overline{PH} = y \tan 60^\circ$$

$$= 50(\sqrt{3} - 1) \times \sqrt{3}$$

$$= 50(3 - \sqrt{3}) \text{ (m)}$$

- 05 직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 9 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} \text{ (m)}$$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$$\overline{AB} + \overline{AC} = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ (m)}$$

- 06 $\overline{CD} = 10 \tan 25^\circ = 10 \times 0.47 = 4.7$ (m)

$$\therefore (\text{나무의 높이}) = \overline{CD} + \overline{DB}$$

$$= 4.7 + 1.5 = 6.2 \text{ (m)}$$

- 07 $\overline{BC} = 40 \times 5 = 200$ (cm)이므로

$$\overline{AC} = 200 \tan 25^\circ = 200 \times 0.47 = 94 \text{ (cm)}$$

- 08 $\angle A = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = \overline{BC} = 8$$

$$\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ 이므로}$$

$$\overline{AH} = \overline{AC} \times \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

- 09 그네의 움직임을 나타낸 오른쪽 그림에서

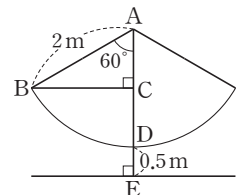
$$\overline{AC} = 2\cos 60^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ (m)}$$

$$\text{이므로 } \overline{CD} = 1 \text{ m}$$

따라서 그네가 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이는

$$\overline{CE} = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ (m)}$$



- 10 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = 4\cos 45^\circ$$

$$= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{2}$$

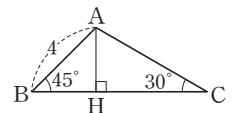
직각삼각형 ACH에서

$$\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$

- 11 $\triangle ABC$ 에서 $\cos 60^\circ = \frac{20}{\overline{BC}}$

$$\therefore \overline{BC} = \frac{20}{\cos 60^\circ} = 20 \times 2 = 40 \text{ (m)}$$



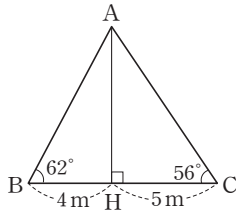
12 $\triangle ABH$ 에서 $\cos 62^\circ = \frac{4}{\overline{AB}}$

$\therefore \overline{AB} = \frac{4}{\cos 62^\circ} (\text{m})$

$\triangle ACH$ 에서 $\cos 56^\circ = \frac{5}{\overline{AC}}$

$\therefore \overline{AC} = \frac{5}{\cos 56^\circ} (\text{m})$

$\therefore \overline{AB} + \overline{AC} = \left(\frac{4}{\cos 62^\circ} + \frac{5}{\cos 56^\circ} \right) \text{m}$



03. 삼각비의 활용(2)

소단원 집중 연습

020-021쪽

01 (1) $10\sqrt{3}$ (2) $45\sqrt{2}$ (3) 25 (4) $36\sqrt{3}$

02 (1) $12\sqrt{3}$ (2) $18\sqrt{2}$ (3) 6 (4) 6

03 (1) 8 (2) 4

04 (1) $9\sqrt{3}$ (2) $14\sqrt{3}$

05 (1) $21\sqrt{3}$ (2) $44\sqrt{2}$

06 (1) $\frac{55\sqrt{3}}{2}$ (2) 25

소단원 테스트 [1회]

022-023쪽

01 ⑤ 02 ② 03 ① 04 ④ 05 ③

06 ① 07 ① 08 ② 09 ③ 10 ④

11 ③ 12 ④

01 $\overline{BC} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$
 $= 32 \times \sin 60^\circ = 32 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

02 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라 하면

$\angle BOC = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 12\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

03 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B$

새로운 삼각형의 넓이는

$\triangle A'BC' = \frac{1}{2} \times 0.9\overline{AB} \times 1.1\overline{BC} \times \sin B$
 $= 0.99 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B \right)$
 $= 0.99 \times \triangle ABC$

따라서 삼각형의 넓이는 1% 감소한다.

04 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8 \text{ cm}$

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 16\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

05 $\angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

마름모 ABCD의 한 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

$\square ABCD = x \times x \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2$

$\frac{\sqrt{3}}{2} x^2 = 32\sqrt{3}$ 이므로 $x^2 = 64$

$\therefore x = 8 (\because x > 0)$

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 8 cm이다.

06 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $= 18\sqrt{2} (\text{cm}^2)$

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle BGC = \frac{1}{3} \times \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 18\sqrt{2} = 6\sqrt{2} (\text{cm}^2)$

07 $\cos A = \frac{4}{5}$ 이므로 $\sin A = \frac{3}{5}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times \sin A$
 $= 35 \times \frac{3}{5} = 21 (\text{cm}^2)$

08 $\square ABCD = 6 \times 12 \times \sin 60^\circ = 6 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 36\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 36\sqrt{3}$
 $= 9\sqrt{3} (\text{cm}^2)$

09 $\angle AOC = 180^\circ - (15^\circ + 15^\circ) = 150^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOC의 넓이) - $\triangle AOC$

$= \pi \times 6^2 \times \frac{150^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$
 $= 15\pi - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{1}{2}$
 $= 15\pi - 9$

10 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = \sqrt{14^2 - 7^2} = 7\sqrt{3} (\text{cm})$

$\therefore \square ABCD$

$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 7\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 12 \times 7\sqrt{3} \times \sin 30^\circ$
 $= \frac{49\sqrt{3}}{2} + 21\sqrt{3} = \frac{91\sqrt{3}}{2} (\text{cm}^2)$

- 11 $\overline{AE} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\triangle AED = \triangle AEC$
 즉, $\square ABED = \triangle ABE + \triangle AED$
 $= \triangle ABE + \triangle AEC$
 $= \triangle ABC$

이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ = 18\sqrt{3}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \overline{BC} = 18\sqrt{3} \quad \therefore \overline{BC} = 12$$

- 12 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{AE} = 6 \cos 60^\circ = 3(\text{cm}),$$

$$\overline{BE} = 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$\triangle BCE$ 에서 $\angle CBE = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ 이므로

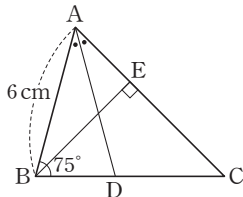
$$\overline{EC} = 3\sqrt{3} \tan 45^\circ = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore x = \overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC} = 3(1 + \sqrt{3})$$

$$y = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times (3 + 3\sqrt{3}) \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times (3 + 3\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3} + 27}{2}$$

$$\therefore x + 2y = (3 + 3\sqrt{3}) + (9\sqrt{3} + 27) = 6(2\sqrt{3} + 5)$$



소단원 테스트 [2회]

024-025쪽

- | | | | |
|------------------------------|----------------|------------------------------|---------|
| 01 6 cm | 02 54 | 03 24 cm | 04 120° |
| 05 $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | 06 4 | 07 $21\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | |
| 08 $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | 09 108 cm² | 10 $5\sqrt{2} \text{ cm}^2$ | |
| 11 $42\sqrt{3}$ | 12 $4\sqrt{3}$ | | |

- 01 $\overline{AB} = \overline{AC} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times x \times x \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 9\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times x^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$x^2 = 36 \quad \therefore x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 $\overline{AB}$ 의 길이는 6 cm이다.

- 02 $\angle B = 30^\circ$ 이므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

$$\therefore \square ABCD = 9 \times 12 \times \sin 30^\circ$$

$$= 54$$

- 03 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

$$\square ABCD = x \times x \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} x^2 = 18\sqrt{3} \text{이므로 } x^2 = 36 \quad \therefore x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 마름모 ABCD의 둘레의 길이는

$$4 \times 6 = 24 (\text{cm})$$

- 04 $\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B$ 에서

$$20\sqrt{3} = 5 \times 8 \times \sin B$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle B = 120^\circ$$

- 05 $\angle C = 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) = 120^\circ$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

- 06 $\angle B = 30^\circ$ 이므로

$$\square ABCD = 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 30^\circ$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 4$$

- 07 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린

수선의 발을 각각 H, I라 하면

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{BH} = 6 \cos 60^\circ = 3(\text{cm})$$

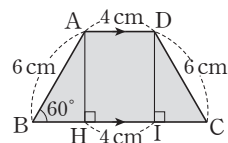
같은 방법으로 $\triangle DCI$ 에서 $\overline{IC} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{BC} = 3 + 4 + 3 = 10(\text{cm})$$

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times (4 + 10) \times 3\sqrt{3}$$

$$= 21\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



- 08 $\triangle BMD = \frac{1}{2} \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times (4 \times 6 \times \sin 60^\circ)$$

$$= \frac{1}{4} \times (4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}) = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

- 09 정십이각형의 넓이는 두 변의 길이가 6이고 그 끼인각이 30° 인 삼각형 12개의 넓이와 같으므로

$$12 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ \right) = 12 \times 9 = 108(\text{cm}^2)$$

- 10 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

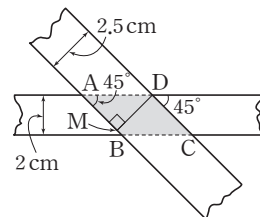
$\triangle ADM$ 에서

$$\overline{AD} = \frac{2.5}{\sin 45^\circ}$$

$$= 2.5 \times \sqrt{2} = \frac{5}{2}\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{겹쳐진 부분의 넓이}) = \overline{AD} \times 2 = \frac{5}{2}\sqrt{2} \times 2$$

$$= 5\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$



- 11 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 60^\circ, \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2 \text{이므로}$$

$$\angle BAC = 90^\circ$$

$$\text{직각삼각형 } ABC \text{에서 } \overline{AC} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore \square ABCD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 5 \times \sin 30^\circ$$

$$= 32\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 42\sqrt{3}$$

12 $\triangle AB'E$ 와 $\triangle ADE$ 에서

$$\overline{AE} \text{는 공통, } \angle AB'E = \angle ADE = 90^\circ, \overline{AB'} = \overline{AD}$$

$$\therefore \triangle AB'E \cong \triangle ADE (\text{RHS 합동})$$

직각삼각형 $AB'E$ 에서

$$\overline{EB'} = \overline{AB'} \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2$$

$$\therefore \square AB'ED = 2\triangle AB'E = 2 \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$$

중단원 테스트 [1회]

026-029쪽

01 ⑤	02 ④	03 ④	04 ①	
05 $2-\sqrt{3}$	06 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	07 ①	08 $12\sqrt{3}$	09 ②
10 ③	11 ④	12 ③	13 ④	14 ④
15 ④	16 6 cm^2	17 ④	18 ②	19 ②
20 ②	21 ⑤	22 ③	23 ④	24 ②

01 $\angle C = 90^\circ, \overline{AB} = 5, \overline{BC} = 4$ 인 직각삼각형 ABC 에서
 $\overline{AC} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이므로

$$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{3}$$

02 $a = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이고 y 절편이 3이므로

$$\text{구하는 직선의 방정식은 } y = \sqrt{3}x + 3$$

이 직선의 방정식에 $y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \sqrt{3}x + 3 \quad \therefore x = -\sqrt{3}$$

따라서 x 축과 만나는 점의 좌표는 $(-\sqrt{3}, 0)$

03 $\tan A = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ 이므로

$$\tan A = \tan 60^\circ \quad \therefore \angle A = 60^\circ$$

04 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서

$$\angle C \text{는 공통, } \angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle CAB = \angle CED = x^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\sin x^\circ \times \tan x^\circ - \cos x^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

05 $\angle DBA + \angle DAB = 30^\circ$ 이므로 $\angle DAB = 15^\circ$

$$\therefore \overline{DB} = \overline{DA} = 4$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{AC} = 2, \overline{DC} = 2\sqrt{3}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2}{4 + 2\sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

06 $\triangle AEG$ 는 $\angle AEG = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고,

$$\overline{EG} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 3^2} = 3\sqrt{3} \text{이므로}$$

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

07 ① $\cos 0^\circ + \tan 0^\circ = 1 + 0 = 1$

$$08 \square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}$$

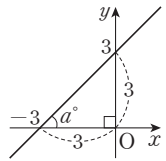
09 x 절편이 -3 , y 절편이 3이므로 그래

프는 오른쪽과 같다.

따라서 직각삼각형의 빗변의 길이가

$$\sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\cos a^\circ = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$10 \overline{BC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\angle ABC = \angle DAC = y^\circ, \angle ACB = \angle DAB = x^\circ$$

$$\therefore \sin x^\circ + \cos y^\circ = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$11 x = 8 \sin 38^\circ = 8 \times 0.62 = 4.96$$

$$y = 8 \cos 38^\circ = 8 \times 0.79 = 6.32$$

$$\therefore y - x = 6.32 - 4.96 = 1.36$$

$$12 \sin 25^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{12}$$

$$\therefore \overline{BC} = 12 \sin 25^\circ$$

$$13 \square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$+ \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{25}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{75}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{4} + \frac{75\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}$$

$$14 \angle ABC = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$

$$x = 10 \times \cos 25^\circ = 10 \times 0.9063 = 9.063$$

$$y = 10 \times \sin 25^\circ = 10 \times 0.4226 = 4.226$$

$$\therefore x - y = 4.837$$

$$15 \overline{AH} = 6 \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} \text{이므로}$$

$$\overline{CH} = \frac{\overline{AH}}{\tan 60^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

16 $\square ABCD = 2\triangle ABC = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 30^\circ$

$$= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$$

17 $\overline{AH} = 4 \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\overline{BH} = 4 \cos 60^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2(\text{cm})$$

$$\overline{HC} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{21}(\text{cm})$$

18 $\overline{AE}$ 를 그으면 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\triangle ACD = \triangle ACE$$

$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE$$

$$= \triangle ABE$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

19 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$ 이므로

$$\angle AOC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOC의 넓이) - $\triangle OAC$

$$= \pi \times 8^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{64}{3}\pi - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{64}{3}\pi - 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

20 점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고

성의 높이를 $\overline{AD} = h$ 라 하자.

직각삼각형 ABD에서 $\angle BAD = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{BD} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

직각삼각형 ACD에서 $\angle CAD = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{CD} = h \tan 45^\circ = h$$

이때 $\overline{BC} = 20\text{m}$ 이므로

$$\sqrt{3}h - h = 20, (\sqrt{3} - 1)h = 20$$

$$\therefore h = 10(\sqrt{3} + 1)(\text{m})$$

21 $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= 24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AOD = \frac{1}{2} \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{3}$$

$$= 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

22 $\cos 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.7660$

23 점 Q에서 $\overline{AP}$ 에 내린

수선의 발을 H라 하면

$\triangle CPQ$ 가 이등변삼각

형이므로

$$\overline{CQ} = \overline{CP} = \overline{AP}$$

$$= 6(\text{cm})$$

$\overline{CR} = \overline{AB} = 4(\text{cm})$ 이므로 $\triangle CQR$ 에서

$$\overline{QR} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

$\overline{AH} = \overline{BQ} = \overline{RQ} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ 이므로

$$\overline{HP} = 6 - 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

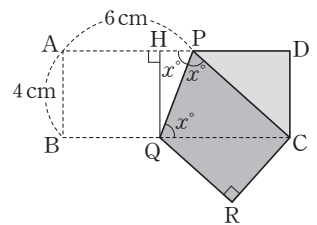
따라서 $\triangle PQH$ 에서

$$\tan x^\circ = \frac{\overline{HQ}}{\overline{HP}} = \frac{4}{6 - 2\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

24 $\sin x^\circ + 1 > 0, \sin x^\circ - 1 < 0$ 이므로

$$\sqrt{(\sin x^\circ + 1)^2} + \sqrt{(\sin x^\circ - 1)^2}$$

$$= (\sin x^\circ + 1) - (\sin x^\circ - 1) = 2$$



중단원 테스트 [2회]

030-033쪽

01 2	02 ④	03 ⑤	04 ③	05 ④
06 $2 - \sqrt{3}$	07 ①	08 ③	09 ④	10 $\frac{2}{3}$
11 ③	12 ②	13 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$	14 ⑤	
15 $\frac{400\sqrt{6}}{3}$	16 ③	17 ①	18 ③	
19 $35\sqrt{3}\text{cm}^2$	20 ③	21 $3(\sqrt{3}-1)$		
22 ③	23 $27\sqrt{3}$	24 $6\sqrt{3}\text{cm}^2$		

01 $0^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos A < 1$ 이므로

$$\cos A - 1 < 0, \cos A + 1 > 0$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = -(\cos A - 1) + (1 + \cos A) = 2$$

02 ① $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

② $\tan 30^\circ \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$

③ $\sin 45^\circ \div \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

④ $\sin 60^\circ \times \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

⑤ $\sin 45^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3}$

03 $\tan x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

04 $\cos 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 에서 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{x} \quad \therefore x = 8$

$\tan 30^\circ = \frac{y}{4\sqrt{3}}$ 에서 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{4\sqrt{3}} \quad \therefore y = 4$

$$\therefore xy = 32$$

$$05 \quad \sin 27^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = 0.454$$

$$\cos 27^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = 0.891$$

$$\therefore \sin 27^\circ + \cos 27^\circ = 1.345$$

$$06 \quad \angle ADB + \angle DAB = 30^\circ \text{이므로 } \angle DAB = 15^\circ$$

즉, $\triangle ADB$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{DB} = 2$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{AB} \cos 30^\circ = \sqrt{3}, \overline{AC} = \overline{AB} \sin 30^\circ = 1$$

따라서 $\overline{DC} = 2 + \sqrt{3}$ 이므로 $\triangle ADC$ 에서

$$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$07 \quad \sin x^\circ = 0.9511 \text{이므로 } x^\circ = 72^\circ$$

$$\tan y^\circ = 3.4874 \text{이므로 } y^\circ = 74^\circ$$

$$\therefore x + y = 146$$

$$08 \quad \text{세 내각의 크기의 비가 } 1 : 2 : 3 \text{이므로}$$

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 30^\circ$$

$$\therefore \sin A + \cos A = \sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$09 \quad \cos 0^\circ \div \sin 30^\circ - \tan 60^\circ \times \cos 30^\circ$$

$$= 1 \div \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$10 \quad 2x - 3y + 4 = 0 \text{에서 } y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan a^\circ = \frac{2}{3}$$

$$11 \quad \sin (2A - 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$2A - 10^\circ = 60^\circ \quad \therefore A = 35^\circ$$

$$12 \quad \overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15(\text{cm})$$

$\angle ABD = \angle DAH = x^\circ$ 이므로

$$\sin x^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5},$$

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin x^\circ - \cos x^\circ = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$13 \quad \overline{AD} = x \text{라 하면}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{2^2 + 2^2 + x^2} = \sqrt{8 + x^2}$$

$$\cos a^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AG}} = \frac{x}{\sqrt{8 + x^2}} = \frac{1}{2}$$

$$2x = \sqrt{8 + x^2}, 4x^2 = 8 + x^2$$

$$3x^2 = 8, x^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$14 \quad \text{점 B에서 } \overline{OA} \text{에 내린 수선의 발을 H라 하면}$$

구하는 높이는

$$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = \overline{OA} - 20 \cos 45^\circ$$

$$= 20 - 10\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$15 \quad \overline{AH} = 400 \sin 45^\circ = 400 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 200\sqrt{2}$$

$$\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \sin 60^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = \overline{AH} \div \sin 60^\circ = 200\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{400\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{400\sqrt{6}}{3}$$

$$16 \quad \tan B = \frac{12}{\overline{BC}} = \frac{2}{3} \text{에서 } \overline{BC} = 18(\text{cm})$$

$$\overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 9(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AD} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15(\text{cm})$$

$$17 \quad \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin (180^\circ - 135^\circ)$$

$$= \frac{15}{2} \times \sin 45^\circ = \frac{15\sqrt{2}}{4}(\text{cm}^2)$$

$$18 \quad \triangle ABC \text{와 } \triangle EDC \text{에서}$$

$\angle C$ 는 공통, $\angle BAC = \angle DEC = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle ABC = \angle EDC = x^\circ$$

따라서 $\overline{BC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ 이므로

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$19 \quad \text{두 대각선의 교점을 O라 하면}$$

$$\angle AOB = 24^\circ + 36^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 14 \times \sin 60^\circ$$

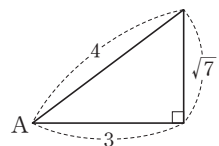
$$= 70 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 35\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$20 \quad \text{오른쪽 그림에서}$$

$$\cos A = \frac{3}{4} \text{일 때}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \sqrt{14} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{7}{2}$$



$$21 \quad h = \overline{BD} \tan 30^\circ = \overline{BD} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \overline{BD} = \sqrt{3}h$$

$$h = \overline{CD} \tan 45^\circ = \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = h$$

$$\text{즉, } \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = \sqrt{3}h + h = 6$$

$$\therefore h = \frac{6}{\sqrt{3} + 1} = 3(\sqrt{3} - 1)$$

$$22 \quad \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \sin B = 24\sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \angle B = 45^\circ$$

23 $\square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) + \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 36 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$$

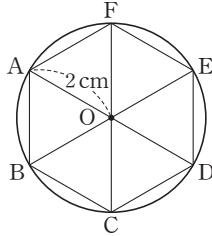
24 $\angle AOB = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$

이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

따라서 정육각형의 넓이는

$$6 \times \triangle AOB = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



중단원 테스트 [서술형]

034-035쪽

- 01 $\frac{8\sqrt{89}}{89}$ 02 $\sqrt{2}$ 03 $\frac{7}{13}$
 04 $\frac{675\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$ 05 $6\sqrt{3}$
 06 $10\sqrt{3} \text{ m}$ 07 $9\sqrt{2} \text{ cm}^2$ 08 45 cm^2

01 $\angle ABH = 90^\circ - x^\circ$ 이고

$\angle ABC = 90^\circ$ 이므로

$\angle DBC = x^\circ$ ①

$\triangle DBC$ 에서

$$\overline{BD} = \sqrt{8^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{89}$$

$$\therefore \cos x^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{8}{\sqrt{89}} = \frac{8\sqrt{89}}{89}$$

채점 기준	배점
① $\angle DBC = x^\circ$ 임을 알기	40 %
② $\overline{BD}$ 의 길이 구하기	20 %
③ $\cos x^\circ$ 의 값 구하기	40 %

02 $\overline{FH} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이므로

$$\triangle BFH \text{에서 } \overline{BH} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

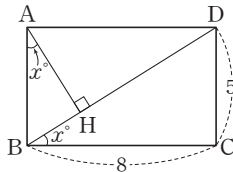
$$\sin x^\circ = \frac{\overline{BF}}{\overline{BH}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{FH}}{\overline{BH}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan x^\circ = \frac{\overline{BF}}{\overline{FH}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\therefore \tan x^\circ \times \sin x^\circ + \cos x^\circ$$

$$= 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$



03 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$\triangle ABC \sim \triangle DBA$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ACB = x^\circ$$

또 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = y^\circ$$

$$\sin x^\circ = \sin(\angle ACB) = \frac{12}{13},$$

$$\sin y^\circ = \sin(\angle ABC) = \frac{5}{13}$$

$$\therefore \sin x^\circ - \sin y^\circ$$

$$= \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$$

채점 기준	배점
① $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	20 %
② x°, y° 와 크기가 같은 각 찾기	40 %
③ $\sin x^\circ - \sin y^\circ$ 의 값 구하기	40 %

04 $\overline{AE} = 40 \cos 30^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\overline{AD} = 20\sqrt{3} \cos 30^\circ = 20\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30(\text{cm})$$

$$\overline{AC} = 30 \cos 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = 15\sqrt{3} \cos 30^\circ = 15\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{45}{2}(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} \times \tan 30^\circ = \frac{45}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{45}{2} \times \frac{15\sqrt{3}}{2} = \frac{675\sqrt{3}}{8}(\text{cm}^2) \quad \dots\dots ②$$

채점 기준	배점
① $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	50 %
② $\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	50 %

05 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

즉, $\angle BAC = \angle ABC = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = \overline{BC} = 6$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{이므로}$$

$$2\overline{AD} = 6\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AD} = 3\sqrt{3}$$

$$\triangle ABD \text{에서 } \sin 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{AB} = 6\sqrt{3}$$

채점 기준	배점
① AC의 길이 구하기	30 %
② AD의 길이 구하기	30 %
③ AB의 길이 구하기	40 %

- 06 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{AC} = \frac{15}{\tan 30^\circ} = 15\sqrt{3}(\text{m})$ ①
- $\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC} = \frac{15}{\tan 60^\circ} = 5\sqrt{3}(\text{m})$ ②
- 따라서 A, B 두 지점 사이의 거리는
- $\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{m})$ ③

채점 기준	배점
① AC의 길이 구하기	30 %
② BC의 길이 구하기	30 %
③ AB의 길이 구하기	40 %

- 07 $\square ABCD = 6 \times 8 \times \sin 45^\circ = 24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ ①
- $\triangle ABM = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin 45^\circ = 6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$
- $\triangle MCN = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin (180^\circ - 135^\circ) = 3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$
- $\triangle AND = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \sin 45^\circ = 6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ ②
- $\therefore \triangle AMN = \square ABCD - \triangle ABM - \triangle MCN - \triangle AND$
- $= 24\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$
- $= 9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ ③

채점 기준	배점
① $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	30 %
② $\triangle ABM$, $\triangle MCN$, $\triangle AND$ 의 넓이 구하기	30 %
③ $\triangle AMN$ 의 넓이 구하기	40 %

- 08 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \frac{\overline{AB}}{\tan 45^\circ} = 6(\text{cm})$
- $\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$ ①
- $\overline{BD} = \frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$
- $\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \sin 60^\circ$
- $= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27(\text{cm}^2)$ ②
- $\therefore \square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$
- $= 18 + 27 = 45(\text{cm}^2)$ ③

채점 기준	배점
① $\triangle ABD$ 의 넓이 구하기	30 %
② $\triangle BCD$ 의 넓이 구하기	50 %
③ $\square ABCD$ 의 넓이 구하기	20 %

대단원 테스트

036-043쪽

01 ③	02 ④	03 ⑤	04 3
05 ④	06 ③	07 ④	08 ③
09 $3\sqrt{2} \text{ cm}$	10 $(8\pi - 4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$	11 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	
12 ⑤	13 ②	14 ④	15 $10\sqrt{7} \text{ cm}$
16 120°	17 ①	18 ②	19 ④
20 ②	21 24 m	22 $\frac{8}{3}$	23 $\frac{3}{5}$
24 ④	25 ③	26 ③	27 0
28 $5(\sqrt{3}-1) \text{ km}$	29 28 cm^2	30 ①	
31 ⑤	32 ⑤	33 ③	34 0
35 $20(2-\sqrt{3}) \text{ cm}$	36 ③	37 ②	
38 75°	39 ③	40 ①	41 ④
42 ②	43 ④	44 ⑤	45 $20\sqrt{13}$
46 ②	47 $\left(\frac{32}{3}\pi - 8\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$	48 ④	

- 01 $\angle ACB = \angle AED$ 이므로 $\angle ACB = y^\circ$
- ③ $\cos x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$
- 02 $\overline{AC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ 이므로
- $\sin x^\circ = \frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}, \cos y^\circ = \frac{\overline{CA}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$
- $\therefore \sin x^\circ + \cos y^\circ = \frac{8}{5}$
- 03 ① 0 ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1
- 04 직선의 기울기는 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
- y 절편을 m 이라 하면
- $\tan 60^\circ = \frac{m}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \quad \therefore m = 3$
- 따라서 직선의 y 절편은 3이다.
- 05 $\angle A = 180^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 45^\circ$ 이므로
- $\sin A = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos A = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\tan A = \tan 45^\circ = 1$
- $\therefore \sin A \times \cos A + \tan A = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{3}{2}$
- 06 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로
- $\angle C = x^\circ$
- $\overline{BC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이므로
- $\sin x^\circ = \sin C = \frac{12}{13}$
- 07 $\sin 46^\circ = 0.7193$ 이므로 $x = 46$
- $\tan 44^\circ = 0.9657$ 이므로 $y = 44$
- $\therefore x + y = 90$

$$08 \quad \overline{BA} = \overline{OB} \sin 60^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} \cos 60^\circ = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\overline{CD} = \overline{OC} \tan 60^\circ = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \triangle DOC - \triangle BOA$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$09 \quad \tan 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{\sqrt{3}} \text{이므로}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{3} \times \tan 60^\circ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{3}{\overline{BD}} \text{이므로}$$

$$\overline{BD} = \frac{3}{\cos 45^\circ} = 3 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$10 \quad \text{반원의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

색칠한 부분을 제외한 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $(8\pi - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$

$$11 \quad \overline{EG} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a, \overline{AG} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$$

$$\therefore \cos x^\circ = \frac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$12 \quad \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$$

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle GBD = \frac{1}{3} \triangle ABD = \frac{1}{3} \times 12\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$13 \quad \sin x^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB} = 0.4848 \text{이므로 } x^\circ = 29^\circ$$

$$\text{따라서 } \cos 29^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.8746 \text{이므로}$$

$$\overline{BD} = 1 - 0.8746 = 0.1254$$

$$14 \quad ① \cos 30^\circ \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$$

$$② \tan 45^\circ - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$③ 2(\sin 30^\circ + \sin 45^\circ) = 2 \times \frac{1+\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$$

$$④ \cos 0^\circ \div \sin 30^\circ - \tan 60^\circ \times \cos 30^\circ$$

$$= 1 \times 2 - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$⑤ \frac{\cos 30^\circ}{\tan 60^\circ} + \frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

$$15 \quad \overline{AB} : \overline{BC} = 7 : 4 \text{이므로}$$

$\overline{AB} = 7a$ cm, $\overline{BC} = 4a$ cm라 하면

$$\square ABCD = 7a \times 4a \times \sin 45^\circ = 7a \times 4a \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 14a^2\sqrt{2} = 200\sqrt{2}$$

$$a^2 = \frac{100}{7} \quad \therefore a = \frac{10\sqrt{7}}{7}$$

$$\therefore \overline{AB} = 7a = 7 \times \frac{10\sqrt{7}}{7} = 10\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$16 \quad \angle A = x^\circ \text{이면 } \angle B = 180^\circ - x^\circ \text{ 이므로}$$

$$\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin(180^\circ - x^\circ)$$

$$= 8 \times 12 \times \sin(180^\circ - x^\circ)$$

$$= 96 \times \sin(180^\circ - x^\circ)$$

$$= 48\sqrt{3}$$

$$\sin(180^\circ - x^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}, 180^\circ - x^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 120^\circ$$

$$17 \quad \text{점 A에서 } \overline{BC} \text{에 내린 수선}$$

의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 30 \times \sin 60^\circ$$

$$= 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{BH} = 30 \times \cos 60^\circ = 30 \times \frac{1}{2} = 15 \text{ (m)}$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH}$$

$$= 35 - 15 = 20 \text{ (m)}$$

따라서 직각삼각형 ACH에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + 20^2} = \sqrt{1075} = 5\sqrt{43} \text{ (m)}$$

$$18 \quad \text{점 C에서 변 AB 위에 내린 수선의 발을 H라 하자.}$$

$$\overline{AH} = 280 \cos 35^\circ, \overline{BH} = 210 \cos 63^\circ \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = 280 \cos 35^\circ + 210 \cos 63^\circ$$

$$19 \quad 45^\circ < x^\circ < 90^\circ \text{ 일 때, } \tan x^\circ > 1 \text{ 이므로}$$

$$1 - \tan x^\circ < 0$$

$$\therefore \sqrt{(1 - \tan x^\circ)^2} = -(1 - \tan x^\circ) = \tan x^\circ - 1$$

$$20 \quad \triangle APQ = \frac{1}{4} \triangle ABC \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times y \times \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \sin 60^\circ \right)$$

$$\therefore xy = 6$$

$$21 \quad \text{직각삼각형 ABC에서}$$

$$\overline{BC} = 10 \tan 66^\circ = 10 \times 2.2460 = 22.460$$

따라서 나무의 높이는 $22.460 + 1.54 = 24$ (m)

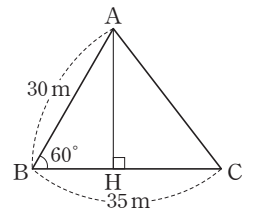
$$22 \quad \triangle BOC \text{에서 } \sin \alpha^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{BC}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \overline{BC} = 4$$

$$\overline{CO} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ 이고}$$

$$\overline{BE} = \overline{DC} = \overline{DO} - \overline{CO} = 5 - 3 = 2$$

한편 $\triangle AOD$ 에서



$$\tan a^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{OC}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \overline{AD} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = \frac{20}{3} - 4 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$$

- 23 직선 $y = \frac{3}{4}x + 1$ 의

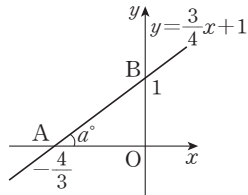
y 절편은 1, x 절편은 $-\frac{4}{3}$

$$\therefore \overline{AO} = \frac{4}{3}, \overline{BO} = 1$$

따라서 직각삼각형 AOB에서

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1^2} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \sin a^\circ = \frac{\overline{BO}}{\overline{AB}} = 1 \div \frac{5}{3} = \frac{3}{5}$$

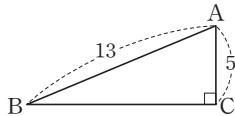


- 24 직각삼각형 ABC에서

$$\sin B = \frac{5}{13} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\therefore \tan(90^\circ - B) = \tan A = \frac{12}{5}$$



- 25 $\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{1+2+3} = 60^\circ$ 이므로

$$\sin A : \cos A : \tan A$$

$$= \sin 60^\circ : \cos 60^\circ : \tan 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} : \sqrt{3} = \sqrt{3} : 1 : 2\sqrt{3}$$

- 26 $10^\circ \leq 2A + 10^\circ \leq 90^\circ$ 이고

$$\sin(2A + 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이므로}$$

$$2A + 10^\circ = 60^\circ \quad \therefore A = 25^\circ$$

$$\therefore \cos(A + 20^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- 27 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $0 < \tan A < 1$ 이므로

$$\tan A - 1 < 0, \sin 90^\circ - \tan A = 1 - \tan A > 0$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = -(\tan A - 1) - (1 - \tan A) = 0$$

- 28 $\overline{AH} = h$ 라 하면

$$\overline{BH} = h \times \tan 60^\circ = \sqrt{3} \times h$$

$$\overline{CH} = h \times \tan 45^\circ = h$$

$$\text{이때 } \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = \sqrt{3} \times h + h = 10 \text{ 이므로}$$

$$h = \frac{10}{\sqrt{3} + 1} = 5(\sqrt{3} - 1) (\text{km})$$

- 29 두 대각선이 이루는 각의 크기를 x° , 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin x = 28 \sin x^\circ$$

$0^\circ < x^\circ \leq 90^\circ$ 일 때, $0 < \sin x^\circ \leq 1$ 이므로

$\sin x^\circ = 1$ 일 때, S 의 최댓값은 28 cm^2 이다.

- 30 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = a$ 라 하면

$$\tan 45^\circ = \frac{a}{\overline{BC}} = 1 \text{ 이므로 } \overline{BC} = a$$

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \sqrt{2}a$$

$$\therefore \overline{DB} = \overline{AB} = \sqrt{2}a$$

이때 $\angle ADB = \angle BAD$ 이고 $\angle ABC = 45^\circ$ 이므로

$$\angle ADB = \angle BAD = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$$\tan 22.5^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} = \frac{a}{\sqrt{2}a + a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

- 31 $\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$

점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을

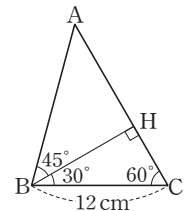
H라 하면

$$\overline{BH} = 12 \sin 60^\circ$$

$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} (\text{cm})$$

직각삼각형 AHB에서 $\overline{AH} = \overline{BH} = 6\sqrt{3} (\text{cm})$ 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{6} (\text{cm})$$



- 32 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{BD} = \overline{CD} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{3\sqrt{3}}{\cos 30^\circ} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6 (\text{cm})$$

$$\angle BAC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} \times \sin 30^\circ = 9\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

이때 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} r (6 + 6 + 6\sqrt{3}) = 9\sqrt{3}$$

$$\text{이므로 } (6 + 3\sqrt{3})r = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore r = \frac{3\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) = 6\sqrt{3} - 9 (\text{cm})$$

- 33 점 A에서 BC에 내린 수선

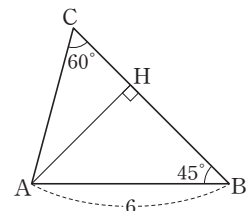
의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = 6 \sin 45^\circ$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 직각삼각형 AHC에서

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = 3\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$$



- 34 $0^\circ < x^\circ < 45^\circ$ 일 때, $\sin x^\circ < \cos x^\circ$

$$\sqrt{(\cos x^\circ - \sin x^\circ)^2} - \sqrt{(\sin x^\circ - \cos x^\circ)^2}$$

$$= (\cos x^\circ - \sin x^\circ) - \{-(\sin x^\circ - \cos x^\circ)\}$$

$$= \cos x^\circ - \sin x^\circ + \sin x^\circ - \cos x^\circ$$

$$= 0$$

- 35 점 B에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OH} = 40 \cos 30^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{추의 높이}) = \overline{OA} - \overline{OH} = 40 - 20\sqrt{3} \\ = 20(2 - \sqrt{3})(\text{cm})$$

- 36 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = x$ 라 하면

$$\angle CAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\therefore x = 12 \cos 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\triangle ADB \text{에서 } \overline{AD} = y \text{라 하면}$$

$$\angle DAB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \text{이므로}$$

$$y = x \sin 45^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{6}(\text{cm})$$

- 37 $\tan A = 3$ 이므로 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 1$, $\overline{BC} = 3$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\sin A = \frac{3}{\sqrt{10}}, \cos A = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \frac{\sin A + \cos A}{\sin A - \cos A} = \frac{\frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}}} = \frac{4}{2} = 2$$

- 38 $3x^2 - (3 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ 에서

$$(3x - \sqrt{3})(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 또는 } x = 1$$

이때 $\tan A < \tan B$ 이므로

$$\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}, \tan B = 1$$

따라서 $A = 30^\circ$, $B = 45^\circ$ 이므로 $A + B = 75^\circ$

- 39 $\overline{EG} = 6\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 6\sqrt{3}$ 이므로

$$\sin a^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{AG}} = \frac{6}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos a^\circ = \frac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\tan a^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{EG}} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \sin a^\circ \times \cos a^\circ \times \tan a^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

- 40 $\cos 55^\circ = \frac{\overline{BO}}{\overline{AO}} = \frac{0.57}{1} = 0.57$

- 41 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린

수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

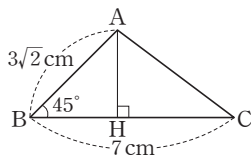
$$\overline{AH} = 3\sqrt{2} \times \sin 45^\circ$$

$$= 3(\text{cm})$$

$$\overline{BH} = 3\sqrt{2} \times \cos 45^\circ = 3(\text{cm})$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$$

따라서 $\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$



- 42 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 9 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ \right) + \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ \right)$$

$$\frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{4}\overline{AD} + \frac{3}{2}\overline{AD}, \quad \frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4}\overline{AD},$$

$$\overline{AD} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \times \frac{4}{15} = \frac{18\sqrt{3}}{5}(\text{cm})$$

- 43 $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$$\angle BCA = \angle BAH = x^\circ$$

또 $\triangle ABC = \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle HAC = y^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{이므로}$$

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3}{5}, \quad \cos y^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos x^\circ + \cos y^\circ = \frac{7}{5}$$

- 44 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 45^\circ$

$$= 24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

이때 $\triangle ABG = \frac{1}{3} \times \triangle ABC$ 이므로

$$\triangle ABG = 8\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

- 45 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

$$\overline{AH} = 100 \sin 37^\circ$$

$$= 100 \times 0.6$$

$$= 60$$

$$\overline{CH} = 100 \cos 37^\circ = 100 \times 0.8 = 80$$

$$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{CH} = 120 - 80 = 40$$

따라서 직각삼각형 ABH에서

$$\overline{AB} = \sqrt{60^2 + 40^2} = \sqrt{5200} = 20\sqrt{13}$$

- 46 열기구까지의 높이를 h라고 하자.

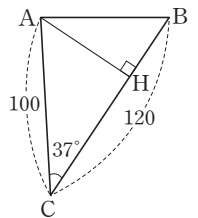
$$\angle ADC = 60^\circ, \angle BDC = 45^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

$$\overline{BC} = h \tan 45^\circ = h$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} \text{이므로 } 50 = \sqrt{3}h - h$$

$$(\sqrt{3} - 1)h = 50 \quad \therefore h = 25(\sqrt{3} + 1)(\text{m})$$



- 47 $\overline{OM} = 4 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{OB} = 8 \text{ cm}$

직각삼각형 BOM에서 $\angle BOM = x^\circ$ 라 할 때

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{OM}}{\overline{OB}} = \frac{1}{2} \text{이므로 } x^\circ = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times 8^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{32}{3}\pi - 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

48 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{2}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AC} = 4$

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CD}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$\overline{CD} = 2\sqrt{3}$

$\angle BAC = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{AC} = 4$ 이므로

$\tan 15^\circ = \frac{2}{4+2\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

대단원 테스트 [고난도]

044-047쪽

- | | | | |
|--------------------------------|--|----------------------------|-------------------------|
| 01 ① | 02 $\frac{5}{13}$ | 03 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ | 04 9 cm |
| 05 $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ | 06 $\frac{3}{5}$ | 07 $\frac{1}{4}$ | |
| 08 $48 \text{ cm}^2, 90^\circ$ | 09 $\frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ | | |
| 10 $\frac{25}{12}$ | 11 $\frac{1}{3}$ | 12 $2\sqrt{13} \text{ km}$ | |
| 13 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 14 4 cm | 15 ③ | 16 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ |
| 17 $3\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$ | 18 $8 - \frac{8\sqrt{3}}{3}$ | | |
| 19 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ | 20 $8(\sqrt{3}-1)$ | 21 9 m | |
| 22 ① | 23 $2\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$ | | |
| 24 63 km | | | |

01 $\triangle COD$ 에서 $\overline{CO} = \overline{AO} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$ 이고

$\angle COD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ 이므로

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{CD}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{CD} = \sqrt{6} \text{ (cm)}$

$\cos 45^\circ = \frac{\overline{OD}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{OD} = \sqrt{6} \text{ (cm)}$

따라서 $\triangle CAD$ 에서

$\tan x^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{2}-6}{6} = \sqrt{2}-1$

02 $12\sin A = 5\cos A$ 에서

$\sin A : \cos A = 5 : 12$ 이므로 오른쪽

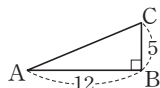
그림과 같이

$\angle B = 90^\circ, \overline{AB} = 12, \overline{BC} = 5$

인 직각삼각형 ABC 를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로

$\cos(90^\circ - A) = \cos C = \frac{5}{13}$



03 $\overline{AE}, \overline{DE}$ 는 각각 정삼각형

ABC, BCD 의 높이이므로

$\overline{AE} = \overline{DE} = 6\sin 30^\circ$

$= 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$

꼭짓점 A에서 $\triangle BCD$ 에 내

린 수선의 발을 H라 하면 점

H는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ (cm)}$

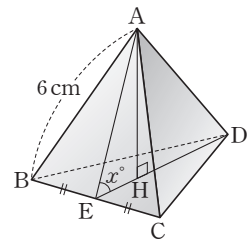
$\overline{AH} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ (cm)}$

따라서 $\triangle AEH$ 에서

$\tan x^\circ = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}, \sin x^\circ = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan x^\circ - \sin x^\circ = 2\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$



04 직각삼각형 AEF에서

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AE}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AE} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$

직각삼각형 ADE에서

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 12 \text{ (cm)}$

직각삼각형 ACD에서

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$

직각삼각형 ABC에서

$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AB}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 9 \text{ (cm)}$

05 오른쪽 그림과 같이 점 A에

서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수

선의 발을 H라 하고,

$\angle ABH = x^\circ$ 라 하자.

$\triangle ABH$ 에서

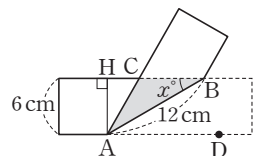
$\sin x^\circ = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 이므로 $x^\circ = 30^\circ$

$\angle ABC = \angle BAD = \angle BAC$ 이므로 $\triangle CAB$ 는

$\overline{CA} = \overline{CB}$ 인 이등변삼각형이다.

$\triangle ACH$ 에서 $\overline{AC} = \frac{6}{\sin 60^\circ} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 \times \sin 30^\circ = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$



06 $\triangle AMD \equiv \triangle CND$ (SAS 합동)이므로

$\overline{MD} = \overline{ND} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$\triangle MND = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sin x^\circ = \frac{5}{2} \sin x^\circ$

$\triangle MND = \square ABCD - 2\triangle AMD - \triangle MBN$

$= 4 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

따라서 $\frac{5}{2} \sin x^\circ = \frac{3}{2}$ 이므로 $\sin x^\circ = \frac{3}{5}$

07 $\sin A=1, \cos A=0$ 이므로 $A=90^\circ$
 $\left(\tan \frac{A}{2} + \sin \frac{2}{3}A\right)\left(\tan \frac{A}{2} - \cos \frac{A}{3}\right)$
 $= (\tan 45^\circ + \sin 60^\circ)(\tan 45^\circ - \cos 30^\circ)$
 $= \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 $= 1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

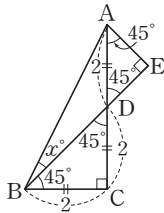
08 두 대각선이 이루는 각의 크기를 x° 라 하면
 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \sin x^\circ = 48 \sin x^\circ \text{ (cm}^2\text{)}$
 $\sin x^\circ$ 의 최댓값은 1이므로 $\sin x^\circ = 1$ 일 때,
즉 $x^\circ = 90^\circ$ 일 때 넓이의 최댓값은 48 cm^2 이다.

09 세 삼각형 ADF, BED, CFE는 모두 합동이므로 그 넓이는 모두 같다.
 $\triangle ABC = 3\triangle ADF + \triangle DEF$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times 9 \times 9 \times \sin 60^\circ$
 $= 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \sin 60^\circ\right) + \triangle DEF$

따라서
 $\triangle DEF = \frac{1}{2} \times 9 \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 $= \frac{81\sqrt{3}}{4} - \frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$

10 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이므로
 $\sin x^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{13}$
이때 직각삼각형 ADC에서
 $\cos y^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{5}{13}$ 이므로
 $\overline{AD} = 13k, \overline{CD} = 5k \text{ (} k > 0\text{)}$ 라 하면
 $\overline{AC} = \sqrt{(13k)^2 - (5k)^2} = 12k = 5$
 $\therefore k = \frac{5}{12}$
따라서 $\overline{CD} = 5k = 5 \times \frac{5}{12} = \frac{25}{12}$

11 직각삼각형 BCD에서
 $\overline{BD} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
직각삼각형 ADE에서
 $\cos 45^\circ = \frac{\overline{DE}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로
 $\overline{DE} = \sqrt{2}$
 $\therefore \overline{BE} = \overline{BD} + \overline{DE} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
따라서 직각삼각형 ABE에서 $\overline{AE} = \overline{DE} = \sqrt{2}$ 이므로
 $\tan x^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$



12 $\overline{OP} = \frac{30}{60} \times 12 = 6 \text{ (km)},$
 $\overline{OQ} = \frac{30}{60} \times 16 = 8 \text{ (km)}$

점 P에서 $\overline{OQ}$ 에 내린 수선의 발을

H라 하면 POH에서

$$\overline{PH} = 6 \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \text{ (km)},$$

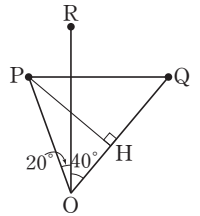
$$\overline{OH} = 6 \cos 60^\circ = 3 \text{ (km)}$$

$$\overline{QH} = 8 - 3 = 5 \text{ (km)} \text{이므로}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ (km)}$$

따라서 두 지점 P, Q 사이의 거리는 $2\sqrt{13} \text{ km}$ 이다.



13 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $0 < \sin A < \cos A$ 이므로
 $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$
 $= (\sin A + \cos A) - \{-(\sin A - \cos A)\}$
 $= 2\sin A = 1$

$$\therefore \sin A = \frac{1}{2}$$

$$A = 30^\circ \text{이므로 } \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

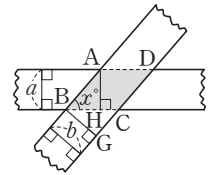
14 $\square ABCD$ 는 등변사다리꼴이므로
 $\overline{AC} = \overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 4\sqrt{3} \text{이므로 } x^2 = 16 \quad \therefore x = 4 \text{ (} x > 0\text{)}$$

따라서 $\overline{AC}$ 의 길이는 4 cm이다.

15 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 B에서 $\overline{CD}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 G라 하면
 $\overline{AH} = a, \overline{BG} = b$



$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin x^\circ} = \frac{a}{\sin x^\circ}$$

$$\angle BCG = x^\circ \text{ (엇각)} \text{이므로}$$

$$\triangle BGC \text{에서 } \overline{BC} = \frac{\overline{BG}}{\sin x^\circ} = \frac{b}{\sin x^\circ}$$

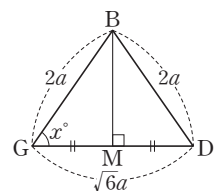
$$\therefore \square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin x^\circ$$

$$= \frac{a}{\sin x^\circ} \times \frac{b}{\sin x^\circ} \times \sin x^\circ$$

$$= \frac{ab}{\sin x^\circ}$$

16 $\overline{FG} = a$ 라 하면 $\overline{BG} = 2a, \overline{GH} = \overline{DH} = \overline{BF} = \sqrt{3}a,$
 $\overline{DG} = \sqrt{6}a, \overline{BD} = \overline{FH} = 2a$

따라서 $\triangle BGD$ 는 $\overline{BG} = \overline{BD}$ 인
이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$$\cos x^\circ = \frac{\overline{GM}}{\overline{BG}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}a}{2} \times \frac{1}{2a} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

17 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

또 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이므로

$$\angle DBC = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ$$

$$\angle ABD = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\triangle BDE$ 에서

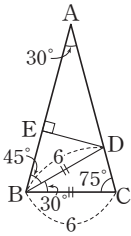
$$\overline{EB} = 6 \cos 45^\circ = 3\sqrt{2}$$

$$\overline{DE} = 6 \sin 45^\circ = 3\sqrt{2}$$

$\triangle AED$ 에서

$$\overline{AE} = \frac{3\sqrt{2}}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$$



18 오른쪽 그림과 같이

$\overline{AD}$ 와 $\overline{C'D'}$ 의 교점을 P라

하고, $\overline{BP}$ 를 그으면

$\triangle ABP \equiv \triangle C'BP$

(RHS 합동)

이므로 $\angle PBC'$ 에서

$$\overline{PC'} = \overline{BC'} \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

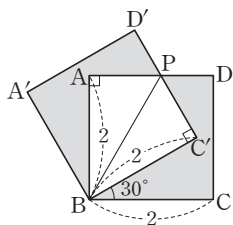
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= 2 \times (\square ABCD - 2\triangle PBC')$$

$$= 2 \times \left\{ 2^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) \right\}$$

$$= 2 \times \left(4 - \frac{4\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$= 8 - \frac{8\sqrt{3}}{3}$$



19 $\overline{AM} = \overline{AN} = 2 \sin 60^\circ$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

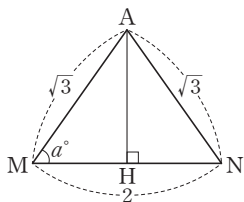
점 A에서 $\overline{MN}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{MH} = 1$$

$$\overline{AH} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sin a^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3}$$



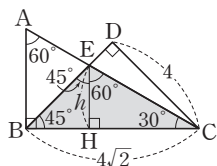
20 $\triangle DHC$ 에서 $\overline{BC} = \frac{4}{\sin 45^\circ} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라

하고, $\overline{EH} = h$ 라 하면 $\triangle EBH$

에서 $\angle BEH = 45^\circ$ 이므로



$$\overline{BH} = h \tan 45^\circ = h$$

$\triangle EHC$ 에서 $\angle CEH = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{CH} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} \text{이므로 } h + \sqrt{3}h = 4\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{3} + 1)h = 4\sqrt{2} \quad \therefore h = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) = 8(\sqrt{3} - 1)$$

21 $\overline{DH} = \overline{BD} \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9(\text{m})$

$$\overline{BH} = \overline{BD} \cos 60^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\therefore \overline{AH} = 15\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} \tan 30^\circ = 18\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 18(\text{m})$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 18 - 9 = 9(\text{m})$$

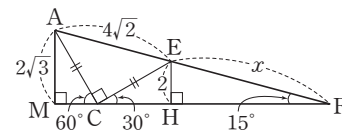
22 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 = 0$

$$\therefore x = 1(\text{중근})$$

즉, $\tan A = 1$ 이므로 $\angle A = 45^\circ$

$$\therefore (\tan A - \sin A)^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{3}{2} - \sqrt{2}$$

23 다음 그림과 같이 두 점 A, E에서 $\overline{DF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, H라 하면



$$\sin 15^\circ = \frac{\overline{AM}}{\overline{AF}} = \frac{\overline{EH}}{\overline{EF}} \text{이므로}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{x + 4\sqrt{2}} = \frac{2}{x}, (\sqrt{3} - 1)x = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore x = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)$$

24 $\overline{AH} = \overline{PH} = 100(\text{m})$,

$$\overline{BH} = \overline{PH} \tan 60^\circ = 100\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\overline{AB} = \overline{BH} - \overline{AH} \text{이므로}$$

$$100\sqrt{3} - 100 = 100(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 100 \times (1.7 \times 1) = 70(\text{m})$$

따라서 4초 동안 70 m를 달렸으므로 1시간 동안 달린 거리는

$$\frac{70}{4} \times 3600 = 63000(\text{m}) = 63(\text{km})$$

따라서 자동차의 속력은 시속 63 km이다.

Ⅱ. 원의 성질

1. 원과 직선

01. 원과 현

소단원 집중 연습				050-051쪽
01 (1) 10	(2) 6	(3) 20	(4) 90	
02 (1) 8		(2) 8		
03 (1) 10		(2) 7		
04 (1) 6	(2) 13	(3) $\sqrt{13}$	(4) 18	
05 (1) 10	(2) 3	(3) 12	(4) $4\sqrt{6}$	

소단원 테스트 [1회]					052-053쪽
01 ②	02 ①	03 ④	04 ①	05 ④	
06 ③	07 ④	08 ⑤	09 ②	10 ③	
11 ④	12 ②				

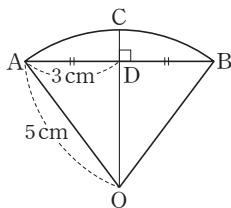
01 ② $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CN} = \overline{DN}$

02 $\overline{AD} = \overline{BD} = 4(\text{cm})$ 이고, $\overline{OB} = \overline{OC} = x$ 라 하면
 $\triangle ODB$ 에서
 $x^2 = (x-3)^2 + 4^2$, $6x = 25$
 $\therefore x = \frac{25}{6}(\text{cm})$

03 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$
 $\therefore \overline{CD} = 2\overline{MB} = 12 \text{ cm}$

04 원의 중심을 O라 하면

$\triangle AOD$ 에서
 $\overline{OD} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$
 $\therefore \overline{CD} = \overline{CO} - \overline{OD}$
 $= 5 - 4 = 1(\text{cm})$



05 원의 중심에서 두 현에 이르는 거리가 다르므로 두 현의 길이는 다르다.

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이므로
 $\frac{x}{2} = \sqrt{5^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$
 $\therefore x = 2\sqrt{7}$

06 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$ 의 연장선과 원이 만나는 두 점을 각각 Q, Q'라 하자.

$\overline{QM} > \overline{Q'M}$ 라고 할 때, 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM} = 8 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{OM} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{QM} = 10 + 6 = 16(\text{cm})$

삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은 삼각형 ABQ의 넓이

와 같으므로 $\frac{1}{2} \times 16 \times 16 = 128(\text{cm}^2)$

07 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면 직각삼각형 OAM에서 $\overline{OA} = 12$, $\overline{OM} = 6$ 이므로

$\overline{AM} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$

$\therefore \angle AOM = 60^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 12^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$
 $= 48\pi - 36\sqrt{3}$

08 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

09 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{OH} = r - 25$

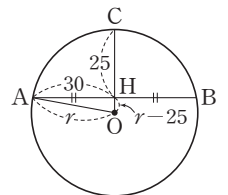
점 H가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로

$\overline{AH} = 30(\text{cm})$

직각삼각형 AHO에서

$r^2 = 30^2 + (r - 25)^2$, $50r = 1525$

$\therefore r = 30.5(\text{cm})$



10 $\overline{AM} = \overline{BM} = 8(\text{cm})$ 이고

$\overline{OA} = x$ 라 하면 $\overline{OM} = x - 4(\text{cm})$

직각삼각형 OAM에서

$x^2 = (x - 4)^2 + 8^2$, $8x = 80$

$\therefore x = 10(\text{cm})$

11 $\overline{OB} = \overline{OC} = 5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OM} = 3(\text{cm})$

직각삼각형 OMB에서

$\overline{MB} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$

$\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로 $\overline{MA} = \overline{MB} = 4(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 ACM에서

$\overline{AC} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

12 직각삼각형 ONC에서

$\overline{CN} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{ON} \perp \overline{CD}$ 이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CN} = \overline{DN}$

$\therefore \overline{AB} = \overline{CD} = 2\overline{CN}$

$= 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

- 01 $\frac{17}{3}$ cm 02 15π cm 03 $16\sqrt{3}$ cm
 04 $4\sqrt{3}$ cm² 05 10 06 $4\sqrt{5}$ cm
 07 $6\sqrt{3}$ 08 $3\sqrt{7}$ 09 $8\sqrt{3}$ cm
 10 6 cm 11 $8\sqrt{5}$ 12 $\frac{29}{4}$ cm

- 01 원의 중심을 O라 하고 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\triangle AMO$ 에서 $r^2 = 5^2 + (r-3)^2$
 $6r = 34 \quad \therefore r = \frac{17}{3}$ (cm)
- 02 원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\overline{OM} = r - 3$ (cm)
 $\overline{AM} = \overline{BM} = 6$ cm
 $\triangle OMB$ 에서
 $(r-3)^2 + 6^2 = r^2$
 $6r = 45 \quad \therefore r = \frac{15}{2}$ (cm)
 따라서 원 O의 둘레의 길이는 $2\pi \times \frac{15}{2} = 15\pi$ (cm)
- 03 $\overline{OD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ (cm) 이므로
 $\triangle OAD$ 에서 $\overline{AD} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 8\sqrt{3}$ (cm)
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 16\sqrt{3}$ (cm)
- 04 $\triangle OCB$ 가 직각삼각형이고,
 $\overline{OC} = 2$ cm, $\overline{OB} = 4$ cm 이므로
 $\overline{BC} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ (cm)
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$ (cm²)
- 05 $\overline{CD} = \overline{AB} = 2\overline{BM} = 2 \times 5 = 10$
- 06 $\overline{AM} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 4\sqrt{5}$ (cm)
- 07 원의 중심에서 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로
 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
 즉, $\overline{AE}$ 는 꼭지각의 이등분선이므로
 $\triangle AOF$ 에서 $\overline{AO} = 2\sqrt{2}$, $\overline{AF} = \sqrt{6}$
 원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분하므로
 $\overline{AC} = 2\sqrt{6}$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} \times \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$
- 08 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 원의 중심 O로부터 두 현 AB, CD
 까지의 거리는 같다.
 즉, 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 N이라
 하면 $\overline{ON} = \overline{OM} = 3$
 직각삼각형 OCN에서 $\overline{CN} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CN} = 2\sqrt{7}$$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 3 = 3\sqrt{7}$$

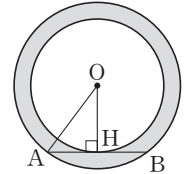
- 09 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면
 직각삼각형 OAM에서 $\overline{OA} = 8$ cm, $\overline{OM} = 4$ cm 이므로

$$\overline{AM} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$
 (cm)

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 8\sqrt{3}$$
 (cm)

- 10 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을
 H라 하면 $\overline{AH} = \overline{BH}$

큰 원의 반지름의 길이를 R , 작은
 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 색
 칠한 부분의 넓이는



$$R^2\pi - r^2\pi = 9\pi \quad \therefore R^2 - r^2 = 9$$

$$\triangle OAH \text{에서 } \overline{AH} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9} = 3$$
 (cm)

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 3 = 6$$
 (cm)

- 11 $\triangle OCP$ 에서

$$\overline{CP}^2 = 12^2 - (12-4)^2 = 80$$

$$\therefore \overline{CP} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 8\sqrt{5}$$

- 12 $\overline{OB} = r$ 라 하면

$$\overline{OM} = r - 2$$
 (cm), $\overline{MB} = 5$ (cm) 이므로

$$\triangle OMB \text{에서}$$

$$r^2 = 5^2 + (r-2)^2$$

$$4r = 29 \quad \therefore r = \frac{29}{4}$$
 (cm)

02. 원의 접선

소단원 집중 연습

056-057쪽

- | | | | |
|--------------------|---------|--------|-----------------|
| 01 (1) 12 | (2) 140 | (3) 62 | (4) 35 |
| 02 (1) $5\sqrt{3}$ | (2) 5 | (3) 4 | (4) $4\sqrt{5}$ |
| 03 (1) 8 | (2) 5 | (3) 3 | (4) 1 |
| 04 (1) 5 | (2) 11 | (3) 3 | (4) 4 |

소단원 테스트 [1회]

058-059쪽

- | | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 01 ③ | 02 ③ | 03 ③ | 04 ④ | 05 ③ |
| 06 ⑤ | 07 ③ | 08 ⑤ | 09 ③ | 10 ② |
| 11 ④ | 12 ⑤ | | | |

- 01 원 O의 반지름의 길이는

3 cm이므로

$$\overline{AP} = \overline{AQ} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$$

$\overline{EQ} = \overline{ER} = x$ 라 하면

$$\overline{EC} = x + 3(\text{cm}) \text{이므로}$$

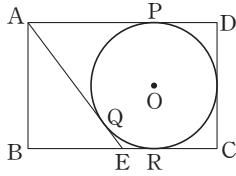
$$\overline{BE} = 9 - (x + 3) = 6 - x(\text{cm})$$

직각삼각형 ABE에서

$$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36 \quad \therefore x = \frac{3}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AE} = 6 + \frac{3}{2} = \frac{15}{2}(\text{cm})$$



- 02 오른쪽 그림과 같이 접점을 D, E, F로 놓으면

$\square ODCE$ 는 한 변의 길이가 원 O의 반지름의 길이와 같은 정사각형이 된다.

$$\overline{AF} = x \text{ cm라 하면}$$

$$\overline{AE} = \overline{AF} = x \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = (17 - x) \text{ cm}$$

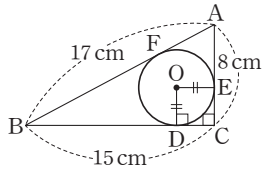
$$\overline{CD} = \overline{EC} = (8 - x) \text{ cm}$$

$$\overline{BD} + \overline{CD} = \overline{BC} \text{에서}$$

$$(17 - x) + (8 - x) = 15$$

$$25 - 2x = 15 \quad \therefore x = 5$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$$



- 03 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AD} = \overline{DE}, \overline{CH} = 9 - 4 = 5(\text{cm})$$

$$\overline{CE} = \overline{CB} \text{이므로 } \overline{CD} = 9 + 4 = 13(\text{cm})$$

$\triangle CDH$ 에서

$$\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = 12(\text{cm})$$

- 04 $\overline{AB}$ 와 원 O와의 접점을 D라 하면

$$\overline{AD} = \overline{AT} \text{이고 } \overline{BD} = \overline{BT'} \text{이므로}$$

($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

$$= \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{BD} + \overline{BC}$$

$$= \overline{AC} + \overline{AT} + \overline{BT'} + \overline{BC}$$

$$= \overline{CT} + \overline{CT'}$$

$$= 2 \times \overline{CT} (\because \overline{CT} = \overline{CT'})$$

이때 $\triangle TOC$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{CT} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$2 \times \overline{CT} = 2 \times 12 = 24$$

- 05 $\square AOBP$ 에서 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AOB + \angle APB = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle APB = 140^\circ$$

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA$$

$$\therefore \angle OAB = \frac{1}{2}(180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$$

- 06 오른쪽 그림에서

$$\overline{PD} = \overline{PF} = \overline{PH} = x \text{라 하면}$$

면

$$\overline{AD} = \overline{AE} = 26 - x$$

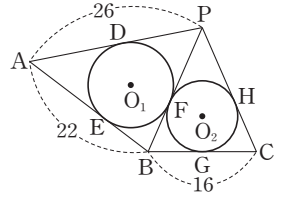
$$\overline{BE} = \overline{BF} = \overline{BG}$$

$$= 22 - (26 - x)$$

$$= x - 4$$

$$\overline{CG} = \overline{CH} = 16 - (x - 4) = 20 - x$$

$$\therefore \overline{PC} = \overline{PH} + \overline{CH} = x + (20 - x) = 20$$



- 07 $\overline{CQ} = \overline{CP} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AR} = \overline{AQ} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$$

- 08 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로

$$7 + 5 = 3 + (5 + \overline{CF})$$

$$\therefore \overline{CF} = 4(\text{cm})$$

- 09 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ 의 넓이에서

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times (13 + 12 + 5) \times r$$

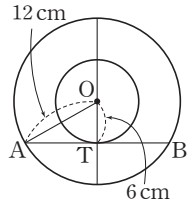
$$\therefore r = 2(\text{cm})$$

- 10 $\overline{AT} = \sqrt{12^2 - 6^2}$

$$= 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2 \times \overline{AT}$$

$$= 12\sqrt{3}(\text{cm})$$



- 11 $\overline{AF} = \overline{AE}$, $\overline{BF} = \overline{BD}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$2 \times (6 + 8 + 3) = 34(\text{cm})$$

- 12 $\overline{AD} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{CE}$

$$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE}$$

$$= \overline{BC} + \overline{AD} = 13(\text{cm})$$

점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

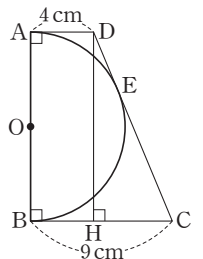
$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{AD} = 5(\text{cm})$$

$\triangle DHC$ 에서

$$\overline{DH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$$

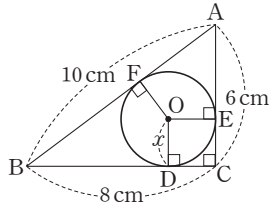
$\therefore$ (사다리꼴 ABCD의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 12 = 78(\text{cm}^2)$$



- 01 2 cm 02 $4\sqrt{10}$ cm 03 $4\sqrt{3}$ cm
 04 $6\sqrt{11}$ 05 5 cm 06 $10\sqrt{3}$ cm
 07 70 m 08 150 cm^2 09 $6\sqrt{2}$
 10 50 cm 11 6 cm 12 12π

- 01 점 O에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라고 하면 $\square ODCE$ 는 정사각형이다.



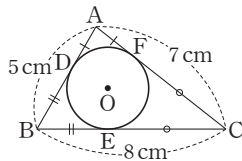
$\overline{CD} = \overline{CE} = x$ 라고 하면
 $\overline{AE} = \overline{AF} = 6 - x$ (cm)
 $\overline{BD} = \overline{BF} = 8 - x$ (cm)
 이때 $\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF}$ 이므로
 $10 = (6 - x) + (8 - x)$
 $\therefore x = 2$ (cm)

- 02 $\triangle OMB$ 에서 $\overline{MB} = \sqrt{7^2 - 3^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)
 $\therefore \overline{AB} = 2\overline{MB} = 4\sqrt{10}$ (cm)

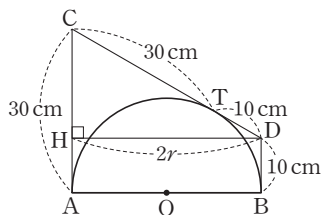
- 03 $\angle APO = \angle BPO = 30^\circ$ 이고 $\angle PAO = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{PO} : \overline{PA} = 2 : \sqrt{3}$ 에서 $\overline{PO} : 6 = 2 : \sqrt{3}$
 $\therefore \overline{PO} = 4\sqrt{3}$ (cm)

- 04 점 O'에서 $\overline{QA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.
 직각삼각형 OHO' 에서
 $\overline{OO'} = 11$, $\overline{OH} = 9 - 2 = 7$ 이므로
 $\overline{HO'} = \sqrt{11^2 - 7^2} = 6\sqrt{2}$
 따라서 $\triangle QAB$ 에서 $\overline{AB} = \overline{HO'} = 6\sqrt{2}$ 이므로
 $\overline{QB} = \sqrt{18^2 + (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{11}$

- 05 $\overline{CF} = x$ 라고 하면
 $\overline{CE} = \overline{CF} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 7 - x$ (cm)
 $\overline{BD} = \overline{BE} = 8 - x$ (cm)
 이때 $\overline{AB} = 5$ cm이므로
 $\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = (7 - x) + (8 - x) = 5$
 $15 - 2x = 5 \quad \therefore x = 5$ (cm)



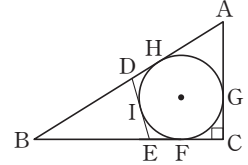
- 06 점 D를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 H라 하면



$\overline{CH} = 30 - 10 = 20$ (cm),
 $\overline{CD} = 30 + 10 = 40$ (cm)

반원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면 $\triangle CHD$ 에서
 $40^2 = 20^2 + (2r)^2 \quad \therefore r = 10\sqrt{3}$ (cm)

- 07 오른쪽 그림과 같이 접점을



F, G, H, I라 하자.

$\overline{BH} = \overline{BF} = x$ 라 하면

$\overline{AH} = \overline{AG} = 53 - x$ (m)

$\overline{CF} = \overline{CG} = 45 - x$ (m)

$\overline{AC} = (53 - x) + (45 - x) = 28$ (m)

$98 - 2x = 28, 2x = 70 \quad \therefore x = 35$ (m)

따라서 $\overline{DI} = \overline{DH}$, $\overline{EI} = \overline{EF}$ 이므로 $\triangle DBE$ 의 둘레의 길이는 $\overline{BD} + \overline{BE} + \overline{DE} = 2\overline{BH} = 2 \times 35 = 70$ (m)

- 08 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\square AEOH$, $\square EBFO$ 는 정사각형이다. 반지름의 길이가 6 cm이므로

$\square ABFH = 6 \times 12 = 72$ (cm^2)

$\overline{BF} = 6$ (cm)이므로

$\overline{CF} = \overline{CG} = 15 - 6 = 9$ (cm)

$\overline{GD} = \overline{HD} = 13 - 9 = 4$ (cm)

이때 $\square HFCD$ 가 $\angle H = \angle F = 90^\circ$ 인 사다리꼴이므로

$\square HFCD = \frac{1}{2} \times (4 + 9) \times 12 = 78$ (cm^2)

$\therefore \square ABCD = \square ABFH + \square HFCD$
 $= 72 + 78 = 150$ (cm^2)

- 09 반원 O와 $\overline{CD}$ 의 접점을 E라 하면

$\overline{CE} = \overline{AC} = 3$, $\overline{ED} = \overline{BD} = 6$ 이므로

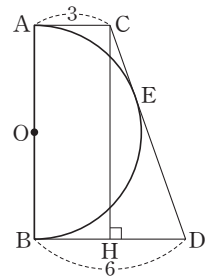
$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{ED} = 3 + 6 = 9$

또 점 C에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle CHD$ 에서 $\overline{CH}^2 + \overline{HD}^2 = \overline{CD}^2$
 이므로

$\overline{CH}^2 = 9^2 - 3^2 = 72 \quad \therefore \overline{CH} = 6\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB} = \overline{CH} = 6\sqrt{2}$



- 10 $\overline{CE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ (cm)

$\overline{BE} = x$ cm라 하면 $\overline{AD} = x + 5$ (cm)

$\square ABED$ 가 원 O에 외접하므로

$12 + 13 = (x + 5) + x \quad \therefore x = 10$

따라서 $\square ABED$ 의 둘레의 길이는

$12 + 10 + 13 + 15 = 50$ (cm)

- 11 $\overline{AD} = \overline{AF} = 2$ cm, $\overline{CF} = \overline{CE} = 6 - 2 = 4$ (cm)이므로
 $\overline{BE} = \overline{BD} = x$ cm라 하면

$\overline{AB} = x + 2$ (cm), $\overline{BC} = x + 4$ (cm)

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = (x + 2) + (x + 4) + 6 = 24$

$2x = 12 \quad \therefore x = 6$ (cm)

- 12 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고 큰 원의 반지름의 길이를 R , 작은 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\triangle OAH$ 에서 $R^2 = r^2 + (2\sqrt{3})^2$ 이므로 $R^2 - r^2 = 12$

따라서 구하는 넓이는

(큰 원의 넓이) - (작은 원의 넓이)

$= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 12\pi$

01 ③	02 10π cm	03 5 cm
04 $2\sqrt{15}$ cm	05 ⑤	06 ②
07 ①		
08 ④	09 ③	10 ②
11 4π		
12 $5\sqrt{6}$ cm ²	13 ③	14 ④
15 ③		
16 ⑤	17 ①	18 $4\sqrt{3}$
19 ②	20 ②	
21 1 cm	22 ⑤	23 ④
24 ⑤		

- 01 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$$

작은 원 O'의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{OH} = \overline{OE} - \overline{O'F} = 9 - r$$

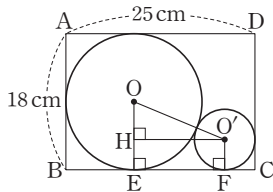
$$\overline{HO'} = \overline{EF} = 25 - 9 - r = 16 - r$$

$$\triangle OHO' \text{에서 } (9+r)^2 = (9-r)^2 + (16-r)^2$$

$$r^2 - 68r + 256 = 0, (r-64)(r-4) = 0$$

$$\therefore r = 4 \text{ 또는 } r = 64$$

그런데 $r < 9$ 이므로 $r = 4(\text{cm})$



- 02 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{CE} = \overline{CF} = r \text{ cm이므로}$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 20 - r(\text{cm}), \overline{BD} = \overline{BE} = 15 - r(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} \text{에서}$$

$$(20 - r) + (15 - r) = 25, 2r = 10 \quad \therefore r = 5$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 5 = 10\pi(\text{cm})$$

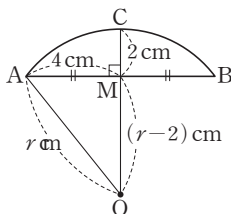
- 03 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

이때 $\triangle OAM$ 에서

$$r^2 = (r-2)^2 + 4^2$$

$$4r = 20 \quad \therefore r = 5$$

따라서 원의 반지름의 길이는 5 cm이다.



- 04 $\overline{PD} = \overline{PC} = 12$ cm이

므로

$$\overline{AD} = \overline{AB} = 17 - 12$$

$$= 5(\text{cm})$$

점 A에서 $\overline{PC}$ 에 내린

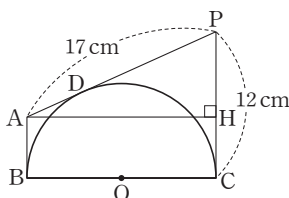
수선의 발을 H라 하면

$$\overline{HC} = \overline{AB} = 5(\text{cm}), \overline{PH} = 12 - 5 = 7(\text{cm})$$

$$\triangle APH \text{에서 } \overline{AH} = \sqrt{17^2 - 7^2} = \sqrt{240} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{AH} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$$

따라서 반원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{15}$ cm이다.



- 05 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle OAH$ 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AH} = 4\sqrt{14}(\text{cm})$$

- 06 $\triangle OAH$ 에서 $\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

- 07 사각형 MBHO에서

$$\angle MBH = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 118^\circ) = 62^\circ$$

이때 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 2 \times 62^\circ = 56^\circ$$

- 08 접시의 중심을 O라 하고 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{OA} = r, \overline{OM} = 11 - r$$

$$\overline{OM} \perp \overline{AB} \text{이므로 } \triangle OAM \text{에서}$$

$$r^2 = (11 - r)^2 + 5^2, 22r = 146$$

$$\therefore r = \frac{73}{11}(\text{cm})$$

- 09 $\overline{ER} = \overline{EQ} = x$ 라 하면

$$\overline{AS} = \overline{AP} = 3 \text{ cm}, \overline{BP} = \overline{BQ} = 3 \text{ cm이므로}$$

$$\overline{DS} = \overline{DR} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$$

직각삼각형 CDE에서

$$\overline{DE} = x + 6(\text{cm}), \overline{DC} = 6(\text{cm}),$$

$$\overline{EC} = 9 - (x + 3) = 6 - x(\text{cm}) \text{이므로}$$

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36 \quad \therefore x = \frac{3}{2}(\text{cm})$$

- 10 $\overline{AP} = \overline{AR} = x$ 라 하면

$$\overline{BP} = \overline{BQ} = 6 - x, \overline{CR} = \overline{CQ} = 8 - x$$

$$\text{이때 } \overline{BC} = 5 \text{이므로 } (6 - x) + (8 - x) = 5$$

$$2x = 9 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$$

$$\text{이때 } \overline{DP} = \overline{DS}, \overline{ER} = \overline{ES}$$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 $2\overline{AP}$ 와 같으므로 9이다.

- 11 내접원의 중심을 I라 하고 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$\triangle ABC = \triangle ICA + \triangle IAB + \triangle IBC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8r + \frac{1}{2} \times 6r + \frac{1}{2} \times 10r$$

$$= 12r$$

$$\text{즉, } 12r = 24 \text{에서 } r = 2$$

$$\therefore (\text{내접원의 넓이}) = \pi \times 2^2 = 4\pi$$

12 $\overline{PT} = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ 이므로

$\triangle OPT = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 5 = 5\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

13 $\overline{AF} = \overline{AD} = 4 \text{ cm}$, $\overline{FC} = \overline{EC} = 5 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{DB} + \overline{BE} = 32 - 8 - 10 = 14(\text{cm})$

$\therefore \overline{DB} = \overline{BE} = 7(\text{cm})$

14 $\triangle OMA$ 에서 $\overline{OA} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$ 이고

$\overline{OM} \perp \overline{AM}$ 이므로 $\overline{AM} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$

15 $\overline{AE} = \overline{AF} = 2(\text{cm})$

$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AE} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$

$\overline{BD} = \overline{BF} = 7(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{CE} = 3(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 7 + 3 = 10(\text{cm})$

16 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} = 4 + 8 = 12(\text{cm})$

17 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 와

의 접점을 각각 Q, R, S라 하자.

$\square BROQ$ 는 정사각형이므로

$\overline{BR} = 4(\text{cm})$

$\overline{RC} = \overline{BC} - \overline{BR} = 11 - 4 = 7(\text{cm})$

$\overline{CS} = \overline{RC} = 7(\text{cm})$

$\overline{SD} = \overline{CD} - \overline{CS} = 10 - 7 = 3(\text{cm})$

$\therefore \overline{PD} = \overline{SD} = 3(\text{cm})$

18 $\overline{OQ} = \overline{OT} = 4$ 이므로 $\overline{PO} = 8$

$\angle PTO = 90^\circ$ 이므로 $\overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$

19 $\overline{PA} : \overline{PO} = \sqrt{3} : 2$ 이므로 $9 : \overline{PO} = \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{PO} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

20 $\overline{AM} = \sqrt{5^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$ 이므로

$\overline{AB} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD} = \overline{AB} = 2\sqrt{13} \text{ cm}$

21 내접원의 반지름의 길이를 r 라 하고 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$,

$\overline{AC}$ 가 접하는 점을 각각 D, E, F라 하면

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm})$,

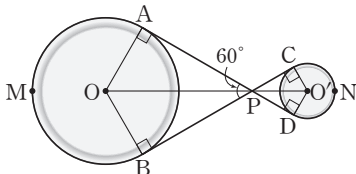
$\overline{AF} = \overline{AD} = 3 - r(\text{cm})$,

$\overline{CF} = \overline{CE} = 4 - r(\text{cm})$ 이므로

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF}$ 에서

$5 = (3 - r) + (4 - r) \quad \therefore r = 1(\text{cm})$

22



$\square AOBP$ 에서

$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$ 이므로

$\widehat{AMB} = 2\pi \times 8 \times \frac{240^\circ}{360^\circ} = \frac{32}{3}\pi$

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동) 이므로

$\angle APO = \angle BPO = 30^\circ$

$\therefore \overline{AP} = \overline{BP} = \frac{8}{\tan 30^\circ} = 8\sqrt{3}$

마찬가지로 $\square CPDO'$ 에서

$\angle CO'D = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$ 이므로

$\widehat{CND} = 2\pi \times 3 \times \frac{240^\circ}{360^\circ} = 4\pi$

$\triangle CPO' \equiv \triangle DPO'$ (RHS 합동) 이므로

$\angle CPO' = \angle DPO' = 30^\circ$

$\therefore \overline{CP} = \overline{DP} = \frac{3}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{3}$

따라서 끈의 최소 길이는

$\frac{32}{3}\pi + 2 \times 8\sqrt{3} + 4\pi + 2 \times 3\sqrt{3} = \frac{44}{3}\pi + 22\sqrt{3}$

23 원 P와 반원 Q의 접점을 R라 하고 반원 Q의 반지름의 길이를 x 라 하자.

$\overline{PO} = \overline{PR} = 3$, $\overline{QR} = x$, $\overline{OQ} = 6 - x$

이므로 직각삼각형 POQ에서

$(3 + x)^2 = 3^2 + (6 - x)^2$, $18x = 36 \quad \therefore x = 2$

따라서 반원 Q의 반지름의 길이는 2이다.

24 원의 중심을 O라 하고, 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자.

$\overline{AM} = \overline{MB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 12$,

$\overline{CN} = \overline{ND} = \frac{1}{2} \overline{CD} = 9$

$\triangle OND$ 에서 $\overline{ND} = 9$, $\overline{NO} = 12 - 4 = 8$ 이므로

$\overline{OD} = \sqrt{9^2 + 8^2} = \sqrt{145}$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi \times (\sqrt{145})^2 = 145\pi$

중단원 테스트 [2회]

066-069쪽

01 ⑤

02 ②

03 ②

04 ①

05 69°

06 ④

07 $\frac{9}{2} \text{ cm}$

08 ②

09 12.5

10 ③

11 $\frac{15}{2} \text{ cm}$

12 24 cm

13 ③

14 ④

15 ③

16 $\frac{240}{17}$

17 ④

18 42 cm^2

19 20 cm

20 ③

21 ⑤

22 $4\pi \text{ cm}^2$

23 20°

24 ⑤

- 01 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{OA} = 10 \text{ cm}, \overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = 5 \text{ cm}$$

$$\overline{AM} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$$

- 02 $\triangle OMB$ 에서 $\overline{MB} = \sqrt{7^2 - 3^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{MB} = 4\sqrt{10}(\text{cm})$$

- 03 점 O'에서 $\overline{OM}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle OHO' \text{에서 } \overline{OH} = 4 - 1 = 3(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{HO'} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$$

$$\text{이때 } \overline{AM} = \overline{MP}, \overline{PN} = \overline{NB} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{MN} = 2\overline{HO'} = 8(\text{cm})$$

- 04 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$r^2 = (r-5)^2 + 6^2, 10r = 61$$

$$\therefore r = 6.1(\text{cm})$$

- 05 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \frac{1}{2}(180^\circ - 138^\circ) = 21^\circ$$

$$\text{반직선 PA는 접선이므로 } \angle PAO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PAB = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$$

- 06 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$$\triangle ABC \text{는 } \overline{AB} = \overline{AC} \text{인 이등변삼각형이므로}$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 66^\circ = 48^\circ$$

- 07 $\overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CF} = \overline{CE}$ 이므로

$$\overline{AD} + \overline{AF} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 25(\text{cm})$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로 } \overline{AF} = \frac{25}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CF} = \overline{AF} - \overline{AC} = \frac{9}{2}(\text{cm})$$

- 08 $\angle TOT' = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 이므로

$$(\text{구하는 넓이}) = \pi \times 6^2 \times \frac{250^\circ}{360^\circ} = 25\pi(\text{cm}^2)$$

- 09 점 E에서 $\overline{CD}$ 에 내린

$$\text{수선의 발을 H,}$$

$$\overline{DE} = x \text{라 하면}$$

$$\overline{DP} = \overline{DC} = 10$$

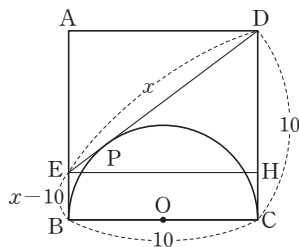
$$\overline{EB} = \overline{EP} = x - 10$$

$$\triangle DEH \text{에서}$$

$$x^2 = 10^2 + \{10 - (x - 10)\}^2$$

$$x^2 = 10^2 + (20 - x)^2$$

$$40x = 500 \quad \therefore x = 12.5$$



- 10 $\overline{DC}$ 와 원이 접하는 점을 E라 하고 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내

$$\text{린 수선의 발을 H라 하면}$$

$$\overline{DE} = \overline{AD} = 4 \text{ cm}, \overline{CE} = \overline{CB} = 8 \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{DC} = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{12^2 - 4^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\text{따라서 반원 O의 반지름의 길이는 } 4\sqrt{2} \text{ cm이다.}$$

- 11 $\overline{OA} = r$ 라 하면 $(r-3)^2 + 6^2 = r^2$

$$6r = 45 \quad \therefore r = \frac{15}{2}(\text{cm})$$

- 12 $\overline{AT} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(\text{cm})$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AT} = 24(\text{cm})$$

- 13 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 10 - x(\text{cm}), \overline{CE} = \overline{CF} = 9 - x(\text{cm})$$

$$\text{이므로 } \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} \text{에서}$$

$$11 = (10 - x) + (9 - x)$$

$$\therefore x = 4(\text{cm})$$

- 14 $\overline{BE} = x$ 라 하면

$$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$$

$$\overline{AD} = \overline{BC} = x + 9(\text{cm}) \text{ 이고}$$

$$\square ABED \text{가 원 O에 외접하므로}$$

$$12 + 15 = (x + 9) + x, 2x = 18$$

$$\therefore x = 9(\text{cm})$$

- 15 $\triangle OMB$ 에서 $\overline{MB} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

$$\overline{AB} \perp \overline{OC} \text{이므로 } \overline{AM} = \overline{MB} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{MC} = \overline{OC} - \overline{OM} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \triangle ACM \text{에서}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}(\text{cm})$$

- 16 $\overline{OA} = \overline{OC} = 8$ 이므로 $\overline{PO} = 17$

$$\angle PAO = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{PA} = \overline{PB} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

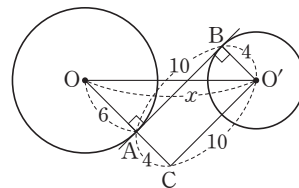
$$\text{점 A에서 } \overline{PO} \text{에 내린 수선의 발을 H라 하면}$$

$$\triangle PAO = \frac{1}{2} \times \overline{PA} \times \overline{AO} = \frac{1}{2} \times \overline{PO} \times \overline{AH} \text{에서}$$

$$15 \times 8 = 17 \times \overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = \frac{120}{17}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = \frac{240}{17}$$

- 17



$$\text{위의 그림의 직각삼각형 } OCO' \text{에서}$$

$$(6 + 4)^2 + 10^2 = x^2 \quad \therefore x = 10\sqrt{2}$$

- 18 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AD} + \overline{BC} = 8 + 6 = 14(\text{cm})$$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

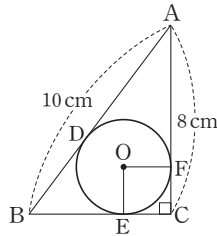
$$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 14 \times 6 = 42(\text{cm}^2)$$

- 19 $\overline{AD} = \overline{AE} = 10 \text{ cm}$, $\overline{CF} = \overline{CD}$, $\overline{BF} = \overline{BE}$ 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)
 $= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$
 $= \overline{AB} + (\overline{BF} + \overline{CF}) + \overline{AC}$
 $= \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{CD} + \overline{AC}$
 $= \overline{AE} + \overline{AD} = 2\overline{AE}$
 $= 2 \times 10 = 20(\text{cm})$

- 20 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$ 라 하면
 $\overline{BD} = \overline{BE} = 9 - x(\text{cm})$, $\overline{CF} = \overline{CE} = 7 - x(\text{cm})$
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로
 $10 = (9 - x) + (7 - x)$, $2x = 6$
 $\therefore x = 3(\text{cm})$

- 21 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
 $\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
 따라서 $\triangle APB$ 는 정삼각형이므로
 $\triangle APB = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ = 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

- 22 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$
 원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$
 라 하면
 $\overline{OE} = \overline{OF} = r \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{BE} = \overline{BD} = 6 - r(\text{cm})$
 $\overline{AF} = \overline{AD} = 8 - r(\text{cm})$
 $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$ 이므로
 $10 = (6 - r) + (8 - r) \quad \therefore r = 2$
 $\therefore$ (원 O의 넓이) $= \pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$



- 23 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로
 $\square APBO$ 에서
 $\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 40^\circ + 90^\circ) = 140^\circ$
 따라서 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$

- 24 점 C에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$$\triangle CHD \text{에서 } 8^2 = 2^2 + \overline{CH}^2$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{AB} = 2\sqrt{15}$$

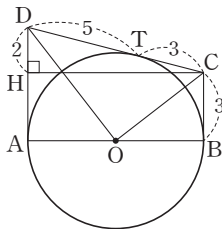
$$\triangle AOD \text{에서}$$

$$\overline{OA} = \sqrt{15}, \overline{DA} = 5 \text{이므로}$$

$$\overline{DO} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{15})^2} = 2\sqrt{10}$$

$$\triangle BOC \text{에서 } \overline{CO} = \sqrt{(\sqrt{15})^2 + 3^2} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{DO} \times \overline{CO} = 2\sqrt{10} \times 2\sqrt{6} = 8\sqrt{15}$$



중단원 테스트 [서술형]

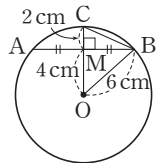
070-071쪽

- 01 2 cm 02 $2\sqrt{6} \text{ cm}$ 03 55°
 04 $2\sqrt{15} \text{ cm}$ 05 30 cm 06 28 cm
 07 $6\pi \text{ cm}$ 08 $\frac{120}{13} \text{ cm}$

- 01 $\overline{CM} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\overline{OM} = 10 - x(\text{cm})$
 $\overline{AM} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$ 이므로 ①
 직각삼각형 OAM에서
 $10^2 = 6^2 + (10 - x)^2$ ②
 $x^2 - 20x + 36 = 0$, $(x - 2)(x - 18) = 0$
 이때 $0 < x < 10$ 이므로 $x = 2$
 $\therefore \overline{CM} = 2 \text{ cm}$ ③

채점 기준	배점
① $\overline{AM}$ 의 길이 구하기	30 %
② $\triangle OAM$ 에서 피타고라스 정리 이용하기	40 %
③ $\overline{CM}$ 의 길이 구하기	30 %

- 02 $\overline{CM}$ 은 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이므로
 $\overline{CM}$ 의 연장선은 원의 중심을 지난
 다.



- 원의 중심을 O라 하면
 $\overline{OB} = 6 \text{ cm}$, $\overline{OM} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$
 $\overline{BM} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ ①
 $\therefore \overline{BC} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$ ②

채점 기준	배점
① $\overline{BM}$ 의 길이 구하기	50 %
② $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	50 %

- 03 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각
 형이다. ①
 $\square AMON$ 에서
 $\angle A = 360^\circ - (90^\circ + 110^\circ + 90^\circ) = 70^\circ$ ②
 $\therefore \angle B = \frac{1}{2} (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$ ③

채점 기준	배점
① $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형임을 알기	30 %
② $\angle A$ 의 크기 구하기	30 %
③ $\angle B$ 의 크기 구하기	40 %

- 04 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같
 으므로

$$\overline{CD} = \overline{CT} + \overline{DT} = \overline{CA} + \overline{DB}$$

$$= 10 + 6 = 16(\text{cm})$$
 ①

점 D를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이 $\overline{CA}$ 와 만나는 점
 을 M이라고 하면 $\overline{DM} \perp \overline{CA}$ 이므로 $\triangle CMD$ 는 직각삼
 각형이다.

△CMD에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{DM} = \sqrt{16^2 - 4^2} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{DM} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{15}$ cm이다. ②

채점 기준	배점
① $\overline{CD}$ 의 길이 구하기	40 %
② 원 O의 반지름의 길이 구하기	60 %

05 $\overline{BD} = \overline{BE} = 6$ cm,

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 11 - 6 = 5(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 10 - 6 = 4(\text{cm}) \text{이므로} \quad \dots\dots ②$$

$$\begin{aligned} & (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} + (\overline{AF} + \overline{CF}) \\ &= 10 + 11 + (4 + 5) = 30(\text{cm}) \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

채점 기준	배점
① $\overline{BD}$, $\overline{CF}$ 의 길이 각각 구하기	30 %
② $\overline{AD}$ ($\overline{AF}$)의 길이 구하기	30 %
③ $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 구하기	40 %

06 원 O의 반지름의 길이가 3 cm이므로

$$\overline{CD} = 2 \times 3 = 6(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

□ABCD가 원 O에 외접하는 사각형이므로

$$\begin{aligned} & \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{에서} \\ & \overline{AD} + \overline{BC} = 8 + 6 = 14(\text{cm}) \quad \dots\dots ② \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \therefore (\square ABCD \text{의 둘레의 길이}) \\ &= 2(\overline{AD} + \overline{BC}) = 2 \times 14 = 28(\text{cm}) \quad \dots\dots ③ \end{aligned}$$

채점 기준	배점
① $\overline{CD}$ 의 길이 구하기	20 %
② $\overline{AD} + \overline{BC}$ 의 길이 구하기	40 %
③ □ABCD의 둘레의 길이 구하기	40 %

07 $\overline{AC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225}$

$$= 15(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$

내접원의 반지름의 길이를 r 라

하면 오른쪽 그림에서

$$(8 - r) + (15 - r) = 17$$

$$2r = 6$$

$$\therefore r = 3(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

따라서 내접원의 둘레의 길이는

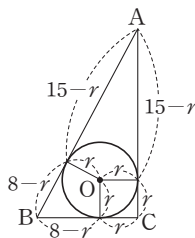
$$2\pi \times 3 = 6\pi(\text{cm}) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① $\overline{AC}$ 의 길이 구하기	40 %
② 내접원의 반지름의 길이 구하기	40 %
③ 내접원의 둘레의 길이 구하기	20 %

08 $\angle OAP = 90^\circ$ 이므로

△APO에서

$$\overline{PO} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13(\text{cm}) \quad \dots\dots ①$$



$\overline{PO}$ 와 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 H라

하면 △PAB는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인

이등변삼각형이고 $\overline{PH}$ 가

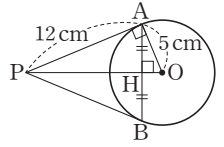
$\angle APB$ 의 이등분선이므로

$\overline{PH}$ 는 $\overline{AB}$ 를 수직이등분한다.

△AOP에서 $\overline{PO} \times \overline{AH} = \overline{PA} \times \overline{OA}$ 이므로

$$13 \times \overline{AH} = 12 \times 5 \quad \therefore \overline{AH} = \frac{60}{13}(\text{cm}) \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times \frac{60}{13} = \frac{120}{13}(\text{cm}) \quad \dots\dots ③$$



채점 기준	배점
① $\overline{PO}$ 의 길이 구하기	30 %
② $\overline{AH}$ 의 길이 구하기	50 %
③ $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	20 %

2. 원주각

01. 원주각

소단원 집중 연습

072-073쪽

01 (1) 40° (2) 47° (3) 90° (4) 120°

02 (1) 100° (2) 90° (3) 60° (4) 230°

03 (1) $\angle x = 56^\circ$, $\angle y = 28^\circ$

(2) $\angle x = 90^\circ$, $\angle y = 70^\circ$

(3) $\angle x = 45^\circ$, $\angle y = 70^\circ$

(4) $\angle x = 124^\circ$, $\angle y = 28^\circ$

04 (1) 29 (2) 50 (3) 8 (4) 7

소단원 테스트 [1회]

074-075쪽

01 ④ 02 ② 03 ③ 04 ③ 05 ①

06 ② 07 ③ 08 ③ 09 ③ 10 ④

11 ⑤ 12 ②

01 $\angle C : \angle A : \angle B = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 5 : 4 : 3$
이므로

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{4}{5+4+3} = 60^\circ$$

02 $\angle AOC = 2\angle APC = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$ 이므로

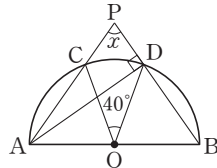
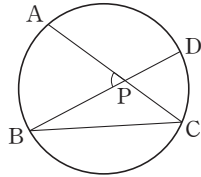
$$\angle BOC = 160^\circ - 40^\circ = 120^\circ$$

$$\angle BQC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle APC : \angle BQC = 1 : 3 \text{이므로}$$

$$\widehat{AC} : \widehat{BC} = 1 : 3 \quad \therefore \widehat{BC} = 9 \text{ cm}$$

- 03 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 이므로 $\angle DCB = \angle ABC = 25^\circ$
 $\triangle PCB$ 에서 $\angle APC = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$
- 04 $\angle ABP = \angle APD - \angle BAP = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$
 $\angle BAC : \angle ABD = 2 : 5$ 이므로
 $\widehat{BC} : \widehat{AD} = 2 : 5, 4 : \widehat{AD} = 2 : 5$
 $\therefore \widehat{AD} = 10 \text{ cm}$
- 05 $\widehat{AC} = \widehat{CD}$ 이므로 $\angle CAD = \angle ABC = 25^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ACB = 180^\circ - (25^\circ + 50^\circ + 25^\circ) = 80^\circ$
- 06 호 AB의 원주각은 $\angle ACB$ 이고, 호 BC의 원주각은 $\angle BAC$ 이다.
 $\angle BAC + \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$
 $\angle BAN + \angle ACM = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} \angle ACB$
 $= \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$
- 07 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{BC}$ 를 그으면
 $\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$ 이고,
 $\widehat{AB} : \widehat{CD} = 3 : 2$ 이므로
 $\angle ACB : \angle CBD = 3 : 2$
 $\therefore \angle CBD = 36^\circ \times \frac{2}{3} = 24^\circ$
 $\triangle PBC$ 에서
 $\angle APB = \angle PBC + \angle PCB = 24^\circ + 36^\circ = 60^\circ$
- 08 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 를 그으면 $\widehat{AB}$ 는 반원 O의 지름이므로
 $\angle ADB = 90^\circ$
 $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD = 20^\circ$
 $\triangle ADP$ 에서 $\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$
- 09 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로 $\angle ADC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$
 $\angle ABC = \angle ADC = 55^\circ$
 $\triangle PCB$ 에서 $\angle CPB = 180^\circ - (32^\circ + 55^\circ) = 93^\circ$
 $\triangle PBD$ 에서 $\angle ABD = 93^\circ - 35^\circ = 58^\circ$
 $\therefore \angle CPB + \angle ABD = 151^\circ$
- 10 $\widehat{AC} : \widehat{AD} = 1 : 3$ 이므로 $\angle y = 3 \angle CBA = 60^\circ$
 $\angle x = 2 \angle CBA = 40^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ$
- 11 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로
 $\angle ACB = \angle CAB = \angle ADB = \angle x$
 $\triangle ABC$ 에서 $140^\circ + 2 \angle x = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 20^\circ$



- 12 $\angle BAC = \angle BEC = 32^\circ$ 이므로
 $\angle ACB = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle ADB = \angle ACB = 58^\circ$

소단원 테스트 [2회]

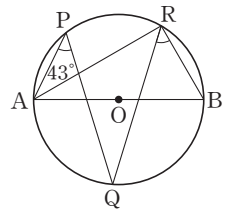
076-077쪽

01 100°	02 40°	03 60°	04 47°	05 65°
06 34°	07 20°	08 6	09 24°	
10 5 cm	11 80°	12 $16\sqrt{2}$		

- 01 $\angle x = 2 \times 20^\circ + 2 \times 30^\circ = 100^\circ$
- 02 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 이므로
 $\angle DCB = \angle ABC = 20^\circ$
 $\triangle PCB$ 에서
 $\angle APC = \angle PBC + \angle PCB$
 $= 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$
- 03 $\triangle COD$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$
 $\widehat{AD} : \widehat{BC} = 1 : 2$ 이므로
 $\angle ACD : \angle BAC = 1 : 2$
 $30^\circ : \angle x = 1 : 2$
 $\therefore \angle x = 60^\circ$

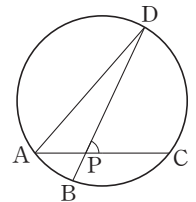
- 04 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AR}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle ARQ &= \angle APQ = 43^\circ \\ \angle ARB &= 90^\circ \text{이므로} \\ \angle BRQ &= 90^\circ - 43^\circ \\ &= 47^\circ \end{aligned}$$



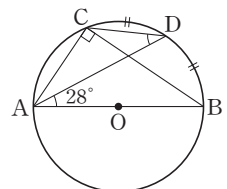
- 05 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle ADB &= \frac{1}{9} \times 180^\circ = 20^\circ \\ \angle CAD &= \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \\ \triangle APD \text{에서} \\ \angle CPD &= \angle ADP + \angle PAD \\ &= 20^\circ + 45^\circ = 65^\circ \end{aligned}$$



- 06 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AC}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle ACB &= 90^\circ \\ \angle CAD &= \angle BAD = 28^\circ \\ \therefore \angle BAC &= 28^\circ + 28^\circ = 56^\circ \\ \triangle ABC \text{에서} \quad \angle ABC &= 180^\circ - (90^\circ + 56^\circ) = 34^\circ \\ \widehat{AC} \text{에 대한 원주각의 크기는 같으므로} \\ \angle ADC &= \angle ABC = 34^\circ \end{aligned}$$



07 $\angle ADC = \angle x$ 라 하면

$$\angle ABC = \angle x$$

$$\triangle PBC \text{에서 } \angle BCD = 40^\circ + \angle x$$

$$\triangle QCD \text{에서 } \angle BQD = 40^\circ + \angle x + \angle x = 80^\circ$$

$$2\angle x = 40^\circ \quad \therefore \angle x = \angle ADC = 20^\circ$$

08 $\angle AOB : \angle BOC : \angle AOC$

$$= \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 3 : 4 : 5 \text{이므로}$$

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{3+4+5} = 90^\circ$$

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{4}{3+4+5} = 120^\circ$$

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{5}{3+4+5} = 150^\circ$$

외접원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\frac{1}{2}r^2(\sin 90^\circ + \sin(180^\circ - 120^\circ) + \sin(180^\circ - 150^\circ))$$

$$= 27 + 9\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}r^2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = 27 + 9\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2}r^2 \times \frac{3+\sqrt{3}}{2} = 9(3+\sqrt{3})$$

$$r^2 = 36 \quad \therefore r = 6 (\because r > 0)$$

09 $\overline{BC}$ 를 그으면

$$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$$

$$\angle BCD = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2} \times 28^\circ = 14^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle BCP \text{에서 } \angle BPD = 38^\circ - 14^\circ = 24^\circ$$

10 지름 $\overline{AB}$ 에 대하여 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle CBA = 30^\circ$$

이때 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$$10 : \widehat{AC} = 60^\circ : 30^\circ \quad \therefore \widehat{AC} = 5(\text{cm})$$

11 $\widehat{AC} : \widehat{BD} = 2 : 1$ 이므로 $\angle ABC : \angle BCD = 2 : 1$

$$\therefore \angle BCD = \frac{1}{2}\angle ABC$$

$$\triangle PCB \text{에서 } \angle PCB + \angle PBC = \angle DPB \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2}\angle ABC + \angle ABC = 120^\circ, \quad \frac{3}{2}\angle ABC = 120^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 80^\circ$$

12 $\angle APO' = 90^\circ$ 이고 직각삼각형 $\triangle APO'$ 에서

$$\overline{AO'} = 12 + 6 = 18, \overline{PO'} = 6 \text{이므로}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{18^2 - 6^2} = 12\sqrt{2}$$

원 O의 지름 $\overline{AB}$ 에 대한 원주각은 $\angle AQB = 90^\circ$

$\triangle APO'$ 와 $\triangle AQB$ 에서

$$\angle A \text{는 공통, } \angle APO' = \angle AQB = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle APO' \sim \triangle AQB \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB} \text{이므로}$$

$$12\sqrt{2} : \overline{AQ} = 3 : 4 \quad \therefore \overline{AQ} = 16\sqrt{2}$$

02. 원주각의 활용

소단원 집중 연습

078-079쪽

01 (1) $\times$ (2) $\bigcirc$

02 (1) 38° (2) 70°

03 (1) $\angle x = 92^\circ, \angle y = 105^\circ$

(2) $\angle x = 110^\circ, \angle y = 90^\circ$

(3) $\angle x = 95^\circ, \angle y = 55^\circ$

(4) $\angle x = 118^\circ, \angle y = 62^\circ$

04 (1) 80° (2) 45°

05 (1) $\bigcirc$ (2) $\times$

06 (1) 85° (2) 50°

07 (1) $\angle x = 90^\circ, \angle y = 60^\circ$

(2) $\angle x = 60^\circ, \angle y = 35^\circ$

소단원 테스트 [1회]

080-081쪽

01 ③ 02 ② 03 ④ 04 ③ 05 ④

06 ③ 07 ① 08 ① 09 ④ 10 ②

11 ③ 12 ②

01 ③ $\triangle ACD$ 에서

$$\angle D = 180^\circ - (60^\circ + 50^\circ) = 70^\circ \text{이므로}$$

$$\angle B + \angle D = 110^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

즉, 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

02 $\angle C = \angle ABD = 50^\circ$ 이므로 $\triangle PCD$ 에서

$$\angle x + 90^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

03 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle BAD = 90^\circ$$

$$\angle BAT = \angle BDA = \angle x$$

$$\angle DAC = \angle x - 40^\circ$$

$$\angle CAT = \angle DAC$$

$$+ \angle BAD + \angle TAB$$

$$= (\angle x - 40^\circ) + 90^\circ + \angle x$$

$$= 180^\circ$$

$$2\angle x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \quad \therefore \angle x = 65^\circ$$

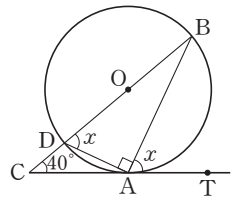
04 $\angle BAC = \angle BDC = 47^\circ, \angle BAD = \angle DCP = 100^\circ$

$$\therefore \angle x = 100^\circ - 47^\circ = 53^\circ$$

05 $\angle y = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$$\angle x = 2\angle y = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 150^\circ$$



06 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\angle PBA = \angle PAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 58^\circ) = 61^\circ$$

$$\angle BAC = 180^\circ - (61^\circ + 73^\circ) = 46^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = \angle BAC = 46^\circ$$

07 $\angle ABT + \angle ACT = 180^\circ$ 이므로

$$\angle ABT + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABT = 80^\circ$$

$$\angle BTP = \angle BAT = 40^\circ$$

$$\triangle BPT \text{에서 } \angle x + 40^\circ = 80^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

08 $\triangle BCF$ 에서 $\angle BCF = 110^\circ - 30^\circ = 80^\circ$

$\square ABCE$ 는 원에 내접하므로

$$\angle A = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

09 $\triangle OAB$, $\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAO = 25^\circ, \angle OAD = 30^\circ \text{이고 } \angle BAD = 55^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = \angle BAD = 55^\circ$$

10 $\triangle TAB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle TBA = \angle TAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BT}$ 이므로 $\angle BAD = \angle ABT = 66^\circ$ (엇각)

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$$

11 사각형 $ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABC + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ$$

$$\triangle ABF \text{에서 } \angle DAE = 60^\circ + 35^\circ = 95^\circ$$

$$\triangle ADE \text{에서 } \angle x + 95^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

12 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

$$\angle ABD = 110^\circ - 25^\circ = 85^\circ$$

따라서 $\square ABDE$ 는 원 O 에 내접하므로

$$\angle E = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

02 두 현의 길이가 같으므로

$$70^\circ + \angle x + 70^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$$

03 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = 180^\circ - 2 \times 48^\circ = 84^\circ$

$\square ABCD$ 는 원에 내접하므로

$$\angle D = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$$

04 $\overline{BE}$ 를 그으면

$$\angle BED = 90^\circ, \angle BEC = \angle BAC = 50^\circ$$

$$\therefore \angle CED = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\triangle ABP \text{에서 } \angle ABP = 180^\circ - (50^\circ + 63^\circ) = 67^\circ$$

$\square ABDE$ 는 원에 내접하므로

$$\angle ABD + \angle AED = 180^\circ$$

$$67^\circ + (\angle x + 40^\circ) = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 73^\circ$$

05 $\angle AEB = \angle BDC = \angle x$ 라 하면

$\square AEDC$ 는 원에 내접하므로

$$\angle EAC = 180^\circ - (83^\circ + \angle x) = 97^\circ - \angle x$$

따라서 $\triangle AEP$ 에서

$$\angle APB = (97^\circ - \angle x) + \angle x = 97^\circ$$

06 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle BAD = 90^\circ$$

$$\angle BDA = \angle BAT = 65^\circ$$

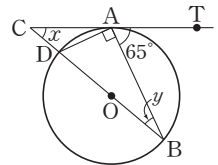
$\triangle ABD$ 에서

$$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$$

$\triangle ACB$ 에서

$$\angle x = \angle TAB - \angle ABC = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$



07 $\overline{AD}$ 를 그으면 $\angle ADB = 90^\circ$ 이고

$$\angle BAD = 32^\circ, \angle ADC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

$$\angle DBA = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$$

$\triangle PBD$ 에서

$$\angle BPC = 38^\circ + 58^\circ = 96^\circ$$

08 $\angle CAD = \angle CBD = 40^\circ$

$$\angle BAD = \angle DCE = 85^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$$

09 $\angle B = \angle x$ 라 하면

$$\angle ADE = 180^\circ - \angle ADC = \angle B = \angle x$$

$$\triangle EBC \text{에서 } \angle DCF = \angle x + 44^\circ$$

따라서 $\triangle DCF$ 에서

$$\angle x + (\angle x + 44^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 96^\circ \quad \therefore \angle x = 48^\circ$$

10 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$$

$\square ABDE$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$$

소단원 테스트 [2회]

082-083쪽

01 60°	02 40°	03 96°	04 73°
05 97°	06 15°	07 96°	08 45°
09 48°	10 210°	11 80°	12 42°

01 $\angle BDC = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$$\angle x = \angle BDC = 60^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle x + \angle y &= \angle BAE + \angle BDE + \angle BDC \\ &= 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ\end{aligned}$$

- 11** $\triangle APT$ 에서
 $\angle BAT = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$
 $\angle PBT = \angle ATP = 35^\circ$
따라서 $\triangle ATB$ 에서
 $\angle ATB = 180^\circ - (65^\circ + 35^\circ) = 80^\circ$
- 12** $\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle ABD = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ADB = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) = 62^\circ$
 $\angle ACB = \angle ADB = 62^\circ$,
 $\angle CAB = \angle CBT = 76^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = 180^\circ - (76^\circ + 62^\circ) = 42^\circ$

중단원 테스트 [1회]

084-087쪽

01 ②, ④	02 ②	03 ④	04 ⑤	05 ①
06 ②	07 ④	08 ③	09 ③	10 40°
11 30°	12 65°	13 150°	14 ④	15 ⑤
16 110°	17 125°	18 ③	19 ③	20 ⑤
21 ⑤	22 ⑤	23 20°	24 110°	

- 01** ② $\angle BAD = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ 이므로
 $\angle BAD = \angle DCE$
④ $\angle ABC = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$ 이므로
 $\angle ABC + \angle ADC = 80^\circ + 100^\circ = 180^\circ$
- 02** $\angle BAD = 180^\circ - (24^\circ + 40^\circ) = 116^\circ$
이때 $\angle x + \angle BAD = 180^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$
- 03** $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O의 접선이므로 $\angle x = \angle CAT' = 75^\circ$
 $\angle ACB = \angle BAT = 60^\circ$
또 $\square BDEC$ 는 원 O에 내접하므로
 $\angle y = 180^\circ - \angle BCE = \angle ACB = 60^\circ$
 $\therefore \angle x - \angle y = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$
- 04** $\angle BAC$ 에 대한 중심각의 크기는
 $360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$
 $\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times 250^\circ = 125^\circ$
- 05** $\angle C = \angle x$ 라 하면
 $\angle AOD = \angle x, \angle OAB = \angle OBA = 2\angle x$,
 $\angle BOE = \angle x + 2\angle x = 3\angle x$
 $\therefore \widehat{BE} = 3\widehat{AD} = 3 \times 4 = 12 \text{ (cm)}$

- 06** $\angle BAC = \angle BCA = \angle CAD = \angle x + 32^\circ$
A, B, C, D는 한 원 위에 있으므로
 $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$
 $(\angle x + 32^\circ) + (\angle x + 32^\circ) + (\angle x + 32^\circ) + \angle x$
 $= 180^\circ$
 $4\angle x = 84^\circ \quad \therefore \angle x = 21^\circ$
- 07** $\angle ABC + \angle ADC = 80^\circ + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 100^\circ$
따라서 $\triangle ADC$ 에서
 $100^\circ + 45^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 35^\circ$
- 08** $\angle CTA = 41^\circ$ 이므로 $\widehat{CT}$ 의 원주각의 크기는 41° 이다.
 $\therefore \angle COT = 2 \times 41^\circ = 82^\circ$
- 09** $\angle BDC = \angle BAC = 50^\circ$ 이므로
 $\angle ABE = \angle ADC = \angle ADB + \angle BDC$
 $= 55^\circ + 50^\circ = 105^\circ$
- 10** 원의 중심을 O라 하면 $\angle AOC = \frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
 $\angle ABC = 30^\circ$ 이고 $\widehat{AC} : \widehat{BD} = 3 : 1$ 이므로
 $\angle BCD = 10^\circ$
 $\therefore \angle APC = \angle ABC + \angle BCD = 30^\circ + 10^\circ = 40^\circ$
- 11** $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle DOB = 2\angle BED = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$
이므로 $\angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
- 12** $\angle ATP = \angle ABT = 65^\circ$
 $\angle CTQ = \angle ATP = 65^\circ$ (맞꼭지각)
 $\therefore \angle BDC = \angle CTQ = 65^\circ$
- 13** $\angle x = \angle CBT = 50^\circ$
 $\angle y = 2\angle x = 100^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 150^\circ$
- 14** $\triangle ADC$ 에서 $\angle CAD = 180^\circ - 40^\circ - 105^\circ = 35^\circ$
네 점이 한 원 위에 있으므로
 $\angle BAC = \angle BDC = 75^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle BAC + \angle CAD = 75^\circ + 35^\circ = 110^\circ$
 $\angle y = \angle BAC + \angle ACB = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 110^\circ + 105^\circ = 215^\circ$
- 15** ①, ② $\angle BCT = \angle BAC = \angle ABC$ 이므로
 $\widehat{AC} = \widehat{BC}, \widehat{AC} = \widehat{BC}$
③ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 이므로 $\angle A = \angle B$
④ $\angle A = \angle B = \angle BCT$
- 16** $\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$
네 점이 한 원 위에 있으므로 $\angle D = \angle A = 40^\circ$
 $\triangle CDB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DBC = \angle D = 40^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle DBC + \angle ACB = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$

17 △BEC에서

$$\angle DCF = 30^\circ + (180^\circ - \angle x) = 210^\circ - \angle x$$

$$\angle CDF = 180^\circ - \angle x$$

△DCF에서

$$(210^\circ - \angle x) + (180^\circ - \angle x) + 40^\circ = 180^\circ$$

$$250^\circ = 2\angle x \quad \therefore \angle x = 125^\circ$$

18 $\overline{AB} = \overline{BT}$ 이므로 $\angle ATB = \angle BAT = \angle a$,

$\overline{PT}$ 가 접선이므로 $\angle PTA = \angle ABT = \angle b$ 라 하자.

$$\triangle PAT \text{에서 } \angle a = 30^\circ + \angle b$$

$$\triangle ABT \text{에서 } 2\angle a + \angle b = 180^\circ$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $\angle a = 70^\circ$, $\angle b = 40^\circ$

□ATCB는 원 O에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - \angle a = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

19 $\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$ 이므로

$$\angle BDE = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 145^\circ - 85^\circ = 60^\circ$$

△OBC에서 $\angle BOC = 2\angle BDC = 120^\circ$ 이므로

$$\angle BCO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

20 $\angle QPD = \angle ABQ = 80^\circ$ 이므로

$$\angle C = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

21 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이고 $\angle APB = 60^\circ$ 이므로

$$\angle PAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$$\angle ACB = \angle PAB = 60^\circ$$

△ABC에서 $\angle ABC + \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$$\widehat{AC} : \widehat{CB} = 2 : 1 \text{이므로}$$

$$\angle ABC = 120^\circ \times \frac{2}{3} = 80^\circ$$

22 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BED = \angle BDE = \angle DFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$$

△DEF에서

$$\angle EDF = 180^\circ - (67^\circ + 50^\circ) = 63^\circ$$

23 $\overline{BT}$, $\overline{CT}$ 를 그으면

$$\angle BCT = 55^\circ, \angle BTC = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle CBT = 35^\circ$$

$$\angle CTP = \angle CBT = 35^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BCT - \angle CTP$$

$$= 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

24 $\angle CAP = \frac{1}{2} \angle COP = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$

$$\angle PQD = \angle PAC = 70^\circ$$

$$\angle PQD + \angle PBD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle PBD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

중단원 테스트 [2회]

088-091쪽

01 ⑤

02 ③

03 ③

04 ⑤

05 ②

06 80°

07 ②

08 ③

09 ②

10 ④

11 ④

12 38°

13 ③

14 ①

15 ④

16 ③

17 ②

18 ②

19 ③

20 ②

21 ④

22 ②

23 60°

24 75°

01 $\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB$

$$= 2\angle ADE + 2\angle ECB$$

$$= 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$$

02 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle BOC = \angle OCD = 30^\circ$

△OCD는 이등변삼각형이므로

$$\angle COD = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

$$\widehat{BC} : \widehat{CD} = \angle BOC : \angle COD = 1 : 4$$

$$\therefore \widehat{CD} = 4\widehat{BC} = 4 \times 5 = 20 \text{ (cm)}$$

03 $\angle BCA = \angle BAT = 70^\circ$ 이므로 $\angle BOA = 140^\circ$

△OAB가 이등변삼각형이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ$$

04 $\angle BAD = \angle x$ 라 하면

$$\angle CDF = \angle x + 56^\circ, \angle BCD = 180^\circ - \angle x$$

이때 $\angle BCD = \angle ECF = \angle CDF + \angle CFD$ 이므로

$$180^\circ - \angle x = \angle x + 56^\circ + 32^\circ$$

$$2\angle x = 92^\circ \quad \therefore \angle x = 46^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = 46^\circ$$

05 $\angle DAT = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 25^\circ$

06 $\angle BAT = \angle BTQ = \angle PTD = \angle DCT = 40^\circ$ 이므로

$$\angle DTC = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$$

07 $\angle BAT = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$

$$\triangle APT \text{에서 } \angle ATP = 94^\circ - 50^\circ = 44^\circ$$

$$\therefore \angle ABT = \angle ATP = 44^\circ$$

따라서 △ABT에서

$$\angle ATB = 180^\circ - 94^\circ - 44^\circ = 42^\circ$$

08 $\angle AOB = 2\angle x$ 이므로

$$\triangle OAD \text{에서 } \angle ADB = 2\angle x + 18^\circ$$

또 △BCD에서 $\angle ADB = \angle x + 42^\circ$ 이므로

$$2\angle x + 18^\circ = \angle x + 42^\circ \quad \therefore \angle x = 24^\circ$$

09 $\overline{AD}$ 를 그으면

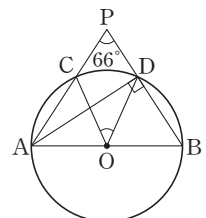
$$\angle ADB = 90^\circ$$

△APD에서

$$\angle PAD$$

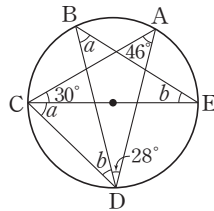
$$= 180^\circ - (\angle PDA + \angle APD)$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$$



$$\begin{aligned}\therefore \angle COD &= 2\angle CAD \\ &= 2 \times 24^\circ = 48^\circ\end{aligned}$$

- 10 $\angle DCE = \angle DBE = \angle a$,
 $\angle BDC = \angle BEC = \angle b$
 이므로
 $\triangle ACD$ 에서
 $46^\circ + 30^\circ + \angle a + \angle b + 28^\circ$
 $= 180^\circ$
 $\therefore \angle a + \angle b = 76^\circ$

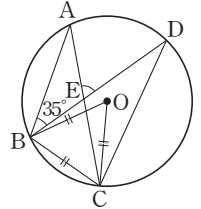


- 11 $\triangle ADB$ 에서 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로
 $\angle DAB = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) = 62^\circ$
 $\widehat{DC} = \widehat{CB}$ 이므로
 $\angle DAC = \angle CAB = \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ$
 $\therefore \angle CBD = \angle CAB = 31^\circ$
- 12 $\widehat{AC} = 3\widehat{BD}$ 이므로 $\angle BCD = \frac{1}{3} \times 57^\circ = 19^\circ$
 $\triangle BCP$ 에서 $\angle P = 57^\circ - 19^\circ = 38^\circ$
- 13 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
 $\angle CBD = \angle DAC = 45^\circ$
 $\triangle EBC$ 에서 $\angle ACB + 45^\circ = 72^\circ \quad \therefore \angle ACB = 27^\circ$
- 14 $\overline{AT}$ 는 접선이므로 $\angle DAT = \angle ACD = 44^\circ$
 $\triangle ACD$ 가 직각삼각형이므로
 $\angle ADC = 180^\circ - (90^\circ + 44^\circ) = 46^\circ$
 $\therefore \angle ABC = \angle ADC = 46^\circ$
- 15 $\angle PBA = \angle BCA = 60^\circ$, $\angle AOB = 120^\circ$
 점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 점 D라고 하면
 $\angle AOD = 120^\circ \times \frac{1}{2} = 60^\circ$
 즉, $\sqrt{3} : 2 = 3 : \overline{OA}$ 이므로 $\overline{OA} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 따라서 원 O의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$
- 16 $\widehat{AC}$ 가 원의 둘레의 길이의 $\frac{10}{18}$ 이므로
 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times \left(360^\circ \times \frac{10}{18}\right) = 100^\circ$
- 17 $\angle BDC = \angle x$ 라 하면 $\angle CDP = \angle BAP = \angle x$ 이므로
 $\angle PCD = 30^\circ + \angle x$
 $\triangle CDP$ 에서 $\angle PCD + \angle PDC = \angle APD$ 이므로
 $(30^\circ + \angle x) + \angle x = 70^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$
 $\therefore \angle BDC = 20^\circ$
- 18 $\angle COD = 76^\circ$ 이므로
 $\angle CED = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$
 $\square ABCE$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC + \angle CEA = 180^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \angle B + \angle E &= \angle ABC + \angle CEA + \angle CED \\ &= 180^\circ + 38^\circ = 218^\circ\end{aligned}$$

- 19 $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle CAD = 50^\circ$
 $\triangle ACD$ 에서 $\angle D = 180^\circ - (50^\circ + 25^\circ) = 105^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle EBA = \angle D = 105^\circ$

- 20 $\overline{BC} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는
 정삼각형이다.
 $\angle BOC = 60^\circ$ 이므로
 $\angle BDC = 30^\circ$
 $\angle BAC = \angle BDC = 30^\circ$ 이고
 $\angle ABE = 35^\circ$ 이므로
 $\angle AED = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ$



- 21 원의 반지름의 길이를 $2a$ 라 하고, 원의 중심 O에서
 $\overline{AB}$ 위에 수선의 발을 내린 점을 H라 하면 반으로 접
 었으므로 $\overline{OH} = a$
 즉, $\angle AOH = 60^\circ$, $\angle AOB = 120^\circ$
 $\therefore \angle APB = 60^\circ$
- 22 $\square ABCD$ 는 원에 내접하므로
 $\angle ABC = \angle EDC$
 원주각의 크기가 같으면 현의 길이도 같으므로
 $\overline{BC} = \overline{DC}$
 주어진 조건에 의해 $\overline{AB} = \overline{DE}$
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (SAS 합동)
 즉, $\angle BAC = \angle CAD = 65^\circ$ 이고 $\angle BAD = 130^\circ$ 이다.
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로 마주보는 대각의 크기의
 합은 180° 이다. 즉,
 $130^\circ + \angle BCD = 180^\circ \quad \therefore \angle BCD = 50^\circ$
 $\therefore \angle ACD = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$
- 23 $\angle BAT = \angle BTQ$ 이므로 $\angle BTQ = 60^\circ$
 $\angle BTQ = \angle CDT$ 이므로 $\angle CDT = 60^\circ$
 $\therefore \angle DTC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$
- 24 $\triangle BTP$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle BTP = \angle BPT = 35^\circ$
 $\angle TAB = 35^\circ$, $\angle ABT = 35^\circ + 35^\circ = 70^\circ$ 이므로
 $\angle ATB = 180^\circ - (35^\circ + 70^\circ) = 75^\circ$

중단원 테스트 [서술형]

092-093쪽

01 36°	02 $3(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$		
03 16 cm	04 98°	05 75°	06 30°
07 44°	08 110°		

01 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 P라 하고

$\overline{AD}$ 를 그으면

$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$$\angle y = \angle ADC$$

$$= \angle ADB - \angle CDB$$

$$= 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

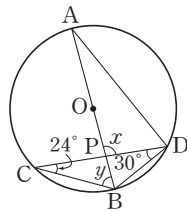
..... ①

$$\angle x = \angle CPB = 180^\circ - (24^\circ + 60^\circ) = 96^\circ$$

..... ②

$$\therefore \angle x - \angle y = 96^\circ - 60^\circ = 36^\circ$$

..... ③



채점 기준	배점
① $\angle y$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle x$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle x - \angle y$ 의 크기 구하기	20 %

02 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle C = 90^\circ$$

$$\overline{AB} = 2\overline{OA} = 2 \times 3$$

$$= 6(\text{cm})$$

..... ①

$$\overline{AC} = \overline{AB} \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

..... ②

$$\overline{BC} = \overline{AB} \times \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3(\text{cm})$$

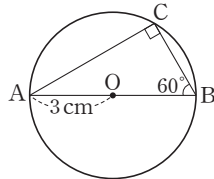
..... ③

$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 6 + 3 + 3\sqrt{3}$$

$$= 3(3 + \sqrt{3})(\text{cm})$$

..... ④



채점 기준	배점
① $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30 %
② $\overline{AC}$ 의 길이 구하기	30 %
③ $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	30 %
④ $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 구하기	10 %

03 $\overline{AC}$ 를 그으면

$$\widehat{BD} = \widehat{CD} = 10 \text{ cm 이므로}$$

$$\angle CAD = \angle DAB = 25^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 50^\circ$$

$$\overline{AO} = \overline{CO} \text{ 이므로}$$

$$\angle AOC = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 80^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

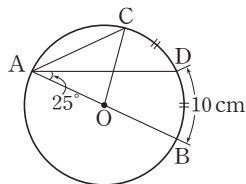
..... ①

$$\widehat{AC} : \widehat{DB} = \angle ABC : \angle DAB \text{ 이므로}$$

$$\widehat{AC} : 10 = 40 : 25, 25\widehat{AC} = 400$$

$$\therefore \widehat{AC} = 16(\text{cm})$$

..... ②



채점 기준	배점
① $\angle ABC$ 의 크기 구하기	50 %
② $\widehat{AC}$ 의 길이 구하기	50 %

04 $\overline{CE}$ 를 그으면

$$\angle CED = \frac{1}{2} \angle COD$$

$$= \frac{1}{2} \times 46^\circ$$

$$= 23^\circ$$

..... ①

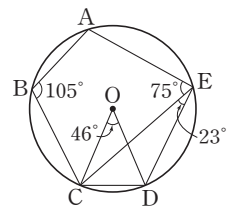
$$\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle AEC = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

..... ②

$$\therefore \angle AED = 75^\circ + 23^\circ = 98^\circ$$

..... ③



채점 기준	배점
① $\angle CED$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle AEC$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle AED$ 의 크기 구하기	20 %

05 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = \angle BCA : \angle BAC : \angle ABC$ 이고

$$\angle BCA + \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle BCA = 180^\circ \times \frac{5}{5+4+3} = 75^\circ$$

..... ①

$$\therefore \angle BAT = \angle BCA = 75^\circ$$

..... ②

채점 기준	배점
① $\angle BCA$ 의 크기 구하기	60 %
② $\angle BAT$ 의 크기 구하기	40 %

06 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (32^\circ + 48^\circ) = 100^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle y = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

..... ①

$$\angle CAD = \angle CDT = 50^\circ \text{ 이므로}$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \angle x = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ) = 50^\circ$$

..... ②

$$\angle y - \angle x = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

..... ③

채점 기준	배점
① $\angle y$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle x$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle y - \angle x$ 의 크기 구하기	20 %

07 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므

로

$$\angle CDQ = \angle ABC = 48^\circ$$

..... ①

$\triangle PBC$ 에서

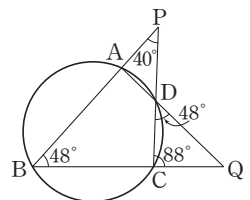
$$\angle DCQ = 40^\circ + 48^\circ = 88^\circ$$

..... ②

$\triangle DCQ$ 에서

$$\angle CQD = 180^\circ - (48^\circ + 88^\circ) = 44^\circ$$

..... ③



채점 기준	배점
① $\angle CDQ$ 의 크기 구하기	40 %
② $\angle DCQ$ 의 크기 구하기	40 %
③ $\angle CQD$ 의 크기 구하기	20 %

08 $\angle ATP = \angle x$ 라 하면

$$\angle ABP = \angle ATP = \angle x$$

$$\triangle APT \text{에서 } \angle BAT = 30^\circ + \angle x$$

$$\overline{AB} = \overline{BT} \text{이므로}$$

$$\angle BTA = \angle BAT = 30^\circ + \angle x$$

$$\triangle BAT \text{에서}$$

$$\angle x + (30^\circ + \angle x) + (30^\circ + \angle x) = 180^\circ$$

$$3\angle x = 120^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$$

$$\text{즉, } \angle ATP = 40^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\triangle APT \text{에서 } \angle BAT = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\square ATCB \text{가 원에 내접하므로}$$

$$\angle BCT = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

채점 기준	배점
① $\angle ATP$ 의 크기 구하기	50 %
② $\angle BAT$ 의 크기 구하기	30 %
③ $\angle BCT$ 의 크기 구하기	20 %

대단원 테스트

094-101쪽

- | | | | |
|---|-----------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| 01 ② | 02 $4\pi \text{ cm}^2$ | 03 9 cm | 04 ① |
| 05 $6\sqrt{3} \text{ cm}$ | 06 $24\pi \text{ cm}$ | 07 ① | |
| 08 44° | 09 40° | 10 $\frac{205}{4} \text{ cm}$ | 11 ⑤ |
| 12 ④ | 13 10 cm | 14 ③ | 15 $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ |
| 16 10 cm | 17 ② | 18 ④ | 19 ⑤ |
| 20 ④ | | | |
| 21 ③ | 22 24 cm^2 | 23 ① | 24 21° |
| 25 ② | | | |
| 26 ⑤ | 27 ③ | 28 ① | 29 2 cm |
| 30 $\left(\frac{1000}{3}\pi + 100\sqrt{3}\right) \text{ m}^2$ | 31 ① | 32 ③ | |
| 33 ④ | 34 ③ | 35 ② | 36 ③ |
| 37 312 cm^2 | 38 ⑤ | 39 144° | 40 ④ |
| 41 ⑤ | 42 ④ | 43 ③ | 44 84° |
| 45 150° | 46 $(10 - 2\sqrt{21}) \text{ cm}$ | 47 ④ | 48 ⑤ |

01 원 O의 반지름의 길이가

$$8 \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{OA} = 8 \text{ cm}$$

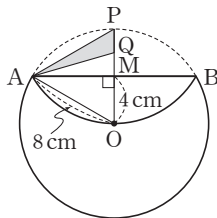
$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = 4(\text{cm})$$

$$\text{직각삼각형 } AOM \text{에서}$$

$$\overline{AM} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{PQ} = \overline{MQ} = \frac{1}{2} \times \overline{OM} = 2(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle PAQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



$$02 \quad \overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

원 O의 반지름의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{CE} = \overline{CF} = x \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = 12 - x(\text{cm})$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 5 - x(\text{cm})$$

$$(12 - x) + (5 - x) = 13, \quad 17 - 2x = 13$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 원 O의 넓이는 $4\pi \text{ cm}^2$ 이다.

03 $\overline{AT}$ 를 그으면

$$\angle ATB = 90^\circ,$$

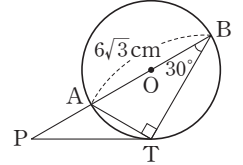
$$\angle ATP = \angle B = 30^\circ$$

$$\overline{BT} = 6\sqrt{3} \cos 30^\circ = 9(\text{cm})$$

$$\triangle PTB \text{에서 } \angle P = 30^\circ \text{이므로}$$

$\triangle PTB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{PT} = \overline{BT} = 9 \text{ cm}$$



04 $\square ABCD$ 는 원 O에 외접하므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} \text{이고}$$

$$\overline{AD} = 2x \text{ cm}, \overline{BC} = 3x \text{ cm} \text{라 하면}$$

$$7 + 8 = 2x + 3x, \quad 15 = 5x$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \overline{AD} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$$

05 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 180° 이고, 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ, \quad \angle A = 180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$$

$$\therefore \overline{BC} = 12 \sin 60^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

06 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle ADC + \angle BAD = 80^\circ \text{이므로}$$

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} = 54\pi \times \frac{80^\circ}{180^\circ} = 24\pi(\text{cm})$$

07 $\angle BPT = \angle x$ 이므로

$$\angle BAT = 2\angle BPT = 2\angle x$$

$$\angle BTP = \angle BAT = 2\angle x$$

$\square ABTC$ 는 원 O에 내접하므로

$$\angle ABT = 180^\circ - \angle ACT = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ABT = \angle BPT + \angle BTP \text{이므로}$$

$$60^\circ = \angle x + 2\angle x, \quad 3\angle x = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x = 20^\circ$$

08 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle ADB = \angle ADP = 90^\circ$$

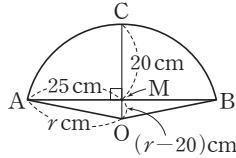
$$\angle PAD = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CAD = 2\angle PAD$$

$$= 2 \times 22^\circ = 44^\circ$$

- 09 $\overline{AT}$ 를 그으면 $\angle TAB=65^\circ$ 이므로
 $\angle ABT=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$
 $\triangle PTB$ 에서 $25^\circ+\angle x=65^\circ$
 $\therefore \angle x=40^\circ$

- 10 $\overline{CM}$ 은 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선
 이므로 $\overline{CM}$ 의 연장선은 원
 의 중심 O 를 지난다.
 원의 반지름의 길이를 r cm
 라 하면 $\overline{OM}=(r-20)$ cm
 $\triangle OMA$ 에서



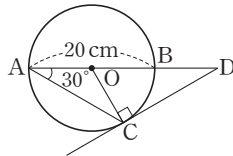
$$r^2=(r-20)^2+25^2, 40r=1025 \quad \therefore r=\frac{205}{8}$$

따라서 이 원의 지름의 길이는 $\frac{205}{4}$ cm이다.

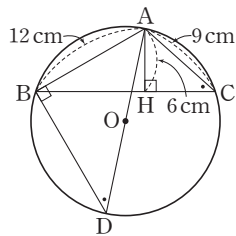
- 11 $\overline{CQ}=\overline{CR}=2$, $\overline{AP}=\overline{AR}=5$ 이고
 $\overline{BQ}=\overline{BP}=x$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로
 $(x+5)^2=(x+2)^2+7^2$, $6x=28$
 $\therefore x=\frac{14}{3}$

- 12 $\angle OBA=\angle OAB=55^\circ$,
 $\angle OBC=\angle OCB=25^\circ$ 이므로
 $\angle ABC=\angle OBA-\angle OBC=55^\circ-25^\circ=30^\circ$
 이때 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하므로
 $\angle ADC=180^\circ-\angle ABC=180^\circ-30^\circ=150^\circ$

- 13 접점을 지나는 반지름은 접선
 에 수직이므로 $\overline{OC}$ 를 그으면
 $\angle OCD=90^\circ$
 $\angle BOC=2\angle BAC=60^\circ$
 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{OD}=2\overline{OC}=2\times 10=20$ (cm)
 $\therefore \overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=20-10=10$ (cm)



- 14 $\triangle ABD \sim \triangle AHC$
 (AA 닮음)
 이므로
 $12:6=\overline{AD}:9$
 $\therefore \overline{AD}=18$ (cm)
 따라서 원 O 의 반지름의 길
 이는 $\frac{1}{2}\times 18=9$ (cm)



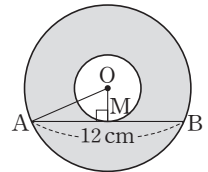
- 15 $\angle BAD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
 $\widehat{AB}=\widehat{AD}$ 이므로
 $\angle ABD=\angle ADB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
 따라서 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이므로
 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 60^\circ=9\sqrt{3}$ (cm²)

- 16 $\angle ACP=\angle APT=\angle BPT'=\angle PDB$
 $\angle APC=\angle BPD$ (맞꼭지각)이므로
 $\triangle ACP \sim \triangle BDP$ (AA 닮음)
 즉, $\overline{AP}:\overline{BP}=\overline{CP}:\overline{DP}$ 이므로
 $6:\overline{BP}=9:15$, $9\overline{BP}=90$
 $\therefore \overline{BP}=10$ (cm)

- 17 $\overline{OM}$ 은 원의 중심에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선이므로
 $\overline{AM}=\overline{BM}=3$ cm
 $\triangle AOM$ 에서 $\overline{OA}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ (cm)
 따라서 원 O 의 넓이는 $(\sqrt{13})^2\pi=13\pi$ (cm²)

- 18 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는
 같으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
 즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C=\angle x$
 $\angle x+\angle x+40^\circ=180^\circ$, $2\angle x=140^\circ$
 $\therefore \angle x=70^\circ$

- 19 그림과 같이 현 $\overline{AB}$ 와 작은 원의
 접점을 M 이라 하면



$$\overline{AM}=\frac{1}{2}\times \overline{AB}=6$$
(cm)

$\triangle OAM$ 에서

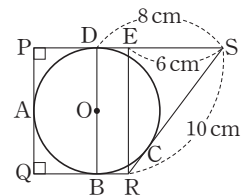
$$\overline{OA}^2=\overline{AM}^2+\overline{OM}^2=36+\overline{OM}^2$$

$$\therefore \overline{OA}^2-\overline{OM}^2=36$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\overline{OA}^2\times \pi-\overline{OM}^2\times \pi=\pi(\overline{OA}^2-\overline{OM}^2)=36\pi$$
(cm²)

- 20 원 밖의 한 점에서 그 원에
 그은 두 접선의 두 접점까지
 의 거리는 같으므로



$$\overline{DS}=\overline{CS}=8$$
(cm),

$$\overline{CR}=\overline{BR}=10-8=2$$
(cm)

점 R 에서 $\overline{PS}$ 로 내린 수선의 발을 E 라 할 때,

$$\overline{ES}=8-2=6$$
(cm)

$$\triangle RSE \text{에서 } \overline{ER}=\sqrt{10^2-6^2}=8$$
(cm)

$$\overline{ER}=\overline{PQ}=\overline{DB}$$

$$\overline{PD}=\overline{PA}=\overline{QA}=\overline{QB}=4$$
(cm)

$$\therefore \square PQRS=\frac{1}{2}\times 8\times (12+6)=72$$
(cm²)

- 21 $\triangle OPB$ 에서 $\overline{PO}:\overline{PB}=2:\sqrt{3}$ 이므로
 $12:\overline{PB}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{PB}=6\sqrt{3}$ (cm)
 따라서 $\overline{PB}=\overline{PA}$ 이므로 $\overline{PA}=6\sqrt{3}$ (cm)

- 22 $\overline{DE}=\overline{DH}=\overline{CH}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\times 8=4$ (cm)
 $\overline{BF}=\overline{BG}=12-4=8$ (cm)
 $\overline{MF}=\overline{ME}=x$ cm라고 하면
 $\overline{AM}=12-(x+4)=8-x$ (cm)

$$\overline{BM}=8+x(\text{cm})$$

$$\triangle ABM \text{에서 } 8^2 + (8-x)^2 = (8+x)^2$$

$$32x=64 \quad \therefore x=2$$

$$\therefore \triangle ABM = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$$

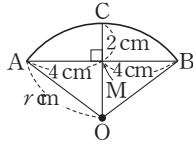
- 23 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OA}=r, \overline{OM}=r-2$$

$$\overline{OC} \perp \overline{AB} \text{이므로 } \triangle OAM \text{에서}$$

$$r^2 = (r-2)^2 + 4^2, 4r=20$$

$$\therefore r=5(\text{cm})$$



- 24 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle PAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 42^\circ) = 69^\circ$$

$$\overline{OA} \perp \overline{PA} \text{이므로 } \angle PAO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - 69^\circ = 21^\circ$$

- 25 $\angle ADC = \angle ABC = \angle x$ 이고

$$\triangle PCB \text{에서 } 32^\circ + \angle x = 60^\circ$$

$$\therefore \angle x = 60^\circ - 32^\circ = 28^\circ$$

- 26 오른쪽 그림에서

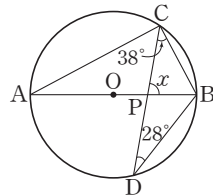
$$\angle ACB = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ACP = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

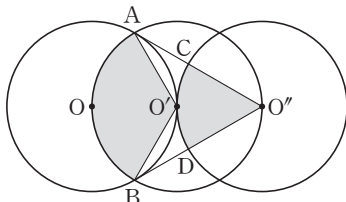
$$\angle BAC = \angle BDC = 28^\circ$$

$$\text{따라서 } \triangle ACP \text{에서}$$

$$\angle x = 28^\circ + 52^\circ = 80^\circ$$



- 27 $\triangle AOO'$ 과 $\triangle BOO'$ 은 세 변의 길이가 모두 원의 반지름의 길이 2와 같으므로 정삼각형이다.



$$\text{즉, } \angle AO'O = \angle BO'O = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AO'B = 120^\circ$$

$$\text{원 } O' \text{에서 } \angle AO''B = \frac{1}{2} \angle AO'B = 60^\circ$$

$$\text{따라서 색칠한 부분의 넓이는}$$

$$\pi \times 2^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} + \pi \times 2^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$= \frac{4}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi = 2\pi$$

- 28 $\angle APB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle APC = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$\text{즉, } 54 : 36 = 12\pi : \widehat{AC} \text{에서 } \widehat{AC} = 8\pi(\text{cm})$$

- 29 $\overline{AC}=x$ 라 하면 $\overline{PA}=x+7$

$$\overline{AC}=\overline{CE}=x \text{이므로}$$

$$\overline{ED}=\overline{BD}=3-x, \overline{PB}=8+3-x=11-x$$

$$\text{이때 } \overline{PA}=\overline{PB} \text{이므로 } x+7=11-x$$

$$2x=4 \quad \therefore x=2(\text{cm})$$

- 30 그림과 같이 무대의 양 끝 지점을 각각 A, B라 하고, 원점 O를 지나도록 $\overline{AP}$ 를 그으면

$$\angle APB = 30^\circ, \angle ABP = 90^\circ$$

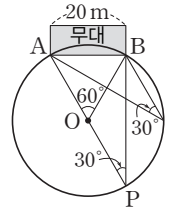
$$\therefore \overline{AP} = 40(\text{m})$$

$$\text{즉, 원의 반지름의 길이는 } 20 \text{ m 이고, } \angle AOB = 60^\circ$$

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 60^\circ = 100\sqrt{3}(\text{m}^2)$$

$$\text{따라서 공연장의 넓이는}$$

$$20 \times 20 \times \pi \times \frac{300^\circ}{360^\circ} + 100\sqrt{3} = \frac{1000}{3}\pi + 100\sqrt{3}(\text{m}^2)$$



- 31 $\triangle BCE$ 에서

$$\angle DCF = \angle EBC + \angle BEC = \angle x + 45^\circ$$

$$\triangle DCF \text{에서}$$

$$\angle ADC = \angle DCF + \angle DFC$$

$$= (\angle x + 45^\circ) + 55^\circ = \angle x + 100^\circ$$

$$\text{이때 } \square ABCD \text{는 원에 내접하므로}$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle x + (\angle x + 100^\circ) = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 40^\circ$$

- 32 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle APB = \angle BQC = 25^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2 \times (25^\circ + 25^\circ) = 100^\circ$$

- 33 $\triangle OAM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = 6\sqrt{3} \text{ cm 이고 } \overline{AB} = \overline{CD} \text{이므로}$$

$$\overline{CD} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

- 34 $\overline{OM}$ 은 원의 중심에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\overline{OM} = x \text{ cm라 하면 삼각형 OMB의 넓이는}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times \sqrt{5} = \sqrt{5} \quad \therefore x=2$$

$$\triangle OMB \text{에서 } \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$$

$$\text{따라서 원의 반지름의 길이는 } 3 \text{ cm이다.}$$

- 35 $\overline{OP}$ 를 그으면

$$\triangle OAP \equiv \triangle OBP (\text{RHS 합동})$$

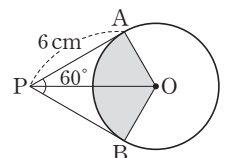
$$\text{이고}$$

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle AOP = 60^\circ$$

$$\text{이때 } \overline{PA} : \overline{OA} = 6 : \overline{OA} = \sqrt{3} : 1 \text{이므로}$$

$$\overline{OA} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

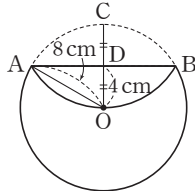


따라서 $\angle AOB = 120^\circ$ 이므로 부채꼴 AOB의 넓이는
 $(2\sqrt{3})^2 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 4\pi(\text{cm}^2)$

- 36 $\overline{AD} = x$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = x$,
 $\overline{CF} = \overline{CE} = 14 - x$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 8 - x$
 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 12$ 이므로
 $(8 - x) + (14 - x) = 12$
 $2x = 10 \quad \therefore x = 5$

- 37 점 B에서 $\overline{CD}$ 로 내린 수선의 발을 E라고 하면
 $\overline{AB} = \overline{BP} = 8 \text{ cm}$ 이므로
 $\overline{CP} = \overline{CD} = 18 \text{ cm}$, $\overline{CE} = 10 \text{ cm}$
 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{BE} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AD} = 24 \text{ cm}$
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (8 + 18) \times 24 = 312(\text{cm}^2)$

- 38 오른쪽 그림과 같이 넓이가
 $64\pi \text{ cm}^2$ 인 원의 반지름의 길이는 8 cm이다.
 $\overline{AB}$ 의 중점을 D라고 하면
 $\overline{OD} = 4 \text{ cm}$
 $\triangle AOD$ 에서 $\overline{AD} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$

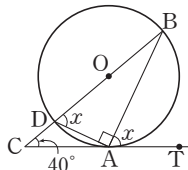


- 39 $\widehat{AB} : \widehat{BC} = \angle APB : \angle BQC = 1 : 2$ 이므로
 $\angle BQC = 48^\circ$
 $\therefore \angle AOC = 2(\angle APB + \angle BQC)$
 $= 2(24^\circ + 48^\circ) = 2 \times 72^\circ = 144^\circ$

- 40 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로
 $\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 56^\circ) = 124^\circ$
 $\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 124^\circ = 62^\circ$

- 41 $\widehat{AB} : \widehat{CD} = \angle ACB : \angle DBC = 2 : 3$ 이므로
 $\angle DBC = 42^\circ$
 이때 $\angle DPC = \angle DBC + \angle ACB$ 이므로
 $\angle x = 28^\circ + 42^\circ = 70^\circ$

- 42 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\angle BAD = 90^\circ$
 $\angle BAT = \angle BDA = \angle x$
 $\angle DAC = \angle x - 40^\circ$
 $\angle CAT = \angle DAC + \angle BAD$
 $+ \angle TAB$
 $= (\angle x - 40^\circ) + 90^\circ + \angle x$
 $= 180^\circ$

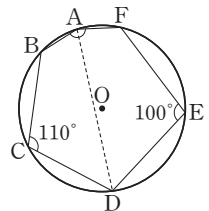


에서 $2\angle x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$
 $\therefore \angle x = 65^\circ$

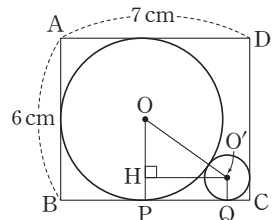
- 43 $\angle DAC$ 와 $\angle DBC$ 는 호 CD의 원주각이므로
 $\angle DBC = 30^\circ$
 $\triangle BPD$ 에서
 $\angle ADQ = \angle DBP + \angle DPB = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$
 $\therefore \angle AQD = 180^\circ - (\angle DAQ + \angle ADQ)$
 $= 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$

- 44 $\angle BAD = \angle CAD = 42^\circ$ 이므로
 $\triangle ABD$ 에서 $\angle ADB = 180^\circ - 42^\circ - 54^\circ = 84^\circ$
 $\angle ADC = 42^\circ + 54^\circ = 96^\circ$
 $\triangle ACD$ 에서 $\angle ACD = 180^\circ - 42^\circ - 96^\circ = 42^\circ$
 $\angle ADP = \angle a$ 라 하면 $\angle PDC = 96^\circ - \angle a$
 $\square CDPQ$ 는 원에 내접하므로
 $\angle CQP = 84^\circ + \angle a$, $\angle AQP = 96^\circ - \angle a$
 $\triangle ABQ$ 에서 $\angle ABQ = \angle a$ 이므로
 $\square ABDP$ 에서 $\angle ABQ = \angle a$, $\angle ADP = \angle a$ 이므로
 $\therefore \square ABDP$ 는 원에 내접한다.
 $\angle APB = \angle ADB = 84^\circ$

- 45 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그
 으면 육각형은 원에 내접하는
 사각형 2개로 나뉜다.
 $\square ABCD$ 에서
 $\angle BAD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
 $\square ADEF$ 에서
 $\angle FAD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
 $\therefore \angle A = \angle BAD + \angle FAD = 70^\circ + 80^\circ = 150^\circ$



- 46 두 원 O, O'과 $\overline{BC}$ 의 접
 점을 각각 P, Q라 하고
 점 O'에서 $\overline{OP}$ 에 내린 수
 선의 발을 H라 하자.
 원 O'의 반지름의 길이를
 r cm라 하면



원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$

$\overline{OO'} = (r + 3) \text{ cm}$, $\overline{OH} = (3 - r) \text{ cm}$

$\overline{O'H} = \overline{PQ} = 7 - 3 - r = 4 - r(\text{cm})$

$\triangle OO'H$ 에서

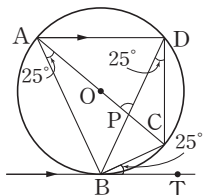
$$(r + 3)^2 = (3 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 20r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 10 - 2\sqrt{21} (\because 0 < r < 3)$$

따라서 원 O'의 반지름의 길이는 $(10 - 2\sqrt{21}) \text{ cm}$ 이다.

- 47 오른쪽 그림에서
 $\angle BDC = \angle BAC = \angle CBT$
 $= 25^\circ$
 $\angle ADC = 90^\circ$ 이므로
 $\angle ADB = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$



$\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BT}$ 이므로

$$\angle ADB = \angle DBT = 65^\circ$$

$$\angle DBC = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

또 $\angle ABC = 90^\circ$ 이므로

$$\angle ABP = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle APD = 25^\circ + 50^\circ = 75^\circ$$

48 $\angle BAD = \angle BCD = 16^\circ$

$\triangle BCQ$ 에서

$$\angle ABC = \angle BCQ + \angle BQC = 16^\circ + 38^\circ = 54^\circ$$

$$\therefore \angle APC = \angle BAP + \angle ABP = 16^\circ + 54^\circ = 70^\circ$$

대단원 테스트 [고난도]

102-105쪽

01 ④ **02** $6\sqrt{21}$ cm **03** $4\sqrt{3}$ cm

04 18 cm **05** 20° **06** ④ **07** $\frac{53}{9}$

08 18 cm **09** ⑤ **10** ② **11** ②

12 6 cm **13** 16 **14** 6개 **15** ③

16 55° **17** 28° **18** 255° **19** 55°

20 56° **21** 5 **22** 130° **23** $\frac{1}{2}$

24 106°

01 $\triangle ECF$ 와 $\triangle EDA$ 에서

$$\overline{DC} = \overline{DA} = 5, \overline{EC} = \overline{EA} = 7$$

$\angle E$ 는 공통, $\overline{EF} : \overline{FA} = 7 : 5$

즉, $\triangle ECF \sim \triangle EDA$ (SAS 닮음)이므로

$$7 : 12 = \overline{CF} : 5$$

$$\therefore \overline{CF} = \frac{35}{12}$$

02 점 O' 에서 $\overline{OM}$ 에 내린

수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{OH} = \overline{OM} - \overline{HM}$$

$$= 11 - 5 = 6(\text{cm})$$

$\triangle OHO'$ 에서

$$\overline{HO'} = \sqrt{15^2 - 6^2}$$

$$= \sqrt{189} = 3\sqrt{21}(\text{cm})$$

$$\text{즉, } \overline{MN} = \overline{HO'} = 3\sqrt{21}(\text{cm})$$

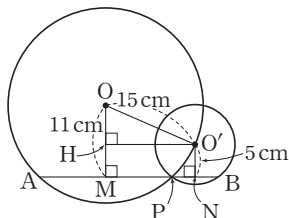
원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$$\overline{AM} = \overline{PM}, \overline{PN} = \overline{BN}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AM} + \overline{PM} + \overline{PN} + \overline{BN}$$

$$= 2(\overline{PM} + \overline{PN}) = 2\overline{MN} = 2 \times 3\sqrt{21}$$

$$= 6\sqrt{21}(\text{cm})$$



03 점 B와 원의 중심 O를 지나는

지름 $A'B$ 를 그리면

$$\angle BA'C = \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\angle A'CB = 90^\circ \text{이므로}$$

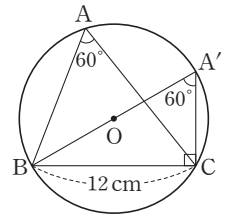
$\triangle A'BC$ 에서

$$\overline{A'B} : 12 = 2 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{A'B} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$



04 $\overline{AG} = \overline{AH}, \overline{BH} = \overline{BI},$

$$\overline{CI} = \overline{CJ}, \overline{DJ} = \overline{DK},$$

$$\overline{EK} = \overline{EL}, \overline{FL} = \overline{FG}$$

이므로

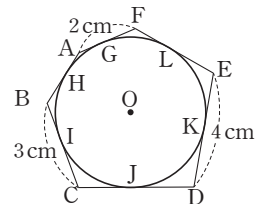
$$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF}$$

$$= \overline{BC} + \overline{DE} + \overline{AF}$$

$$= 3 + 4 + 2 = 9(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{육각형 } ABCDEF \text{의 둘레의 길이})$$

$$= 9 + 9 = 18(\text{cm})$$



05 $\angle OCE = \angle ODE = 15^\circ$ 이므로

네 점 D, O, E, C는 한 원 위에 있다.

$\triangle DOE$ 에서

$$\angle DEO = 50^\circ - 15^\circ = 35^\circ$$

$$\angle DCO = \angle DEO = 35^\circ \text{이고 } \triangle COD \text{는 } \overline{OC} = \overline{OD} \text{인}$$

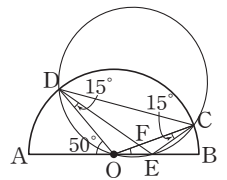
이등변삼각형이므로

$$\angle COD = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle AOD + \angle COD)$$

$$= 180^\circ - (50^\circ + 110^\circ)$$

$$= 20^\circ$$



06 원 O의 반지름의 길이를 r

라 하면

$$\overline{AF} = \overline{AG} = \overline{BG}$$

$$= \overline{BH} = r$$

$$\overline{CD} = 2r$$

$$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED}$$

$$= 12 - 6 = 6$$

이므로

$$\overline{EF} = \overline{EI} = 6 - r,$$

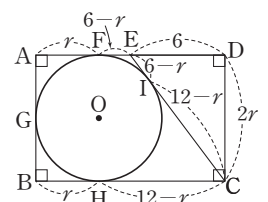
$$\overline{CH} = \overline{CI} = 12 - r$$

$$\overline{EC} = \overline{EI} + \overline{CI} = (6 - r) + (12 - r) = 18 - 2r$$

$\triangle CDE$ 에서

$$(2r)^2 + 6^2 = (18 - 2r)^2, 72r = 288$$

$$\therefore r = 4$$



- 07 원 O의 지름의 길이가 5이므로

반지름의 길이는 $\frac{5}{2}$ 이다.

$\overline{EF} = \overline{EG} = a$ 라 하면

$$\overline{AE} = \overline{AG} - \overline{EG} = \frac{9}{2} - a$$

$$\overline{BE} = \overline{BF} + \overline{EF} = \frac{9}{2} + a \text{ 이므로}$$

직각삼각형 ABE에서

$$\left(\frac{9}{2} + a\right)^2 = \left(\frac{9}{2} - a\right)^2 + 5^2, 18a = 25 \quad \therefore a = \frac{25}{18}$$

$$\therefore \overline{BE} = \frac{9}{2} + a = \frac{9}{2} + \frac{25}{18} = \frac{53}{9}$$

- 08 $\overline{AD} = 5k$ cm, $\overline{BC} = 9k$ cm ($k > 0$)라 하면

$$5k + 9k = 12 + 16, 14k = 28 \quad \therefore k = 2$$

$$\therefore \overline{BC} = 9 \times 2 = 18(\text{cm})$$

- 09 $\overline{OT}$ 를 그으면

$$\overline{OT} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$$

$\triangle OTB$ 에서

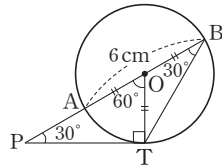
$$\angle AOT = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle OTP = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle OPT = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

$$\text{즉, } \overline{PT} : 3 = \sqrt{3} : 1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{PT} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$



- 10 $\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC} = 6 + 10 = 16(\text{cm})$

이때 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{DC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

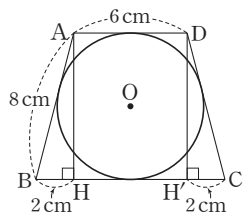
두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면

$$\begin{aligned} \overline{BH} &= \overline{CH'} = \frac{1}{2} \times (10 - 6) \\ &= 2(\text{cm}) \end{aligned}$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \overline{AH} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

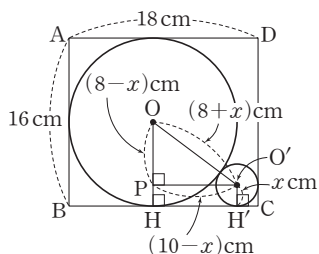
$$\frac{1}{2} \overline{AH} = \sqrt{15}(\text{cm})$$



- 11 두 점 O, O'에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하고, 점 O'에서 $\overline{OH}$ 에 내린 수선의 발을 P라 하자.

원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$



원 O'의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$$\overline{OO'} = (8 + x) \text{ cm}, \overline{OP} = (8 - x) \text{ cm}$$

$$\overline{PO'} = 18 - (8 + x) = 10 - x(\text{cm})$$

$$\triangle OPO' \text{에서 } (8 + x)^2 = (8 - x)^2 + (10 - x)^2$$

$$x^2 - 52x + 100 = 0, (x - 2)(x - 50) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because 0 < x < 8)$$

따라서 원 O'의 반지름의 길이는 2 cm이다.

- 12 $\overline{EF} = x$ cm라 하면

$$\overline{AF} = \overline{EF} = x \text{ cm}$$

$$\overline{DF} = (15 - x) \text{ cm}$$

$\triangle BCE$ 에서

$$\angle BEC = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2}$$

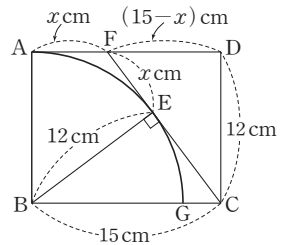
$$= 9(\text{cm})$$

$\triangle DFC$ 에서

$$(9 + x)^2 = (15 - x)^2 + 12^2$$

$$48x = 288 \quad \therefore x = 6$$

$$\therefore \overline{EF} = 6 \text{ cm}$$



- 13 점 N에서 $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{EH} = \overline{FH}$$

$\angle AHN = \angle ATP = 90^\circ$ 이고, $\angle A$ 는 공통이므로

$$\triangle AHN \sim \triangle ATP \text{ (AA 닮음)}$$

$$\text{즉, } \overline{AN} : \overline{AP} = \overline{HN} : \overline{TP} \text{에서}$$

$$30 : 50 = \overline{HN} : 10 \quad \therefore \overline{HN} = 6$$

$$\triangle ENH \text{에서 } \overline{EH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{EF} = 2\overline{EH} = 2 \times 8 = 16$$

- 14 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 인 사각형은 원에 내접하므로 $\square AFGE$, $\square FBDG$, $\square GDCE$ 는 원에 내접한다.

원주각의 크기가 같으면 네 점이 한 원 위에 있으므로

$$\square FBCE, \square EABD, \square DCAF \text{는 원에 내접한다.}$$

따라서 원에 내접하는 사각형은 모두 6개이다.

- 15 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$$\angle DCA = \angle CAB$$

$$= 15^\circ (\text{엇각})$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{BC} = 6 \text{ cm}$$

$\overline{DO}$, $\overline{CO}$ 를 그으면

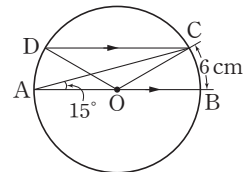
$$\angle AOD = \angle COB = 2\angle CAB$$

$$= 2 \times 15^\circ = 30^\circ$$

$$\angle DOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\widehat{BC} : \widehat{CD} = 30^\circ : 120^\circ, 6 : \widehat{CD} = 1 : 4$$

$$\therefore \widehat{CD} = 24(\text{cm})$$



- 16 $\angle AOB = 360^\circ - (40^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 140^\circ$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$$

$\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle BAC$

$$\therefore \angle CAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

- 17 $\angle BED = \angle x$ 라 하면

$$\angle ABC = \angle x + 24^\circ$$

$\widehat{AB} = \widehat{AC} = \widehat{CD}$ 이므로

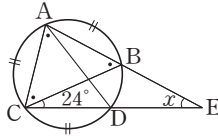
$$\angle ACB = \angle ABC = \angle CAD$$

$$= \angle x + 24^\circ$$

$\angle DAB = \angle DCB = 24^\circ$ 이므로 $\triangle ACB$ 에서

$$24^\circ + 3(\angle x + 24^\circ) = 180^\circ, 3\angle x = 84^\circ$$

$$\therefore \angle x = 28^\circ$$



- 18 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CD} : \widehat{DE} : \widehat{AE} = 1 : 1 : 2 : 3 : 5$ 이므로

$\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \widehat{DE}, \widehat{AE}$ 는 각각 원주의 $\frac{1}{12}, \frac{1}{12},$

$\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{5}{12}$ 이다.

$\widehat{BE}$ 를 그으면 $\angle ABE = \frac{5}{12} \times 180^\circ = 75^\circ$

이때 $\angle EBC + \angle CDE = 180^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle x + \angle y &= (\angle ABE + \angle EBC) + \angle CDE \\ &= 75^\circ + 180^\circ = 255^\circ \end{aligned}$$

- 19 $\widehat{PD}, \widehat{PB}$ 를 그으면 $\angle APD = \angle PBD$

$\angle APD = \angle x$ 라 하면 $\triangle APB$ 에서

$$20^\circ + (90^\circ + \angle x) + \angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$

$$\angle CPH = \angle PAH + \angle PHA$$

$$= 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ$$

$$\angle BPH = 180^\circ - (\angle PHB + \angle PBH)$$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$$

$$\therefore \angle CPB = \angle CPH - \angle BPH$$

$$= 110^\circ - 55^\circ = 55^\circ$$

이때 $\widehat{AB}$ 가 큰 반원의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

또 $\angle PHB = 90^\circ$

따라서 $\angle ACB + \angle PHB = 180^\circ$ 이므로 네 점 P, H, B, C는 한 원 위에 있다.

$$\therefore \angle CHB = \angle CPB = 55^\circ$$

- 20 $\widehat{AQ}$ 를 그으면

$$\angle BAQ = \angle CAQ$$

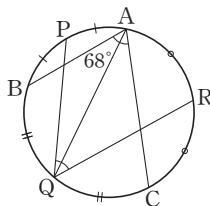
$$= \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$$

$\widehat{AP} + \widehat{AR} + \widehat{BQ}$ 의 길이는 반
원의 호의 길이와 같으므로

$$\angle AQP + \angle AQR + \angle BAQ = 90^\circ$$

$$\text{즉, } \angle PQR + \angle BAQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PQR = 90^\circ - \angle BAQ = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$



- 21 $\widehat{CD}$ 를 그으면

$\triangle ABH$ 와 $\triangle ADC$ 에서

$$\angle ABH = \angle ADC$$

$$\angle AHB = \angle ACD = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle ABH \sim \triangle ADC$$

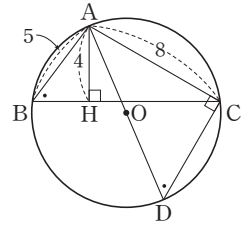
$$\text{즉, } \overline{AB} : \overline{AH} = \overline{AD} : \overline{AC}$$

이므로

$$5 : 4 = \overline{AD} : 8 \quad \therefore \overline{AD} = 10$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$



- 22 $\widehat{OB}$ 의 연장선이 원과 만나는

점 P라 하면

$$\angle APC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$$

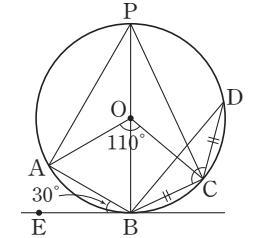
$$\angle APB = \angle ABE = 30^\circ$$

이므로

$$\angle BPC = 55^\circ - 30^\circ = 25^\circ$$

$$\angle BDC = \angle BPC = \angle DBC = 25^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ) = 130^\circ$$



- 23 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이므로

$$\angle A = \angle D = 60^\circ$$

이때 $\triangle BCD$ 에서 $\angle D = 60^\circ, \angle DBC = 30^\circ$ 이므로

$$\text{삼각비를 이용하면 } \overline{CD} = R, \overline{BC} = \sqrt{3}R$$

$$\text{또 } \angle ABE = 30^\circ \text{이므로 } \angle CED = 90^\circ$$

$$\text{따라서 } \overline{CD} = 2r = R \text{이므로 } \frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

- 24 $\widehat{AO}, \widehat{BO}$ 를 그으면

$\square APBO$ 에서

$$\angle AOB$$

$$= 360^\circ - (90^\circ + 42^\circ + 90^\circ)$$

$$= 138^\circ$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 138^\circ = 69^\circ$$

$\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ 에서

$$\angle AOC = \angle COD = \angle DOB \text{이므로}$$

$$\angle COD = \frac{1}{3} \times (360^\circ - 138^\circ) = 74^\circ$$

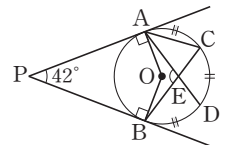
$\widehat{AC}$ 를 그으면

$$\angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 74^\circ = 37^\circ$$

$\triangle AEC$ 에서

$$\angle AEB = \angle ACE + \angle CAE$$

$$= 69^\circ + 37^\circ = 106^\circ$$



III. 통계

1. 대푯값, 산포도, 상관관계

01. 대푯값

소단원 집중 연습

108-109쪽

- 01** (1) 5 (2) 12 (3) 7
02 (1) 5 (2) 11 (3) 1
03 (1) 3 (2) 7 (3) 11
04 (1) ① 1, 2, 3, 4, 62 ② 3
 (2) ① 1, 2, 4, 5, 36 ② 4
 (3) ① 2, 3, 3, 4, 6, 7, 8 ② 4
 (4) ① 1, 3, 5, 17 ② 4
 (5) ① 5, 9, 10, 12, 13, 16 ② 11
05 (1) 8 (2) 6 (3) 13
06 (1) 3, 3 (2) 4, 4 (3) 2, 수학, 과학
07 (1) 7 (2) 4 (3) 11, 14
08 (1) 5 (2) 6 (3) 14
09 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ×
 (5) ○ (6) × (7) ○ (8) ×

- 02** (1) $\frac{2+3+3+x+7}{5}=4 \quad \therefore x=5$
 (2) $\frac{15+13+9+x+8+10}{6}=11 \quad \therefore x=11$
 (3) $\frac{x+2+9+11+2+7+3}{7}=5 \quad \therefore x=1$

소단원 테스트 [1회]

110쪽

- 01** ④ **02** ② **03** ② **04** ④ **05** ④
06 ③ **07** ① **08** ⑤

- 01** 자료의 수가 20이므로 중앙값은 크기순으로 나열할 때 10번째와 11번째 값의 평균이다.
 작은 값에서부터 학생 수를 차례로 더하면
 $1+2=3, 1+2+5=8, 1+2+5+7=15$
 이므로 10번째와 11번째 자료의 값은 모두 9임을 알 수 있다.
 $\therefore A = \frac{9+9}{2} = 9$
 또 수면 시간이 9시간인 학생 수가 7명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 9시간이다.
 $\therefore B = 9$

$$\therefore A+B=9+9=18$$

- 02** 자료 A의 중앙값이 12이므로 $10 < a < 16$
 즉, 크기순으로 나열하면 7, 10, a , 16

$$(\text{중앙값}) = \frac{10+a}{2} = 12 \quad \therefore a = 14$$

A, B 전체 자료를 크기순으로 나열하면
 7, 8, 9, 10, 10, 13, 14, 16

$$\text{따라서 구하는 중앙값은 } \frac{10+10}{2} = 10$$

- 03** (평균)

$$= \frac{10+13+21+24+26+32+32+35+38+43+45}{11}$$

$$= \frac{319}{11} = 29$$

 (중앙값) = 32, (최빈값) = 32
 $\therefore (\text{평균}) < (\text{중앙값}) = (\text{최빈값})$

- 04.** x 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 2, 3, 3, 5, 8, 8, 9, 9, 12
 최빈값이 1개이므로 $x=3$ 또는 $x=8$ 또는 $x=9$
 $x=3$ 일 때, 최빈값은 3이고 중앙값은 $\frac{5+8}{2} = \frac{13}{2}$
 $x=8$ 일 때, 최빈값은 8이고 중앙값은 $\frac{8+8}{2} = 8$
 $x=9$ 일 때, 최빈값은 9이고 중앙값은 $\frac{8+8}{2} = 8$
 따라서 중앙값과 최빈값이 같을 때, $x=8$ 이다.

- 05** ④ 자료 C의 최빈값은 1개이며 그 값은 2이다.

- 06** $\frac{12+8+7+a}{4} = 11$ 이므로
 $27+a=44 \quad \therefore a=17$
 $\therefore (\text{중앙값}) = \frac{8+12}{2} = 10$

- 07** $a = \frac{6 \times 2 + 7 \times 3 + 8 \times 4 + 9}{10} = 7.4$

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9

$$\text{이므로 } b = \frac{7+8}{2} = 7.5$$

수면 시간은 8시간이 4회로 가장 많이 나타나므로
 $c=8$
 $\therefore a < b < c$

- 08** 78점을 제외한 나머지 학생 5명의 점수를 작은 값부터 크기순으로 각각 a, b, c, d, e 라 하고
 학생 6명의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
 $a, b, 78, c, d, e$
 중앙값이 80점이므로 $\frac{78+c}{2} = 80 \quad \therefore c = 82$
 즉, $a, b, 78, 82, d, e$ 에서 83점인 학생이 들어왔을 때,
 $82 < 83$ 이므로 7명의 국어 점수의 중앙값은 82점이다.

소단원 테스트 [2회]

111쪽

- 01 85 02 6 03 50점 04 3
05 $20 \leq a \leq 24$ 06 9 07 12 08 74점

- 01 중앙값이 81이므로 자료를 크기순으로 나열하였을 때,
 x 는 77과 89 사이에 있다.

이때 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균이므로

$$\frac{77+x}{2}=81, \quad 77+x=162$$

$$\therefore x=85$$

- 02 주어진 자료의 최빈값이 7이므로 $a=7$
자료를 크기순으로 나열하면 2, 3, 5, 7, 7, 9

$$\text{따라서 중앙값은 } \frac{5+7}{2}=6$$

- 03 50점인 학생이 16명으로 가장 많으므로 최빈값은 50점이다.

$$04 \quad (\text{평균}) = \frac{6+11+5+15+10+a+b}{7} = 10$$

$$\text{에서 } a+b=23$$

$$\text{최빈값이 10이므로 } a=10 \text{ 또는 } b=10$$

$$a=10 \text{ 일 때 } b=13, \quad b=10 \text{ 일 때 } a=13$$

$$\text{이때 } a > b \text{ 이므로 } a=13, \quad b=10$$

$$\therefore a-b=13-10=3$$

- 05 (가) a 를 제외한 나머지 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 11, 14, 20, 40이고 중앙값이 20이므로
 $a \geq 20$

(나) a 를 제외한 나머지 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 21, 24, 28, 31, 35이고 중앙값이 26이므로
24와 28이 한가운데에 있어야 한다.

$$\text{즉, } a \leq 24$$

$$\therefore 20 \leq a \leq 24$$

$$06 \quad (\text{중앙값}) = \frac{x+11}{2}$$

$$(\text{평균}) = \frac{4+6+7+x+11+12+15+16}{8} = \frac{71+x}{8}$$

이때 중앙값과 평균이 같으므로

$$\frac{x+11}{2} = \frac{71+x}{8}, \quad 6x=54$$

$$\therefore x=9$$

- 07 최빈값이 11이므로 $x=11$
작은 값부터 순서대로 나열하면
9, 10, 11, 11, 11, 12, 12, 13, 14, 15, 15
따라서 중앙값은 6번째 수인 12이다.

- 08 4번째 학생의 점수를 x 점이라 하면

$$\frac{x+78}{2}=75 \quad \therefore x=72(\text{점})$$

이때 새로 들어온 학생의 점수인 74점은 기존의 4번째와 5번째 사이에 들어가게 되고 그것이 새로운 9명의 영어 점수의 중앙값이 된다.

$$\therefore (\text{중앙값})=74\text{점}$$

02. 산포도

소단원 집중 연습

112-113쪽

- 01 (1) 차례로 -2, 4, 0, 2, -4

- (2) 차례로 5, 3, 1, -1, -3, -5

- 02 (1) 3 (2) -6 (3) -4

- (4) 6 (5) 1

- 03 (1) 9, 9, 16, 25, 1 ① 60 ② 12 ③ $2\sqrt{3}$

- (2) 1, 1, 1, 1 ① 4 ② 1 ③ 1

- 04 (1) ① -1 ② 20 ③ 5 ④ $\sqrt{5}$

- (2) ① 0 ② 40 ③ 8 ④ $2\sqrt{2}$

- 05 (1) ① 5 ② -1, 1, -3, 3

- ③ 20 ④ 5 ⑤ $\sqrt{5}$

- (2) ① 7 ② -4, 0, 3, 2, -1

- ③ 30 ④ 6 ⑤ $\sqrt{6}$

- (3) ① 13 ② 1, -3, 5, -6, 3

- ③ 80 ④ 16 ⑤ 4

- 06 (1) $\times$ (2) $\times$ (3) $\bigcirc$ (4) $\times$

- (5) $\times$ (6) $\times$ (7) $\bigcirc$ (8) $\times$

$$01 \quad (1) \quad (\text{평균}) = \frac{4+10+6+8+2}{5} = 6$$

$$(2) \quad (\text{평균}) = \frac{13+11+9+7+5+3}{6} = 8$$

소단원 테스트 [1회]

114-115쪽

- 01 ③, ④ 02 ② 03 ④ 04 ① 05 ④

- 06 ④ 07 ① 08 ① 09 ④ 10 ③

- 11 ② 12 ④ 13 ② 14 ③ 15 ③

- 16 ②

- 01 ③ 도수분포표에서 각 계급의 도수가 일정하다고 해서 표준편차가 0이 될 수 없다.

- ④ 편차의 제곱의 평균은 분산이고 편차들의 절댓값의 평균을 제곱하면 분산과 같다고 할 수 없다.

02 평균이 7점이므로

$$\frac{5 \times 2 + 6 \times 5 + 7 \times 7 + 8 \times x + 9 \times 3}{2 + 5 + 7 + x + 3} = 7$$

$$\frac{116 + 8x}{17 + x} = 7$$

$$116 + 8x = 7(17 + x)$$

$$\therefore x = 3(\text{명})$$

03 한 달 동안 매일 공부한 시간의 평균이 가장 큰 학생이 한 달 동안 가장 공부를 많이 한 학생이고, D학생의 평균이 가장 크므로 한 달 동안 공부를 가장 많이 한 학생은 D이다.

공부를 가장 규칙적으로 한 학생은 표준편차가 가장 작은 학생이므로 E이다.

04 (평균) $= \frac{7+8+9+10+11}{5} = 9$

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{2}$$

05 (평균) $= \frac{90+94+97+91+93}{5} = \frac{465}{5} = 93$

이므로 편차는

$$A: 90 - 93 = -3, B: 94 - 93 = 1$$

$$C: 97 - 93 = 4, D: 91 - 93 = -2$$

$$E: 93 - 93 = 0$$

06 (평균) $= \frac{3+4+a+b+5}{5} = 6$

$$\therefore a + b = 18$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (a-6)^2 + (b-6)^2 + (-1)^2}{5}$$

$$= 10$$

$$9 + 4 + a^2 + b^2 - 12(a+b) + 72 + 1 = 50$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 12(a+b) - 36 = 216 - 36 = 180$$

07 학생 E가 사용한 문자 메시지가 65회이고 편차가 4회 이므로

$$(\text{평균}) = 65 - 4 = 61(\text{회})$$

또 편차의 합은 0이므로

$$x + (-1) + (-2) + 0 + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

따라서 학생 A가 사용한 문자 메시지는

$$61 + (-1) = 60(\text{회})$$

08 (평균) $= \frac{6 \times 3 + 7 \times 4 + 8 \times 3}{10} = \frac{70}{10} = 7(\text{점})$

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 \times 3 + 0^2 \times 4 + 1^2 \times 3}{10} = 0.6$$

09 다음과 같은 표를 만들어 구한다.

계급 (점)	계급값 (점)	도수 (명)	(계급값) $\times$ (도수)	편차 (점)	(편차) ² $\times$ (도수)
65 ~75	70	2	140	-10	$(-10)^2 \times 2$ =200
75 ~85	80	6	480	0	$0^2 \times 6 = 0$
85 ~95	90	2	180	10	$10^2 \times 2 = 200$
합계		10	800		400

$$(\text{평균}) = \frac{800}{10} = 80(\text{점})$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{400}{10} = 40$$

10 편차의 합이 0이므로

$$(-2) + (-5) + x + 6 + 1 + 1 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

$$\therefore (\text{분산})$$

$$= \frac{(-2)^2 + (-5)^2 + (-1)^2 + 6^2 + 1^2 + 1^2}{6}$$

$$= \frac{68}{6} = \frac{34}{3}$$

11 (분산) $= \frac{2^2 + 1^2 + (-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}{5}$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{2}(\text{점})$$

12 ① A반의 표준편차가 더 크므로 분산도 더 크다.

② A반의 평균이 더 낮고 표준편차가 크므로 하위권 학생이 더 많다고 할 수 있다.

③ B반의 평균이 높으므로 성적이 더 우수하다고 할 수 있다.

④ B반의 표준편차가 더 작으므로 B반의 성적이 A반 보다 고르다.

⑤ B반의 표준편차가 더 작으므로 평균 가까이에 더 모여 있다.

13 (평균) $= \frac{2 \times 3 + 4 \times 3 + 6 \times 7 + 8 \times 5 + 10 \times 2}{20}$

$$= \frac{120}{20} = 6(\text{시간})$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(2-6)^2 \times 3 + (4-6)^2 \times 3 + (6-6)^2 \times 7}{20}$$

$$+ \frac{(8-6)^2 \times 5 + (10-6)^2 \times 2}{20}$$

$$= \frac{48 + 12 + 0 + 20 + 32}{20}$$

$$= \frac{112}{20} = \frac{28}{5}$$

14 평균이 7이므로

$$\frac{5 \times 3 + 6 \times 6 + 7 \times 3 + 8 \times n + 9 \times 4}{3 + 6 + 3 + n + 4} = 7$$

$$\frac{108+8n}{16+n}=7 \quad \therefore n=4$$

$\therefore$ (분산)

$$= \frac{(-2)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 6 + 0^2 \times 3 + 1^2 \times 4 + 2^2 \times 4}{20}$$

$$= \frac{38}{20} = 1.9$$

15 편차의 합은 0이므로

$$-8-2+3x+8+2=0 \quad \therefore x=0$$

$\therefore$ (표준편차)

$$= \sqrt{\frac{(-4)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 1 + 0^2 \times 3 + 4^2 \times 2 + 1^2 \times 2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{70}{10}} = \sqrt{7}$$

16 편차의 합은 0이므로

$$5+(-3)+(-1)+x+y=0, \quad x+y=-1$$

$$\therefore y=-x-1$$

$$(\text{분산}) = \frac{5^2 + (-3)^2 + (-1)^2 + x^2 + (-x-1)^2}{5}$$

$$= (2\sqrt{2})^2$$

$$\text{에서 } 2x^2 + 2x + 36 = 40$$

$$x^2 + x - 2 = 0, \quad (x-1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=-2$$

$$x=1 \text{ 일 때, } y=-1-1=-2$$

$$x=-2 \text{ 일 때, } y=-(-2)-1=1$$

$$\therefore xy=-2$$

소단원 테스트 [2회]

116-117쪽

01 23점	02 2권	03 65	04 ㄴ, ㄹ
05 체육	06 46	07 17.6	08 3 09 4.4
10 6.8	11 4반, 3반	12 $\sqrt{1.9}$ 점	
13 $2\sqrt{21}$ 시간	14 11.6	15 4반	
16 $\sqrt{13}$ 점			

01 편차의 합은 0이므로

$$x+(-1)+5+2+(-4)=0 \quad \therefore x=-2$$

따라서 A의 점수는 $25-2=23$ (점)

02 (평균) $= \frac{5+3+7+9+6}{5} = 6$ (권)

즉, 각 변량의 편차는 $-1, -3, 1, 3, 0$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 + (-3)^2 + 1^2 + 3^2}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2(\text{권})$$

03 평균이 6이므로

$$\frac{2+x+y+8+5+10}{6} = 6 \text{에서 } x+y+25=36$$

$$\therefore x+y=11$$

각 변량의 편차는

$$-4, x-6, y-6, 2, -1, 4$$

이고 분산이 7이므로

$$\frac{(-4)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2 + 2^2 + (-1)^2 + 4^2}{6} = 7$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 + 37 = 42$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 109 = 42$$

$$x^2 + y^2 = 12(x+y) - 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 12 \times 11 - 67 = 65$$

04 ㄱ. 편차는 각 자료의 값에서 평균을 뺀 값이다.

ㄴ. 편차의 합이 항상 0이므로 편차의 합을 자료의 개수로 나눈 편차의 평균도 항상 0이다.

ㄷ. 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

ㄹ. 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.

05 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 성적이 가장 높은 과목은 체육이다.

06 a, b, c, d, e 의 평균이 10이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = 10$$

$$\therefore a+b+c+d+e=50$$

$$3a-4, 3b-4, 3c-4, 3d-4, 3e-4 \text{의 평균은}$$

$$\frac{(3a-4) + (3b-4) + (3c-4) + (3d-4) + (3e-4)}{5}$$

$$= \frac{3(a+b+c+d+e) - 5 \times 4}{5} = \frac{3 \times 50 - 20}{5} = 26$$

$3a-4, 3b-4, 3c-4, 3d-4, 3e-4$ 를 작은 값부터

크기순으로 나열하여도 그 순서가 변하지 않으므로

$$\text{중앙값은 } 3 \times 8 - 4 = 20$$

$$\therefore x+y=26+20=46$$

07 (평균) $= \frac{88+90+92+100+x}{5} = 92$

$$\text{에서 } 370+x=460 \quad \therefore x=90$$

즉, 편차가 $-4, -2, 0, 8, -2$ 이므로

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2 + (-2)^2 + 8^2 + (-2)^2}{5} = 17.6$$

08 편차의 합은 0이므로

$$2+(-1)+x+1=0 \quad \therefore x=-2$$

$$(\text{분산}) = \frac{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + 1^2}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$\therefore x+2y=-2+5=3$$

09 도수가 4인 변량의 편차를 a 라 하면

$$-3 \times 2 - 2 \times 1 + a \times 4 + 2 \times 1 + 3 \times 2 = 0$$

$$4a=0 \quad \therefore a=0$$

$\therefore$ (분산)

$$= \frac{(-3)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 1 + 0^2 \times 4 + 2^2 \times 1 + 3^2 \times 2}{2+1+4+1+2}$$

$$= \frac{44}{10} = 4.4$$

10 편차의 합은 0이므로

$$-2+3+(-4)+1+x=0 \quad \therefore x=2$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-2)^2+3^2+(-4)^2+1^2+2^2}{5}$$

$$= \frac{34}{5} = 6.8$$

11 평균이 가장 높은 4반의 성적이 가장 우수하고, 표준편차가 가장 작은 3반의 성적이 가장 고르다.

12 $a+6+3+4+b=20$ 에서

$$a+b=7 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

평균이 4점이므로

$$2a+18+12+20+6b=4 \times 20 \text{에서}$$

$$a+3b=15 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=4$

$\therefore$ (표준편차)

$$= \sqrt{\frac{(-2)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 6 + 1^2 \times 4 + 2^2 \times 4}{20}}$$

$$= \sqrt{\frac{38}{20}} = \sqrt{1.9} \text{ (점)}$$

13

계급 (시간)	도수	계급값	(계급값) $\times$ (도수)	편차	(편차) ² $\times$ (도수)
0~10	2	5	10	-16	512
10~20	8	15	120	-6	288
20~30	6	25	150	4	96
30~40	4	35	140	14	784
합계	20		420		1680

$$(\text{평균}) = \frac{420}{20} = 21 \text{ (시간)}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{\frac{1680}{20}} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ (시간)}$$

14 편차의 합은 0이므로

$$-5+2+2+a-3=0 \quad \therefore a=4$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-5)^2+2^2+2^2+4^2+(-3)^2}{5}$$

$$= \frac{58}{5} = 11.6$$

15 성적이 가장 고른 반은 분산이 가장 작은 4반이다.

16 남학생과 여학생의 평균 점수가 모두 70점이므로 전체 학생의 평균 점수도 70점이다.

$$\text{남학생: } (\text{분산}) = \frac{(\text{편차})^2 \text{의 총합}}{20} = (\sqrt{10})^2 \text{이므로}$$

$$(\text{편차})^2 \text{의 총합은 } 200 \text{이다.}$$

$$\text{여학생: } (\text{분산}) = \frac{(\text{편차})^2 \text{의 총합}}{30} = (\sqrt{15})^2 \text{이므로}$$

$$(\text{편차})^2 \text{의 총합은 } 450 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 (전체 분산)} = \frac{200+450}{50} = 13 \text{이므로}$$

$$(\text{전체 표준편차}) = \sqrt{13} \text{ (점)}$$

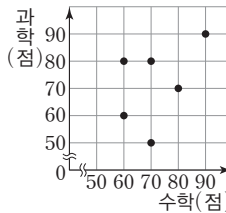
03. 상관관계

소단원 집중 연습

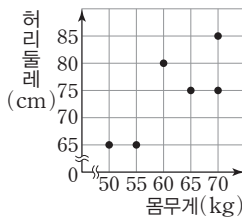
118-119쪽

- 01 (1) 풀이참조 (2) 풀이참조
(3) 풀이참조
- 02 (1) 9명 (2) 8명 (3) 7명 (4) 3명
(5) 7명 (6) 6명 (7) 6명 (8) 2명
- 03 (1) ㄹ, ㅂ (2) ㄷ, ㅁ (3) ㄱ, ㄴ
- 04 (1) ㄱ (2) ㄷ (3) ㄴ (4) ㄹ
- 05 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○
(5) × (6) ○ (7) ○ (8) ×

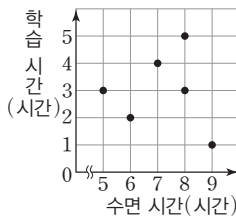
01 (1)



(2)



(3)



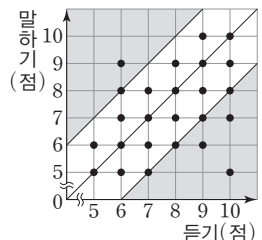
소단원 테스트 [1회]

120-121쪽

- 01 ② 02 ③, ④ 03 ⑤ 04 ①
05 ③ 06 ④ 07 ① 08 ②
09 ④ 10 ⑤ 11 ⑤ 12 ②

01 듣기 성적과 말하기 성적의 차이가 2점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 포함)에 속하는 9명이다. 따라서

$$\frac{9}{25} \times 100 = 36 (\%)$$



02 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.

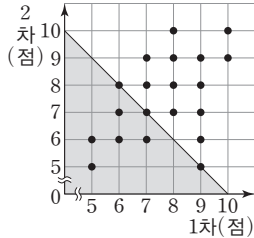
- ① 상관관계가 없다.
②, ⑤ 양의 상관관계

03 ① 조사한 양궁 선수수는 총 10명이다.

- ② 1차와 2차에서 같은 점수를 얻은 선수는 4명이다.
③ 1차보다 2차에서 높은 점수를 얻은 선수는 4명이다.
④ 1차와 2차의 점수의 평균이 9점 이상인 선수는 3명이다.

04 영어 성적에 비하여 수학 성적이 더 높은 학생은 A이다.

05 1차와 2차의 성적의 평균이 7점 이하인 학생의 합이 14점 이하인 학생과 같으므로 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 8명이다. 따라서



$$\frac{8}{20} \times 100 = 40 (\%)$$

06 (평균) = $\frac{150+160+165+170+175}{5} = 164$ (cm)

07 ① 음의 상관관계 ②, ③, ④, ⑤ 양의 상관관계

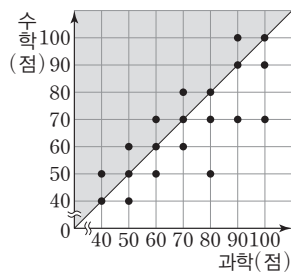
08 기말고사 성적이 중간고사 성적보다 20점 이상 향상된 학생의 성적을 (중간고사, 기말고사)로 나타내면 (60, 80), (70, 90), (70, 100), (80, 100)의 4명이다.므로

$$\frac{4}{20} \times 100 = 20 (\%)$$

09 ① 국어 성적이 가장 높은 학생은 C이다.

- ② A는 영어 성적은 높은 편이나 국어 성적은 낮은 편이다.
③ B는 D보다 영어 성적이 낮다.
⑤ D는 영어 성적에 비해 국어 성적이 높은 편이다.

10 수학 성적이 과학 성적보다 높은 학생 수는 수학 성적이 50점일 때 1명, 60점일 때 1명, 70점일 때 1명, 80점일 때 1명, 100점일 때 1명이다.므로



$$(\text{평균}) = \frac{50+60+70+80+100}{5} = 72 (\text{점})$$

11 정삼각형의 한 변의 길이와 둘레는 양의 상관관계이다.

12 ② B는 D보다 앞은키가 작다.

소단원 테스트 [2회]

122-123쪽

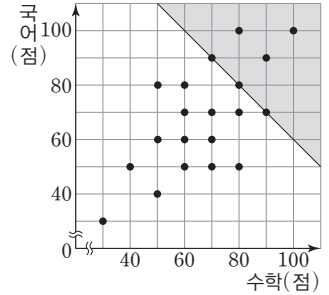
01 20 %	02 30 %	03 4명	04 A
05 45 %	06 86점	07 14점	08 77.5점
09 7	10 25 %	11 20 %	12 80점

01 수학 성적과 과학 성적이 같은 학생은 3명이므로

$$\frac{3}{15} \times 100 = 20 (\%)$$

02 두 과목의 성적의 합이 160점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 6명이므로

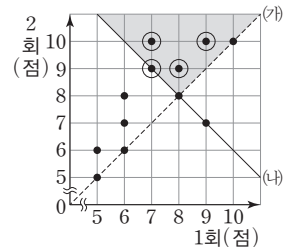
$$\frac{6}{20} \times 100 = 30 (\%)$$



03 조건 (가)에서 1회보다 2회의 성적이 향상되었으므로 대각선 위쪽 영역(경계선 제외)에 속한다.

조건 (나)에서 1회와 2회의 성적의 평균이 8점, 즉 합이 16점 이상이므로 대각선 오른쪽 영역(경계선 포함)에 속한다.

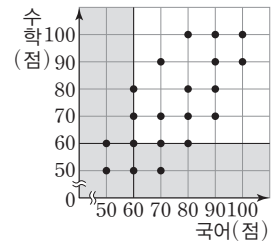
따라서 구하는 학생 수는 4명이다.



04 독서량에 비하여 국어 성적이 높은 학생은 A이다.

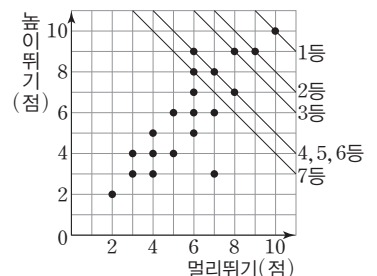
05 적어도 한 과목의 성적이 60점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 9명이므로

$$\frac{9}{20} \times 100 = 45 (\%)$$

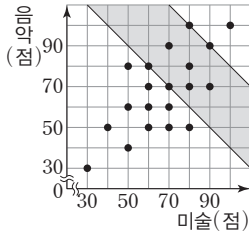


06 성적이 높은 학생 5명의 성적을 (중간고사, 기말고사)로 나타내면 (90, 100), (90, 90), (80, 90), (80, 80), (90, 70)이다. 이들 5명의 중간고사 성적의 평균은 $\frac{90 \times 3 + 80 \times 2}{5} = \frac{430}{5} = 86$ (점)

07 오른쪽 그림에서 7등인 학생의 멀리뛰기 점수는 6점, 높이뛰기 점수는 8점이므로 점수의 합은 14점이다.



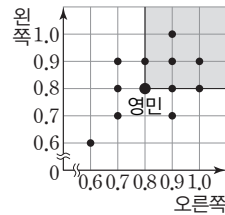
- 08 두 과목의 성적의 평균이 70점 이상 90점 이하, 즉 두 과목의 합이 140점 이상 180점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 8명이다. 따라서 구하는 평균은



$$\frac{60 \times 1 + 70 \times 2 + 80 \times 3 + 90 \times 2}{8} = \frac{620}{8} = 77.5(\text{점})$$

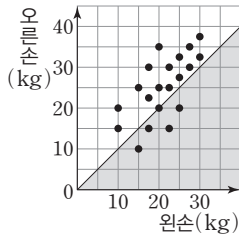
- 09 나. 발의 크기가 가장 작은 학생은 B이다.
 다. 키에 비하여 발의 크기가 큰 학생은 C이다.
 라. 키에 비하여 발의 크기가 작은 학생은 B이다.

- 10 영민이보다 양쪽 눈의 시력이 모두 좋은 학생은 오른쪽 그림에서 영민이를 제외한 색칠한 영역(경계선 제외)에 속하는 3명이므로



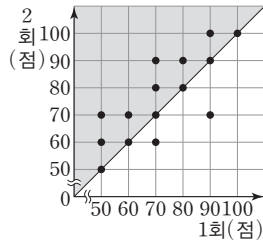
$$\frac{3}{12} \times 100 = 25(\%)$$

- 11 오른손보다 왼손의 쥐는 힘이 더 센 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 제외)에 속하는 4명이므로



$$\frac{4}{20} \times 100 = 20(\%)$$

- 12 1회보다 2회의 수학 성적이 향상된 학생은 7명이고, 이 중에서 2회의 수학 성적은 60점 일 때 1명, 70점일 때 2명, 80점일 때 1명, 90점일 때 2명, 100점일 때 1명이므로



$$(\text{평균}) = \frac{60 \times 1 + 70 \times 2 + 80 \times 1 + 90 \times 2 + 100 \times 1}{7} = \frac{560}{7} = 80(\text{점})$$

중단원 테스트 [1회]

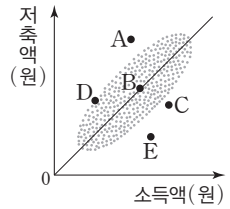
124-127쪽

01 7	02 ③	03 ②	04 - 3
05 ②	06 ④	07 ③	08 ①
09 ②	10 4권	11 ②	12 ①
13 ①	14 ②	15 ④	16 ③
17 ③	18 ④	19 ①	20 ②
21 20 %	22 ①	23 ④	24 ④

- 01 최빈값이 6이므로 a, b 는 모두 6이어야 한다.
 따라서 크기순으로 나열하면 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8이므로 중앙값은 4번째 값인 7이다.

- 02 ③ 표준편차가 같더라도 평균은 다를 수 있다.

- 03 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에 가까울수록 소득액과 저축액의 차이가 적으므로 소득액과 저축액의 차이가 가장 적은 사람은 B이다.



- 04 4, 5, 11, a, b 의 중앙값이 6이고 $a < b$ 이므로 $a = 6$

$a, 7, 14, b$, 즉 6, 7, 14, b 의 중앙값이 8이므로 $7 < b < 14$

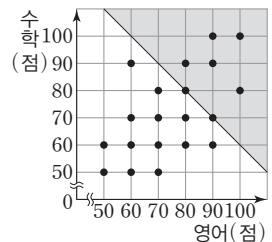
$$\text{즉, } \frac{7+b}{2} = 8 \text{에서 } b = 9$$

$$\therefore a - b = -3$$

- 05 모든 편차의 합은 0이므로

$$-3 - 1 + 2 + a - 2 = 0 \quad \therefore a = 4$$

- 06 두 과목의 성적의 평균이 80점 이상인 학생은 성적의 합이 160점 이상인 학생과 같으므로 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 7명이다.



$$\text{따라서 } \frac{7}{20} \times 100 = 35(\%)$$

- 07 주어진 산점도는 두 변량 사이에 상관관계가 없음을 나타낸다.

①, ② 음의 상관관계

④, ⑤ 양의 상관관계

- 08 자료를 크기순으로 나열하면

26, 27, 30, 30, 33, 37, 37, 37, 40, 45

이므로 중앙값은 5번째 값인 33회와 6번째 값인 37회의 평균인 35회이다.

$$\therefore a = 35$$

또 최빈값은 가장 많이 나타나는 값인 37회이다.

$$\therefore b = 37$$

$$\therefore a + b = 35 + 37 = 72$$

- 09 (분산) = $\frac{(-2)^2 \times 8 + 0^2 \times 6 + 2^2 \times 4 + 4^2 \times 2}{20}$

$$= \frac{80}{20} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2(\text{권})$$

- 10 평균이 5권이므로

$$\frac{6+9+4+2+3+4+7+6+x}{9}=5$$

$$41+x=45$$

$$\therefore x=4$$

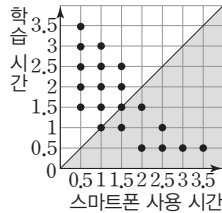
자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 4, 4, 6, 6, 7, 9

자료가 9개이므로 중앙값은 5번째 자료의 값인 4권이다.

- 11 오른쪽 그림에서 색칠한 영역 (경계선 제외)에 속하는 7명 이므로

$$\frac{7}{20} \times 100 = 35 (\%)$$



- 12 (평균) $= \frac{a+a+(a+1)+(a+3)+(a+6)}{5}$

$$= \frac{5a+10}{5} = a+2$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 4^2}{5}$$

$$= \frac{26}{5}$$

- 13 $a, b, 5, 3, 7$ 의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+5+3+7}{5}=5$$

$$\therefore a+b=10$$

표준편차가 $\sqrt{6}$, 즉 분산은 6이므로

$$\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 2^2}{5} = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 58 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 100 - 58 + 30 = 72$$

따라서 a^2 과 b^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

- 14 (평균) $= \frac{3+4+5+6+7}{5}=5$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2}{5} = 2$$

- 15 ㄱ. (편차) $= (\text{변량}) - (\text{평균})$

$$\text{ㄴ. (편차의 총합)} = (\text{변량의 총합}) - (\text{평균}) \times (\text{도수}) = 0$$

ㄷ. 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

$$\text{ㄹ. (표준편차)} = \sqrt{(\text{분산})}$$

- 16 a 의 값이 가장 작거나 두 번째로 작은 값이면, 중앙값은 $\frac{10+17}{2}=13.5$ 이므로 주어진 문제 조건에 맞지 않는다.

또 a 의 값이 가장 크거나 두 번째로 큰 값이면, 중앙값은 $\frac{17+20}{2}=18.5$ 이므로 주어진 문제 조건에 맞지 않는다.

따라서 자료를 크기순으로 나열하면

8, 10, a , 17, 20, 23 또는 8, 10, 17, a , 20, 23

$$\text{즉, 중앙값은 } \frac{a+17}{2}=16 \quad \therefore a=15$$

- 17 독서량이 8권 이상인 학생은 7명이고, 국어 성적이 70점일 때 2명, 80점일 때 3명, 90점일 때 2명이므로

$$(\text{평균}) = \frac{70 \times 2 + 80 \times 3 + 90 \times 2}{7} = \frac{560}{7} = 80 (\text{점})$$

- 18 1차 성적이 2차 성적보다 더 높은 학생은 9명이므로

$$\frac{9}{20} \times 100 = 45 (\%)$$

- 19 4, 1, 7, 2, a 의 중앙값이 4이므로 $a \geq 4$

14, 17, a 의 중앙값이 14이므로 $a \leq 14$

$$\therefore 4 \leq a \leq 14$$

따라서 a 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

- 20 자료를 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 6, 6

이므로 중앙값은 5번째 값인 3이다.

$$\therefore a=3$$

또 최빈값은 가장 많이 나타나는 값인 3이다.

$$\therefore b=3$$

$$\therefore a+b=3+3=6$$

- 21 두 과목 모두 70점 미만인 학생은 3명이므로

$$\frac{3}{15} \times 100 = 20 (\%)$$

- 22 10개의 자연수의 평균은

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(a_1-6)^2 + (a_2-6)^2 + \cdots + (a_{10}-6)^2}{10} \\ &= \frac{(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_{10}^2) - 12(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}) + 360}{10} \end{aligned}$$

$$= \frac{440 - 12 \times 60 + 360}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

- 23 전체 평균이 각 모둠의 평균과 같으므로

$$\{\text{A모둠의 (편차)}^2 \text{의 합}\} = 12 \times 8 = 96$$

$$\{\text{B모둠의 (편차)}^2 \text{의 합}\} = 18 \times 4 = 72$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{168}{30} = 5.6$$

- 24 ② A는 영어에 비하여 국어 점수가 낮은 편이다.

⑤ 국어 성적이 높은 학생은 대체로 영어 성적도 높다.

01 ③	02 ③	03 ⑤	04 ③
05 ③	06 ④	07 11.6	08 ①, ③
09 ④	10 40 %	11 ④	12 ③
13 ⑤	14 ⑤	15 ②, ⑤	16 ②
17 ②	18 ②	19 $\sqrt{5.2}$ 시간	20 ③
21 ⑤	22 ④	23 ②	24 ④

01 x 를 제외한 자료 중 최빈값은 10과 13이다.

(i) 최빈값이 10이면

$$\frac{91+x}{8}=10, 91+x=80$$

$$\therefore x=-11$$

이때 x 는 자연수이므로 성립하지 않는다.

(ii) 최빈값이 13이면

$$\frac{91+x}{8}=13, 91+x=104$$

$$\therefore x=13$$

02 (평균) $= \frac{6+7+8+8+9+10}{6} = \frac{48}{6} = 8$

변량의 개수가 6개이면 중앙값은 크기순으로 나열할

때 3번째와 4번째 변량의 평균이므로 $\frac{8+8}{2}=8$

최빈값은 변량 중 가장 많이 나타나는 값이므로 8이다.

주어진 변량에 대하여 평균, 중앙값, 최빈값 모두 8이다.

③ 중앙값은 8이므로 주어진 변량 중 하나의 값으로 표현된다.

⑤ 평균이 8이므로 변량 6의 편차는 -2로 가장 작다.

03 주어진 산점도는 양의 상관관계를 나타낸다.

ㄱ, ㄴ 음의 상관관계

ㄷ, ㄹ 양의 상관관계

04 (분산)

$$= \frac{(-3)^2 \times 3 + (-2)^2 \times 2 + (-1)^2 \times 2 + 1^2 \times 7 + 2^2 \times 4}{3+2+2+2+7+4}$$

$$= \frac{60}{20} = 3$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{3}$$

05 평균이 4이므로 $\frac{a+b+c+d+e}{5}=4$ 에서

$$a+b+c+d+e=20$$

..... ㉠

표준편차가 $\sqrt{3}$ 이므로

$$\frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 + (d-4)^2 + (e-4)^2}{5}$$

$$=(\sqrt{3})^2$$

에서

$$(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 + (d-4)^2 + (e-4)^2 = 15$$

$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-8(a+b+c+d+e)+80=15$$

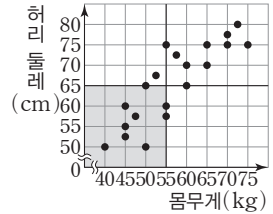
위의 식에 ㉠을 대입하여 정리하면

$$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=95$$

따라서 a^2, b^2, c^2, d^2, e^2 의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2}{5} = \frac{95}{5} = 19$$

06 몸무게가 55 kg 이하 허리둘레가 65 cm 이하인 학생은 오른쪽에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 9명이므로



$$\frac{9}{20} \times 100 = 45 (\%)$$

07 (평균) $= \frac{1+4+2+3+4+6+1+6+4+5}{10}$

$$= \frac{36}{10} = 3.6$$

$$\therefore a=3.6$$

자료를 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 6

이므로 중앙값은 5번째 값인 4와 6번째 값인 4의 평균인 4이다.

$$\therefore b=4$$

또 최빈값은 가장 많이 나타나는 값인 4이다.

$$\therefore c=4$$

$$\therefore a+b+c=3.6+4+4=11.6$$

08 ② 표준편차가 작을수록 자료는 평균에 가까이 모여 있다.

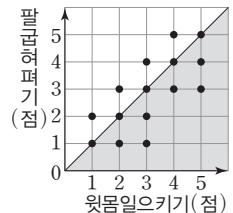
④ 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

⑤ 분산이 작을수록 분포 상태가 고르다고 할 수 있다.

09 음의 상관관계를 나타내는 것을 찾으면 ④이다.

10 윗몸일으키기 성적이 팔굽혀펴기 성적보다 더 높은 학생은 6명이므로

$$\frac{6}{15} \times 100 = 40 (\%)$$



11 평균이 5이므로 $\frac{a+b+c}{3}=5$

$$\therefore a+b+c=15$$

..... ㉠

표준편차가 $\sqrt{7}$ 이므로

$$\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2}{3} = (\sqrt{7})^2$$

$$a^2+b^2+c^2-10(a+b+c)+75=21$$

위의 식에 ㉠을 대입하여 정리하면

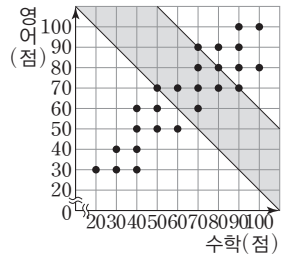
$$a^2+b^2+c^2=96$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = \frac{96}{3} = 32$$

- 12 편차의 합은 0이므로
 $1+x+(-5)+(-1)+2=0 \quad \therefore x=3$
 따라서 B의 점수는 $68+3=71$ (점)
- 13 평균이 5이므로
 $\frac{3+2+5+10+4+a+5+b}{8}=5$ 에서
 $\frac{29+a+b}{8}=5 \quad \therefore a+b=11$
 이때 $a=b-3$ 이므로 $2b=14 \quad \therefore b=7$
 $\therefore a=7-3=4$
 따라서 최빈값은 가장 많이 나타난 값이므로 4와 5이다.
- 14 주어진 자료를 크기순으로 나열하면
 ① 2, 3, 3, 5, 6, 6이므로 (중앙값) $=\frac{3+5}{2}=4$
 ② 1, 3, 4, 6, 8, 9이므로 (중앙값) $=\frac{4+6}{2}=5$
 ③ 3, 4, 4, 5, 7, 8이므로 (중앙값) $=\frac{4+5}{2}=4.5$
 ④ 2, 3, 3, 4, 6, 8이므로 (중앙값) $=\frac{3+4}{2}=3.5$
 ⑤ 2, 3, 4, 7, 7, 8이므로 (중앙값) $=\frac{4+7}{2}=5.5$
- 15 ② B와 A의 사회 성적은 80점으로 같다.
 ③ B의 과학 성적은 60점, E의 과학 성적은 70점이다.
 ④ C의 평균은 $\frac{40+20}{2}=30$ (점),
 D의 평균은 $\frac{20+40}{2}=30$ (점)이다.
 ⑤ C의 성적 차는 $40-20=20$ (점)이고, E의 성적 차는 $70-40=30$ (점)이다.
- 16 세 변량의 평균을 구하면
 $\frac{4+(a+4)+(2a+4)}{3}=\frac{3a+12}{3}=a+4$
 이때 분산이 6이므로
 $\frac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=\frac{2a^2}{3}=6$
 $a^2=9 \quad \therefore a=3 (\because a>0)$
- 17 편차의 합은 0이므로
 $1+(-2)+a+b+0+3=0$
 $\therefore a+b=-2$
 표준편차가 2이므로
 $\frac{1^2+(-2)^2+a^2+b^2+0^2+3^2}{6}=2^2$
 $a^2+b^2+14=24$
 $\therefore a^2+b^2=10$
 이때 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 이므로
 $(-2)^2=10+2ab, 2ab=-6$
 $\therefore ab=-3$

- 18 두 과목의 성적의 평균이 60 이상 80점 이하, 즉 두 과목의 합이 120점 이상 160점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 9명이다. 따라서



$$\frac{9}{25} \times 100 = 36 (\%)$$

19

봉사 활동 시간 (시간)	도수 (명)	계급값	편차	(편차) ² × (도수)
10 ^{이상} ~ 12 ^{미만}	2	11	-4	$(-4)^2 \times 2 = 32$
12 ~ 14	5	13	-2	$(-2)^2 \times 5 = 20$
14 ~ 16	6	15	0	$0^2 \times 6 = 0$
16 ~ 18	5	17	2	$2^2 \times 5 = 20$
18 ~ 20	2	19	4	$4^2 \times 2 = 32$
합계	20			104

$$(\text{분산}) = \frac{104}{20} = 5.2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{5.2} (\text{시간})$$

- 20 수학 성적이 60점 이하인 학생들의 과학 성적을 표로 나타내면 다음과 같다.

점수 (점)	30	40	50	60	70	80	합계
학생 수 (명)	2	2	3	1	1	1	10

$\therefore$ (평균)

$$= \frac{30 \times 2 + 40 \times 2 + 50 \times 3 + 60 \times 1 + 70 \times 1 + 80 \times 1}{10}$$

$$= \frac{500}{10} = 50$$

- 21 $a \leq b \leq c$ 라 하자.

최빈값이 11이므로 a, b, c 중에서 두 수는 11이어야 한다.

$a=b=11$ 이라 하면 중앙값이 12가 되어야 하므로

9, 11, 11, 11, c , 15, 15, 17

$$\text{에서 } \frac{11+c}{2} = 12 \quad \therefore c = 13$$

$$\therefore a+b+c = 11+11+13 = 35$$

- 22 ④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 일정하면 x 와 y 사이에는 상관관계가 없다고 한다.

23

계급 (점)	계급값	도수	(계급값) × (도수)	편차	(편차) ² × (도수)
50 ~ 60	55	3	165	-9	$(-9)^2 \times 3 = 243$
60 ~ 70	65	5	325	1	$1^2 \times 5 = 5$
70 ~ 80	75	2	150	11	$11^2 \times 2 = 242$
합계		10	640		490

$$(\text{평균}) = \frac{640}{10} = 64 (\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{490}{10} = 49$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{49} = 7(\text{점})$$

- 24 A, B 두 반의 평균이 같으므로 전체의 평균도 75점이
다.

A, B 두 반의 학생들의 편차의 제곱의 합을 각각 P ,
 Q 라 하면

$$P = 30 \times 100 = 3000, Q = 20 \times 120 = 2400$$

$$\text{따라서 두 반 전체의 분산은 } \frac{P+Q}{50} = \frac{5400}{50} = 108 \text{이}$$

$$\text{므로 표준편차는 } \sqrt{108} = 6\sqrt{3}(\text{점})$$

중단원 테스트 [서술형]

132-133쪽

01 14	02 4	03 -25	04 6.2
05 $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 권	06 35	07 12 %	08 60점

- 01 x 의 값에 관계없이 17이 가장 많이 나타나므로 최빈값
은 17통이다. ①

$$(\text{평균}) = \frac{x+16+17 \times 3+18+20}{7}$$

$$= \frac{x+105}{7}(\text{통}) \quad \dots\dots ②$$

이때 평균과 최빈값이 서로 같으므로

$$\frac{x+105}{7} = 17, x+105=119$$

$$\therefore x=14 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① 최빈값 구하기	30 %
② 평균을 구하는 식 세우기	30 %
③ x 의 값 구하기	40 %

- 02 평균이 0이므로 $\frac{(-3)+a+b+5+3}{5}=0$

$$a+b+5=0 \quad \therefore a+b=-5$$

$$\text{중앙값이 1이므로 } b=1 \quad \therefore a=-6 \quad \dots\dots ①$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-3)^2+(-6)^2+1^2+5^2+3^2}{5}$$

$$= \frac{80}{5} = 16 \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{16} = 4 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① a, b 의 값 구하기	40 %
② 분산 구하기	50 %
③ 표준편차 구하기	10 %

- 03 편차의 합은 0이므로

$$x+(-3)+(-2)+1+y=0$$

$$\therefore x+y=4 \quad \dots\dots ①$$

표준편차가 4이므로 분산은 16이다. 즉,

$$\frac{x^2+(-3)^2+(-2)^2+1^2+y^2}{5} = 16$$

$$x^2+y^2=66 \quad \dots\dots ②$$

$$(x+y)^2-2xy=66$$

$$\text{이때 } x+y=4 \text{이므로 } 16-2xy=66$$

$$2xy=-50 \quad \therefore xy=-25 \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① $x+y$ 의 값 구하기	30 %
② x^2+y^2 의 값 구하기	30 %
③ xy 의 값 구하기	40 %

- 04 편차의 총합은 0이므로

학생 수 6명에 대한 편차를 a 권이라 하면

$$(-3) \times 2 + 6a + 0 \times 5 + 1 \times 2 + 2 \times 4 + 8 \times 1 = 0$$

$$-6 + 6a + 0 + 2 + 8 + 8 = 0, 6a = -12$$

$$\therefore a = -2 \quad \dots\dots ①$$

(분산)

$$= \{(-3)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 6 + 0^2 \times 5$$

$$+ 1^2 \times 2 + 2^2 \times 4 + 8^2 \times 1\} \div 20$$

$$= \frac{18+24+0+2+16+64}{20} = \frac{124}{20} = 6.2 \quad \dots\dots ②$$

채점 기준	배점
① 학생 수 6명에 대한 편차 구하기	50 %
② 분산 구하기	50 %

- 05 4권을 읽은 학생 수를 x 명이라 하면 평균이 2권이므로

$$\frac{1 \times 13 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4x + 5 \times 2}{13 + 4 + 3 + x + 2} = 2$$

$$\frac{40+4x}{22+x} = 2, 40+4x=44+2x$$

$$2x=4 \quad \therefore x=2$$

$$\text{따라서 4권을 읽은 학생 수는 2명이다.} \quad \dots\dots ①$$

(분산)

$$= \frac{(1-2)^2 \times 13 + (2-2)^2 \times 4 + (3-2)^2 \times 3}{24}$$

$$+ \frac{(4-2)^2 \times 2 + (5-2)^2 \times 2}{24}$$

$$= \frac{42}{24} = \frac{7}{4} \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}(\text{권}) \quad \dots\dots ③$$

채점 기준	배점
① 4권을 읽은 학생 수 구하기	40 %
② 분산 구하기	40 %
③ 표준편차 구하기	20 %

- 06 (평균) = $\frac{5 \times 2 + 15 \times 10 + 25 \times 18 + 35 \times 6 + 45 \times 4}{40}$

$$= \frac{1000}{40} = 25(\text{분})$$

∴ $a=25$ ①

(분산)

$$= \frac{(-20)^2 \times 2 + (-10)^2 \times 10 + 0^2 \times 18 + 10^2 \times 6 + 20^2 \times 4}{40}$$

$$= \frac{800 + 1000 + 600 + 1600}{40} = \frac{4000}{40} = 100$$

(표준편차) $= \sqrt{100} = 10$ (분)

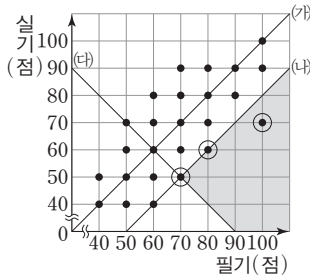
∴ $b=10$ ②

∴ $a+b=25+10=35$ ③

채점 기준	배점
① a 의 값 구하기	40 %
② b 의 값 구하기	50 %
③ $a+b$ 의 값 구하기	10 %

07 조건 (가)에서 실기 성적보다 필기 성적이 더 높으므로 오른쪽 산점도 대각선 아래 쪽 영역(경계선 제외)에 속한다.

..... ①



조건 (나)에서 두 성적의 차가 20점 이상이므로 조건 (가)를 만족시키는 학생 중 조건 (나)를 만족시키는 학생을 순서쌍 (필기, 실기)로 나타내면 (60, 40), (70, 50), (80, 60), (100, 70)의 4명이다. ②

조건 (다)에서 두 성적의 평균이 60점 이상, 즉 합이 120점 이상이므로 세 조건을 모두 만족시키는 학생은 위 산점도에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 3명이다. ③

∴ $\frac{3}{25} \times 100 = 12$ (%) ④

채점 기준	배점
① 조건 (가)를 만족시키는 학생 구하기	30 %
② 두 조건 (가), (나)를 만족시키는 학생 구하기	30 %
③ 세 조건을 만족시키는 학생 수 구하기	30 %
④ 전체의 몇 %인지 구하기	10 %

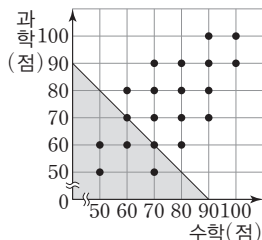
08 20명의 하위 30 %는

$20 \times \frac{30}{100} = 6$ (명) ①

두 과목의 성적이 하위 30% 이내에 포함되는 학생의 수학 성적은 50점이 2명, 60점이 2명, 70점이 2명이다. ②

따라서 구하는 평균은

$\frac{50 \times 2 + 60 \times 2 + 70 \times 2}{6} = \frac{360}{6} = 60$ (점) ③



채점 기준	배점
① 하위 30 % 학생 수 구하기	30 %
② 하위 30 % 학생의 수학 성적 구하기	30 %
③ 평균 구하기	40 %

대단원 테스트

134-139쪽

01 ②	02 179 cm	03 ②	04 ②
05 8.1	06 중앙값 245 mm, 최빈값 270 mm		
07 ①	08 ③	09 ③	
10 184 cm	11 $55 \leq x < 85$	12 ①	
13 5 cm	14 8	15 ①	16 ④
17 ⑤	18 ③	19 $\sqrt{2}$ 점	
20 $2\sqrt{2}$ 점	21 $2\sqrt{5}$ 개월	22 $\sqrt{5}$ 회	23 9
24 ④	25 $\frac{24}{5}$	26 64점	27 $\angle$, $\square$
28 ②	29 $\sqrt{4.7}$ 회	30 80점	31 ④
32 ①	33 ④	34 ④	35 ⑤
36 24.1	37 40 %	38 $2\sqrt{30}$ 분	
39 $\angle$, $\square$	40 B	41 164	42 ④
43 ③	44 6명	45 1	46 ②
47 ②	48 75점		

01 a, b, c 의 평균이 8이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 8$

∴ $a+b+c=24$

따라서 5개의 변량 9, $a, b, c, 12$ 의 평균은

$\frac{9+a+b+c+12}{5} = \frac{9+24+12}{5} = \frac{45}{5} = 9$

02 D의 편차를 a 라 하면 편차의 총합은 0이므로 $(-4) + (-6) + (-1) + a + 2 = 0, a-9=0$

∴ $a=9$

따라서 D의 키는 $170+9=179$ (cm)

03 최빈값이 10이고 변량 6이 2개 있으므로 a, b, c 중 2개가 10이 되어야 한다.

$a=b=10$ 이라 하면 9가 중앙값이 되기 위해서는

6, 6, 7, $c, 10, 10, 10, 11$ 의 순서로 나열되어야 하므로

$\frac{c+10}{2} = 9 \quad \therefore c=8$

∴ $a+b+c=10+10+8=28$

04 A의 체육 성적은 90점, 미술 성적은 80점이므로 2번이다.

05 (평균) $= \frac{4+24+40+30+18+7}{30} = \frac{123}{30} = 4.1$ (명)

30명 중 중앙값은 크기순으로 15번째와 16번째 자료의 평균이므로

$$(\text{중앙값}) = \frac{4+4}{2} = 4(\text{명})$$

$$\therefore a+b=4.1+4=8.1$$

- 06** 전체 자료의 수가 25개이므로 중앙값은 크기순으로 나열할 때, 13번째 자료인 245 mm이다.

최빈값은 270의 도수가 5로 가장 많으므로 270 mm이다.

07 (평균) $= \frac{7+5+7+5+8+9+8}{7} = \frac{49}{7} = 7(\text{건})$

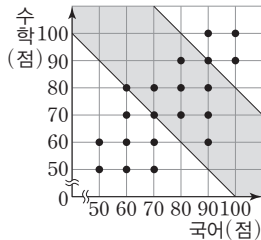
$$(\text{분산}) = \frac{0^2 + (-2)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 1^2 + 2^2 + 1^2}{7}$$

$$= \frac{14}{7} = 2$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{2}(\text{건})$$

- 08** 두 과목의 성적의 평균이 70 이상 90점 이하, 즉 두 과목의 합이 140점 이상 180점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 10명이다. 따라서

$$\frac{10}{20} \times 100 = 50(\%)$$



- 09** (3회까지의 총점) $= 88 \times 3 = 264(\text{점})$
4회에 받아야 하는 점수를 x 점이라 하면

$$\frac{264+x}{4} \geq 90 \text{ 이어야 하므로}$$

$$264+x \geq 360 \quad \therefore x \geq 96$$

따라서 최소 96점을 받아야 한다.

- 10** 키의 중앙값이 182 cm이므로 7번째 선수의 키를 x cm라 하면

$$\frac{180+x}{2} = 182 \quad \therefore x = 184$$

따라서 키가 186 cm인 선수가 추가된 선수 13명의 키의 중앙값은 7번째 선수의 키이므로 184 cm이다.

- 11** (평균)

$$= \frac{75+80+90+85+75+x+85+80+90+85}{10}$$

$$= \frac{745+x}{10}$$

이때 평균이 80점 이상 83점 미만이므로

$$80 \leq \frac{745+x}{10} < 83 \text{ 에서 } 800 \leq 745+x < 830$$

$$\therefore 55 \leq x < 85$$

12 (평균) $= \frac{65 \times 2 + 75 \times 3 + 85 \times 4 + 95 \times 1}{10}$

$$= \frac{790}{10} = 79(\text{점})$$

- 13** 4개의 끈의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm, d cm라 하면

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 15 \quad \therefore a+b+c+d=60$$

따라서 정삼각형 4개의 한 변의 길이의 평균은

$$\left(\frac{a}{3} + \frac{b}{3} + \frac{c}{3} + \frac{d}{3} \right) \div 4 = \frac{a+b+c+d}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{60}{3} \times \frac{1}{4} = 5(\text{cm})$$

- 14** 중앙값이 10개이므로 $5 < x < 12$ 이고

$$\frac{x+12}{2} = 10 \text{ 에서 } x+12=20$$

$$\therefore x=8$$

- 15** 읽은 책의 수가 8권 이상인 학생은 10명이고, 국어 성적이 70점일 때 3명, 80점일 때 4명, 90점일 때 2명, 100점일 때 1명이므로

$$(\text{평균}) = \frac{70 \times 3 + 80 \times 4 + 90 \times 2 + 100 \times 1}{10}$$

$$= \frac{810}{10} = 81(\text{점})$$

- 16** ① A집단은 국어 성적보다 영어 성적이 낮은 편이다.
② B집단은 두 과목의 성적이 모두 높은 편이다.
③ C집단은 국어 성적보다 영어 성적이 높은 편이다.
⑤ 대체로 영어 성적이 높은 학생은 국어 성적이 높은 편이다.

- 17** 음의 상관관계를 나타내는 것을 찾으면 ⑤이다.

- 18** 7명의 수학 성적의 총점은 $70 \times 7 = 490(\text{점})$
여기서 70점인 학생 한 명이 빠졌으므로 나머지 6명의 평균은

$$\frac{490-70}{6} = \frac{420}{6} = 70(\text{점})$$

7명의 수학 성적을 $a_1, a_2, \dots, a_6, 70$ 이라 하자.

$$\frac{(a_1-70)^2 + (a_2-70)^2 + \dots + (a_6-70)^2 + 0^2}{7} = 24$$

$$(a_1-70)^2 + (a_2-70)^2 + \dots + (a_6-70)^2 = 168$$

이때 6명의 분산은

$$\frac{(a_1-70)^2 + (a_2-70)^2 + \dots + (a_6-70)^2}{6} = \frac{168}{6} = 28$$

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\text{점})$

- 19** (남학생 성적의 합) $= 20 \times 11 = 220(\text{점})$

$$(\text{여학생 성적의 합}) = 10 \times 11 = 110(\text{점})$$

(반 전체 학생의 성적의 평균)

$$= \frac{(\text{남학생 성적의 합}) + (\text{여학생 성적의 합})}{30}$$

$$= \frac{220+110}{30} = \frac{330}{30} = 11(\text{점})$$

(남학생 성적의 편차의 제곱의 합) $\div 20 = 1^2$ 이므로
 (남학생 성적의 편차의 제곱의 합) $= 1^2 \times 20 = 20$
 (여학생 성적의 편차의 제곱의 합) $\div 10 = 2^2$ 이므로
 (여학생 성적의 편차의 제곱의 합) $= 2^2 \times 10 = 40$
 (반 전체 학생 성적의 분산)
 $= \{(\text{남학생 성적의 편차의 제곱의 합})$
 $+ (\text{여학생 성적의 편차의 제곱의 합})\} \div 30$

$$= \frac{20+40}{30} = \frac{60}{30} = 2$$

$\therefore$ (반 전체 학생 성적의 표준편차) $= \sqrt{2}$ (점)

20 (평균) $= \frac{96+88+92+90+94}{5} = \frac{460}{5} = 92$ (점)

각 자료에 대한 편차를 차례로 구하면

4, -4, 0, -2, 2이므로

$$(\text{분산}) = \frac{4^2 + (-4)^2 + 0^2 + (-2)^2 + 2^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ (점)

21 (평균) $= \frac{2 \times 3 + 6 \times 1 + 10 \times 4 + 14 \times 2}{10} = \frac{80}{10}$

$= 8$ (개월)

$$(\text{분산}) = \frac{(-6)^2 \times 3 + (-2)^2 \times 1 + 2^2 \times 4 + 6^2 \times 2}{10}$$

$$= \frac{200}{10} = 20$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ (개월)

22 (평균) $= \frac{2 \times 1 + 4 \times 3 + 6 \times 7 + 8 \times 6 + 10 \times 5}{22} = \frac{154}{22}$

$= 7$ (회)

(분산)

$$= \frac{(-5)^2 \times 1 + (-3)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 7 + 1^2 \times 6 + 3^2 \times 5}{22}$$

$$= \frac{110}{22} = 5$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{5}$ (회)

23 a 를 제외한 자료를 크기순으로 나열하면

5, 7, 8, 8, 9, 10

이때 $a \leq 8$ 인 경우 중앙값이 8이고 $a > 8$ 인 경우도 중앙값이 8이다. 즉, 중앙값은 8이다.

수행평가 점수의 평균과 중앙값이 같으므로

$$\frac{8+7+5+9+10+8+a}{7} = 8$$

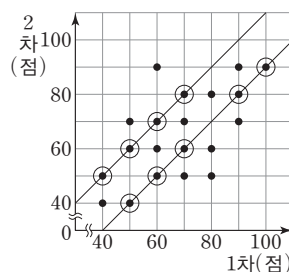
$$47+a=56 \quad \therefore a=9$$

24 점수 차가 10점인 학생

수는 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로

$$4+5=9(\text{명})$$

$$\therefore \frac{9}{20} \times 100 = 45(\%)$$



25 (평균) $= \frac{4+5+8+10+x}{5} = 7$ 에서

$$27+x=35 \quad \therefore x=8$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 + 3^2 + 1^2}{5} = \frac{24}{5}$$

26 편차의 총합은 0이므로

$$5+4+3+x+2x=0, 12+3x=0$$

$$\therefore x=-4$$

$$(D \text{의 점수}) = 70 + (-4) = 66(\text{점})$$

$$(E \text{의 점수}) = 70 + (-8) = 62(\text{점})$$

$$\therefore (D \text{와 } E \text{의 점수의 평균}) = \frac{66+62}{2} = 64(\text{점})$$

27 ㄱ. 학습 시간이 가장 많은 학생은 B이다.

ㄴ. B는 오른쪽 위로 향하는 대각선의 위 부분에 있으므로 학습 시간에 비하여 성적이 높은 편이다.

28 (평균) $= \frac{6+14+32+18+10}{10} = \frac{80}{10} = 8$ (점)

(분산)

$$= \frac{(-2)^2 \times 1 + (-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 1}{10}$$

$$= \frac{12}{10} = 1.2$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{1.2}$ (점)

29 (분산)

$$= \frac{(-3)^2 \times 3 + (-2)^2 \times 6 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 8 + 3^2 \times 1}{20}$$

$$= \frac{94}{20} = 4.7$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{4.7}$ (회)

30 $65+70+70+75+80+80+85+90+95=710$

$$\text{이므로 } \frac{x+710}{10} = 80$$

$$x+710=800 \quad \therefore x=90$$

따라서 중앙값은 5번째와 6번째 자료의 평균이므로

$$\frac{80+80}{2} = 80(\text{점})$$

31 편차의 총합은 0이므로

$$(-3) \times 2 + (-1) \times 4 + 0 \times 8 + 1 \times x + 2 \times 4 = 0$$

$$-2+x=0 \quad \therefore x=2$$

전체 학생 수는 $2+4+8+2+4=20$ (명)

$\therefore$ (분산)

$$= \frac{(-3)^2 \times 2 + (-1)^2 \times 4 + 0^2 \times 8 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 4}{20}$$

$$= \frac{40}{20} = 2$$

32 ① 과학 성적이 수학 성적보다 높은 학생은 8명이다.

⑤ 과학 성적이 80점인 학생들의 수학 성적의 평균은

$$\frac{50+60+70+80+90}{5} = \frac{350}{5} = 70(\text{점})$$

33 주어진 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에 멀수록 두 기록의 차가 크므로 두 기록의 차가 가장 큰 학생은 D이다.

34 편차의 총합은 0이므로

$$-2+4-3+x-4+1=0 \quad \therefore x=4$$

이때 평균이 171 cm이므로 D의 키는

$$171+4=175(\text{cm}) \quad \therefore y=175$$

$$\therefore x+y=4+175=179$$

35 ㄱ. 평균보다 작은 변량에 대한 편차는 음수이다.

ㄴ. 분산이 클수록 변량은 평균으로부터 멀리 떨어져 있다.

36 (평균) $= \frac{12+28+56+36+30}{20} = \frac{162}{20} = 8.1(\text{점})$

중앙값은 10번째와 11번째 자료의 평균이므로

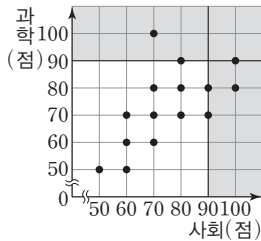
$$(\text{중앙값}) = \frac{8+8}{2} = 8(\text{점})$$

최빈값은 도수가 가장 큰 값이므로 8점이다.

$$\therefore a+b+c=8.1+8+8=24.1$$

37 적어도 한 과목의 성적이 90점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 6명이므로

$$\frac{6}{15} \times 100 = 40(\%)$$



38 (평균) $= \frac{55 \times 3 + 65 \times 6 + 75 \times 12 + 85 \times 6 + 95 \times 3}{30}$

$$= \frac{2250}{30} = 75(\text{분})$$

(분산)

$$= \frac{(-20)^2 \times 3 + (-10)^2 \times 6 + 10^2 \times 6 + 20^2 \times 3}{30}$$

$$= \frac{3600}{30} = 120$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{분})$$

39 ㄱ. 평균은 추가된 자료에 따라 변한다.

ㄴ, ㄷ. 어떤 값의 자료가 추가되어도 중앙값과 최빈값은 3으로 변하지 않는다.

40 A의 점수의 평균은

$$\frac{5 \times 2 + 4 \times 2 + 3 \times 2 + 2 \times 2 + 1 \times 2}{10} = \frac{30}{10} = 3(\text{점})$$

B의 점수의 평균은

$$\frac{5 \times 1 + 4 \times 2 + 3 \times 4 + 2 \times 2 + 1 \times 1}{10} = \frac{30}{10} = 3(\text{점})$$

A의 점수의 분산은

$$\frac{2^2 \times 2 + 1^2 \times 2 + 0^2 \times 2 + (-1)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 2}{10}$$

$$= \frac{20}{10} = 2$$

B의 점수의 분산은

$$\frac{2^2 \times 1 + 1^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + (-1)^2 \times 2 + (-2)^2 \times 1}{10}$$

$$= \frac{12}{10} = 1.2$$

따라서 B의 분산이 더 작으므로 B의 점수가 더 평균 주위에 모여 있다.

41 (평균) $= \frac{6+7+9+x+y}{5} = 8$ 이므로

$$22+x+y=40 \quad \therefore x+y=18 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(분산)

$$= \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (9-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2}{5}$$

$$= 2$$

$$\text{이므로 } x^2 + y^2 - 16(x+y) + 134 = 10 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$x^2 + y^2 - 16 \times 18 + 134 = 10$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 164$$

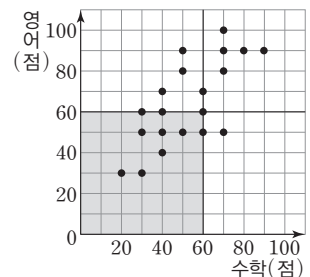
42 ①, ② A학교와 B학교의 평균이 같으므로 성적은 같다고 할 수 있다.

③, ④ B학교의 표준편차가 A학교의 표준편차보다 작으므로 B학교의 수학 성적이 더 고르다고 할 수 있다.

⑤ A학교와 B학교의 평균은 같지만 표준편차가 다르므로 두 학교의 수학 성적의 분포가 같다고 할 수 없다.

43 (전체 평균) $= \frac{20 \times 80 + 30 \times 70}{50} = \frac{3700}{50} = 74(\text{점})$

44 두 과목 성적이 모두 60점 미만인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 제외)에 속하는 6명이다.



45 (평균) $= \frac{7+9+8+8+9+9+8+9+7+6}{10}$

$$= \frac{80}{10} = 8(\text{개})$$

삼진의 개수의 편차는

$$-1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, -1, -2 \text{이므로}$$

(분산)

$$= \frac{(-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + (-1)^2 + (-2)^2}{10}$$

$$= \frac{10}{10} = 1$$

46 A의 점수의 평균과 분산을 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{80}{10} = 8(\text{점}), (\text{분산}) = \frac{12}{10} = 1.2$$

B의 점수의 평균과 분산을 구하면

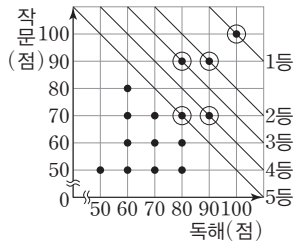
$$(\text{평균}) = \frac{80}{10} = 8(\text{점}), (\text{분산}) = \frac{4}{10} = 0.4$$

따라서 A와 B의 점수의 평균은 같고 B의 점수의 분산이 A의 점수의 분산보다 작으므로 B의 점수가 A의 점수보다 더 고르다고 할 수 있다.

- 47 ① 학생 수는 알 수 없다.
 ② 1반의 표준편차가 가장 작으므로 성적이 가장 고르다.
 ③ 평균이 더 낮은 2반이 3반보다 표준편차가 크므로 평균이 낮을수록 성적이 고르다고 할 수 없다.
 ④ 4반의 표준편차가 3반의 표준편차보다 크므로 3반보다 4반의 산포도가 더 크다.
 ⑤ 학생 수를 모르므로 알 수 없다.

- 48 오른쪽 그림에서 5등인 학생의 독해 성적은 80점, 작문 성적은 70점
 이므로 두 점수의 평균은

$$\frac{80+70}{2} = 75(\text{점})$$



대단원 테스트 [고난도]

140-143쪽

- 01 ⑤ 02 9번 03 68% 04 37 05 4개
 06 180점 07 ② 08 1 09 30
 10 170점 11 38 12 9점 13 15점
 14 $x=20, y=40$ 15 ② 16 ④ 17 ④
 18 ③ 19 ④ 20 54 21 ⑤ 22 ④
 23 $\sqrt{1.6}$ 24 6가지

01

	남	여
학생 수(명)	$1.4x$	x
평균(점)	y	$1.2y$

학생 전체의 평균 점수가 65점이므로

$$\frac{1.4x \times y + x \times 1.2y}{1.4x + x} = 65, \frac{13y}{12} = 65$$

$$\therefore y = 60$$

따라서 여학생의 평균 점수는 $1.2 \times 60 = 72(\text{점})$

- 02 어제까지 본 시험의 횟수를 a , 평균을 b 점이라 하면
 오늘 95점을 맞은 A의 평균은

$$\frac{ab+95}{a+1} = 90 \text{에서 } 90a - ab = 5 \quad \dots\dots ㉠$$

오늘 65점을 맞은 B의 평균은

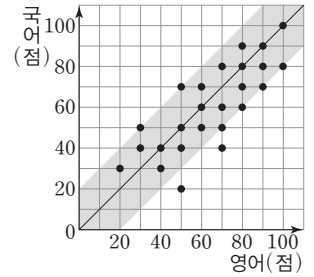
$$\frac{ab+65}{a+1} = 87 \text{에서 } 87a - ab = -22 \quad \dots\dots ㉡$$

$$㉠ - ㉡ \text{을 하면 } 3a = 27 \quad \therefore a = 9$$

따라서 어제까지 9번 시험을 보았다.

- 03 두 과목의 성적이 같은 학생이 6명, 성적 차가 10점인 학생이 5+6=11(명)이므로 두 과목의 성적 차가 20점 미만인 학생은 모두 6+11=17(명)이다. 따라서

$$\frac{17}{25} \times 100 = 68(\%)$$



- 04 가장 작은 변량을 a , 가장 큰 변량을 b 라 하면

$$(\text{전체 평균}) = \frac{9 \times 41 + a}{10}, (\text{전체 평균}) = \frac{9 \times 33 + b}{10}$$

$$\text{에서 } 9 \times 41 + a = 9 \times 33 + b \text{이므로}$$

$$a - b = -72 \quad \dots\dots ㉠$$

가장 작은 변량과 가장 큰 변량의 합이 74이므로

$$a + b = 74 \quad \dots\dots ㉡$$

$$㉠, ㉡ \text{을 연립하여 풀면 } a=1, b=73$$

$$\text{따라서 전체 평균은 } \frac{9 \times 41 + 1}{10} = \frac{370}{10} = 37$$

- 05 중앙값이 93점이므로 영어 시험 점수를 크기순으로 나열하면 88점, 92점, 94점, x 점

$$\therefore x \geq 94 \quad \dots\dots ㉠$$

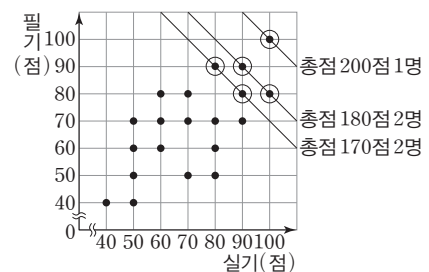
또 평균이 93점 미만이므로

$$\frac{88+92+94+x}{4} < 93, 274+x < 372$$

$$\therefore x < 98 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $94 \leq x < 98$ 이므로 x 의 값이 될 수 있는 모든 자연수는 94, 95, 96, 97로 4개이다.

- 06 20명의 상위 25%는 $20 \times \frac{25}{100} = 5(\text{명})$



두 성적의 총점이 높은 순으로 5명을 (실기, 필기)로 나타내면 (100, 100), (90, 90), (100, 80), (80, 90), (90, 80)

따라서 구하는 평균은

$$\frac{200 \times 1 + 180 \times 2 + 170 \times 2}{5} = \frac{900}{5} = 180(\text{점})$$

- 07 ㄱ, ㄷ. (1반 학생의 중앙값) = $\frac{3+3}{2} = 3(\text{회})$,

$$(2\text{반 학생의 중앙값}) = \frac{3+4}{2} = 3.5(\text{회}),$$

$$(3\text{반 학생의 중앙값}) = \frac{3+4}{2} = 3.5(\text{회})$$

이므로 1반 학생의 중앙값이 가장 작다.

∴ 2반 학생의 최빈값은 4회이다.

08 평균이 0이므로

$$\frac{(-2) + (-3) + a + b + 5 + 3 + 2}{7} = 0$$

$$\therefore a + b = -5 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$\text{주어진 조건에서 } a - b = -7 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -6, b = 1$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

-6, -3, -2, 1, 2, 3, 5이므로 중앙값은 1이다.

09 주어진 조건에서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 $x, 35, 35, 40, \square, \square, 50$

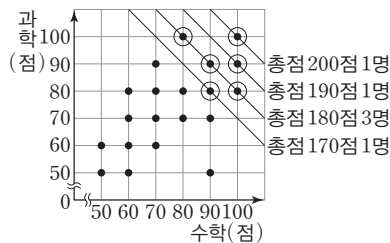
(가)에서 7개의 변량의 총합은 $41 \times 7 = 287$ 이므로 x 와 나머지 두 빈칸의 합은

$$287 - (35 + 35 + 40 + 50) = 127$$

이때 x 가 최솟값을 가지기 위해서는 두 빈칸의 변량이 최대한 커야 하므로 두 빈칸의 수는 48, 49이다.

$$\therefore x = 127 - (48 + 49) = 30$$

10 20명의 상위 30 %는 $20 \times \frac{30}{100} = 6(\text{명})$



위 그림에서 총점 200점 1명, 190점 1명, 180점 3명, 170점 1명이므로 두 과목의 총점이 최소 170점 이상 되어야 한다.

11 자료 A를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$11, 13, b, a, 22 \quad \therefore b = 17$$

전체 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$11, 13, 16, 16, 17, a, a, 22, 22, 23$$

$$\text{중앙값이 19이므로 } \frac{17+a}{2} = 19$$

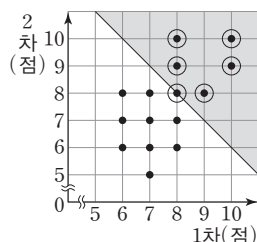
$$17 + a = 38 \quad \therefore a = 21$$

$$\therefore a + b = 21 + 17 = 38$$

12 15명의 상위 40 %는

$$15 \times \frac{40}{100} = 6(\text{명})$$

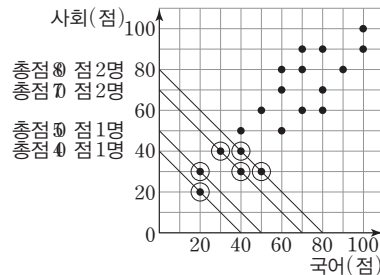
두 점수의 평균이 높은 순으로 6명을 뽑으면 오른쪽 그림과 같다.



이들 6명의 2차 점수는 8점이 2명, 9점이 2명, 10점이 2명이다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{평균}) &= \frac{8 \times 2 + 9 \times 2 + 10 \times 2}{6} \\ &= \frac{54}{6} = 9(\text{점}) \end{aligned}$$

13 20명의 하위 30 %는 $20 \times \frac{30}{100} = 6(\text{명})$



두 과목의 총점이 낮은 순서로 6명을 뽑으면 40점 1명, 50점 1명, 70점 2명, 80점 2명이다.

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{40 \times 1 + 50 \times 1 + 70 \times 2 + 80 \times 2}{6} \\ &= \frac{390}{6} = 65(\text{점}) \end{aligned}$$

(분산)

$$= \frac{(40-65)^2 \times 1 + (50-65)^2 \times 1 + (70-65)^2 \times 2 + (80-65)^2 \times 2}{6}$$

$$= \frac{1350}{6} = 225$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{225} = 15(\text{점})$$

14 1반과 2반 전체의 평균이 72점이므로

$$\frac{68 \times x + 74 \times y}{x + y} = 72$$

$$68x + 74y = 72x + 72y$$

$$\therefore y = 2x \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

학생 수의 합이 60명이므로

$$x + y = 60 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{을 연립하여 풀면 } x = 20, y = 40$$

15 세 수 a, b, c 의 평균이 M 이므로 $M = \frac{a+b+c}{3}$

따라서 세 수 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산은

$$(\text{평균}) = \frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3}$$

$$= \frac{a+b+c}{3} + \frac{3+3+3}{3}$$

$$= M + 3$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{3} \times \{(a+3) - (M+3)\}^2$$

$$+ \{(b+3) - (M+3)\}^2 + \{(c+3) - (M+3)\}^2$$

$$= \frac{(a-M)^2 + (b-M)^2 + (c-M)^2}{3}$$

$$= S^2$$

따라서 평균은 $M+3$, 분산은 S^2 이다.

- 16 B의 그래프의 변량의 분포가 평균 근처에 더 모여 있으므로 산포도가 작다.

B의 평균과 분산을 구하면

$$(\text{평균}) = \frac{6.5 \times 2 + 7.5 \times 6 + 8.5 \times 2}{10} = \frac{75}{10} = 7.5 (\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 6 + 1^2 \times 2}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{0.4} (\text{점})$$

- 17 평균이 7이므로 $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 7$

$$\therefore a+b+c+d+e = 35$$

표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + \dots + (e-7)^2}{5} = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 14(a+b+c+d+e) + 200 = 0$$

$$\text{이때 } a+b+c+d+e = 35 \text{이므로}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 14 \times 35 + 200 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 290$$

$$\therefore (\text{평균}) = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2}{5} = \frac{290}{5} = 58$$

- 18 학생 6명의 분산이 10이므로

$$(\text{편차})^2 \text{의 총합은 } 6 \times 10 = 60$$

평균이 68 kg이므로 몸무게가 68 kg인 학생의 편차는 0이다.

즉, 6명 중에서 몸무게가 68 kg인 학생이 한 명 빠졌을 때, 나머지 학생 5명의 $(\text{편차})^2$ 의 총합은 60이다.

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{60}{5} = 12$$

- 19 자료 A의 평균을 m , 분산을 v , 표준편차를 s 라 하면 다음과 같다.

	평균	분산	표준편차
자료 A	m	v	s
자료 B	$m+100$	v	s
자료 C	$2m$	$4v$	$2s$

따라서 $a=b$, $c=2a$ 이므로 $a=b < c$

- 20 추가한 2개의 변량을 x, y 라 하면

평균이 9이므로

$$\frac{8+10+12+x+y}{5} = 9 \quad \therefore x+y = 15$$

분산이 4이므로

$$\frac{(8-9)^2 + (10-9)^2 + (12-9)^2 + (x-9)^2 + (y-9)^2}{5}$$

$$= 4$$

$$(x-9)^2 + (y-9)^2 = 9$$

$$x^2 - 18x + 81 + y^2 - 18y + 81 = 9$$

$$(x+y)^2 - 2xy - 18(x+y) + 153 = 0$$

$$15^2 - 2xy - 18 \times 15 + 153 = 0$$

$$2xy = 108 \quad \therefore xy = 54$$

- 21 잘못 채점했을 때와 제대로 채점된 점수들의 합이 같으므로 수행평가 점수의 총합은 변화가 없다.

따라서 수행평가 점수의 실제 평균도 8점이다.

잘못 채점했을 때의 점수들을 $a, b, c, 8, 7$ 이라 하면

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (8-8)^2 + (7-8)^2}{5}$$

$$= 6$$

$$\text{에서 } (a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 29$$

$$\therefore (\text{분산})$$

$$= \frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 + (9-8)^2 + (6-8)^2}{5}$$

$$= \frac{34}{5} = 6.8$$

- 22 자료 A의 중앙값이 8이므로 $a=8$ 또는 $b=8$

이때 $b=8$ 이면 3, 7, a , 8, 12이므로 중앙값은 8이 아니다.

즉, 8이 중앙값이 되려면 $a=8$

자료 A, B를 섞은 자료에서 중앙값이 9이므로 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$$3, 6, 7, 7, 8, b, b+1, 11, 12, 15$$

$$\frac{8+b}{2} = 9 \text{에서 } 8+b = 18 \quad \therefore b = 10$$

즉, 자료 A의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{8+7+12+10+3}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{0^2 + (-1)^2 + 4^2 + 2^2 + (-5)^2}{5}$$

$$= \frac{46}{5} = 9.2$$

- 23 도수의 총합이 20이므로

$$4+a+6+b+2=20$$

$$\therefore a+b=8$$

.....㉠

평균이 5이므로

$$\frac{3 \times 4 + 4 \times a + 5 \times 6 + 6 \times b + 7 \times 2}{20} = 5$$

$$\therefore 4a+6b=44$$

.....㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=6$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{20} \times \{(3-5)^2 \times 4 + (4-5)^2 \times 2$$

$$+ (5-5)^2 \times 6 + (6-5)^2 \times 6$$

$$+ (7-5)^2 \times 2\}$$

$$= \frac{16+2+0+6+8}{20} = \frac{32}{20} = 1.6$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{1.6}$$

- 24 산점도에 나타난 자료의 개수가 18개이므로 2개의 자료를 구하면 된다.

두 명의 1차 성적을 a, b ($a \leq b$)라 놓으면 2차 성적보다 1차 성적이 더 높은 학생들의 1차 성적은 2, 3, 4, 4, 6, a, b 이므로 평균은

$$\frac{a+b+19}{7}=5 \quad \therefore a+b=16$$

찢어진 부분이 7점 이상 10점 이하이므로 가능한 a, b 는 $a=7, b=9$ 또는 $a=b=8$

두 명의 2차 성적을 p, q ($p \leq q$)라 놓으면 2차 성적보다 1차 성적이 더 높은 학생들의 2차 성적은 1, 1, 2, 3, 5, p, q 이므로 평균은

$$\frac{p+q+12}{7}=3 \quad \therefore p+q=9$$

찢어진 부분이 2점 이상 7점 이하이므로 가능한 p, q 는 $p=2, q=7$ 또는 $p=3, q=6$ 또는 $p=4, q=5$

① (7, 2), (9, 7) ② (7, 7), (9, 2)

③ (7, 3), (9, 6) ④ (7, 6), (9, 3)

⑤ (7, 4), (9, 5) ⑥ (7, 5), (9, 4)

⑦ (8, 2), (8, 7) ⑧ (8, 3), (8, 6)

⑨ (8, 4), (8, 5)

따라서 구하는 자료는 ①, ③, ⑤, ⑥, ⑧, ⑨의 6가지이다.

학업성취도 테스트 [1회]

144-147쪽

01 ⑤	02 ③	03 ①	04 ④	05 ④
06 ②	07 ②	08 ④	09 ③	10 ③
11 ④	12 ⑤	13 ⑤	14 ④	15 ⑤
16 ③	17 ②	18 ②	19 (1) 2 (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	
20 60°	21 3	22 $36\sqrt{2} \text{ cm}^2$	23 2	
24 40 cm^2				

01 $\overline{BC} = 100 \tan 47^\circ = 100 \times 1.0724 = 107.24$

02 점 C에서 $\overline{BA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

직각삼각형 BCH에서

$$\overline{BH} = 40 \cos 45^\circ = 20\sqrt{2}(\text{m})$$

$$\overline{CH} = 40 \sin 45^\circ = 20\sqrt{2}(\text{m})$$

직각삼각형 ACH에서

$$\angle ACH = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{HA} = 20\sqrt{2} \tan 60^\circ = 20\sqrt{6}(\text{m})$$

따라서 A, B 사이의 거리는

$$\overline{AB} = \overline{BH} + \overline{HA} = 20\sqrt{2} + 20\sqrt{6} = 20(\sqrt{2} + \sqrt{6})(\text{m})$$

03 중앙값은 178 cm, 최빈값은 178 cm이므로 선수 5명의 키를 $a, 178, 178, d, x$ 라 하면 평균이 180 cm이므로

$$\frac{a+178+178+d+x}{5}=180$$

$$a+d+x+356=900 \quad \therefore a+d+x=544$$

3쿼터에 출전한 선수들의 키는

$a, 178, 178, 178, d$

이때 평균이 181 cm이므로

$$\frac{a+178+178+178+d}{5}=181$$

$$a+d+534=905 \quad \therefore a+d=371$$

$$\therefore x=544-371=173$$

또 3쿼터에 출전한 선수들의 키는

$a, 178, 178, 178, d$ 이므로 $y=178$

$$\therefore x-y=-5$$

04 정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

$$\sqrt{2}a=6 \quad \therefore a=3\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 정사각형의 둘레의 길이는

$$4 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

05 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} : \sqrt{6} = 1 : \sqrt{3} \text{이므로 } \overline{AB} = \sqrt{2}$$

$$\overline{BC} : \sqrt{6} = 2 : \sqrt{3} \text{이므로 } \overline{BC} = 2\sqrt{2}$$

$$\triangle ACD \text{에서 } \overline{AD} : \sqrt{6} = 1 : \sqrt{2} \text{이므로 } \overline{AD} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{AD} = \sqrt{3}$$

따라서 사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

06 $\angle ATO = 90^\circ$ 이므로 $\triangle AOT$ 에서

$$\overline{AT} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AT} = \overline{AT'} = 15(\text{cm})$$

$\overline{BC}$ 와 원 O가 만나는 접점을 D라 하면

$$\overline{BD} = \overline{BT}, \overline{CD} = \overline{CT'}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AT} + \overline{AT'} = 2\overline{AT} = 30(\text{cm})$$

07 가로 길이를 각각 a, b, c, d, e 라 하면

세로 길이는 $10-a, 10-b, 10-c, 10-d, 10-e$

가로의 길이의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5$$

$$\therefore a+b+c+d+e=25 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

가로의 길이의 표준편차가 2이므로

$$\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 + (d-5)^2 + (e-5)^2}{5}$$

$$= 2^2$$

에서

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 + (d-5)^2 + (e-5)^2$$

$$= 20$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 10(a+b+c+d+e) + 125$$

$$= 20$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 10 \times 25 - 125 + 20 = 145$$

따라서 직사각형의 넓이는

$$a(10-a), b(10-b), c(10-c), d(10-d), e(10-e)$$

이므로 평균은

$$\frac{-(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2)+10(a+b+c+d+e)}{5}$$

$$= \frac{-145+10 \times 25}{5} = \frac{105}{5} = 21$$

08 $\triangle ACH$ 에서

$$\overline{AH} = 6 \times \cos 60^\circ = 3(\text{cm})$$

$$\overline{CH} = 6 \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$\triangle CHB$ 에서 $\overline{HB} = 9 - 3 = 6(\text{cm})$ 이므로

$$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{7}(\text{cm})$$

따라서 $\triangle CHB$ 의 둘레의 길이는

$$6 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{7}(\text{cm})$$

09 두 점수의 합이 80점 이상인 학생을 (실기, 이론)으로 나타내면 (35, 45), (40, 40), (45, 40), (45, 45), (45, 50), (50, 45), (50, 50)으로 7명이다.

10 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{DA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle HFD$ 는 서로

닮음인 직각이등변삼각형이

므로 $\overline{DH} = \overline{HF} = a$ 라 하면

$$\triangle AFH \text{에서 } a : \overline{HA} = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{HA} = \sqrt{3}a$$

이때 $\overline{DA} = (1 + \sqrt{3})a = 4(\text{cm})$ 이므로

$$a = \frac{4}{1 + \sqrt{3}} = 2(\sqrt{3} - 1)(\text{cm})$$

따라서 $\overline{HA} = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 6 - 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로

$$\triangle ABF = \frac{1}{2} \times 4 \times (6 - 2\sqrt{3}) = 12 - 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

11 5명의 영어수행평가 점수를 각각 a, b, c, d, e 라 하면 평균이 80점이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = 80$$

$$\therefore a+b+c+d+e = 400 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산은 12이므로

$$\frac{(a-80)^2 + (b-80)^2 + (c-80)^2 + (d-80)^2 + (e-80)^2}{5}$$

$$= 12$$

$$(a-80)^2 + (b-80)^2 + (c-80)^2 + (d-80)^2 + (e-80)^2$$

$$= 60$$

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2)$$

$$- 160(a+b+c+d+e) + 32000 = 60$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) - 160 \times 400 + 32000 = 60$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 32060$$

이때 92점이 추가되면 평균은

$$\frac{a+b+c+d+e+92}{6} = \frac{400+92}{6} = 82$$

이므로 분산은

$$\frac{(a-82)^2 + (b-82)^2 + (c-82)^2 + (d-82)^2 + (e-82)^2 + (92-82)^2}{6}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 - 164(a+b+c+d+e) + 33620 + 100}{6}$$

$$= \frac{32060 - 65600 + 33720}{6} = \frac{180}{6} = 30$$

12 $\overline{AH} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{CH} = x \text{ cm}$

$$\triangle ABH \text{에서 } \tan 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{x+4}, \sqrt{3}x = x+4$$

$$\therefore x = \frac{4}{\sqrt{3}-1} = 2(\sqrt{3}+1)$$

13 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AM} = \overline{AN}$

이때 $\triangle AOM \equiv \triangle AON$ (RHS 합동)이므로

$$\angle AOM = \angle AON = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle AOM \text{에서 } \overline{AO} = \frac{4}{\sin 60^\circ} = \frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

14 $\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

$$\angle DBC = 2\angle ACB = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$$

15 ① 상관관계가 없다.

②, ③, ④ 양의 상관관계

16 추가된 변량의 값을 x 라 하면

$$4\text{개의 변량의 평균은 } \frac{1+3+5+x}{4} = \frac{9+x}{4}$$

각 변량의 편차는

$$1 - \frac{9+x}{4} = \frac{-5-x}{4}, 3 - \frac{9+x}{4} = \frac{3-x}{4},$$

$$5 - \frac{9+x}{4} = \frac{11-x}{4}, x - \frac{9+x}{4} = \frac{3x-9}{4}$$

이므로 분산은

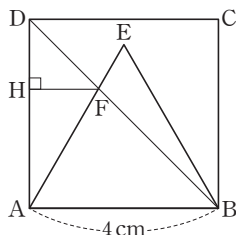
$$\left\{ \left(\frac{-5-x}{4} \right)^2 + \left(\frac{3-x}{4} \right)^2 + \left(\frac{11-x}{4} \right)^2 + \left(\frac{3x-9}{4} \right)^2 \right\} \times \frac{1}{4} = 2$$

$$\frac{(-5-x)^2 + (3-x)^2 + (11-x)^2 + (3x-9)^2}{16} = 8$$

$$\frac{12x^2 - 72x + 236}{16} = 8, x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3$$



- 17 $\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$ 이므로
 $\angle AOC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
(부채꼴 AOC의 넓이) - $\triangle OAC$

$$= \pi \times 8^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{64}{3}\pi - \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{64}{3}\pi - 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$
- 18 30 이상 40 미만의 도수를 x ,
40 이상 50 미만의 도수를 y 라 하면
 $8 + 12 + x + y + 4 + 2 = 50$ 이므로
 $x + y = 24$ ㉠
평균이 35권이므로

$$\frac{15 \times 8 + 25 \times 12 + 35x + 45y + 55 \times 4 + 65 \times 2}{50} = 35$$
 $35x + 45y = 980 \quad \therefore 7x + 9y = 196$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 10, y = 14$
 $\therefore$ (분산)

$$= \frac{1}{50} \left\{ (-20)^2 \times 8 + (-10)^2 \times 12 + 0^2 \times 10 \right.$$

$$\left. + 10^2 \times 14 + 20^2 \times 4 + 30^2 \times 2 \right\}$$
 $= 184$
- 19 (1) $2 \sin 30^\circ + \tan 45^\circ = 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 2$
(2) $\sin 45^\circ \cos 0^\circ + 2 \sin 60^\circ \tan 0^\circ$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 20 $\angle DOE = \angle DEO = 20^\circ$
 $\angle ODC = \angle DOE + \angle DEO = 40^\circ$
 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 $\angle OCD = \angle ODC = 40^\circ$
 $\triangle OCE$ 에서 $\angle AOC = \angle OCE + \angle OED = 60^\circ$
- 21 눈의 수가 1, 2, 3이 나온 횟수를 각각 a, b, c 라 하자.
 $a + b + c + 1 + 2 + 4 = 19$ 이므로
 $a + b + c = 12$ ㉠
평균이 3이므로

$$\frac{a + 2b + 3c + 4 + 10 + 24}{19} = 3$$
 $a + 2b + 3c + 38 = 57 \quad \therefore a + 2b + 3c = 19$ ㉡
분산이 $2^2 = 4$ 이므로

$$\frac{(-2)^2 \times a + (-1)^2 \times b + 0^2 \times c + 1^2 \times 1 + 2^2 \times 2 + 3^2 \times 4}{19}$$
 $= 4$
 $4a + b + 45 = 76 \quad \therefore 4a + b = 31$ ㉢
㉠에서 $b = 31 - 4a$ ㉣
㉠에 ㉣을 대입하면 $-3a + c = -19$ ㉤
㉡에 ㉣을 대입하면 $-7a + 3c = -43$ ㉥
㉤, ㉥을 연립하여 풀면 $a = 7, c = 2$
 $\therefore b = 31 - 4 \times 7 = 3$

- 22 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이고, $\angle A : \angle B = 1 : 3$ 이므로

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{3}{1+3} = 135^\circ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\triangle AED = \triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{2} \times \{9 \times 16 \times \sin(180^\circ - 135^\circ)\}$$

$$= 36\sqrt{2} (\text{cm}^2)$$

- 23 학생 A의 횟수는 $120 + 3 = 123$ (회)이므로 학생 A의 기록이 중앙값이다.

주어진 자료를 작은 값부터 순서대로 나열하였을 때,

(i) $D < A < E$ 인 경우

$$3 - x \leq 3 \leq x + 1 \text{에서 } x \geq 0, x \geq 2 \quad \therefore x \geq 2$$

(ii) $E < A < D$ 인 경우

$$x + 1 \leq 3 \leq 3 - x \text{에서 } x \leq 2, x \leq 0 \quad \therefore x \leq 0$$

그런데 $x > 0$ 이므로 만족하는 x 의 값이 없다.

따라서 가장 작은 x 의 값은 2이다.

- 24 $\overline{DE} = \overline{DA} = 2 \text{ cm},$

$$\overline{CE} = \overline{CB} = 8 \text{ cm},$$

$$\overline{CD} = 2 + 8$$

$$= 10 (\text{cm})$$

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수

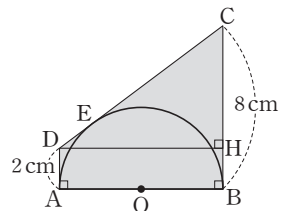
선의 발을 H라 하면 직각삼각형 DCH에서

$$\overline{CH} = 8 - 2 = 6 (\text{cm}) \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

따라서 $\square ABCD$ 는 사다리꼴이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 8 = 40 (\text{cm}^2)$$



학업성취도 테스트 [2회]

148-151쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 ①	05 ①
06 ④	07 ③	08 ③	09 ①	10 ①
11 ①	12 ①	13 ①	14 ④	15 ④
16 ④	17 ⑤	18 ④	19 12	
20 2	21 $2\sqrt{2}$	22 $(13\pi - 12\sqrt{3}) \text{ cm}^2$		
23 64 cm^2	24 $\frac{1}{4}$			

- 01 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때 A 의 크기가 커지면 $\sin A$ 의 값도 커지므로 $\sin A < \sin 45^\circ$

$$\sqrt{(\sin A + \sin 45^\circ)^2} + \sqrt{(\sin 45^\circ - \sin A)^2}$$

$$= (\sin A + \sin 45^\circ) + (\sin 45^\circ - \sin A)$$

$$= 2 \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

- 02 $\angle ABC : \angle BCD = 2 : 1$ 이므로 $\angle BCD = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = 2\angle x$
 $\triangle PCB$ 에서 $120^\circ = \angle x + 2\angle x \quad \therefore \angle x = 40^\circ$
 $\therefore \angle ABC = 2\angle x = 80^\circ$

- 03 음악 성적이 미술 성적보다 높은 학생을 (음악, 미술)로 나타내면 (70, 60), (80, 70)으로 2명이고, 음악 성적의 평균은 $\frac{70+80}{2} = 75$ (점)

- 04 $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 6$ 에서 $a+b+c+d+e = 30$
 평균을 5로 잘못 보아 분산을 구하면

$$\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 + (d-5)^2 + (e-5)^2}{5}$$

 $= 4$
 $(a-5)^2 + (b-5)^2 + (c-5)^2 + (d-5)^2 + (e-5)^2 = 20$
 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) - 10(a+b+c+d+e) + 125 = 20$
 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) - 10 \times 30 + 125 = 20$
 $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = 195$
 따라서 원래 분산을 구하면

$$\frac{(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 + (e-6)^2}{5}$$

 $= \frac{(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) - 12(a+b+c+d+e) + 180}{5}$
 $= \frac{195 - 12 \times 30 + 180}{5} = \frac{15}{5} = 3$

- 05 (주어진 식) $= 1 \div \frac{1}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

- 06 ①, ⑤ $\sin x^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$
 ②, ④ $\cos x^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{1} = \overline{OC}$
 ③ $\tan x^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AD}}{1} = \overline{AD}$

- 07 5개의 원의 둘레의 길이의 합이 20π 이므로
 $2\pi(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5) = 20\pi$
 $\therefore r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 10$ ㉠

반지름의 길이의 평균은

$$\frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

분산은

$$\frac{(r_1 - 2)^2 + (r_2 - 2)^2 + \cdots + (r_5 - 2)^2}{5} = (\sqrt{2})^2$$

$$(r_1 - 2)^2 + (r_2 - 2)^2 + \cdots + (r_5 - 2)^2 = 10$$

$$(r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_5^2) - 4(r_1 + r_2 + \cdots + r_5) + 20 = 10$$

위의 식에 ㉠을 대입하면 $r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_5^2 = 30$

따라서 5개의 원의 넓이의 평균은

$$\frac{\pi(r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_5^2)}{5} = \pi \times \frac{30}{5} = 6\pi$$

- 08 $\triangle BCD$ 에서 $\angle DCB = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$
 사각형 ABCD는 원 O에 내접하므로
 $\angle BAE = \angle BCD = 60^\circ \quad \therefore \angle x = 60^\circ$

- 09 잘못 기록된 킷질이 킷수를 $a, b, c, 27, 36$ 이라 하자.
 이때의 분산은

$$\frac{(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + (-3)^2 + 6^2}{5} = 12$$

$$(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + 45 = 60$$

$$\therefore (a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 = 15$$

이때 잘못 기록된 킷수의 합과 정확한 킷수의 합이
 $27 + 36 = 31 + 32 = 63$ 으로 같으므로 평균은 변함없이 30이다.

따라서 실제 킷질이 킷수의 분산은

$$\frac{(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + (31-30)^2 + (32-30)^2}{5}$$

$$= \frac{(a-30)^2 + (b-30)^2 + (c-30)^2 + 1 + 4}{5}$$

$$= \frac{15 + 1 + 4}{5} = 4$$

따라서 실제 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$

- 10 $\triangle AHC$ 에서 $\angle CAB = y^\circ$

$\triangle BHC$ 에서 $\angle CBA = x^\circ$

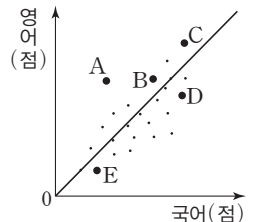
$$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\cos x^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{15}{17}, \tan y^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{8}$$

$$\therefore \frac{\cos x^\circ}{\tan y^\circ} = \cos x^\circ \div \tan y^\circ = \frac{15}{17} \times \frac{8}{15} = \frac{8}{17}$$

- 11 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에 멀수록 두 점수의 차가 크므로 두 점수의 차가 가장 큰 학생은 A이다.



- 12 $\angle AMO = \angle ANO = 90^\circ$ 이므로

$$\angle MAN = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 64^\circ) = 58^\circ$$

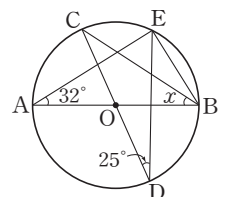
- 13 $\overline{AB}$ 는 지름이므로 $\angle AEB = 90^\circ$

$\widehat{CE}$ 에 대하여

$$\angle CBE = \angle CDE = 25^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - (32^\circ + 25^\circ)$$

$$= 33^\circ$$

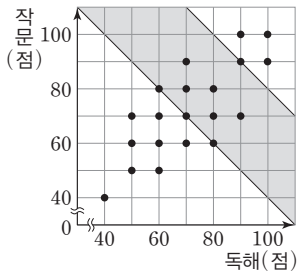


- 14 $\overline{DF} = \overline{DC} = 10$ cm

$\overline{EB} = \overline{EF} = x$ cm라 하면 직각삼각형 ADE에서

$$\begin{aligned}\overline{AE} &= 10 - x, \overline{DE} = x + 10 \text{이므로} \\ (x+10)^2 &= 10^2 + (10-x)^2 \\ 40x &= 100 \quad \therefore x = 2.5(\text{cm}) \\ \therefore \overline{DE} &= 10 + 2.5 = 12.5(\text{cm})\end{aligned}$$

- 15** 두 성적의 평균이 70점 이상 90점 이하, 즉 두 성적의 합이 140점 이상 180점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 영역(경계선 포함)에 속하는 9명이다.



$$\text{따라서 } \frac{9}{20} \times 100 = 45 (\%)$$

- 16** 남학생, 여학생의 평균이 70점으로 같으므로 전체 평균도 70점이다.

남학생, 여학생의 편차의 제곱의 합을 각각 A, B 라 하면

$$\frac{A}{12} = (\sqrt{2})^2 \quad \therefore A = 24$$

$$\frac{B}{8} = (\sqrt{7})^2 \quad \therefore B = 56$$

$$\text{따라서 전체 학생의 분산은 } \frac{24+56}{20} = 4 \text{이므로}$$

$$\text{표준편차는 } \sqrt{4} = 2(\text{점})$$

- 17** 사각형 ABCD는 원에 내접하므로

$$\angle CDA = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$\triangle ACD$ 에서 $\angle CAD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle DCA = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle DAT = \angle DCA = 40^\circ$$

- 18** 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면

$$\overline{AH} = 4 \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}, \overline{BH} = 4 \cos 60^\circ = 2$$

$$\overline{CH'} = \overline{BH} = 2 \text{이므로 } \overline{AD} = \overline{HH'} = 10 - 2 - 2 = 6$$

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (6+10) \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

- 19** $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 9 \times \sin 45^\circ = 27\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{9}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{AB} = 27\sqrt{2}, \frac{9}{4} \overline{AB} = 27$$

$$\therefore \overline{AB} = 12$$

- 20** 평균이 1이므로

$$\frac{2 + (-3) + b + 5 + 6 + (-4) + a}{7} = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

최빈값이 2이므로 a, b 중 하나는 2이다.

$$\text{이때 } a < b \text{이므로 } a = -1, b = 2$$

자료를 작은 값에서 크기순으로 나열하면
-4, -3, -1, 2, 2, 5, 6이므로 중앙값은 2이다.

- 21** 자연수 10개의 평균은

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{10}}{10} = \frac{60}{10} = 6$$

분산은

$$\frac{(a_1 - 6)^2 + (a_2 - 6)^2 + \dots + (a_{10} - 6)^2}{10}$$

$$= \frac{(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{10}^2) - 12(a_1 + a_2 + \dots + a_{10}) + 360}{10}$$

$$= \frac{440 - 12 \times 60 + 360}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

- 22** 원 O와 $\overline{AB}$ 의 접점을 D라 하면

$$\overline{AD} = \overline{BD} = 6 \text{ cm}$$

$\triangle AOD$ 에서

$$\tan x^\circ = \frac{\overline{OD}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad \therefore \overline{OD} = \sqrt{3}(\text{cm})$$

원 C의 반지름의 길이를 a 라 하면 직각삼각형 ACD에서
 $a^2 = (a - 2\sqrt{3})^2 + 6^2, 4\sqrt{3}a = 48 \quad \therefore a = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\overline{AC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}, \overline{CD} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \text{이므로}$$

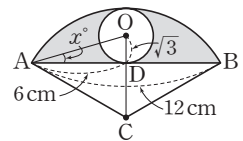
$$\angle ACD = 60^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$(\text{부채꼴 ABC의 넓이}) - (\triangle ABC \text{의 넓이}) \\ - (\text{원 O의 넓이})$$

$$= \left\{ (4\sqrt{3})^2 \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} \right\} - \left\{ \frac{1}{2} \times 12 \times 2\sqrt{3} \right\} - (\sqrt{3})^2 \pi$$

$$= 13\pi - 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



- 23** 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 8(\text{cm})$$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm,

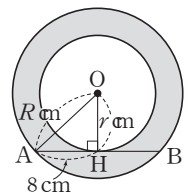
작은 원의 반지름의 길이를 r cm

라 하면 직각삼각형 AHO에서

$$8^2 + r^2 = R^2, R^2 - r^2 = 64$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 64\pi(\text{cm}^2)$$



- 24** $\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 30^\circ$

$$\therefore \sin A \times \cos A \times \tan A$$

$$= \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{4}$$