

고등학교 수학의 내신이나 수능 기출 문제 중에는 무척 어렵게 느껴지는 문제들이 많지만 이 문제들은 모두 교과 과정의 개념에서 파생된 문제입니다. 문제를 척 보면

아해! 이것은 무엇을 묻는 문제이구내!

하고 바로 간파할 수 있을까요?

그럴 수 있어야 합니다.

고등학교 수학 문제는 수없이 많지만, 그 기저에는 뼈대가 되는 기본 문제 유형이 있습니다. 이 기본 문제 유형을 정복하는 것이 수학 문제 정복의 열쇠입니다.

- 어려운 문제처럼 보이지만 한 단계만 해결하면 쉬운 문제로 변신하는 문제가 있습니다.
- 낯선 문제처럼 보이지만 한 꺼풀만 벗기면 익숙한 문제로 바뀌는 문제가 있습니다.
- 겉모양은 전혀 다른데 본질을 파악하면 사실상 동일한 문제가 있습니다.

가면을 쓰고 다른 문제인 척 가장할 때 속아 넘어가지 않으려면 어떻게 해야 할까요?

풍산자 필수유형은 **어려운 문제를 쉬운 문제로, 낯선 문제를 익숙한 문제로 바꾸는 능력을 기를 수 있도록 구성된 문제 기본서**로, 세상의 모든 수학 문제를 유형별로 정리하고 분석하여 그 뼈대가 되는 문제들로 구성하였습니다.

몇천 문항씩 되는 많은 문제를 두서없이 풀기보다는 뼈대 문제를 완벽히 이해하고 푼다면 어떠한 수학 문제를 만나도 당당하게 맞설 수 있는 수학의 고수로 다시 태어날 것입니다.

구성과 특징

꼭 필요한 유형으로만 꼭 채운 풍산자 필·수·유·형

05 이차방정식

1 이차방정식의 풀이

1) 이차방정식의 풀이와 해의 개수
 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 해의 개수
 판별식 $\Delta=b^2-4ac$ 의 값에 따라 판별한다.
 판별식 $\Delta > 0$ 이면 서로 다른 두 실근이 존재한다. 판별식 $\Delta = 0$ 이면
 판별식 $\Delta < 0$ 이면 실근이 존재하지 않는다.
 판별식 $\Delta = 0$ 이면 판별식 $\Delta > 0$ 이면 판별식 $\Delta < 0$ 이면 판별식

2) 근의 공식을 이용한 풀이
 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 해는
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 이다.
 판별식 $\Delta = b^2-4ac$ 에 따라 판별한다.

2 이차방정식의 판별식

1) 이차방정식의 판별식
 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 해의 개수
 판별식 $\Delta=b^2-4ac$ 의 값에 따라 판별한다.
 판별식 $\Delta > 0$ 이면 서로 다른 두 실근이 존재한다. 판별식 $\Delta = 0$ 이면
 판별식 $\Delta < 0$ 이면 실근이 존재하지 않는다.
 판별식 $\Delta = 0$ 이면 판별식 $\Delta > 0$ 이면 판별식 $\Delta < 0$ 이면 판별식

2) 근의 공식을 이용한 풀이
 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 해는
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 이다.
 판별식 $\Delta = b^2-4ac$ 에 따라 판별한다.

문제 풀이 방법

1) 판별식 $\Delta = b^2-4ac$ 의 값을 구하여 판별한다.
 $\Delta > 0$ 이면 서로 다른 두 실근이 존재한다.
 $\Delta = 0$ 이면 판별식 $\Delta > 0$ 이면 판별식 $\Delta < 0$ 이면 판별식

2) 근의 공식을 이용한 풀이
 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대한 해는
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 이다.
 판별식 $\Delta = b^2-4ac$ 에 따라 판별한다.

핵심 내용 정리

중단원별로 꼭 알아야 하는 개념을 간단하고 명쾌하게 정리하였으며, 예, 참고, 주의 등으로 개념을 쉽게 이해할 수 있도록 하였습니다.

문제를 풀 때 유용한 풍샘 비법

핵심 내용과 연계되어 문제 풀이에 자주 이용되는 개념과 그 개념을 문제에 적용하는 방법 등을 소개하고 이를 활용할 수 있도록 하였습니다.

실력을 기르는 유형

학습에 필요한 문제들을 유형별로 나누고 유형별 중요도와 문항별 난이도를 제시하여 학습 수준에 맞추어 충분한 연습을 할 수 있도록 구성하였습니다.

내신 기출 학교 기출 문제 중 자주 출제되는 유형의 문제입니다.

수능 기출 평가원 기출 교육청 기출

수능 기출 문제와 평가원, 교육청의 학력평가 기출 문제 중 자주 출제되는 유형의 문제입니다.

실력을 기르는 유형

625

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 합과 곱을 구한다.
 근의 합: $-\frac{b}{a}$, 근의 곱: $\frac{c}{a}$

626

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 합과 곱을 구한다.
 근의 합: $-\frac{b}{a}$, 근의 곱: $\frac{c}{a}$

627

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 합과 곱을 구한다.
 근의 합: $-\frac{b}{a}$, 근의 곱: $\frac{c}{a}$

17 내신을 꼭 잡는 서술형

703 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 만족시키는 정수 a 의 개수가 10개 되도록 하는 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 개수를 구하시오.

704 모든 실수 x 에 대하여 $-x^2 + 2ax - 4a + 1 > 0$ 을 만족시키는 실수 a 에 대하여 $|a - 2| < 8$ 의 해 중 가장 큰 정수 n 을 구하시오. 정수 n 에 대해 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 해를 구하시오.

705 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3bx + b^2 + 2$ 의 그래프의 절편은 $a < 0$ 인 실수 A, B 에 일치한다. 절편에서 A 축에 내린 수직 선분의 길이를 2 라고 할 때, 사각형 $AOKB$ 의 넓이의 값이 24 인 b 의 값을 구하시오. 이차방정식 $x^2 + 2bx + 2b^2 + 2 = 0$ 의 근을 구하시오. (단, b 는 정수 범위에서, A, B 는 원점이다.)

706 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 = 0 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases}$ 의 해와 이차방정식 $ax^2 - 10bx + 85b^2$ 의 해가 서로 같은 해, a 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

707 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 오른쪽 그림과 같이 겹쳐, 연립방정식 $\begin{cases} f(x) - g(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 의 해를 구하시오.

708 이차방정식 $x^2 + (m^2 - 10m + 21)x + m^2 - 6m - 5 = 0$ 의 두 근의 부호가 서로 다르고 양근의 근의 절댓값이 음근의 근의 절댓값보다 클 때, 상수 m 의 값의 범위가 $a < m < b$ 이다. a, b 의 값을 구하시오.

출처: 2017년 1월 14일

내신을 꼭 잡는 서술형

핵심적이고 출제 빈도가 높은 서술형 기출 문제로 구성되어 서술형 내신 평가에 대비할 수 있도록 하였습니다.

고득점을 향한 도약

난이도가 높고, 출제 비중이 높은 문제로 구성되어 수학적 사고력과 응용력을 기를 수 있도록 하였습니다.

도전! 등급

사고력을 키우고 내신 고득점을 대비할 수 있는 고난도 문제입니다.

18 고득점을 향한 도약

846 다음 조건을 만족시키는 a, b, c 의 값을 구하시오.
 $a, b, c > 0$ 이고, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 이고, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ 이다.
 이 성립함을 증명하는 과정이다.

847 정육면체 모양의 방기나루 10개를 사용하여 아래에 보이는 모양의 오목과 돌을 놓을 수 있는 경우의 수를 구하시오. (단, 오목과 돌은 각각 4개씩 놓아야 하며, 오목과 돌은 각각 4개씩 놓아야 한다.)

848 정육면체 모양의 방기나루 10개를 사용하여 아래에 보이는 모양의 오목과 돌을 놓을 수 있는 경우의 수를 구하시오. (단, 오목과 돌은 각각 4개씩 놓아야 하며, 오목과 돌은 각각 4개씩 놓아야 한다.)

849 정육면체 모양의 방기나루 10개를 사용하여 아래에 보이는 모양의 오목과 돌을 놓을 수 있는 경우의 수를 구하시오. (단, 오목과 돌은 각각 4개씩 놓아야 하며, 오목과 돌은 각각 4개씩 놓아야 한다.)

출처: 2017년 1월 14일

I > 다항식

01 다항식의 연산

001 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하시오.

002 $A = 3x^2 - 2x + 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하시오.

003 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하시오.

004 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하시오.

005 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하시오.

006 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하시오.

007 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하시오.

008 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하시오.

009 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하시오.

010 $A = 2x^2 + 3x - 1, B = x^2 - 2x + 1$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하시오.

출처: 2017년 1월 14일

정답과 풀이

자세하고 친절한 풀이와 다른 풀이로 문제의 출제 의도와 다양한 해결 방향을 이해할 수 있도록 하였습니다.

차례

I | 다항식

01. 다항식의 연산	006
02. 나머지 정리	020
03. 인수분해	037

II | 방정식과 부등식

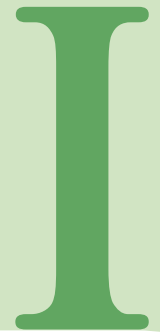
04. 복소수	050
05. 이차방정식	065
06. 이차방정식과 이차함수	084
07. 여러 가지 방정식	099
08. 일차부등식	118
09. 이차부등식	131

III | 경우의 수

10. 순열	150
11. 조합	163

IV | 행렬

12. 행렬	178
--------	-----



다항식

01. 다항식의 연산 | 006

02. 나머지 정리 | 020

03. 인수분해 | 037

이 다항식의 연산

1 다항식의 덧셈과 뺄셈

(1) 다항식의 정리

- ① 내림차순: 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 나타내는 것
- ② 오름차순: 한 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 높은 항의 순서로 나타내는 것

예 다항식 $5x + x^3 + 3$ 을

- ① 내림차순으로 정리하면 $x^3 + 5x + 3$
- ② 오름차순으로 정리하면 $3 + 5x + x^3$

참고 다항식은 일반적으로 내림차순으로 정리하고, 다항식을 한 문자에 대하여 내림차순이나 오름차순으로 정리할 때 기준이 되는 문자를 제외한 나머지 문자는 상수로 생각한다.

(2) 다항식의 덧셈과 뺄셈

- ① 덧셈: 동류항끼리 모아서 정리한다.
- ② 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

참고 괄호가 있는 식을 계산할 때, 괄호 앞에

- ① +가 있으면 $A + (B - C) = A + B - C$ 와 같이 괄호 안의 부호를 그대로 쓴다.
- ② 괄호 앞에 -가 있으면 $A - (B - C) = A - B + C$ 와 같이 괄호 안의 부호를 반대로 쓴다.

(3) 다항식의 덧셈에 대한 성질

세 다항식 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙: $A + B = B + A$
- ② 결합법칙: $(A + B) + C = A + (B + C)$

참고 다항식의 덧셈에서 결합법칙이 성립하므로 $(A + B) + C$ 와 $A + (B + C)$ 는 괄호를 생략하여 $A + B + C$ 로 나타내기도 한다.

2 다항식의 곱셈

(1) 다항식의 곱셈

분배법칙을 이용하여 식을 전개한 다음 동류항끼리 모아서 정리한다.

참고 다항식의 곱셈에서는 지수법칙 $a^m a^n = a^{m+n}$ (m, n 은 자연수)을 이용한다.

(2) 다항식의 곱셈에 대한 성질

세 다항식 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙: $AB = BA$
- ② 결합법칙: $(AB)C = A(BC)$
- ③ 분배법칙: $A(B + C) = AB + AC$,
 $(A + B)C = AC + BC$

참고 다항식의 곱셈에서 결합법칙이 성립하므로 $(AB)C$ 와 $A(BC)$ 는 괄호를 생략하여 ABC 로 나타내기도 한다.

(3) 곱셈 공식

- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ② $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
- ④ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
- ⑤ $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ⑥ $\begin{cases} (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{cases}$
- ⑦ $\begin{cases} (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \\ (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3 \end{cases}$
- ⑧ $(x + a)(x + b)(x + c)$
 $= x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc$
- ⑨ $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$
- ⑩ $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

문제를 풀 때 유용한 풍샘 비법

1 전개식에서 항의 계수 구하기

전개식에서 특정한 항의 계수를 구하는 문제는 주어진 식을 모두 전개하기보다는 그 항이 나올 수 있는 경우를 찾아 계산하면 편리하다.

예를 들면, $(삼차식) \times (이차식)$ 에서

- (1) x^4 의 계수 \Rightarrow (삼차항) \times (일차항) + (이차항) \times (이차항)을 계산한다.
- (2) x^3 의 계수 \Rightarrow (삼차항) \times (상수항) + (이차항) \times (일차항) + (일차항) \times (이차항)을 계산한다.
- (3) x^2 의 계수 \Rightarrow (이차항) \times (상수항) + (일차항) \times (일차항) + (상수항) \times (이차항)을 계산한다.

3 곱셈 공식의 변형

$$\textcircled{1} \begin{cases} a^2+b^2=(a+b)^2-2ab \\ =(a-b)^2+2ab \end{cases} \quad (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b) \\ a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b) \end{cases}$$

$$\textcircled{3} a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca \\ =\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\} \\ a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca \\ =\frac{1}{2}\{(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2\} \end{cases}$$

$$\textcircled{5} a^3+b^3+c^3 \\ = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$$

참고 ④에서

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$

$$= \frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$$

$$= \frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\}$$

$$= \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$$

또, ①, ②에서 a 대신 x , b 대신 $\frac{1}{x}$ 을 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$$

$$\begin{cases} x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right) \end{cases}$$

4 다항식의 나눗셈

(1) 다항식의 나눗셈

각 다항식을 내림차순으로 정리한 다음 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

참고 다항식의 나눗셈은 나머지의 차수가 나누는 식의 차수보다 낮아질 때까지 나눈다.

(2) 다항식의 나눗셈에 대한 항등식

다항식 A 를 다항식 B ($B \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라고 하면

$$A=BQ+R$$

이때 R 는 상수이거나 R 의 차수는 B 의 차수보다 낮다.

특히, $R=0$, 즉 $A=BQ$ 이면 A 는 B 로 나누어떨어진다고 한다.

예 다항식 $3x^3-4x+5$ 를 다항식 $x+1$ 로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3x^2-3x-1 \quad \leftarrow \text{몫} \\ x+1 \overline{) 3x^3 } \phantom{\leftarrow \text{해당 차수의 항이 없으면}} \\ \underline{3x^3+3x^2} \phantom{\leftarrow \text{그 자리는 비워 둔다.}} \\ -3x^2-4x \\ \underline{-3x^2-3x} \\ -x+5 \\ \underline{-x-1} \\ 6 \quad \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

$$\therefore 3x^3-4x+5=(x+1)(3x^2-3x-1)+6$$

참고 다항식의 나눗셈은 자연수의 나눗셈과 다르게 나머지가 음수인 경우도 있다.

문제를 풀 때 유용한

공식 비법

2 곱셈 공식의 변형에서 식의 값 구하기

합 또는 곱의 값이 주어지고 문자가 3개인 경우 식의 값을 구하는 문제는 다음의 곱셈 공식의 변형을 떠올린다.

$$(1) a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$$

$$(2) a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$$

3 몫과 나머지의 변형

다항식 $f(x)$ 를 $x+\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 하면

$$f(x)=\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x)+R=\frac{1}{a}(ax+b)Q(x)+R=(ax+b)\times\frac{1}{a}Q(x)+R$$

$\Rightarrow f(x)$ 를 $ax+b$ 로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{a}Q(x)$, 나머지는 R 이다.

01 다항식의 덧셈과 뺄셈 중요도 ■ ■ ■

001 상 중 하

두 다항식
 $A=2x^2+5x-1, B=x^2-3x+2$
 에 대하여 $A-2B$ 를 계산하시오.

002 상 중 하

두 다항식
 $A=x^2-2x+7, B=6x^3+x^2+4x-8$
 에 대하여 $2A-3B=-B$ 를 만족시키는 다항식 X 는?

- ① $2x^3-3x^2+2$ ② $2x^3+3x^2+2$
- ③ $2x^3-x^2-2$ ④ $2x^3-x^2+2$
- ⑤ $2x^3+x^2+2$

003 상 중 하

세 다항식
 $A=x^2-2xy+5y^2, B=2x^2-y^2,$
 $C=-4x^2+xy+y^2$
 에 대하여
 $2(3A+B-C)-(5A+B)=ax^2+bxy+cy^2$
 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① -7 ② -3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

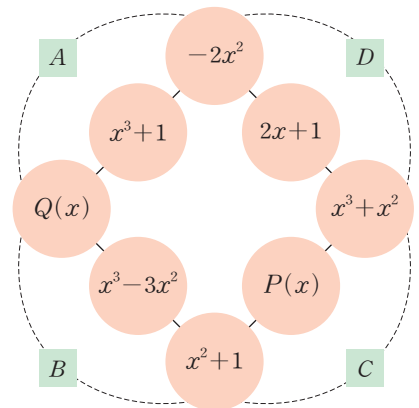
004 상 중 하

두 다항식 A, B 에 대하여
 $A-B=x^2-3x+2, 3A-4B=4x^2-5x+2$
 일 때, $2A-B$ 를 계산하면?

- ① $-x^2-10x+4$ ② $-x^2-4x+4$
- ③ $x^2-10x+8$ ④ x^2-4x-4
- ⑤ x^2+4x-4

005 상 중 하 교육청 기출

다음 그림과 같이 8개의 다항식을 사각형 모양으로 배열하고 각 변에 배열된 3개의 다항식의 합을 각각 A, B, C, D 라고 하자. 다항식 A, B, C, D 가 x 의 값에 관계 없이 모두 같을 때, 두 다항식의 합 $P(x)+Q(x)$ 는?



- ① $-3x^2+2x$ ② $-2x^2+4x$ ③ $-x^2+4x+1$
- ④ $2x^2+4x$ ⑤ $3x^2+2x$

006 내신 기출

상중하

두 다항식 $A=3x^2-x+2$, $B=x^2+5x$ 에 대하여

$$A\blacktriangle B=2A+B, A*B=A-2B$$

로 정의할 때, $(A\blacktriangle B)*B$ 를 계산하면?

- ① $5x^2-7x+4$ ② $5x^2-6x+4$
- ③ $5x^2-6x+2$ ④ $5x^2+3x+4$
- ⑤ $5x^2+3x+2$

02 전개식에서 항의 계수

중요도 ■■■

007 풍샘 비법 ①

상중하

다항식 $(x^3-3x^2+2x-1)(5x^2+2x+1)$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- ① -4 ② -7 ③ -10
- ④ -13 ⑤ -16

008

상중하

x 에 대한 다항식 $(x^2-5x+2)(3x^2+x+4a)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 13일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

009 내신 기출

상중하

$(x+1)(x-3)(x+5)(x-6)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?

- ① -33 ② -31 ③ -29
- ④ -27 ⑤ -25

010

상중하

두 다항식 A, B 에 대하여

$$A+B=5x^2+7xy-3y^2,$$

$$3A-B=3x^2+xy-5y^2$$

일 때, 다항식 AB 의 전개식에서 x^2y^2 의 계수는?

- ① -2 ② 0 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

011

상중하

다항식 $(1+x+2x^2+\dots+10x^{10})^2$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 a , x^3 의 계수를 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 5



03 곱셈 공식을 이용한 다항식의 전개 중요도 ■■■

012 (내신 기출) 상 중 하

다음 중 다항식의 전개가 옳은 것은?

- ① $(x+y-1)^2 = x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y - 1$
- ② $(3x+2)^3 = 27x^3 + 18x^2 + 36x + 8$
- ③ $(x-5)^3 = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$
- ④ $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2) = x^3 - 6y^3$
- ⑤ $(x^2-2xy+4y^2)(x^2+2xy+4y^2) = x^4 - 4x^2y^2 + 16y^4$

013 상 중 하

$(x+3)(x-3)(x^2+3x+9)(x^2-3x+9)$ 를 전개하면?

- ① $x^6 - 54x^3 + 729$ ② $x^6 + 54x^3 + 729$
- ③ $x^6 + 54x^3 - 729$ ④ $x^6 - 729$
- ⑤ $x^6 + 729$

014 상 중 하

$a=1, b=\sqrt{2}, c=\sqrt{3}$ 일 때,
 $(a+b+c)^2 + (a-b+c)^2 + (a+b-c)^2$
 $+ (-a+b+c)^2$

의 값은?

- ① 42 ② 36 ③ 30
- ④ 24 ⑤ 18

015 상 중 하

$x=\sqrt{a}$ 일 때, $(x-1)^3(x+1)^3(x^2+1)^3$ 을 a 에 대한 식으로 나타내면?

- ① $a^6 - 3a^4 + 3a^2 - 1$ ② $a^6 - 3a^4 + 3a^2 + 1$
- ③ $a^6 + 3a^4 - 3a^2 - 1$ ④ $a^6 + 3a^4 - 3a^2 + 1$
- ⑤ $a^6 - 2a^3 + 1$

04 공통부분이 있는 다항식의 전개 중요도 ■■■

016 상 중 하

다항식 $(x^2+x+1)(x^2+x+2)$ 를 전개하시오.

017 상 중 하

$(2x-y+3z)(2x-y-3z)$ 를 전개하면?

- ① $4x^2 - 4xy + y^2 - 9z^2$
- ② $4x^2 - 4xy + y^2 - 3z^2$
- ③ $4x^2 - 4xy + y^2 + 3z^2$
- ④ $4x^2 + 4xy + y^2 - 9z^2$
- ⑤ $4x^2 + 4xy + y^2 - 3z^2$

018

상중하

$(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)$ 를 전개한 식이 $x^4+4x^3+ax^2+bx+24$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.)

019

상중하

$x=\sqrt{3}$ 일 때,
 $\{(5+3x)^3-(5-3x)^3\}^2-\{(5+3x)^3+(5-3x)^3\}^2$
의 값은?
① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

05

곱셈 공식의 변형(1)

중요도 

020

상중하

$x-y=2, x^3-y^3=26$ 일 때, xy 의 값은?
① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

021

상중하

$x+y=6, xy=4$ 일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ 의 값은?
① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

022 교육청 기출

상중하

두 실수 a, b 에 대하여 $a+b=3, a^2+b^2=7$ 일 때,
 a^4+b^4 의 값은?
① 39 ② 41 ③ 43
④ 45 ⑤ 47

023 내신 기출

상중하

$x-y=1, xy=2$ 일 때, $(x+y)(x^2-xy+y^2)$ 의 값은?
(단, $x>0, y>0$)
① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9



024 내신 기출

상 중 하

$x^2 - 4x - 1 = 0$ 일 때, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

- ① 60 ② 64 ③ 68
- ④ 72 ⑤ 76

025

상 중 하

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은? (단, $x > 0$)

- ① 18 ② 20 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26

026

상 중 하

$x^2 + 3x + 1 = 0$ 일 때, $2x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}$ 의 값은?

- ① -28 ② -29 ③ -30
- ④ -31 ⑤ -32

06 곱셈 공식의 변형(2)

중요도 ■ ■ ■

027 풍샘 비법 2

상 중 하

$a + b + c = 3$, $ab + bc + ca = -1$, $abc = -3$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

- (1) $a^2 + b^2 + c^2$ (2) $a^3 + b^3 + c^3$

028

상 중 하

$a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = 3$, $a^3 + b^3 + c^3 = 1$ 일 때, abc 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

029

상 중 하

$a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = 7$, $abc = 1$ 일 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

07 곱셈 공식을 이용한 수의 계산 중요도 ■■■

030 상중하

$99^3 + 3 \times 99^2 + 3 \times 99 + 1$ 을 계산하면?

- ① 10^4 ② 10^5 ③ 10^6
- ④ 10^7 ⑤ 10^8

031 상중하

$(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)$ 을 간단히 하면?

- ① $3^{16} + 2^{16}$ ② $3^{16} - 2^{16}$ ③ $3^8 + 2^8$
- ④ $3^8 - 2^8$ ⑤ $3^4 - 2^4$

032 교육청 기출 상중하

$\frac{2022 \times (2023^2 + 2024)}{2024 \times 2023 + 1}$ 의 값은?

- ① 2018 ② 2020 ③ 2022
- ④ 2024 ⑤ 2026

033 내신 기출 상중하

$1001 \times (1000^2 - 999) = 10^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 값은? (단, b 는 한 자리 정수이다.)

- ① $a=6, b=-1$ ② $a=6, b=1$
- ③ $a=9, b=-1$ ④ $a=9, b=1$
- ⑤ $a=12, b=1$

034 상중하

$\frac{(781 - \sqrt{785})^3 + (781 + \sqrt{785})^3}{781}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하시오.

08 다항식의 나눗셈 중요도 ■■■

035 상중하

다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫: $2x+1$, 나머지: $x-1$
- ② 몫: $2x+1$, 나머지: $x+1$
- ③ 몫: $2x+1$, 나머지: $-x-1$
- ④ 몫: $2x-1$, 나머지: $x-1$
- ⑤ 몫: $2x-1$, 나머지: $x+1$



036 내신 기출

상 중 하

다항식 x^3+x^2-5x+2 를 다항식 A 로 나누었을 때의 몫은 $x-1$, 나머지는 $-2x+1$ 이다. 이때 다항식 A 를 구하시오.

037

상 중 하

다항식 $3x^3+2x^2-x+5$ 를 x^2+3x-2 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $Q(1)+R(0)$ 의 값은?

- ① -11 ② -13 ③ -15
- ④ -17 ⑤ -19

038

상 중 하

다항식 $3x^3-2x^2+5x+a$ 를 x^2-x+b 로 나누었을 때의 나머지가 $9x+6$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

039 교육청 기출

상 중 하

다항식 x^3+ax^2-x-1 을 x^2-1 로 나눈 몫은 $Q(x)$ 이고, 나머지는 상수 R 이다. $Q(a)=R$ 일 때, 실수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

040 내신 기출

상 중 하

다항식 $f(x)$ 를 x^3-x^2+5 로 나누었을 때의 몫은 x^2+2 이고 나머지는 $3x^2-4x+1$ 이다. 이때 $f(x)$ 를 x^2+2 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $4x+7$ ② $4x+5$ ③ $-4x-5$
- ④ $-4x-7$ ⑤ $-4x-9$

09 몫과 나머지의 변형 중요도

041 풍샘 비법 상 중 하

다항식 $f(x)$ 를 $2x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $x+\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하시오.

042

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{2}{3}$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $xf(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례대로 나열한 것은?

- ① $\frac{x}{3}Q(x) + \frac{R}{3}, \frac{R}{3}$ ② $\frac{x}{3}Q(x) + \frac{R}{3}, \frac{2}{3}R$
- ③ $\frac{x}{3}Q(x) + \frac{R}{3}, R$ ④ $xQ(x) + R, R$
- ⑤ $xQ(x) + R, 2R$

10

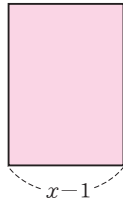
다항식의 연산의 도형에의 활용

중요도 ■■■

043

상중하

오른쪽 그림과 같은 직사각형의 가로 길이가 $x-1$, 넓이가 $3x^3 - 2x^2 - x$ 일 때, 세로의 길이를 구하시오.



044

상중하

한 모서리의 길이가 $2x - 3$ 인 정육면체의 부피가 $8x^3 + ax^2 + bx - 27$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

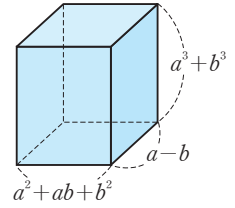
- ① -90 ② -54 ③ -18
- ④ 18 ⑤ 54

045

상중하

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 부피는?

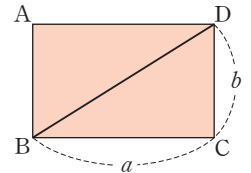
- ① $a^6 - b^6$
- ② $a^6 + b^6$
- ③ $a^6 - a^3b^3 + b^6$
- ④ $a^6 + a^3b^3 + b^6$
- ⑤ $a^6 + 2a^3b^3 + b^6$



046

상중하

오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 26, 넓이가 40일 때, \overline{BD}^2 의 값을 구하시오.



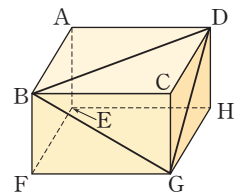
047

내신 기출

상중하

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 겹넓이가 62이고, 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 76일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

- ① 36 ② 38 ③ 40
- ④ 42 ⑤ 44





048

세 다항식 A, B, C 에 대하여

$$A+B=3x^2+x-2,$$

$$B+C=-x^2+5x+1,$$

$$C+A=2x^2-4x-1$$

이고 $f(x)=A+B+C$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

049

다항식 $(x+2)^2(2x-1)^3$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 a , x^3 의 계수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

050

$x^9=24$ 일 때, $(x+1)(x^2-x+1)(x^6-x^3+1)$ 의 값을 구하시오.

051

두 실수 a, b 에 대하여

$$(a+b+1)\{(a+b)^2-a-b+1\}=28,$$

$$ab=-4$$

일 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.

052

$x^2+2x-1=0$ 일 때, 삼차식 x^3-5x^2+3x+2 의 값은 일차식 $ax-5$ 의 값과 같다. 이때 상수 a 의 값을 구하시오.

053

길넓이가 22이고, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이를 구하시오.



054

세 다항식

$$A=3x^2+2, B=x^2+3x-5, C=4x^2-5x$$

에 대하여 다항식 $(A-3B)(2B+C)(C-A)$ 의 전개

식이 $a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$ 일 때,

$a_0+a_1+\dots+a_5$ 의 값은?

- ① 126 ② 132 ③ 138
- ④ 144 ⑤ 150

055

세 실수 x, y, z 가 다음을 모두 만족시킬 때, $8xyz$ 의 값은?

(가) $x, y, 4z$ 중에서 적어도 하나는 5이다.

$$(나) 5(x+y+4z) = xy + 4yz + 4zx$$

- ① 100 ② 150 ③ 200
- ④ 250 ⑤ 300

056

$x+y=2, x^2+y^2=3$ 일 때, $x^7+y^7+x^4y^3+x^3y^4$ 의 값은?

- ① $\frac{83}{2}$ ② 42 ③ $\frac{85}{2}$
- ④ 43 ⑤ $\frac{87}{2}$

057

$x-\frac{1}{y}=3+\sqrt{5}, \frac{1}{x}-y=3-\sqrt{5}$ 일 때, x^3-y^3 의 값은?

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

058

$x-y=2, x^3-y^3=26$ 일 때, x^5-y^5 의 값을 구하시오.



059

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{2}, abc=4, (a+b)(b+c)(c+a)=50$$

일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값은?

- ① 61 ② 65 ③ 69
- ④ 73 ⑤ 77

060

$$x+y+z=1, x^2+y^2+z^2=9, x^3+y^3+z^3=1 \text{ 일 때,}$$

$\frac{x^4+y^4+z^4}{x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{13}$ ② $\frac{8}{11}$ ③ $\frac{11}{8}$
- ④ $\frac{13}{7}$ ⑤ $\frac{33}{8}$

061

다항식 $(x^2+2x+3)^3$ 을 x^2+2 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(-3)$ 의 값은?

- ① -9 ② -5 ③ -1
- ④ 3 ⑤ 7

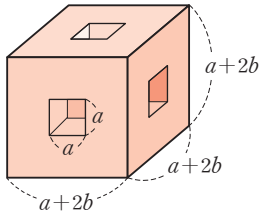
062

다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, 다음 중 $(x^2+1)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례대로 나열한 것은?

- ① $(x^2+1)Q(x), R$
- ② $(x^2+1)Q(x), 2R$
- ③ $(x^2+1)Q(x)+xR, -2R$
- ④ $(x^2+1)Q(x)+(x-1)R, R$
- ⑤ $(x^2+1)Q(x)+(x-1)R, 2R$

063

다음 그림은 한 모서리의 길이가 $a+2b$ 인 정육면체의 각 면의 한 가운데에 밀면의 가로 길이, 세로의 길이와 높이가 각각 $a, a, a+2b$ 인 직육면체 모양으로 구멍을 뚫은 것이다.

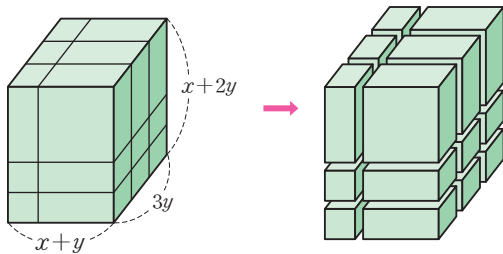


직육면체 모양의 각 밀면의 모서리가 정육면체의 모서리와 평행할 때, 이 입체도형의 부피는?

- ① $-a^3+12ab^2+8b^3$ ② $a^3+12ab^2+8b^3$
- ③ $12ab^2+6b^3$ ④ $12ab^2+8b^3$
- ⑤ $12a^2b+8b^3$

064 도전! 등급

서로소인 두 자연수 x, y 에 대하여 세 모서리의 길이가 각각 $x+y, 3y, x+2y$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체를 다음 그림과 같이 각 모서리의 길이가 x 또는 y 가 되도록 18개의 작은 직육면체로 나누었을 때, 부피가 50인 직육면체는 9개이다. $x+3y$ 의 값은? (단, $x > y$)

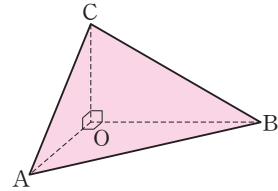


- ① 50 ② 53 ③ 56
- ④ 59 ⑤ 62

065 교육청 기출

사면체 OABC가 다음 조건을 만족한다.

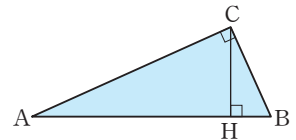
- (가) 세 선분 OA, OB, OC는 점 O에서 서로 수직이다.
- (나) $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 9$ 이다.
- (다) 세 삼각형 OAB, OBC, OCA의 넓이의 합은 13이다.



이때 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2$ 의 값을 구하시오.

066 교육청 기출

오른쪽 그림과 같이 선분 AB를 빗변으로 하는 직각 삼각형 ABC가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{CH} = 1$ 이고 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{4}{3}$ 이다. $\overline{BH} = x$ 라고 할 때, $3x^3 - 5x^2 + 4x + 7$ 의 값은? (단, $x < 1$)



- ① $13 - 3\sqrt{7}$ ② $14 - 3\sqrt{7}$ ③ $15 - 3\sqrt{7}$
- ④ $16 - 3\sqrt{7}$ ⑤ $17 - 3\sqrt{7}$

02 나머지 정리

1 항등식과 미정계수법

(1) **항등식**: 문자를 포함한 등식에서 그 문자에 어떤 값을 대입해도 항상 성립하는 등식

(2) **항등식의 성질**

① $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=0, b=0, c=0$ 이다. 또, $a=0, b=0, c=0$ 이면 $ax^2+bx+c=0$ 은 x 에 대한 항등식이다.

② $ax^2+bx+c=d'x^2+b'x+c'$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=d', b=b', c=c'$ 이다. 또, $a=d', b=b', c=c'$ 이면 $ax^2+bx+c=d'x^2+b'x+c'$ 은 x 에 대한 항등식이다.

(3) **미정계수법**: 항등식의 뜻과 성질을 이용하여 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법

- ① **계수 비교법**: 등식의 양변에서 동류항의 계수를 비교하여 미정계수를 정하는 방법
- ② **수치 대입법**: 등식의 문자에 적당한 수를 대입하여 미정계수를 정하는 방법

2 나머지 정리와 인수 정리

(1) **나머지 정리**

① 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라고 하면 $R=f(a)$ 이다.

② 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax+b$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라고 하면 $R=f\left(-\frac{b}{a}\right)$ 이다.

예 다항식 $f(x)=x^3-3x^2+x-2$ 에 대하여

① $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1 이라고 하면

$$R_1=(-1)^3-3\times(-1)^2+(-1)-2=-7$$

② $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하면

$$R_2=\left(\frac{1}{2}\right)^3-3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}-2=-\frac{17}{8}$$

참고 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 상수이다.

(2) **인수 정리**

① 다항식 $f(x)$ 가 $x-a$ 로 나누어떨어지면 $f(a)=0$ 이다.

또, $f(a)=0$ 이면 $f(x)$ 는 $x-a$ 로 나누어떨어진다.

② 다항식 $f(x)$ 가 일차식 $ax+b$ 로 나누어떨어지면

$f\left(-\frac{b}{a}\right)=0$ 이다. 또, $f\left(-\frac{b}{a}\right)=0$ 이면 $f(x)$ 는 일차식 $ax+b$ 로 나누어떨어진다.

참고 다항식 $f(x)$ 에 대하여 다음은 모두 $f(a)=0$ 임을 나타내는 표현이다.

- ① $f(x)$ 가 $x-a$ 로 나누어떨어진다.
- ② $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지가 0이다.
- ③ $f(x)$ 가 $x-a$ 를 인수로 갖는다.
- ④ $f(x)=(x-a)Q(x)$ (단, $Q(x)$ 는 다항식이다.)

3 조립제법

다항식을 일차식으로 나누었을 때, 계수만을 이용하여 몫과 나머지를 구하는 방법

예 다항식 $3x^3-8x-5$ 를 일차식 $x-2$ 로 나누었을 때, 다음과 같이 조립제법을 이용하면 몫은 $3x^2+6x+4$ 이고, 나머지는 3임을 알 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 3 & 0 & -8 & -5 \\
 + & + & + & + \\
 \hline
 3 & 6 & 12 & 8 \\
 \hline
 3 & 6 & 4 & 3
 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{2} \\
 \downarrow \\
 \text{만족시키는 값}
 \end{array}
 \end{array}$$

몫: $3x^2+6x+4$

참고 조립제법을 이용할 때에는 차수가 높은 항의 계수부터 차례대로 적고, 해당되는 차수의 항이 없으면 그 자리에 0을 적는다.

문제를 풀 때 유용한 풍샘 비법

1 미정계수법

- (1) 계수 비교법: 식이 간단하여 전개하기 쉬운 경우에 이용하고, 전개한 식을 내림차순으로 정리하여 양변의 동류항의 계수를 비교한다.
- (2) 수치 대입법: 전개하기 힘들거나 적당한 수를 대입하여 식이 간단해지는 경우에 이용한다.
 - ① 괄호로 묶인 다항식이 있을 때 \Rightarrow 괄호 안의 다항식의 값을 0이 되게 하는 x 의 값을 대입한다.
 - ② 괄호로 묶인 다항식이 없을 때 \Rightarrow 계산하기 편리한 $-1, 0, 1$ 등의 값을 x 에 대입한다.

2 다항식을 일차식으로 나눌 때

- (1) 나머지만 구하는 경우 \Rightarrow 나머지 정리 이용
- (2) 몫과 나머지를 모두 구하는 경우 \Rightarrow 조립제법 이용



01 항등식의 뜻

중요도 ■ ■ ■

067

상중하

다음 (보기)에서 항등식인 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

ㄱ. $4(x-1)=4x+4$

ㄴ. $x^2-2x-3=0$

ㄷ. $(x-5)(x-1)=x^2-6x-5$

ㄹ. $(x+1)^2+4x=x^2+6x+1$

- ① ㄱ ② ㄹ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

068

상중하

다음 중 항등식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $3x-4=-x+2-(4x+6)$
- ② $(-x+2)^2=-x^2-4x+4$
- ③ $2(x+1)-5=3(2x-1)-4x$
- ④ $(x-1)^2=(x+2)^2-6x-3$
- ⑤ $(4+x)(4-x)=2x+20-(x+2)^2$

02 계수 비교법

중요도 ■ ■ ■

069 동생 비법 ①

상중하

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x^2+4x+a=x(x+b)-2b$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

070 내신 기출

상중하

등식 $ax^3+bx^2+cx+d=(x+2)(x-1)^2$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $ad-bc$ 의 값은?

(단, a, b, c, d 는 상수이다.)

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

071

상중하

임의의 실수 x, y 에 대하여 등식

$$(x+3y)a-(2x-y)b+5x=7x-8y$$

가 성립할 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12



072 내신 기출

상 중 하

다항식 $Q(x)$ 에 대하여 등식

$$2x^3 + ax + b = (x^2 - x - 1)Q(x) + 3x - 1$$

이 x 에 대한 항등식일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

073

상 중 하

등식 $kx^2 + 2x - ky^2 - 2y - 9k + 6 = 0$ 이 임의의 실수 k 에 대하여 성립할 때, $x+y$ 의 값은?

(단, x, y 는 상수이다.)

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

03 수치 대입법

중요도 ■■■

074 풍샘 비법 ①

상 중 하

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$a(x+2) + b(x-3) = x+7$$

이 성립할 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

075 교육청 기출

상 중 하

x 의 값에 관계없이 등식

$$3x^2 + ax + 4 = bx(x-1) + c(x-1)(x-2)$$

가 항상 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① -6 ② -5 ③ -4
- ④ -3 ⑤ -2

076

상 중 하

등식 $x^3 - 4x^2 + ax + b = (x-2)(x+1)(cx-3)$ 이 x 에 대한 항등식일 때, abc 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

077

상 중 하

모든 실수 x 에 대하여

$$(x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + (a+b)x^2 - 4ax + 1$$

이 성립할 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

078 교육청 기출

상중하

다항식 $Q(x)$ 에 대하여 등식

$$x^3 - 5x^2 + ax + 1 = (x-1)Q(x) - 1$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $Q(a)$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.)

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

04 조건을 만족시키는 항등식

중요도 ■ ■ ■

079

상중하

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (m+2)x - (m-3)a + b + 1 = 0$$

이 실수 m 의 값에 관계없이 항상 1을 근으로 가질 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

080

상중하

$x - y = 1$ 을 만족시키는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식 $x^2 + ax + by^2 + xy + 2 = 0$ 이 성립할 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

081

상중하

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 2(k+a+b)x + (k^2 + 2k + ac) = 0$$

이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때,

$a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 음이 아닌 정수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

082 내신 기출

상중하

$x+y=1, y-z=-1$ 일 때, x 의 값에 관계없이 등식

$$x^2 + y^2 - z^2 + xy - zx = ax^2 + bx + c$$

가 항상 성립한다. 이때 abc 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이다.)

05 항등식에서 항의 계수의 합

중요도 ■ ■ ■

083

상중하

등식 $(x^2 + 3x - 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$ 이 x 에 대한 항등식일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_6$ 은 상수이다.)

- (1) $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_6$
 (2) $a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_6$
 (3) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_6$
 (4) $(a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + (a_6 - a_5)$



084

상 중 하

임의의 실수 x 에 대하여 등식

$$(x^2 + kx - 1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$$

이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = -31$ 이다. 이때 실수 k 의 값은? (단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

085

상 중 하

x 의 값에 관계없이 등식

$$(2x^2 - x - 1)^5 = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + \dots + a_1x + a_0$$

이 항상 성립할 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값은?
(단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 상수이다.)

- ① 32 ② 16 ③ -8
- ④ -16 ⑤ -32

086

상 중 하

등식

$$(x^2 + 3x + 3)^4 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_8(x+1)^8$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8$ 의 값은?
(단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$ 은 상수이다.)

- ① 37 ② 38 ③ 39
- ④ 40 ⑤ 41

06

다항식의 나눗셈과 항등식

중요도 ■ ■ ■

087

상 중 하

다항식 $x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

088 (내신 기출)

상 중 하

다항식 $x^3 + ax^2 + b$ 를 $x^2 - x - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $5x + 6$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

089

상 중 하

다항식 $2x^3 + a$ 가 $x^2 - x + b$ 로 나누어떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

090 교육청 기출

상중하

x 에 대한 다항식 $x^5+ax^2+(a+1)x+2$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 6이다. $a+Q(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 33 ② 35 ③ 37
 ④ 39 ⑤ 41

07

나머지 정리
 - 일차식으로 나누었을 때의 나머지

중요도 ■ ■ ■

091 품셈 비법 ㉠ 교육청 기출

상중하

다항식 x^3+3x+9 를 $x+1$ 로 나눈 나머지는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

092

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 4일 때, 다항식 $(x+5)f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 22 ② 24 ③ 26
 ④ 28 ⑤ 30

093

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $x+3$ 이고 나머지가 5일 때, $f(x)$ 를 $x+4$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -14 ② -4 ③ 4
 ④ 14 ⑤ 54

094

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 3이고, 다항식 $g(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 -2일 때, 다항식 $2f(x)+3g(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

095

상중하

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -6이고, $2f(x)-g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 9일 때, 다항식 $f(x)g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -8 ② -7 ③ -6
 ④ -5 ⑤ -4



096 내신기출

상중하

세 다항식 $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $g(x) = -x^2 + 4$, $h(x)$ 에 대하여 등식

$$\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = (2x^2 + 2x - 7)h(x)$$

가 모든 실수 x 에 대하여 성립할 때, $h(x)$ 를 $x-5$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -9 ② -2 ③ 2
- ④ 7 ⑤ 11

08 나머지 정리

중요도 ■ ■ ■

- 일차식으로 나누었을 때의 미정계수 구하기

097 상중하

다항식 $f(x) = x^3 - ax^2 - 4x + 8$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지와 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

098 상중하

다항식 $x^3 + ax^2 - 2x + b$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 7이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 a 일 때, 이 다항식을 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -61 ② -23 ③ -19
- ④ 19 ⑤ 23

099 상중하

다항식 $f(x) = a(x+3)^3 + b(x+3)^2 + c(x+3) + d$ 를 $x-7$ 로 나누었을 때의 나머지가 1234일 때, $f(x)$ 를 $x+4$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(단, a, b, c, d 는 한 자리 자연수이다.)

100 교육청기출 상중하

최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $P(4)$ 의 값은?

- (가) $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 1이다.
- (나) $xP(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

101 교육청기출 상중하

두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $g(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지는?

- (가) $g(x) = x^2 f(x)$
- (나) $g(x) + (3x^2 + 4x)f(x) = x^3 + ax^2 + 2x + b$
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

09

나머지 정리

중요도 

- 이차식으로 나누었을 때의 나머지

102

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 1이고,
 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 7일 때, $f(x)$ 를
 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-x+5$ ② $x+5$ ③ $2x-5$
 ④ $2x+5$ ⑤ $3x+5$

103

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 3이고,
 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 1일 때,
 $(x^2+2x-1)f(x)$ 를 x^2-2x-3 으로 나누었을 때의 나
 머지는?

- ① $2x-4$ ② $2x+4$ ③ $4x+3$
 ④ $5x-1$ ⑤ $5x+1$

104 내신 기출

상중하

다항식 $f(x)$ 를 x^2-4x+3 으로 나누었을 때의 나머지가
 $5x-1$ 이고, x^2+5x+4 로 나누었을 때의 나머지가
 $x+7$ 이다. $f(x)$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지를
 $R(x)$ 라고 할 때, $R(-2)$ 의 값을 구하시오.

105

상중하

다항식 $f(x)=x-1$ 에 대하여 $\{f(x)\}^8$ 을 $f(x^2)$ 으로 나누
 었을 때의 나머지는?

- ① $128x+64$ ② $128x-128$
 ③ $-128x+64$ ④ $-128x+128$
 ⑤ $-128x+256$

10

나머지 정리

중요도 

- 삼차식으로 나누었을 때의 나머지

106

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지가
 $-5x+1$ 이고, $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지가
 $5x-1$ 일 때, $f(x)$ 를 $x(x+1)(x-2)$ 로 나누었을
 때의 나머지를 구하시오.

107

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가
 $x-5$ 이고, $(x-2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x+4$
 일 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-2)^2$ 으로 나누었을 때의 나머
 지를 구하시오.



108

상중하

다항식 $x^{12}-x^9+3x^5-1$ 을 x^3-x 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

109

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 11이고, x^2+x-1 로 나누었을 때의 나머지가 $x-6$ 이다. $f(x)$ 를 $(x-2)(x^2+x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

11

나머지 정리
- $f(ax+b)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지

중요도 ■ ■ ■

110

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $5x-1$ 일 때, 다항식 $f(3x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 27 ② 29 ③ 31
- ④ 33 ⑤ 35

111

내신기출

상중하

다항식 $f(x)$ 를 x^2-9 로 나누었을 때의 나머지가 $x+6$ 일 때, 다항식 $(x+2)f(x-1)$ 을 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 42 ② 48 ③ 54
- ④ 60 ⑤ 66

112

상중하

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)-g(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 4이고, $3f(x)-g(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 6일 때, 다항식 $f(2x-5)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

12

나머지 정리
- 몫을 다시 나누었을 때의 나머지

중요도 ■ ■ ■

113

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $(x+2)(x-5)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $2x-1$ 이다. $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -21 일 때, $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

114

상중하

다항식 $x^{10} + x^9 + x^2$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $xQ(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

115

상중하

다항식 $x^3 - 3x^2 + ax + 2$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 6이다. $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 b 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

116

내신 기출

상중하

다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 3이고, $Q(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 1이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 나머지가 $R(x)$ 일 때, $R(-6)$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

13

나머지 정리를 활용한 수의 나눗셈

중요도 ■ ■ ■

117

상중하

다음 물음에 답하시오.

- (1) $(x-1)^7$ 을 x 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.
- (2) (1)을 이용하여 59^7 을 60으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

118

교육청 기출

상중하

다음은 2022^{10} 을 505로 나누었을 때의 나머지를 구하는 과정이다.

다항식 $(4x+2)^{10}$ 을 x 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 하면
 $(4x+2)^{10} = xQ(x) + R$
 이다. 이때 $R = \boxed{\text{㉠}}$ 이다.
 등식 $(4x+2)^{10} = xQ(x) + \boxed{\text{㉠}}$ 에 $x=505$ 를 대입하면
 $2022^{10} = 505 \times Q(505) + \boxed{\text{㉠}}$
 $= 505 \times \{Q(505) + \boxed{\text{㉡}}\} + \boxed{\text{㉢}}$
 이다.
 따라서 2022^{10} 을 505로 나누었을 때의 나머지는 $\boxed{\text{㉢}}$ 이다.

위의 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라고 할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1038 ② 1040 ③ 1042
- ④ 1044 ⑤ 1046

119

$7^{29} + 7^{30}$ 을 6으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

상 중 하

120

$3^{100} + 3^{101} + 3^{102}$ 을 8로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

상 중 하

14 인수 정리 중요도 ■■■
 - 일차식으로 나누어떨어지는 경우

121

다항식 $f(x) = 4x^3 - x^2 + ax - 6$ 이 $x - 2$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -21 ② -18 ③ -15
- ④ -13 ⑤ -11

상 중 하

122 내신 기출

상 중 하

다항식 $f(x) = ax^3 - x^2 + bx - 2$ 가 $x + 1$, $x - 2$ 로 각각 나누어떨어질 때, $f(x)$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 24 ② 26 ③ 28
- ④ 30 ⑤ 32

123 교육청 기출

상 중 하

다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. $f(x + 2)$ 가 $x - 1$ 로 나누어떨어질 때, $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

124

상 중 하

x^3 의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 3$, $f(2) = 6$, $f(3) = 9$ 일 때, $f(x)$ 를 $x - 4$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 14 ② 16 ③ 18
- ④ 20 ⑤ 22

125 교육청 기출

상중하

이차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 와 일차항의 계수가 1인 일차다항식 $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 다항식 $P(x+1)-Q(x+1)$ 은 $x+1$ 로 나누어떨어진다.
 (나) 방정식 $P(x)-Q(x)=0$ 은 중근을 갖는다.

다항식 $P(x)+Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 12일 때, $P(2)$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

15

인수 정리
-이차식으로 나누어떨어지는 경우

중요도 ■■■**126**

상중하

다항식 $f(x)=x^3+ax^2-bx-3$ 이 x^2+4x+3 을 인수로 가질 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

127

상중하

다항식 $f(x)=x^3+ax^2-x+b$ 가 x^2-2x-3 으로 나누어떨어질 때, $f(x+6)$ 을 $x+4$ 로 나누었을 때의 나머지는? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 3

128

상중하

다항식 $f(x)=x^5-x^4+x^3-x^2+4$ 와 일차다항식 $g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 가 x^2-x-2 로 나누어떨어질 때, $g(-5)$ 의 값을 구하시오.

129 내신 기출

상중하

다항식 $f(x)+2$ 가 $(x+2)(x-6)$ 으로 나누어떨어질 때, 다항식 $f(2x-2)$ 를 x^2-4x 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -2 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

16

조립제법

중요도 ■■■**130**

상중하

다항식 $f(x)=8x^3-2x^2+ax+10$ 을 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 이고 나머지가 5일 때, $Q(2)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

131 교육청 기출

상 중 하

다음은 삼차다항식 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 11$ 을 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정의 일부를 나타낸 것이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & a & b & c & 11 \\ & & \square & \square & \square \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 5 \end{array}$$

$P(x)$ 를 $x - 4$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.
(단, a, b, c 는 상수이다.)

132

상 중 하

다음은 다항식 $f(x) = 4x^3 - x^2 + ax + 1$ 을 $4x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정이다. 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(5)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.)

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{4} & 4 & -1 & a & 1 \\ & & \square & \square & \square \\ \hline & \square & \square & \square & 2 \end{array}$$

- ① 24 ② 25 ③ 26
- ④ 27 ⑤ 28

17 조립제법과 항등식

중요도 ■ ■ ■

133

상 중 하

등식

$$\begin{aligned} 2x^3 - 5x^2 + x + 3 \\ = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d \end{aligned}$$

가 x 에 대한 항등식일 때, $a - b - c - d$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c, d 는 상수이다.)

134

상 중 하

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 + 2x + 5 \\ = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d \end{aligned}$$

가 성립할 때, $abcd$ 의 값은?

- ① 28 ② 14 ③ -14
- ④ -28 ⑤ -42

135

상 중 하

x 의 값에 관계없이 등식

$$\begin{aligned} -4x^3 + 3x^2 - x - 1 \\ = a(2x-1)^3 + b(2x-1)^2 + c(2x-1) + d \end{aligned}$$

가 항상 성립할 때, $ab + cd$ 의 값을 구하시오.



136

등식 $2x^4 + 5x^2 - x + a = (x-1)f(x)$ 가 x 의 값에 관계 없이 항상 성립할 때, $f(-1)$ 의 값을 구하시오.

(단, a 는 상수이다.)

137

다항식 $f(x) = x^3 - x^2 + x + 6$ 을 $x - a$ 로 나누었을 때의 나머지와 $x + a$ 로 나누었을 때의 나머지의 합이 8일 때, $f(x)$ 를 $x + a^2$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(단, a 는 상수이다.)

138

최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값을 구하시오.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2g(x) = (x^2 + 3x)f(x)$ 이다.
- (나) $g(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 5이다.

139

다항식 $f(x)$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

- (가) $f(1) = 3$
- (나) $f(x+2) = f(x) + 2x^2 - x + 1$

140

다항식 $2x^3 + ax + 6$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 3일 때, $Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

141

다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 - 3x - 4$ 에 대하여 $f(x+5)$ 가 $x + 4$ 로 나누어떨어질 때, $f(2x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오. (단, a 는 상수이다.)



142

모든 실수 x 에 대하여 다항식 $P(x)$ 가

$$\{P(x)-3\}^2=(x+2a)(x-3a)+25$$

를 만족시킬 때, 모든 $P(5)$ 의 값의 합은?

(단, a 는 실수이다.)

- ① 6 ② 9 ③ 12
 ④ 15 ⑤ 18

143 교육청 기출

두 자연수 a, b ($a < b$)와 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\begin{aligned} (x^2-x)(x^2-x+3)+k(x^2-x)+8 \\ = (x^2-x+a)(x^2-x+b) \end{aligned}$$

를 만족시키는 모든 상수 k 의 값의 합은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

144

n 차다항식

$$P_n(x)=(x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-n)$$

에 대하여

$$x^3-4x^2=a+bP_1(x)+cP_2(x)+dP_3(x)$$

는 x 에 대한 항등식이다. $abcd$ 의 값을 구하시오.

(단, n 은 자연수이고, a, b, c, d 는 상수이다.)

145 도전 1등급

모든 실수 x 에 대하여

$$(x^2-2x)^4+5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$$

이 성립할 때, $a_4-(a_5+a_7)$ 의 값은?

(단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$ 은 상수이다.)

- ① 36 ② 41 ③ 46
 ④ 51 ⑤ 56

146

짝수인 모든 자연수 n 에 대하여 다항식 $x^n(x^2+ax+b)$ 를 $(x+3)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $3^{n+1}(x+3)$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

147

두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 다음을 모두 만족시킨다.

- (가) $2f(x)+g(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 나머지는 $4x+3$ 이다.
 (나) $f(x)g(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 나머지는 $6x$ 이다.

다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, n 이 자연수일 때, $f(n), g(n)$ 은 모두 정수이다.)

- (보기)
 ㄱ. $2f(1)+g(1)=7$
 ㄴ. $f(1)g(1)+f(2)g(2)=18$
 ㄷ. $f(x)+2g(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 나머지는 $2x+6$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

148

다항식 $P(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $Q(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{Q(x)\}^2 + \{Q(x-2)\}^2 = (x^2+2x)P(x)$$

를 만족시킨다. $P(x)$ 를 $Q(x)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(1)$ 의 값은?

(단, 다항식 $Q(x)$ 의 계수는 실수이다.)

- ① 0 ② 36 ③ 72
 ④ 108 ⑤ 144

149

다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q_1(x)$, 나머지는 $a+1$ 이고, $(x-1)(x^2+x+1)$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q_2(x)$, 나머지는 x^2+x+b 이다. $Q_1(x)$ 를 x^2+x+1 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $R(a-b)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

150

이차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(2-x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 -4 이고, $xf(x)$ 는 $(x+1)(x-4)$ 로 나누어떨어진다. 다항식 $f(x-1)$ 을 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -8 ② -6 ③ -4
 ④ -2 ⑤ 2

151 도전 1등급 교육청 기출

최고차항의 계수가 1인 사차다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은?

- (가) $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지와 $f(x)$ 를 x^2-3 으로 나눈 나머지는 서로 같다.
 (나) $f(x+1)-5$ 는 x^2+x 로 나누어떨어진다.

- ① -9 ② -8 ③ -7
 ④ -6 ⑤ -5

152

다음은 다항식 ax^2+bx+c 를 $(x-m)(x-n)$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하는 과정이다. 나머지가 $6x-4$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이다.)

$$\begin{array}{r|l}
 m & a \quad b \quad c \\
 & \quad \square \quad \square \\
 n & 3 \quad 0 \quad 2 \\
 & \quad \square \\
 & 3 \quad 6
 \end{array}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

153

삼차식 $f(x)$ 에 대하여 다항식 $f(x)+1$ 은 $(x+1)^2$ 으로 나누어떨어지고, 다항식 $f(x)+9$ 는 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어진다. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 23 ② 25 ③ 27
 ④ 29 ⑤ 31

03 인수분해

1 인수분해

(1) 인수분해

하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타내는 것

$$x^2 + 5x + 6 \xrightleftharpoons[\text{전개}]{\text{인수분해}} (x+2)(x+3)$$

위와 같이 인수분해는 다항식의 전개 과정을 거꾸로 생각하면 된다.

참고 다항식을 인수분해할 때에는 일반적으로 계수가 유리수인 범위까지 인수분해한다. 예를 들어, $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$ 로 인수분해하지만 $x^2 - 2 = (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$ 로 인수분해하지 않는다.

(2) 인수분해 공식

- ① $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- ② $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- ③ $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
- ④ $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a+b+c)^2$
- ⑥ $\begin{cases} a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3 \\ a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3 \end{cases}$
- ⑦ $\begin{cases} a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{cases}$
- ⑧ $a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
- ⑨ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
 $= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$

참고 인수분해 공식은 곱셈 공식의 좌변과 우변을 바꾸어 놓은 것과 같다.

2 복잡한 식의 인수분해

(1) 공통부분이 있는 다항식의 인수분해

- ① 공통부분을 한 문자로 치환하여 인수분해한다.
- ② 공통부분이 바로 보이지 않을 때에는 공통부분이 생기도록 주어진 식을 변형한 다음 공통부분을 한 문자로 치환하여 인수분해한다.

(2) $x^4 + ax^2 + b$ 의 꼴의 다항식의 인수분해

- ① $x^2 = X$ 로 치환하여 $X^2 + aX + b$ 를 인수분해한다.
- ② 치환한 식 $X^2 + aX + b$ 가 인수분해되지 않는 경우에는 ax^2 을 분리하여 $(x^2 + p)^2 - (qx)^2$ 의 꼴로 변형하여 인수분해한다.

참고 $x^4 + ax^2 + b$ (a, b 는 상수)와 같이 차수가 짝수인 항과 상수항만으로 이루어진 다항식을 복이차식이라고 한다.

(3) 여러 개의 문자를 포함한 다항식의 인수분해

차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

참고 차수가 모두 같을 때에는 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

(4) 인수 정리를 이용한 다항식의 인수분해

$f(x)$ 가 삼차 이상의 다항식이면 다음과 같은 순서로 인수분해한다.

[1단계] $f(a) = 0$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구한다. 이때 a 의 값은 $\pm \frac{(\text{상수항의 약수})}{(\text{최고차항의 계수의 약수})}$ 중에서 찾을 수 있다.

[2단계] 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 몫 $Q(x)$ 를 구한 다음 $f(x) = (x-a)Q(x)$ 의 꼴로 나타낸다.

[3단계] $Q(x)$ 가 더 이상 인수분해되지 않을 때까지 인수분해한다.

문제를 풀 때 유용한 풍뎡 비법

1 () () () () + k의 꼴의 다항식의 인수분해

공통부분이 보이지 않는다고 무턱대고 전개하여 인수분해하지 않도록 한다.

다음과 같이 상수항의 합이 같아지도록 2개씩 묶어 전개하면 공통부분이 생기므로 이것을 한 문자로 치환하여 인수분해할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{상수항의 합: } 2+3=5 \\ & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + k = \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\} + k \\ & \text{상수항의 합: } 1+4=5 \qquad = (x^2+5x+4)(x^2+5x+6) + k \\ & \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{공통부분인 } x^2+5x \text{를 한 문자로 치환하여 인수분해한다.} \end{aligned}$$



01

인수분해 공식을 이용한 다항식의
인수분해

중요도 ■ ■ ■

154

상중하

다음 식을 인수분해하시오.

- (1) $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- (2) $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$
- (3) $a^3 + 27$
- (4) $125a^3 - 8b^3$

155

상중하

다음 중 $a^4 - a^3 + 8a - 8$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① $a - 1$ ② $a + 1$ ③ $a - 2$
- ④ $a^2 - 2a + 4$ ⑤ $a^2 + 2a + 4$

156

상중하

다음 중 옳은 것은?

- ① $x^3 - x^2 - 12x = x(x-3)(x+4)$
- ② $x^4 + 8x = x(x+2)(x^2 + 2x + 4)$
- ③ $x^4 + x^3 - 2x^2 = x^2(x+1)(x-2)$
- ④ $a^2 - (b-c)^2 = (a+b-c)(a-b-c)$
- ⑤ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x^2 + y^2)$

157

상중하

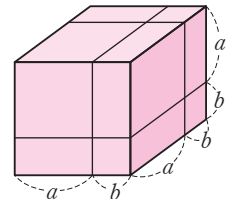
다항식 $x^3 + y^3 - 8z^3 + 6xyz$ 를 인수분해하면?

- ① $(x+y-2z)(x^2+y^2-4z^2-xy+2yz+2zx)$
- ② $(x+y-2z)(x^2+y^2+4z^2-xy+2yz+2zx)$
- ③ $(x+y-2z)(x^2+y^2+4z^2+xy-2yz-2zx)$
- ④ $(x+y+2z)(x^2+y^2-4z^2-xy+2yz+2zx)$
- ⑤ $(x+y+2z)(x^2+y^2+4z^2-xy-2yz-2zx)$

158

상중하

정육면체 모양의 나무토막을 오른쪽 그림과 같이 선을 따라 자르면 8조각으로 나누어진다. 다음 중 이것을 이용하여 유도할 수 있는 인수분해 공식은?



- ① $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$
- ② $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$
- ③ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- ④ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- ⑤ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
 $= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

159 내신 기출 상 중 하

다항식 $x^4 + 81y^4 + 3x^3y + 27xy^3$ 이
 $(x + ay)^2(x^2 + bxy + cy^2)$

으로 인수분해될 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -9 ② -3 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 9

02 공통부분이 있는 다항식의 인수분해 중요도 ■■■

160 내신 기출 상 중 하

다음 중 $(x^2 + x - 5)(x^2 + x - 9) - 21$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + 2$ ② $x + 4$ ③ $x - 1$
 ④ $x - 3$ ⑤ $x - 5$

161 상 중 하

다음 중 다항식 $(x^2 - 4x)^2 - 3x^2 + 12x - 10$ 의 인수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $x - 1$ ② $x + 5$ ③ $(x - 5)(x + 1)$
 ④ $x^2 - 4x + 2$ ⑤ $x^2 - 4x - 2$

162 상 중 하

다항식 $5(x + 3y)^2 - (x + 3y)(2x - y) - 6(2x - y)^2$ 이
 $-7(x - ay)(bx + cy)$

로 인수분해될 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값을 구하시오.

163 공생 비법 1 상 중 하

다항식 $(x - 1)(x - 3)(x + 3)(x + 5) + 35$ 가
 $(x + a)(x + b)f(x)$

로 인수분해될 때, $a + b + f(4)$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 22 ② 20 ③ 18
 ④ 16 ⑤ 14

03 $x^4 + ax^2 + b$ 의 꼴의 다항식의 인수분해 중요도 ■■■

164 교육청 기출 상 중 하

다항식 $x^4 - x^2 - 12$ 가
 $(x - a)(x + a)(x^2 + b)$

로 인수분해될 때, 두 양수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8



165

상중하

다음 중 다항식 $x^4 - 16x^2 + 36$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 + 2x - 9$ ② $x^2 + 2x + 6$
- ③ $x^2 + 2x + 9$ ④ $x^2 - 2x - 6$
- ⑤ $x^2 - 2x + 6$

166 내신기출

상중하

다항식 $x^4 + 64y^4$ 이 $(x^2 + axy + by^2)(x^2 - axy + by^2)$ 으로 인수분해될 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

167

상중하

다항식 $4x^4 - 8x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해하면

$$(2x^2 + axy + by^2)(cx^2 - 2xy + dy^2)$$

일 때, $abcd$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

04

문자가 여러 개인 다항식의 인수분해

중요도 ■ ■ ■

168

상중하

다음 중 $4x^2 + 11xy - 3y^2 + 3x - 4y - 1$ 의 인수인 것은?

- ① $x + 3y - 1$ ② $x - 3y + 1$
- ③ $4x + y + 1$ ④ $4x - y + 1$
- ⑤ $4x - y - 1$

169

상중하

다항식 $x^2 + xy - 2y^2 + x + 11y - 12$ 가

$$(x + ay + b)(x + cy + d)$$

로 인수분해될 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $ad - bc$ 의 값은? (단, $a < c$)

- ① -9 ② -7 ③ -5
- ④ -3 ⑤ -1

170

상중하

다항식 $a^2(b-c) - b^2(c-a) + c^2(a+b) - 2abc$ 를 인수분해하시오.

171

상중하

다항식 $x^2+2xy-8y^2+kx+2y+15$ 가 x, y 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 정수 k 의 값은?

- ① -4 ② -1 ③ 2
④ 5 ⑤ 8

172

상중하

세 양수 a, b, c 에 대하여 등식

$$a^3+a^2b+ab^2-c^3-bc^2-b^2c=0$$

이 항등식이 될 조건은?

- ① $a=b$ ② $a=c$ ③ $b=c$
④ $a=2b$ ⑤ $a=2c$

05

인수 정리를 이용한 다항식의 인수분해 중요도 ■■■

173

상중하

다항식 $f(x)=x^3+3x^2+ax-8$ 이 $x-2$ 를 인수로 가질 때, 이 다항식을 인수분해하시오. (단, a 는 상수이다.)

174

내신 기출

상중하

다항식 x^3+5x^2+5x-2 가 $(x+a)(x^2+bx+c)$ 로 인수분해될 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 6 ② 4 ③ -4
④ -6 ⑤ -8

175

상중하

다항식 $2x^3+ax^2+2x+3$ 이 $(x-1)(x-3)(bx+c)$ 로 인수분해될 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이다.)

176

교육청 기출

상중하

다항식 $2x^3-3x^2-12x-7$ 을 인수분해하면

$$(x+a)^2(bx+c)$$

일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① -6 ② -5 ③ -4
④ -3 ⑤ -2



177

상중하

다항식 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + (a+13)x - 15$ 가 계수가 모두 정수인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 다항식 $f(x)$ 로 가능한 것의 개수는? (단, a 는 상수이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

178

상중하

이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 $f(x)g(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 - 18x - 9$ 이다. $f(x)$ 와 $g(x)$ 모두 $x+a$ 로 나누어떨어질 때, $f(2)+g(2)$ 의 값을 구하시오.

06 계수가 대칭인 사차식의 인수분해 중요도 ■■■

179

상중하

다음 중 다항식 $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 + 3x - 1$ ② $x^2 - 3x - 1$
- ③ $x^2 + 4x - 1$ ④ $x^2 - 4x + 1$
- ⑤ $x^2 - 4x - 1$

180

상중하

다항식 $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1$ 을 인수분해하시오.

181

내신기출

상중하

다항식 $x^4 - x^3 - 10x^2 - x + 1$ 이 $(x^2 + ax + 1)(x^2 + bx + 1)$

로 인수분해될 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a > b$)

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

07 조건이 주어진 다항식의 인수분해 중요도 ■■■

182

상중하

$3a + b + 1 = 0$ 일 때, 다음 중 $1 - 9a^2 + 6ab - b^2$ 과 같은 것은?

- ① $12ab$ ② $10ab$ ③ $8ab$
- ④ $-8ab$ ⑤ $-10ab$

183

상중하

$x+4y-z=0$ 일 때, 다음 중 $3x^2+12xy+z^2$ 과 같은 것은?

- ① $4x(y+z)$ ② $4y(z+x)$ ③ $4z(x+y)$
- ④ $4xy(x+y)$ ⑤ $4yz(z+x)$

184

상중하

$2x^2+y+1=0$ 일 때, $1-4x^4+4x^2y-y^2=ax^2y$ 이다. 이 때 상수 a 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

08

인수분해를 이용한 삼각형의 모양 판단 중요도 ■■■

185

상중하

$a^3-a^2b-a^2c+ac^2-bc^2+abc=0$ 일 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인지 말하시오.

186

내신기출

상중하

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC에서

$$a^3+b^3+a^2b+ab^2-ac^2-bc^2=0$$

이 성립할 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ④ $a=b$ 인 이등변삼각형
- ⑤ $b=c$ 인 이등변삼각형

187

상중하

삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에

$$a^3+b^3+c^3=3abc$$

인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ② 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ③ $a=b$ 인 이등변삼각형
- ④ $b=c$ 인 이등변삼각형
- ⑤ 정삼각형

09

인수분해를 이용한 식의 값 구하기 중요도 ■■■

188

교육청기출

상중하

$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}, y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 일 때, x^2y+xy^2+x+y 의 값은?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$
- ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

189

상 중 하

$a+b+c=0$ 일 때, $\frac{a^3+b^3+c^3}{3abc}$ 의 값은? (단, $abc \neq 0$)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

190

상 중 하

$a-b=1, b+c=5, a-c=-2$ 일 때,
 $a^2b+a^2c-ab^2-ac^2+b^2c+bc^2-2abc$ 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ -8
- ④ -6 ⑤ -4

191 교육청 기출

상 중 하

두 자연수 a, b 에 대하여 $a^2b+2ab+a^2+2a+b+1$ 의 값이 245일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

10

인수분해를 이용한 복잡한 수의 계산

중요도

192

상 중 하

$\frac{11.5^3 - 11.5^2 \times 8.5 - 11.5 \times 8.5^2 + 8.5^3}{20}$ 의 값은?

- ① 1 ② 4 ③ 9
- ④ 16 ⑤ 25

193

내신 기출

상 중 하

$\sqrt{30 \times 31 \times 32 \times 33 + 1}$ 의 값은?

- ① 991 ② 981 ③ 971
- ④ 961 ⑤ 951

194

상 중 하

$100^3+9 \times 100^2+23 \times 100+15$ 가 서로 다른 세 자리 자연수 a, b, c 의 곱과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 308 ② 309 ③ 310
- ④ 311 ⑤ 312



195

다항식 $(x^2-x)(x^2-x+1)-6$ 이

$$(x+1)(x+a)(x^2+bx+c)$$

로 인수분해될 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값을 구하시오.

196

모든 실수 x 에 대하여

$$\begin{aligned} &(2x-1)(2x+1)(2x+3)(2x+5)+a \\ &= (4x^2+bx+c)^2 \end{aligned}$$

이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이다.)

197

다항식 x^4-x^2+16 이 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+b)$ 로 인수분해될 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하시오. (단, $a > c$)

198

삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c 사이에

$$a^4+(b+c)^2(b^2+c^2)=2(b^2+c^2+bc)a^2$$

이 성립할 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 구하시오.

199

$a-c=1+\sqrt{3}$, $c-b=1-\sqrt{3}$ 일 때,

$a^2(c-b)+b^2(a-c)+c^2(b-a)$ 의 값을 구하시오.

200

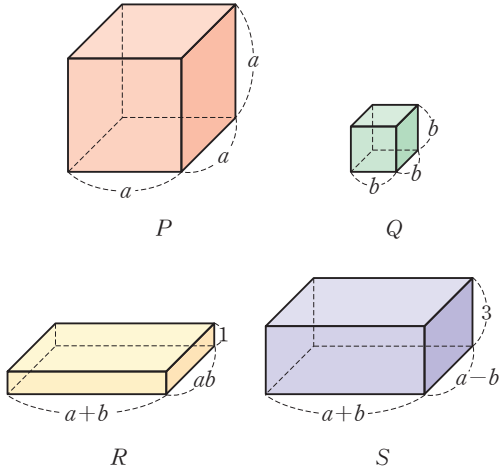
다항식 $f(x)=x^3-7x^2-17x-9$ 일 때, $f(79)$ 는 m 자리 자연수이다. 자연수 $f(79)$ 의 모든 자리의 숫자의 합을 n 이라고 할 때, $m+n$ 의 값을 구하시오.



201

다음 그림과 같이 2개의 정육면체와 2개의 직육면체가 있다. 2개의 정육면체 P , Q 의 부피의 합과 2개의 직육면체 R , S 의 부피의 합이 같을 때, $a-b$ 의 값은?

(단, $a \neq b$)



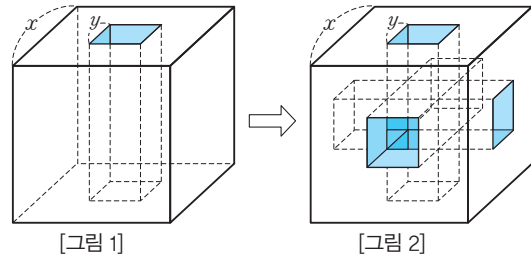
- ① 2 ② 3
③ 4
④ 5 ⑤ 6

202

다항식 $(x^2+5x+6)(x^2-3x+2)+3$ 을 인수분해하면 이차항의 계수가 1인 두 이차식 $f(x)$, $g(x)$ 의 곱으로 인수분해된다. 이때 $f(1)+g(2)$ 의 값을 구하시오.

203 교육청 기술

한 모서리의 길이가 x 인 정육면체 모양의 나무토막이 있다. [그림 1]과 같이 이 나무토막의 윗면의 중앙에서 한 변의 길이가 y 인 정사각형 모양으로 아랫면의 중앙까지 구멍을 뚫었다. 구멍은 정사각기둥 모양이고, 각 모서리는 처음 정육면체의 모서리와 평행하다. 이와 같은 방법으로 각 면에서 구멍을 뚫어 [그림 2]와 같은 입체를 얻었다.



이때 [그림 2]의 입체의 부피를 x, y 로 나타낸 것은?

- ① $(x-y)^2(x+2y)$ ② $(x-y)(x+2y)^2$
③ $(x+y)^2(x-2y)$ ④ $(x+y)(x-2y)^2$
⑤ $(x+y)^2(x+2y)$

204

삼차다항식 $f(x)$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, $f(x)$ 를 인수분해하시오.

- (가) $(x-3)f(x+1)=xf(x)$
(나) $f(x)$ 를 x^2-3x+3 으로 나눈 나머지는 $x-3$ 이다.

205

다항식 $f(x)$ 에 대하여 다항식 x^4+5x^2+9 가 $f(x)f(x-1)$ 로 인수분해될 때, 모든 $f(2)$ 의 값의 곱은?

- ① -81 ② -9 ③ 3
 ④ 9 ⑤ 81

206 도전! | 등급

모든 계수와 상수항이 정수인 이차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 다음을 모두 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \text{(가)} & P(x) - Q(x) = 5 \\ \text{(나)} & \{P(x)\}^3 - \{Q(x)\}^3 \\ & = 15x^4 + 60x^3 + 45x^2 - 30x + 35 \end{aligned}$$

$P(x)$ 의 상수항이 양수일 때, $P(0)+Q(2)$ 의 최댓값을 구하시오.

207

자연수 n 에 대하여 두 소수 p, q 가

$$p = n^4 - 8n^2 + 4, \quad q = n^3 - n^2 + 3n - 10$$

일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

208 교육청 기출

일차식 $f(x)$ 에 대하여 다항식 $x^3+1-f(x)$ 가

$$(x+1)(x+a)^2$$

으로 인수분해될 때, $f(7)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

209

세 변의 길이 a, b, c 가 모두 자연수인 삼각형에서

$$a^3 + (3b-4)a^2 + (3b^2-8b)a + b^2(b-4) = 0$$

이 성립할 때, 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

210 도전! **1등급**

삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c 가

$$2a + 6b = 5c,$$

$$(b+c)a^2 + (c^2+bc)a - b^3 - 2b^2c - bc^2 = 0$$

을 만족시킨다. 삼각형 ABC의 넓이가 60일 때, 이 삼각형의 둘레의 길이는?

- ① $10\sqrt{5}$ ② $14\sqrt{5}$ ③ $18\sqrt{5}$
- ④ $22\sqrt{5}$ ⑤ $26\sqrt{5}$

211

자연수 n 에 대하여 $\frac{n^3+2n^2+2n-20}{n^2+2n-8}$ 의 값이 자연수가 되게 하는 n 의 값은? (단, $n > 1$)

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

212

$\frac{2025^4 - 2 \times 2025^2 - 3 \times 2023 - 8}{2025^3 - 2025^2 - 2027}$ 의 값은?

- ① 2024 ② 2025 ③ 2026
- ④ 2027 ⑤ 2028

213

$\sqrt{\frac{19^4 + 3 \times 19^3 - 3 \times 19^2 - 11 \times 19 - 6}{N}}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 N 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

II

방정식과 부등식

04. 복소수 | 050 05. 이차방정식 | 065 06. 이차방정식과 이차함수 | 084
07. 여러 가지 방정식 | 099 08. 일차부등식 | 118 09. 이차부등식 | 131
-

04 복소수

1 복소수

(1) 허수단위 i

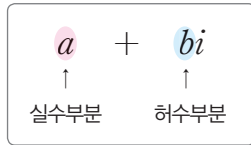
제공하여 -1 이 되는 수를 허수단위라고 하며, 기호 i 로 나타낸다. 즉,

$$i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$$

참고 허수단위 i 는 허수를 뜻하는 imaginary number의 첫 글자이다.

(2) 복소수

실수 a , b 에 대하여 $a+bi$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수를 복소수라 하고, a 를 이 복소수의 실수부분, b 를 이 복소수의 허수부분이라고 한다.



예 $2-i$ 의 실수부분은 2 , 허수부분은 -1 이고, $-5i$ 의 실수부분은 0 , 허수부분은 -5 이다.

(3) 복소수의 분류

① 복소수 $a+bi$ (a, b 는 실수)에서 실수가 아닌 복소수 $a+bi$ ($b \neq 0$)를 허수라 하고, 특히 실수부분이 0 인 허수 bi ($b \neq 0$)를 순허수라고 한다.

참고 허수에서는 대소 관계가 존재하지 않는다.

② 복소수의 분류

$$\text{복소수 } a+bi \text{ (} a, b \text{는 실수)} \begin{cases} \text{실수 } a & (b=0) \\ \text{허수 } a+bi & (b \neq 0) \end{cases}$$

예 $-3, 2+\sqrt{3}$ 은 모두 실수이고, $2i, 3-i$ 는 모두 허수이다.

참고 (1) $0i=0$ 으로 정하면 실수 $a=a+0=a+0i$ 로 나타낼 수 있으므로 실수도 복소수이다.

(2) 복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여

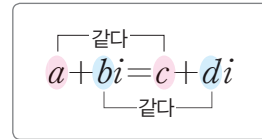
- ① z 가 실수이면 $b=0$ 이다.
- ② z 가 허수이면 $b \neq 0$ 이다.

2 복소수가 서로 같을 조건

두 복소수에서 실수부분은 실수부분끼리, 허수부분은 허수부분끼리 서로 같을 때, 두 복소수는 서로 같다고 한다.

(1) a, b, c, d 가 실수일 때, 두 복소수 $a+bi, c+di$ 에 대하여

- ① $a=c, b=d$ 이면 $a+bi=c+di$
- ② $a+bi=c+di$ 이면 $a=c, b=d$



예 a, b 가 실수일 때, $a+bi=5-3i$ 이면 $a=5, b=-3$

(2) a, b 가 실수일 때, 복소수 $a+bi$ 에 대하여

- ① $a=0, b=0$ 이면 $a+bi=0$
- ② $a+bi=0$ 이면 $a=0, b=0$

3 켈레복소수

복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 허수부분의 부호를 바꾼 복소수 $a-bi$ 를 $a+bi$ 의 켈레복소수라고 하며, 기호 \bar{z} 로 나타낸다. 즉,

$$\bar{z} = \overline{a+bi} = a-bi$$

부호가 바뀐다.

예 $\overline{2-3i}=2+3i, \overline{2i}=-2i, \overline{1}=1$

참고 a, b 가 실수일 때, $\overline{a-bi}=a+bi$ 이므로 두 복소수 $a+bi, a-bi$ 는 서로 켈레복소수이다.

문제를 풀 때 유용한 **풍생 비법**

① 복소수 z 와 그 켈레복소수 \bar{z} 에 대하여

- (1) $(\bar{\bar{z}})=z \Rightarrow$ 어떤 복소수의 켈레복소수의 켈레복소수는 자기 자신이다.
- (2) $\bar{z}=z$ 이면 z 는 실수 \Rightarrow 복소수와 그 켈레복소수가 같으면 그 복소수는 실수이다.
- (3) $\bar{z}=-z$ 이면 z 는 0 또는 순허수 \Rightarrow 복소수와 그 켈레복소수의 부호가 서로 다르면 그 복소수는 0 또는 순허수이다.

4 복소수의 사칙연산

(1) 복소수의 사칙연산

a, b, c, d 가 실수일 때

- ① 덧셈: $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$
- ② 뺄셈: $(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$
- ③ 곱셈: $(a+bi) \times (c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$
- ④ 나눗셈: $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ (단, $c+di \neq 0$)

참고 분모에 허수가 있으면 분모의 켈레복소수를 분모, 분자에 각각 곱하여 분모를 실수로 고친다.

$$\begin{aligned} \frac{a+bi}{c+di} &= \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} \\ &= \frac{ac+bd+(bc-ad)i}{c^2+d^2} \\ &= \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i \end{aligned}$$

(2) 복소수의 덧셈과 곱셈에 대한 성질

세 복소수 z_1, z_2, z_3 에 대하여

- ① 교환법칙: $z_1+z_2=z_2+z_1, z_1z_2=z_2z_1$
- ② 결합법칙: $(z_1+z_2)+z_3=z_1+(z_2+z_3),$
 $(z_1z_2)z_3=z_1(z_2z_3)$
- ③ 분배법칙: $z_1(z_2+z_3)=z_1z_2+z_1z_3,$
 $(z_1+z_2)z_3=z_1z_3+z_2z_3$

참고 복소수의 덧셈에서 결합법칙이 성립하므로 $(z_1+z_2)+z_3$ 과 $z_1+(z_2+z_3)$ 은 괄호를 생략하여 $z_1+z_2+z_3$ 으로 나타내기도 한다. 또, 복소수의 곱셈에서 결합법칙이 성립하므로 $(z_1z_2)z_3$ 과 $z_1(z_2z_3)$ 은 괄호를 생략하여 $z_1z_2z_3$ 으로 나타내기도 한다.

(3) 켈레복소수의 성질

두 복소수 z_1, z_2 의 켈레복소수를 각각 \bar{z}_1, \bar{z}_2 라고 하면

- ① $z_1+\bar{z}_1=(\text{실수}), z_1z_1=(\text{실수})$
- ② $\overline{z_1+z_2}=\bar{z}_1+\bar{z}_2, \overline{z_1-z_2}=\bar{z}_1-\bar{z}_2$
- ③ $\overline{z_1z_2}=\bar{z}_1 \times \bar{z}_2, \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$ (단, $z_2 \neq 0$)

5 음수의 제곱근

(1) 음수의 제곱근

$a > 0$ 일 때

- ① $\sqrt{-a} = \sqrt{ai}$
- ② $-a$ 의 제곱근은 \sqrt{ai} 와 $-\sqrt{ai}$ 이다.

예 $\sqrt{-2} = \sqrt{2i}, \sqrt{-4} = \sqrt{4i} = 2i$

참고 \sqrt{ai} 와 $-\sqrt{ai}$ 를 간단히 $\pm\sqrt{ai}$ 로 나타내기도 한다.

(2) 음수의 제곱근의 성질

- ① $a < 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$
 $a < 0, b < 0$ 이외의 경우에는 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- ② $a > 0, b < 0$ 일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$
 $a > 0, b < 0$ 이외의 경우에는 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ (단, $b \neq 0$)

예 $\sqrt{-3}\sqrt{-2} = \sqrt{3i} \times \sqrt{2i} = \sqrt{6i^2} = -\sqrt{6}$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3i}} = \frac{\sqrt{2}i}{\sqrt{3i^2}} = \frac{\sqrt{2}i}{-\sqrt{3}} = -\sqrt{\frac{2}{3}}i = -\sqrt{\frac{2}{-3}}$$

참고 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여

- ① $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이면 $a < 0, b < 0$
- ② $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이면 $a > 0, b < 0$

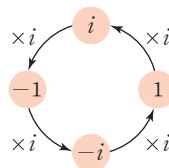
문제를 풀 때 유용한 **공식 비법**

2 i 의 거듭제곱

i^n (n 은 자연수의 값은 $i, -1, -i, 1$ 이 반복되어 나타난다.)

$\Rightarrow i^n$ 의 값은 n 을 4로 나누었을 때의 나머지가 같으면 그 값이 같다.

$$\Rightarrow \begin{cases} i^{4n} = 1 \\ i^{4n+1} = i \\ i^{4n+2} = i^2 = -1 \\ i^{4n+3} = i^3 = -i \end{cases} \quad (\text{단, } n \text{은 자연수이다.})$$



01 복소수의 뜻과 분류 중요도 ■ ■ ■

214 상중하

- 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
- ① $\sqrt{3}i^2$ 은 허수이다.
 - ② $\sqrt{5}i$ 의 실수부분은 0, 허수부분은 $\sqrt{5}i$ 이다.
 - ③ 0은 복소수가 아니다.
 - ④ $4i+i^2$ 의 실수부분은 -1 , 허수부분은 4이다.
 - ⑤ 무리수는 모두 허수가 아니다.

215 상중하

다음 복소수 중 허수의 개수를 구하시오.

$-3i, \quad i^2, \quad 25, \quad 1-\pi, \quad \sqrt{10}+4, \quad 6+2i$

02 복소수의 사칙연산 중요도 ■ ■ ■

216 상중하

- $(1+2i)(1-3i)$ 를 $a+bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값은?
- ① -7 ② -6 ③ 6
 - ④ 7 ⑤ 8

217 내신기출 상중하

$(4+i)(1+2i) + \frac{25i}{4+3i}$ 의 값은?

- ① $-5-13i$ ② $-5+13i$ ③ 5
- ④ $5-13i$ ⑤ $5+13i$

218 교육청기출 상중하

두 복소수 $x = \frac{1-i}{1+i}, y = \frac{1+i}{1-i}$ 에 대하여 $x+y$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $-4i$ ② $2i$ ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

219 상중하

두 복소수 $z_1 = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2, z_2 = \frac{2}{1-i}$ 에 대하여 $z_1 z_2$ 의 실수부분을 a , 허수부분을 b 라고 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

03 복소수가 주어질 때의 식의 값 구하기 중요도 ■■■

220 상중하

$x=1-2i$ 일 때, $x^3-2x^2+5x-10$ 의 값은?

- ① -18 ② -16 ③ -14
④ -12 ⑤ -10

221 상중하

$x=\frac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^3-6x^2+5$ 의 값은?

- ① $2-\sqrt{2}i$ ② $4-\sqrt{2}i$ ③ $6-\sqrt{2}i$
④ $6+\sqrt{2}i$ ⑤ $8-\sqrt{2}i$

222 (내신 기출) 상중하

$x=\frac{i}{1+3i}$ 일 때, $20x^4-12x^3+2x^2-x+\frac{13}{10}$ 의 값은?

- ① $1+\frac{i}{10}$ ② $1-\frac{i}{10}$ ③ $-1+\frac{i}{10}$
④ $-1-\frac{i}{10}$ ⑤ $-10+i$

223 상중하

$x^2=\frac{17}{1-4i}$ 일 때, $x^4+x^3-6x^2-2x+\frac{17}{x}$ 의 값은?

- ① $-23-16i$ ② $-21+16i$ ③ $-21-16i$
④ $-19-19i$ ⑤ $-19+19i$

04 켈레복소수가 주어질 때의 식의 값 구하기 중요도 ■■■

224 상중하

$x=4+i, y=4-i$ 일 때, $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}$ 의 값은?

- ① $\frac{15}{17}$ ② $\frac{20}{17}$ ③ $\frac{25}{17}$
④ $\frac{30}{17}$ ⑤ $\frac{35}{17}$

225 (내신 기출) 상중하

$x=2-i, y=2+i$ 일 때, $2x^2+2y^2-x^3y-xy^3$ 의 값을 구하시오.

226 상중하

$x=\frac{17}{1-4i}, y=\frac{17}{1+4i}$ 일 때, x^3+y^3-x-y 의 값은?

- ① -96 ② -62 ③ -48
④ 62 ⑤ 96

05 복소수 z^2 이 실수가 되는 조건 중요도 ■■■

227 상 중 하

복소수 $z=3-x+(4+2x)i$ 에 대하여 z^2 이 양의 실수가 되도록 하는 실수 x 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

228 상 중 하

복소수 $z=1+3i-x(1-2i)$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수가 될 때, $\frac{z}{2-i}$ 의 값은? (단, x 는 실수이다.)

- ① $-1-2i$ ② $-1+2i$ ③ $1-2i$
④ $2-i$ ⑤ $2+i$

229 교육청 기출 상 중 하

복소수 $(a^2+3a+2)+(a^2+2a)i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이때 실수 a 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

230 내신 기출 상 중 하

복소수 $z=a(a+i)-5a+4-3i$ 에 대하여 z^2 이 실수가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 7 ⑤ 8

06 복소수가 서로 같을 조건 중요도 ■■■

231 교육청 기출 상 중 하

복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 등식

$$2z+\bar{z}=3+5i$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

232 내신 기출 상 중 하

등식 $\frac{40i}{6+ai}=1+b+6i$ 를 만족시키는 양의 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

233

상중하

복소수 z 에 대하여 $z^2=2+i$ 이고 $z^4+3z^2-ai=b+2i$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① 35 ② 36 ③ 40
- ④ 45 ⑤ 54

234

상중하

세 실수 a, x, y 에 대하여 $\frac{a+i}{a-i}=x+yi$ 가 성립할 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

235

상중하

$f(x)=x^2+ax+b$ 에 대하여 $f(1-i)=0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

07

켈레복소수의 성질

중요도 ■ ■ ■

236

상중하

복소수 z 와 그 켈레복소수 \bar{z} 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $z+\bar{z}$ 는 허수이다.
- ② $z-\bar{z}$ 는 실수이다.
- ③ $z^2+\bar{z}^2=0$ 이다.
- ④ $z\bar{z}=0$ 이면 $z=0$ 이다.
- ⑤ $z \neq 0$ 이고 $\frac{z}{\bar{z}}=-1$ 이면 z 는 순허수이다.

237

상중하

복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 0이 아닌 실수)에 대하여 $\bar{z}=iz$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $z+\bar{z}=2a$ ② $z=-i\bar{z}$ ③ $z-\bar{z}=2ai$
- ④ $z\bar{z}=2a^2$ ⑤ $\frac{\bar{z}}{z}-\frac{z}{\bar{z}}=2i$

238

상중하

복소수 z 에 대하여 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

(보기)

- ㄱ. $z^2-z\bar{z}+\bar{z}^2$ 은 실수이다.
- ㄴ. $\frac{\bar{z}}{z}=-i$ 이면 $z^2+\bar{z}^2=0$ 이다.
- ㄷ. $\frac{1}{z}+\frac{1}{\bar{z}}$ 은 순허수이다. (단, $z \neq 0$)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



08 켈레복소수의 성질을 이용한 계산 중요도 ■■■

239 상중하
 $\alpha=5-2i, \beta=1+3i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha}+\bar{\alpha}\beta+\alpha\bar{\beta}+\beta\bar{\beta}$ 의 값은?
 (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

① 35 ② 36 ③ 37
 ④ 38 ⑤ 39

240 상중하
 복소수 z 에 대하여 $iz=-\bar{z}$ 일 때, $\left(\frac{\bar{z}}{z}-\frac{z}{\bar{z}}\right)^2$ 의 값은?
 (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

241 상중하
 두 복소수 α, β 에 대하여
 $\bar{\alpha}-\bar{\beta}=4+i, \bar{\alpha}\bar{\beta}=2-5i$
 일 때, $(\alpha+2)(\beta-2)=x+yi$ 이다. 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?
 (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

242 풍생 비법 ① 교육청 기출 상중하

복소수 $z=x^2-(5-i)x+4-2i$ 에 대하여
 $\bar{z}=-z$
 를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합은?
 (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

243 내신 기출 상중하

세 복소수 α, β, γ 에 대하여
 $a\bar{a}=\beta\bar{\beta}=\gamma\bar{\gamma}=3, \alpha+\beta+\gamma=5-i$
 가 성립할 때, $\alpha\bar{\beta}+\beta\bar{\gamma}+\gamma\bar{\alpha}+\bar{\alpha}\beta+\bar{\beta}\gamma+\bar{\gamma}\alpha$ 의 값은?
 (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

① 16 ② 17 ③ 18
 ④ 19 ⑤ 20

09 조건을 만족시키는 복소수 구하기 중요도 ■■■

244 상중하
 $(2-i)\bar{z}+4iz=1+7i$ 를 만족시키는 복소수 z 에 대하여 $z+\bar{z}$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

① -2 ② 2 ③ 4
 ④ 6 ⑤ 8

245

상중하

복소수 z 가 등식 $5(z+\bar{z})-2(z-\bar{z})=10-16i$ 를 만족시킬 때, $z\bar{z}$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 15 ② 16 ③ 17
④ 18 ⑤ 19

246 교육청 기출

상중하

실수부분이 1인 복소수 z 에 대하여 $\frac{z}{2+i} + \frac{\bar{z}}{2-i} = 2$ 일

때, $z\bar{z}$ 의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

247

상중하

$z+\bar{z}=6$, $z\bar{z}=25$ 를 만족시키는 복소수 z 의 실수부분을 x , 허수부분을 y 라고 할 때, x^2-y^2 의 값은?

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 7 ② 6 ③ -3
④ -6 ⑤ -7

248

상중하

실수부분과 허수부분이 0이 아닌 복소수 z 가 $\bar{z} = \frac{z^2}{6i}$ 을

만족시킬 때, $\left(\frac{z-3i}{i}\right)^2$ 의 값은?

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① -27 ② -18 ③ 9
④ 18 ⑤ 27

249 내신 기출

상중하

0이 아닌 복소수 z 에 대하여

$$\frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} = -2, \quad z + z^2 + z^3 = -4 + 6i$$

일 때, $z^2 + \bar{z}^2$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① -8 ② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 8

10 허수단위 i 의 거듭제곱

중요도 ■■■

250 풍샘 비법

상중하

$i+i^2+i^3+\dots+i^{1000}$ 을 간단히 하면?

- ① $-i$ ② i ③ -1
④ 0 ⑤ 1



251

상 중 하

$i^3+i^6+i^9+\dots+i^{66}$ 을 간단히 하면?

- ① i ② $1-i$ ③ $-1-i$
- ④ $-i$ ⑤ 0

252 내신 기출

상 중 하

$i+2i^2+3i^3+4i^4+\dots+40i^{40}=a+bi$ 일 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① 36 ② 38 ③ 40
- ④ 42 ⑤ 44

253

상 중 하

한 자리 자연수 m, n 에 대하여 $i^m - (-i)^n = 2$ 를 만족시키는 m, n 의 순서쌍 (m, n) 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

254

상 중 하

한 자리 자연수 m, n 에 대하여 $(1+i)\{i^m+(-i)^n\}$ 의 값이 양의 실수가 될 때, 다음 중 $m+n$ 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 7 ② 9 ③ 13
- ④ 15 ⑤ 18

11 복소수의 거듭제곱

중요도 ■■■

255

상 중 하

$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ 을 간단히 하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

256 교육청 기출

상 중 하

$z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^8 + z^{12}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① $-2i$ ② -2 ③ 0
- ④ $2i$ ⑤ 2

257 내신 기출

상 중 하

복소수 $z = \left(\frac{i-1}{\sqrt{2}i}\right)^2$ 에 대하여

$$z + z^2 + z^3 + \dots + z^{206} = a + bi$$

일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.)

258

상 중 하

복소수 z 에 대하여 $iz = \sqrt{2}$ 일 때

$$z + z^2 + z^3 + \dots + z^7 = a + bi$$

이다. 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① $-30\sqrt{2}$ ② $-25\sqrt{2}$ ③ $-20\sqrt{2}$
 ④ $-15\sqrt{2}$ ⑤ $-10\sqrt{2}$

259

상 중 하

복소수 $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $f(n) = z^n$ 이라고 할 때,

다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, n 은 자연수이다.)

(보기)

ㄱ. $f(1) + f(2) = -1$

ㄴ. $f(3) \times f(6) = 1$

ㄷ. $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(30) = 0$

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12 음수의 제곱근

중요도

260

상 중 하

다음 중 계산이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = 3$ ② $\sqrt{-2}\sqrt{7} = \sqrt{14}i$
 ③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-27}} = \frac{1}{3}i$ ④ $\frac{\sqrt{-15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{3}i$
 ⑤ $\frac{\sqrt{-20}}{\sqrt{-10}} = -\sqrt{2}$

261

상 중 하

$\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{-5}} + \frac{\sqrt{-64}}{\sqrt{-2}} + \sqrt{-4}\sqrt{-8} = a + bi$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오.

262

상 중 하

$\sqrt{16}\sqrt{-1} + \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{-5}} - \frac{2 - \sqrt{-4}}{2 + \sqrt{-4}}$ 의 값은?

- ① $3i$ ② $2i$ ③ 0
 ④ $-2i$ ⑤ $-3i$

263

상중하

복소수 $z = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-2}(\sqrt{-3} + \sqrt{3})}$ 에 대하여 $z^2 - \bar{z}^2$ 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $-4i$ ② $-2i$ ③ $2i$
④ $4i$ ⑤ $8i$

264

상중하

$0 < a < 1$ 일 때,

$$\sqrt{-a}\sqrt{-a} + \sqrt{\frac{(a-1)^2}{1-a}}\sqrt{1-a} - |2a-7|$$

을 간단히 하시오.

13 음수의 제곱근의 성질

중요도 ■■■

265 (내신 기출)

상중하

0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ ② $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$
③ $\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ④ $\sqrt{-a}\sqrt{-b} = -\sqrt{ab}$
⑤ $\sqrt{-a}\sqrt{b} = -\sqrt{-ab}$

266

상중하

실수 a 에 대하여

$$\sqrt{a-7}\sqrt{2-a} = -\sqrt{(a-7)(2-a)}$$

일 때, $\sqrt{(a-8)^2} - \sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $2a+8$ ② $-2a+8$ ③ $-2a-8$
④ 8 ⑤ -8

267

상중하

0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음

(보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$
ㄴ. $\sqrt{-a}\sqrt{-b} = \sqrt{ab}$
ㄷ. $\frac{ab}{\sqrt{a^2b}} = \sqrt{b}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

268

상중하

0이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}, \sqrt{a}\sqrt{c} = -\sqrt{ac}$$

일 때, $|b-a| + \sqrt{c^2} + |c-b|$ 를 간단히 하면?

- ① $-a$ ② $-a+2b$
③ $a-2c$ ④ $-a-2c$
⑤ $-a+2b-2c$



269

두 복소수

$$\alpha = (1+4i)x + 8i - 5y, \beta = (3-2i)x - i + 4y$$

에 대하여 α^2 이 양의 실수, β^2 이 음의 실수가 될 때, xy 의 값을 구하시오. (단, x, y 는 실수이다.)

270

두 복소수 α, β 에 대하여

$$\alpha + \beta = 1 - 2i, \overline{\alpha^2} - \overline{\beta^2} = -4 + 7i$$

일 때, $4\alpha\beta \times \overline{\alpha\beta}$ 의 값을 구하시오.

(단, $\overline{\alpha^2}, \overline{\beta^2}, \overline{\alpha\beta}$ 는 각각 $\alpha^2, \beta^2, \alpha\beta$ 의 켈레복소수이다.)

271

복소수 z 가 $z^2 = 3 + 2i$ 를 만족시킬 때, $z\overline{z}$ 의 값을 구하시오. (단, \overline{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

272

다음 식의 값을 구하시오.

$$(i+i^2) + (i^2+i^3) + (i^3+i^4) + \dots + (i^{101}+i^{102})$$

273

복소수 $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ 에 대하여 $z^n = -1$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

274

100 이하의 자연수 n 에 대하여

$$(1-i)^{2n} = 2^n i$$

를 만족시키는 모든 n 의 개수를 구하시오.



275

두 복소수 α, β 에 대하여

$$\alpha \Delta \beta = \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} \quad (\alpha \neq \beta, \alpha \neq 0, \beta \neq 0)$$

로 정의할 때, $(2 + \sqrt{3}i) \Delta (2 - \sqrt{3}i)$ 를 간단히 하면?

- ① $-\frac{4}{7}$ ② $-\frac{2}{7}$ ③ 0
 ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{4}{7}$

276 교육청 기출

5 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 복소수 z 를

$$z = (m - n) + (m + n - 4)i$$

라고 하자. z^2 이 실수가 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 5 ② 7 ③ 9
 ④ 11 ⑤ 13

277

z, w 가 순허수가 아닌 허수일 때, 다음 (보기)에서 항상 실수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, \bar{z}, \bar{w} 는 각각 z, w 의 켈레복소수이고, $w\bar{w} \neq 1$ 이다.)

(보기)

- | | |
|-----------------------------|---|
| ㄱ. $z^2 + \bar{z}^2$ | ㄴ. $zw - \bar{z}\bar{w}$ |
| ㄷ. $\frac{z - \bar{z}}{4i}$ | ㄹ. $\frac{z\bar{w} - \bar{z}w}{w\bar{w} - 1}$ |

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

278

복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 0이 아닌 실수)에 대하여 $z^2 - 2z$ 가 실수일 때, 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

(보기)

- | |
|---|
| ㄱ. $z^2 - 2z - \overline{z^2 - 2z} = 0$ |
| ㄴ. $z = \frac{1}{\bar{z}}$ |
| ㄷ. $z^2 - 2z \geq -1$ |

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

279

실수가 아닌 복소수 z 에 대하여

$$z\bar{z} - \frac{\bar{z}}{z} = 2$$

일 때, $z^2 + \bar{z}^2$ 의 값을 구하시오.

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

280

0이 아닌 복소수 z 에 대하여

$$\frac{3z - \bar{z}}{z\bar{z}} = 2 - 2i$$

가 성립할 때, 복소수 z 를 구하시오.

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

281

두 복소수 z, w 에 대하여 $z^2 = 3 + 4i$, $w = a + bi$ 일 때,
 $z^4 - 6z^2 + 30 = zw$ 이다. 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값
 은?

- ① 3 ② 5 ③ 7
 ④ 9 ⑤ 11

282

등식

$$(i + i^2 + i^3) + (i^2 + i^3 + i^4) + (i^3 + i^4 + i^5) \\ + \dots + (i^{78} + i^{79} + i^{80}) = a + bi$$

를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오.

283

100 이하의 두 자연수 m, n 에 대하여 등식

$$-i^n + i^{n+m} + i^{3n} - i^{n+8m} = 0$$

이 성립할 때, $m + n$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 204 ② 205 ③ 206
 ④ 207 ⑤ 208

284

두 복소수 $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$, $z_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여

$z_1^n = z_2^n$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

285

$z^2 - iz + 1 = 0$ 을 만족시키는 복소수 z 에 대하여

$$\frac{1}{z^3}(z^6 + z^5 + z^4 - z^3 + z^2 + z + 1) = a + bi$$

일 때, $b - a$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.)

286

$f(n) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n$ 에 대하여

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) = 0$$

을 만족시키는 40 이하의 자연수 n 의 개수는?

- ① 10 ② 12 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20

287 도전 1등급 교육청 기출

49 이하의 두 자연수 m, n 이

$$\left\{ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^m - i^n \right\}^2 = 4$$

를 만족시킬 때, $m+n$ 의 최댓값을 구하시오.

(단, $i = \sqrt{-1}$)

288

복소수 z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 는 $1, -1, i, -i$ 중 어느 하나의 값을 갖고

$$z_1^5 + z_2^5 + z_3^5 + z_4^5 + z_5^5 = -1$$

일 때, $z_1^{10} + z_2^{10} + z_3^{10} + z_4^{10} + z_5^{10}$ 의 모든 값의 합은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

289 도전 1등급

a, b 가 실수일 때,

$$\sqrt{\frac{|a| - |b|}{|b| - |a|}} - \frac{\sqrt{(|a| - |b|)^2}}{\sqrt{(|b| - |a|)^2}}$$

의 값은? (단, $|a| \neq |b|$)

- ① -2 ② 0
- ③ $-1+i$ ④ $-1-i$
- ⑤ $-1+i$ 또는 $-1-i$

1 이차방정식의 풀이

(1) 이차방정식의 실근과 허근

계수가 실수인 이차방정식은 복소수의 범위에서 항상 두 개의 근을 갖는다. 이때 실수인 근을 실근, 허수인 근을 허근이라고 한다.

예 이차방정식 $x^2+2=0$ 은 실수의 범위에서는 근을 갖지 않지만, 복소수의 범위에서는 $x=\pm\sqrt{2}i$ 를 근으로 갖는다.

참고 특별한 언급이 없으면 이차방정식의 계수는 실수이고, 근은 복소수의 범위에서 구한다.

(2) 이차방정식의 풀이

① 인수분해를 이용한 풀이

x 에 대한 이차방정식 $(ax-b)(cx-d)=0$ 의 근은
 $x=\frac{b}{a}$ 또는 $x=\frac{d}{c}$ $ax-b=0$ 또는 $cx-d=0$

예 이차방정식 $x^2-3x-18=0$ 을 풀면
 $(x+3)(x-6)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=6$

② 근의 공식을 이용한 풀이

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근은
 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

예 이차방정식 $x^2-3x+3=0$ 을 풀면
 $x=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 1\times 3}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{3}i}{2}$

참고 x 의 계수가 짝수인 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 의 근은
 $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$ 를 이용하여 구하면 편리하다.

2 이차방정식의 판별식

(1) 이차방정식의 판별식

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

이므로 근호 안의 식 b^2-4ac 의 값의 부

호에 따라 근이 실근인지 허근인지 판별할 수 있다.

따라서 b^2-4ac 를 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식이라고 하며, 기호 D 로 나타낸다. 즉,

$$D=b^2-4ac$$

참고 x 의 계수가 짝수인 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 에서는 판별식 D 대신 $\frac{D}{4}=b'^2-ac$ 를 이용하여 근을 판별하면 편리하다.

(2) 이차방정식의 근의 판별

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 $D=b^2-4ac$ 라고 하면

- ① $D>0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 실근] $D\geq 0$ 이면 실근을 갖는다.
- ② $D=0 \Rightarrow$ 중근(서로 같은 두 실근)
- ③ $D<0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 허근

참고 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때

(1) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 서로 다른 두 실근, 중근, 서로 다른 두 허근을 가지면 각각 $D>0, D=0, D<0$ 이다.

(2) x^2 의 계수 a 와 상수항 c 의 부호가 다르면, 즉 $ac<0$ 이면 $D=b^2-4ac>0$

이므로 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 은 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.

문제를 풀 때 유용한 품셈 비법

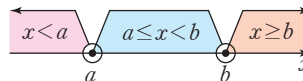
1 절댓값 기호를 포함한 방정식의 풀이

(1) 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 x 의 값의 범위를 나누어 방정식을 푼다.

$$|x-a|+|x-b|=c \quad (\text{단, } a < b)$$

\Rightarrow (i) $x < a$, (ii) $a \leq x < b$, (iii) $x \geq b$ 로 구간을 나누어 푼다.

(2) 방정식을 푼 후 구한 해가 해당 구간에 속하는지 반드시 확인한다.



2 이차식이 완전제곱식이 될 조건

이차식 ax^2+bx+c 가 완전제곱식이면 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 가지므로 $b^2-4ac=0$ 이다. 또, 이차식 ax^2+bx+c 에서 $b^2-4ac=0$ 이면 이차식 ax^2+bx+c 는 완전제곱식이다.

예 이차식 x^2-kx+4 가 완전제곱식이면 이차방정식 $x^2-kx+4=0$ 이 중근을 가지므로, 이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
 $D=(-k)^2-4\times 1\times 4=0, k^2=16 \quad \therefore k=-4$ 또는 $k=4$

3 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

참고 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 $\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,

$$\beta = \frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

라고 하면

$$\alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2-4ac})^2}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

예 이차방정식 $4x^2-3x+5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{-3}{4} = \frac{3}{4}, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

4 이차방정식의 근과 계수의 관계의 활용

(1) 두 수를 근으로 하는 이차방정식

두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$
 두 근의 합 두 근의 곱

예 두 수 $1+\sqrt{3}, 1-\sqrt{3}$ 을 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2 - \{(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})\}x + (1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}) = 0$
 $\therefore x^2 - 2x - 2 = 0$

참고 두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은 $a\{x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta\} = 0$

(2) 이차식의 인수분해

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$ax^2+bx+c = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

예 이차방정식 $x^2-4x-3=0$ 의 근은

$$x = -(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 1 \times (-3)} = 2 \pm \sqrt{7}$$

이므로

$$x^2-4x-3 = \{x-(2+\sqrt{7})\}\{x-(2-\sqrt{7})\} \\ = (x-2-\sqrt{7})(x-2+\sqrt{7})$$

참고 계수가 실수인 이차식은 복소수의 범위에서 항상 두 일차식의 곱으로 인수분해할 수 있다.

5 이차방정식의 켈레근

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서

① a, b, c 가 유리수일 때, $p+q\sqrt{m}$ 이 근이면 $p-q\sqrt{m}$ 도 근이다. (단, p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수이다.)

② a, b, c 가 실수일 때, $p+qi$ 가 근이면 $p-qi$ 도 근이다. (단, p, q 는 실수, $q \neq 0, i = \sqrt{-1}$ 이다.)

참고 $q \neq 0$ 일 때, $p+q\sqrt{m}$ 과 $p-q\sqrt{m}, p+qi$ 와 $p-qi$ 를 각각 켈레근이라고 한다.

주의 이차방정식의 계수가 모두 유리수라는 조건이 없으면 방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 일 때, 다른 한 근이 반드시 $p-q\sqrt{m}$ 이 되는 것은 아니다.

예를 들어 이차방정식 $x^2 - (1+\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ 에서 $\sqrt{2}$ 는 이 방정식의 근이지만, $-\sqrt{2}$ 는 이 방정식의 근이 아니다. 이 이차방정식의 두 근은 $1, \sqrt{2}$ 이다.

문제를 풀 때 유용한 **풍생 비법**

㉔ 두 근에 대한 조건이 주어진 이차방정식에서 미정계수 구하기

이차방정식의 두 근에 대한 조건이 주어진 경우 두 근을 다음과 같이 놓고 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 미정계수를 구한다.

- (1) 두 근의 비가 $m : n \Rightarrow ma, na \ (a \neq 0)$
- (2) 두 근의 차가 $n \Rightarrow a, a+n$ 또는 $a-n, a$
- (3) 한 근이 다른 근의 k 배 $\Rightarrow a, ka \ (a \neq 0)$
- (4) 두 근이 연속인 정수 $\Rightarrow a, a+1$ 또는 $a-1, a \ (a$ 는 정수)



01 이차방정식의 풀이

중요도 ■ ■ ■

290

상중하

이차방정식 $2x(x-2)+3=(x-1)^2$ 의 해는?

- ① $x = -1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{3}$
- ③ $x = -2 \pm i$ ④ $x = -1 \pm i$
- ⑤ $x = 1 \pm i$

291

상중하

이차방정식 $\frac{x^2+7x}{3}+1=x^2+x$ 의 해가 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일

때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16

292

상중하

두 실수 a, b 에 대하여

$$a \odot b = 3ab - a + b$$

라고 할 때, $(x \odot x) + (x \odot 1) = 2$ 를 만족시키는 x 의 값은?

- ① $x = 1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$ ② $x = 1$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
- ③ $x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$ ④ $x = -1$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
- ⑤ $x = \pm \frac{1}{3}$

293

상중하

이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2 - (\sqrt{2}+1)x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha-2\beta)^2$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

02

한 근이 주어진 이차방정식

중요도 ■ ■ ■

294

내신 기출

상중하

이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$ 의 한 근이 4일 때, 다른 한 근을 b 라고 하자. 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

295

상중하

이차방정식 $x^2 - (a-1)x - a - \sqrt{2} = 0$ 의 두 근이 $1 + \sqrt{2}, b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $-3\sqrt{2}$
- ④ $2 - \sqrt{2}$ ⑤ $-2 - \sqrt{2}$



296 내신 기출

상 중 하

이차방정식 $x^2 - (a+7)x + 5a + 1 = 0$ 의 한 근이 8이고, 다른 한 근이 이차방정식 $x^2 + 3kx - 2k = 0$ 의 한 근일 때, k 의 값을 구하시오. (단, a, k 는 상수이다.)

297 교육청 기출

상 중 하

이차방정식 $2x^2 - 2x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라고 할 때, $\alpha^4 - \alpha^2 + \alpha$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

298 교육청 기출

상 중 하

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + k(2p-3)x - (p^2-2)k + q + 2 = 0$$

이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 1을 근으로 가질 때, 두 상수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은?

- ① -5 ② -2 ③ 1
 ④ 4 ⑤ 7

03 절댓값 기호를 포함한 방정식

중요도

299 동생 비법 ①

상 중 하

방정식 $x^2 - 2|x| - 8 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 2 ② 1 ③ 0
 ④ -1 ⑤ -2

300

상 중 하

방정식 $|x^2 - 6| = 5x$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

301

상 중 하

방정식 $||x^2 - 1| - 4| = 3$ 의 실근 중 가장 큰 근을 α , 가장 작은 근을 β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

302 내신 기출

상중하

방정식 $x^2 - \sqrt{(x-2)^2} = \sqrt{x^2+3}$ 의 모든 근의 합은?

- ① $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ ② $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ ③ $\sqrt{2} + \sqrt{6}$
 ④ $\sqrt{2} - \sqrt{6}$ ⑤ $-\sqrt{2} - \sqrt{6}$

04

가우스 기호를 포함한 방정식

중요도

303

상중하

방정식 $2[x]^2 - [x] - 3 = 0$ 을 만족시키는 x 의 값의 범위가 $a \leq x < b$ 일 때, ab 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① -2 ② 0 ③ 2
 ④ 4 ⑤ 6

304

상중하

다음 중 방정식 $[x]^2 - 4[x] + 3 = 0$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{5}{2}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

305

상중하

$0 \leq x < 2$ 일 때, 방정식 $x^2 - 2x + [x] = 0$ 의 모든 해의 합은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 0 ⑤ 1

05

이차방정식의 활용

중요도

306

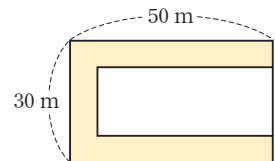
상중하

연속하는 세 짝수인 자연수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱이 가운데 수의 3배와 같을 때, 가장 큰 짝수를 구하시오.

307

상중하

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 50 m, 30 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 ㄷ자 모양의 길을 만들었더니 남은 땅의 넓이가 900 m^2 가 되었다. 이때 길의 폭은 몇 m인지 구하시오.





308 교육청 기출

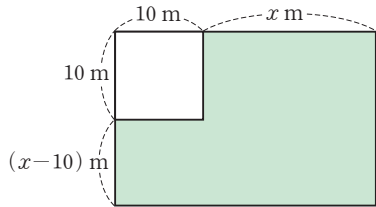
상 중 하

어느 가족이 작년까지 한 변의 길이가 10 m인 정사각형 모양의 밭을 가꾸었다. 올해는 다음 그림과 같이 가로 길이를 x m만큼, 세로의 길이를 $(x-10)$ m만큼 늘여서 새로운 직사각형 모양의 밭을 가꾸었다. 올해 늘어난



모양의 밭의 넓이가 500 m^2 일 때, x 의 값은?

(단, $x > 10$)

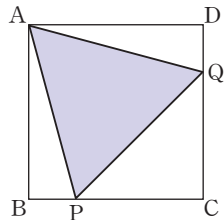


- ① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

309

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD가 있다. 두 변 BC, CD 위에 각각 두 점 P, Q를 잡아 삼각형 APQ가 정삼각형이 되도록 하였다. 이때 선분 BP의 길이는?

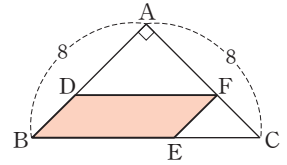


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $4-2\sqrt{3}$
⑤ $2\sqrt{3}-2$ ④ $4+2\sqrt{3}$

310 내신 기출

상 중 하

오른쪽 그림은 직각이등변삼각형 ABC의 내부에 평행사변형 DBEF를 그린 것이다. 사각형 DBEF의 넓이가 15일 때, \overline{BD} 의 길이는? (단, $\overline{BD} < \overline{BE}$)



- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

06

이차방정식의 근의 판별

중요도 ■■■

311

상 중 하

이차방정식 $x^2 - 4x + 3k = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

312

상 중 하

이차방정식 $x^2 + 2kx - 6k - 9 = 0$ 이 중근 α 를 가질 때, α 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

313 내신 기출

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4(k-6)x + 4k^2 - 18 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 k 의 개수를 구하시오.

314

상중하

이차방정식 $x^2 - 8x + 3k + 1 = 0$ 은 실근을 갖고, 이차방정식 $kx^2 + 6x + 10 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 가질 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

315 교육청 기출

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m+a)x + m^2 + m + b = 0$ 이 실수 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $12(a+b)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

07

계수의 조건이 주어진 이차방정식의 근의 판별

중요도

316

상중하

$k > 3$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + k^2 + 6k - 18 = 0$ 의 근을 판별하시오.

317

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 2b^2 + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, x 에 대한 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 8b - 15 = 0$ 의 근을 판별하면? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① 실근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ④ 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ⑤ 판별할 수 없다.

318

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(a+b)x + (a-b)^2 + 3ab + 2a - 3b + 13 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 ab 의 값이 될 수 없는 것은? (단, a, b 는 정수이다.)

- ① 20 ② 18 ③ 12
- ④ -10 ⑤ -18



319 교육청 기출

상 중 하

x 에 대한 이차방정식 $(a^2-9)x^2=a+3$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 10보다 작은 자연수 a 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

08

이차방정식의 판별식을 이용한 삼각형의 모양 판단

중요도 ■ ■ ■

320

상 중 하

x 에 대한 이차방정식 $(a+c)x^2+2bx+a-c=0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가?

(단, a, b, c 는 양수이다.)

- ① 정삼각형 ② $b=c$ 인 이등변삼각형
- ③ $c=a$ 인 이등변삼각형 ④ 직각삼각형
- ⑤ 둔각삼각형

321

상 중 하

x 에 대한 이차방정식 $4ax+b(4-x^2)+c(x^2+4)=0$ 이 중근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가? (단, a, b, c 는 양수이다.)

- ① 정삼각형
- ② $a=b$ 인 이등변삼각형
- ③ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ④ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ⑤ 둔각삼각형

322

상 중 하

x 에 대한 이차방정식

$$3x^2+2(a+b+c)x+ab+bc+ca=0$$

이 중근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가? (단, a, b, c 는 양수이다.)

- ① 정삼각형
- ② $a=b, b \neq c$ 인 이등변삼각형
- ③ $b=c$ 인 직각이등변삼각형
- ④ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ⑤ 둔각삼각형

09

이차식이 완전제곱식이 될 조건

중요도 ■ ■ ■

323 풍샘 비법 2

상 중 하

x 에 대한 이차식 $x^2+2(k-3)x+k^2-k-6$ 이 완전제곱식이 될 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

324

상 중 하

x 에 대한 이차식 $kx^2+8kx+6k+5$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

325 내신 기출

상중하

x 에 대한 이차식 $x^2+2(k-a)x+k^2-6k+a^2$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 완전제곱식이 될 때, 상수 a 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

326

상중하

x 에 대한 이차식 $3x^2-2(m-5)x+m^2-8m+3$ 이 $3(x+n)^2$ 으로 인수분해될 때, 실수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, $m > 0$)

10

이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 식의 값 구하기 (1)

중요도 ■■■

327 내신 기출

상중하

이차방정식 $x^2+3x-1=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값은?

- ① -39 ② -38 ③ -37
④ -36 ⑤ -35

328

상중하

이차방정식 $x^2-x-5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $|\alpha-\beta|$ 의 값은?

- ① $\sqrt{19}$ ② $\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{23}$
④ 5 ⑤ $3\sqrt{3}$

329

상중하

이차방정식 $6x^2-9x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\alpha+\beta=\frac{3}{2}$ ② $\alpha\beta=\frac{1}{6}$
③ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=12$ ④ $\alpha^2+\beta^2=\frac{23}{12}$
⑤ $\frac{1}{1-\alpha}+\frac{1}{1-\beta}=-\frac{3}{2}$

330

상중하

이차방정식 $x^2+24x+36=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)^2$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1



331

상중하

방정식 $|x^2-8x|=4$ 의 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라고 할 때,
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta}$ 의 값을 구하시오.

11

이차방정식의 근과 계수의 관계를
 이용하여 식의 값 구하기 (2)

중요도 ■■■

332

상중하

이차방정식 $x^2+4x-2=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $(\alpha^2+5\alpha-3)(\beta^2+5\beta-3)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

333 교육청 기출

상중하

이차방정식 $2x^2+6x-9=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $2(2\alpha^2+\beta^2)+6(2\alpha+\beta)$ 의 값을 구하시오.

334

상중하

이차방정식 $x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\frac{\alpha^3}{\alpha^2-3\alpha+1} + \frac{\beta^3}{\beta^2-3\beta+1}$ 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

335 내신 기출

상중하

이차방정식 $x^2-5x+2=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\alpha^4-4\alpha^3-3\alpha^2+\alpha-\beta+5\alpha\beta$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

12

두 근의 조건이 주어질 때
 미정계수 구하기

중요도 ■■■

336 풍샘 비법 ㉓

상중하

이차방정식 $x^2-11x+k-3=0$ 의 두 근의 차가 5일 때,
 상수 k 의 값을 구하시오.

337

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2a-1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근의 부호가 서로 다를 때, 정수 a 의 최댓값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

338 내신 기출

상중하

이차방정식 $x^2 - 7(k-2)x + 12k = 0$ 의 두 근의 비가 3:4일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

339

상중하

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + (m^2 + 2m - 3)x - 5m + 1 = 0$$

의 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 서로 다를 때, 실수 m 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

340

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m-1)x + 6m - 10 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 하는 모든 실수 m 의 값의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

13

두 근의 관계식이 주어질 때
미정계수 구하기

중요도 ■■■

341 교육청 기출

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라

고 하자. $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = -6$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

342

상중하

이차방정식 $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta > 6$ 을 만족시키는 자연수 a 의 최솟값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7



343 교육청 기출

상 중 하

x 에 대한 이차방정식 $x^2-3x+k=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha^2-\alpha+k} + \frac{1}{\beta^2-\beta+k} = \frac{1}{4}$ 을 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오.

344

상 중 하

이차방정식 $x^2-5x+k=0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, $|\alpha|+|\beta|=7$ 을 만족시키는 상수 k 에 대하여 $\alpha^2+\beta^2+k$ 의 값은?

- ① 30 ② 31 ③ 32
- ④ 33 ⑤ 34

14 두 이차방정식이 주어질 때 미정계수 구하기 중요도 ■ ■ ■

345

상 중 하

이차방정식 $x^2-ax-2b=0$ 의 두 근이 $-2, 4$ 일 때, 이차방정식 $ax^2-4x+b-1=0$ 의 두 근의 곱은?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

346

상 중 하

이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2+bx+a=0$ 의 두 근이 $\frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\beta}$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $3a^2+5b^2$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

347 내신 기출

상 중 하

이차방정식 $x^2-2ax+8b=0$ 의 두 근이 $2a-2, b+1$ 이고, 이차방정식 $x^2+bx-a+5=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

15 이차방정식의 작성 중요도 ■ ■ ■

348

상 중 하

이차방정식 $x^2+3x-5=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $2\alpha, 2\beta$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.

349

상중하

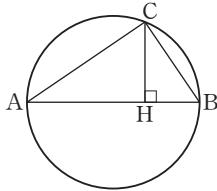
이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$
 이다. 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

350

상중하

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC가 \overline{AB} 를 지름으로 하는 원에 내접하고 있다. 꼭짓점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{AB} = 14, \overline{CH} = 6, \overline{AH} = \alpha, \overline{BH} = \beta$ 이다. α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.



351 (내신 기출)

상중하

이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\alpha - \beta, \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\beta^2}$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인
 이차방정식은? (단, $\alpha > \beta$)

- ① $x^2 - 4\sqrt{13}x - 39 = 0$ ② $x^2 - 4\sqrt{13}x + 39 = 0$
- ③ $x^2 - 2\sqrt{13}x - 39 = 0$ ④ $x^2 + 2\sqrt{13}x - 39 = 0$
- ⑤ $x^2 + 4\sqrt{13}x + 39 = 0$

16 잘못 보고 푼 이차방정식

중요도 ■ ■ ■

352

상중하

유준이와 이서가 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 을 푸는데,
 유준이는 a 를 잘못 보고 풀어 두 근의 합과 곱이 각각 6,
 $\frac{7}{2}$ 이라 하였고, 이서는 b 를 잘못 보고 풀어 두 근의 합과
 곱이 각각 $-\frac{5}{2}, 3$ 이라고 하였다. 상수 a, b 에 대하여
 $a + b$ 의 값을 구하시오.

353

상중하

도희와 은우가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데,
 도희는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $-10, 2$ 를 얻
 였고, 은우는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $4 + \sqrt{3},$
 $4 - \sqrt{3}$ 을 얻었다. 원래의 이차방정식의 두 근을 구하시오.
 (단, a, b, c 는 상수이다.)

354

상중하

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근을 구하는데, 근의 공식을
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 로 잘못 적용하여 풀어 두 근 $-5,$
 3 을 얻었다. 원래의 이차방정식의 두 근의 합을 구하시
 오. (단, a, b, c 는 실수이다.)



17 이차방정식 $f(x)=0$ 의 근을 이용하여 중요도 ■■■
 $f(ax+b)=0$ 의 근 구하기

355 상중하

이차방정식 $f(x)=0$ 의 한 근이 5일 때, 방정식 $f(2x-1)=0$ 의 근이 될 수 있는 것은?
 ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

356 상중하

이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha+\beta=-4, \alpha\beta=3$ 일 때, 이차방정식 $f(2x-5)=0$ 의 두 근의 곱은?
 ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

357 교육청 기출 상중하

x 에 대한 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근의 합이 16일 때, x 에 대한 이차방정식 $f(2020-8x)=0$ 의 두 근의 합을 구하시오.

358 내신 기출 상중하

최고차항의 계수가 1인 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근의 곱이 2이고, 방정식 $f(3x-1)=0$ 의 두 근의 곱이 -1일 때, $f(2)$ 의 값은?
 ① 28 ② 30 ③ 32
 ④ 34 ⑤ 36

18 이차식의 인수분해 중요도 ■■■

359 상중하

다음 중 이차식 x^2+2x+2 의 인수인 것은?
 ① $x-1-i$ ② $x-1+i$
 ③ $x+1-2i$ ④ $x+1-i$
 ⑤ $x+1+2i$

360 상중하

이차식 $x^2-4x+13$ 을 복소수의 범위에서 인수분해하면 $(x-2+ai)(x+b-3i)$ 이다. 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?
 ① -3 ② -4 ③ -5
 ④ -6 ⑤ -7

361

상중하

x, y 에 대한 이차식 $2x^2 - xy - ay^2 - x + 4y - 1$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 실수 a 의 값을 구하시오.

19 이차방정식의 켈레근

중요도 ■■■

362 교육청 기출

상중하

x 에 대한 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - i$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

(단, a, b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

363

상중하

계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, 이차방정식 $x^2 + ax + 4b = 0$ 의 해는?

- ① $x = 3$ ② $x = 2$ ③ $x = 1$
④ $x = -1$ ⑤ $x = -2$

364 내신 기출

상중하

이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + i$ 이고, 두 수 $a + b, \frac{a}{b}$ 를 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + px + q = 0$ 이다. 이때 $25pq$ 의 값은? (단, a, b, p, q 는 실수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

365

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (m - n)x + m^2 + n^2 = 0$ 의 한 근이 $1 + 2i$ 일 때, 실수 m, n 에 대하여 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

366

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - px + p + 31 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖는다. 한 허근의 허수부분이 4일 때, 양의 실수 p 의 값을 구하시오.



367

이차방정식 $x^2+4x-3=0$ 의 양수인 근을 a 라고 할 때, $a(a^2+5a+3)(a^2+3a-1)$ 의 값을 구하시오.

368

0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때, 이차방정식 $x^2-2ax+3b=0$ 의 근을 판별하시오.

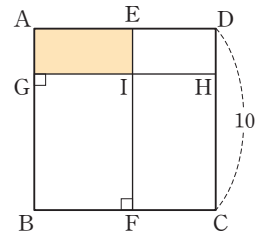
369

이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2-2\sqrt{10}x+6=0$ 의 두 근이 $\alpha+\beta, \alpha-\beta$ 일 때, α^2-2b 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이고, $\beta > 0$ 이다.)

370

다음 그림은 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD의 내부에 $\overline{EF} \perp \overline{BC}$, $\overline{AB} \perp \overline{GH}$ 가 되도록 \overline{EF} , \overline{GH} 를 그은 것이다. 직사각형 AGIE의 둘레의 길이가 16, 넓이가 14이고 \overline{IH} , \overline{IF} 의 길이를 두 근으로 하고 이차방정식의 계수가 1인 이차방정식이 $x^2-2ax+b=0$ 일 때, $b-a$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)



371

이차방정식 $x^2-6x+11=0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라고 할 때, $11\left(\frac{\bar{\alpha}}{\alpha} + \frac{\bar{\beta}}{\beta}\right)$ 의 값을 구하시오.

(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이다.)



372

이차방정식 $x^2+2abx-2a-2b-6=0$ 의 한 근이 2일 때, 나머지 한 근을 구하시오.

(단, a, b 는 서로 다른 자연수이다.)

373

이차방정식 $x^2-2(a-3)x+4a-3b=0$ 이 중근을 갖도록 하는 자연수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 최댓값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

374

세 이차방정식

$$ax^2-2cx+b=0, bx^2+2ax+c=0, cx^2+2bx+a=0$$

의 근에 대한 설명으로 옳은 것은?

(단, a, b, c 는 실수이다.)

- ① 모두 실근을 갖는다.
- ② 모두 허근을 갖는다.
- ③ 적어도 하나의 방정식은 실근을 갖는다.
- ④ 적어도 하나의 방정식은 허근을 갖는다.
- ⑤ 근을 판별할 수 없다.

375

모든 실수 x 에 대하여 다항식 $f(x)$ 가

$$\{f(x)+3\}^2=(x-2m)(x-3m)+9$$

를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 최솟값은? (단, m 은 실수이다.)

- ① -21 ② -15 ③ -9
- ④ -3 ⑤ 3

376

이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 이 서로 다른 두 자연수 α, β 를 근으로 가질 때, $\alpha^2+\beta^2$ 을 구하시오.

(단, a, b 는 소수이다.)

377

자연수 n 에 대하여 이차방정식

$$\{\sqrt{n(n+1)}-n\}x^2-\sqrt{nx}+n=0$$
의 두 근을 α_n, β_n 이라고 할 때, $(\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3)+(\beta_1-\beta_2+\beta_3)$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5



378

이차방정식 $3x^2 - 2x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,

$$(1 - 2\alpha + 3\alpha^2 + 4\alpha^3 - 5\alpha^4 + 6\alpha^5) \\ \times (1 - 2\beta + 3\beta^2 + 4\beta^3 - 5\beta^4 + 6\beta^5)$$

의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

379 교육청 기출

두 실수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 서로 다른 두 근은 α, β 이고, 이차방정식 $x^2 + 3ax + 3b = 0$ 의 서로 다른 두 근은 $\alpha + 2, \beta + 2$ 이다. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

(가) $\alpha^n + \beta^n > 0$
 (나) $\alpha^n + \beta^n = \alpha^{n+1} + \beta^{n+1}$

380 도전! 등급

9 이하의 서로 다른 두 양의 정수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 이 정수인 해를 가질 때, 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. a, b 중 적어도 하나는 홀수이다.
- ㄴ. $a + b$ 의 최댓값은 14이다.
- ㄷ. 두 근의 차는 $2m$ 의 꼴이다.
(단, n 은 음이 아닌 정수이다.)

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

381 교육청 기출

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax - b = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $|\alpha - \beta| < 12$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

382 교육청 기출

복소수 z 에 대하여 $z + \bar{z} = -1$, $z\bar{z} = 1$ 일 때,

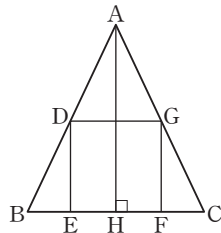
$$\frac{\bar{z}}{z^5} + \frac{\bar{z}^2}{z^4} + \frac{\bar{z}^3}{z^3} + \frac{\bar{z}^4}{z^2} + \frac{\bar{z}^5}{z}$$

의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

383

오른쪽 그림은 이등변삼각형 ABC 안에 내접하는 정사각형 DEFG를 그린 것이다. \overline{AH} 와 \overline{BC} 의 길이를 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 이고, \overline{DE} 와 \overline{EH} 의 길이를 두 근으로 하는 이차방정식이 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값은?



(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

384

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합을 S_1 , 이차방정식 $f(3x - a) = 0$ 의 두 근의 합을 S_2 라고 하면

$$S_1 - 3S_2 = -8$$

이 성립할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

385

이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(\alpha) = \beta, f(\beta) = \alpha, f(0) = 5$ 가 성립한다. 이때 $f(2)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

386 도전! 등급

x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - (3m - 1)x + 2m^2 + m + 15 = 0$$

이 허근 α 를 갖는다. α^3 이 실수가 되도록 하는 모든 실수 m 의 값의 곱을 구하시오.

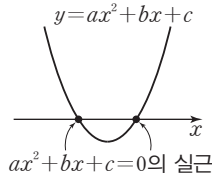
06

이차방정식과 이차함수

1 이차방정식과 이차함수의 관계

(1) 이차함수의 그래프와 이차방정식의 해
이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 실근과 같다.

참고 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 교점의 개수는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 서로 다른 실근의 개수와 같다.



(2) 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$ 의 부호에 따라 다음과 같다.

판별식의 부호	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y=ax^2+bx+c$ ($a > 0$)의 그래프			
$ax^2+bx+c=0$ 의 해	서로 다른 두 실근	중근	서로 다른 두 허근
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계	서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

참고 $D \geq 0$ 이면 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 x 축과 적어도 한 점에서 만난다.

2 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$, 즉 $ax^2+(b-m)x+c-n=0$ ㉠의 실근과 같다.

따라서 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 위치 관계는 이차방정식 ㉠의 판별식 $D=(b-m)^2-4a(c-n)$ 의 부호에 따라 다음과 같다.

판별식의 부호	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y=ax^2+bx+c$ ($a > 0$)의 그래프와 직선 $y=mx+n$ ($m > 0$)의 위치 관계			
	서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

예 이차함수 $y=x^2-x$ 의 그래프와 직선 $y=3x+1$ 에서 이차방정식 $x^2-x=3x+1$, 즉 $x^2-4x-1=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때,

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times (-1) = 5 > 0$$

이므로 이차함수 $y=x^2-x$ 의 그래프와 직선 $y=3x+1$ 은 서로 다른 두 점에서 만난다.

참고 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프의 교점의 개수는 방정식 $f(x)=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수와 같다.

문제를 풀 때 유용한 풍생 비법

1 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 주어지면 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 α , β 이다.

⇒ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 실근이 α , β 이다.

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

2 이차함수의 그래프에 접하는 직선의 방정식

(1) 기울기가 m 이고 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 접하는 직선

⇒ $y=mx+b$ 로 놓고 이차방정식 $f(x)=mx+b$, 즉 $f(x)-mx-b=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때, $D=0$ 임을 이용하여 b 의 값을 구한다.

(2) 점 (p, q) 를 지나고 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 접하는 직선

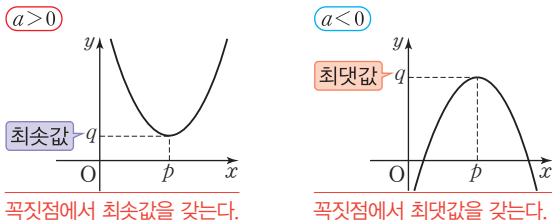
⇒ $y=m(x-p)+q$ 로 놓고 이차방정식 $f(x)=m(x-p)+q$, 즉 $f(x)-m(x-p)-q=0$ 의 판별식을 D 라고 할 때, $D=0$ 임을 이용하여 m 의 값을 구한다.

3 이차함수의 최대·최소

(1) 이차함수의 최대·최소

x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 최댓값과 최솟값은 a 의 부호에 따라 다음과 같다.

- ① $a > 0$ 이면 $x=p$ 에서 최솟값 q 를 갖고, 최댓값은 없다.
- ② $a < 0$ 이면 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 갖고, 최솟값은 없다.

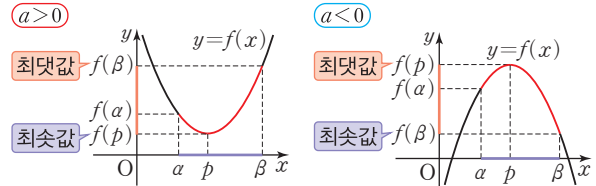


참고 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 최댓값과 최솟값은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 변형하여 구한다.

(2) 제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소

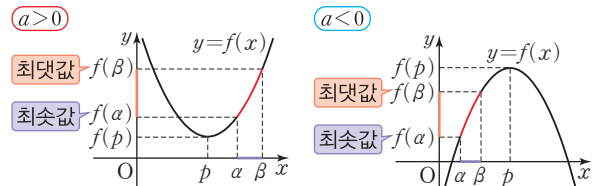
x 의 값의 범위가 $a \leq x \leq \beta$ 일 때, 이차함수 $f(x)=a(x-p)^2+q$ ($a \neq 0$)의 최댓값과 최솟값은 $y=f(x)$ 의 꼭짓점의 x 좌표 p 의 값에 따라 다음과 같다.

- ① 꼭짓점의 x 좌표가 x 의 값의 범위에 속하면, 즉 $a \leq p \leq \beta$ 이면 $f(p)$, $f(a)$, $f(\beta)$ 의 값 중 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.



꼭짓점의 x 좌표가 제한된 범위에 속하면 꼭짓점의 y 좌표는 반드시 최댓값 또는 최솟값이 된다.

- ② 꼭짓점의 x 좌표가 x 의 값의 범위에 속하지 않으면, 즉 $p < a$ 또는 $p > \beta$ 이면 $f(a)$, $f(\beta)$ 의 값 중 큰 값이 최댓값, 작은 값이 최솟값이다.



꼭짓점의 x 좌표가 제한된 범위에 속하지 않으면 x 의 양 끝 값에서 최댓값과 최솟값을 갖는다.

참고 제한된 범위에서 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 때에는 꼭짓점의 x 좌표가 제한된 범위에 포함되는지부터 확인한다.

주의 함수식이 같아도 x 의 값의 범위가 다르면 함수의 최댓값과 최솟값은 달라질 수 있다.

문제를 풀 때 유용한 **공생 비법**

3 공통부분이 있는 함수의 최대·최소

- 함수 $y=\{f(x)\}^2+af(x)+b$ 의 최댓값과 최솟값
- ⇒ $f(x)=t$ 로 놓고 t 의 값의 범위를 구한다.
- ⇒ $y=t^2+at+b$ 를 $y=(t-p)^2+q$ 의 꼴로 변형한다.
- ⇒ t 의 값의 범위에서 치환한 식의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

4 완전제곱식을 이용한 이차식의 최대·최소

- x, y 가 실수일 때, 이차식 $ax^2+by^2+cx+dy+e$ 의 최댓값과 최솟값
- ⇒ 주어진 이차식을 $a(x-p)^2+b(y-q)^2+k$ 의 꼴로 변형한 후 (실수) $^2 \geq 0$ 임을 이용한다.
- ⇒ 주어진 이차식은 $x=p, y=q$ 일 때, 최댓값 또는 최솟값은 k 이다.

예 x, y 가 실수일 때, $x^2+y^2-2x-6y+3$ 에서 $x^2+y^2-2x-6y+3=(x-1)^2+(y-3)^2-7$ 이때 x, y 가 실수이므로 $(x-1)^2 \geq 0, (y-3)^2 \geq 0$ 따라서 주어진 식은 $x=1, y=3$ 일 때 최솟값 -7 을 갖는다.



01 이차함수의 그래프와 x 축의 교점 중요도 ■■■

387 공백 비법 ① 상 중 하

이차함수 $y=2x^2-ax+4b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-2, 0), (6, 0)$ 에서 만날 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -72 ② -48 ③ -24
- ④ 24 ⑤ 48

388 상 중 하

이차함수 $y=x^2-ax+a+2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $A(3, -1)$ 이고 x 축과 만나는 두 점을 B, C 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

389 상 중 하

이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 $-3, 1$ 일 때, 이차함수 $y=x^2-bx+a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

390 내신 기출 상 중 하

이차함수 $y=x^2-ax+a$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B 에서 만날 때, $\overline{AB}=\sqrt{5}$ 가 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하시오.

391 상 중 하

이차함수 $f(x)=x^2+ax-3a-10$ 의 그래프는 a 의 값에 관계없이 일정한 점을 지나고, 이 점은 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점이다. $y=f(x)$ 의 그래프의 모든 x 절편의 합은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

02 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계 중요도 ■■■

392 상 중 하

이차함수 $y=x^2-4x-k$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하시오.

- (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (2) 한 점에서 만난다.
- (3) 만나지 않는다.

393 교육청 기출

상중하

이차함수 $y=x^2-6x+a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 14 ⑤ 16

394

상중하

이차함수 $y=-x^2+(m-3)x-m^2+2$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만날 때, 모든 실수 m 의 값의 합은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 2

395

상중하

이차함수 $y=x^2-2kx+k^2+4k-24$ 의 그래프는 x 축과 만나고, 이차함수 $y=-x^2+2(k-4)x-k^2+3k$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

396 내신 기출

상중하

이차함수 $y=x^2+2(a-3k)x+9k^2-a+6k$ 의 그래프가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 x 축에 접할 때, 실수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

03

이차함수의 그래프와 직선의 교점

중요도 ■ ■ ■

397 내신 기출

상중하

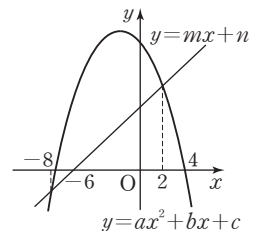
이차함수 $y=2x^2-ax+1$ 의 그래프와 직선 $y=-x+b$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. A, B의 x 좌표가 각각 -2, 3일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 39 ② 40 ③ 41
- ④ 42 ⑤ 43

398

상중하

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 이 오른쪽 그림과 같이 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+c-n=0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오.



(단, a, b, c, m, n 은 상수이다.)



399

상중하

이차함수 $y=3x^2+ax+1$ 의 그래프와 직선 $y=-2x+b$ 의 두 교점의 x 좌표의 합이 2이고, 곱이 -5 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① -24 ② -8 ③ -4
- ④ 8 ⑤ 24

400

상중하

이차함수 $y=x^2-3x+a$ 의 그래프와 직선 $y=-x+7$ 이 만나는 점의 x 좌표가 $4, b$ 일 때, $\sqrt{4a}\sqrt{2b}+\frac{\sqrt{8b}}{\sqrt{4a}}$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 2

401

상중하

이차함수 $y=x^2+1$ 의 그래프와 직선 $y=mx-2m$ 의 두 교점의 x 좌표의 차가 3일 때, 모든 실수 m 의 값의 곱은?

- ① -10 ② -11 ③ -12
- ④ -13 ⑤ -14

402 교육청 기출

상중하

이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-k)^2$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하자. 선분 CD의 길이가 6일 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
- ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

04 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 중요도

403

상중하

이차함수 $y=x^2-2x-2$ 의 그래프와 직선 $y=2x+k$ 의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하시오.

- (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (2) 한 점에서 만난다.
- (3) 만나지 않는다.

404 내신 기출

상중하

이차함수 $y=x^2+(2a-1)x+(a^2-a)$ 의 그래프와 직선 $y=x+4$ 가 만나도록 하는 자연수 a 의 최댓값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

405

상중하

이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 직선 $y = 3x + k$ 보다 항상 아래쪽에 있도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하시오.

406

상중하

x 에 대한 이차함수 $y = x^2 + 2kx + k^2 - 3k$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 접할 때, $4ab$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -24 ② -25 ③ -26
 ④ -27 ⑤ -28

407

상중하

이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 두 직선 $x + y - 3 = 0, 3x - y + 1 = 0$ 에 동시에 접할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

408 내신 기출

상중하

직선 $y = -x + k$ 가 이차함수 $y = x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와는 만나지 않고, 이차함수 $y = x^2 + 3x - 1$ 의 그래프와는 만나도록 하는 정수 k 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -3 ② -4 ③ -5
 ④ -6 ⑤ -7

05

이차함수의 그래프에 접하는 직선의 방정식

중요도 ■■■

409 풍샘 비법

상중하

이차함수 $y = -x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 접하고 y 절편이 8인 직선의 기울기를 모두 구하시오.

410

상중하

이차함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 그래프에 접하고, 직선 $y = 2x + 5$ 에 평행한 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



411 내신 기출

상 중 하

점 (3, 4)를 지나고 이차함수 $y=x^2-3x+5$ 의 그래프에 접하는 두 직선의 기울기의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

412

상 중 하

실수 k 의 값에 관계없이 이차함수 $y=-x^2+2kx-k^2+k$ 의 그래프에 항상 접하는 직선의 방정식은?

- ① $y=x-\frac{1}{4}$ ② $y=x+\frac{1}{4}$ ③ $y=x-\frac{1}{2}$
- ④ $y=x+\frac{1}{2}$ ⑤ $y=x-1$

06 제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소 중요도 ■■■

413 교육청 기출

상 중 하

$1 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $f(x) = -(x-2)^2 + 15$ 의 최솟값을 구하시오.

414

상 중 하

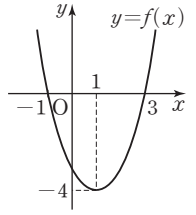
$0 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $y=-x^2+2x+6$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M+m$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

415

상 중 하

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은?



- ① -1 ② $-\frac{3}{2}$
- ③ -2 ④ $-\frac{5}{2}$
- ⑤ -3

416

상 중 하

$1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $y=ax^2-6ax+b$ 의 최댓값이 -5, 최솟값이 -11일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$)

417

상중하

함수 $f(x) = -x^2 - 2kx - 6k + 7$ 의 최댓값을 $g(k)$ 라고 할 때, $0 \leq k \leq 5$ 에서 $g(k)$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. 이때 $M - m$ 의 값을 구하시오.

418

내신 기출

상중하

$0 \leq x \leq a$ 일 때, 이차함수 $f(x) = -x^2 + 8x - 6a + 2$ 의 최댓값은 -1 이다. 양수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

419

상중하

이차함수 $f(x) = -2x^2 + 8x + 7k - 1$ 이 다음을 모두 만족시킬 때, $b - a$ 의 최솟값은?

(단, a, b, k 는 상수이다.)

- (가) $0 \leq x \leq 5$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 -4 이다.
 (나) $-3 \leq x \leq 0$ 에서 $a \leq f(x) \leq b$

- ① 40 ② 41 ③ 42
 ④ 43 ⑤ 44

07

공통부분이 있는 함수의 최대·최소

중요도 ■ ■ ■

420

공생 비법 교육청 기출

상중하

$1 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = (2x - 1)^2 - 4(2x - 1) + 3$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값을 구하시오.

421

상중하

$0 \leq x \leq 3$ 에서 함수

$$y = (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 5) - 4(x^2 + 2x) - 1$$

의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오.

422

상중하

함수 $y = (x^2 + 6x - 1)^2 + 2x^2 + 12x + 3$ 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



423

상 중 하

$-3 \leq x \leq 3$ 에서 함수

$$y = (x^2 + x - 3)(x^2 + x + 1) - 2(x^2 + x)$$

는 $x=a$ 또는 $x=b$ 에서 최솟값 c 를 가질 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① -14 ② -10 ③ 10
- ④ 14 ⑤ 24

424

상 중 하

함수 $f(x) = 2x^2 + 4|x| - 3$ 에 대하여 함수

$y = -\{f(x)\}^2 - 6f(x) + 7$ 의 최댓값을 구하시오.

08 완전제곱식을 이용한 이차식의 최대·최소

중요도 ■ ■ ■

425 ▶ 풍샘 비법 ④

상 중 하

x, y 가 실수일 때, $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y + 9$ 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

426

상 중 하

실수 x, y 에 대하여 $-4x^2 - y^2 - 4x + 8y - 15$ 는 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때 최댓값 M 을 갖는다. 상수 α, β, M 에 대하여 $\alpha\beta M$ 의 값은?

- ① -8 ② -4 ③ 0
- ④ 4 ⑤ 8

427

상 중 하

x, y 가 실수일 때, $x^2 + 4xy + 5y^2 - 2y + 4$ 의 최솟값을 구하시오.

09 조건이 주어진 이차식의 최대·최소

중요도 ■ ■ ■

428

상 중 하

실수 x, y 가 $2x - y - 3 = 0$ 을 만족시킬 때, $-5x^2 + y^2 + 10x - 2y - 10$ 의 최댓값을 구하시오.

429

상중하

실수 a, b 에 대하여 $1 \leq a \leq 6$ 이고 $a + 2b = 4$ 일 때, ab 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -8 ② -4 ③ 0
- ④ 4 ⑤ 8

430 내신 기출

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (4a+3)x + a^2 - 5 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 할 때, $-5 \leq a \leq -2$ 에서 $(\alpha+3)(\beta+3)$ 의 최댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

431 교육청 기출

상중하

두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + 2bi$ 가 $z^2 + \bar{z}^2 = 0$ 을 만족시킬 때, $6a + 12b^2 + 11$ 의 최솟값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

10

이차함수의 최대·최소의 활용

중요도

432

상중하

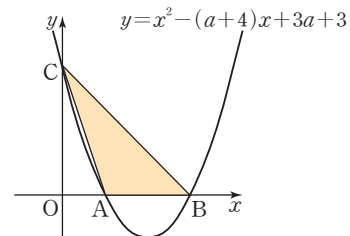
길이가 20인 끈으로 가로와 세로의 길이가 1 이상 4 이하인 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 넓이의 최댓값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23
- ④ 24 ⑤ 25

433 교육청 기출

상중하

다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - (a+4)x + 3a + 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, y 축과 만나는 점을 C라고 하자.



삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? (단, $0 < a < 2$)

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{27}{8}$ ③ $\frac{7}{2}$
- ④ $\frac{29}{8}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

434

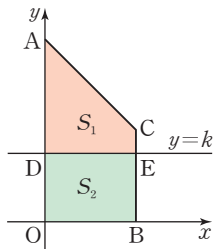
상 중 하

어느 전시관에서는 한 사람의 입장료로 5000원을 받으면 하루 600명의 관람객이 입장하고, 한 사람의 입장료를 100원씩 올릴 때마다 하루 관람객이 10명씩 줄어든다고 한다. 이 전시관의 하루 입장료 수입이 최대가 되게 하려면 한 사람의 입장료를 얼마로 정해야 하는지 구하시오.

435

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 사각형 AOB C와 직선 $y=k$ ($0 < k < 2$)가 만나는 점을 각각 D, E라고 하자. A(0, 4), B(2, 0), C(2, 2)이고 사각형 ADEC의 넓이를 S_1 , 사각형 DOBE의 넓이를 S_2 라고 할 때, $S_1^2 + S_2^2$ 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

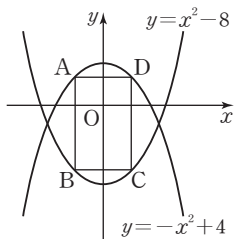


- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18

436 (내신 기출)

상 중 하

오른쪽 그림의 직사각형 ABCD에서 두 점 A, D는 이차함수 $y = -x^2 + 4$ 의 그래프 위에 있고, 두 점 B, C는 이차함수 $y = x^2 - 8$ 의 그래프 위에 있다. 점 D의 x좌표를 a라고 할 때, 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최솟값을 구하시오. (단, $0 < a \leq 2$)



437

상 중 하

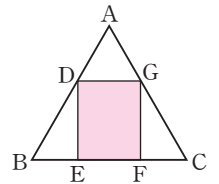
$\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 1$ 이고 점 P가 선분 AC 위를 움직일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ 1

438

상 중 하

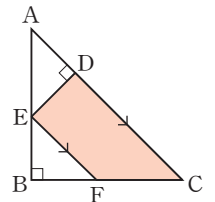
오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC에 내접하는 직사각형 DEFG가 있다. 직사각형 DEFG의 넓이의 최댓값을 구하시오.



439

상 중 하

오른쪽 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{ED} \perp \overline{AC}$, $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ 이고 $\overline{AB} = 6$ 일 때, 사각형 DEFC의 넓이의 최댓값을 구하시오.





440

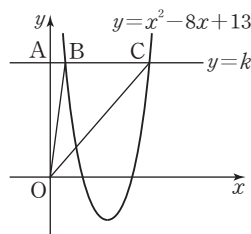
실수 a 에 대하여 이차함수 $y=x^2+ax-8$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 4, b 일 때, 이차함수 $y=x^2-bx+a-1$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구하시오.

441

이차함수 $f(x)=x^2-2x+5$ 에 대하여 $f(\alpha)=4+\alpha$, $f(\beta)=4+\beta$ 가 성립할 때, 이차함수 $y=f(x)-x-4$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표의 차를 구하시오. (단, α, β 는 서로 다른 실수이다.)

442

오른쪽 그림과 같이 직선 $y=k$ 가 y 축과 만나는 점을 A, 이차함수 $y=x^2-8x+13$ 의 그래프와 만나는 두 점을 각각 B, C라고 하자. 삼각형 AOB와 삼각형 AOC의 넓이의 합이 32일 때, 두 점 B, C의 x 좌표의 곱을 구하시오.



(단, O는 원점이다.)

443

$3 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $f(x)=-x^2+ax+b$ 의 최댓값은 7이고 $f(-2)=f(4)$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

444

두 양수 p, q 에 대하여 이차함수 $f(x)=-x^2+px-q$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, p^2+q^2 의 값을 구하시오.

- (가) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 x 축에 접한다.
- (나) $-p \leq x \leq p$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -54 이다.

445

점 $P(x, y)$ 가 두 점 $A(-2, 1), B(2, -3)$ 을 이은 선분 AB 위를 움직일 때, x^2+y^2+2x-3 의 최댓값과 최솟값의 차를 구하시오.



446

이차함수 $y = x^2 - (3a+5)x + 6a+6$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만나고, y 축과 점 C에서 만난다. 삼각형 ABC의 넓이가 8일 때, 상수 a 의 값은? (단, $0 < a < 1$)

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

447

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라고 할 때, 이차함수

$y = (x+2a)(x+2b) + 2$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수를 구하시오.

448 교육청 기출

자연수 n 에 대하여 두 함수 $f(x) = x^2 + n^2$ 과 $g(x) = 2nx + 1$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 A와 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하자. 네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이가 66이 되도록 하는 n 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

449

이차함수 $f(x) = x^2 - x + k$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 두 점에서 만날 때, 그 교점의 x 좌표를 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라고 하자. 세 점 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\alpha)), C(\beta, f(\beta))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이가 8일 때, $f(6)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① 28 ② 29 ③ 30
 ④ 31 ⑤ 32

450

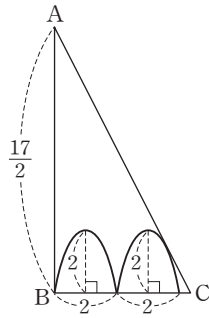
이차함수 $y = \frac{1}{2k}x^2 + 2x + 8k + 1$ 의 그래프는 실수

k ($k \neq 0$)의 값에 관계없이 항상 서로 다른 두 직선 l, m 과 접한다. 두 직선 l, m 과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

451 도전! 등급

오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC에서 합동인 포물선의 일부를 그린 것이다. 점 B는 포물선 위의 점이고 변 AC는 포물선에 접할 때, 변 BC의 길이를 구하시오.



452

이차함수 $f(x)$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=-2x+k$ 는 접한다. 이때 정수 k 의 값은?

- (가) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=1$ 에 대하여 대칭이다.
- (나) $-1 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 -6 이다.
- (다) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

453

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 함수

$$f(x) = |x-1|^2 + 2|x| - 5$$

는 $x=a$ 에서 최댓값 M , $x=b$ 에서 최솟값 m 을 갖는다. 이때 $a+b+M+m$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

454 교육청 기출

이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + 5$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

- (가) a, b 는 음의 정수이다.
- (나) $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $f(x)$ 의 최댓값은 3 이다.

455

함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + 5 & (x < 0) \\ x + 5 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수

$$y = \{f(x)\}^2 - 6f(x) - 3 \quad (-2 \leq x \leq 6)$$

의 최댓값과 최솟값의 차는?

- ① 54 ② 56 ③ 58
 ④ 60 ⑤ 62

456

$2x + 3y = 6$ 을 만족시키는 양의 실수 x, y 에 대하여 $(\sqrt{15 + 2x} + \sqrt{13 + 3y})^2$ 의 최댓값은?

- ① 52 ② 56 ③ 60
 ④ 64 ⑤ 68

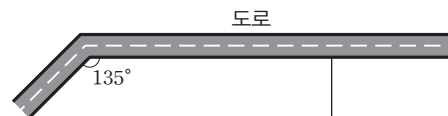
457

한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC가 있다. 점 P가 \overline{BC} 의 중점에서 출발하여 점 C까지 \overline{BC} 위를 움직일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 26 ② 28 ③ 30
 ④ 32 ⑤ 34

458

다음 그림과 같이 도로와 인접한 땅에 길이가 90 m인 철망으로 사다리꼴과 직사각형 모양의 밭을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 밭의 가로 길이가 세로 길이의 2배일 때, 사다리꼴 모양의 밭의 넓이의 최댓값은? (단, 도로와 이어진 땅에는 철망을 설치하지 않고, 철망의 두께는 무시한다.)



- ① 440 m^2 ② 450 m^2 ③ 460 m^2
 ④ 470 m^2 ⑤ 480 m^2

1 삼차방정식과 사차방정식

(1) 삼차방정식과 사차방정식

- ① 다항식 $P(x)$ 가 x 에 대한 삼차식, 사차식일 때, 방정식 $P(x)=0$ 을 각각 x 에 대한 삼차방정식, 사차방정식이라고 한다.
- ② 방정식 $P(x)=0$ 은 $P(x)$ 를 인수분해한 후 다음을 이용하여 푼다.

• $ABC=0$ 이면
 $A=0$ 또는 $B=0$ 또는 $C=0$
 • $ABCD=0$ 이면
 $A=0$ 또는 $B=0$ 또는 $C=0$ 또는 $D=0$

예 $x^3-1=0$ 은 x 에 대한 삼차방정식이고, $x^4-2x+1=0$ 은 x 에 대한 사차방정식이다.

참고 계수가 실수인 삼차방정식과 사차방정식은 복소수의 범위에서 각각 3개, 4개의 근을 갖는다.

(2) 삼·사차방정식 $P(x)=0$ 의 풀이

- ① 인수분해 공식을 이용한 풀이
 인수분해 공식을 이용하여 다항식 $P(x)$ 를 인수분해한 후 푼다.
- ② 인수 정리와 조립제법을 이용한 풀이
 다항식 $P(x)$ 가 인수분해 공식을 이용하여 간단히 인수분해되지 않을 때에는 다음과 같이 인수 정리와 조립제법을 이용하여 다항식 $P(x)$ 를 인수분해한 후 푼다.

[1단계] $P(a)=0$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 찾는다.
 [2단계] 조립제법을 이용하여 $P(x)=(x-a)Q(x)$ 의 꼴로 인수분해하여 푼다.

참고 다항식 $P(x)$ 의 계수가 모두 정수일 때, $P(a)=0$ 을 만족시키는 a 의 값은 $\pm \frac{(P(x) \text{의 상수항의 약수})}{(P(x) \text{의 최고차항의 계수의 약수})}$ 중에서 찾는다.

- ③ 치환을 이용한 풀이
 방정식에 공통부분이 있으면 공통부분을 한 문자로 치환하여 그 문자에 대한 방정식으로 변형한 후 인수분해하여 푼다.

2 특수한 꼴의 사차방정식의 풀이

(1) $x^4+ax^2+b=0$ 의 꼴

차수가 짝수인 항과 상수항만으로 이루어진 방정식을 복차방정식이라고 한다.

[방법 1] $x^2=X$ 로 치환한 후 좌변을 인수분해하여 푼다.
 [방법 2] [방법 1]을 이용했을 때, 좌변이 바로 인수분해되지 않는 경우에는 이차항 ax^2 을 적당히 분리하여 $(x^2+A)^2-(Bx)^2=0$ 의 꼴로 변형한 후 인수분해하여 푼다.

(2) $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 의 꼴

가운데 항을 중심으로 각 항의 계수가 대칭으로 같은 방정식을 상반방정식이라고 한다.

양변을 x^2 으로 나눈 후 $x+\frac{1}{x}=X$ 로 치환하여 X 에 대한 이차방정식을 푼다.

문제를 풀 때 유용한 **공생 비법**

1 () () () () + k = 0 (k ≠ 0)의 꼴의 사차방정식

() () () () + k = 0의 꼴의 사차방정식은 공통부분이 생기도록 () () () ()에서 두 개씩 짝지어 전개한 후 공통부분을 치환하여 푼다. 두 일차식의 상수항의 합이 서로 같아지도록 짝지어 전개한다.

예 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=120$ 에서
 $x-1$ 과 $x-4$, $x-2$ 와 $x-3$ 을 짝 지으면 각각 상수항의 합이 -5 로 같다.
 $\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-120=0, (x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-120=0$
 $\Rightarrow x^2-5x=t$ 로 치환하여 푼다.

2 삼차방정식의 근의 판별

주어진 삼차방정식을 $(x-a)(ax^2+bx+c)=0$ (a 는 실수)의 꼴로 변형한 후 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 D 를 이용한다.

- (1) 세 근이 모두 실수이다. $\Rightarrow D \geq 0$
- (2) 한 개의 실근 a 와 두 개의 허근을 갖는다. $\Rightarrow D < 0$
- (3) 중근을 갖는다. $\Rightarrow D = 0$ 또는 $aa^2+ba+c=0$

3 삼차방정식의 근과 계수의 관계

(1) 삼차방정식의 근과 계수의 관계

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

예 삼차방정식 $x^3-3x^2+3x-1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 하면 $\alpha + \beta + \gamma = 3, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3, \alpha\beta\gamma = 1$

(2) 세 수를 근으로 하는 삼차방정식

세 수 α, β, γ 를 근으로 하고, x^3 의 계수가 1인 삼차방정식은 $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$, 즉

$$x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$$

세 근의 합 두 근끼리의 곱의 합 세 근의 곱

참고 세 수 α, β, γ 를 근으로 하고 x^3 의 계수가 a 인 삼차방정식은 $a\{x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma\} = 0$

4 삼차방정식의 켈레근

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 에서

① a, b, c, d 가 유리수일 때, $p+q\sqrt{m}$ 이 근이면 $p-q\sqrt{m}$ 도 근이다.

(단, p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수이다.)

② a, b, c, d 가 실수일 때, $p+qi$ 가 근이면 $p-qi$ 도 근이다. (단, p, q 는 실수, $q \neq 0, i = \sqrt{-1}$ 이다.)

참고 켈레근의 성질 ①, ②는 이차 이상의 모든 방정식에서 성립한다. 삼차방정식에서 두 근이 서로 켈레근이면 ①의 경우에 나머지 한 근은 유리수이고, ②의 경우에 나머지 한 근은 실수이다.

5 방정식 $x^3=1$ 의 허근의 성질

방정식 $x^3=1$ 의 한 허근을 ω 라고 하면 다른 한 허근은 $\bar{\omega}$ 이므로 다음이 성립한다. (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① $\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$
 $x^3-1=0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$ 이므로 $x^3=1$ 의 한 허근 ω 는 $x^2+x+1=0$ 의 근이다.

② $\omega + \bar{\omega} = -1, \omega\bar{\omega} = 1$
 ω 와 $\bar{\omega}$ 는 이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 두 근이다.

③ $\omega^2 = \frac{1}{\omega} = \bar{\omega}$

6 연립이차방정식의 풀이

(1) $\begin{cases} \text{(일차식)}=0 \\ \text{(이차식)}=0 \end{cases}$ 의 풀

일차방정식을 한 문자에 대하여 정리한 후 이것을 이차방정식에 대입하여 푼다.

(2) $\begin{cases} \text{(이차식)}=0 \\ \text{(이차식)}=0 \end{cases}$ 의 풀

두 이차방정식 중 인수분해할 수 있는 식을 인수분해하여 일차방정식을 얻은 후 이것을 나머지 이차방정식과 연립하여 푼다.

(3) x, y 에 대한 대칭식인 연립이차방정식 x, y 를 서로 바꾸어 대입하여도 변하지 않는 식

$x+y=a, xy=b$ 로 놓고 주어진 연립방정식을 a, b 에 대한 연립방정식으로 변형하여 방정식을 푼 후 x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2-at+b=0$ 의 두 근임을 이용한다.

참고 미지수가 2개인 연립방정식에서 차수가 가장 높은 방정식이 이차방정식일 때, 이 연립방정식을 연립이차방정식이라고 한다.

문제를 풀 때 유용한 **공생 비법**

㉓ 부정방정식의 풀이

방정식의 개수가 미지수의 개수보다 적어 해가 무수히 많은 방정식으로 정수 조건이나 실수 조건이 주어지면 해가 유한개가 된다.

(1) 해가 정수라는 조건이 주어진 부정방정식

⇨ 주어진 방정식을 (일차식) × (일차식) = (정수)의 꼴로 변형한다.

⇨ 약수와 배수의 성질을 이용하여 곱해서 정수가 되는 두 일차식의 값을 구한다.

(2) 해가 실수라는 조건이 주어진 부정방정식

[방법 1] $A^2+B^2=0$ 의 꼴로 변형할 수 있고, A, B 가 실수이면 $A=0, B=0$ 임을 이용한다.

[방법 2] [방법 1]을 이용할 수 없으면 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 이차방정식의 판별식 D 에 대하여 $D \geq 0$ 임을 이용한다.



01 삼·사차방정식의 풀이 중요도 ■■■

459 상중하

삼차방정식 $x^3+3x^2-5x+1=0$ 의 세 근이 $x=a$, $x=b\pm\sqrt{c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 유리수이고, $c>0$ 이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

460 상중하

삼차방정식 $x^3-9x^2+13x+23=0$ 의 세 실근을 α, β, γ 라고 할 때, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$ 의 값은?

- ① 5 ② 9 ③ 11
- ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}+1$

461 상중하 교육청 기출

삼차방정식 $x^3+2x^2-3x-10=0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값은?

- ① -2 ② -3 ③ -4
- ④ -5 ⑤ -6

462 상중하

사차방정식 $x^4+3x^3+3x^2-x-6=0$ 의 두 허근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

463 상중하

사차방정식 $x^4+2x^3+3x^2-2x-4=0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오.

02 공통부분이 있는 사차방정식의 풀이 중요도 ■■■

464 상중하

방정식 $(x^2-x-3)^2-2(x^2-x)+3=0$ 의 네 근을 작은 것부터 차례대로 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라고 할 때, $\alpha-\beta+\gamma-\delta$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2



465 내신 기출

상 중 하

사차방정식 $(x^2-4x+1)(x^2-4x+2)=12$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha-\bar{\alpha})(\beta-\bar{\beta})$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

466 풍샘 비법 1

상 중 하

사차방정식 $x(x-1)(x+2)(x+3)=10$ 의 모든 실근의 곱을 a , 모든 허근의 곱을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5
- ④ -3 ⑤ -1

03 $x^4+ax^2+b=0$ 의 꼴의 방정식의 풀이 중요도

467

상 중 하

사차방정식 $x^4-13x^2+36=0$ 의 모든 음의 실근의 합은?

- ① -1 ② -2 ③ -3
- ④ -4 ⑤ -5

468

상 중 하

사차방정식 $x^4-8x^2+4=0$ 의 네 실근 중 가장 큰 근을 α , 가장 작은 근을 β 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+2\sqrt{3}$

469

상 중 하

사차방정식 $x^4-9x^2+16=0$ 의 네 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta}$ 의 값을 구하시오.

04 $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 의 꼴의 방정식의 풀이 중요도

470

상 중 하

사차방정식 $x^4-3x^3+4x^2-3x+1=0$ 의 두 허근이

$x = \frac{a \pm \sqrt{b}i}{2}$ 일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 실수이고, $b > 0$ 이다.)

- ① -3 ② -2 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

471

상중하

사차방정식 $x^4+5x^3+6x^2+5x+1=0$ 의 한 실근을 α , 한 허근을 β 라고 할 때, $\alpha-\beta+\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하시오.

05

근이 주어진 삼·사차방정식

중요도 ■■■

472

상중하

삼차방정식 $x^3+ax-6=0$ 의 한 근이 2이다. 이 방정식의 다른 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha+\alpha+\beta$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.)

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

473

교육청 기출

상중하

삼차방정식 $x^3+(k+1)x^2+(4k-3)x+k+7=0$ 은 서로 다른 세 실근 1, α, β 를 갖는다. $|\alpha-\beta|$ 의 값은?
(단, k 는 상수이다.)

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13

474

상중하

사차방정식 $x^4-3x^3-2x^2+(a+2)x+a=0$ 의 한 근이 2일 때, 나머지 근 중 가장 큰 근을 a 라고 하자. $a+\alpha$ 의 값은?

- ① 7 ② $5+\sqrt{3}$ ③ 6
- ④ $4+\sqrt{3}$ ⑤ 5

475

상중하

사차방정식 $x^4-(k-4)x^3-x^2+(3k-8)x-8=0$ 의 한 근이 -2일 때, 나머지 세 근 중 두 허근의 합은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

476

내신 기출

상중하

사차방정식 $x^4-3x^3-x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 -1, 2이다. 이 방정식의 다른 두 근을 α, β 라고 할 때, $a+b+\alpha^2+\beta^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)



06 삼·사차방정식의 근의 판별 중요도 ■ ■ ■

477 동생 비법 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - 7x^2 + (a+10)x - 2a = 0$ 의 세 근이 모두 실수가 되도록 하는 자연수 a 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

478 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - x^2 + (k-1)x - k + 1 = 0$ 이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 갖도록 하는 정수 k 의 최솟값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

479 내신 기출 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - x^2 + (a-2)x + a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

480 교육청 기출 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + (a+4)x - a = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오.

481 상 중 하

사차방정식 $x^4 + 3x^3 - (2a+1)x^2 - 3x + 2a = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 a 의 최댓값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

482 상 중 하

사차방정식 $(x^2 + ax + 3)(x^2 + ax + 4) - 2 = 0$ 이 실근과 허근을 모두 가질 때, 모든 자연수 a 의 값의 곱을 구하시오.

07 근에 대한 관계식이 주어진 경우 중요도 ■■■

483 교육청 기출 상 중 하

x 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - (2a+1)x^2 + (a+1)^2x - (a^2+1) = 0$$

의 서로 다른 두 허근을 α, β 라고 하자. $\alpha + \beta = 8$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.)

- ① 16 ② 17 ③ 18
 ④ 19 ⑤ 20

484 상 중 하

삼차방정식 $x^3 + (a-3)x^2 + 2x - a = 0$ 의 두 허근 α, β 에 대하여 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = -3$ 일 때, 실수 a 의 값을 구하시오.

485 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + (k+12)x - 2k = 0$ 의 서로 다른 세 실근이 직각삼각형의 세 변의 길이일 때, 실수 k 의 값은?

- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 6
 ④ $\frac{68}{9}$ ⑤ $\frac{80}{9}$

08 삼차방정식의 근과 계수의 관계 중요도 ■■■

486 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

- (1) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$

487 내신 기출 상 중 하

삼차방정식 $x^3 + x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 일 때, $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

488 상 중 하

삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + x + 2 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$ 의 값을 구하시오.



489 교육청 기출

상 중 하

방정식 $(x-3)(x-1)(x+2)+1=x$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ 의 값은?

- ① 21 ② 23 ③ 25
- ④ 27 ⑤ 29

490

상 중 하

삼차방정식 $x^3-16x^2+(a+5)x+b=0$ 의 세 근의 비가 $1:2:5$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

491

상 중 하

삼차방정식 $2x^3-(a+3)x^2+(b^2+2a)x-3b^2=0$ 의 서로 다른 세 실근의 합이 6일 때, 정수 a, b 에 대하여 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

09 삼차방정식의 작성

중요도 ■ ■ ■

492

상 중 하

삼차방정식 $x^3-2x^2-4x-1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 을 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식은 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 이다. 이때 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
- ④ 7 ⑤ 9

493

상 중 하

삼차방정식 $x^3+x+10=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식을 구하시오.

494 내신 기출

상 중 하

x^3 의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여

$$f(1)=f(3)=f(5)=-2$$

가 성립할 때, 방정식 $f(x)=0$ 의 모든 근의 곱은?

- ① -17 ② -15 ③ 0
- ④ 15 ⑤ 17

495

상중하

삼차방정식 $2x^3 - x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $\alpha + \frac{1}{2}, \beta + \frac{1}{2}, \gamma + \frac{1}{2}$ 을 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 4인 삼차방정식을 구하시오.

10

삼·사차방정식의 켈레근

중요도 ■■■

496

내신 기출

상중하

삼차방정식 $x^3 + 4x^2 + ax - b = 0$ 의 한 허근이 $-i$ 일 때, 나머지 두 근의 곱은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① $4i$ ② $\frac{i}{4}$ ③ $-\frac{i}{4}$
 ④ $-2i$ ⑤ $-4i$

497

상중하

계수가 실수이고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 $3, 1+i$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

498

상중하

계수가 실수이고, $2+i, 1-i$ 를 근으로 갖는 사차방정식의 x^2 의 계수를 m , 상수항을 n 이라고 할 때, $\frac{m}{n}$ 의 값을 구하시오.

499

상중하

사차방정식 $2x^4 - (2a-3)x^3 + 17x^2 + 11x - 2a - 5 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

500

상중하

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}i$ 이고 이차방정식 $x^2 + cx + 3 = 0$ 과 오직 하나의 공통인 근을 가질 때, $a+b+c$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 실수이고, $c > 0$ 이다.)

- ① -3 ② -1 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 5

507 내신 기출

상 중 하

방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때,

$$\omega^{7n} + (\omega + 1)^{4n} = -1$$

을 만족시키는 30 이하의 자연수 n 의 개수를 구하시오.

508

상 중 하

사차방정식 $x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

보기

ㄱ. $\omega^{100} = \bar{\omega} - 1$

ㄴ. $(\omega^2 + \omega + 1)^{15} + (\omega^2 + \omega - 1)^{15} = 0$

ㄷ. $1 + 2\omega + 3\omega^2 + \dots + 9\omega^8 = 11\omega - 2$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

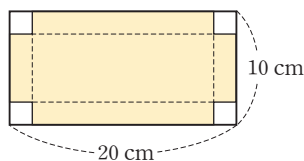
12 삼차방정식의 활용

중요도

509

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20 cm, 10 cm인 직사각형 모양의 종이가 있다. 이 종이의 네



귀퉁이에서 한 변의 길이가 x cm인 정사각형을 잘라 내고 점선을 따라 접었더니 부피가 192 cm^3 인 직육면체 모양의 뚜껑 없는 상자가 되었다. 이때 자연수 x 의 값을 구하시오.

510

상 중 하

밑면의 반지름의 길이와 높이가 각각 3 m인 원기둥 모양의 물탱크가 있다. 이 물탱크의 밑면의 반지름의 길이를 적당히 늘이고, 같은 길이만큼 높이를 줄여 새로운 원기둥 모양의 물탱크를 만들었더니 물탱크의 부피가 처음과 같았다. 이때 새로운 물탱크의 밑면의 반지름의 길이를 구하시오.

511

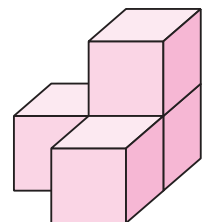
상 중 하

어떤 정육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이를 각각 2 cm, 3 cm씩 늘이고, 높이를 1 cm 줄여서 직육면체를 만들었더니 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하시오. (단, 처음 정육면체의 한 모서리의 길이는 자연수이다.)

512 교육청 기출

상 중 하

한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체 네 개를 오른쪽 그림과 같이 쌓아 놓은 입체의 부피는 $A \text{ cm}^3$, 겉넓이는 $B \text{ cm}^2$ 이다. $3A = B + 24$ 일 때, x 의 값은?



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $1 + \sqrt{2}$
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

13 일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 중요도 ■■■

513 내신 기출 (상 중 하)

연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ x^2-2y^2=-1 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라고 할 때, $\alpha^2-\beta^2$ 의 최댓값을 구하시오.

514 교육청 기출 (상 중 하)

연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ 6x^2-xy-2y^2=0 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

515 (상 중 하)

두 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=4 \\ ax^2-y^2=3 \end{cases}, \begin{cases} 5x+by=2 \\ x^2+2y^2=22 \end{cases}$ 가 공통인 해를 가질 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?
 ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

14 두 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식 중요도 ■■■

516 (상 중 하)

연립방정식 $\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 \\ 2x^2+y^2=9 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하시오.

517 내신 기출 (상 중 하)

연립방정식 $\begin{cases} x^2+10y^2=26 \\ x^2+16y^2=8xy \end{cases}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2x-9y$ 의 최솟값은?
 ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

518 교육청 기출 (상 중 하)

연립방정식 $\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ 2x^2-y^2=2 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 최댓값은?
 ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5
 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6


519

상중하

두 연립방정식 $\begin{cases} ax^2+by^2=-1 \\ 3x^2+xy-y^2=1 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2+3xy-2y^2=0 \\ 2ax^2-by^2=10 \end{cases}$

이 공통인 해를 가질 때, 정수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

15

x, y 에 대한 대칭식인 연립이차방정식 중요도 

520

상중하

연립방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ xy+2(x+y)=11 \end{cases}$ 의 해 중에서 $x > y$ 인

것을 $x=\alpha, y=\beta$ 라고 할 때, $2\alpha-\beta$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

521

상중하

연립방정식 $\begin{cases} xy+x+y=19 \\ x^2y+xy^2=84 \end{cases}$ 를 만족시키는 자연수 $x,$

y 에 대하여 x^2+y^2 의 값은?

- ① 35 ② 30 ③ 25
④ 20 ⑤ 15

522

상중하

두 연립방정식 $\begin{cases} x+y=3 \\ ax^2-y^2=15 \end{cases}, \begin{cases} xy=-4 \\ x^2+bxy+y^2=5 \end{cases}$ 의 공

통인 해가 존재하도록 하는 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $a > b$)

- ① 8 ② 13 ③ 18
④ 23 ⑤ 28

16

연립이차방정식의 해의 조건

중요도 

523

상중하

연립방정식 $\begin{cases} 3x-y=2 \\ x^2-y^2=a \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 가질 때,

실수 a 의 값을 구하시오.

524

상중하

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x^2+xy+y^2=-k-1 \end{cases}$ 이 실근을 갖도록

하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



525

상중하

연립방정식 $\begin{cases} x+y=2a-1 \\ xy=a^2-3 \end{cases}$ 이 허근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

526

상중하

연립방정식 $\begin{cases} (x+2)(y+2)=k \\ (x-3)(y-3)=k \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 실근 $x=\alpha, y=\beta$ 를 가질 때, $k\alpha\beta$ 의 값은?

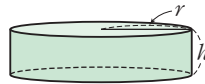
- ① $\frac{25}{16}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{25}{8}$
- ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{25}{4}$

17 연립방정식의 활용 중요도 ■ ■ ■

527 교육청 기출

상중하

밑면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원기둥 모양의 용기에 대하여



$$r+2h=8, r^2-2h^2=8$$

일 때, 이 용기의 부피는? (단, 용기의 두께는 무시한다.)

- ① 16π ② 20π ③ 24π
- ④ 28π ⑤ 32π

528

상중하

둘레의 길이가 10인 직사각형의 가로의 길이를 a , 세로의 길이를 b 라고 하면 $a^2-2ab-3b^2-a+15b-12=0$ 을 만족시킨다. 이 직사각형의 대각선의 길이는?

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
- ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$

529

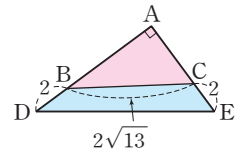
상중하

두 자리 자연수에서 각 자리의 숫자의 제곱의 합은 97이고, 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수와 처음 수의 합은 143이다. 처음 수를 구하시오. (단, 십의 자리의 숫자보다 일의 자리의 숫자가 더 크다.)

530 내신 기출

상중하

오른쪽 그림에서 두 점 B, C는 각각 직각삼각형 ADE의 두 변 AD, AE 위의 점이다. 삼각형 ABC의 넓이와 사각형 BDEC의 넓이가 같을 때, 삼각형 ABC의 넓이는?



- ① 8 ② 10 ③ 12
- ④ 18 ⑤ 20

18 정수 조건의 부정방정식

중요도 ■■■

531 공생 비법 상중하

방정식 $xy - 2x - y - 3 = 0$ 을 만족시키는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

532 내신 기출 상중하

방정식 $6xy + 2x - 3y - 3 = 0$ 을 만족시키는 정수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.

533 상중하

방정식 $x^2 + 2(y-1)x + y^2 - 5 = 0$ 을 만족시키는 양의 정수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 값은?

- ① 2 ② 1 ③ 0
 ④ -1 ⑤ -2

19 실수 조건의 부정방정식

중요도 ■■■

534 공생 비법 상중하

방정식 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2y + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 3

535 상중하

방정식 $x^2 - 4xy + 2x + 5y^2 - 10y + 10 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하시오.

536 상중하

방정식 $(x-y)^2 + 4x - 12 = 0$ 을 만족시키는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최댓값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10



537

삼차방정식 $x^3+x-2=0$ 의 한 실근을 a 라 하고 두 허근을 β, γ 라고 할 때, $\{(a-\beta)(a-\gamma)\}^2$ 의 값을 구하시오.

538

삼차방정식 $x^3-3x^2+x-2=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $\frac{\beta+\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$ 의 값을 구하시오.

539

삼차방정식 $x^3-x^2-3x-9=0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\bar{\alpha}^2}{\alpha} + \frac{\bar{\beta}^2}{\beta}$ 의 값을 구하시오.
(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

540

실수 a, b, c 와 허수 d 에 대하여 삼차방정식 $x^3-x^2+ax+b=0$ 의 세 근이 $c, d, 1+i$ 일 때, $ad+bc$ 의 값을 구하시오. (단, $i=\sqrt{-1}$)

541

삼차방정식 $x^3=-1$ 의 한 허근이 ω 일 때, 4ω 는 이차방정식 $x^2+ax-8b=0$ 의 근이다. 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

542

연립방정식 $\begin{cases} x-y=a \\ x^2+3y^2=12 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해 $x=a, y=\beta$ 를 가질 때, $a+\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오. (단, $a>0$)



543

방정식 $(x^2-5x+6)(x^2-3x+2)=42$ 의 한 실근을 α , 한 허근을 β 라고 할 때, $\alpha^2-4\alpha-\beta^2+4\beta$ 의 값은?

- ① -13 ② -7 ③ -1
- ④ 7 ⑤ 13

544

x 에 대한 사차방정식 $x^4-(2a-5)x^2+2=0$ 이 서로 다른 네 실근 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ($\alpha < \beta < \gamma < \delta$)를 갖는다. $\alpha^2+\beta^2=3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

545 교육청 기출

x 에 대한 삼차방정식 $(x-a)\{x^2+(1-3a)x+4\}=0$ 이 서로 다른 세 실근 1, α, β 를 가질 때, $\alpha\beta$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.)

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

546

삼차방정식 $x^3-2x^2+4x-4=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $(\alpha^2-\alpha+3)(\beta^2-\beta+3)(\gamma^2-\gamma+3)$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

547 교육청 기출

세 실수 a, b, c 에 대하여 삼차다항식

$$P(x)=x^3+ax^2+bx+c$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) x 에 대한 삼차방정식 $P(x)=0$ 은 한 실근과 서로 다른 두 허근을 갖고, 서로 다른 두 허근의 곱은 5이다.
- (나) x 에 대한 삼차방정식 $P(3x-1)=0$ 은 한 근 0과 서로 다른 두 허근을 갖고, 서로 다른 두 허근의 합은 2이다.

$a+b+c$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7



548

계수가 실수인 삼차식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, 삼차방정식 $f(2x) = 0$ 의 세 근의 곱은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- (가) $f(x)$ 는 $x - 4$ 로 나누어떨어진다.
 (나) 삼차방정식 $f(x) = 0$ 의 한 근이 $2i$ 이다.

- ① 1 ② 2 ③ 4
 ④ 8 ⑤ 16

549

계수가 모두 실수이고 삼차항의 계수가 1인 삼차식 $P(x)$ 에 대하여 방정식 $P(x) = 0$ 의 한 근은 $1 + 2i$ 이다. 방정식 $P(-2x + 3) = 0$ 의 세 근의 합이 5일 때, $P(1)$ 의 값은?

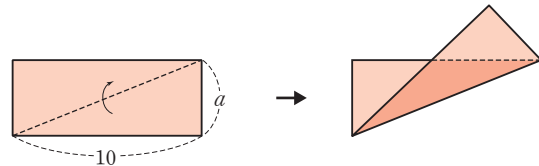
- ① 12 ② 13 ③ 14
 ④ 15 ⑤ 16

550

다항식 $f(x) = x^2 + x + 1$ 에 대하여 $f(x^{12})$ 을 $f(x)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

551 도전! 1등급

다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 10, a 인 직사각형 모양의 종이를 대각선을 따라 접었더니 겹쳐진 부분의 넓이가 $\frac{58}{5}$ 이었다. a 의 값은? (단, $0 < a < 6$)



- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

552

연립방정식 $\begin{cases} |x-2y|=3 \\ |x^2-4y^2|=12 \end{cases}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $2x+8y$ 의 최댓값을 구하시오.

553

실수 x, y 에 대하여

$$\langle x, y \rangle = \begin{cases} x & (x \geq y) \\ -y & (x < y) \end{cases}$$

로 정의하자. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-4y^2 = \langle x, y \rangle \\ x-y+5 = \langle x, y \rangle \end{cases}$ 의 해가

$x=\alpha, y=\beta$ 일 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① 101 ② 102 ③ 103
- ④ 104 ⑤ 105

554

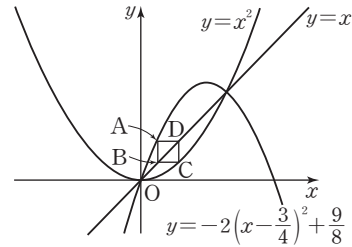
다음 그림에서 두 점 A, C는 각각 이차함수

$y = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$, $y = x^2$ 의 그래프 위에 있고, 두

점 B, D는 직선 $y = x$ 위에 있다. 사각형 ABCD가

정사각형일 때, 점 C의 x 좌표는 $\frac{m+\sqrt{n}}{2}$ 이다. 유리수

m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? (단, $n > 0$)



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

555 도전! 등급

삼차방정식 $x^3 - x^2 + (3a - a^2)x - 2a^2 = 0$ 이 서로 다른 세 정수인 근을 가질 때, 모든 a 의 값의 합은?

- ① 14 ② 16 ③ 18
- ④ 20 ⑤ 22

08 일차부등식

1 부등식의 기본 성질

실수 a, b, c 에 대하여

- ① $a > b, b > c$ 이면 $a > c$
- ② $a > b$ 이면 $a + c > b + c, a - c > b - c$
- ③ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
- ④ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

부등식의 양변에 음수를 곱하거나 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

참고 허수에서는 대소 관계를 생각할 수 없으므로 부등식에 포함된 문자는 모두 실수로 생각한다.

2 부등식 $ax > b$ 의 풀이

부등식 $ax > b$ 의 해는

- ① $a > 0$ 일 때, $x > \frac{b}{a}$
- ② $a < 0$ 일 때, $x < \frac{b}{a}$
- ③ $a = 0$ 일 때, $\begin{cases} b \geq 0 \text{이면 해는 없다.} \\ b < 0 \text{이면 해는 모든 실수이다.} \end{cases}$

3 연립일차부등식

(1) 연립부등식과 연립일차부등식

두 개 이상의 부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 연립부등식이라 하고, 각각의 부등식이 일차부등식인 연립부등식을 연립일차부등식이라고 한다.

(2) 연립일차부등식의 해

연립부등식에서 두 부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값의 범위를 연립부등식의 해라 하고, 연립부등식의 해를 구하는 것을 연립부등식을 푼다고 한다.

(3) 연립일차부등식의 풀이 순서

[1단계] 각각의 일차부등식을 푼다.

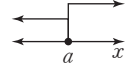
[2단계] 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타낸다.

[3단계] 공통부분을 찾아 주어진 연립부등식의 해를 구한다.

참고 특수한 해를 갖는 연립일차부등식

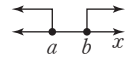
(1) 해가 한 개인 경우

$$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq a \end{cases} \text{이면 해는 } x = a$$

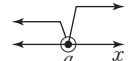


(2) 해가 없는 경우

$$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases} \text{ (} a < b \text{)이면 해는 없다.}$$



$$\begin{cases} x < a \\ x \geq a \end{cases} \text{이면 해는 없다.}$$



$$\begin{cases} x < a \\ x > a \end{cases} \text{이면 해는 없다.}$$



4 $A < B < C$ 의 꼴의 부등식

$A < B < C$ 의 꼴의 부등식은 연립부등식 $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 의 꼴로 바꾸어 푼다.

주의 $A < B < C$ 의 꼴의 부등식을 $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$ 의 꼴로 바꾸어 풀지 않도록 주의한다.

5 절댓값 기호를 포함한 부등식

(1) $a > 0$ 일 때

- ① $|x| < a$ 의 해는 $-a < x < a$
- ② $|x| > a$ 의 해는 $x < -a$ 또는 $x > a$

(2) 절댓값 기호를 포함한 부등식의 풀이 순서

[1단계] 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 x 의 값의 범위를 나눈다.

[2단계] 각 범위에서 절댓값 기호를 없앤 후 식을 정리하여 해를 구한다.

[3단계] [2단계]에서 구한 해를 모두 합친 x 의 값의 범위를 구한다.

문제를 풀 때 유용한 **풍생 비법**

1 절댓값 기호가 두 개인 부등식

두 일차식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(a) = 0, g(b) = 0$ ($a < b$)일 때, $|f(x)| + |g(x)| < c$ 의 꼴의 부등식

$\Rightarrow x$ 의 값의 범위를 $x < a, a \leq x < b, x \geq b$ 로 나누어 푼다.



01 부등식 $ax > b$ 의 풀이

중요도 ■ ■ ■

556

상중하

$a < 0, b > 0$ 일 때, 다음 x 에 대한 부등식을 푸시오.

- (1) $2ax - 5a > ax + 4a$
- (2) $bx + 6a < 2ax + 3b$

557

상중하

부등식 $a^2x + 2x + 1 < a(3x + 1)$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

558

상중하

부등식 $(2a - b)x \geq a + b$ 의 해가 없을 때, 부등식 $(a + 3b)x - 4a - 5b > 0$ 의 해는? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x > 2$
- ④ $x < 2$ ⑤ $-2 < x < 2$

559

상중하

$\frac{b}{2a} = 1$ 일 때, $(4x - 3)a > (x + 2)b + 1$ 의 해가 $x > 4$ 이다. 부등식 $ax - 4 < bx + 1$ 을 만족시키는 정수 x 의 최솟값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -4 ② -5 ③ -6
- ④ -7 ⑤ -8

02 연립일차부등식의 풀이

중요도 ■ ■ ■

560 교육청기출

상중하

연립부등식 $\begin{cases} x + 6 \leq 4x \\ 3x + 4 < x + 16 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

561

상중하

연립부등식 $\begin{cases} 3x + 7 > -2 - (x + 7) \\ 2(x + 1) - 9 \leq 3(x - 1) + 1 \end{cases}$ 을 만족시키는 가장 작은 정수 x 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

562 내신기출

상중하

연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} \\ 0.5x - 1.1 < 0.3x \end{cases}$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14



563

상중하

연립부등식 $\begin{cases} \frac{3x+2}{12} \leq \frac{x}{2} \\ 5-2(x-4) > -x+10 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$

일 때, 다음 중 부등식 $ax < b$ 의 해가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

03 $A < B < C$ 의 꼴의 부등식

중요도 ■■■

564

상중하

다음 부등식을 푸시오.

- (1) $-x+3 < 3x-1 \leq 2x+5$
- (2) $x-6 \leq 2x-3 < -3x+7$

565

상중하

부등식 $2x-9 < 3(x-2) < -4(x+3)+6$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은?

- ① -6 ② -3 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 3

566 내신 기출

상중하

부등식 $0.4x-0.6 \leq -\frac{1}{2}x+0.3 < \frac{1}{5}x+1.7$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

567

상중하

부등식 $\frac{x+2}{4} \leq \frac{5-x}{2} \leq \frac{-2x+7}{3}$ 을 만족시키는 x 에 대하여 $A = -x+6$ 일 때, A 의 최솟값은?

- ① -1 ② 3 ③ 7
- ④ 10 ⑤ 13

04 특수한 해를 갖는 연립일차부등식

중요도 ■■■

568

상중하

다음 연립부등식 중 해가 없는 것은?

- ① $\begin{cases} x+5 > 8 \\ 2x-3 < 11 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 5x+1 > 3(x-1) \\ x+2 \geq -4x+7 \end{cases}$
- ③ $\begin{cases} 3(x-7) \leq -x+3 \\ 2(x-9) \geq 3(4-x) \end{cases}$ ④ $\begin{cases} 6x-5 < -(3x+2) \\ 7-5(x-1) \leq 6-2x \end{cases}$
- ⑤ $\begin{cases} \frac{3}{4}(x+4) < -\frac{1}{6}x-8 \\ 0.3x-0.6 \geq 0.4x \end{cases}$

569

상중하

연립부등식 $\begin{cases} 5x-6 \geq 2x+3 \\ \frac{x}{6} - \frac{5}{4} > \frac{x}{2} + \frac{5}{12} \end{cases}$ 를 풀면?

- ① $x \leq 3$ ② $3 \leq x < 5$ ③ $x > 5$
- ④ 해는 없다. ⑤ 모든 실수

570

상중하

부등식 $\frac{1}{2}x - 1 \leq 2 - x \leq \frac{4 - 2x}{3}$ 를 푸시오.

05 해가 주어진 연립일차부등식

중요도 ■■■

571 교육청 기출

상중하

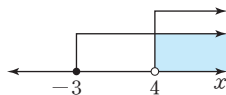
x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x - 1 > 8 \\ 2x - 16 \leq x + a \end{cases}$ 의 해가

$b < x \leq 28$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오.

572

상중하

연립부등식 $\begin{cases} -x - 2 < 2a \\ 4(x + 1) \geq 3x + b \end{cases}$ 의



해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

573

상중하

연립부등식 $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{a}{4} \leq \frac{1}{2}x + \frac{7}{6} \\ x + b \geq \frac{2x + 11}{7} \end{cases}$ 의 해가 $x = -2$ 일 때,

$a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

574 내신 기출

상중하

부등식 $\frac{5x + a}{2} \leq 3x + 1 \leq -2(x + b)$ 의 해가

$-5 \leq x \leq 1$ 일 때, $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

575

상중하

일차부등식 $(3a - b)x < 2a + 1$ 의 해가 $x > 2$ 일 때,

연립부등식 $\begin{cases} (4a + 1)x < 2b(x - 1) + 3 \\ 8ax - 1 > 4bx - 7 \end{cases}$ 의 해는

$a - 1 < x < 6$ 이다. 이때 ab 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 12
④ 14 ⑤ 15



06 해를 갖거나 갖지 않는 연립일차부등식 중요도 ■■■

576 내신기출 상 ■중 ■하 ■

연립부등식 $\begin{cases} 2x-a \geq 5x \\ -2x+5 \geq -5x+6 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -1$ ② $a \leq -1$ ③ $a > -1$
- ④ $a \geq -1$ ⑤ $a \geq 1$

577 상 ■중 ■하 ■

연립부등식 $\begin{cases} 2x+1 \leq 3(x-2) \\ x+3a < 1 \end{cases}$ 이 해를 갖도록 하는 정수 a 의 최댓값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

578 상 ■중 ■하 ■

부등식 $3(1-2x) \leq 4-x \leq a-6x$ 가 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

07 정수인 해의 개수가 주어진 연립일차부등식 중요도 ■■■

579 상 ■중 ■하 ■

연립부등식 $\begin{cases} 2x-9 \leq 3 \\ 3x-a \geq x+5 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 가 3개일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq a < 1$ ② $-1 < a \leq 1$ ③ $1 \leq a < 3$
- ④ $1 < a \leq 3$ ⑤ $3 \leq a < 5$

580 상 ■중 ■하 ■

연립부등식 $\begin{cases} 5x+2 \leq 3x+k \\ 3x+4 < 6x+1 \end{cases}$ 에 대하여 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k 는 상수이다.)

(보기)

- ㄱ. $k=4$ 이면 연립부등식을 만족시키는 정수 x 가 1개이다.
- ㄴ. 연립부등식을 만족시키는 정수 x 가 2개일 때, k 의 값의 범위는 $8 < k \leq 10$ 이다.
- ㄷ. 연립부등식의 해가 없을 때, k 의 값의 범위는 $k \leq 4$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

581 교육청기출 상 ■중 ■하 ■

x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x+2 > 3 \\ 3x < a+1 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 9가 되도록 하는 자연수 a 의 최댓값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
- ④ 13 ⑤ 14

582

상중하

연립부등식 $\begin{cases} 5(x-1)+4 > 7x-2 \\ 3x-1 \geq 1-2(x+a) \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 가 -1 과 0 뿐일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

08

연립일차부등식의 활용

중요도 ■■■

583

상중하

연속하는 세 홀수의 합은 25보다 크고, 가장 큰 홀수의 3배는 나머지 두 홀수의 합의 2배보다 클 때, 가장 작은 홀수는?

- ① 13 ② 11 ③ 9
④ 7 ⑤ 5

584

상중하

다음 표는 어느 놀이공원의 두 놀이기구 A, B의 요금과 타는 시간을 나타낸 것이다.

놀이기구	A	B
요금	4000원	3000원
타는 시간	6분	3분

23000원 이하의 요금으로 25분 이내에 놀이기구 A, B를 합하여 6번 탈 때, 놀이기구 A는 최대 몇 번 탈 수 있는지 구하시오.

(단, 이동 시간과 대기 시간은 무시한다.)

585 내신 기출

상중하

상자에 구슬을 나누어 담으려고 한다. 한 상자에 구슬을 4개씩 담으면 7개의 구슬이 남고, 한 상자에 5개씩 담으면 1개의 상자가 남는다고 한다. 상자의 최소 개수는?

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

586

상중하

농도가 20%인 소금물 300g에 농도가 5%인 소금물을 섞어서 농도가 10% 이상 15% 이하인 소금물을 만들려고 할 때, 농도가 5%인 소금물의 양의 범위를 구하시오.

587

상중하

어느 학교에서 작년 수학 경시대회에 참가한 학생 수는 170 이상이었고, 남녀 학생 수의 비는 8:7이었다. 올해에는 같은 수로 남녀 학생의 참가가 줄어 참가한 학생 수는 170 미만이 되었고, 남녀 학생 수의 비는 15:13이 되었다. 작년에 비해 올해 줄어든 참가자 수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

09 $|ax+b|<c, |ax+b|>c$ 의 꼴의 부등식 중요도 ■■■

588

상중하

다음 부등식을 푸시오.

- (1) $|x-4|<2$
 (2) $|7-3x|>8$

589

상중하

연립부등식 $\begin{cases} |x-3|\leq 4 \\ \frac{3x-1}{2}\geq x+1 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의

개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

590

상중하

부등식 $|2x+a|\geq 6$ 의 해가 $x\leq -4$ 또는 $x\geq b$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

591 교육청 기출

상중하

x 에 대한 부등식 $|x-7|\leq a+1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 9가 되도록 하는 자연수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

592

상중하

부등식 $|ax+1|<b$ 의 해가 $-4<x<5$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $ab<0$)

- ① -11 ② -7 ③ -3
 ④ 7 ⑤ 11

10 $|ax+b|<cx+d$ 의 꼴의 부등식 중요도 ■■■

593

상중하

부등식 $|4x+1|\leq x+4$ 의 해가 $a\leq x\leq b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

594

상중하

부등식 $|2x-5| < 7-x$ 를 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

595 내신 기출

상중하

부등식 $|1-x| < 11-2x$ 의 해가 $x < a$ 에 포함되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -4$ ② $a \geq -4$ ③ $a \leq 4$
- ④ $a > 4$ ⑤ $a \geq 4$

596

상중하

x 에 대한 부등식 $|3x-1| < x+a$ 의 해가 $-1 < x < 3$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

11 절댓값 기호가 두 개인 부등식

중요도 ■ ■ ■

597 풍뎡 비법 ①

상중하

부등식 $|x+1| + |x-2| \leq 5$ 의 해가 $a \leq x \leq \beta$ 일 때, $\beta - a$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5

598

상중하

부등식 $|2x+5| > 4|x+2| + x$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

599 내신 기출

상중하

부등식 $2|x+4| - 3\sqrt{(x+1)^2} \geq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

600

상중하

부등식 $||x+1|-2|<3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

601

상중하

양수 m, n 에 대하여 부등식

$$|x| + |x-m| < n$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수를 $N(m, n)$ 이라고 할 때, $N(a+1, a+5)=20$ 을 만족시키는 자연수 a 의 값을 구하시오.

12

절댓값 기호를 포함한 부등식의 해의 조건

중요도 ■ ■ ■ ■

602

상중하

부등식 $|3x+2|>a-4$ 의 해가 모든 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -4$ ② $a < 4$ ③ $a \leq 4$
 ④ $a > 4$ ⑤ $a \geq 4$

603

상중하

부등식 $|x+7| \leq \frac{4}{5}k-8$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

604

상중하

부등식 $\sqrt{(2x-5)^2+a} \leq 3$ 이 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < 0$ ② $a \leq 0$ ③ $a < 3$
 ④ $a \leq 3$ ⑤ $a \geq 3$

605

상중하

부등식 $|x-k| \leq k^2+6k$ 가 오직 한 개의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① -6 ② -3 ③ 0
 ④ 3 ⑤ 6



606

부등식 $(a-2b)x-a+3b \leq 0$ 의 해가 없을 때, 부등식 $(3a-5b)x-2a+b < 0$ 의 해를 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.)

607

부등식 $\frac{2}{3}x+1 < \frac{1}{2}x+4 < 2(x-1)$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오.

608

연립부등식 $\begin{cases} 2(x-a) \leq 4(x+1) \\ 3x+b \leq 5 \end{cases}$ 의 해가 $-4 \leq x \leq 3$

일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

609

연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \leq 4x+a \\ 5(x+1) < 2x+11 \end{cases}$ 을 만족시키는 x 의 값

중 가장 큰 정수가 M , 가장 작은 정수가 -7 일 때, $M+a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 자연수이다.)

610

연립부등식 $\begin{cases} \frac{1}{4}(x+1) < x - \frac{7}{2} \\ a-4x \geq 8-2x \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 실수

a 의 최댓값을 구하시오.

611

부등식 $|3x-5| - |x-1| < 4$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오.



612

부등식 $a(ax-1)-b \leq (6-a)x$ 의 해가 모든 실수이고 $|b| \leq 4$ 일 때, 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

613

세 양수 a, b, c 에 대하여 부등식

$$\frac{2x+b+c}{a} + \frac{2x+c+a}{b} + \frac{2x+a+b}{c} < -3$$

의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $(a+b)x+4c > 8$ 의 해는?

- ① $x < 2$ ② $x < 4$ ③ $x < 6$
 ④ $x > 2$ ⑤ $x > 4$

614

다음을 모두 만족시키는 정수 x 의 개수는?

$$(v) \sqrt{x-8}\sqrt{1-x} = -\sqrt{(x-8)(1-x)}$$

$$(iv) \frac{\sqrt{4x+9}}{\sqrt{2x-7}} = -\sqrt{\frac{4x+9}{2x-7}}$$

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

615

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + 2k - 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, $x^2 - 2(k-1)x + k^2 + 7 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < -3$ ② $k > -3$ ③ $-3 < k < \frac{9}{4}$
 ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k > \frac{9}{4}$

616

부등식 $x+a \leq 7-2x \leq 3x+b$ 를 연립부등식

$\begin{cases} x+a \leq 7-2x \\ x+a \leq 3x+b \end{cases}$ 로 잘못 변형하여 풀었더니 해가

$-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ 이었다. 이때 원래 부등식의 해를 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.)

617 도전! 등급

부등식 $2a-5b-5 < (a-b)x < 4a+b+1$ 의 해가 $1 < x < 6$ 일 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 정수이다.)

- ① -6 ② -2 ③ -1
④ 2 ⑤ 3

618

연립부등식 $\begin{cases} (a+1)x < (x+1)a-1 \\ 2ax-a < (2a+1)x-3 \end{cases}$ 을 만족시키는 정

수 x 의 개수를 $f(a)$ 라고 하자. 부등식 $f(a) < 3a-12$ 를 만족시키는 정수 a 의 최솟값은? (단, $a > 2$)

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

619

일의 자리의 숫자가 십의 자리의 숫자보다 2만큼 작은 두 자리 자연수가 있다. 이 자연수의 각 자리의 숫자의 합은 15 이하이고, 이 자연수는 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수의 2배에서 40을 뺀 수보다 작다. 처음 자연수를 구하시오.

620

어떤 동아리의 학생들이 밤 식빵 몇 봉지를 나누어 먹으려고 한다. 각 봉지에는 한 덩어리의 밤 식빵이 들어 있고, 각 봉지의 모든 밤 식빵을 똑같이 8조각으로 각각 자른 후 한 명이 4조각씩 먹으면 3명이 밤 식빵을 한 조각도 먹을 수 없고, 한 명이 3조각씩 먹으면 밤 식빵이 한 봉지 이하로 남는다고 한다. 이때 이 동아리의 최대 학생 수는?

- ① 16 ② 17 ③ 18
 ④ 19 ⑤ 20

621

부등식 $|x+3k| < k^2+3$ 의 해가 $-13 < x < 1$ 일 때, 부등식 $|x| < k$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?
 (단, k 는 상수이다.)

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

622

부등식 $||x+1| + \sqrt{x^2+6x+9}| < 5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

623 교육청 기출

수직선 위의 두 점 A(3), B(7)에 대하여 점 P(x)가 $\overline{AP} + \overline{BP} \leq 8$ 을 만족시킬 때, 선분 OP의 길이의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, O는 원점이다.)

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

624 도전! 1등급

부등식 $|x+3| + |x-4| < k$ 의 해가 없을 때, 실수 k 의 최댓값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 9

1 이차부등식과 이차함수의 관계

(1) 이차부등식

부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, 좌변이 미지수 x 에 대한 이차식으로 나타내어지는 부등식

(2) 이차부등식의 해와 이차함수의 그래프의 관계

① $ax^2+bx+c>0$ 의 해

$\Rightarrow y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위 $y=ax^2+bx+c$ 에서 $y>0$ 인 x 의 값의 범위

② $ax^2+bx+c<0$ 의 해

$\Rightarrow y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위 $y=ax^2+bx+c$ 에서 $y<0$ 인 x 의 값의 범위

2 이차부등식의 해

이차식 $f(x)=ax^2+bx+c$ ($a>0$)에 대하여 이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식을 D 라 하고, 두 실근을 α, β ($\alpha<\beta$)라고 하면 D 의 부호에 따라 이차부등식의 해는 다음과 같다.

판별식의 부호	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$y=f(x)$ 의 그래프			
$f(x)>0$ 의 해	$x<\alpha$ 또는 $x>\beta$	$x\neq\alpha$ 인 모든 실수	모든 실수
$f(x)\geq 0$ 의 해	$x\leq\alpha$ 또는 $x\geq\beta$	모든 실수	모든 실수
$f(x)<0$ 의 해	$\alpha<x<\beta$	없다.	없다.
$f(x)\leq 0$ 의 해	$\alpha\leq x\leq\beta$	$x=\alpha$	없다.

참고 $a<0$ 인 경우에는 부등식의 양변에 -1 을 곱하여 x^2 의 계수가 양수가 되도록 고쳐서 푼다.

문제를 풀 때 유용한 **풍샘 비법**

1 이차방정식의 근의 위치

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$)의 판별식을 D 라 하고, $f(x)=ax^2+bx+c$ 라고 하면

(1) 두 근이 모두 p 보다 크다. $\Rightarrow D\geq 0, f(p)>0, -\frac{b}{2a}>p$

(2) 두 근이 모두 p 보다 작다. $\Rightarrow D\geq 0, f(p)>0, -\frac{b}{2a}<p$

(3) 두 근 사이에 p 가 있다 $\Rightarrow f(p)<0$

(4) 두 근이 모두 p, q ($p<q$) 사이에 있다. $\Rightarrow D\geq 0, f(p)>0, f(q)>0, p<-\frac{b}{2a}<q$

3 이차부등식의 작성

x^2 의 계수가 1이고

(1) 해가 $a<x<\beta$ 인 이차부등식은

$$(x-a)(x-\beta)<0, \text{ 즉 } x^2-(a+\beta)x+a\beta<0$$

(2) 해가 $x<a$ 또는 $x>\beta$ ($a<\beta$)인 이차부등식은

$$(x-a)(x-\beta)>0, \text{ 즉 } x^2-(a+\beta)x+a\beta>0$$

참고 해가 $x=a$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은 $(x-a)^2\leq 0$

4 이차부등식이 항상 성립할 조건

모든 실수 x 에 대하여

(1) $ax^2+bx+c>0$ 이 성립 $\Rightarrow a>0, b^2-4ac<0$

(2) $ax^2+bx+c\geq 0$ 이 성립 $\Rightarrow a>0, b^2-4ac\leq 0$

(3) $ax^2+bx+c<0$ 이 성립 $\Rightarrow a<0, b^2-4ac<0$

(4) $ax^2+bx+c\leq 0$ 이 성립 $\Rightarrow a<0, b^2-4ac\leq 0$

5 연립이차부등식

(1) 연립이차부등식

연립부등식을 이루는 부등식 중에서 차수가 가장 높은 부등식이 이차부등식인 연립부등식

(2) 연립이차부등식의 풀이

각 부등식의 해를 구한 다음 이들의 공통부분을 구하여 푼다.

6 이차방정식의 실근의 부호

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 하고, 두 실근을 α, β 라고 하면

(1) 두 근이 모두 양수 $\Rightarrow D\geq 0, \alpha+\beta>0, \alpha\beta>0$

(2) 두 근이 모두 음수 $\Rightarrow D\geq 0, \alpha+\beta<0, \alpha\beta>0$

(3) 두 근이 서로 다른 부호 $\Rightarrow \alpha\beta<0$

$\alpha\beta<0$ 이면 $ac<0$ 이므로 항상 $D>0$ 이다.

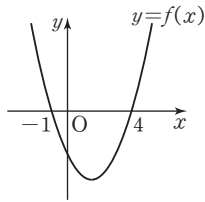


01 그래프를 이용한 이차부등식의 풀이 중요도 ■■■

625

상중하

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) < 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은?

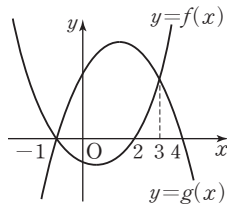


- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

626

상중하

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 아닌 것은?

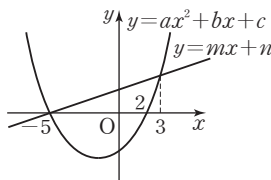


- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

627 내신 기출

상중하

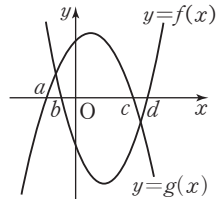
이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 이 오른쪽 그림과 같을 때, 이차부등식 $ax^2+(b-m)x+c-n \leq 0$ 의 해를 구하시오.



628

상중하

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)g(x) > 0$ 의 해를 구하시오.



02 이차부등식의 풀이 중요도 ■■■

629 교육청 기출

상중하

이차부등식 $(x-1)(x-5) \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

630 내신 기출

상중하

이차부등식 $x^2-3x-18 > 0$ 의 해가 $x < \alpha$ 또는 $x > \beta$ 일 때, $\alpha - \beta$ 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5
- ④ -3 ⑤ -1

631 내신 기출

상 중 하

다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

- ① $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ ② $9x^2 + 1 \leq 6x$
- ③ $x^2 + 4x < -4$ ④ $x^2 - 2x + 1 > 0$
- ⑤ $-x^2 - 2x + 3 > 0$

632

상 중 하

다음 부등식 중 이차부등식 $x^2 - 6x - 7 \leq 0$ 과 해가 같은 것은?

- ① $|x - 2| \leq 3$ ② $|x - 3| \leq 3$ ③ $|x - 3| \leq 4$
- ④ $|x - 4| \leq 3$ ⑤ $|x - 4| \leq 4$

03

절댓값 기호를 포함한 이차부등식의 풀이 중요도

633

상 중 하

부등식 $x^2 - 2x - 8 \leq 2|x + 2|$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

634

상 중 하

부등식 $|x^2 - 2x - 4| \geq 4$ 의 해가 $x \leq a$ 또는 $0 \leq x \leq \beta$ 또는 $x \geq \gamma$ 일 때, $a + \beta + \gamma$ 의 값은?

- ① -2 ② 0 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

635

상 중 하

부등식 $x^2 - 3|x| - 4 \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오.

04

해가 주어진 이차부등식

중요도

636 교육청 기출

상 중 하

x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $-4 < x < 3$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13



637

상 중 하

이차부등식 $-x^2+ax+b \geq 0$ 의 해가 $x=2$ 일 때, 이차부등식 $ax^2+ax+2b > 0$ 의 해는?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① $x < -2$ 또는 $x > 1$ ② $x < -1$ 또는 $x > 2$
- ③ $-2 < x < 1$ ④ $-1 < x < 2$
- ⑤ $1 < x < 2$

638

상 중 하

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지나고 부등식 $f(x) \geq 0$ 의 해가 $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, $f(0)$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

639

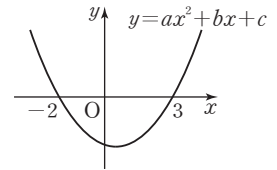
상 중 하

부등식 $|2x+1| < a$ 의 해와 이차부등식 $x^2-bx-2 < 0$ 의 해가 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하십시오. (단, $a > 0$)

640 내신기출

상 중 하

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식



$$ax^2+cx-5b \leq 0$$

을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하십시오. (단, a, b, c 는 실수이다.)

05

부등식 $f(x) < 0$ 과
부등식 $f(ax+b) < 0$ 의 관계

중요도 ■■■

641

상 중 하

이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 6$ 일 때, $f(-x) \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하십시오.

642

상 중 하

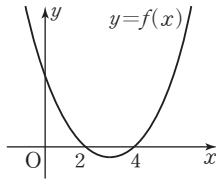
이차부등식 $f(x) > 0$ 의 해가 $-1 < x < 3$ 일 때, 부등식 $f(4-x) > 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

643

상중하

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $f(2x-4) \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오.



06

이차부등식이 해를 한 개만 가질 조건 중요도 ■■■

644

상중하

이차부등식 $x^2+(k+3)x+4 \leq 0$ 의 해가 오직 한 개 존재하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① -7 ② -6 ③ -5
 ④ -4 ⑤ -3

645

상중하

이차부등식 $(a+3)x^2-2(a+3)x+4 \leq 0$ 이 해를 오직 한 개만 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하시오.

646 내신 기출

상중하

이차부등식 $-x^2+6x+4k-1 \geq 0$ 의 해가 $x=a$ 뿐일 때, ak 의 값을 구하시오. (단, k 는 실수이다.)

07

이차부등식이 해를 가질 조건 중요도 ■■■

647

상중하

이차부등식 $x^2-4x+a < 0$ 이 해를 갖도록 하는 자연수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

648

상중하

다음 중 이차부등식 $kx^2+2(k+2)x-1 > 0$ 의 해가 존재하도록 하는 실수 k 의 값이 아닌 것은?

- ① -5 ② -2 ③ 1
 ④ 4 ⑤ 7



649

상중하

이차부등식 $-x^2+(k-1)x+k-1 \geq 0$ 이 해를 갖도록 하는 k 의 값의 범위가 $k \leq \alpha$ 또는 $k \geq \beta$ 이고, 이차부등식 $x^2+ax+b \leq 0$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

650

상중하

부등식 $(k-4)x^2+(k-4)x-2 > 0$ 의 해가 존재하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

08 이차부등식이 항상 성립할 조건 중요도 ■■■

651

교육청 기출

상중하

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2-2kx+2k+15 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15

652

상중하

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $ax^2+ax+1 \geq 0$ 이 성립할 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

653

상중하

모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{x^2+ax+a-1}$ 이 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

654

내신 기출

상중하

부등식 $(m-2)x^2-2(m-2)x+3 > 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 정수 m 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

655

상중하

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $ax^2 - 2ax < 2ax + k$ 가 성립하도록 하는 정수 a 의 개수가 4일 때, 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $12 < k \leq 16$ ② $12 \leq k < 16$
- ③ $16 < k \leq 20$ ④ $16 \leq k < 20$
- ⑤ $16 \leq k \leq 20$

09

이차부등식이 해를 갖지 않을 조건

중요도 ■■■

656

교육청 기출

상중하

x 에 대한 이차부등식 $x^2 + 8x + (a - 6) < 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오.

657

상중하

이차부등식 $x^2 + 2(k - 3)x - 2k + 6 < 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

658

내신 기출

상중하

이차부등식 $ax^2 + (a - 5)x + 6a - 1 < -2x + 4a$ 의 해가 없을 때, 실수 a 의 최솟값은?

- ① $-\frac{9}{7}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{7}$
- ④ 1 ⑤ $\frac{9}{7}$

659

상중하

다음 중 이차부등식 $x^2 - 2x + |k - 1| < 0$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 실수 k 의 값이 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

10

제한된 범위에서 이차부등식이 항상 성립할 조건

중요도 ■■■

660

상중하

$2 \leq x \leq 5$ 에서 부등식 $x^2 - a^2 < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a < -5$ 또는 $a > 5$ ② $a \leq -5$ 또는 $a \geq 5$
- ③ $-5 < a < 5$ ④ $-5 \leq a \leq 5$
- ⑤ $a > 5$



661 내신 기출

상 중 하

$0 \leq x \leq 2$ 에서 부등식 $-x^2 + 4kx + 1 - k \geq 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위가 $a \leq k \leq b$ 일 때, $7ab$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

662

상 중 하

$0 \leq x \leq 6$ 에서 이차부등식 $x^2 - 8x + k^2 - 4k + 11 > 0$ 이 항상 성립할 때, 자연수 k 의 최솟값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

11 두 그래프의 위치 관계와 이차부등식 — 만나는 경우 중요도 ■■■

663

상 중 하

이차함수 $y = 2x^2 - 5x$ 의 그래프가 이차함수 $y = x^2 - 2x + 4$ 의 그래프보다 아래쪽에 있는 부분의 모든 정수 x 의 값의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

664

상 중 하

이차함수 $y = -x^2 + 2ax + 5$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위가 $-1 < x < b$ 일 때, ab 의 값을 구하십시오. (단, a 는 실수이다.)

665

상 중 하

이차함수 $y = 3x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위가 $x < -2$ 또는 $x > b$ 일 때, $x^2 - bx + a \leq 0$ 의 해를 구하십시오. (단, $b > -2$)

12 두 그래프의 위치 관계와 이차부등식 — 만나지 않는 경우 중요도 ■■■

666

상 중 하

이차함수 $y = ax^2 + a$ 의 그래프가 직선 $y = 8x + 6$ 보다 항상 아래쪽에 있도록 하는 정수 a 의 최댓값은?

- ① 1 ② 0 ③ -1
- ④ -2 ⑤ -3

667 교육청 기출

상중하

이차함수 $y=x^2+6x-3$ 의 그래프와 직선 $y=kx-7$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 k 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

668

상중하

함수 $y=(m-2)x^2+(m+2)x+3$ 의 그래프가 직선 $y=4x+2$ 보다 항상 위쪽에 있도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합을 구하시오.

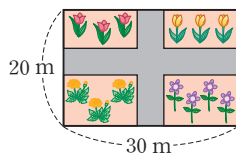
13 이차부등식의 활용

중요도 ■■■

669 내신 기출

상중하

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 30 m, 20 m인 직사각형 모양의 꽃밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 375 m^2 이상이 되도록 할 때, 길의 폭의 최댓값을 구하시오.



670

상중하

지면으로부터 높이가 20 m인 건물에서 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 지면으로부터의 높이를 h m라고 하면

$$h = -5t^2 + 30t + 20$$

인 관계가 성립한다고 한다. 이 공의 높이가 60 m 이상인 시간은 몇 초 동안인지 구하시오.

671

상중하

어느 편의점에서 초콜릿 한 개를 2000원에 팔면 하루에 40개가 팔리고, 가격을 100원씩 할인할 때마다 초콜릿은 5개씩 더 팔린다고 한다. 초콜릿의 하루 판매 금액이 90000원 이상이 되려면 초콜릿을 얼마 할인해야 하는지 할인 금액의 범위를 구하시오.

14 연립이차부등식의 풀이

중요도 ■■■

672 교육청 기출

상중하

연립부등식 $\begin{cases} 2x-6 \geq 0 \\ x^2-8x+12 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은?

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19



673

상중하

부등식 $x^2+6 \leq 2x^2-x \leq 8x-4$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오.

674

상중하

연립부등식 $\begin{cases} x-2 \leq x^2-2x \\ 3x^2+5x \leq x^2+4x+6 \end{cases}$ 의 해가 이차부등식 $ax^2+bx+c \leq 0$ 의 해와 같을 때, $\frac{b+c}{a}$ 의 값을 구하시오.

675 내신 기출

상중하

$x^2-2y=1$ 을 만족시키는 두 실수 x, y 에 대하여 연립부등식 $\begin{cases} -2y+3 > 2x+1 \\ 4y+3 \leq 2x+5 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

15

절댓값 기호를 포함한 연립이차부등식의 풀이

중요도 ■ ■ ■

676

상중하

연립부등식 $\begin{cases} |x-1| > 2 \\ x^2-4x-12 \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

677

상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2+|x|-6 < 0 \\ x^2-4x+3 \geq 0 \end{cases}$ 의 해를 구하시오.

678

상중하

연립부등식 $\begin{cases} |x^2-3x-8| < 10 \\ 2x^2-5x-18 \leq 0 \end{cases}$ 의 해를 구하시오.

16 해가 주어진 연립이차부등식 중요도 ■■■

679 상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ (x-2)(x-a) \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x \leq 2$ 가 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

680 교육청 기출 상중하

$a < 0$ 일 때, x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x-a)^2 < a^2 \\ x^2 + a < (a+1)x \end{cases}$$

의 해가 $b < x < b+1$ 이다. $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 2 ② 1 ③ 0
④ -1 ⑤ -2

681 내신 기출 상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x + a \geq 0 \\ x^2 - x + b < 0 \end{cases}$ 의 해가 $-3 < x \leq -1$ 또는 $2 \leq x < 4$ 가 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

682 상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - (2a+5)x + a^2 + 5a < 0 \\ x^2 - 2x - 24 > 0 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

683 상중하

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $-x^2 + 5x - 3 < x^2 + a \leq 3x^2 - x + 1$ 이 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a \leq \beta$ 일 때, $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하시오.

17 정수인 해의 개수가 주어진 연립이차부등식 중요도 ■■■

684 상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 + (1-a)x \leq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 가 3개일 때, 실수 a 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

685

상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 > 0 \\ x^2 - (a+2)x + 2a < 0 \end{cases}$ 의 정수인 해가 5뿐

이도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $m < a \leq n$ 이다. 이때 $|m-n|$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

686

상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4x - 15 < 2x + 1 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \end{cases}$ 의 정수인 해가 2개

이하가 되기 위한 양수 a 의 값의 범위를 구하시오.

687

상중하

연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 + (2a+1)x + a^2 + a - 2 < 0 \end{cases}$ 을 만족시

키는 정수 x 가 1개일 때, 실수 a 의 값의 범위는

$$-a \leq a < \beta \text{ 또는 } \alpha < a \leq \gamma$$

이다. 이때 $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은? (단, $\alpha > 0$)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

688 교육청 기출

상중하

x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 10 < 0 \\ ax \geq a^2 \end{cases}$ 을 만족시키는

정수 x 의 개수가 4가 되도록 하는 정수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

18

연립이차부등식의 활용

중요도 ■■■

689 내신 기출

상중하

길이가 24인 철사로 가로와 세로의 길이가 세로의 길이의 2배보다 긴 직사각형을 만들었다. 직사각형의 넓이가 20 이상일 때, 가로의 길이 x 의 값의 범위를 구하시오.

690

상중하

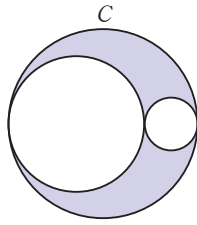
세 변의 길이가 $x+2$, $x+1$, $x-2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $3+2\sqrt{2}$ ⑤ $6+2\sqrt{2}$

691

상중하

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 C 의 내부에 원 C 에 내접하는 두 원이 서로 외접하고 있다. 색칠한 부분의 넓이가 원 C 의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 이상이 되도록 할 때, 내접하는 두 원 중 큰 원의 반지름의 길이의 최댓값을 구하시오. (단, 세 원의 중심은 일직선 위에 있다.)



19

이차방정식의 근의 판별과 이차부등식 중요도 ■■■

692

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 2k^2 - 5k - 9 = 0$ 이 허근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?
 ① $-5 < k < 2$ ② $-2 < k < 5$
 ③ $k < -2$ 또는 $k > 5$ ④ $k < -5$ 또는 $k > 2$
 ⑤ $k > 5$

693

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 3(a^2 - 2a) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차방정식 $x^2 + (a-3)x + a = 0$ 은 허근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는?
 ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

694

상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (3k-1)x + 2k^2 + ak = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 실근을 갖도록 하는 모든 정수 a 의 값의 합은?
 ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ 2 ⑤ 3

20

이차방정식의 실근의 부호 중요도 ■■■

695

상중하

이차방정식 $x^2 + (k+3)x + k + 6 = 0$ 이 두 음의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 최솟값은?
 ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 3

696 (내신 기출)

상중하

이차방정식 $x^2 - 2(a-1)x - a + 3 = 0$ 이 두 양의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

697

상 중 하

이차방정식 $x^2 + (k^2 - 2k - 15)x + k - 3 = 0$ 의 두 근의 부호가 서로 다르고 절댓값이 같을 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

698 **교육청 기출**

상 중 하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - k + 20 = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 가질 때, $\alpha\beta > 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는?

- ① 14 ② 15 ③ 16
 ④ 17 ⑤ 18

21 이차방정식의 근의 위치

중요도

699 **풍샘 비법 ①**

상 중 하

이차방정식 $x^2 - 2ax + 3a = 0$ 의 두 근이 모두 2보다 클 때, 실수 a 의 최솟값을 구하시오.

700 **내신 기출**

상 중 하

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (a^2 + 5)x + 4a^2 + 5a = 0$ 의 두 실근 사이에 3이 있을 때, 정수 a 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

701

상 중 하

이차방정식 $x^2 - ax + 2 = 0$ 의 한 근만이 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 사이에 있도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

702

상 중 하

이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 두 근이 이차부등식 $x^2 - 4x + 3 < 0$ 의 해의 범위 안에 있도록 하는 실수 a 의 값의 범위는 $\alpha \leq a < \beta$ 이다. $3\alpha\beta$ 의 값은?

- ① 40 ② 44 ③ 48
 ④ 52 ⑤ 56



703

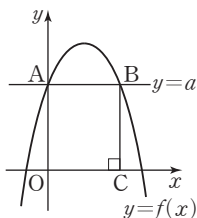
이차부등식 $x^2 - 5a \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 15가 되도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하시오.

704

모든 실수 x 에 대하여 $-x^2 + 2ax - 6a + 9 \leq 0$ 을 만족시키는 상수 a 에 대하여 $|x - a| < b$ 의 해 중 가장 큰 정수는 7이다. 양수 b 의 값의 범위를 구하시오.

705

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3kx + k^2 + 2$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 는 두 점 A, B에서 만난다. 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라고 할 때, 사각형 AOCB의 둘레의 길이가 24 이하가 되도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오.



(단, 점 A는 y 축 위의 점이고, O는 원점이다.)

706

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 \\ x^2 + 4x - 3 \geq 3x - 1 \end{cases}$ 의 해와 이차부등식

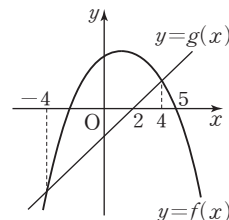
$ax^2 - 10x + b \leq 0$ 의 해가 서로 같을 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

707

이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 오른쪽 그림과 같을 때, 연립부등식

$$\begin{cases} f(x) - g(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

의 해를 구하시오.



708

이차방정식 $x^2 + (m^2 - 10m + 21)x + m^2 - 4m - 5 = 0$ 의 두 근의 부호가 서로 다르고 양수인 근의 절댓값이 음수인 근의 절댓값보다 클 때, 실수 m 의 값의 범위가 $\alpha < m < \beta$ 이다. $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오.



709

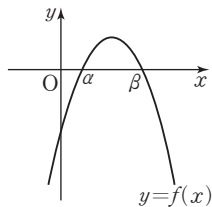
부등식 $[x]^2 - 10[x] + 9 < 0$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

710

오른쪽 그림과 같이 이차함수
 $f(x) = ax^2 - bx + c$ 의 그래프가
 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가
 α, β ($\alpha < \beta$)일 때, x 에 대한 이
 차부등식



$ax^2 - bx + c \geq a(\alpha + \beta)^2 - b(\alpha + \beta) + c$ 의 해는?

- ① $x \leq 0$ ② $0 \leq x < \alpha$
 ③ $\alpha \leq x \leq \beta$ ④ $x < \alpha + \beta$
 ⑤ $0 \leq x \leq \alpha + \beta$

711

이차다항식 $P(x)$ 가 다음을 모두 만족시킬 때, $P(-1)$
 의 값은?

- (가) 부등식 $P(x) \geq -2x - 3$ 의 해는 $0 \leq x \leq 1$ 이다.
 (나) 방정식 $P(x) = -3x - 2$ 는 중근을 갖는다.

- ① -3 ② -4 ③ -5
 ④ -6 ⑤ -7

712

두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음을 모두 만족시킬 때,
 $\frac{f(3) - g(3)}{m}$ 의 값은?

- (가) 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 최고차항의 계수는 각
 각 1, 4이다.
 (나) 두 함수 $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프의 축의 방정
 식은 $x=m$ 이다.
 (다) 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 의 해는 $-1 \leq x \leq 7$ 이다.

- ① -48 ② -16 ③ 16
 ④ 24 ⑤ 48

713

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$-x^2 + 4x + 2 \leq (a+1)x + b,$$

$$ax + b - 1 \leq x^2 - x + 3$$

이 성립할 때, ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 2 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

714 교육청 기출

다음 조건을 만족시키는 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값은?

(가) 부등식 $f\left(\frac{1-x}{4}\right) \leq 0$ 의 해가 $-7 \leq x \leq 9$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) \geq 2x - \frac{13}{3}$ 이 성립한다.

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{23}{12}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{25}{12}$

715 도전! 1등급

두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가

$$f(x) = x^2 - 4x + 12, g(x) = -x^2 + 2px + 4p - 4$$

일 때, 모든 실수 a, b 에 대하여 부등식 $f(a) \geq g(b)$ 가 성립하도록 하는 실수 p 의 값의 범위는 $\alpha \leq p \leq \beta$ 이다. 또, 모든 실수 a 에 대하여 $f(a) \geq g(a)$ 가 성립하도록 하는 실수 p 의 값의 범위는 $\gamma \leq p \leq \delta$ 일 때, $\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값은?

- ① -14 ② -15 ③ -16
- ④ -17 ⑤ -18

716 교육청 기출

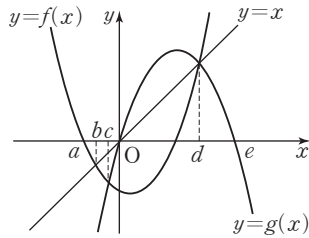
함수 $f(x) = x^2 + 4x - 3k^2 - 12k + 40$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수와, 함수

$g(x) = x^2 - 12x + 3k^2 - 36k + 96$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수가 서로 같도록 하는 모든 정수 k 의 개수는?

- ① 11 ② 13 ③ 15
- ④ 17 ⑤ 19

717

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 와 일차함수 $y=x$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



이때 부등식 $\{f(x)-x\}\{g(x)-x\}>0$ 의 해는?

- ① $b < x < 0$ ② $c < x < 0$
- ③ $0 < x < d$ ④ $a < x < b$ 또는 $0 < x < e$
- ⑤ $a < x < c$ 또는 $0 < x < d$

718 도전! 등급

x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 - (k^2 - 1)x - k^2 < 0 \\ x^2 + (k - 3)x - 3k > 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 1일 때, 실수 k 의 최솟값과 최댓값을 차례대로 나열한 것은?

- ① $-1, 0$ ② $-1, \sqrt{5}$ ③ $0, 2$
- ④ $0, \sqrt{5}$ ⑤ $2, \sqrt{5}$

719

자연수 n 에 대하여 x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |x - n| > 2 \\ x^2 - 14x + 40 \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 자연수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오.

720

세 변의 길이가 모두 다른 직각삼각형이 다음을 모두 만족시킬 때, 이 직각삼각형의 가장 긴 변의 길이는?

- (가) 빗변이 아닌 두 변의 길이의 합은 13이다.
- (나) 삼각형의 넓이는 20보다 크다.
- (다) 가장 짧은 변의 길이는 자연수이다.

- ① 9 ② $\sqrt{82}$ ③ $\sqrt{83}$
- ④ $2\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{85}$

III

경우의 수

10. 순열 | 150

11. 조합 | 163

1 경우의 수

(1) 합의 법칙

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 두 사건 A, B 가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n 이면 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$

- 참고** (1) 합의 법칙은 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.
 (2) 두 사건 A, B 가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n 이고 두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수가 l 이면 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n-l$
 (3) '또는', '~이거나' 등의 표현이 있으면 합의 법칙을 이용한다.

(2) 곱의 법칙

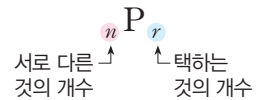
두 사건 A, B 에 대하여 사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m 이고, 그 각각에 대하여 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 이면 두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$

- 참고** (1) 곱의 법칙은 동시에 일어나는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.
 (2) '동시에', '~이고', '연이어(잇달아)' 등의 표현이 있으면 곱의 법칙을 이용한다.

2 순열

(1) 순열

서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라고 하며, 이 순열의 수를 기호 ${}_n P_r$ 로 나타낸다.



(2) 계승

1부터 n 까지의 자연수를 차례대로 곱한 것을 n 의 계승이라고 하며, 기호 $n!$ 로 나타낸다. 즉,
 $n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

(3) 순열의 수

- ① ${}_n P_r = \underbrace{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}_{r \text{ 개}}$ (단, $0 < r \leq n$)
 ② ${}_n P_n = n!, {}_n P_0 = 1, 0! = 1$
 ③ ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

문제를 풀 때 유용한 풍뎡비법

1 방정식과 부등식의 해의 개수 구하기

- (1) 방정식 $ax+by+cz=d$ (a, b, c, d 는 상수)를 만족시키는 해의 개수
 ⇨ 계수의 절댓값이 가장 큰 문자를 기준으로 수를 대입하여 구한다.
 예를 들어, 방정식 $x+2y+3z=9$ 를 만족시키는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 z 의 계수의 절댓값이 가장 크므로 z 를 기준으로 생각한다.
 (i) $z=1$ 일 때, $x+2y=6$ ⇨ 순서쌍 (x, y) 는 $(2, 2)$ 또는 $(4, 1)$
 (ii) $z=2$ 일 때, $x+2y=3$ ⇨ 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1)$ } ⇨ $2+1=3$
 각 경우는 동시에 일어나지 않으므로 합의 법칙을 이용한다.
 (2) 부등식 $ax+by \leq c$ (a, b, c 는 상수)를 만족시키는 해의 개수
 ⇨ 부등식이 성립하는 $ax+by$ 의 값을 찾은 후 $ax+by=d$ (d 는 상수)의 꼴로 만들어 이 방정식의 해의 개수를 구한다.

2 조건이 있는 순열의 수 구하기

- (1) 이웃하는 경우 ⇨ 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각하여 경우의 수를 구한 후, 한 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수를 곱한다.
 (2) 이웃하지 않는 경우 ⇨ 이웃해도 상관없는 것을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한 후, 나열한 것의 사이사이와 양 끝에 이웃하지 않는 것을 나열하는 경우의 수를 곱한다.
 (3) '적어도'의 조건이 있는 경우
 ⇨ (사건 A 가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수) = (모든 경우의 수) - (사건 A 가 일어나지 않는 경우의 수)

3 자연수의 개수 구하기

주어진 조건에 따라 기준이 되는 자리부터 먼저 배열하고, 나머지 자리에 남은 숫자들을 배열한다. 이때 맨 앞자리에 0이 올 수 없음에 주의한다.
 짝수: 일의 자리의 숫자가 0 또는 짝수, 홀수: 일의 자리의 숫자가 홀수.
 3의 배수: 모든 자리의 숫자의 합이 3의 배수, 4의 배수: 끝의 두 자리의 수가 4의 배수, 5의 배수: 일의 자리의 숫자가 0 또는 5



01 합의 법칙

중요도 ■ ■ ■

721

상중하

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4 또는 7이 되는 경우의 수를 구하시오.

722

상중하

1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8장의 카드 중에서 3장의 카드를 동시에 뽑을 때, 카드에 적힌 세 수의 합이 9의 배수가 되는 경우의 수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

723 교육청 기출

상중하

장미 8송이, 카네이션 6송이, 백합 8송이가 있다. 이 중 1송이를 골라 꽃병 A에 꽂고, 이 꽃과는 다른 종류의 꽃들 중 꽃병 B에 꽂을 꽃 9송이를 고르는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 꽃은 서로 구분하지 않는다.)



꽃병 A



꽃병 B

724

상중하

1부터 100까지의 자연수 중에서 15와 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 49 ② 50 ③ 51
- ④ 52 ⑤ 53

02

방정식과 부등식의 해의 개수

중요도 ■ ■ ■

725 풍샘 비법 ① 내신 기출

상중하

방정식 $x+5y+4z=12$ 를 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

726 풍샘 비법 ①

상중하

부등식 $3x+y \leq 7$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6



727 내신 기출

상 중 하

삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가

$$a \geq b \geq c, a + b + c = 20$$

을 만족시킬 때, 가능한 삼각형의 개수는?

(단, a, b, c 는 자연수이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10
- ④ 11 ⑤ 12

728

상 중 하

500원, 1000원, 1500원짜리 3종류의 공책이 있다. 이 공책을 6000원어치 이하로 사는 방법의 수는?

(단, 각 공책을 적어도 한 권씩은 산다.)

- ① 19 ② 20 ③ 21
- ④ 22 ⑤ 23

03 곱의 법칙

중요도 ■ ■ ■

729

상 중 하

$(a+b+c)(p+q)$ 를 전개할 때, 항의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

730

상 중 하

백의 자리의 숫자는 6의 약수이고 십의 자리의 숫자는 4의 배수인 세 자리 자연수 중 홀수의 개수는?

(단, 모든 자리의 숫자는 자연수이다.)

- ① 25 ② 30 ③ 35
- ④ 40 ⑤ 45

731 내신 기출

상 중 하

각 면에 1부터 8까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 서로 다른 정팔면체 2개를 동시에 던질 때, 바닥에 닿은 면에 적힌 수의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?

- ① 16 ② 20 ③ 24
- ④ 28 ⑤ 32

732

상 중 하

주사위 한 개를 3번 던져서 나오는 눈의 수를 차례대로 a, b, c 라고 할 때, $abc+ab+bc+ca+a+b+c+1$ 의 값이 짝수가 되는 경우의 수를 구하시오.

04 약수의 개수

중요도 ■ ■ ■

733

상중하

288의 양의 약수의 개수는?

- ① 9 ② 12 ③ 15
- ④ 18 ⑤ 21

734

상중하

다음을 모두 만족시키는 자연수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값을 구하시오.

- (가) 360과 420의 양의 공약수의 개수는 m 이다.
- (나) 12^n 의 양의 약수의 개수는 66이다.

735

상중하

240의 양의 약수에 대한 다음 (보기)의 설명 중에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. 짝수의 개수는 16이다.
- ㄴ. 3의 배수의 개수는 12이다.
- ㄷ. 5의 배수의 개수는 10이다.
- ㄹ. 양의 약수의 총합은 700이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

05 수형도를 이용하는 경우의 수

중요도 ■ ■ ■

736

상중하

이름이 서로 다른 4명의 학생이 교복에 부착할 이름표를 각각 하나씩 받을 때, 4명 모두 다른 학생의 이름표를 받는 경우의 수를 구하시오.

737

상중하

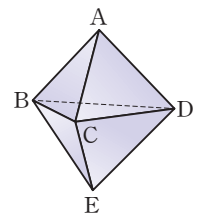
A, B, C, D, E 다섯 사람이 각각 서로 다른 우산을 한 개씩 가지고 가게에 들어갔다가 우산을 임의로 한 개씩 가지고 나올 때, A는 B의 우산을 가지고 나오고 B, C, D, E는 모두 다른 사람의 우산을 가지고 나오는 경우의 수는?

- ① 7 ② 9 ③ 11
- ④ 13 ⑤ 15

738

상중하

오른쪽 그림과 같은 육면체에서 꼭짓점 A를 출발하여 모서리를 따라 움직여 꼭짓점 E에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 번 지난 꼭짓점은 다시 지나지 않는다.)





06 지불 방법의 수와 지불 금액의 수 중요도 ■■■

739 (상중하)

500원짜리 동전 1개, 100원짜리 동전 4개, 50원짜리 동전 3개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불하는 방법의 수는? (단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

- ① 31 ② 33 ③ 35
④ 37 ⑤ 39

740 (상중하)

1000원짜리 지폐 2장, 500원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 2개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는? (단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

- ① 21 ② 23 ③ 25
④ 27 ⑤ 29

741 (상중하)

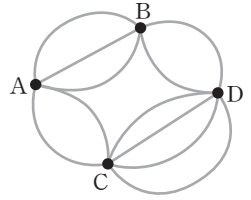
10000원짜리 지폐 3장, 5000원짜리 지폐 2장, 1000원짜리 지폐 5장의 일부 또는 전부를 사용하여 지불하는 방법의 수를 m , 지불할 수 있는 금액의 수를 n 이라고 할 때, $m-n$ 의 값을 구하시오.

(단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

07 도로망에서의 경우의 수 중요도 ■■■

742 (상중하)

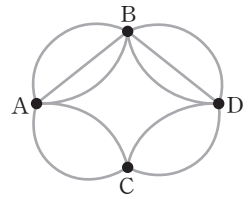
오른쪽 그림과 같이 네 개의 도시 A, B, C, D를 연결하는 도로가 있다. A 도시에서 출발하여 D 도시로 가는 경우의 수를 구하시오.



(단, 한 번 지나간 도시는 다시 지나지 않는다.)

743 (상중하)

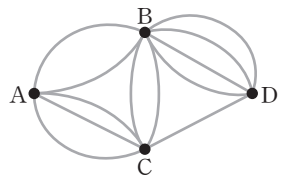
오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로가 있다. A 지점에서 출발하여 D 지점으로 갔다가 다시 A 지점으로 돌아오는 경우의 수는? (단, A 지점을 제외하고 한 번 지나간 지점은 다시 지나지 않는다.)



- ① 48 ② 60 ③ 72
④ 84 ⑤ 96

744 (상중하)

오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로가 있다. A 지점에서 출발하여 D 지점으로 가는 경우의 수를 구하시오.



(단, 한 번 지나간 지점은 다시 지나지 않는다.)

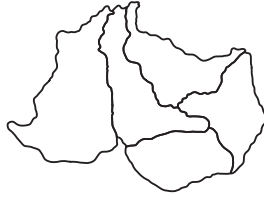
08 색칠하는 경우의 수

중요도 ■ ■ ■

745 교육청 기출

상중하

서로 다른 네 가지의 색이 있다. 이 중 네 가지 이하의 색을 이용하여 인접한 행정 구역을 구별할 수 있도록 모두 칠하고자 한다. 다섯 개의 구역을 서로 다른 색으로 칠할 수 있는 모든 경우의 수는?



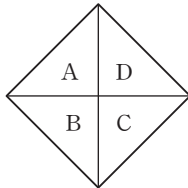
(단, 행정 구역에는 한 가지 색만을 칠한다.)

- ① 108 ② 144 ③ 216
- ④ 288 ⑤ 324

746 내신 기출

상중하

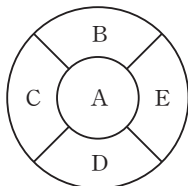
오른쪽 그림의 A, B, C, D 네 개의 영역을 서로 다른 4가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



747

상중하

오른쪽 그림의 A, B, C, D, E 다섯 개의 영역을 서로 다른 5가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



09 순열의 수

중요도 ■ ■ ■

748

상중하

golden에 있는 6개의 문자 중에서 4개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수는?

- ① 120 ② 240 ③ 360
- ④ 480 ⑤ 600

749

상중하

어떤 동아리의 회원 8명 중에서 회장, 부회장, 총무를 각각 한 명씩 뽑는 경우의 수는?

- ① 210 ② 252 ③ 294
- ④ 336 ⑤ 378

750

상중하

서로 다른 n 권의 책 중에서 2권을 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수가 42일 때, n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7



10 이웃하는 순열의 수

중요도 ■■■

751 푼셈 비법 상 중 하

남학생 4명과 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 다음을 구 하시오.

- (1) 남학생끼리 이웃하게 세우는 경우의 수
- (2) 여학생끼리 이웃하게 세우는 경우의 수
- (3) 남학생끼리, 여학생끼리 이웃하게 세우는 경우의 수

752 상 중 하

서로 다른 자전거 n 대와 오토바이 3대를 일렬로 나열할 때, 오토바이끼리 이웃하게 나열하는 경우의 수는 720 이다. 이때 n 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

753 상 중 하

5개의 문자 a, b, c, d, e를 일렬로 나열할 때, b와 c 또는 c와 d를 이웃하게 나열하는 경우의 수를 구하시오.

11 이웃하지 않는 순열의 수

중요도 ■■■

754 푼셈 비법 내신 기출 상 중 하

여학생 3명과 남학생 3명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하지 않게 세우는 경우의 수를 구하시오.

755 상 중 하

capture에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 모음 끼리 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는?

- ① 1360 ② 1380 ③ 1400
- ④ 1420 ⑤ 1440

756 상 중 하

초등학생 2명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생끼리는 이웃하고 고등학생끼리는 이웃하지 않게 세우는 경우의 수를 구하시오.

12 자리에 대한 조건이 있는 순열의 수

중요도 ■■■

757 상 중 하

TUESDAY에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 자음과 모음이 교대로 오도록 나열하는 경우의 수를 구 하시오.

758

상중하

노란 공 5개, 흰 공 2개를 일렬로 나열할 때, 흰 공이 홀수 번째에 오도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

(단, 공의 종류는 모두 다르다.)

759

내신 기출

상중하

question에 있는 8개의 문자를 일렬로 나열할 때, q와 t 사이에 2개의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

760

교육청 기출

상중하

1학년 학생 2명과 2학년 학생 4명이 있다. 이 6명의 학생이 일렬로 나열된 6개의 의자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 앉는 경우의 수는?

- (가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.
(나) 양 끝에 있는 의자에는 모두 2학년 학생이 앉는다.



- ① 96 ② 120 ③ 144
④ 168 ⑤ 192

13

'적어도'의 조건이 있는 순열의 수

중요도 ■ ■ ■

761

풍샘 비법 e

상중하

musical에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 720 ② 1440 ③ 3600
④ 4800 ⑤ 5040

762

상중하

남학생 2명, 여학생 4명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여학생을 뽑는 경우의 수는?

- ① 20 ② 22 ③ 24
④ 26 ⑤ 28

763

상중하

5개의 문자 a, b, c, d, e를 일렬로 나열할 때, a, c, e 중에서 적어도 2개가 이웃하도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 96 ② 102 ③ 108
④ 114 ⑤ 120

14 자연수의 개수

중요도 ■ ■ ■

764 퐁썹 비법 상 중 하

7개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 천의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자가 모두 홀수인 수의 개수는?

- ① 30 ② 60 ③ 90
- ④ 120 ⑤ 150

765 상 중 하

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 사용하여 세 자리 자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수는?

- ① 12 ② 24 ③ 36
- ④ 48 ⑤ 60

766 상 중 하

6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 5의 배수의 개수를 구하시오.

15 사전식으로 배열하는 경우의 수

중요도 ■ ■ ■

767 내신 기출 상 중 하

5개의 문자 a, b, c, d, e를 모두 한 번씩 사용하여 사전식으로 배열할 때, cdbea는 몇 번째에 오는지 구하시오.

768 상 중 하

6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 사용하여 네 자리 자연수를 만들 때, 3100보다 큰 수의 개수는?

- ① 120 ② 180 ③ 240
- ④ 300 ⑤ 360

769 상 중 하

candle에 있는 6개의 문자를 모두 한 번씩 사용하여 사전식으로 배열할 때, 295번째에 오는 문자열은?

- ① dcealn ② dcelan ③ deacln
- ④ dealcn ⑤ decaln

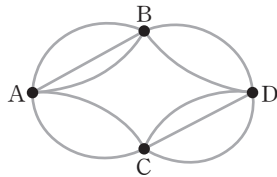


770

서로 다른 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라고 할 때, 부등식 $|2a - b| \leq 1$ 을 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

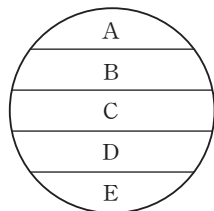
771

오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로가 있다. 본하와 우빈이가 A 지점에서 출발하여 D 지점으로 갈 때, 한 사람이 통과하는 중간 지점을 다른 사람은 통과하지 않으면서 가는 경우의 수를 구하시오.



772

오른쪽 그림의 A, B, C, D, E 다섯 개의 영역을 서로 다른 5가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, A와 E에 같은 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.



(단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)

773

숫자 0, 1과 알파벳 h, o, u, s, e를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 숫자가 오고 알파벳 자음은 서로 이웃하지 않는 경우의 수를 구하시오.

774

서로 다른 한 자리 자연수 6개를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에 홀수가 오도록 나열하는 경우의 수가 432이다. 이때 홀수의 개수를 구하시오.

775

5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 4의 배수의 개수를 구하시오.



776

각 면에 1, 2, 3, 4, 6, 12가 각각 하나씩 적힌 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수를 각각 x, y, z 라고 하자. $xy+yz+zx$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수는?

- ① 24 ② 32 ③ 40
- ④ 48 ⑤ 56

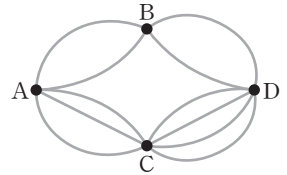
777

1000원짜리 지폐 2장, 500원짜리 동전 n 개, 100원짜리 동전 10개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수가 50일 때, 2500원을 지불하는 방법의 수는?
(단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

778

오른쪽 그림과 같이 네 지점을 연결하는 도로에서 B 지점과 C 지점을 연결하는 도로를 추가하였더니 A 지점에서 출발하여 D 지점으로 가는 경우의 수가 100이었다고 한다. B 지점과 C 지점 사이에 추가한 도로의 개수를 구하시오.
(단, 한 번 지나간 지점은 다시 지나지 않고, 도로끼리는 서로 만나지 않는다.)



779 교육청 기출

오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 6개의 정사각형에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있다. 서로 다른 4가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 다음 조건을 만족시키도록 6개의 정사각형에 색을 칠하는 경우의 수는?

1	2	3
4	5	6

(단, 한 정사각형에 한 가지 색만을 칠한다.)

(가) 1이 적힌 정사각형과 6이 적힌 정사각형에는 같은 색을 칠한다.
(나) 변을 공유하는 두 정사각형에는 서로 다른 색을 칠한다.

- ① 72 ② 84 ③ 96
- ④ 108 ⑤ 120

780

A, B, C, D, E 5명의 학생이 다음과 같은 사물함에 물건을 넣으려고 한다. A는 홀수 번호의 사물함에 넣고, B는 A와 이웃하지 않은 사물함에 넣고, C는 B와 이웃한 사물함에 넣는 경우의 수는?



- ① 48 ② 64 ③ 72
- ④ 80 ⑤ 96

781

남학생 12명과 여학생 2명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리는 이웃하지 않고 남학생끼리는 서로 이웃한 학생 수가 항상 짝수가 되도록 세우는 경우의 수는

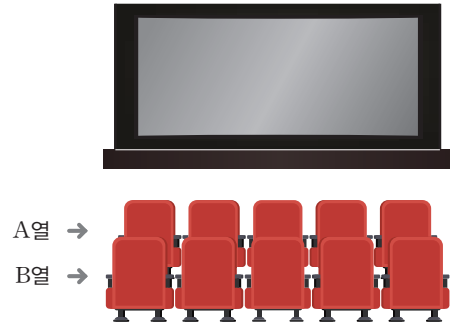
$$N \times 12!$$

이다. 이때 자연수 N 의 값은?

- ① 36 ② 38 ③ 40
- ④ 42 ⑤ 44

782 도전! 1등급 교육청 기출

할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아이로 구성된 5명의 가족이 영화를 보려고 한다. 영화관의 좌석은 다음 그림과 같이 A, B 두 개의 열로 이루어져 있고, 각 열에는 5개의 좌석이 있다.



A열에는 할아버지와 할머니가 이웃하여 앉고, B열에는 아버지, 어머니, 아이가 앉되 아이는 아버지 또는 어머니와 이웃하고, 아이의 바로 앞에 있는 좌석은 비어 있도록 한다. 이때 5명이 모두 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오.

(단, 2명이 같은 열의 바로 옆에 앉을 때에만 이웃한 것으로 본다. 또, 한 좌석에는 한 명만 앉고, 다른 관람객은 없다.)

783

1부터 n 까지의 자연수를 일렬로 나열할 때, 1과 2 사이에 3개의 자연수가 들어가도록 나열하는 경우의 수가 720이다. 이때 ${}_n P_{n-4}$ 의 값은? (단, $n \geq 5$)

- ① 5 ② 30 ③ 210
 ④ 840 ⑤ 1680

784

남학생 3명과 여학생 3명을 다음을 모두 만족시키도록 일렬로 세울 때, 그 경우의 수는?

- (가) 여학생 3명 중 2명만 서로 이웃한다.
 (나) 적어도 한쪽 끝에 여학생이 온다.

- ① 360 ② 392 ③ 420
 ④ 432 ⑤ 452

785

세 자리 자연수 중 101, 121, 954와 같이 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자 중에서 두 자리의 숫자의 합이 나머지 한 자리의 숫자와 같은 자연수의 개수는?

- ① 102 ② 108 ③ 114
 ④ 120 ⑤ 126

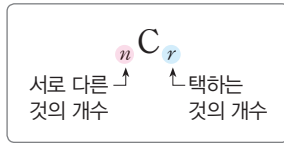
786 도전 1등급

4개의 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수의 합을 구하시오.

1 조합

(1) 조합

서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라고 하며, 이 조합의 수를 기호 ${}_n C_r$ 로 나타낸다.



참고 서로 다른 n 개에서 r 개를 택할 때, 순서를 생각해야 하면 순열을 이용하고, 순서를 생각하지 않으면 조합을 이용한다.

(2) 조합의 수

$$\begin{aligned} \textcircled{1} {}_n C_r &= \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)}{r!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n) \end{aligned}$$

참고 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는 ${}_n C_r$ 이고, 그 각각에 대하여 r 개를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $r!$ 이다. 이때 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수는 ${}_n P_r$ 이므로

$${}_n C_r \times r! = {}_n P_r \quad \therefore {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!}$$

$$\textcircled{2} {}_n C_0 = 1, {}_n C_n = 1$$

$$\textcircled{3} {}_n C_r = {}_n C_{n-r} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

${}_n C_r$ 의 계산에서 $r > \frac{n}{2}$ 일 때 이용한다.

$$\textcircled{4} {}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1} \quad (\text{단, } 1 \leq r < n)$$

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 경우의 수는 특정한 1개를 제외하고 r 개를 택하는 경우의 수와 특정한 1개를 이미 택했다고 생각한 후 그 것을 제외한 $(r-1)$ 개를 택하는 경우의 수의 합과 같다.

2 분할과 분배

(1) 분할과 분배

여러 개의 물건을 몇 개의 묶음으로 나누는 것을 분할이라고 하고, 분할된 묶음을 나누어 주는 것을 분배라고 한다.

(2) 분할의 수

서로 다른 n 개를 p 개, q 개, r 개 ($p+q+r=n$)의 세 묶음으로 나누는 경우의 수는

① p, q, r 가 모두 다른 수일 때

$$\Leftrightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_r C_r$$

② p, q, r 중 어느 두 수가 같을 때

$$\Leftrightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_r C_r \times \frac{1}{2!}$$

③ p, q, r 가 모두 같은 수일 때

$$\Leftrightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_r C_r \times \frac{1}{3!}$$

예 서로 다른 6개의 볼펜을 1개, 2개, 3개의 세 묶음으로 나누는 경우의 수는 ${}_6 C_1 \times {}_5 C_2 \times {}_3 C_3 = 6 \times 10 \times 1 = 60$

참고 A, B, C, D를 2개씩 두 묶음으로 나누면

(AB / CD), (AC / BD), (AD / BC), (BC / AD), (BD / AC), (CD / AB)로 같은 것이 2!가지씩 생긴다.

(3) 분배의 수

n 묶음으로 나누어 n 명에게 나누어 주는 경우의 수는

(n 묶음으로 나누는 경우의 수) $\times n!$

예 서로 다른 6개의 볼펜을 1개, 2개, 3개의 세 묶음으로 나누어 세 사람에게 나누어 주는 경우의 수는 $({}_6 C_1 \times {}_5 C_2 \times {}_3 C_3) \times 3! = 60 \times 6 = 360$

문제를 풀 때 유용한

공생 비법

1 특정한 것을 포함하거나 포함하지 않는 조합의 수

서로 다른 n 개에서 r 개를 택할 때

① 특정한 k 개를 포함하여 r 개를 택하는 경우의 수 $\Leftrightarrow (n-k)$ 개에서 $(r-k)$ 개를 택하는 경우의 수와 같다. $\Leftrightarrow {}_{n-k} C_{r-k}$
 특정한 k 개를 이미 택했다고 생각한다.

② 특정한 k 개를 제외하고 r 개를 택하는 경우의 수 $\Leftrightarrow (n-k)$ 개에서 r 개를 택하는 경우의 수와 같다. $\Leftrightarrow {}_{n-k} C_r$
 특정한 k 개를 제외하고 생각한다.

2 도형의 개수

(1) 직선과 삼각형의 개수

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 n 개의 점으로 만들 수 있는 $\left\{ \begin{array}{l} \text{직선의 개수} \Leftrightarrow {}_n C_2 \\ \text{삼각형의 개수} \Leftrightarrow {}_n C_3 \end{array} \right.$
 한 직선 위의 세 점은 삼각형을 만들 수 없다.

(2) 평행사변형의 개수

m 개의 평행선과 n 개의 평행선이 서로 만날 때, 이 직선으로 만들어지는 평행사변형의 개수 $\Leftrightarrow {}_m C_2 \times {}_n C_2$



01 nP_r 와 nC_r 의 계산 중요도 ■■■

787 교육청 기출 상 중 하

등식 ${}_{10}P_3 = n \times {}_{10}C_3$ 을 만족시키는 n 의 값은?
① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

788 상 중 하

등식 ${}_nC_6 = {}_nC_{14-n}$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은?
① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

789 내신 기출 상 중 하

$2 \times {}_nP_2 = {}_nC_3$ 을 만족시키는 자연수 n 에 대하여 ${}_{16}C_n$ 의 값은?
① 16 ② 120 ③ 560
④ 1820 ⑤ 4360

790 상 중 하

x 에 대한 이차방정식 ${}_nC_2x^2 + {}_nC_6x + {}_nC_8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha + \beta = -1$ 이다. 이때 $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. (단, n 은 자연수이다.)

791 상 중 하

두 자연수 n, r 에 대하여
$${}_{10}P_r = \frac{10!}{6!}, \quad {}_nC_r = {}_nC_{r-2}$$
가 성립할 때, nr 의 값은?
① 21 ② 24 ③ 25
④ 27 ⑤ 28

02 nC_r 를 이용한 증명 중요도 ■■■

792 상 중 하

다음은 $r \times {}_nC_r = n \times {}_{n-1}C_{r-1}$ ($1 \leq r \leq n$)임을 증명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 구하시오.

(증명)

$$\begin{aligned}
 n \times {}_{n-1}C_{r-1} &= n \times \frac{(n-1)!}{(r-1)! \text{ (가)}} \\
 &= \frac{n!}{(r-1)! \text{ (가)}} \\
 &= r \times \frac{n!}{\text{(나)} \text{ (가)}} = r \times {}_nC_r \\
 \therefore r \times {}_nC_r &= n \times {}_{n-1}C_{r-1}
 \end{aligned}$$

793

상중하

다음은 ${}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}$ ($1 \leq r < n$)임을 증명하는 과정이다.

(증명)

$$\begin{aligned} & {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1} \\ &= \frac{(n-1)!}{r!(n-1-r)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} \\ &= \frac{\boxed{\text{(가)}}(n-1)!}{r!(n-r)!} + \frac{\boxed{\text{(나)}}(n-1)!}{r!(n-r)!} \\ &= \frac{\boxed{\text{(다)}}(n-1)!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}_n C_r \\ \therefore {}_n C_r &= {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1} \end{aligned}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------|-------|-------|
| ① | $n-1-r$ | $r-1$ | $n-2$ |
| ② | $n-1-r$ | r | $n-1$ |
| ③ | $n-r$ | $r-1$ | $n-1$ |
| ④ | $n-r$ | $r-1$ | n |
| ⑤ | $n-r$ | r | n |

03 조합의 수

중요도 ■■■

794

내신 기출

상중하

축구 동아리 학생 6명과 농구 동아리 학생 5명 중에서 3명을 뽑을 때, 3명 모두 같은 동아리의 학생인 경우의 수는?

- ① 30 ② 40 ③ 50
④ 60 ⑤ 70

795

상중하

서로 다른 상자 4개와 서로 다른 색깔의 양말 x 켤레가 있다. 상자 1개와 양말 3켤레를 동시에 선택하여 상자에 양말을 담는 경우의 수가 80일 때, x 의 값을 구하시오.

796

교육청 기출

상중하

9개의 숫자 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1을 0끼리는 어느 것도 이웃하지 않도록 일렬로 나열하여 만들 수 있는 아홉 자리의 자연수의 개수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

797

상중하

1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9장의 카드 중에서 4장의 카드를 뽑을 때, 네 카드에 적힌 수의 합이 짝수인 경우의 수는?

- ① 64 ② 65 ③ 66
④ 67 ⑤ 68



798 내신 기출

상 중 하

어느 모임에 참석한 사람들이 모든 사람들과 서로 한 번씩 악수를 했더니 전체 악수 횟수는 105번이었다. 이 모임에 참석한 사람 수는?

- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16

799

상 중 하

다음 그림과 같은 직사각형을 7개의 점선 중 일부 또는 전부에 실선을 그어 2개 이상의 직사각형으로 나누는 경우의 수는?



- ① 126 ② 127 ③ 128
- ④ 129 ⑤ 130

800

상 중 하

1부터 30까지의 짝수 중에서 서로 다른 두 수를 택할 때, 택한 두 수의 합이 3의 배수가 되는 경우의 수를 구하시오.

04

특정한 것을 포함하거나 포함하지 않는 조합의 수

중요도 ■ ■ ■

801 풍샘 비법 ①

상 중 하

헤인리와 준범이를 포함한 13명의 학생 중에서 4명의 대표를 뽑으려고 한다. 헤인리와 준범이가 모두 뽑히는 경우의 수는?

- ① 55 ② 78 ③ 280
- ④ 330 ⑤ 715

802

상 중 하

1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 동시에 3개의 공을 꺼낼 때, 4가 적힌 공은 반드시 꺼내고, 소수가 적힌 공은 꺼내지 않는 경우의 수는?

- ① 3 ② 6 ③ 15
- ④ 21 ⑤ 28

803

상 중 하

A, B를 포함한 12명의 학생 중에서 4명을 뽑을 때, A와 B 중에서 한 명만 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하시오.

804

상중하

6쌍의 부부가 참가한 어떤 모임에서 6명을 뽑아 기념품을 준다고 한다. 뽑힌 6명 중에서 부부가 2쌍일 경우의 수는?

- ① 360 ② 380 ③ 400
④ 420 ⑤ 440

805

상중하

1부터 5까지의 자연수 중 진서와 아영이가 각각 2개의 숫자를 택할 때, 진서와 아영이가 똑같은 숫자를 1개 이하로 택할 경우의 수를 구하시오.

05

'적어도'의 조건이 있는 조합의 수

중요도 

806

상중하

교내 수학 경시대회 본선에 진출한 남학생은 4명, 여학생은 6명이다. 이 중에서 학교 대표로 출전할 3명을 뽑을 때, 여학생이 적어도 한 명 포함되도록 뽑는 경우의 수는?

- ① 112 ② 114 ③ 116
④ 118 ⑤ 120

807

상중하

책꽂이에 소설책, 과학책, 역사책이 각각 5권씩 있다. 이 중에서 3권의 책을 꺼낼 때, 과학책을 적어도 1권 꺼내는 경우의 수는?

- ① 326 ② 329 ③ 332
④ 335 ⑤ 338

808 내신 기출

상중하

독서 동아리 회원 10명 중에서 독서 감상문을 쓸 4명을 뽑으려고 한다. 동아리의 회장, 부회장 중에서 적어도 한 명을 포함하여 4명을 뽑는 경우의 수는?

(단, 동아리의 회장, 부회장은 각각 1명이다.)

- ① 60 ② 80 ③ 100
④ 120 ⑤ 140

809

상중하

남학생 5명과 여학생 4명이 연극반에 지원하였다. 지원자 중에서 4명을 선발할 때, 남학생과 여학생이 적어도 한 명씩 포함되도록 선발하는 경우의 수를 구하시오.



810

상 중 하

빨간색 공과 파란색 공을 합하여 12개의 공이 들어 있는 상자에서 3개의 공을 꺼낼 때, 적어도 1개가 빨간색 공인 경우의 수는 164이다. 상자 안에 들어 있는 파란색 공의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

06 뽑아서 나열하는 경우의 수 중요도 ■■■

811

상 중 하

희재와 연아를 포함한 동아리 회원 7명 중에서 희재와 연아를 포함한 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

- ① 180 ② 200 ③ 220
- ④ 240 ⑤ 260

812

상 중 하

speaking에 있는 8개의 문자 중에서 자음 3개와 모음 2개를 택하여 일렬로 나열할 때, 모음끼리 이웃하지 않는 경우의 수를 구하시오.

813

내신 기출

상 중 하

6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 사용하여 다섯 자리 자연수를 만들 때, 만의 자리의 숫자가 백의 자리의 숫자보다 큰 수의 개수는?

- ① 180 ② 300 ③ 360
- ④ 480 ⑤ 720

814

평가원 기출

상 중 하

이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는?

(단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.)

- ① 180 ② 210 ③ 240
- ④ 270 ⑤ 300

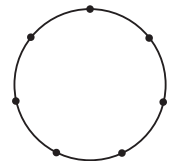
07 직선과 대각선의 개수 중요도 ■■■

815

풍샘 비법 2

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 원 위에 7개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수를 구하시오.



816

상중하

한 평면 위에 있는 서로 다른 8개의 점 중에서 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때, 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?

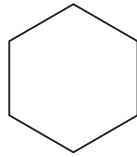
- ① 25 ② 28 ③ 31
- ④ 33 ⑤ 36

817

상중하

오른쪽 그림과 같은 정육각형의 대각선의 개수는?

- ① 5 ② 6
- ③ 7 ④ 8
- ⑤ 9

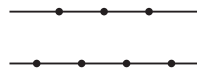


818

상중하

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 위에 7개의 점이 있을 때, 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수는?

- ① 10 ② 12 ③ 14
- ④ 16 ⑤ 18



819

상중하

십이각형의 서로 다른 대각선의 교점의 최대 개수는?
(단, 꼭짓점은 교점에서 제외한다.)

- ① 495 ② 500 ③ 505
- ④ 510 ⑤ 515

08

삼각형의 개수

중요도 ■■■

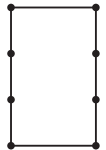
820

동생 비법

상중하

오른쪽 그림과 같이 직사각형 위에 8개의 점이 있다. 이 중에서 3개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수는?

- ① 44 ② 48 ③ 52
- ④ 56 ⑤ 60



821

내신 기출

상중하

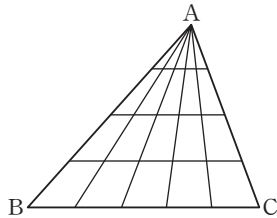
어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 n 개의 점 중에서 두 점을 이어서 만들 수 있는 직선이 36개일 때, 3개의 점을 이어서 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하시오.



822 교육청 기출

상 중 하

삼각형 ABC에서 꼭짓점 A와 선분 BC 위의 네 점을 연결하는 4개의 선분을 그리고, 선분 AB 위의 세 점과 선분 AC 위의 세 점을 연결하는 3개의 선분을 그려 다음 그림과 같은 도형을 만들었다. 이 도형의 선들로 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



- ① 30 ② 40 ③ 50
- ④ 60 ⑤ 70

823

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 같은 간격으로 놓인 15개의 점 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 400 ② 406 ③ 412
- ④ 418 ⑤ 424

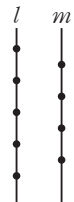
09 사각형의 개수

중요도

824

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l , m 위에 각각 5개, 4개의 점이 있다. 이 중에서 4개의 점을 이어서 만들 수 있는 사각형의 개수를 구하시오.



825

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 부채꼴 위에 9개의 점이 있다. 이 점들 중에서 4개의 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수를 구하시오.



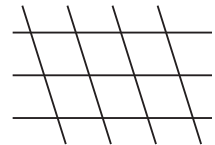
10 평행사변형의 개수

중요도

826 풍뎡 방법

상 중 하

오른쪽 그림과 같이 3개의 평행선과 4개의 평행선이 서로 만날 때, 이들 평행선으로 만들 수 있는 평행사변형의 개수는?

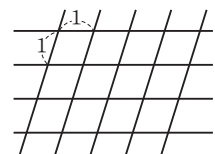


- ① 18 ② 19 ③ 20
- ④ 21 ⑤ 22

827 내신 기출

상 중 하

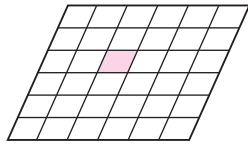
오른쪽 그림과 같이 간격이 모두 1로 일정한 4개의 평행선과 5개의 평행선이 서로 만날 때, 이들 평행선으로 만들 수 있는 마름모가 아닌 평행사변형의 개수를 구하시오.



828

상중하

오른쪽 그림은 평행사변형의 각 변을 6등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선들로 만들 수 있는 평행사변형 중에서 색칠한 부분을 포함하는 평행사변형의 개수는?



- ① 136 ② 138 ③ 140
- ④ 142 ⑤ 144

829

상중하

한 평면 위에 n 개의 평행선과 서로 만나는 $(n+4)$ 개의 평행선이 있다. 이들 평행선으로 만들 수 있는 평행사변형의 개수가 360일 때, n 의 값을 구하시오.

11

분할하는 경우의 수

중요도 ■ ■ ■

830

상중하

7명의 동아리 회원을 1명, 2명, 4명으로 나누는 경우의 수를 a 라 하고, 1명, 3명, 3명으로 나누는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 140 ② 175 ③ 210
- ④ 245 ⑤ 280

831

상중하

남학생 9명, 여학생 3명을 4명씩 세 개의 조로 나눌 때, 여학생 3명이 같은 조에 속하는 경우의 수는?

- ① 105 ② 210 ③ 315
- ④ 420 ⑤ 630

832

상중하

어른 7명과 어린이 3명을 5명씩 두 개의 조로 나눌 때, 각 조에 적어도 한 명의 어린이가 포함되도록 나누는 경우의 수를 구하시오.

12

분배하는 경우의 수

중요도 ■ ■ ■

833

교육청 기술

상중하

남학생 4명과 여학생 3명을 세 개의 모둠으로 나누려 할 때, 모든 모둠에 남학생과 여학생이 각각 1명 이상 포함되도록 하는 경우의 수는?

- ① 30 ② 32 ③ 34
- ④ 36 ⑤ 38

834 내신 기출

상 중 하

서로 다른 종류의 꽃 5송이를 서로 다른 꽃병 3개에 나누어 꽂는 경우의 수는?

(단, 꽃병에는 적어도 한 송이의 꽃을 꽂는다.)

- ① 150 ② 180 ③ 210
- ④ 240 ⑤ 300

835

상 중 하

정원이 6명인 서로 다른 케이블카 3대에 8명의 학생이 나누어 타는 경우의 수는?

(단, 각 케이블카에는 적어도 2명의 학생이 탄다.)

- ① 980 ② 1470 ③ 1960
- ④ 2540 ⑤ 2940

836

상 중 하

6층짜리 건물의 1층에서 10명이 승강기를 함께 탄 후 6층까지 올라가는 동안 3개의 층에서 각각 2명, 4명, 4명이 내리는 경우의 수는?

(단, 승강기에 새로 탄 사람은 없다.)

- ① 94500 ② 94000 ③ 93500
- ④ 93000 ⑤ 92500

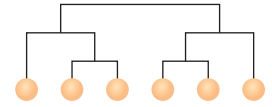
13 대진표 작성하기

중요도 ■ ■ ■

837

상 중 하

6개의 팀이 오른쪽 그림과 같은 대진표로 경기를 할 때, 대진표를 작성하는 경우의 수는?

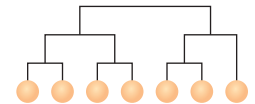


- ① 30 ② 45 ③ 60
- ④ 75 ⑤ 90

838

상 중 하

7개의 팀이 오른쪽 그림과 같은 대진표로 축구 시합을 할 때, 대진표를 작성하는 경우의 수는?

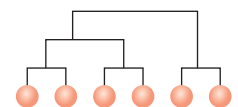


- ① 105 ② 315 ③ 420
- ④ 525 ⑤ 630

839

상 중 하

정빈이를 포함한 6명이 오른쪽 그림과 같은 대진표로 탁구 시합을 할 때, 정빈이가 한 번만 이기면 결승에 진출하도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하시오.





840

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ({}_nC_{n-r} - 1)x + {}_nP_r = 0$ 의 두 근이 4, 5일 때, nr 의 값을 구하시오.

(단, n, r 는 자연수이다.)

841

1부터 25까지의 홀수 중에서 서로 다른 두 수를 택할 때, 택한 두 수의 합이 4의 배수가 되지 않는 경우의 수를 구하시오.

842

1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 동시에 4개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 숫자 중에서 가장 큰 숫자가 7 이상인 경우의 수를 구하시오.

843

노란 구슬 n 개와 파란 구슬 4개가 들어 있는 주머니에서 3개의 구슬을 꺼낼 때, 파란 구슬이 적어도 1개 포함되는 경우의 수는 100이다. 이 주머니에서 노란 구슬 2개, 파란 구슬 2개를 뽑는 경우의 수를 구하시오.

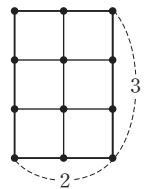
(단, $n \geq 3$)

844

friend에 있는 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, 두 모음 사이에 1개의 문자가 들어가도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

845

오른쪽 그림은 가로 길이가 2, 세로 길이가 3인 직사각형을 작은 정사각형 6개로 나눈 후 점을 찍은 것이다. 이 중에서 두 점을 이은 선분 중 그 길이가 무리수인 것의 개수를 구하시오.





846

다음은 자연수 n 에 대하여

$${}_{n+5}C_n - {}_{n+5}C_{n-2} = \boxed{㉞} {}_{n+7}C_n$$

이 성립함을 증명하는 과정이다.

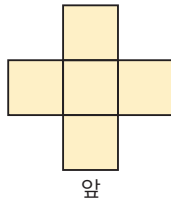
(증명)

$$\begin{aligned} {}_{n+5}C_n - {}_{n+5}C_{n-2} &= \boxed{㉝}! \left\{ \frac{1}{n!5!} - \frac{1}{(n-2)!7!} \right\} \\ &= \boxed{㉝}! \times \frac{\boxed{㉜}}{n!7!} \\ &= \boxed{㉞} {}_{n+7}C_n \end{aligned}$$

위의 과정에서 ㉞, ㉝, ㉜에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라고 할 때, $\frac{h(3)-g(3)}{f(3)}$ 의 값을 구하시오.

847

정육면체 모양의 쌓기나무 10개를 사용하여 위에서 본 모양이 오른쪽 그림과 같은 모양이 되도록 쌓으려고 한다. 가장 높은 층이 4층인 모양이 되도록 쌓는 경우의 수는?



앞

- ① 50 ② 55 ③ 60
④ 65 ⑤ 70

848 도전! 등급

어른 3명, 어린이 2명이 텐트에 들어 가려고 한다. 텐트는 3인용, 2인용, 1인용의 세 종류가 있고, 어린이는 반드시 어른과 같이 텐트에 들어간다고 할 때, 5명이 텐트에 들어가는 경우의 수는? (단, 아무도 들어가지 않는 텐트가 있을 수 있고, 텐트의 정원 수를 채우지 않아도 된다.)

- ① 21 ② 24 ③ 27
④ 30 ⑤ 33

849 평가원 기출

1부터 9까지의 서로 다른 자연수 a, b, c, d, e 에 대하여

$$a \times 10^4 + b \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + e$$

로 나타내어지는 다섯 자리 자연수 $abcde$ 중에서 5의 배수이고

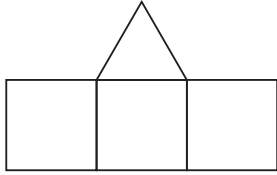
$$a > b > c, c < d < e$$

를 만족시키는 모든 자연수의 개수는?

- ① 53 ② 62 ③ 71
④ 80 ⑤ 89

850 교육청 기출

다음 그림과 같이 한 개의 정삼각형과 세 개의 정사각형으로 이루어진 도형이 있다.



숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 네 개의 정다각형 내부에 하나씩 적을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오.

- (가) 세 개의 정사각형에 적혀 있는 수는 모두 정삼각형에 적혀 있는 수보다 작다.
- (나) 변을 공유하는 두 정사각형에 적혀 있는 수는 서로 다르다.

851

다음 그림과 같이 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 하나씩 적힌 12장의 숫자 카드가 있다. 이 중에서 서로 다른 7장의 카드를 택할 때, 숫자 1, 2, 3, 4가 적힌 카드가 각각 적어도 한 장씩 포함되도록 택하는 경우의 수를 구하시오.



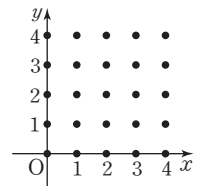
852

0부터 9까지의 10개의 정수 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 사용하여 세 자리 자연수를 만들 때, 짝수인 3의 배수의 개수는?

- ① 105
- ② 110
- ③ 115
- ④ 120
- ⑤ 125

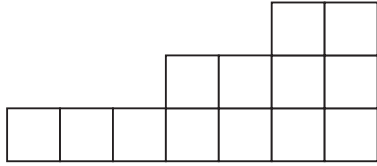
853 도전! 등급

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 25개의 점 (a, b) 가 있다. 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수를 구하시오. (단, a, b 는 0 이상 4 이하의 정수이다.)



854

다음 그림과 같이 합동인 13개의 정사각형이 연결된 도형이 있다. 이 도형의 선들로 이루어진 직사각형의 개수는?



- ① 57 ② 60 ③ 63
- ④ 66 ⑤ 69

855

6명의 학생이 유기견 보호 센터, 요양원, 아동복지센터의 세 곳 중 한 곳을 택하여 봉사활동을 하기로 하였다. 유기견 보호 센터, 요양원, 아동복지센터의 세 곳에서 모든 학생이 봉사활동을 하는 경우의 수를 구하시오.

856

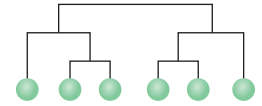
승객 7명이 타고 있는 버스가 A, B, C, D의 4개의 정류장에 정차할 때, 이들 정류장 중에서 3개의 정류장에 모든 승객이 내리는 경우의 수는?

(단, 새로 타는 승객은 없다.)

- ① 7128 ② 7152 ③ 7176
- ④ 7200 ⑤ 7224

857

1반부터 6반까지 6개의 반이 오른쪽 그림과 같은 대진표로 줄다리기를 할 때, 1반과 2반이 결



승전에서만 만나도록 대진표를 정하는 경우의 수는?

- ① 36 ② 42 ③ 48
- ④ 54 ⑤ 60

IV

행렬

12. 행렬 | 178

12 행렬

1 행렬의 뜻

(1) **행렬**: 여러 개의 수 또는 문자를 직사각형 모양으로 배열하여 괄호로 묶은 것

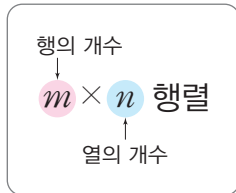
(2) **성분**: 행렬을 구성하고 있는 각각의 수 또는 문자

참고 보통 행렬은 알파벳 대문자 A, B, C, \dots 를 사용하여 나타내고, 성분은 알파벳 소문자 a, b, c, \dots 를 사용하여 나타낸다.

(3) **행**: 행렬에서 성분을 가로로 배열한 줄
위에서부터 차례대로 제1행, 제2행, 제3행, ...이라고 한다.

(4) **열**: 행렬에서 성분을 세로로 배열한 줄
왼쪽에서부터 차례대로 제1열, 제2열, 제3열, ...이라고 한다.

(5) $m \times n$ 행렬: m 개의 행과 n 개의 열로 이루어진 행렬



(6) **정사각행렬**: 행의 개수와 열의 개수가 같은 행렬

$\Rightarrow n \times n$ 행렬을 n 차 정사각행렬이라고 한다.

예 $\begin{pmatrix} -1 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow 2 \times 3$ 행렬, $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow$ 이차 정사각행렬

(7) **(i, j) 성분**: 행렬에서 제 i 행과 제 j 열이 만나는 위치에 있는 성분으로 기호 a_{ij} 로 나타낸다.

참고 2×3 행렬 A 는 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$ 과 같이 나타내고, 이것을 간단히 $A = (a_{ij})$ ($i=1, 2, j=1, 2, 3$)로 나타내기도 한다.

2 두 행렬이 서로 같을 조건

(1) **같은 꼴인 행렬**: 두 행렬 A, B 에서 행의 수와 열의 수가 각각 같을 때, 두 행렬 A, B 는 같은 꼴이라고 한다.

(2) **두 행렬이 서로 같을 조건**: 두 행렬 A, B 가 같은 꼴이고 대응하는 성분이 각각 같을 때, 두 행렬 A, B 는 서로 같다고 하며, 기호 $A=B$ 로 나타낸다.

즉, 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

① $a_{11}=b_{11}, a_{12}=b_{12}, a_{21}=b_{21}, a_{22}=b_{22}$ 이면 $A=B$

② $A=B$ 이면 $a_{11}=b_{11}, a_{12}=b_{12}, a_{21}=b_{21}, a_{22}=b_{22}$

참고 두 행렬 A, B 가 서로 같지 않을 때, 기호 $A \neq B$ 로 나타낸다.

3 행렬의 덧셈과 뺄셈

(1) **행렬의 덧셈과 뺄셈**

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

① 덧셈: $A+B = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$

② 뺄셈: $A-B = \begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} \end{pmatrix}$

참고 행렬의 덧셈과 뺄셈은 두 행렬이 같은 꼴일 때에만 정의된다.

(2) **행렬의 덧셈에 대한 성질**

같은 꼴의 세 행렬 A, B, C 에 대하여

① 교환법칙: $A+B=B+A$

② 결합법칙: $(A+B)+C=A+(B+C)$

참고 행렬의 덧셈에서 결합법칙이 성립하므로 $(A+B)+C$ 와 $A+(B+C)$ 는 괄호를 생략하여 $A+B+C$ 로 나타내기도 한다.

(3) **영행렬**

① 행렬의 성분이 모두 0인 행렬을 영행렬이라고 하며, 일반적으로 기호 O 로 나타낸다.

② 행렬 A 와 같은 꼴의 영행렬 O 에 대하여

$$A+O=O+A=A$$

$$A+(-A)=(-A)+A=O$$

참고 행렬 A 의 모든 성분의 부호를 바꾼 것을 성분으로 하는 행렬을 기호 $-A$ 로 나타낸다. 즉, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때, $-A = \begin{pmatrix} -a & -b \\ -c & -d \end{pmatrix}$ 이다.

4 행렬의 실수배

(1) **행렬의 실수배**

일반적으로 k 가 실수일 때, 행렬 A 의 각 성분에 일정한 수 k 를 곱한 것을 성분으로 하는 행렬을 행렬 A 의 k 배라고 하며, 기호 kA 로 나타낸다.

즉, 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 와 실수 k 에 대하여

$$kA = k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$$

(2) **행렬의 실수배에 대한 성질**

같은 꼴의 두 행렬 A, B 와 두 실수 k, l 에 대하여

① 결합법칙: $(kl)A=k(lA)=l(kA)$

② 분배법칙: $(k+l)A=kA+lA, k(A+B)=kA+kB$

5 행렬의 곱셈

(1) 행렬의 곱셈

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

참고 두 행렬 A, B 의 곱 AB 는 행렬 A 의 열의 개수와 행렬 B 의 행의 개수가 같을 때에만 정의된다.

$\Rightarrow (m \times l \text{ 행렬}) \times (l \times n \text{ 행렬}) = (m \times n \text{ 행렬})$
└─ 같다 ─┘

주의 행렬의 곱셈에서는 $AB=O$ 라고 해서 항상 $A=O$ 또는 $B=O$ 인 것은 아니다. 예를 들어, 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

이지만 $A \neq O, B \neq O$ 이다.

(2) 행렬의 거듭제곱

행렬 A 가 정사각행렬이고, m, n 이 자연수일 때

- ① $A^2 = AA, A^3 = A^2A, A^4 = A^3A, \dots, A^{n+1} = A^nA$
- ② $A^m A^n = A^{m+n}, (A^m)^n = A^{mn}$

참고 행렬의 거듭제곱은 정사각행렬일 때에만 정의할 수 있다.

6 행렬의 곱셈에 대한 성질

(1) 행렬의 곱셈에 대한 성질

합과 곱이 가능한 세 행렬 A, B, C 와 실수 k 에 대하여

- ① $AB \neq BA$ ← 일반적으로 교환법칙이 성립하지 않는다.
- ② 결합법칙: $(AB)C = A(BC)$
- ③ 분배법칙: $A(B+C) = AB+AC,$
 $(A+B)C = AC+BC$
- ④ $k(AB) = (kA)B = A(kB)$

주의 행렬의 곱셈에서는 일반적으로 교환법칙이 성립하지 않으므로 지수법칙과 곱셈 공식이 성립하지 않음에 주의한다.

즉, 합과 곱이 가능한 두 행렬 A, B 와 자연수 n 에 대하여

- ① $(AB)^n \neq A^n B^n$ ② $(A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$
- ③ $(A-B)^2 \neq A^2 - 2AB + B^2$ ④ $(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2$

(2) 단위행렬

- ① 왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 내려가는 대각선 위의 성분은 모두 1이고, 그 이외의 성분은 모두 0인 정사각행렬을 단위행렬이라고 하며, 일반적으로 기호 E 로 나타낸다.
- ② 정사각행렬 A 와 같은 꼴인 단위행렬 E 에 대하여 $AE = EA = A, E^n = E$ (단, n 은 자연수이다.)

문제를 풀 때 유용한 **공식 비법**

① n 이 자연수일 때, $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이면 $A^n = \begin{pmatrix} 1 & na \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 이면 $A^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{pmatrix}$

② $AB=BA$ 가 성립하는 경우

일반적으로 행렬의 곱셈에서는 교환법칙이 성립하지 않으므로 곱셈 공식이 성립하지 않는다. 그런데 문제에서 $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$ (복호동순), $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 등의 조건이 주어지면 이것은 교환법칙이 성립한다는 의미이므로 $AB=BA$ 임을 이용하여 문제를 해결한다.

③ 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 - pA + qE = O$ (p, q 는 실수)의 조건이 주어진 경우

$\Rightarrow A \neq kE$ 인 경우와 $A = kE$ 인 경우로 나누어 생각한다. (단, k 는 실수이다.)

- (i) $A \neq kE$ 이면 케일리-해밀턴 정리에 의하여 $a+d=p, ad-bc=q$
- (ii) $A = kE$ 이면 $A = kE$ 를 $A^2 - pA + qE = O$ 에 대입하여 k 의 값을 구한다.

케일리-해밀턴 정리

세 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$A^2 - (a+d)A + (ad-bc)E = O$$

가 성립하고, 이것을 케일리-해밀턴 정리라고 한다. 일반적으로 이 정리의 역은 성립하지 않는다.

01 행렬의 성분 중요도 ■■■

858 (상중하)

행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = i^2 - 2j$ 일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은? (단, $i=1, 2, j=1, 2$)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

859 (내신기출) (상중하)

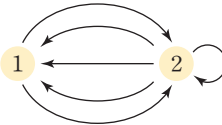
삼차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} i+4 & (i=j) \\ i-2j & (i < j) \\ -a_{ji} & (i > j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 를 구하시오.

860 (상중하)

오른쪽 그림은 어느 유적지의 1, 2 두 지점 사이의 일방통행 길을 나타낸 것이다. 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 i 지점에서 j 지점까지 갈 수 있는 일방통행 길의 수일 때, 행렬 A 는?
(단, $i=1, 2, j=1, 2$)



- ① $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

861 (교육청기출) (상중하)

이차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = (i+2j)$ 의 양의 약수의 개수일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.
(단, $i=1, 2, j=1, 2$)

02 두 행렬이 서로 같은 조건 중요도 ■■■

862 (상중하)

등식 $\begin{pmatrix} a-b & 2c+d \\ 2b-a & -5c-3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

863 (상중하)

등식 $\begin{pmatrix} a-b & ab \\ 2 & a^3-b^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & x \end{pmatrix}$ 가 성립할 때, 상수 x 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -14 ② -12 ③ -10
- ④ -8 ⑤ -6

864

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} x & -ab \\ a+b & y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a^2 & 2 \\ -1 & b^2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A=B$ 일 때, $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$ 의 값은?

(단, a, b, x, y 는 상수이다.)

- ① $\frac{31}{2}$ ② $\frac{63}{4}$ ③ 16
 ④ $\frac{65}{4}$ ⑤ $\frac{33}{2}$

865

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 13z & 60 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & y+7 \\ 5z^2+4y & 3z^2+xz \end{pmatrix}$ 에

대하여 $A=B$ 일 때, x^3+y+z^2 의 값을 구하시오.

(단, x, y, z 는 상수이다.)

03 행렬의 덧셈과 뺄셈, 실수배

중요도 ■ ■ ■

866 교육청 기출

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$A+2B$ 의 모든 성분의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

867 내신 기출

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$X - 4A = 2(X - B)$$

를 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

868

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$xA + yB = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

(단, x, y 는 상수이다.)

- ① -6 ② -5 ③ -1
 ④ 5 ⑤ 6

869

상중하

이차방정식 $x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이고 다음 등식이 성립할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 2\beta^2 & a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 0 \\ -b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\beta & 0 \\ -2\alpha^2 & -\beta \end{pmatrix}$$

- ① 36 ② 38 ③ 40
 ④ 42 ⑤ 44

870

상중하

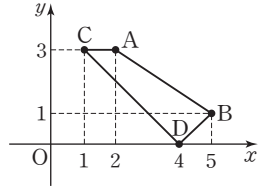
좌표평면 위의 네 점 $A(a, b)$, $B(c, d)$, $C(e, f)$, $D(g, h)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $ABDC$ 에 대하여 두 행렬 P, Q 를

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

라고 하자. 사각형 $ABDC$ 가 위의 그림과 같을 때,

$$6X + 4P = 2(P + Q) + 4X$$

를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합을 구하시오.



04

행렬에 대한 두 등식을 만족시키는 행렬

중요도

871

상중하

두 이차 정사각행렬 X, Y 에 대하여

$$X - Y = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, 3X + Y = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $3X$ 는?

- ① $\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

872

내신기출

상중하

두 행렬 A, B 에 대하여

$$A - 2B = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}, A + B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $A - B$ 를 구하시오.

05

행렬의 곱셈

중요도

873

교육청기출

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A(A+B)$ 의 모든 성분의 합은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

874

상중하

네 행렬 A, B, C, D 가 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$,

$C = (0 \ -2 \ 7)$, $D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬의 연산이

정의되는 것만을 다음 (보기)에서 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $-(B+C)$ ㄴ. $A+CB$
 ㄷ. AC ㄹ. BCD

- ① ㄷ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

875

상중하

등식 $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & a \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 가 성립할 때,

상수 a, b 에 대하여 $a^3 - b^3$ 의 값은?

- ① -16 ② -18 ③ -20
 ④ -22 ⑤ -24

876

상중하

모든 실수 x 에 대하여 행렬의 곱 $(x-1)\begin{pmatrix} a & 3 \\ 1 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ 의 성분이 음수가 아닐 때, 실수 a 의 최솟값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

06

행렬의 거듭제곱

중요도 ■ ■ ■

877

상중하

등식 $2\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 행렬 A 에 대하여 행렬 A^2 의 (1, 2) 성분은?

- ① -4 ② -1 ③ 1
- ④ 4 ⑤ 5

878 교육청 기출

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^3 = kA$ 일 때, 실수 k 의 값은?

- ① 9 ② 12 ③ 15
- ④ 18 ⑤ 21

879

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 $A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때, $ad - bc$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c, d 는 정수이고, $a > 0$ 이다.)

07

행렬의 거듭제곱 - 규칙 찾기

중요도 ■ ■ ■

880 풍샘 비법 ①

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^7 의 모든 성분의 합을 구하시오.

881 내신 기출

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} 64 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ 일 때, $n+a$ 의 값을 구하시오.

(단, n 은 자연수, a 는 상수이다.)

882

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A^6 - A^5 + A^4 - A^3 + A^2 - A + E$ 를 간단히 하면?

(단, E 는 단위행렬이다.)

- ① A^3 ② $-A^3$ ③ E
- ④ $-E$ ⑤ $A+E$



883

상 중 하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^{12} 의 모든 성분의 합은 $k \times 4^a$ 이다. 이때 자연수 k, a 에 대하여 $k+a$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 소수이다.)

08 행렬의 곱셈의 활용

중요도 ■ ■ ■

884

상 중 하

오렌지 주스와 사과 주스를 담아서 A형, B형의 두 종류의 선물 세트를 만들려고 한다. A형, B형 선물 세트에 들어가는 오렌지 주스와 사과 주스의 개수 및 선물 세트의 개수는 아래 표와 같다.

	오렌지 주스	사과 주스	선물 세트
A형	6개	4개	20개
B형	3개	7개	30개

오렌지 주스와 사과 주스 1개의 가격이 각각 x 원, y 원일 때, 다음 중 A형, B형 선물 세트를 각각 20개, 30개 만드는 데 필요한 총 비용을 나타내는 행렬은?

(단, 포장지의 가격은 생각하지 않는다.)

- ① $(x \ y) \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} x & 20 \\ y & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$
 ③ $\begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ④ $(20 \ 30) \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
 ⑤ $\begin{pmatrix} 6x & 4y \\ 3x & 7y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$

885 수능 기출

상 중 하

다음은 지난해에 어느 회사에서 생산한 두 제품 가와 나 의 제품 한 개당 제조원가와 판매 가격 및 그 해 판매량을 나타낸 표이다.

제품명 가격	제품명		판매량		
	가	나	제품명	상반기	하반기
제조원가	a_{11}	a_{12}	가	b_{11}	b_{12}
판매 가격	a_{21}	a_{22}	나	b_{21}	b_{22}

위의 표를 각각 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 로 나타내고, 이 두 행렬의 곱 AB 를 $AB = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라고 하자. 제품 한 개당 판매 이익금을 판매 가격에서 제조원가를 뺀 값으로 정의할 때, 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

- ㄱ. $a+b$ 는 지난해 상반기에 판매된 제품의 제조원가 총액이다.
 ㄴ. $c+d$ 는 지난해 1년 동안에 판매된 제품의 판매 총액이다.
 ㄷ. $d-b$ 는 지난해 하반기에 판매된 제품의 판매 이익금 총액이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

09 행렬의 곱셈에 대한 성질

중요도 ■ ■ ■

886

상중하

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$B - A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, AB + BA = \begin{pmatrix} -9 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \text{이고,}$$

$$A^2 + B^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{일 때, } ad - bc \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, a, b, c, d 는 상수이다.)

887 풍샘비법 e 내신기출

상중하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ b & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

이 성립할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.)

888

상중하

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A * B = AB - BA$$

로 정의할 때, 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(보기)

ㄱ. $A * B = (-B) * A = B * (-A)$

ㄴ. $3A * 3B = 6(A * B)$

ㄷ. $(A - B) * C = A * C - B * C$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 행렬의 변형

중요도 ■ ■ ■

889

상중하

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 3a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} a \\ 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 4 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, 행렬 $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 는?

- ① $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

890

상중하

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, 다음 중 행렬 $A \begin{pmatrix} x+z \\ y+w \end{pmatrix}$ 와 같은 것은?

- ① $\begin{pmatrix} 3x \\ -x+6y \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 3x-z \\ -x+6y-w \end{pmatrix}$
 ③ $\begin{pmatrix} 3x+z \\ -x+6y+w \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} z \\ 6y+w \end{pmatrix}$
 ⑤ $\begin{pmatrix} 3x+z \\ -x-6y+w \end{pmatrix}$

891

상중하

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 31 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 상수이다.)

11 단위행렬의 성질 중요도 ■ ■ ■

892 상 중 하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A+E)(A^2-A+E)$ 는? (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① $\begin{pmatrix} 125 & 19 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 125 & 19 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 126 & -19 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 126 & 19 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} -126 & 19 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

893 상 중 하

모든 성분의 합이 3인 이차 정사각행렬 A 에 대하여 $A^3 + A^2 = -2A - 2E$ 가 성립할 때, 행렬 $A^5 + A^4$ 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① 16 ② 18 ③ 20
- ④ 22 ⑤ 24

894 상 중 하

이차 정사각행렬 A 가 $A^2 + 4A + 16E = O$ 를 만족시킬 때, 행렬 A^{15} 의 모든 성분의 합은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

- ① 128 ② 64^5 ③ 2×64^5
- ④ 64^{10} ⑤ 2×64^{15}

895 상 중 하

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 $A+B=3E, AB=E$

일 때, $A^2+B^2=kE$ 이다. 이때 상수 k 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

12 $A^n = E$ 이용하기 중요도 ■ ■ ■

896 상 중 하

이차 정사각행렬 A 가 $(A^2 - 4E)(A^2 + E) = -3A^2 - 5E$

를 만족시킬 때, 다음 중 행렬 A^{76} 과 같은 것은?
(단, E 는 단위행렬이다.)

- ① $-A$ ② $-E$ ③ E
- ④ $A-E$ ⑤ $A+E$

897 상 중 하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^{2013} 의 모든 성분의 합을 구하시오.

898

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $(E + 2A)^3 = aE + bA$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, E 는 단위행렬이고, a, b 는 상수이다.)

899

상중하

행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = E$ 를 만족시키는 두 자리 자연수 n 의 값 중에서 가장 큰 수를 구하시오.
(단, E 는 단위행렬이다.)

900

상중하

이차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = j - i$ 일 때, 행렬 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2025}$ 의 $(1, 2)$ 성분을 구하시오.

901

상중하

행렬 $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{152}$ 의 모든 성분의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

13

행렬의 곱셈의 여러 가지 성질

중요도 ■■■

902

내신 기출

상중하

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

(보기)

- ㄱ. $A \neq O, B \neq O$ 이면 $AB \neq O$ 이다.
ㄴ. $C \neq O$ 일 때, $AC = BC$ 이면 $A = B$ 이다.
ㄷ. $2A - B = -E$ 이면 $AB = BA$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

903

상 중 하

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

(보기)

- ㄱ. $AE=O$ 이면 $A=O$ 이다.
- ㄴ. $A=2B^2$ 이면 $AB=BA$ 이다.
- ㄷ. $A-B=E, AB=O$ 이면 $A^2+B^2=E$ 이다.

904 수능 기출

상 중 하

이차 정사각행렬 A 와 B 에 대하여 옳은 것만을 (보기)에서 있는 대로 고른 것은?

(단, O 는 영행렬이고, E 는 단위행렬이다.)

(보기)

- ㄱ. $(A+B)^2=(A-B)^2$ 이면 $AB=O$ 이다.
- ㄴ. $A^2=E, B^2=B$ 이면 $(ABA)^2=ABA$ 이다.
- ㄷ. $A(A+E)=E, AB=-E$ 이면 $B^2=A+2E$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14

케일리-해밀턴 정리

중요도 ■ ■ ■

905 내신 기출

상 중 하

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$$

이 성립할 때, 다음 중 A^{10} 과 같은 행렬은?

(단, E 는 단위행렬이다.)

- ① $32E$ ② $48E$ ③ $64E$
- ④ $80E$ ⑤ $128E$

906

상 중 하

행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$A^{100} + A^{101} + A^{102} = xA + yE$$

가 성립할 때, xy 의 값은?

(단, x, y 는 상수이고, E 는 단위행렬이다.)

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

907 풍샘 비법

상 중 하

행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 $A^2 - A - 6E = O$ 를 만족시킬 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+d$ 의 최솟값을 구하시오.

(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

908

상 중 하

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$ 이 성립할 때, 다음 중 $A^2 + B^2 - 3A - 10B$ 와 같은 행렬은?

(단, a, b 는 상수이고, E 는 단위행렬이다.)

- ① $-30E$ ② $-31E$ ③ $-32E$
- ④ $-33E$ ⑤ $-34E$



909

행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2a-1 & -a+5 \\ a+4 & 7 & 3a+2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A = (a_{ij})$ 라고 하자. $a_{12} + a_{21} = 9$ 일 때, $a_{23} - a_{13} + a_{22}$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

910

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $X - 2Y = 6A$, $3X + 4Y = 2B$ 를 만족시키는 행렬 X , Y 가 있다. 이때 행렬 $2X + Y$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

911

두 이차 정사각행렬 A , B 에 대하여 $AB = O$ 이고 $A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A - B = \begin{pmatrix} 3-2k & 12 \\ -14 & 13 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. (단, O 는 영행렬이다.)

912

이차 정사각행렬 A 에 대하여 $A^2 - 2A - E = O$, $A \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이 성립한다. $A^2 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오.
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

913

두 이차 정사각행렬 A , B 에 대하여 $A + B = 4E$, $AB = 5B$ 일 때, $A^2 - B^2 = x(A - B)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

914

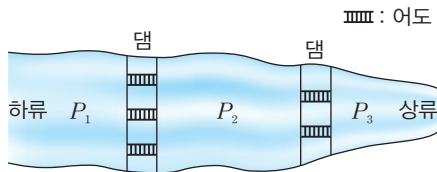
행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^{120} + A^{121} = 2^a \times 3^b A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 자연수이다.)



915 **평가원 기술**

수량을 조절하기 위하여 아래 그림과 같이 강에 댐 2개를 설치하고, 물고기를 위한 통로(어도)를 상류 댐에 2개, 하류 댐에 3개를 설치하였다. 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 다음과 같이 정의할 때, 행렬 A 의 표현으로 옳은 것은?

- (가) $i=j$ 일 때, $a_{ij}=1$
- (나) $i \neq j$ 일 때, a_{ij} 는 물고기가 수역 P_i 에서 수역 P_j 로 갈 수 있는 경로의 수



- ① $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

916

두 행렬 $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A_{n+1} 을 다음과 같이 정의한다. (단, n 은 자연수이다.)

- (가) 행렬 A_n 의 $(1, 1)$ 성분이 $(1, 2)$ 성분보다 작으면 $A_{n+1} = A_n P$
- (나) 행렬 A_n 의 $(1, 1)$ 성분이 $(1, 2)$ 성분보다 작지 않으면 $A_{n+1} = -P A_n$

이때 행렬 A_{2005} 의 $(2, 1)$ 성분을 구하시오.

917

행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 와 자연수 n 에 대하여 행렬 A^n 의 $(1, 1)$ 성분과 $(2, 2)$ 성분의 합을 $f(n)$ 이라고 하자. $f(1)=3, f(2)=7$ 일 때, $f(5)$ 의 값은?

- ① 117 ② 120 ③ 123
- ④ 126 ⑤ 129

918

자연수 n, a 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n$ 의 모든 성분의 합이 $4a^n$ 일 때, a 의 최댓값과 최솟값의 차는? (단, $a \leq 20$)

- ① 14 ② 15 ③ 16
- ④ 17 ⑤ 18

919

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 (보기)에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, n 은 자연수이다.)

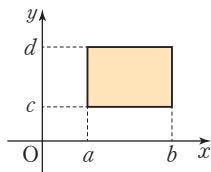
(보기)

- ㄱ. $A^n \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 n 의 값은 4이다.
- ㄴ. $A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 은 n 의 값에 관계없이 항상 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이다.
- ㄷ. $A^n \begin{pmatrix} 2 & -n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은 n 의 값에 관계없이 항상 3이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

920

좌표평면에서 오른쪽 그림과 같은 직사각형을 행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대응시키고, 이차 정사각행렬 M 과 대응되는 직사각형의 넓이를 S_M 이라고



하자. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $S_{AB} = 154$ 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

921 교육청 기출

어떤 회사에서 새로 추진하려는 사업에 대하여 전체 사원을 대상으로 세 차례에 걸쳐 찬반 의견을 조사하였다. 1차 조사 결과 찬성이 60%, 반대가 40%였다. 아래 표는 사업 설명회 이후 2차 조사 결과 1차 조사와 달리 찬반 의견을 바꾼 비율과 사원 토론회 이후 3차 조사 결과 2차 조사와 달리 찬반 의견을 바꾼 비율을 각각 나타낸 것이다.

조사	변화	직전 조사에서 찬성한 사원 중 반대로 의견을 바꾼 비율	직전 조사에서 반대한 사원 중 찬성으로 의견을 바꾼 비율
2차 조사 결과		20 %	30 %
3차 조사 결과		10 %	40 %

$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$ 일 때, 3차 조사 결과 전체 사원 중에서 찬성하는 사원들의 비율을 나타내는 것은? (단, 기권한 사원은 없다.)

- ① ABC 의 (1, 1) 성분 ② ABC 의 (1, 2) 성분
- ③ ACB 의 (1, 1) 성분 ④ ACB 의 (1, 2) 성분
- ⑤ AB^2 의 (1, 1) 성분

922

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

가 성립한다. 이때 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 상수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

923

5개의 행렬

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

중에서 임의의 한 행렬을 A 라고 할 때, $A^2=E$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수를 x , $A^5=A$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수를 y 라고 하자. 이때 $x+y$ 의 값을 구하시오.

924 교육청 기출

두 실수 a, b 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ 라고 할 때, 옳은 것만을 다음 (보기)에서 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

(보기)

- ㄱ. $A^2=O$ 이면 $A=O$ 이다.
- ㄴ. $A^2+E=O$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수는 2이다.
- ㄷ. $A^2-A=O$ 를 만족시키는 행렬 A 의 개수는 2이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

925

행렬 $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$f(X) = ad - bc$$

라고 하자. 행렬 $A = \begin{pmatrix} x & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $f(A^2) = f(2A)$

가 성립할 때, 다음 중 $A^3 - 5A^2 + 5A$ 와 같은 것은?

(단, a, b, c, d, x 는 실수이고, $x > 0$ 이다.)

- ① $2A$
- ② A
- ③ E
- ④ $-A$
- ⑤ $-2A$

926 모집 1등급

9 이하의 자연수 n 과 두 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $(A^{n+2} - 4A^{n+1})B^{6n} = -A^5$ 을 만족시키는 n 의 값은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8