
풍산까지 반복수학

중학수학

3-1

구성과 특징

반복 연습으로 기초를 탄탄하게 만드는 기본 학습서

수학하는 힘을 길러주는 반복수학으로 기초 실력과 자신감을 UP하세요.

진도북

09 곱셈 공식의 변형

I-1. 다항식의 곱셈

1 핵심개념

1. a^2+b^2 의 값
 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
 $=(a+b)^2-2ab$

2. $(a+b)^2, (a-b)^2$ 의 관계
 (1) $(a+b)^2=(a+b)^2+4ab$ (2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

2 다음을 완성하여라.

(1) $(a+b)^2$ 를 전개하면
 $\rightarrow (a+b)^2 = \square + \square + \square$
 $\rightarrow a^2+b^2=(a+b)^2 - \square$ 이항을 이용!

(2) $(a-b)^2$ 를 전개하면
 $\rightarrow (a-b)^2 = \square - \square + \square$
 $\rightarrow a^2+b^2=(a-b)^2 + \square$

3 다음을 완성하여라.

(1) $a^2+b^2=(a-b)^2 + \square$ 이므로
 $\rightarrow (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
 $= a^2+b^2+2ab$
 $= (a-b)^2 + \square + 2ab$
 $= (a-b)^2 + \square$

(2) $a^2+b^2=(a+b)^2 - \square$ 이므로
 $\rightarrow (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
 $= a^2+b^2-2ab$
 $= (a+b)^2 - \square - 2ab$
 $= (a+b)^2 - \square$

4 다음을 완성하여라.

(1) $x^2+y^2=(x+y)^2 - \square$
 $= 4^2 - \square \times 3 = \square$

(2) $(x-y)^2=(x+y)^2 - \square$
 $= 4^2 - \square \times 3 = \square$

5 $x+y=5, xy=2$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) x^2+y^2

(2) $(x-y)^2$

6 $x-y=2, xy=-1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) x^2+y^2

(2) $(x+y)^2$

7 $x+y=8, x^2+y^2=56$ 일 때, \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) xy

$\rightarrow (x+y)^2 = \square + 2xy$ 이므로
 $8^2 = \square + 2xy$
 $2xy = \square \therefore xy = \square$

$x+y, x^2+y^2$ 의 값이 주어지면 xy 의 값을 구할 수 있다.

(2) $(x-y)^2=(x+y)^2 - \square$
 $= 8^2 - \square \times 4 = \square$

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{8}{\square} = \square$
분수의 덧셈은 통분 먼저

(4) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{56}{\square} = \square$

8 $x-y=9, x^2+y^2=75$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) xy

(2) $(x+y)^2$

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

(4) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

9 다음 주어진 조건에 대하여 \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때
 $\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - \square$
 $= \square - 2 = 7$
 $\rightarrow (x - \frac{1}{x})^2 = (x + \frac{1}{x})^2 - \square$
 $= \square + \square = \square$

10 다음을 구하여라.

(1) $x + \frac{1}{x} = -5$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값

(2) $a + \frac{1}{a} = 4$ 일 때, $(a - \frac{1}{a})^2$ 의 값

(3) $x - \frac{1}{x} = 9$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값

(4) $a - \frac{1}{a} = -6$ 일 때, $(a + \frac{1}{a})^2$ 의 값

11 **빈칸 채우기** 확인하기

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2 - \square$
 $a^2+b^2=(a-b)^2 + \square$
 (2) $(a+b)^2=(a-b)^2 + \square$
 $(a-b)^2=(a+b)^2 - \square$

74 I. 다항식의 곱셈과 인수분해
I. 다항식의 곱셈 75

1 학습 내용의 핵심만 쏙쏙!

주제별 핵심 개념과 원리를 쏙쏙 뽑아 이해하기 쉽게 정리

2 학습 시간 체크!

학습에 걸린 시간을 체크하면서 계획성 있고 자기 주도적으로 학습

3 단계별 문제로 개념을 확실히!

'빈칸 채우기 → 과정 완성하기 → 직접 풀어보기'의 과정을 통해서 스스로 개념을 이해할 수 있도록 문제 제시

4 유사 문제의 반복 학습!

같은 유형의 유사 문제를 반복적으로 연습하면서 개념을 확실히 익히고 기본 실력을 기를 수 있도록 구성

5 배운 내용 확인하기

용어, 공식 등 꼭 알아야 할 핵심 사항을 괄호 문제를 통해 다시 한번 체크할 수 있도록 구성



이 책의 차례

*



: 실수와 그 계산

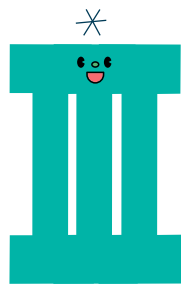
- 1. 제곱근과 실수 8
- 2. 근호를 포함한 식의 계산 36

*



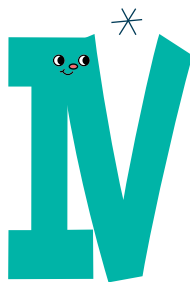
: 다항식의 곱셈과 인수분해

- 1. 다항식의 곱셈 58
- 2. 인수분해 78



III : 이차방정식

- 1. 이차방정식의 뜻과 풀이 104
- 2. 이차방정식의 활용 124



IV : 이차함수

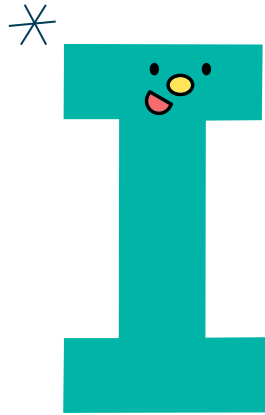
- 1. 이차함수의 그래프 (1) 144
- 2. 이차함수의 그래프 (2) 164

“

말은 시작일 뿐

완성은 행동이다.

”



실수와 그 계산

학습주제	쪽수
1. 제곱근과 실수	
01 제곱근의 뜻	9
02 제곱근의 표현	11
03 제곱근의 성질	12
스스로 점검하기	14
04 제곱근의 성질을 이용한 식의 계산	15
05 제곱수를 이용하여 근호 없애기	16
06 제곱근의 대소 관계	19
스스로 점검하기	21
07 유리수와 무리수	22
08 실수의 분류	24
09 제곱근표	25
스스로 점검하기	26
10 무리수를 수직선 위에 나타내기	27
11 실수와 수직선	29
12 실수의 대소 관계	30
13 무리수의 정수 부분과 소수 부분	33
스스로 점검하기	34

학습주제	쪽수
2. 근호를 포함한 식의 계산	
01 제곱근의 곱셈	37
02 제곱근의 나눗셈	39
03 근호가 있는 식의 변형	41
스스로 점검하기	43
04 분모의 유리화	44
05 제곱근의 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산	46
06 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기	48
스스로 점검하기	50
07 제곱근의 덧셈과 뺄셈	51
08 근호를 포함한 복잡한 식의 계산	54
스스로 점검하기	56

1. 제곱근과 실수

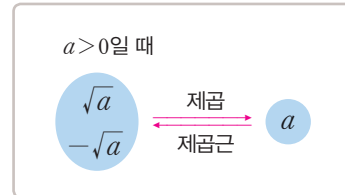
01 제곱근과 그 성질

1. a 의 제곱근: 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, 즉 $x^2=a$ 일 때 x 를 a 의 제곱근이라고 한다.

2. 제곱근의 표현

(1) 제곱근은 기호 $\sqrt{\quad}$ (근호)를 사용하여 나타내고, \sqrt{a} 를 '제곱근 a ' 또는 '루트 a '라고 읽는다.

(2) 양수 a 의 제곱근 중 양수인 것을 양의 제곱근 \sqrt{a} , 음수인 것을 음의 제곱근 $-\sqrt{a}$ 로 나타낸다.



3. 제곱근의 성질: $a > 0$ 일 때

(1) $(\sqrt{a})^2 = a, (-\sqrt{a})^2 = a$

(2) $\sqrt{a^2} = a, \sqrt{(-a)^2} = a$

4. 제곱근의 대소 관계: $a > 0, b > 0$ 일 때

(1) $a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

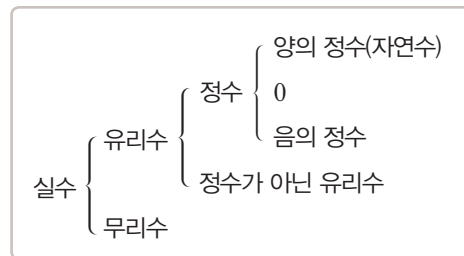
(2) $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이면 $a < b$

02 무리수와 실수

1. 무리수와 실수

(1) 무리수: 유리수가 아닌 수, 즉 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수이다.

(2) 실수: 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.



2. 제곱근표

(1) 제곱근표: 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표

(2) 제곱근표 읽는 방법: 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 읽는다. $\rightarrow \sqrt{13.1} = 3.619$

수	0	1	2
10	3.162	3.178	3.194
11	3.317	3.332	3.347
12	3.464	3.479	3.493
13	3.606	3.619	3.633

03 실수와 수직선

1. 실수와 수직선

(1) 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.

(2) 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

(3) 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

2. 실수의 대소 관계: 다음 중 하나를 이용하여 두 실수의 대소를 비교한다.

(1) 두 수의 차를 이용한다. (단, a, b 는 실수)

① $a - b > 0$ 이면 $a > b$

② $a - b = 0$ 이면 $a = b$

③ $a - b < 0$ 이면 $a < b$

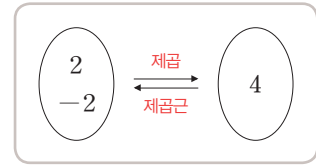
(2) 부등식의 성질을 이용한다.

01 * 제곱근의 뜻

핵심개념

1. a 의 제곱근: 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, 즉 $x^2=a$ 일 때 x 를 a 의 제곱근이라고 한다.

$$x^2=a \rightarrow x \text{는 } a \text{의 제곱근}$$



2. 제곱근의 개수

- (1) 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개이며, 그 절댓값은 서로 같다.
- (2) 0의 제곱근은 0의 1개이다.
- (3) 양수나 음수를 제곱하면 항상 양수이므로 음수의 제곱근은 없다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 2쪽

1 다음을 완성하여라.

(1) 제곱하여 25가 되는 수는 5와

→ $5^2 = \text{}$, $(\text{)}$ ² = 25

→ 5와 는 25의 제곱근

(2) 제곱하여 0.04가 되는 수는 와 -0.2

→ $(\text{)}$ ² = 0.04, $(-0.2)^2 = 0.04$

→ 와 -0.2는 의 제곱근

(3) 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, 즉 $x^2=a$ 일 때 x 를 a 의 제곱근이라고 한다.

2 다음을 완성하여라.

(1) 9의 제곱근

→ 제곱하여 가 되는 수

→ $x^2 = \text{$ 를 만족시키는 x 의 값

→ 과 -3

(2) 0.01의 제곱근

→ 제곱하여 이 되는 수

→ $x^2 = \text{$ 을 만족시키는 x 의 값

→ 과

(3) $\frac{1}{16}$ 의 제곱근

→ 제곱하여 이 되는 수

→ $x^2 = \text{$ 을 만족시키는 x 의 값

→ 과

3 제곱하여 다음 수가 되는 수를 모두 구하여라.

(1) 36 답 6, -6

(2) 81 답 9, -9

(3) 0.09 답 0.3, -0.3

(4) 0.64 답 0.8, -0.8

(5) $\frac{1}{25}$ 답 $\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}$

(6) $\frac{9}{16}$ 답 $\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}$

02 * 제곱근의 표현

핵심개념

1. 제곱근의 표현: 제곱근은 기호 $\sqrt{\quad}$ (근호)를 사용하여 나타내고, \sqrt{a} 를 '제곱근 a ' 또는 '루트 a '라고 읽는다.
2. a 의 제곱근: 양수 a 의 제곱근 중 양수인 것을 양의 제곱근 \sqrt{a} , 음수인 것을 음의 제곱근 $-\sqrt{a}$ 로 나타낸다.
참고 3의 양의 제곱근은 $\sqrt{3}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$ 이고, 이것을 한번에 $\pm\sqrt{3}$ 으로 나타내기도 한다.
3. 제곱근 a : 양수 a 의 제곱근 중 양의 제곱근, 즉 \sqrt{a} 를 의미한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 2쪽

1 다음을 완성하여라.

- (1) 2의 양의 제곱근은 $\sqrt{2}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$
- (2) 0.7의 양의 제곱근은 $\sqrt{0.7}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{0.7}$
- (3) $\frac{1}{3}$ 의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{1}{3}}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

2 다음을 완성하여라.

양수 16의 제곱근을 근호를 사용하여 나타내면 $\sqrt{16}$ 과 $-\sqrt{16}$ 이다. 이때 16의 제곱근은 4 와 -4 이므로 $\sqrt{16} = 4$, $-\sqrt{16} = -4$
 ➔ 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 그 수의 제곱근은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 (있다, 없다).

3 다음 수의 제곱근을 근호를 사용하여 나타내어라.

- (1) 7 답 $\pm\sqrt{7}$
- (2) 15 답 $\pm\sqrt{15}$
- (3) 0.3 답 $\pm\sqrt{0.3}$
- (4) 0.17 답 $\pm\sqrt{0.17}$

4 다음을 구하여라.

- (1) 5의 양의 제곱근 답 $\sqrt{5}$
- (2) 5의 음의 제곱근 답 $-\sqrt{5}$
- (3) 5의 제곱근 답 $\pm\sqrt{5}$
- (4) 제곱근 5 답 $\sqrt{5}$

5 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

- (1) $\sqrt{64}$ 답 8
- (2) $-\sqrt{81}$ 답 -9
- (3) $\sqrt{0.25}$ 답 0.5
- (4) $-\sqrt{\frac{1}{16}}$ 답 $-\frac{1}{4}$

6 배운 내용 확인하기

- (1) 제곱근은 기호 $\sqrt{\quad}$ (근호)를 사용하여 나타내고, (제곱근) 또는 (루트)라고 읽는다.

(2) $a > 0$	a 의 제곱근	제곱근 a
뜻	제곱하여 a 가 되는 수	a 의 제곱근 중 (양)의 제곱근
표현	\sqrt{a} , $-\sqrt{a}$	\sqrt{a}

03 * 제곱근의 성질

핵심개념

1. 제곱근의 성질 (1)

$a > 0$ 일 때

(1) $(\sqrt{a})^2 = a, (-\sqrt{a})^2 = a$ → a 의 제곱근을 제곱하면 a 가 된다.

(2) $\sqrt{a^2} = a, \sqrt{(-a)^2} = a$ → 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 $\sqrt{\quad}$ (근호)를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

2. 제곱근의 성질 (2)

(1) $a \geq 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$

(2) $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$
 $\sqrt{(\text{음수})^2} = -(\text{음수}) = (\text{양수})$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 2쪽

1 다음을 완성하여라.

(1) $\sqrt{3}$ 과 $-\sqrt{3}$ 은 3의 제곱근이므로
 $(\sqrt{3})^2 = \boxed{3}, (-\sqrt{3})^2 = \boxed{3}$

(2) $\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{5}$ 는 5의 제곱근이므로
 $(\sqrt{5})^2 = \boxed{5}, (-\sqrt{5})^2 = \boxed{5}$

2 다음을 완성하여라.

(1) $2^2 = \boxed{4}, (-2)^2 = \boxed{4}$ 이고, 4의 양의 제곱근은 2이므로
 $\sqrt{2^2} = \sqrt{\boxed{4}} = 2, \sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = \boxed{2}$

(2) $3^2 = \boxed{9}, (-3)^2 = \boxed{9}$ 이고, 9의 양의 제곱근은 3이므로
 $\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = \boxed{3}, \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = \boxed{3}$

3 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $(\sqrt{2})^2$ 답 2

(2) $(-\sqrt{7})^2$ 답 7

(3) $(-\sqrt{0.5})^2$ 답 0.5

(4) $-\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ 답 $-\frac{1}{2}$

4 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{5^2}$ 답 5

(2) $\sqrt{(-7)^2}$ 답 7

(3) $-\sqrt{3^2}$ 답 -3

(4) $-\sqrt{(-13)^2}$ 답 -13

5 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{100}$ 답 10

(2) $-\sqrt{16}$ 답 -4

(3) $\pm\sqrt{49}$ 답 ± 7

(4) $\sqrt{0.09}$ 답 0.3

(5) $-\sqrt{0.36}$ 답 -0.6

(6) $\sqrt{\frac{1}{4}}$ 답 $\frac{1}{2}$

(7) $\pm\sqrt{\frac{49}{25}}$ 답 $\pm\frac{7}{5}$

6 $x > 0$ 일 때, ○ 안에 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣고, 식을 간단히 하여라.

(1) $2x > 0 \rightarrow \sqrt{(2x)^2} = \boxed{2x}$

(2) $5x < 0 \rightarrow \sqrt{(5x)^2} = \boxed{5x}$

(3) $-x < 0 \rightarrow \sqrt{(-x)^2} = \boxed{x}$

(4) $-3x < 0 \rightarrow \sqrt{(-3x)^2} = \boxed{3x}$

7 $x < 0$ 일 때, ○ 안에 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣고, 식을 간단히 하여라.

(1) $3x < 0 \rightarrow \sqrt{(3x)^2} = \boxed{-3x}$

(2) $4x < 0 \rightarrow \sqrt{(4x)^2} = \boxed{-4x}$

(3) $-2x > 0 \rightarrow \sqrt{(-2x)^2} = \boxed{-2x}$

(4) $-5x > 0 \rightarrow \sqrt{(-5x)^2} = \boxed{-5x}$

8 다음을 완성하여라.

(1) $x > 1$ 일 때, $x - 1 > 0$
 $\rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = \boxed{x-1}$

(2) $x < 3$ 일 때, $x - 3 < 0$
 $\rightarrow \sqrt{(x-3)^2} = -(\boxed{x-3}) = \boxed{-x+3}$

(3) $x > -2$ 일 때, $x + 2 > 0$
 $\rightarrow \sqrt{(x+2)^2} = \boxed{x+2}$

(4) $x < -4$ 일 때, $x + 4 < 0$
 $\rightarrow \sqrt{(x+4)^2} = -(\boxed{x+4}) = \boxed{-x-4}$

9 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x > 0$ 일 때, $\sqrt{(-2x)^2}$ **답** 2x

(2) $x < 0$ 일 때, $\sqrt{25x^2}$ **답** -5x
 $\sqrt{25x^2} = \sqrt{(5x)^2}$ 이고 $5x < 0$ 이므로
 $\sqrt{25x^2} = \sqrt{(5x)^2} = -5x$

(3) $x < 2$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2}$ **답** -x+2

(4) $x > 3$ 일 때, $-\sqrt{(x-3)^2}$ **답** -x+3

(5) $x > 2$ 일 때, $\sqrt{\{-(x-2)\}^2}$ **답** x-2
 $\sqrt{\{-(x-2)\}^2} = \sqrt{(x-2)^2}$ 이고 $x-2 > 0$ 이므로
 $\sqrt{\{-(x-2)\}^2} = x-2$

(6) $x < 3$ 일 때, $-\sqrt{(x-3)^2}$ **답** x-3

10 **배운 내용 확인하기**

(1) $a > 0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2 = \boxed{a}$, $(-\sqrt{a})^2 = \boxed{a}$,
 $\sqrt{a^2} = \boxed{a}$, $\sqrt{(-a)^2} = \boxed{a}$

(2) $a \geq 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$
 $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = -a$

(3) $a - b \geq 0$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} = a - b$
 $a - b < 0$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} = \boxed{-}(a-b)$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

● 정답과 풀이 2~3쪽

1 ○ 제곱근의 뜻 1

다음 중 x 가 a 의 제곱근임을 나타낸 것은? (단, $a \geq 0$)

- ① $x^2 = a^2$ ② $x^2 = a$ ③ $x = a^2$
 ④ $x = \sqrt{a^2}$ ⑤ $\sqrt{x} = a$

답 ②

' x 가 a 의 제곱근'이면 ' x 를 제곱하여 a 가 되는 수'이므로 $x^2 = a$ 이다.

2 ○ 제곱근의 뜻 6

다음 중 제곱근을 구할 수 없는 수를 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 8 ② 0 ③ -0.5
 ④ -3 ⑤ 4

답 ③, ④

음수의 제곱근은 없으므로 제곱근을 구할 수 없는 수는 ③, ④이다.

3 ○ 제곱근의 뜻 4, 5

다음 중 제곱근을 바르게 구한 것은?

- ① $81 \rightarrow 9$ ② $0.04 \rightarrow \pm 0.02$
 ③ $(-8)^2 \rightarrow \pm 8$ ④ $7 \rightarrow \sqrt{7}$
 ⑤ $\frac{3}{2} \rightarrow -\sqrt{\frac{3}{2}}$

답 ③

① $81 \rightarrow \pm 9$ ② $0.04 \rightarrow \pm 0.2$ ④ $7 \rightarrow \pm \sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3}{2} \rightarrow \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$

4 ○ 제곱근의 표현 3, 5

다음 중 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수를 모두 구하여라.

13, 0.9, $\frac{1}{16}$, 0.i, 49

답 $\frac{1}{16}$, 0.i, 49

근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수는 $\frac{1}{16}$, 0.i, 49이다.

5 ○ 제곱근의 성질 3, 4

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(\sqrt{9})^2 = 9$ ② $-\sqrt{5^2} = -5$
 ③ $\sqrt{(-3)^2} = -3$ ④ $-\sqrt{(-2)^2} = -2$
 ⑤ $(-\sqrt{\frac{4}{11}})^2 = \frac{4}{11}$

답 ③

③ $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

6 ○ 제곱근의 성질 3, 4

다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $\sqrt{3^2}$ ② $(-\sqrt{3})^2$ ③ $(\sqrt{3})^2$
 ④ $-\sqrt{(-3)^2}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

답 ④

①, ②, ③, ⑤ 3 ④ -3

7 ○ 제곱근의 성질 7

$a < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{a^2} = a$ ② $-\sqrt{(-a)^2} = a$
 ③ $\sqrt{(-3a)^2} = -3a$ ④ $-\sqrt{4a^2} = 2a$
 ⑤ $-\sqrt{(5a)^2} = 5a$

답 ①

① $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$

8 ○ 제곱근의 성질 8, 9

$-3 < a < 2$ 일 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

ㄱ. $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$

ㄴ. $-\sqrt{(a-2)^2} = a-2$

ㄷ. $\sqrt{(a+3)^2} = -a-3$

ㄹ. $\sqrt{(-3-a)^2} = 3+a$

ㅁ. $-\sqrt{(2-a)^2} = -2+a$

ㅂ. $-\sqrt{(a+3)^2} = a+3$

답 ㄴ, ㄹ, ㅁ

ㄱ. $a-2 < 0$ 이므로 $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$

ㄷ. $a+3 > 0$ 이므로 $\sqrt{(a+3)^2} = a+3$

ㅂ. $a+3 > 0$ 이므로 $-\sqrt{(a+3)^2} = -(a+3) = -a-3$

04 * 제곱근의 성질을 이용한 식의 계산

I-1. 제곱근과 실수

핵심개념

1. 제곱근의 성질을 이용하여 근호를 없앤 후 계산한다.
2. 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 때에는 곱셈, 나눗셈부터 계산한 후 덧셈, 뺄셈을 계산한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 3쪽

1 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{2})^2$

→ $(\sqrt{3})^2 = 3, (-\sqrt{2})^2 = 2$ 이므로
 $(\sqrt{3})^2 + (-\sqrt{2})^2 = 3 + 2 = 5$

(2) $(-\sqrt{6})^2 + \sqrt{3}^2$

답 9

(주어진 식) = $6 + 3 = 9$

(3) $(\sqrt{2})^2 - \sqrt{(-5)}^2$

답 -3

(주어진 식) = $2 - 5 = -3$

(4) $\sqrt{25} \times \sqrt{(-2)}^2$

답 10

(주어진 식) = $5 \times 2 = 10$

(5) $(\sqrt{1.2})^2 \div \sqrt{(-0.3)}^2$

답 4

(주어진 식) = $1.2 \div 0.3 = \frac{1.2}{0.3} = 4$

(6) $\sqrt{(-6)}^2 \times (-\sqrt{7})^2 \div \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)}^2$

답 56

(주어진 식) = $6 \times 7 \div \frac{3}{4} = 6 \times 7 \times \frac{4}{3} = 56$

(7) $\sqrt{4^2} + \sqrt{(-3)}^2 \div \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)}^2$

답 9

(주어진 식) = $4 + 3 \div \frac{3}{5} = 4 + 3 \times \frac{5}{3} = 9$

(8) $(-\sqrt{2})^2 - \sqrt{9} \times (-\sqrt{3})^2$

답 -7

(주어진 식) = $2 - 3 \times 3 = -7$

2 다음을 간단히 하여라.

(1) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-3a)^2}$

→ $2a > 0, -3a < 0$ 이므로
 $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-3a)^2} = 2a + 3a$
 $= 5a$

(2) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-7a)^2} + \sqrt{(2a)^2}$

(주어진 식) = $7a + 2a = 9a$ 답 9a

(3) $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2}$

(주어진 식) = $-(-6a) - (-a)$
 $= 6a + a = 7a$ 답 7a

(4) $1 < x < 2$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$

→ $x-2 < 0, x-1 > 0$ 이므로
 $\sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$
 $= -(x-2) - (x-1)$
 $= -2x+3$

(5) $-3 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+3)^2} - \sqrt{(3-x)^2}$

$x+3 > 0, 3-x > 0$ 이므로
(주어진 식) = $x+3 - (3-x) = 2x$ 답 2x

3 배운 내용 확인하기

- (1) 제곱근의 성질을 이용하여 (근호) 를 없앤 후 계산한다.
- (2) 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 때에는 (곱셈), (나눗셈) 부터 계산한 후 (덧셈), (뺄셈) 을 계산한다.

05 * 제곱수를 이용하여 근호 없애기

I-1. 제곱근과 실수

핵심개념

1. 제곱수: $1(=1^2)$, $4(=2^2)$, $9(=3^2)$, $16(=4^2)$, ...과 같이 자연수의 제곱인 수
2. 근호 안의 수가 제곱수이면 근호를 사용하지 않고 자연수로 나타낼 수 있다.
 $\rightarrow \sqrt{(\text{제곱수})} = \sqrt{(\text{자연수})^2} = (\text{자연수})$
3. $\sqrt{a+x}$ (a 는 자연수)의 꼴을 자연수로 만드는 방법
 - ① $a+x > a$ 이므로 a 보다 큰 제곱수 b 를 찾는다. $b=2^2, 3^2, \dots$
 - ② $a+x=b$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값을 구한다.
4. \sqrt{ax} , $\sqrt{\frac{a}{x}}$, (a 는 자연수)의 꼴을 자연수로 만드는 방법
 - ① a 를 소인수분해한다.
 - ② 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 x 의 값을 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 3~4쪽

1 다음을 근호를 사용하지 않고 자연수로 나타내어라.

$$\begin{aligned} \sqrt{4} &= 2, \sqrt{9} = \boxed{3}, \sqrt{16} = \boxed{4}, \sqrt{25} = \boxed{5}, \dots, \\ \sqrt{121} &= \boxed{11}, \sqrt{144} = \boxed{12}, \sqrt{169} = \boxed{13}, \\ \sqrt{196} &= \boxed{14}, \sqrt{225} = \boxed{15}, \sqrt{256} = \boxed{16} \end{aligned}$$

2 $\sqrt{x+4}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음을 완성하여라.

- (1) $x+4 > 4$ 이므로 $x+4$ 가 $\boxed{4}$ 보다 큰 제곱수이어야 한다.
- (2) $x+4 = \boxed{9}$, 16 , $\boxed{25}$, 36 , ...을 만족시키는 x 의 값은 $\boxed{5}$, 12 , $\boxed{21}$, 32 , ...
- (3) 따라서 $\sqrt{x+4}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은 $\boxed{5}$ 이다.

3 $\sqrt{45x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음을 완성하여라.

- (1) 45를 소인수분해하면 $45x = 3^{\boxed{2}} \times \boxed{5} \times x$ ㉠
- (2) ㉠에서 지수가 홀수인 소인수는 $\boxed{5}$ 이므로 소인수의 지수가 모두 짝수이려면 $x = \boxed{5} \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.
- (3) 따라서 $\sqrt{45x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은 $\boxed{5}$ 이다.

4 $\sqrt{\frac{12}{x}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음을 완성하여라.

- (1) 12를 소인수분해하면 $\frac{12}{x} = \frac{2^2 \times \boxed{3}}{x}$ ㉠
- (2) ㉠에서 지수가 홀수인 소인수는 $\boxed{3}$ 이므로 소인수의 지수가 모두 짝수이려면 $x = \boxed{3} \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.
- (3) 따라서 $\sqrt{\frac{12}{x}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은 $\boxed{3}$ 이다.

5 $\sqrt{x+21}$ 이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 21보다 큰 제곱수 중 가장 작은 수를 구하여라.

답 25

(2) 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

$x+21=25$ 이므로 $x=4$ 답 4

6 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{x+7}$ 답 2

$x+7=9$ 이므로 $x=2$

(2) $\sqrt{x+11}$ 답 5

$x+11=16$ 이므로 $x=5$

(3) $\sqrt{10+x}$ 답 6

$10+x=16$ 이므로 $x=6$

(4) $\sqrt{25+x}$ 답 11

$25+x=36$ 이므로 $x=11$

(5) $\sqrt{27+x}$ 답 9

$27+x=36$ 이므로 $x=9$

(6) $\sqrt{24+x}$ 답 1

$24+x=25$ 이므로 $x=1$

7 $\sqrt{11-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 11보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수를 구하여라.

답 9

tip

$\sqrt{a+x}$ 의 꼴은 a 보다 큰 제곱수를 찾았지만 $\sqrt{b-x}$ 의 꼴은 b 보다 작은 제곱수를 찾아야 해.

(2) 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

$11-x=9$ 이므로 $x=2$ 답 2

8 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{8-x}$ 답 4

$8-x=4$ 이므로 $x=4$

(2) $\sqrt{12-x}$ 답 3

$12-x=9$ 이므로 $x=3$

(3) $\sqrt{16-x}$ 답 7

$16-x=9$ 이므로 $x=7$

(4) $\sqrt{25-x}$ 답 9

$25-x=16$ 이므로 $x=9$

(5) $\sqrt{36-x}$ 답 11

$36-x=25$ 이므로 $x=11$

(6) $\sqrt{21-x}$ 답 5

$21-x=16$ 이므로 $x=5$

9 $\sqrt{15x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 15를 소인수분해하여라.

답 3×5

(2) (1)의 결과에서 지수가 홀수인 소인수를 구하여라.

답 3, 5

(3) 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

지수가 홀수인 소인수는 3, 5이므로
가장 작은 자연수 x 의 값은 $3 \times 5 = 15$ 이다.

답 15

10 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{3^2 \times 7 \times x}$

지수가 홀수인 소인수는 7이므로 $x=7$

답 7

(2) $\sqrt{2 \times 5^3 \times x}$

지수가 홀수인 소인수는 2, 5이므로 $x=2 \times 5=10$

답 10

(3) $\sqrt{48x}$

$48=2^4 \times 3$ 이므로 $x=3$

답 3

(4) $\sqrt{24x}$

$24=2^3 \times 3$ 이므로 $x=2 \times 3=6$

답 6

(5) $\sqrt{95x}$

$95=5 \times 19$ 이므로 $x=5 \times 19=95$

답 95

(6) $\sqrt{30x}$

$30=2 \times 3 \times 5$ 이므로 $x=2 \times 3 \times 5=30$

답 30

11 $\sqrt{\frac{10}{x}}$ 이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 10을 소인수분해하여라.

답 2×5

(2) (1)의 결과에서 지수가 홀수인 소인수를 구하여라.

답 2, 5

(3) 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

지수가 홀수인 소인수는 2, 5이므로
가장 작은 자연수 x 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

답 10

12 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{\frac{3^2 \times 7}{x}}$

지수가 홀수인 소인수는 7이므로 $x=7$

답 7

(2) $\sqrt{\frac{54}{x}}$

$54=2 \times 3^3$ 이므로 $x=2 \times 3=6$

답 6

13 배운 내용 확인하기

(1) 근호 안의 수가 제곱수이면 근호를 사용하지 않고 자연수로 나타낼 수 있다.

→ $\sqrt{(\text{제곱수})} = \sqrt{(\text{자연수})^2} = (\text{자연수})$

(2) $\sqrt{a+x}$ (a 는 자연수)의 꼴을 자연수로 만드는 방법

① $a+x > a$ 이므로 a 보다 (큰, 작은) 제곱수 b 를 찾는다.

② $a+x=b$ 를 만족시키는 (자연수) x 의 값을 구한다.

(3) $\sqrt{\frac{a}{x}}$ (a 는 자연수)의 꼴을 자연수로 만드는 방법

① a 를 (소인수분해)한다.

② 소인수의 지수가 모두 (짝수, 홀수)가 되도록 하는 x 의 값을 구한다.

06 * 제곱근의 대소 관계

핵심개념

- 제곱근의 대소 관계: $a > 0, b > 0$ 일 때
 - $a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}, -\sqrt{a} > -\sqrt{b}$
 - $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이면 $a < b, -a > -b$
- a 와 \sqrt{b} 의 대소 비교: $a > 0, b > 0$ 일 때, 근호가 없는 수를 근호가 있는 수로 바꾸어 비교한다.

→ $\sqrt{a^2}$ 과 \sqrt{b} 를 1과 같은 방법으로 비교한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 4쪽

1 두 수의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

- $\sqrt{4}, \sqrt{6}$
→ $4 < 6$ 이므로 $\sqrt{4} < \sqrt{6}$
- $\sqrt{0.7}, \sqrt{0.9}$
→ $0.7 < 0.9$ 이므로 $\sqrt{0.7} < \sqrt{0.9}$
- $\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{5}}$
→ $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}} > \sqrt{\frac{1}{5}}$

2 두 수의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

- $3, \sqrt{10}$
→ $3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{9} < \sqrt{10}$
∴ $3 < \sqrt{10}$
- $0.4, \sqrt{0.1}$
→ $0.4 = \sqrt{0.16}$ 이므로 $\sqrt{0.16} > \sqrt{0.1}$
∴ $0.4 > \sqrt{0.1}$
- $\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{8}}$
→ $\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{1}{9}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{9}} < \sqrt{\frac{1}{8}}$
∴ $\frac{1}{3} < \sqrt{\frac{1}{8}}$

3 두 수의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

- $-\sqrt{4}, -\sqrt{3}$
→ $\sqrt{4} > \sqrt{3}$ 이므로 $-\sqrt{4} < -\sqrt{3}$
- $-\sqrt{0.4}, -\sqrt{0.5}$
→ $\sqrt{0.4} < \sqrt{0.5}$ 이므로 $-\sqrt{0.4} > -\sqrt{0.5}$
- $-\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{4}}$
→ $\sqrt{\frac{1}{3}} > \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이므로 $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$

4 두 수의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

- $-7, -\sqrt{50}$
→ $7 = \sqrt{49}$ 이므로 $\sqrt{49} < \sqrt{50}$
∴ $-7 > -\sqrt{50}$
- $-0.3, -\sqrt{0.9}$
→ $0.3 = \sqrt{0.09}$ 이므로 $\sqrt{0.09} < \sqrt{0.9}$
∴ $-0.3 > -\sqrt{0.9}$
- $-\frac{1}{2}, -\sqrt{\frac{1}{5}}$
→ $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{4}} > \sqrt{\frac{1}{5}}$
∴ $-\frac{1}{2} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$

5 다음 두 수의 대소를 비교하여 ○ 안에 >, < 중 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $\sqrt{5} \text{ ○ } \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{24} \text{ ○ } \sqrt{21}$

(3) $\sqrt{0.8} \text{ ○ } \sqrt{0.7}$

(4) $\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ ○ } \sqrt{\frac{1}{4}}$

(5) $\sqrt{0.2} \text{ ○ } \sqrt{\frac{2}{5}}$
 $\sqrt{\frac{1}{5}} < \sqrt{\frac{2}{5}}$ 이므로 $\sqrt{0.2} < \sqrt{\frac{2}{5}}$

(6) $4 \text{ ○ } \sqrt{10}$
 $\sqrt{16} > \sqrt{10}$ 이므로 $4 > \sqrt{10}$

(7) $\sqrt{45} \text{ ○ } 7$
 $\sqrt{45} < \sqrt{49}$ 이므로 $\sqrt{45} < 7$

(8) $0.5 \text{ ○ } \sqrt{2.5}$
 $\sqrt{0.25} < \sqrt{2.5}$ 이므로 $0.5 < \sqrt{2.5}$

(9) $\frac{1}{5} \text{ ○ } \sqrt{\frac{3}{25}}$
 $\sqrt{\frac{1}{25}} < \sqrt{\frac{3}{25}}$ 이므로 $\frac{1}{5} < \sqrt{\frac{3}{25}}$

6 다음 두 수의 대소를 비교하여 ○ 안에 >, < 중 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $-\sqrt{3} \text{ ○ } -\sqrt{5}$
 $\sqrt{3} < \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{3} > -\sqrt{5}$

(2) $-\sqrt{0.3} \text{ ○ } -\sqrt{0.2}$
 $\sqrt{0.3} > \sqrt{0.2}$ 이므로 $-\sqrt{0.3} < -\sqrt{0.2}$

(3) $-\sqrt{\frac{3}{4}} \text{ ○ } -\sqrt{\frac{1}{2}}$
 $\sqrt{\frac{3}{4}} > \sqrt{\frac{2}{4}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{3}{4}} > \sqrt{\frac{1}{2}} \quad \therefore -\sqrt{\frac{3}{4}} < -\sqrt{\frac{1}{2}}$

(4) $-\sqrt{\frac{3}{10}} \text{ ○ } -\sqrt{0.4}$
 $\sqrt{\frac{3}{10}} < \sqrt{\frac{4}{10}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{3}{10}} < \sqrt{0.4} \quad \therefore -\sqrt{\frac{3}{10}} > -\sqrt{0.4}$

(5) $-5 \text{ ○ } -\sqrt{35}$
 $\sqrt{25} < \sqrt{35}$ 이므로 $5 < \sqrt{35} \quad \therefore -5 > -\sqrt{35}$

(6) $-1 \text{ ○ } -\sqrt{0.9}$
 $1 > \sqrt{0.9}$ 이므로 $-1 < -\sqrt{0.9}$

(7) $-\frac{1}{2} \text{ ○ } -\sqrt{\frac{2}{3}}$
 $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고 $\sqrt{\frac{3}{12}} < \sqrt{\frac{8}{12}}$ 이므로 $\frac{1}{2} < \sqrt{\frac{2}{3}}$
 $\therefore -\frac{1}{2} > -\sqrt{\frac{2}{3}}$

7 배운 내용 확인하기

$a > 0, b > 0$ 일 때

(1) $a < b$ 이면 $\rightarrow \sqrt{a} \text{ ○ } \sqrt{b}, -\sqrt{a} \text{ ○ } -\sqrt{b}$

(2) $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이면 $\rightarrow a \text{ ○ } b, -a \text{ ○ } -b$

(3) $-\sqrt{a} < -\sqrt{b}$ 이면 $\rightarrow \sqrt{a} \text{ ○ } \sqrt{b}, a \text{ ○ } b$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 4~5쪽

1 ○ 제곱근의 성질을 이용한 식의 계산 1

$(-\sqrt{2})^2 + \sqrt{25} - \sqrt{(-3)^2}$ 을 계산하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

답 ②

(주어진 식) = $2 + 5 - 3 = 4$

2 ○ 제곱근의 성질을 이용한 식의 계산 1

다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(-2)^2} + \sqrt{36} \div \left(-\sqrt{\frac{1}{6}}\right)^2$$

답 38

(주어진 식) = $2 + 6 \div \frac{1}{6} = 2 + 36 = 38$

3 ○ 제곱근의 성질을 이용한 식의 계산 2

$-1 < x < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2}$$

답 $2x-1$

(주어진 식) = $x+1+(x-2)=2x-1$

4 ○ 제곱수를 이용하여 근호 없애기 7, 8

$\sqrt{25-x}$ 가 정수가 되도록 하는 모든 자연수 x 의 값의 합은?

- ① 46 ② 69 ③ 70
④ 95 ⑤ 96

답 ④

$25-x=0, 1, 4, 9, 16$ 이므로 $x=25, 24, 21, 16, 9$
따라서 구하는 모든 자연수 x 의 값의 합은 $25+24+21+16+9=95$

5 ○ 제곱수를 이용하여 근호 없애기 9, 10

$\sqrt{18x}$ 가 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 x 의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

답 ④

$18=2 \times 3^2$ 이므로 $x=2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.
이때 x 가 두 자리 자연수이어야 하므로
 $2 \times 3^2=18, 2 \times 4^2=32, 2 \times 5^2=50, 2 \times 6^2=72, 2 \times 7^2=98$
따라서 두 자리 자연수 x 의 개수는 5이다.

6 ○ 제곱근의 대소 관계 5, 6

다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

- ① $0.2 > \sqrt{0.2}$ ② $-\sqrt{17} > -\sqrt{11}$
③ $\frac{1}{\sqrt{4}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$ ④ $-\sqrt{\frac{3}{4}} < -\sqrt{\frac{2}{3}}$
⑤ $3 > \sqrt{10}$

답 ④

① $0.2 = \sqrt{0.04}$ 이므로 $0.2 < \sqrt{0.2}$ ② $\sqrt{17} > \sqrt{11}$ 이므로 $-\sqrt{17} < -\sqrt{11}$
③ $\sqrt{4} > \sqrt{3}$ 이므로 $\frac{1}{\sqrt{4}} < \frac{1}{\sqrt{3}}$ ⑤ $3 = \sqrt{9}$ 이므로 $3 < \sqrt{10}$

7 ○ 제곱근의 대소 관계 5, 6

다음 수를 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 두 번째에 오는 수는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ③ $\sqrt{\frac{3}{4}}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\sqrt{\frac{5}{8}}$

답 ②

$\frac{1}{8} < \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{5}{8}} < \sqrt{\frac{3}{4}} < \sqrt{2}$ 이므로 두 번째에 오는 수는 $\sqrt{\frac{1}{4}}$ 이다.

8 ○ 제곱근의 대소 관계 5, 6

다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

- ① 0 ② $-\sqrt{5}$ ③ -1
④ 3 ⑤ $\sqrt{7}$

답 ④

$-\sqrt{5} < -1 < 0 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 가장 오른쪽에 있는 수, 즉 가장 큰 수는 3이다.

07 * 유리수와 무리수

I-1. 제곱근과 실수

핵심개념

1. 유리수: 분수 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수
2. 무리수: 유리수가 아닌 수, 즉 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

● 정답과 풀이 5쪽

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 옳은 것에 ○표를 하여라.

(1) $\sqrt{2}$ 를 소수로 나타내면 $\sqrt{2} = 1.41421356\dots$ 이므로 순환하지 않는 무한소수이다.
따라서 $\sqrt{2}$ 는 (유리수, 무리수)이다.

(2) $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = \square$, $\sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \square$,
 $-\sqrt{0.16} = -\sqrt{\left(\square\right)^2} = -\square$ 와 같이 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 그 수는 (유리수, 무리수)이다.

2 다음 수가 유리수이면 '유', 무리수이면 '무'를 써넣어라.

(1) $\frac{3}{4}$ (유)

(2) $-\sqrt{5}$ (무)

(3) $0.\dot{7}$ (유)

(4) $\sqrt{0.36}$ (유)
 $\sqrt{0.36} = \sqrt{(0.6)^2} = 0.6$

(5) $\frac{\pi}{2}$ (무)

(6) $0.2\dot{7}\dot{3}$ (유)
 $0.2\dot{7}\dot{3} = \frac{273}{999} = \frac{91}{333}$

3 다음 수 중 무리수를 모두 골라라.

(1) $3.14, -\sqrt{0.3}, \sqrt{\frac{1}{16}}, 0.2\dot{6}, \sqrt{2}+1$

답 $-\sqrt{0.3}, \sqrt{2}+1$
 $3.14, \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}, 0.2\dot{6} = \frac{26}{99}$ 은 유리수이므로
무리수는 $-\sqrt{0.3}, \sqrt{2}+1$ 이다.

(2) $0.2\dot{7}, -\sqrt{3}, -5, \sqrt{7}, \sqrt{9}, 4.1$

답 $-\sqrt{3}, \sqrt{7}$
 $0.2\dot{7} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}, -5, \sqrt{9} = 3, 4.1$ 은 유리수이므로
무리수는 $-\sqrt{3}, \sqrt{7}$ 이다.

(3) $-3.14, \sqrt{1.21}, \pi+1, 0.5, \sqrt{20}$

답 $\pi+1, \sqrt{20}$
 $-3.14, \sqrt{1.21} = 1.1, 0.5 = \frac{5}{9}$ 는 유리수이므로
무리수는 $\pi+1, \sqrt{20}$ 이다.

(4) 4의 양의 제곱근, $\sqrt{(-3)^2}, \sqrt{0.\dot{1}}$, 제곱근 2

답 제곱근 2
4의 양의 제곱근은 $\sqrt{4} = 2, \sqrt{(-3)^2} = 3$,
 $\sqrt{0.\dot{1}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ 은 유리수이므로 무리수는 제곱근 2이다.

4 다음 수 중 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 ○표, 그렇지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) $\sqrt{3}$ (○)

(2) $\sqrt{40}$ (○)

(3) $\frac{7}{16}$ (×)

(4) $\sqrt{25}$ (×)
 $\sqrt{25}=5$ (유리수)

(5) $\sqrt{\frac{49}{81}}$ (×)
 $\sqrt{\frac{49}{81}}=\frac{7}{9}$ (유리수)

(6) $2.\dot{7}$ (×)
 $2.\dot{7}=\frac{25}{9}$ (유리수)

(7) $-\sqrt{0.09}$ (×)
 $-\sqrt{0.09}=-0.3$ (유리수)

(8) π (○)

(9) $0.7\dot{9}\dot{3}$ (×)
 $0.7\dot{9}\dot{3}=\frac{786}{990}=\frac{131}{165}$ (유리수)

(10) $\sqrt{(-5)^2}$ (×)
 $\sqrt{(-5)^2}=5$ (유리수)

5 무리수에 대한 다음 설명 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) 유한소수는 모두 유리수이다. (○)

(2) 무한소수는 모두 무리수이다. (×)
순환하는 무한소수, 즉 순환소수는 유리수이다.

(3) 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다. (○)

(4) 유리수는 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있다.
(단, 분모는 0이 아니다.) (○)

(5) 근호를 사용하여 나타낸 수는 모두 무리수이다.
근호 안이 제곱수이면 유리수이다. (×)

(6) 무리수는 양의 무리수, 0, 음의 무리수로 나눌 수 있다.
0은 유리수이다. (×)

(7) 순환소수는 모두 무리수이다. (×)
순환소수는 유리수이다.

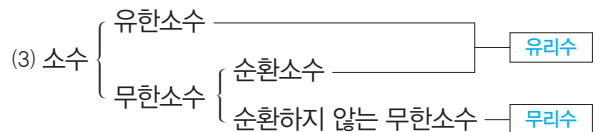
(8) 양수의 제곱근은 모두 무리수이다. (×)
제곱수의 제곱근은 모두 유리수이다.

(9) 무한소수에는 유리수도 있다. (○)

6 배운 내용 확인하기

(1) (유리수)는 분수 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수이다.

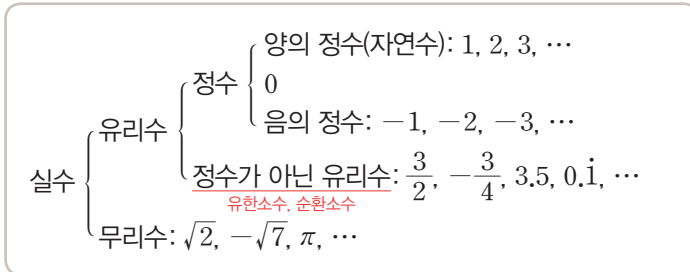
(2) 무리수는 (유리수)가 아닌수이다.



08 * 실수의 분류

핵심개념

1. 실수: 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.
2. 실수의 분류



참고 앞으로 특별한 말이 없을 때 수라고 하면 실수를 말한다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 10분

● 정답과 풀이 5쪽

1 다음 중 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

3, $-\sqrt{5}$, 2.7, $0.4\dot{5}$, -9, 0, $\frac{6}{7}$

- (1) 정수는 □ 3 □, -9, □ 0 □이다.
- (2) 유리수는 3, □ 2.7 □, □ 0.45 □, -9, □ 0 □, □ $\frac{6}{7}$ □이다.
- (3) 무리수는 □ $-\sqrt{5}$ □이다.
- (4) 실수는 3, □ $-\sqrt{5}$ □, □ 2.7 □, □ $0.4\dot{5}$ □, □ -9 □, □ 0 □, □ $\frac{6}{7}$ □이다.

2 아래 수 중 다음에 해당하는 수를 모두 골라라.

1, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{64}$, π , 3.14, $\sqrt{\frac{25}{36}}$, $1.\dot{3}$, $-\frac{3}{4}$

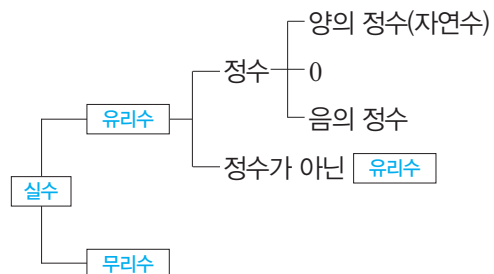
- (1) 정수 → 1, $-\sqrt{64}$
 $-\sqrt{64} = -8$ 이므로 정수는 1, $-\sqrt{64}$ 이다.

(2) 유리수 → 1, $-\sqrt{64}$, 3.14, $\sqrt{\frac{25}{36}}$, $1.\dot{3}$, $-\frac{3}{4}$

(3) 무리수 → $\sqrt{3}$, π

(4) 실수 → 1, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{64}$, π , 3.14, $\sqrt{\frac{25}{36}}$, $1.\dot{3}$, $-\frac{3}{4}$

3 배운 내용 확인하기



09 * 제곱근표

핵심개념

1. 제곱근표: 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표
2. 제곱근표 읽는 방법: 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 읽는다.
 - $\sqrt{3.12}$ 의 값은 3.1의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳에 적혀 있는 수를 읽는다.
 - $\sqrt{3.12} = 1.766$

수	0	1	2	3
3,0	1,732	1,735	1,738	1,741
3,1	1,761	1,764	1,766	1,769
3,2	1,789	1,792	1,794	1,797

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 5쪽

- 1 아래 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{5.82}$ 의 값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

수	0	1	2	3
5,7	2,387	2,390	2,392	2,394
5,8	2,408	2,410	2,412	2,415
5,9	2,429	2,431	2,433	2,435

$\sqrt{5.82}$ 의 값은 의 가로줄과 의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수인 이다.

- [2~3] 다음은 제곱근표의 일부이다. 물음에 답하여라.

수	0	1	2	3	4
6,1	2,470	2,472	2,474	2,476	2,478
6,2	2,490	2,492	2,494	2,496	2,498
6,3	2,510	2,512	2,514	2,516	2,518

- 2 위의 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{6.2}$ 답 2.490

(2) $\sqrt{6.32}$ 답 2.514

- 3 주어진 제곱근표를 이용하여 a 의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{a} = 2.474$ 답 6.12

(2) $\sqrt{a} = 2.478$ 답 6.14

(3) $\sqrt{a} = 2.496$ 답 6.23

(4) $\sqrt{a} = 2.510$ 답 6.3

4 배운 내용 확인하기

- (1) 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표를 (제곱근표)라고 한다.
- (2) 처음 두 자리 수의 (가로)줄과 끝자리 수의 (세로)줄이 만나는 곳에 있는 수를 읽는다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 5~6쪽

1 ○ 유리수와 무리수 2

다음 중 무리수가 아닌 것은?

- ① $\sqrt{2}+1$ ② $\sqrt{0.49}$ ③ $\sqrt{0.9}$
 ④ π ⑤ 2.7459...

답 ②

② $\sqrt{0.49}=0.7$ (유리수)

2 ○ 유리수와 무리수 5

다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

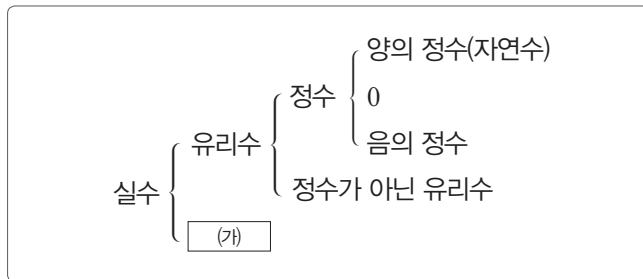
- ㄱ. 유한소수는 모두 유리수이다.
 ㄴ. 순환소수는 모두 유리수이다.
 ㄷ. 무한소수는 모두 유리수이다.
 ㄹ. 무한소수는 모두 무리수이다.

답 ㄱ, ㄴ

- ㄷ. 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
 ㄹ. 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.

3 ○ 실수의 분류 1

다음 중 (가)에 해당하는 수를 모두 고르면? (정답 2개)



- ① 4.7 ② $\sqrt{8}$ ③ $3.\dot{9}$
 ④ $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ⑤ $2-\sqrt{3}$

답 ②, ⑤

(가)에 해당하는 수는 무리수이므로 $\sqrt{8}$, $2-\sqrt{3}$ 이다.

4 ○ 실수의 분류 2

다음 수에 대한 설명으로 옳은 것은?

$$\sqrt{169}, -\sqrt{0.04}, -3.14, \sqrt{\frac{9}{25}}, -7, 2\pi$$

- ① 자연수는 없다. → $\sqrt{169}$ 의 1개
 ② 정수는 1개이다. → $\sqrt{169}$, -7 의 2개
 ③ 유리수는 2개이다. → $\sqrt{169}$, $-\sqrt{0.04}$, -3.14 , $\sqrt{\frac{9}{25}}$, -7 의 5개
 ④ 정수가 아닌 유리수는 1개이다. → $-\sqrt{0.04}$, -3.14 , $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 의 3개
 ⑤ 순환하지 않는 무한소수는 1개이다. → 2π 의 1개

답 ⑤

[5~6] 다음은 제곱근표의 일부이다. 물음에 답하여라.

수	0	1	2	3	4	5
5.7	2,387	2,390	2,392	2,394	2,396	2,398
5.8	2,408	2,410	2,412	2,415	2,417	2,419
5.9	2,429	2,431	2,433	2,435	2,437	2,439

5 ○ 제곱근표 2

$\sqrt{5.72}=a$, $\sqrt{5.93}=b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 4.795 ② 4.800 ③ 4.806
 ④ 4.827 ⑤ 4.858

답 ④

$\sqrt{5.72}=2.392$, $\sqrt{5.93}=2.435$ 이므로 $a=2.392$, $b=2.435$
 $\therefore a+b=4.827$

6 ○ 제곱근표 3

$\sqrt{a}=2.412$, $\sqrt{b}=2.437$ 일 때, $10a+b$ 의 값을 구하여라.

답 64.14

$\sqrt{5.82}=2.412$, $\sqrt{5.94}=2.437$ 이므로 $a=5.82$, $b=5.94$
 $\therefore 10a+b=58.2+5.94=64.14$

7 ○ 제곱근표 3

다음 제곱근표에서 $\sqrt{7.02}=a$, $\sqrt{b}=2.674$ 일 때,

$1000a-100b$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5
7.0	2,646	2,648	2,650	2,651	2,653	2,655
7.1	2,665	2,666	2,668	2,670	2,672	2,674
7.2	2,683	2,685	2,687	2,689	2,691	2,693

답 1935

$\sqrt{7.02}=2.650$, $\sqrt{7.15}=2.674$ 이므로 $a=2.650$, $b=7.15$
 $\therefore 1000a-100b=2650-715=1935$

10 * 무리수를 수직선 위에 나타내기

I-1. 제곱근과 실수

핵심개념

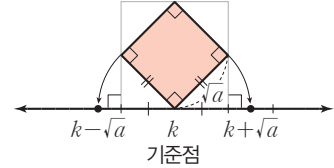
무리수를 수직선 위에 나타내는 방법

① 피타고라스 정리를 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

→ (정사각형의 한 변의 길이) = (직각삼각형의 빗변의 길이)

② 점에 대응하는 수는

→ 기준점의 $\begin{cases} \text{오른쪽에 있으면: (기준점에 대응하는 수) +} \\ \text{(직각삼각형의 빗변의 길이)} \\ \text{왼쪽에 있으면: (기준점에 대응하는 수) -} \\ \text{(직각삼각형의 빗변의 길이)} \end{cases}$

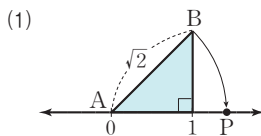


■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

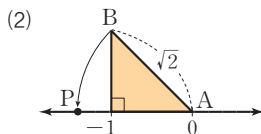
정답과 풀이 6쪽

1 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AP}$ 일 때, 수직선 위의 점 P에 대응하는 수를 구하여라.

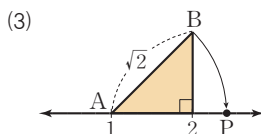


→ $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{2}$

→ 점 P가 기준점 A(1)의 오른쪽에 있으므로
점 P에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{2}$

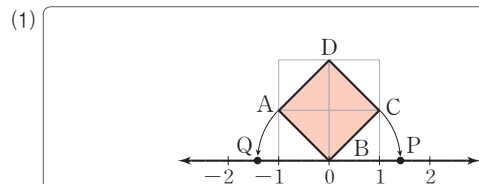


답 $-1 - \sqrt{2}$



답 $1 + \sqrt{2}$

2 아래 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 정사각형 ABCD에서 $\overline{BC} = \overline{BP}$, $\overline{BA} = \overline{BQ}$ 일 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

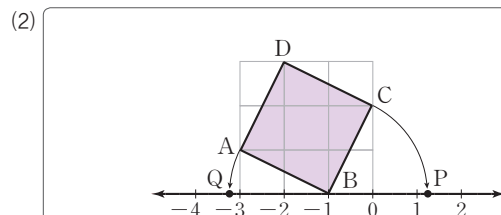


피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC} = \overline{BA} = \sqrt{2} \quad \therefore \overline{BP} = \overline{BQ} = \sqrt{2}$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{2}$,

점 Q에 대응하는 수는 $-1 - \sqrt{2}$ 이다.



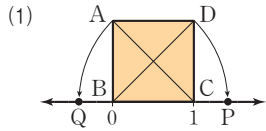
피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC} = \overline{BA} = \sqrt{5} \quad \therefore \overline{BP} = \overline{BQ} = \sqrt{5}$

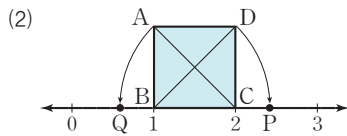
따라서 점 P에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{5}$,

점 Q에 대응하는 수는 $-1 - \sqrt{5}$ 이다.

3 다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이고 $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{CA} = \overline{CQ}$ 일 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하여라.

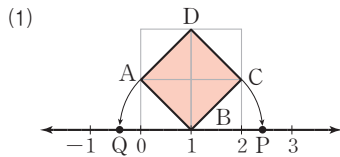


→ 점 P에 대응하는 수: $\sqrt{2}$
 점 Q에 대응하는 수: $1 - \sqrt{2}$

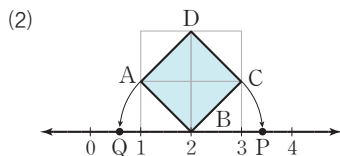


→ 점 P에 대응하는 수: $1 + \sqrt{2}$
 점 Q에 대응하는 수: $2 - \sqrt{2}$

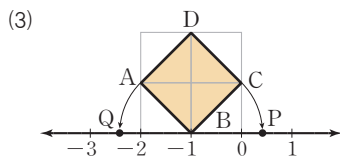
4 다음 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 정사각형 ABCD에서 $\overline{BC} = \overline{BP}$, $\overline{BA} = \overline{BQ}$ 일 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하여라.



→ 점 P에 대응하는 수: $1 + \sqrt{2}$
 점 Q에 대응하는 수: $1 - \sqrt{2}$

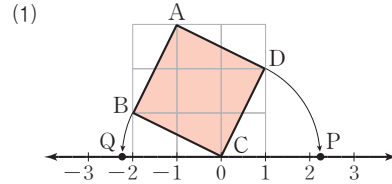


→ 점 P에 대응하는 수: $2 + \sqrt{2}$
 점 Q에 대응하는 수: $2 - \sqrt{2}$

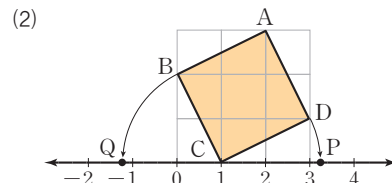


→ 점 P에 대응하는 수: $-1 + \sqrt{2}$
 점 Q에 대응하는 수: $-1 - \sqrt{2}$

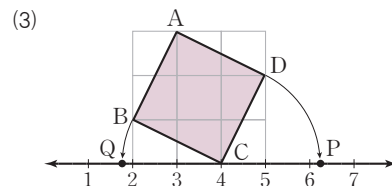
5 다음 그림에서 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. 정사각형 ABCD에서 $\overline{CD} = \overline{CP}$, $\overline{CB} = \overline{CQ}$ 일 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하여라.



→ 점 P에 대응하는 수: $\sqrt{5}$
 점 Q에 대응하는 수: $-\sqrt{5}$

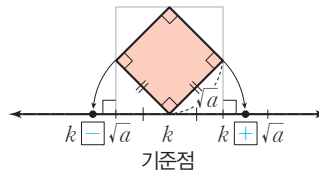


→ 점 P에 대응하는 수: $1 + \sqrt{5}$
 점 Q에 대응하는 수: $1 - \sqrt{5}$



→ 점 P에 대응하는 수: $4 + \sqrt{5}$
 점 Q에 대응하는 수: $4 - \sqrt{5}$

6 배운 내용 확인하기



점에 대응하는 수는

→ 기준점의 $\begin{cases} \text{오른쪽에 있으면: } k + \sqrt{a} \\ \text{왼쪽에 있으면: } k - \sqrt{a} \end{cases}$

11 * 실수와 수직선

핵심개념

1. 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
 2. 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
 3. 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.
- 참고** 수직선 위의 모든 점에는 실수가 하나씩 대응한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 6쪽

1 실수에 대한 다음 설명 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

- (1) 수직선은 정수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다. (×)
수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- (2) 무리수에 대응하는 점은 수직선 위에 나타낼 수 없다.
무리수에 대응하는 점은 수직선 위에 나타낼 수 있다. (×)
- (3) $1 + \sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 수직선 위에 나타낼 수 없다.
무리수에 대응하는 점은 수직선 위에 나타낼 수 있다. (×)
- (4) 4와 7 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. (○)
- (5) 2와 3 사이에는 정수가 있다. (×)
2와 3 사이에는 정수가 없다.
- (6) $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이의 무리수는 $\sqrt{5}$ 뿐이다. (×)
서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- (7) $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 유리수가 있다. (○)

(8) $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무리수가 하나도 없다. (×)

서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

(9) 서로 다른 두 정수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다. (○)

(10) 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다. (○)

(11) 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다. (○)

2 배운 내용 확인하기

수직선은 (유리수)와 (무리수), 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

또, 모든 실수를 각각 수직선 위에 나타낼 수 있고, 수직선 위의 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 존재 (한다), 하지 않는다. 즉, 서로 다른 두 실수 사이에는 항상 다른 (실수)가 있다.

12 * 실수의 대소 관계

핵심개념

1. 실수의 대소 관계: 다음 중 하나를 이용하여 두 실수의 대소를 비교한다.

(1) 두 수의 차를 이용한다. (단, a, b 는 실수)

① $a - b > 0$ 이면 $a > b$

② $a - b = 0$ 이면 $a = b$

③ $a - b < 0$ 이면 $a < b$

(2) 부등식의 성질을 이용한다.

참고 다음과 같이 양변에 같은 수가 있는 경우에는 부등식의 성질을 이용하여 비교하는 것이 편리하다.

$1 + \sqrt{3}$ 과 $1 + \sqrt{2}$ 의 대소 비교 $\rightarrow \sqrt{3} > \sqrt{2}$ 이므로 양변에 1을 더하면 $1 + \sqrt{3} > 1 + \sqrt{2}$

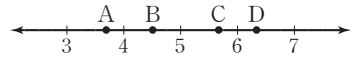
2. 수직선에서 무리수에 대응하는 점 찾기

수직선에서 무리수 \sqrt{x} 를 나타내는 점을 찾을 때에는 먼저 x 에 가까운 제곱수를 찾아 \sqrt{x} 의 값의 범위를 구한다.

예 수직선에서 $\sqrt{40}$ 에 대응하는 점을 찾으려면

$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$ 에서 $6 < \sqrt{40} < 7$ 이므로 6과 7 사이의 수이다.

즉, 오른쪽 수직선 위의 네 점 A, B, C, D 중 $\sqrt{40}$ 에 대응하는 점은 점 D이다.



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 6~7쪽

1 두 수의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $3, \sqrt{3} + 1$

$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$ 이므로

$3 - (\sqrt{3} + 1) = \boxed{2} - \sqrt{3} = \sqrt{\boxed{4}} - \sqrt{3} > 0$

따라서 $3 - (\sqrt{3} + 1) > 0$ 이므로

$3 > \sqrt{3} + 1$

(2) $\sqrt{3} - 2, \sqrt{5} - 2$

$\sqrt{3} < \sqrt{5}$ 이므로 양변에서 $\boxed{2}$ 를 빼면

$\sqrt{3} - 2 < \sqrt{5} - 2$

(3) $2 + \sqrt{3}, \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$ 이므로 $\sqrt{4} < \sqrt{5}$

양변에 $\boxed{\sqrt{3}}$ 을 더하면

$\sqrt{4} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$\therefore 2 + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$

2 세 수 $2 + \sqrt{5}, 4, \sqrt{6} + 1$ 의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

tip

세 실수 a, b, c 의 대소 관계는

$a < b$ 이고 $b < c$ 이면 $a < b < c$ 임을 이용해.

(i) 두 수 $2 + \sqrt{5}$ 와 4의 대소 비교

$(2 + \sqrt{5}) - 4 = \sqrt{5} - \boxed{2}$

$= \sqrt{5} - \sqrt{\boxed{4}} > 0$

따라서 $(2 + \sqrt{5}) - 4 > 0$ 이므로

$2 + \sqrt{5} > 4$

(ii) 두 수 4와 $\sqrt{6} + 1$ 의 대소 비교

$4 - (\sqrt{6} + 1) = \boxed{3} - \sqrt{6}$

$= \sqrt{\boxed{9}} - \sqrt{6} > 0$

따라서 $4 - (\sqrt{6} + 1) > 0$ 이므로

$4 > \sqrt{6} + 1$

(i), (ii)에서 $2 + \sqrt{5} > 4 > \sqrt{6} + 1$

3 다음 세 수의 대소를 비교하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $3+\sqrt{5}$, $\sqrt{2}+\sqrt{5}$, $2+\sqrt{2}$

(i) 두 수 $3+\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ 의 대소 비교
 $3 > \sqrt{2}$ 이므로 양변에 $\sqrt{5}$ 를 더하면
 $3+\sqrt{5} > \sqrt{2}+\sqrt{5}$

(ii) 두 수 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ 와 $2+\sqrt{2}$ 의 대소 비교
 $\sqrt{5} > 2$ 이므로 양변에 $\sqrt{2}$ 를 더하면
 $\sqrt{2}+\sqrt{5} > 2+\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 $3+\sqrt{5} > \sqrt{2}+\sqrt{5} > 2+\sqrt{2}$

(2) $4-\sqrt{8}$, 2 , $-\sqrt{10}+3$

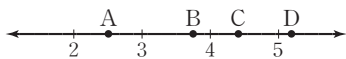
(i) 두 수 $4-\sqrt{8}$ 과 2 의 대소 비교
 $(4-\sqrt{8})-2 = \boxed{2}-\sqrt{8} = \sqrt{\boxed{4}}-\sqrt{8} < 0$
 이므로
 $4-\sqrt{8} < 2$

(ii) 두 수 2 와 $-\sqrt{10}+3$ 의 대소 비교
 $2 - (-\sqrt{10}+3) = \sqrt{\boxed{10}}-1 > 0$ 이므로
 $2 > -\sqrt{10}+3$

(iii) 두 수 $4-\sqrt{8}$ 과 $-\sqrt{10}+3$ 의 대소 비교
 $4-\sqrt{8} - (-\sqrt{10}+3) = 1+\sqrt{10}-\sqrt{8}$
 이때 $\sqrt{10} > \sqrt{8}$ 이므로 $1+\sqrt{10}-\sqrt{8} > 0$
 $\therefore 4-\sqrt{8} > -\sqrt{10}+3$

(i)~(iii)에서
 $-\sqrt{10}+3 < 4-\sqrt{8} < 2$

4 아래 수직선에서 $\sqrt{19}$ 에 대응하는 점을 찾는 다음 과정을 완성하여라.



$\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$ 이므로 $\boxed{4} < \sqrt{19} < \boxed{5}$
 따라서 $\sqrt{19}$ 에 대응하는 점은 점 \boxed{C} 이다.

5 다음 두 수의 대소를 비교하여 \bigcirc 안에 $>$, $<$ 중 알맞은 것을 써넣어라.

tip 두 수를 직접 비교하기 어려운 경우에는 두 수의 차의 부호를 이용하면 돼.

(1) $\sqrt{5}-1 < 3$
 $(\sqrt{5}-1)-3 = \sqrt{5}-4 = \sqrt{5}-\sqrt{16} < 0 \quad \therefore \sqrt{5}-1 < 3$

(2) $\sqrt{13}+1 > 3$
 $(\sqrt{13}+1)-3 = \sqrt{13}-2 = \sqrt{13}-\sqrt{4} > 0 \quad \therefore \sqrt{13}+1 > 3$

(3) $8-\sqrt{7} > 4$
 $(8-\sqrt{7})-4 = 4-\sqrt{7} = \sqrt{16}-\sqrt{7} > 0 \quad \therefore 8-\sqrt{7} > 4$

(4) $5 > \sqrt{2}+3$
 $5 - (\sqrt{2}+3) = 2-\sqrt{2} = \sqrt{4}-\sqrt{2} > 0 \quad \therefore 5 > \sqrt{2}+3$

(5) $-1-\sqrt{2} > -3$
 $-1-\sqrt{2} - (-3) = 2-\sqrt{2} = \sqrt{4}-\sqrt{2} > 0 \quad \therefore -1-\sqrt{2} > -3$

(6) $-3 > -5+\sqrt{3}$
 $-3 - (-5+\sqrt{3}) = 2-\sqrt{3} = \sqrt{4}-\sqrt{3} > 0 \quad \therefore -3 > -5+\sqrt{3}$

(7) $\sqrt{2}+3 < \sqrt{3}+3$

tip 양변에 같은 수가 있는 경우에는 부등식의 성질을 이용하면 돼.

$\sqrt{2} < \sqrt{3}$ 이므로 양변에 3을 더하면
 $\sqrt{2}+3 < \sqrt{3}+3$

(8) $-3+\sqrt{11} < -3+\sqrt{13}$
 $\sqrt{11} < \sqrt{13}$ 이므로 양변에서 3을 빼면
 $-3+\sqrt{11} < -3+\sqrt{13}$

(9) $3-\sqrt{5} > 3-\sqrt{7}$
 $\sqrt{5} < \sqrt{7}$ 에서 $-\sqrt{5} > -\sqrt{7}$ 이므로 양변에 3을 더하면
 $3-\sqrt{5} > 3-\sqrt{7}$

(10) $1-\sqrt{3} < \sqrt{2}-\sqrt{3}$
 $1 < \sqrt{2}$ 이므로 양변에서 $\sqrt{3}$ 을 빼면
 $1-\sqrt{3} < \sqrt{2}-\sqrt{3}$

(11) $\sqrt{2}+4 > \sqrt{2}+\sqrt{13}$
 $4 = \sqrt{16}$ 이므로 $4 > \sqrt{13}$, 양변에 $\sqrt{2}$ 를 더하면
 $\sqrt{2}+4 > \sqrt{2}+\sqrt{13}$

(12) $-\sqrt{11}-\sqrt{5} > -\sqrt{13}-\sqrt{5}$
 $\sqrt{11} < \sqrt{13}$ 에서 $-\sqrt{11} > -\sqrt{13}$ 이므로 양변에서 $\sqrt{5}$ 를 빼면
 $-\sqrt{11}-\sqrt{5} > -\sqrt{13}-\sqrt{5}$

6 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

(1) $a=3+\sqrt{7}, b=\sqrt{7}+\sqrt{8}, c=\sqrt{7}-3$

$3+\sqrt{7}>\sqrt{7}+\sqrt{8}$ 이므로 $a>b$
 $\sqrt{7}+\sqrt{8}>\sqrt{7}-3$ 이므로 $b>c$
 $\therefore c<b<a$ **답** $c<b<a$

(2) $a=3+\sqrt{6}, b=\sqrt{2}+\sqrt{6}, c=1+\sqrt{2}$

$3+\sqrt{6}>\sqrt{2}+\sqrt{6}$ 이므로 $a>b$
 $\sqrt{2}+\sqrt{6}>1+\sqrt{2}$ 이므로 $b>c$
 $\therefore c<b<a$

(3) $a=\sqrt{6}+3, b=2+\sqrt{8}, c=\sqrt{6}+\sqrt{8}$

$\sqrt{6}+3>\sqrt{6}+\sqrt{8}$ 이므로 $a>c$
 $2+\sqrt{8}<\sqrt{6}+\sqrt{8}$ 이므로 $b<c$
 $\therefore b<c<a$ **답** $b<c<a$

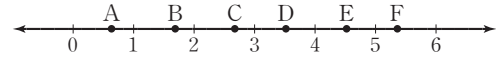
(4) $a=\sqrt{7}+1, b=3+\sqrt{3}, c=\sqrt{7}+\sqrt{3}$

$\sqrt{7}+1<\sqrt{7}+\sqrt{3}$ 이므로 $a<c$
 $3+\sqrt{3}>\sqrt{7}+\sqrt{3}$ 이므로 $b>c$
 $\therefore a<c<b$ **답** $a<c<b$

(5) $a=\sqrt{10}-3, b=\sqrt{6}-3, c=3$

$\sqrt{10}-3>\sqrt{6}-3$ 이므로 $a>b$
 $(\sqrt{10}-3)-3=\sqrt{10}-6<0$ 이므로 $a<c$
 $(\sqrt{6}-3)-3=\sqrt{6}-6<0$ 이므로 $b<c$
 $\therefore b<a<c$ **답** $b<a<c$

7 다음 수직선 위의 점 중 주어진 수에 대응하는 점을 찾아라.



(1) $\sqrt{8}$ **답** 점 C

$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$ 에서 $2<\sqrt{8}<3$ 이므로 $\sqrt{8}$ 에 대응하는 점은 점 C이다.

(2) $\sqrt{12}$ **답** 점 D

$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$ 에서 $3<\sqrt{12}<4$ 이므로 $\sqrt{12}$ 에 대응하는 점은 점 D이다.

(3) $\sqrt{20}$ **답** 점 E

$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$ 에서 $4<\sqrt{20}<5$ 이므로 $\sqrt{20}$ 에 대응하는 점은 점 E이다.

(4) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ **답** 점 A

$0<\sqrt{\frac{1}{2}}<\sqrt{1}$ 에서 $0<\sqrt{\frac{1}{2}}<1$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 에 대응하는 점은 점 A이다.

(5) $3+\sqrt{5}$ **답** 점 F

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$ 에서 $2<\sqrt{5}<3$
 각 변에 3을 더하면 $5<3+\sqrt{5}<6$
 따라서 $3+\sqrt{5}$ 에 대응하는 점은 점 F이다.

(6) $\sqrt{7}-1$ **답** 점 B

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$ 에서 $2<\sqrt{7}<3$
 각 변에서 1을 빼면 $1<\sqrt{7}-1<2$
 따라서 $\sqrt{7}-1$ 에 대응하는 점은 점 B이다.

13 * 무리수의 정수 부분과 소수 부분

I-1. 제곱근과 실수

핵심개념

- 무리수는 정수 부분과 소수 부분으로 나눌 수 있다.
 - (무리수) = (정수 부분) + (소수 부분)
- 소수 부분은 무리수에서 정수 부분을 뺀 식으로 나타낸다.
 - (소수 부분) = (무리수) - (정수 부분)

$$\begin{aligned} \sqrt{2} &= 1.414\cdots \\ &= 1 + 0.414\cdots \\ &= 1 + (\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

→ 정수 부분 → 소수 부분

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 7쪽

1 무리수의 정수 부분과 소수 부분을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $\sqrt{11}$

→ $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ 에서 $\boxed{3} < \sqrt{11} < 4$
 → 정수 부분: $\boxed{3}$, 소수 부분: $\sqrt{11} - \boxed{3}$

(2) $\sqrt{38}$

→ $\sqrt{36} < \sqrt{38} < \sqrt{49}$ 에서 $\boxed{6} < \sqrt{38} < 7$
 → 정수 부분: $\boxed{6}$, 소수 부분: $\sqrt{38} - \boxed{6}$

(3) $1 + \sqrt{2}$

→ $1 < \sqrt{2} < 2$ 에서 $2 < 1 + \sqrt{2} < \boxed{3}$
 → 정수 부분: $\boxed{2}$
 소수 부분: $1 + \sqrt{2} - \boxed{2} = \boxed{\sqrt{2} - 1}$

(4) $3 - \sqrt{2}$

→ $1 < \sqrt{2} < 2$ 에서 $\boxed{-2} < -\sqrt{2} < -1$
 $\therefore \boxed{1} < 3 - \sqrt{2} < 2$
 → 정수 부분: $\boxed{1}$
 소수 부분: $3 - \sqrt{2} - \boxed{1} = \boxed{2} - \sqrt{2}$

2 다음 무리수의 정수 부분과 소수 부분을 각각 구하여라.

(1) $\sqrt{5}$

→ 정수 부분: $\underline{\quad 2 \quad}$,
 소수 부분: $\underline{\quad \sqrt{5} - 2 \quad}$

(2) $\sqrt{19}$

→ 정수 부분: $\underline{\quad 4 \quad}$,
 소수 부분: $\underline{\quad \sqrt{19} - 4 \quad}$

(3) $\sqrt{40}$

→ 정수 부분: $\underline{\quad 6 \quad}$,
 소수 부분: $\underline{\quad \sqrt{40} - 6 \quad}$

(4) $\sqrt{7} + 4$

→ 정수 부분: $\underline{\quad 6 \quad}$,
 소수 부분: $\underline{\quad \sqrt{7} - 2 \quad}$
 $2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 $6 < \sqrt{7} + 4 < 7$

(5) $\sqrt{12} - 3$

→ 정수 부분: $\underline{\quad 0 \quad}$,
 소수 부분: $\underline{\quad \sqrt{12} - 3 \quad}$
 $3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $0 < \sqrt{12} - 3 < 1$

(6) $5 - \sqrt{7}$

→ 정수 부분: $\underline{\quad 2 \quad}$,
 소수 부분: $\underline{\quad 3 - \sqrt{7} \quad}$
 $2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 $-3 < -\sqrt{7} < -2 \therefore 2 < 5 - \sqrt{7} < 3$

스스로 점검하기

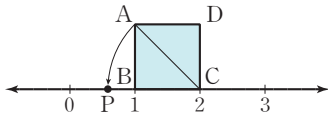
■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 35분

● 정답과 풀이 7~9쪽

1 ○ 무리수를 수직선 위에 나타내기 3

다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이다. $\overline{CA} = \overline{CP}$ 일 때, 점 P에 대응하는 수는?



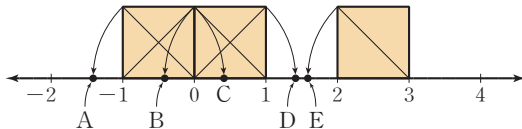
- ① $\sqrt{2}$ ② $1 + \sqrt{2}$ ③ $1 - \sqrt{2}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $2 - \sqrt{2}$

답 ⑤

$\overline{CA} = \overline{CP} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{2}$ 이다.

2 ○ 무리수를 수직선 위에 나타내기 3

다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 3개의 정사각형이 있을 때, $-1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점을 구하여라.

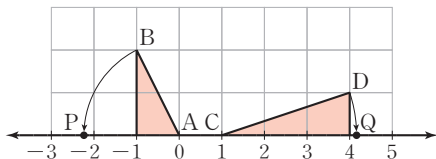


답 점 C

$A(-\sqrt{2}), B(1-\sqrt{2}), C(-1+\sqrt{2}), D(\sqrt{2}), E(3-\sqrt{2})$

3 ○ 무리수를 수직선 위에 나타내기 3, 5

다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AP}$, $\overline{CD} = \overline{CQ}$ 일 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하여라. (단, 모눈 한 눈금의 길이는 1이다.)



답 점 P: $-\sqrt{5}$, 점 Q: $1 + \sqrt{10}$

$\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ 이므로

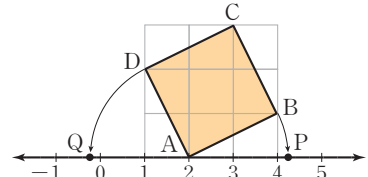
점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{5}$

$\overline{CQ} = \overline{CD} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ 이므로

점 Q에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{10}$

4 ○ 무리수를 수직선 위에 나타내기 5

오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 정사각형 ABCD를 그린 것이다.



$\overline{AB} = \overline{AP}$, $\overline{AD} = \overline{AQ}$

일 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

ㄱ. $\overline{AP} = \overline{AQ} = \sqrt{5}$

ㄴ. 점 P에 대응하는 수는 $4 + \sqrt{5}$ 이다.

ㄷ. 점 Q에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{5}$ 이다.

답 ㄱ, ㄷ

ㄴ. $\overline{AP} = \sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $2 + \sqrt{5}$ 이다.

5 ○ 실수와 수직선 1

다음 중 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 한 점에는 하나의 무리수가 대응된다.
 ② -3 과 3 사이에는 무수히 많은 정수가 있다.
 ③ $\sqrt{7}$ 에 대응하는 점은 수직선 위에 나타낼 수 없다.
 ④ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
 ⑤ 수직선은 양의 유리수, 음의 유리수, 무리수로 완전히 메울 수 있다.

답 ④

6 ○ 실수의 대소 관계 5

다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① $\sqrt{2} + 2 > \sqrt{3} + 2$ ② $6 < 3 + \sqrt{12}$
 ③ $3 - \sqrt{15} > -1$ ④ $\sqrt{7} - 4 > \sqrt{11} - 4$
 ⑤ $-\sqrt{10} - 3 < -\sqrt{10} - \sqrt{5}$

답 ①, ④

① $\sqrt{2} + 2 < \sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{7} - 4 < \sqrt{11} - 4$

7 ○ 실수의 대소 관계 5

다음 중 □ 안에 알맞은 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $5-\sqrt{3}$ □ 3 ② 6 □ $\sqrt{13}+2$
 ③ $3-\sqrt{2}$ □ $3-\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{2}+\sqrt{7}$ □ $1+\sqrt{7}$
 ⑤ $3-\sqrt{5}$ □ $\sqrt{10}-\sqrt{5}$

답 ⑤
 ①, ②, ③, ④ > ⑤ <

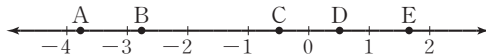
8 ○ 실수의 대소 관계 6

세 수 $\sqrt{5}+7$, $2+\sqrt{7}$, $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ 중 가장 큰 수를 구하여라.

답 $\sqrt{5}+7$
 $7 > \sqrt{7}$ 이므로 $\sqrt{5}+7 > \sqrt{7}+\sqrt{5}$
 $2 < \sqrt{5}$ 이므로 $2+\sqrt{7} < \sqrt{7}+\sqrt{5}$
 따라서 $2+\sqrt{7} < \sqrt{7}+\sqrt{5} < \sqrt{5}+7$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{5}+7$ 이다.

9 ○ 실수의 대소 관계 7

다음 수직선 위의 점 중 $-\sqrt{14}$ 에 대응하는 점은?



- ① 점 A ② 점 B ③ 점 C
 ④ 점 D ⑤ 점 E

답 ①
 $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{14} < 4$
 $\therefore -4 < -\sqrt{14} < -3$
 따라서 $-\sqrt{14}$ 에 대응하는 점은 점 A이다.

10 ○ 실수의 대소 관계 6, 7

다음 수를 수직선 위의 점에 대응시킬 때, 왼쪽에 있는 것부터 차례대로 나열하여라.

1, $-2-\sqrt{5}$, $3-\sqrt{5}$, $-2-\sqrt{7}$, $3-\sqrt{3}$

답 $-2-\sqrt{7}$, $-2-\sqrt{5}$, $3-\sqrt{5}$, 1, $3-\sqrt{3}$
 주어진 수 중 음수는 $-2-\sqrt{5}$, $-2-\sqrt{7}$ 이고 $-2-\sqrt{5} > -2-\sqrt{7}$
 양수는 1, $3-\sqrt{5}$, $3-\sqrt{3}$ 이고 $3-\sqrt{5} < 1 < 3-\sqrt{3}$
 따라서 수직선 위의 점에 대응시킬 때 왼쪽에 있는 것부터 차례대로 나열하면 $-2-\sqrt{7}$, $-2-\sqrt{5}$, $3-\sqrt{5}$, 1, $3-\sqrt{3}$

11 ○ 실수의 대소 관계 7

두 수 $2+\sqrt{5}$ 와 $3-\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수의 개수를 구하여라.

답 4
 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < 2+\sqrt{5} < 5$
 $-3 < -\sqrt{5} < -2$ 이므로 $0 < 3-\sqrt{5} < 1$
 따라서 두 수 $2+\sqrt{5}$ 와 $3-\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

12 ○ 무리수의 정수 부분과 소수 부분 2

$\sqrt{7}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a+b$ 의 값은?

- ① $4-\sqrt{7}$ ② $6-\sqrt{7}$ ③ $\sqrt{7}$
 ④ $-2+\sqrt{7}$ ⑤ $2+\sqrt{7}$

답 ⑤
 $2 < \sqrt{7} < 3$ 에서 $a=2$, $b=\sqrt{7}-2$ 이므로
 $2a+b=4+(\sqrt{7}-2)=2+\sqrt{7}$

13 ○ 무리수의 정수 부분과 소수 부분 2

$\sqrt{12}+1$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

답 $7-\sqrt{12}$
 $3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $4 < \sqrt{12}+1 < 5$
 따라서 $a=4$, $b=\sqrt{12}-3$ 이므로
 $a-b=4-(\sqrt{12}-3)=7-\sqrt{12}$

14 ○ 무리수의 정수 부분과 소수 부분 2

$5-\sqrt{13}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값은?

- ① $3-\sqrt{13}$ ② $4-\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{13}$
 ④ $3+\sqrt{13}$ ⑤ $4+\sqrt{13}$

답 ①
 $3 < \sqrt{13} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{13} < -3$ 이므로
 $1 < 5-\sqrt{13} < 2$
 따라서 $5-\sqrt{13}$ 의 정수 부분은 $a=1$,
 소수 부분은 $b=(5-\sqrt{13})-1=4-\sqrt{13}$ 이므로
 $b-a=(4-\sqrt{13})-1=3-\sqrt{13}$

* 2. 근호를 포함한 식의 계산

01 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

1. 제곱근의 곱셈과 나눗셈

(1) 제곱근의 곱셈: $a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

- ① $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- ② $m\sqrt{a} \times n = mn\sqrt{a}$
- ③ $m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab}$ → 근호 안의 수끼리, 근호 밖의 수끼리 곱한다.

(2) 제곱근의 나눗셈: $a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

- ① $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- ② $m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{a}{b}}$ (단, $n \neq 0$)

2. 근호가 있는 식의 변형

(1) 근호의 수를 밖으로 꺼내기: $a > 0, b > 0$ 일 때

- ① $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$
- ② $\sqrt{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$

(2) 근호 밖의 수를 안으로 넣기: $a > 0, b > 0$ 일 때

- ① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$
- ② $\frac{\sqrt{a}}{b} = \sqrt{\frac{a}{b^2}}$

3. 분모의 유리화

(1) 분모의 유리화: 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

(2) 분모의 유리화 방법: $a > 0, b > 0$ 일 때

- ① $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$
- ② $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$

02 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

1. 제곱근의 덧셈과 뺄셈

근호 안의 수가 같을 때, 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 다항식의 동류항의 덧셈, 뺄셈과 같은 방법으로 계산한다.

$a > 0$ 이고 m, n, l 은 유리수일 때

- (1) $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$
- (2) $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$
- (3) $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} - l\sqrt{a} = (m+n-l)\sqrt{a}$

2. 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 방법

- ① 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
- ② $\sqrt{a^2 b}$ 의 꼴은 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 고친다.
- ③ 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한다.
- ④ 분모가 무리수이면 분모를 유리화한다.
- ⑤ 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 덧셈, 뺄셈을 한다.

01 * 제곱근의 곱셈

핵심개념

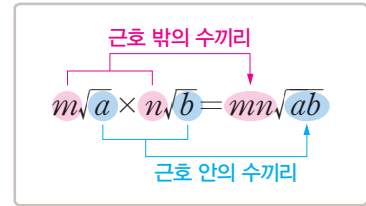
$a > 0, b > 0$ 이고 m, n 이 유리수일 때

(1) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(2) $m\sqrt{a} \times n = mn\sqrt{a}$

(3) $m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab}$

참고 세 개 이상의 제곱근의 곱셈도 같은 방법으로 한다.



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 9쪽

1 다음을 완성하여라.

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times \boxed{5}} = \sqrt{\boxed{10}}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\boxed{3} \times \frac{1}{\boxed{6}}} = \sqrt{\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}}}$

(3) $\sqrt{0.2} \times \sqrt{0.5} = \sqrt{\boxed{0.2} \times \boxed{0.5}} = \sqrt{\boxed{0.1}}$

(4) $2\sqrt{3} \times 5 = (\boxed{2} \times \boxed{5}) \times \sqrt{3} = \boxed{10}\sqrt{3}$

(5) $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{3} = (3 \times \boxed{5}) \times \sqrt{2 \times \boxed{3}}$
 $= \boxed{15}\sqrt{\boxed{6}}$

(6) $3\sqrt{\frac{3}{2}} \times 4\sqrt{\frac{4}{3}} = (\boxed{3} \times \boxed{4}) \times \sqrt{\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}} \times \frac{4}{3}$
 $= \boxed{12}\sqrt{\boxed{2}}$

2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ **답** $\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$ **답** $\sqrt{21}$

(3) $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$ **답** $\sqrt{30}$

(4) $\sqrt{\frac{7}{3}} \times \sqrt{\frac{6}{7}}$ **답** $\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{5} \times \sqrt{0.4}$ **답** $\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$ **답** $\sqrt{30}$

tip

$a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때 세 개의 제곱근의 곱셈은 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{abc}$ 임을 이용해.

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $2 \times 3\sqrt{2}$ 답 $6\sqrt{2}$

(2) $4\sqrt{5} \times 5$ 답 $20\sqrt{5}$

(3) $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{5}$ 답 $6\sqrt{10}$

(4) $4\sqrt{3} \times 5\sqrt{6}$ 답 $20\sqrt{18}$

(5) $3\sqrt{7} \times (-5\sqrt{3})$ 답 $-15\sqrt{21}$

(6) $-4\sqrt{2} \times 3\sqrt{10}$ 답 $-12\sqrt{20}$

(7) $-3\sqrt{5} \times (-5\sqrt{7})$ 답 $15\sqrt{35}$

(8) $2\sqrt{0.1} \times \sqrt{0.2}$ 답 $2\sqrt{0.02}$

(9) $3\sqrt{0.3} \times 2\sqrt{0.5}$ 답 $6\sqrt{0.15}$

(10) $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{0.1}$ 답 $10\sqrt{0.2}$

(11) $\sqrt{\frac{7}{3}} \times 4\sqrt{\frac{15}{7}}$ 답 $4\sqrt{5}$
 $\sqrt{\frac{7}{3}} \times 4\sqrt{\frac{15}{7}} = 4 \times \sqrt{\frac{7}{3} \times \frac{15}{7}} = 4\sqrt{5}$

(12) $2\sqrt{\frac{7}{3}} \times 5\sqrt{\frac{6}{7}}$ 답 $10\sqrt{2}$
 $2\sqrt{\frac{7}{3}} \times 5\sqrt{\frac{6}{7}} = (2 \times 5) \times \sqrt{\frac{7}{3} \times \frac{6}{7}} = 10\sqrt{2}$

(13) $6\sqrt{\frac{11}{6}} \times (-3\sqrt{\frac{12}{11}})$ 답 $-18\sqrt{2}$
 $6\sqrt{\frac{11}{6}} \times (-3\sqrt{\frac{12}{11}}) = \{6 \times (-3)\} \times \sqrt{\frac{11}{6} \times \frac{12}{11}} = -18\sqrt{2}$

(14) $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$ 답 $24\sqrt{30}$
 $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2} = (2 \times 3 \times 4) \times \sqrt{3 \times 5 \times 2} = 24\sqrt{30}$

(15) $(-\sqrt{2}) \times 4\sqrt{\frac{5}{2}} \times 2\sqrt{\frac{3}{5}}$ 답 $-8\sqrt{3}$
 $(-\sqrt{2}) \times 4\sqrt{\frac{5}{2}} \times 2\sqrt{\frac{3}{5}} = \{(-1) \times 4 \times 2\} \times \sqrt{2 \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{5}}$
 $= -8\sqrt{3}$

4 배운 내용 확인하기

$a > 0, b > 0$ 이고 m, n 이 유리수일 때

(1) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(2) $m\sqrt{a} \times n = \sqrt{mn} \sqrt{a}$

(3) $m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = \sqrt{mn} \sqrt{ab}$

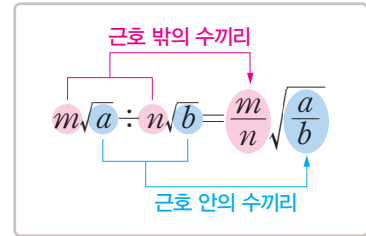
02 * 제곱근의 나눗셈

핵심개념

$a > 0, b > 0$ 이고 m, n 이 유리수일 때

$$(1) \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$(2) m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{단, } n \neq 0)$$



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

● 정답과 풀이 9~10쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(1) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\boxed{6}}{\boxed{2}}} = \sqrt{\boxed{3}}$$

$$(2) \sqrt{4} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\boxed{4}}{\boxed{2}}} = \sqrt{\boxed{2}}$$

$$(3) (-\sqrt{2}) \div \sqrt{10} \\ = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\boxed{10}}} = -\sqrt{\frac{\boxed{2}}{\boxed{10}}} = -\sqrt{\frac{\boxed{1}}{\boxed{5}}}$$

$$(4) 2\sqrt{15} \div \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{\boxed{3}}} = 2\sqrt{\frac{\boxed{15}}{\boxed{3}}} = 2\sqrt{\boxed{5}}$$

$$(5) 10\sqrt{6} \div (-5\sqrt{2}) \\ = -\frac{\boxed{10}}{5} \sqrt{\frac{\boxed{6}}{\boxed{2}}} = -\boxed{2} \sqrt{\boxed{3}}$$

$$(6) 6\sqrt{3} \div 3\sqrt{2} = \frac{6}{\boxed{3}} \sqrt{\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}} = \boxed{2} \sqrt{\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}}}$$

2 다음 식을 간단히 하여라.

$$(1) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \quad \text{답 } \underline{\quad \sqrt{2} \quad}$$

$$(2) \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \quad \text{답 } \underline{\quad \sqrt{5} \quad}$$

$$(3) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} \quad \text{답 } \underline{\quad \sqrt{3} \quad}$$

$$(4) \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} \quad \text{답 } \underline{\quad 2 \quad}$$

$$(5) \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{9}} \quad \text{답 } \underline{\quad \sqrt{6} \quad}$$

$$(6) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} \quad \text{답 } \underline{\quad \sqrt{\frac{1}{2}} \quad}$$

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{21} \div \sqrt{7}$ **답** $\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{10} \div (-\sqrt{5})$ **답** $-\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{15} \div \sqrt{3}$ **답** $\sqrt{5}$

(4) $(-\sqrt{24}) \div \sqrt{4}$ **답** $-\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{18} \div \sqrt{12}$ **답** $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(6) $(-\sqrt{16}) \div (-\sqrt{24})$ **답** $\sqrt{\frac{2}{3}}$

4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $2\sqrt{14} \div \sqrt{7}$ **답** $2\sqrt{2}$
 $2\sqrt{14} \div \sqrt{7} = 2\sqrt{\frac{14}{7}} = 2\sqrt{2}$

(2) $6\sqrt{12} \div 3\sqrt{6}$ **답** $2\sqrt{2}$
 $6\sqrt{12} \div 3\sqrt{6} = \frac{6}{3}\sqrt{\frac{12}{6}} = 2\sqrt{2}$

(3) $(-14\sqrt{6}) \div 7\sqrt{2}$ **답** $-2\sqrt{3}$
 $(-14\sqrt{6}) \div 7\sqrt{2} = -\frac{14}{7}\sqrt{\frac{6}{2}} = -2\sqrt{3}$

(4) $9\sqrt{15} \div 3\sqrt{5}$ **답** $3\sqrt{3}$
 $9\sqrt{15} \div 3\sqrt{5} = \frac{9}{3}\sqrt{\frac{15}{5}} = 3\sqrt{3}$

(5) $12\sqrt{10} \div (-4\sqrt{5})$ **답** $-3\sqrt{2}$
 $12\sqrt{10} \div (-4\sqrt{5}) = -\frac{12}{4}\sqrt{\frac{10}{5}} = -3\sqrt{2}$

5 다음 식을 간단히 하여라.

tip 분수의 나눗셈은 역수의 곱셈으로 바꾸어 계산하면 돼.

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}}$

→ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$
 $= \sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$
 $= \sqrt{\frac{2}{1}} = \sqrt{2}$

(2) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} \div \left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$ **답** $-\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} \div \left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) = -\sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{3}{2}} = -\sqrt{2}$

(3) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$ **답** $\sqrt{12}$

$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{9}{2} \times \frac{8}{3}} = \sqrt{12}$

(4) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}}$ **답** $\sqrt{6}$

$\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{14}{3} \times \frac{9}{7}} = \sqrt{6}$

(5) $\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right) \div \left(-\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}}\right)$ **답** 1

$\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right) \div \left(-\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}}\right) = \left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}\right) = \sqrt{\frac{5}{2} \times \frac{6}{15}} = 1$

6 배운 내용 확인하기

$a > 0, b > 0$ 이고 m, n 이 유리수일 때

(1) $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

(2) $m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{a}{b}}$

03 * 근호가 있는 식의 변형

I-2. 근호를 포함한 식의 계산

핵심개념

1. 근호 안의 수를 밖으로 꺼내기: 근호 안의 수를 소인수분해하였을 때, 제곱인 수가 있으면 근호 밖으로 꺼낸다. 이때 근호 안의 수가 가장 작은 자연수가 되게 한다.

$a > 0, b > 0$ 일 때

$$(1) \sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$$

$$(2) \sqrt{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

2. 근호 밖의 수를 안으로 넣기: 근호 밖의 양수를 제곱하여 근호 안으로 넣는다.

$a > 0, b > 0$ 일 때

$$(1) a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$$

$$(2) \frac{\sqrt{a}}{b} = \sqrt{\frac{a}{b^2}}$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 10쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(1) \sqrt{12} = \sqrt{\boxed{2}^2 \times 3} = \boxed{2}\sqrt{3}$$

$$(2) \sqrt{27} = \sqrt{\boxed{3}^2 \times 3} = \boxed{3}\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3}{\boxed{2}^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\boxed{2}}$$

$$(4) \sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{\boxed{100}}} = \sqrt{\frac{3}{\boxed{10}^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\boxed{10}}$$

tip

근호 안이 소수일 때에는 먼저 소수를 분수로 고쳐 보.

2 다음을 완성하여라.

$$(1) 2\sqrt{5} = \sqrt{\boxed{2}^2 \times 5} = \sqrt{\boxed{20}}$$

$$(2) 5\sqrt{3} = \sqrt{\boxed{5}^2 \times 3} = \sqrt{\boxed{75}}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{7} = \sqrt{\frac{3}{\boxed{7}^2}} = \sqrt{\frac{3}{\boxed{49}}}$$

$$(4) 2\sqrt{2} \times 2 = \boxed{4}\sqrt{2} = \sqrt{\boxed{4}^2 \times 2} = \sqrt{\boxed{32}}$$

3 다음 수를 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내어라.

(단, b 는 가장 작은 자연수이다.)

$$(1) \sqrt{18} \quad \text{답} \quad 3\sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{28} \quad \text{답} \quad 2\sqrt{7}$$

$$(3) \sqrt{54} \quad \text{답} \quad 3\sqrt{6}$$

$$(4) \sqrt{75} \quad \text{답} \quad 5\sqrt{3}$$

$$(5) \sqrt{108} \quad \text{답} \quad 6\sqrt{3}$$

$$(6) \sqrt{200} \quad \text{답} \quad 10\sqrt{2}$$

4 다음 수를 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 의 꼴로 나타내어라.

(단, a 는 가장 작은 자연수이다.)

(1) $\sqrt{\frac{2}{9}}$ 답 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(2) $\sqrt{\frac{3}{16}}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(3) $\sqrt{\frac{11}{64}}$ 답 $\frac{\sqrt{11}}{8}$

(4) $\sqrt{\frac{7}{100}}$ 답 $\frac{\sqrt{7}}{10}$

(5) $\sqrt{\frac{5}{121}}$ 답 $\frac{\sqrt{5}}{11}$

(6) $\sqrt{0.05}$ 답 $\frac{\sqrt{5}}{10}$
 $\sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \sqrt{\frac{5}{10^2}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

(7) $\sqrt{0.13}$ 답 $\frac{\sqrt{13}}{10}$
 $\sqrt{0.13} = \sqrt{\frac{13}{100}} = \sqrt{\frac{13}{10^2}} = \frac{\sqrt{13}}{10}$

5 다음 수를 \sqrt{a} 의 꼴로 나타내어라. (단, a 는 유리수)

(1) $5\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{50}$

(2) $4\sqrt{7}$ 답 $\sqrt{112}$

(3) $6\sqrt{4}$ 답 $\sqrt{144}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ 답 $\sqrt{\frac{3}{100}}$

(5) $\frac{\sqrt{7}}{8}$ 답 $\sqrt{\frac{7}{64}}$

(6) $2\sqrt{3} \times 2$ 답 $\sqrt{48}$
 $2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$

(7) $3\sqrt{2} \times 2$ 답 $\sqrt{72}$
 $3\sqrt{2} \times 2 = 6\sqrt{2} = \sqrt{6^2 \times 2} = \sqrt{72}$

(8) $2\sqrt{5} \times 3$ 답 $\sqrt{180}$
 $2\sqrt{5} \times 3 = 6\sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$

(9) $2\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 답 $\sqrt{40}$
 $2\sqrt{2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{10} = \sqrt{2^2 \times 10} = \sqrt{40}$

(10) $2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{240}$
 $2\sqrt{5} \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{15} = \sqrt{4^2 \times 15} = \sqrt{240}$

6 배운 내용 확인하기

$a > 0, b > 0$ 일 때

(1) 근호 안의 수를 밖으로 꺼내기

$$\rightarrow \sqrt{a^2 b} = \boxed{a} \sqrt{b}, \sqrt{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{\boxed{b}}$$

(2) 근호 밖의 수를 안으로 넣기

$$\rightarrow a\sqrt{b} = \sqrt{\boxed{a^2} b}, \frac{\sqrt{a}}{b} = \sqrt{\frac{a}{\boxed{b^2}}}$$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

● 정답과 풀이 10~11쪽

1 ○ 제곱근의 곱셈 2

$\sqrt{\frac{26}{3}} \times \sqrt{\frac{9}{13}}$ 를 간단히 하면?

- ① 2 ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{8}$
 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{12}$

답 ②

$$\sqrt{\frac{26}{3}} \times \sqrt{\frac{9}{13}} = \sqrt{\frac{26}{3} \times \frac{9}{13}} = \sqrt{6}$$

2 ○ 제곱근의 곱셈 3

$3\sqrt{8} \times \sqrt{0.4} \times \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)$ 를 간단히 하여라.

답 -6

$$(주어진 식) = \{3 \times (-1)\} \times \sqrt{8 \times \frac{4}{10} \times \frac{5}{4}} = -3\sqrt{4} = -6$$

3 ○ 제곱근의 나눗셈 3

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{8} \div \sqrt{2} = 2$ ② $\sqrt{13} \div \sqrt{26} = \sqrt{2}$
 ③ $\sqrt{24} \div \sqrt{8} = \sqrt{3}$ ④ $\sqrt{36} \div \sqrt{12} = \sqrt{3}$
 ⑤ $\sqrt{90} \div \sqrt{15} = \sqrt{6}$

답 ②

$$① \sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

$$② \sqrt{13} \div \sqrt{26} = \sqrt{\frac{13}{26}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

4 ○ 제곱근의 나눗셈 3, 5

$\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{3}$ 을 간단히 하여라.

답 $\sqrt{2}$

$$(주어진 식) = \sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{30}{5 \times 3}} = \sqrt{2}$$

5 ○ 제곱근의 나눗셈 5

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{42}} \div \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{21}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{24}}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

답 ②

$$(주어진 식) = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{42}} \times \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{42} \times \frac{21}{10} \times \frac{24}{3}} = \sqrt{2}$$

6 ○ 근호가 있는 식의 변형 3

$\sqrt{48} = a\sqrt{3}$, $\sqrt{50} = b\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7
 ④ 9 ⑤ 11

답 ④

$$\sqrt{48} = \sqrt{4^2 \times 3} = 4\sqrt{3}, \sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

따라서 $a=4, b=5$ 이므로 $a+b=9$

7 ○ 근호가 있는 식의 변형 5

다음 중 가장 큰 수는?

- ① $3\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

답 ⑤

$$① \sqrt{27} \quad ② \sqrt{20} \quad ③ \sqrt{72} \quad ④ \sqrt{28} \quad ⑤ \sqrt{98}$$

따라서 가장 큰 수는 ⑤이다.

8 ○ 근호가 있는 식의 변형 4, 5

$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{72}} = \frac{\sqrt{5}}{a}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{b}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

답 $\frac{9}{2}$

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{72}} = \sqrt{\frac{5}{36}} = \sqrt{\frac{5}{6^2}} = \frac{\sqrt{5}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$\text{따라서 } a=6, b=\frac{3}{4} \text{이므로 } ab=\frac{9}{2}$$

04 * 분모의 유리화

I-2. 근호를 포함한 식의 계산

핵심개념

1. 분모의 유리화: 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

2. 분모의 유리화 방법

$a > 0, b > 0$ 일 때

$$(1) \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$$(2) \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 11쪽

1 분모를 유리화하는 다음 과정을 완성하여라.

$$(1) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$(4) \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2(\sqrt{3})^2} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$(5) \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{2(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

$$(6) \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3}{\sqrt{2^2} \times 2} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

tip

$\sqrt{a^2b}$ 의 꼴인 경우 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 고친 후, 분모를 유리화하면 계산하기 쉬워.

2 다음 수의 분모를 유리화하여라.

$$(1) \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{답} \quad \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{11}} \quad \text{답} \quad \frac{\sqrt{11}}{11}$$

$$(3) \frac{3}{\sqrt{7}} \quad \text{답} \quad \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$(4) \frac{7}{\sqrt{2}} \quad \text{답} \quad \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$(5) -\frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{답} \quad -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$(6) -\frac{11}{\sqrt{5}} \quad \text{답} \quad -\frac{11\sqrt{5}}{5}$$

3 다음 수의 분모를 유리화하여라.

- (1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **답** $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$
- (2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ **답** $\frac{\sqrt{15}}{3}$
 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$
- (3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ **답** $\frac{\sqrt{14}}{7}$
 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$
- (4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ **답** $\frac{\sqrt{15}}{5}$
 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$
- (5) $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ **답** $-\frac{\sqrt{30}}{6}$
 $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{30}}{6}$
- (6) $-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}$ **답** $-\frac{\sqrt{77}}{11}$
 $-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}} = -\frac{\sqrt{7} \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = -\frac{\sqrt{77}}{11}$

4 다음 수의 분모를 유리화하여라.

- (1) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ **답** $\frac{\sqrt{5}}{10}$
 $\frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$
- (2) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ **답** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$
 $\frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$
- (3) $-\frac{3}{2\sqrt{2}}$ **답** $-\frac{3\sqrt{2}}{4}$
 $-\frac{3}{2\sqrt{2}} = -\frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$
- (4) $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ **답** $\frac{\sqrt{15}}{6}$
 $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{6}$
- (5) $-\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}$ **답** $-\frac{\sqrt{10}}{15}$
 $-\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{10}}{15}$
- (6) $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$ **답** $\frac{2\sqrt{15}}{25}$
 $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{5\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{25}$

5 다음 수의 분모를 유리화하여라.

- (1) $\frac{1}{\sqrt{12}}$ **답** $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 $\frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{2^2 \times 3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$
- (2) $\frac{3}{\sqrt{20}}$ **답** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
 $\frac{3}{\sqrt{20}} = \frac{3}{\sqrt{2^2 \times 5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$
- (3) $\frac{3}{\sqrt{45}}$ **답** $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 $\frac{3}{\sqrt{45}} = \frac{3}{\sqrt{3^2 \times 5}} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$
- (4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{50}}$ **답** $\frac{\sqrt{6}}{10}$
 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{50}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5^2 \times 2}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{10}$
- (5) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{18}}$ **답** $\frac{\sqrt{6}}{3}$
 $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 3}}{\sqrt{3^2 \times 2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$
- (6) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{28}}$ **답** $\frac{\sqrt{35}}{7}$
 $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{\sqrt{2^2 \times 7}} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$

6 배운 내용 확인하기

(1) 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 (분모의 유리화)라고 한다.

(2) $a > 0, b > 0$ 일 때,

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$$

05 * 제곱근의 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산

I-2. 근호를 포함한 식의 계산

핵심개념

제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산은 다음과 같이 계산한다.

1. 유리수의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산과 같이 앞에서부터 차례대로 계산한다.
2. 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고쳐서 계산한다.
3. 제곱근의 성질과 분모의 유리화를 이용하여 계산한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 11~12쪽

1 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{2} \times \sqrt{3} \div \sqrt{6} &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{2 \times 3 \times \frac{1}{6}} \\ &= \boxed{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{10} \div \sqrt{5} \times \sqrt{3} &= \sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{3} \\ &= \sqrt{10 \times \frac{1}{5} \times 3} \\ &= \boxed{\sqrt{6}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \sqrt{6} \div 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} &= \sqrt{6} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} \times 2\sqrt{3} \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{6 \times \frac{1}{2} \times 3} \\ &= \sqrt{9} = \boxed{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) 2\sqrt{6} \times \sqrt{45} \div \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{6} \times 3\sqrt{5} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ &= 2 \times 3 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{6 \times 5 \times \frac{1}{3}} \\ &= \boxed{3} \sqrt{\boxed{10}} \end{aligned}$$

2 다음 식을 간단히 하여라.

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{14} \div \sqrt{7} \quad \text{답 } \underline{\sqrt{6}}$$

$$(2) \sqrt{6} \div \sqrt{3} \times \sqrt{5} \quad \text{답 } \underline{\sqrt{10}}$$

$$(3) \sqrt{2} \times \sqrt{21} \div \sqrt{6} \quad \text{답 } \underline{\sqrt{7}}$$

$$(4) \sqrt{6} \div \sqrt{15} \times \sqrt{35} \quad \text{답 } \underline{\sqrt{14}}$$

$$(5) \sqrt{33} \div \sqrt{3} \div \sqrt{11} \quad \text{답 } \underline{1}$$

3 다음 식을 간단히 하여라.

tip

근호 안의 수는 근호 안의 수끼리, 근호 밖의 수는 근호 밖의 수끼리 계산해.

(1) $\sqrt{7} \times \sqrt{3} \div 2\sqrt{3}$ **답** $\frac{\sqrt{7}}{2}$

(주어진 식) $= \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{7 \times 3 \times \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

(2) $2\sqrt{2} \times \sqrt{7} \div \sqrt{14}$ **답** 2

(주어진 식) $= 2\sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{14}} = 2 \times \sqrt{2 \times 7 \times \frac{1}{14}} = 2$

(3) $\sqrt{15} \times (-\sqrt{3}) \div 2\sqrt{5}$ **답** $-\frac{3}{2}$

(주어진 식) $= \sqrt{15} \times (-\sqrt{3}) \times \frac{1}{2\sqrt{5}} = (-1) \times \frac{1}{2} \times \sqrt{15 \times 3 \times \frac{1}{5}}$
 $= -\frac{3}{2}$

(4) $3\sqrt{3} \div 6\sqrt{6} \times \sqrt{3}$ **답** $\frac{\sqrt{6}}{4}$

tip

계산 결과의 분모가 근호를 포함한 무리수이면 분모를 유리화해야 해!

(주어진 식) $= 3\sqrt{3} \times \frac{1}{6\sqrt{6}} \times \sqrt{3} = 3 \times \frac{1}{6} \times \sqrt{3 \times \frac{1}{6} \times 3}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

(5) $4\sqrt{6} \times \sqrt{2} \div 2\sqrt{3}$ **답** 4

(주어진 식) $= 4\sqrt{6} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = 4 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{6 \times 2 \times \frac{1}{3}} = 2\sqrt{4} = 4$

(6) $2\sqrt{15} \div 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}$ **답** $4\sqrt{10}$

(주어진 식) $= 2\sqrt{15} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{2} = 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{15 \times \frac{1}{3} \times 2} = 4\sqrt{10}$

(7) $\sqrt{18} \times \sqrt{6} \div \sqrt{27}$ **답** 2

(주어진 식) $= 3\sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} = 3 \times \frac{1}{3} \times \sqrt{2 \times 6 \times \frac{1}{3}} = \sqrt{4} = 2$

(8) $\sqrt{75} \div \sqrt{12} \times \sqrt{24}$ **답** $5\sqrt{6}$

(주어진 식) $= 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \times 2\sqrt{6} = 5 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3 \times \frac{1}{3} \times 6} = 5\sqrt{6}$

4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\frac{2}{3\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{14}}{2} \div \frac{\sqrt{10}}{2}$

→ (주어진 식)

$$= \frac{2}{3\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{14}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{10}} \times \sqrt{\frac{14}{7}} \times 14 \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{2}{3\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{15}$$

(2) $\frac{1}{\sqrt{2}} \div \left(-\sqrt{\frac{7}{6}}\right) \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ **답** $-\frac{\sqrt{15}}{5}$

(주어진 식) $= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\right) \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} = -\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{5}}$
 $= -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{15}}{5}$

(3) $(-\sqrt{24}) \div \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{18}$ **답** -24

(주어진 식) $= (-2\sqrt{6}) \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times 3\sqrt{2}$
 $= (-2) \times 2 \times 3 \times \sqrt{6 \times \frac{1}{3} \times 2} = -24$

(4) $\frac{5}{\sqrt{6}} \div \frac{\sqrt{5}}{3} \div \frac{1}{2\sqrt{15}}$ **답** $15\sqrt{2}$

(주어진 식) $= \frac{5}{\sqrt{6}} \times \frac{3}{\sqrt{5}} \times 2\sqrt{15}$
 $= 5 \times 3 \times 2 \times \sqrt{\frac{1}{6} \times \frac{1}{5} \times 15} = \frac{30}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{20} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ **답** $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

(주어진 식) $= 2\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$
 $= 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{5 \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}} = \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6}$

(6) $3\sqrt{\frac{1}{6}} \div \sqrt{\frac{2}{3}} \times (-5\sqrt{2})$ **답** $-\frac{15\sqrt{2}}{2}$

(주어진 식) $= \frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times (-5\sqrt{2}) = 3 \times (-5) \times \sqrt{\frac{1}{6} \times \frac{3}{2} \times 2}$
 $= -\frac{15}{\sqrt{2}} = -\frac{15\sqrt{2}}{2}$

06 * 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기

I-2. 근호를 포함한 식의 계산

핵심개념

제곱근표에 없는 수, 즉 0보다 크고 1보다 작은 수와 100보다 큰 수의 제곱근의 값은 제곱근의 성질과 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

(1) 근호 안의 수가 100보다 클 때: $\sqrt{100a} = 10\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a} = 100\sqrt{a}$, ...

(2) 근호 안의 수가 0보다 크고 1보다 작을 때: $\sqrt{\frac{a}{100}} = \frac{\sqrt{a}}{10}$, $\sqrt{\frac{a}{10000}} = \frac{\sqrt{a}}{100}$, ...

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 13쪽

1 다음을 완성하여라.

(1) $\sqrt{200} = \sqrt{2 \times \boxed{100}} = \boxed{10} \sqrt{2}$

(2) $\sqrt{2000} = \sqrt{20 \times \boxed{100}} = \boxed{10} \sqrt{20}$

(3) $\sqrt{20000} = \sqrt{2 \times \boxed{10000}} = \boxed{100} \sqrt{2}$

(4) $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{\boxed{20}}{\boxed{100}}} = \frac{\sqrt{20}}{\boxed{10}}$

tip

소수를 분수로 바꿀 때 100, 10000, ...을 이용하도록 바꿔야 해.

(5) $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{\boxed{2}}{\boxed{100}}} = \frac{\sqrt{2}}{\boxed{10}}$

(6) $\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{\boxed{20}}{\boxed{10000}}} = \frac{\sqrt{20}}{\boxed{100}}$

2 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, 다음을 완성하여라.

(1) $\sqrt{300} = \sqrt{3 \times \boxed{100}} = \boxed{10} \sqrt{3} = \boxed{17.32}$

(2) $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times \boxed{100}} = \boxed{10} \sqrt{30}$
 $= \boxed{54.77}$

(3) $\sqrt{30000} = \sqrt{3 \times \boxed{10000}} = \boxed{100} \sqrt{3}$
 $= \boxed{173.2}$

(4) $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{\boxed{30}}{\boxed{100}}} = \frac{\sqrt{30}}{\boxed{10}} = \boxed{0.5477}$

(5) $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{\boxed{3}}{\boxed{100}}} = \frac{\sqrt{3}}{\boxed{10}} = \boxed{0.1732}$

(6) $\sqrt{0.003} = \sqrt{\frac{\boxed{30}}{\boxed{10000}}} = \frac{\sqrt{30}}{\boxed{100}}$
 $= \boxed{0.05477}$

3 $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{20}=4.472$ 일 때, 다음 제곱근의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{200}$ 답 14.14
 $\sqrt{200}=10\sqrt{2}=14.14$

(2) $\sqrt{2000}$ 답 44.72
 $\sqrt{2000}=10\sqrt{20}=44.72$

(3) $\sqrt{20000}$ 답 141.4
 $\sqrt{20000}=100\sqrt{2}=141.4$

(4) $\sqrt{200000}$ 답 447.2
 $\sqrt{200000}=100\sqrt{20}=447.2$

(5) $\sqrt{0.2}$ 답 0.4472
 $\sqrt{0.2}=\frac{\sqrt{20}}{10}=0.4472$

(6) $\sqrt{0.02}$ 답 0.1414
 $\sqrt{0.02}=\frac{\sqrt{2}}{10}=0.1414$

(7) $\sqrt{0.002}$ 답 0.04472
 $\sqrt{0.002}=\frac{\sqrt{20}}{100}=0.04472$

(8) $\sqrt{0.0002}$ 답 0.01414
 $\sqrt{0.0002}=\frac{\sqrt{2}}{100}=0.01414$

4 $\sqrt{2.48}=1.575$, $\sqrt{24.8}=4.980$ 일 때, 다음 제곱근의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{248}$ 답 15.75
 $\sqrt{248}=\sqrt{2.48 \times 100}=10\sqrt{2.48}=15.75$

(2) $\sqrt{2480}$ 답 49.80
 $\sqrt{2480}=\sqrt{24.8 \times 100}=10\sqrt{24.8}=49.80$

(3) $\sqrt{0.248}$ 답 0.4980
 $\sqrt{0.248}=\sqrt{\frac{24.8}{100}}=\frac{\sqrt{24.8}}{10}=0.4980$

(4) $\sqrt{0.0248}$ 답 0.1575
 $\sqrt{0.0248}=\sqrt{\frac{2.48}{100}}=\frac{\sqrt{2.48}}{10}=0.1575$

5 배운 내용 확인하기

제곱근표에 없는 제곱근의 값은

(1) 근호 안의 수가 100보다 클 때

→ $\sqrt{100a}=\boxed{10}\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a}=\boxed{100}\sqrt{a}$, ...
 임을 이용한다.

(2) 근호 안의 수가 0보다 크고 1보다 작을 때

→ $\sqrt{\frac{a}{100}}=\frac{\sqrt{a}}{\boxed{10}}$, $\sqrt{\frac{a}{10000}}=\frac{\sqrt{a}}{\boxed{100}}$, ...
 임을 이용한다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 13쪽

1 ○ 분모의 유리화 5

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$ 의 분모를 유리화할 때, 분모와 분자에 곱해야 할 가장 작은 무리수는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$
 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

답 ①

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

따라서 곱해야 할 가장 작은 무리수는 $\sqrt{2}$ 이다.

2 ○ 분모의 유리화 5

$\frac{2}{\sqrt{45}} = a\sqrt{5}$ 를 만족시키는 유리수 a 의 값을 구하여라.

답 $\frac{2}{15}$

$$\frac{2}{\sqrt{45}} = \frac{2}{3\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{15}$$

$$\therefore a = \frac{2}{15}$$

3 ○ 제곱근의 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 3, 4

$\frac{3}{\sqrt{5}} \div \frac{\sqrt{6}}{5} \times 2\sqrt{15}$ 를 계산하면?

- ① $10\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{3}$
 ④ $15\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{5}$

답 ②

$$(\text{주어진 식}) = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{5}{\sqrt{6}} \times 2\sqrt{15} = \frac{30}{\sqrt{2}} = \frac{30\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$$

4 ○ 제곱근의 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 3, 4

$\sqrt{63} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{35}} \div \left(-\sqrt{\frac{9}{5}}\right) = a\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

답 -3

$$(\text{좌변}) = 3\sqrt{7} \times \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{35}} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = -3\sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3$$

5 ○ 제곱근의 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 2~4

다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $2\sqrt{18} \div (-3\sqrt{2}) = -2$
 ② $\sqrt{45} \div \sqrt{90} \times \sqrt{2} = 1$
 ③ $\sqrt{27} \times \sqrt{20} \div (-\sqrt{180}) = -2\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{\frac{2}{25}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{21}} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{3}} \times \left(-2\sqrt{\frac{5}{7}}\right) \div \frac{\sqrt{40}}{2\sqrt{3}} = -\sqrt{7}$

답 ③, ⑤

$$\text{③ (주어진 식)} = 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{5} \times \left(-\frac{1}{6\sqrt{5}}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\text{⑤ (주어진 식)} = \frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \left(-\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right) \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{10}} = -\frac{14}{\sqrt{7}} = -\frac{14\sqrt{7}}{7} = -2\sqrt{7}$$

6 ○ 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기 3

$\sqrt{6} = 2.449$, $\sqrt{60} = 7.746$ 일 때, $\sqrt{600}$ 의 값은?

- ① 24.49 ② 77.46 ③ 244.9
 ④ 774.6 ⑤ 2449

답 ①

$$\sqrt{600} = \sqrt{100 \times 6} = 10\sqrt{6} = 10 \times 2.449 = 24.49$$

7 ○ 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기 3

$\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{50} = 7.071$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{0.0005} = 0.02236$ ② $\sqrt{0.5} = 0.2236$
 ③ $\sqrt{500} = 22.36$ ④ $\sqrt{5000} = 70.71$
 ⑤ $\sqrt{50000} = 223.6$

답 ②

$$\text{② } \sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{50}}{10} = 0.7071$$

8 ○ 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기 4

$\sqrt{4.15} = 2.037$, $\sqrt{41.5} = 6.442$ 일 때, $\sqrt{4150} - \sqrt{415}$ 의 값을 구하여라.

답 44.05

$$\sqrt{4150} = \sqrt{41.5 \times 100} = 10\sqrt{41.5} = 64.42$$

$$\sqrt{415} = \sqrt{4.15 \times 100} = 10\sqrt{4.15} = 20.37$$

$$\therefore \sqrt{4150} - \sqrt{415} = 44.05$$

07 * 제곱근의 덧셈과 뺄셈

I-2. 근호를 포함한 식의 계산

핵심개념

근호 안의 수가 같을 때, 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 다항식의 동류항의 덧셈, 뺄셈과 같은 방법으로 계산한다.

$a > 0$ 이고 m, n, l 은 유리수일 때

$$(1) m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$$(2) m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$$

$$(3) m\sqrt{a} + n\sqrt{a} - l\sqrt{a} = (m+n-l)\sqrt{a}$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 14쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(1) 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (3 + \boxed{5})\sqrt{3} = \boxed{8}\sqrt{3}$$

$$(2) \sqrt{6} + 8\sqrt{6} = (1 + \boxed{8})\sqrt{6} = \boxed{9}\sqrt{6}$$

$$(3) 4\sqrt{5} - \sqrt{5} = (\boxed{4} - 1)\sqrt{5} = \boxed{3}\sqrt{5}$$

$$(4) -9\sqrt{10} - \sqrt{10} = (-9 - \boxed{1})\sqrt{\boxed{10}}$$

$$= \boxed{-10}\sqrt{\boxed{10}}$$

$$(5) 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (2 + \boxed{4} - 3)\sqrt{3}$$

$$= \boxed{3}\sqrt{\boxed{3}}$$

$$(6) \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = (1 - \boxed{3} + 6)\sqrt{5}$$

$$= \boxed{4}\sqrt{\boxed{5}}$$

$$(7) 6\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = (6 - 3 - \boxed{5})\sqrt{7}$$

$$= \boxed{-2}\sqrt{\boxed{7}}$$

$$(8) 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 5\sqrt{11} - 3\sqrt{11}$$

$$= (\boxed{2} + 3)\sqrt{3} + (5 - \boxed{3})\sqrt{11}$$

$$= \boxed{5}\sqrt{3} + \boxed{2}\sqrt{11}$$

tip

근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산하면 돼.

$$(9) 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$= (7 - \boxed{4})\sqrt{5} + (2 + \boxed{3})\sqrt{2}$$

$$= \boxed{3}\sqrt{5} + \boxed{5}\sqrt{2}$$

$$(10) 3\sqrt{7} + 13\sqrt{6} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{6}$$

$$= 13\sqrt{6} - \boxed{3}\sqrt{6} + \boxed{3}\sqrt{7} + 2\sqrt{7}$$

$$= (13 - \boxed{3})\sqrt{6} + (\boxed{3} + 2)\sqrt{7}$$

$$= \boxed{10}\sqrt{6} + \boxed{5}\sqrt{7}$$

$$(11) \sqrt{32} + \sqrt{18} = \boxed{4}\sqrt{2} + \boxed{3}\sqrt{2}$$

$$= (\boxed{4} + \boxed{3})\sqrt{2} = \boxed{7}\sqrt{2}$$

tip

$\sqrt{a^2b}$ 의 꼴은 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 고친 후 계산해.

$$(12) \sqrt{125} - \sqrt{20} = \boxed{5}\sqrt{5} - \boxed{2}\sqrt{5}$$

$$= (\boxed{5} - \boxed{2})\sqrt{5} = \boxed{3}\sqrt{5}$$

$$(13) \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48} = \boxed{3}\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + \boxed{4}\sqrt{3}$$

$$= (\boxed{3} - 2 + \boxed{4})\sqrt{3}$$

$$= \boxed{5}\sqrt{3}$$

2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ 답 $6\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{6} + 5\sqrt{6}$ 답 $7\sqrt{6}$

(3) $2\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$ 답 $9\sqrt{3}$

(4) $6\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$ 답 $3\sqrt{7}$

(5) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

(6) $7\sqrt{11} - 4\sqrt{11}$ 답 $3\sqrt{11}$

(7) $5\sqrt{10} - 8\sqrt{10}$ 답 $-3\sqrt{10}$

(8) $-15\sqrt{13} - 5\sqrt{13}$ 답 $-20\sqrt{13}$

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$ 답 $6\sqrt{2}$
(주어진 식) = $(4+5-3)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

(2) $6\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$
(주어진 식) = $(6-7+4)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

(3) $-5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} + 8\sqrt{7}$ 답 $5\sqrt{7}$
(주어진 식) = $(-5+2+8)\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

(4) $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$
(주어진 식) = $(2+4-5)\sqrt{5} = \sqrt{5}$

(5) $7\sqrt{6} - 6\sqrt{6} + 4\sqrt{6}$ 답 $5\sqrt{6}$
(주어진 식) = $(7-6+4)\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

(6) $7\sqrt{10} - 4\sqrt{10} - 10\sqrt{10}$ 답 $-7\sqrt{10}$
(주어진 식) = $(7-4-10)\sqrt{10} = -7\sqrt{10}$

(7) $9\sqrt{11} + 9\sqrt{11} - 15\sqrt{11}$ 답 $3\sqrt{11}$
(주어진 식) = $(9+9-15)\sqrt{11} = 3\sqrt{11}$

(8) $7\sqrt{13} - 6\sqrt{13} + 9\sqrt{13}$ 답 $10\sqrt{13}$
(주어진 식) = $(7-6+9)\sqrt{13} = 10\sqrt{13}$

4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
 답 $2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}$

(주어진 식) = $(3-1)\sqrt{2} + (5+2)\sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{5}$
 답 $\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$

(주어진 식) = $(3-2)\sqrt{3} + (-2+7)\sqrt{5} = \sqrt{3} + 5\sqrt{5}$

(3) $8\sqrt{5} - 7\sqrt{10} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$
 답 $10\sqrt{5} - 10\sqrt{10}$

(주어진 식) = $(8+2)\sqrt{5} + (-7-3)\sqrt{10} = 10\sqrt{5} - 10\sqrt{10}$

(4) $5\sqrt{7} + 2\sqrt{6} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{6}$
 답 $7\sqrt{6} + \sqrt{7}$

(주어진 식) = $(2+5)\sqrt{6} + (5-4)\sqrt{7} = 7\sqrt{6} + \sqrt{7}$

(5) $7\sqrt{11} - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{11} + 3\sqrt{6}$
 답 $-\sqrt{6} + 4\sqrt{11}$

(주어진 식) = $(-4+3)\sqrt{6} + (7-3)\sqrt{11} = -\sqrt{6} + 4\sqrt{11}$

(6) $\sqrt{13} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{13} - \sqrt{5}$
 답 $3\sqrt{5} - 2\sqrt{13}$

(주어진 식) = $(4-1)\sqrt{5} + (1-3)\sqrt{13} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{13}$

(7) $2\sqrt{7} + 13\sqrt{5} - 4\sqrt{7} - \sqrt{5}$
 답 $12\sqrt{5} - 2\sqrt{7}$

(주어진 식) = $(13-1)\sqrt{5} + (2-4)\sqrt{7} = 12\sqrt{5} - 2\sqrt{7}$

(8) $5\sqrt{11} - 4\sqrt{13} - 6\sqrt{11} - 2\sqrt{13}$
 답 $-\sqrt{11} - 6\sqrt{13}$

(주어진 식) = $(5-6)\sqrt{11} + (-4-2)\sqrt{13} = -\sqrt{11} - 6\sqrt{13}$

5 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{27}$ 답 $5\sqrt{3}$
 (주어진 식) = $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{54} + \sqrt{24}$ 답 $5\sqrt{6}$
 (주어진 식) = $3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{63} - \sqrt{28}$ 답 $\sqrt{7}$
 (주어진 식) = $3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$

(4) $\sqrt{125} - \sqrt{45}$ 답 $2\sqrt{5}$
 (주어진 식) = $5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

(5) $\sqrt{50} - \sqrt{8} + \sqrt{18}$ 답 $6\sqrt{2}$
 (주어진 식) = $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{12}$ 답 $6\sqrt{3}$
 (주어진 식) = $3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

6 배운 내용 확인하기

$a > 0$ 이고 m, n, l 이 유리수일 때

(1) $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$

(2) $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$

(3) $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} - l\sqrt{a} = (m+n-l)\sqrt{a}$

08 * 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

I-2. 근호를 포함한 식의 계산

핵심개념

1. 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 방법

- ① 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
- ② $\sqrt{a^2b}$ 의 꼴은 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 고친다.
- ③ 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한다.
- ④ 분모가 무리수이면 분모를 유리화한다.
- ⑤ 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 덧셈, 뺄셈을 한다.

$$\begin{aligned} \sqrt{a}(\sqrt{b} \pm \sqrt{c}) &= \sqrt{ab} \pm \sqrt{ac} \\ (\sqrt{a} \pm \sqrt{b})\sqrt{c} &= \sqrt{ac} \pm \sqrt{bc} \end{aligned}$$

2. a, b, c, d 가 유리수이고, \sqrt{m} 이 무리수일 때, $a + b\sqrt{m} = c + d\sqrt{m} \rightarrow a = c, b = d$
3. m, n 이 유리수이고 \sqrt{a} 가 무리수일 때, $m + n\sqrt{a}$ 가 유리수가 될 조건은 $n = 0$ 이다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

▣ 정답과 풀이 14~15쪽

1 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (\sqrt{10} - 2\sqrt{5})\sqrt{2} &= \sqrt{10} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= \sqrt{20} - 2\sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

tip

근호 안에 제곱인 수가 있으면 근호 밖으로 꺼내자.

$$\begin{aligned} (3) \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1) + \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\ &= \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{6} \\ &= -\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \sqrt{12} + \sqrt{24} \div \sqrt{3} + \frac{4}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \times \frac{1}{3} + \frac{4\sqrt{2}}{2} \\ &= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

2 다음 등식을 만족시키는 유리수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

$$(1) 2 - 3\sqrt{2} = a + b\sqrt{2} \rightarrow a = 2, b = -3$$

$$(2) 2\sqrt{6} + 1 = a + b\sqrt{6} \rightarrow a = 1, b = 2$$

$$(3) 1 + 2\sqrt{2} + a + b\sqrt{2} = 3 + 5\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow (\text{좌변}) &= (1+a) + (2+b)\sqrt{2} \\ \text{이므로 } 1+a &= 3, 2+b=5 \\ \therefore a &= 2, b=3 \end{aligned}$$

3 $2 + \sqrt{2} + a\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ 의 계산 결과가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$$\begin{aligned} \text{계산 결과가 유리수가 되려면 } m + n\sqrt{a} \text{에서 } n &= 0 \\ \text{이어야 한다. (단, } m, n \text{은 유리수, } \sqrt{a} \text{는 무리수)} \\ \text{즉, 주어진 식을 간단히 하면} \\ (\text{주어진 식}) &= 2 + (1+a-4)\sqrt{2} \\ &= 2 + (a-3)\sqrt{2} \\ \text{이므로 } a-3 &= 0 \text{이어야 한다.} \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3})$ **답** $-3+3\sqrt{2}$

(주어진 식) = $\sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{3} \times \sqrt{3}$
 $= \sqrt{18} - 3 = -3 + 3\sqrt{2}$

(2) $2\sqrt{5}(3\sqrt{3}+2\sqrt{6})$ **답** $6\sqrt{15}+4\sqrt{30}$

(주어진 식) = $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{6}$
 $= 6\sqrt{15} + 4\sqrt{30}$

(3) $(\sqrt{6}+\sqrt{7})\sqrt{2}$ **답** $2\sqrt{3}+\sqrt{14}$

(주어진 식) = $\sqrt{12} + \sqrt{14} = 2\sqrt{3} + \sqrt{14}$

(4) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{13})\sqrt{3}$ **답** $6-3\sqrt{39}$

(주어진 식) = $2\sqrt{9} - 3\sqrt{39} = 6 - 3\sqrt{39}$

(5) $\sqrt{3}(\sqrt{2}-2\sqrt{5})+\sqrt{3}(\sqrt{5}+2\sqrt{2})$

(주어진 식) = $\sqrt{6} - 2\sqrt{15} + \sqrt{15} + 2\sqrt{6}$ **답** $3\sqrt{6}-\sqrt{15}$
 $= 3\sqrt{6} - \sqrt{15}$

(6) $\sqrt{8}-\sqrt{18}+12 \div \sqrt{2}$ **답** $5\sqrt{2}$

(주어진 식) = $2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 12 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $= -\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{2}(\sqrt{27}-2)+\sqrt{12} \div \frac{\sqrt{6}}{2}$

(주어진 식) = $\sqrt{2}(3\sqrt{3}-2) + 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{6}}$ **답** $3\sqrt{6}$
 $= 3\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$

5 다음 등식을 만족시키는 유리수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

(1) $a+2\sqrt{3}-4+b\sqrt{3}=5+4\sqrt{3}$

→ $a = \boxed{9}, b = \boxed{2}$

(좌변) = $(a-4) + (2+b)\sqrt{3}$
 이므로 $a-4=5, 2+b=4$
 $\therefore a=9, b=2$

(2) $-5+a\sqrt{5}+b-\sqrt{5}=3-5\sqrt{5}$

→ $a = \boxed{-4}, b = \boxed{8}$

(좌변) = $(b-5) + (a-1)\sqrt{5}$
 이므로 $b-5=3, a-1=-5$
 $\therefore a=-4, b=8$

6 계산 결과가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하여라.

(1) $4\sqrt{5}-3+a+a\sqrt{5}$ **답** -4

(주어진 식) = $(-3+a) + (4+a)\sqrt{5}$
 이므로 $4+a=0$
 $\therefore a=-4$

(2) $2+8\sqrt{6}-3a+a\sqrt{6}$ **답** -8

(주어진 식) = $(2-3a) + (8+a)\sqrt{6}$
 이므로 $8+a=0$
 $\therefore a=-8$

(3) $5+a\sqrt{3}-\sqrt{3}-3\sqrt{3}$ **답** 4

(주어진 식) = $5 + (a-1-3)\sqrt{3} = 5 + (a-4)\sqrt{3}$
 이므로 $a-4=0$
 $\therefore a=4$

(4) $2\sqrt{2}+a\sqrt{2}+2\sqrt{2}-1$ **답** -4

(주어진 식) = $-1 + (2+a+2)\sqrt{2} = -1 + (a+4)\sqrt{2}$
 이므로 $a+4=0$
 $\therefore a=-4$

7 배운 내용 확인하기

근호를 포함한 복잡한 식의 계산 방법

- ① 괄호가 있으면 (분배) 법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
- ② $\sqrt{a^2b}$ 의 꼴은 $\boxed{a\sqrt{b}}$ 의 꼴로 고친다.
- ③ (덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈)을 먼저 계산한다.
- ④ 분모가 무리수이면 분모를 (유리화)한다.
- ⑤ 근호 안의 수가 (같은) 것끼리 모아서 (덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈)을 한다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 15쪽

1 ○ 제곱근의 덧셈과 뺄셈 2~4

다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
- ② $6\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = 2$
- ③ $3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2\sqrt{2}$
- ④ $3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$
- ⑤ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} = 0$

답 ④

- ①, ③은 더 이상 계산할 수 없다.
- ② $6\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$
- ⑤ $2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{2} - 5\sqrt{5}$

2 ○ 제곱근의 덧셈과 뺄셈 4

$4\sqrt{6} - \sqrt{7} + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{6} = a\sqrt{6} + b\sqrt{7}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

답 7

(주어진 식) $= (4-2)\sqrt{6} + (-1+6)\sqrt{7} = 2\sqrt{6} + 5\sqrt{7}$
따라서 $a=2, b=5$ 이므로 $a+b=7$

3 ○ 제곱근의 덧셈과 뺄셈 4, 5

$-\sqrt{80} + 4\sqrt{18} + \sqrt{45} - \sqrt{72}$ 를 간단히 하여라.

답 $6\sqrt{2} - \sqrt{5}$

(주어진 식) $= -4\sqrt{5} + 12\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 6\sqrt{2}$
 $= (12-6)\sqrt{2} + (-4+3)\sqrt{5}$
 $= 6\sqrt{2} - \sqrt{5}$

4 ○ 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 1, 4

$\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{6}) - \sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{6})$ 을 간단히 하면?

- ① $-6\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ $-2\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

답 ①

(주어진 식) $= \sqrt{15} - \sqrt{18} - \sqrt{15} - \sqrt{18} = -2\sqrt{18} = -6\sqrt{2}$

5 ○ 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 4, 5

$\sqrt{32} + 2\sqrt{15} \div \sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

답 5

(좌변) $= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{15} \times \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

따라서 $a=3, b=2$ 이므로 $a+b=5$

6 ○ 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 4, 5

$\frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{40} - 6}{\sqrt{10}} = a + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

답 ③

(주어진 식) $= \frac{15 - 2\sqrt{10}}{5} + \frac{20 - 6\sqrt{10}}{10}$
 $= 3 - \frac{2\sqrt{10}}{5} + 2 - \frac{3\sqrt{10}}{5} = 5 - \sqrt{10}$

따라서 $a=5, b=-1$ 이므로 $a-b=6$

7 ○ 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 6

$2a - 3a\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 15$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하여라.

답 $-\frac{5}{3}$

$2a - 3a\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 15 = (2a+15) - (3a+5)\sqrt{2}$

따라서 $3a+5=0$ 이어야 하므로 $a = -\frac{5}{3}$

8 ○ 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 6

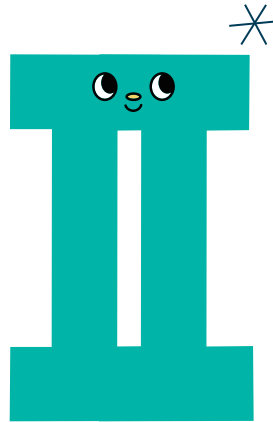
$\sqrt{3}(\sqrt{21} - 2\sqrt{3}) + 5a - a\sqrt{7}$ 이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 2 ⑤ 3

답 ⑤

$\sqrt{3}(\sqrt{21} - 2\sqrt{3}) + 5a - a\sqrt{7} = 3\sqrt{7} - 6 + 5a - a\sqrt{7}$
 $= (-6+5a) + (3-a)\sqrt{7}$

따라서 $3-a=0$ 이어야 하므로 $a=3$



다항식의 곱셈과 인수분해

학습주제	쪽수
1. 다항식의 곱셈	
01 다항식의 곱셈	59
02 곱셈 공식 (1)	61
03 곱셈 공식 (2)	63
04 곱셈 공식 (3)	65
05 곱셈 공식 (4)	67
스스로 점검하기	69
06 곱셈 공식을 이용한 수의 계산	70
07 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산	72
08 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화	73
09 곱셈 공식의 변형	74
10 곱셈 공식을 이용하여 식의 값 구하기	76
스스로 점검하기	77

학습주제	쪽수
2. 인수분해	
01 인수와 인수분해의 뜻	79
02 공통인수를 이용한 인수분해	80
스스로 점검하기	82
03 인수분해 공식 (1)	83
04 완전제곱식이 될 조건	85
05 인수분해 공식 (2)	86
스스로 점검하기	88
06 인수분해 공식 (3)	89
07 인수분해 공식 (4)	91
스스로 점검하기	94
08 복잡한 식의 인수분해 (1)	95
09 복잡한 식의 인수분해 (2)	96
10 인수분해 공식의 활용 (1)	98
11 인수분해 공식의 활용 (2)	100
스스로 점검하기	102

1. 다항식의 곱셈

01 다항식의 곱셈

1. 다항식과 다항식의 곱셈

- ① 분배법칙을 이용하여 전개한다.
- ② 전개한 식에 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 간단히 정리한다.

$$(a+b)(c+d) = \underset{\text{①}}{ac} + \underset{\text{②}}{ad} + \underset{\text{③}}{bc} + \underset{\text{④}}{bd}$$

2. 곱셈 공식

- (1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- (2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- (3) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- (4) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- (5) $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

참고 $(-a-b)^2 = \{- (a+b)\}^2 = (a+b)^2$, $(-a+b)^2 = \{- (a-b)\}^2 = (a-b)^2$
 $(-a+b)(-a-b) = (-a)^2 - b^2 = a^2 - b^2$, $(-a+b)(a+b) = (b-a)(b+a) = b^2 - a^2$

02 곱셈 공식의 활용

1. 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

- (1) 수의 제곱의 계산
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 또는 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하여 계산한다.
- (2) 두 수의 곱의 계산
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 또는 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하여 계산한다.

2. 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

분모가 두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수이면 곱셈 공식 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화한다.

→ $a > 0, b > 0$ 이고, $a \neq b$ 일 때

$$\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

3. 곱셈 공식의 변형

- (1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
 $= (a-b)^2 + 2ab$
- (2) $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
- (3) $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

참고 $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$
 $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4, \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4$$

01 * 다항식의 곱셈

핵심개념

다항식과 다항식의 곱셈

- 1 분배법칙을 이용하여 전개한다.
- 2 전개한 식에 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 간단히 정리한다.

$$(a+b)(c+d) = \overset{1}{a}c + \overset{2}{a}d + \overset{3}{b}c + \overset{4}{b}d$$

예 $(x+2y)(2x+y) = \overset{1}{x}2x + \overset{2}{x}y + \overset{3}{2y}2x + \overset{4}{2y}y$ ← 분배법칙 이용
 $= 2x^2 + xy + 4xy + 2y^2$
 $= 2x^2 + 5xy + 2y^2$ ← 동류항끼리 계산

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

◉ 정답과 풀이 16쪽

1 다음을 완성하여라.

(1) $(a+3)(a+5)$

$$= a \times a + \overset{2}{a} \times \overset{1}{5} + \overset{3}{3} \times a + \overset{4}{3} \times \overset{1}{5}$$

$$= a^2 + \overset{2}{5a} + \overset{3}{3a} + \overset{4}{15}$$

$$= \boxed{a^2 + 8a + 15}$$

(2) $(3x+y)(x-2y)$

$$= \overset{1}{3x} \times \overset{2}{x} + \overset{3}{3x} \times \overset{4}{(-2y)} + \overset{1}{y} \times \overset{2}{x} + \overset{3}{y} \times \overset{4}{(-2y)}$$

$$= \overset{1}{3x^2} - \overset{2}{6xy} + \overset{3}{xy} - \overset{4}{2y^2}$$

$$= \boxed{3x^2 - 5xy - 2y^2}$$

(3) $(a+b)(2a-b+1)$

$$= \overset{1}{a} \times \overset{2}{2a} + \overset{3}{a} \times \overset{4}{(-b)} + \overset{5}{a} \times \overset{6}{1} + \overset{1}{b} \times \overset{2}{2a} + \overset{3}{b} \times \overset{4}{(-b)} + \overset{5}{b} \times \overset{6}{1}$$

$$= \overset{1}{2}a^2 - \overset{2}{ab} + \overset{3}{a} + \overset{4}{2}ab - \overset{5}{b^2} + \overset{6}{b}$$

$$= \boxed{2a^2 + ab + a - b^2 + b}$$

2 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+2)(b+3)$

답 $ab+3a+2b+6$

(2) $(x+4)(y-1)$

답 $xy-x+4y-4$

(3) $(a-b)(2c+d)$

답 $2ac+ad-2bc-bd$

(4) $(2a-3b)(x-5y)$

답 $2ax-10ay-3bx+15by$

3 다음 식을 전개하여라.

tip

동류항이 있으면 반드시 정리해!

(1) $(a+5)(a+4)$

답 $a^2+9a+20$

(주어진 식) $= a^2 + 4a + 5a + 20 = a^2 + 9a + 20$

(2) $(x-7)(x+3)$

답 $x^2-4x-21$

(주어진 식) $= x^2 + 3x - 7x - 21 = x^2 - 4x - 21$

(3) $(y+6)(y-9)$

답 $y^2-3y-54$

(주어진 식) $= y^2 - 9y + 6y - 54 = y^2 - 3y - 54$

4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2a+3)(3a-4)$

답 $6a^2+a-12$

(주어진 식) $=6a^2-8a+9a-12$
 $=6a^2+a-12$

(2) $(4x+y)(x+5y)$

답 $4x^2+21xy+5y^2$

(주어진 식) $=4x^2+20xy+xy+5y^2$
 $=4x^2+21xy+5y^2$

(3) $(6a-b)(2a+3b)$

답 $12a^2+16ab-3b^2$

(주어진 식) $=12a^2+18ab-2ab-3b^2$
 $=12a^2+16ab-3b^2$

(4) $(-7x+2y)(9x-y)$

답 $-63x^2+25xy-2y^2$

(주어진 식) $=-63x^2+7xy+18xy-2y^2$
 $=-63x^2+25xy-2y^2$

5 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+3y)(2x+y+5)$

답 $2x^2+7xy+5x+3y^2+15y$

(주어진 식) $=2x^2+xy+5x+6xy+3y^2+15y$
 $=2x^2+7xy+5x+3y^2+15y$

(2) $(2a-5b)(4a-b+8)$

답 $8a^2-22ab+16a+5b^2-40b$

(주어진 식) $=8a^2-2ab+16a-20ab+5b^2-40b$
 $=8a^2-22ab+16a+5b^2-40b$

(3) $(-3x+4y)(5x+2y-6)$

답 $-15x^2+14xy+18x+8y^2-24y$

(주어진 식) $=-15x^2-6xy+18x+20xy+8y^2-24y$
 $=-15x^2+14xy+18x+8y^2-24y$

(4) $(6a+b-9)(3a-7)$

답 $18a^2-69a+3ab-7b+63$

(주어진 식) $=18a^2-42a+3ab-7b-27a+63$
 $=18a^2-69a+3ab-7b+63$

6 다음 식을 전개하였을 때, xy 의 계수를 구하여라.

(1) $(3x-2y)(2x+5y)$

→ xy 항이 나오는 부분만 전개하면
 $3x \times 5y - \boxed{2y} \times 2x = 15xy - \boxed{4}xy$
 $= \boxed{11}xy$
 따라서 xy 의 계수는 $\boxed{11}$ 이다.

(2) $(4x+y)(-x+4y)$

답 15

$4x \times 4y + y \times (-x) = 16xy - xy = 15xy$

(3) $(-2x+7y-3)(9x-y)$

답 65

$-2x \times (-y) + 7y \times 9x$
 $= 2xy + 63xy = 65xy$

(4) $(x-8y)(2x-3y+10)$

답 -19

$x \times (-3y) - 8y \times 2x$
 $= -3xy - 16xy = -19xy$

7 배운 내용 확인하기

(1) 다항식과 다항식의 곱셈은

- ① (분배법칙)을 이용하여 전개한다.
- ② 전개한 식에 (동류항)이 있으면 (동류항)끼리 모아
서 간단히 정리한다.

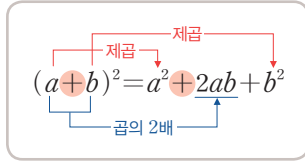
(2) $(a+b)(c+d) = \boxed{ac} + \boxed{ad} + \boxed{bc} + \boxed{bd}$

02 * 곱셈 공식 (1)

핵심개념

1. 합의 제곱

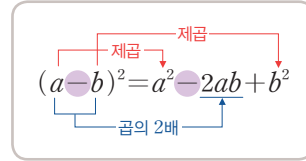
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



주의 $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$, $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$

2. 차의 제곱

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

◻ 정답과 풀이 16~17쪽

1 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + \boxed{ab} + ba + \boxed{b^2} \\ &= \boxed{a^2+2ab+b^2} \end{aligned}$$

tip

ab 와 ba 는 동류항!

$$\begin{aligned} (2) (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - \boxed{ab} - ba + \boxed{b^2} \\ &= \boxed{a^2-2ab+b^2} \end{aligned}$$

2 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) (a+5)^2 &= a^2 + 2 \times \boxed{a} \times \boxed{5} + 5^2 \\ &= a^2 + \boxed{10}a + \boxed{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (x-6)^2 &= \boxed{x^2} - 2 \times \boxed{x} \times \boxed{6} + 6^2 \\ &= x^2 - \boxed{12}x + \boxed{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (x+2y)^2 &= x^2 + 2 \times \boxed{x} \times \boxed{2y} + (2y)^2 \\ &= \boxed{x^2+4xy+4y^2} \end{aligned}$$

3 다음 식을 전개하여라.

$$(1) (a+3)^2 \quad \text{답} \quad \underline{a^2+6a+9}$$

$$(a+3)^2 = a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$$

$$(2) (3x+2)^2 \quad \text{답} \quad \underline{9x^2+12x+4}$$

$$(3x+2)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

$$(3) (a-5)^2 \quad \text{답} \quad \underline{a^2-10a+25}$$

$$(a-5)^2 = a^2 - 2 \times a \times 5 + 5^2 = a^2 - 10a + 25$$

$$(4) (x-9)^2 \quad \text{답} \quad \underline{x^2-18x+81}$$

$$(x-9)^2 = x^2 - 2 \times x \times 9 + 9^2 = x^2 - 18x + 81$$

$$(5) (4a-5)^2 \quad \text{답} \quad \underline{16a^2-40a+25}$$

$$(4a-5)^2 = (4a)^2 - 2 \times 4a \times 5 + 5^2 = 16a^2 - 40a + 25$$

$$(6) (-5x+8)^2 \quad \text{답} \quad \underline{25x^2-80x+64}$$

tip

$$\begin{aligned} (-a+b)^2 &= \{-(a-b)\}^2 = (-1)^2(a-b)^2 \\ &= (a-b)^2 \end{aligned}$$

→ $(-a+b)^2 = (a-b)^2$ 이야!

$$\begin{aligned} (-5x+8)^2 &= (5x-8)^2 \\ &= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 8 + 8^2 \\ &= 25x^2 - 80x + 64 \end{aligned}$$

4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+4b)^2$ **답** $a^2+8ab+16b^2$
 $(a+4b)^2 = a^2 + 2 \times a \times 4b + (4b)^2 = a^2 + 8ab + 16b^2$

(2) $(x+9y)^2$ **답** $x^2+18xy+81y^2$
 $(x+9y)^2 = x^2 + 2 \times x \times 9y + (9y)^2$
 $= x^2 + 18xy + 81y^2$

(3) $(2a+b)^2$ **답** $4a^2+4ab+b^2$
 $(2a+b)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times b + b^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$

(4) $(5x+3y)^2$ **답** $25x^2+30xy+9y^2$
 $(5x+3y)^2 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3y + (3y)^2$
 $= 25x^2 + 30xy + 9y^2$

(5) $(3x+8y)^2$ **답** $9x^2+48xy+64y^2$
 $(3x+8y)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 8y + (8y)^2$
 $= 9x^2 + 48xy + 64y^2$

(6) $(a-3b)^2$ **답** $a^2-6ab+9b^2$
 $(a-3b)^2 = a^2 - 2 \times a \times 3b + (3b)^2 = a^2 - 6ab + 9b^2$

(7) $(x-6y)^2$ **답** $x^2-12xy+36y^2$
 $(x-6y)^2 = x^2 - 2 \times x \times 6y + (6y)^2$
 $= x^2 - 12xy + 36y^2$

(8) $(4x-y)^2$ **답** $16x^2-8xy+y^2$
 $(4x-y)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times y + y^2 = 16x^2 - 8xy + y^2$

(9) $(-7x+2y)^2$ **답** $49x^2-28xy+4y^2$
 $(-7x+2y)^2 = (-7x)^2 + 2 \times (-7x) \times 2y + (2y)^2$
 $= 49x^2 - 28xy + 4y^2$

(10) $(-9x-5y)^2$ **답** $81x^2+90xy+25y^2$

tip
 $(-a-b)^2 = \{-(a+b)\}^2 = (-1)^2(a+b)^2$
 $= (a+b)^2$
 $\rightarrow (-a-b)^2 = (a+b)^2$ 이야!

$(-9x-5y)^2 = (9x+5y)^2$
 $= (9x)^2 + 2 \times 9x \times 5y + (5y)^2$
 $= 81x^2 + 90xy + 25y^2$

5 다음 식을 전개하여라.

(1) $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$ **답** $a^2+a+\frac{1}{4}$
 $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2 = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = a^2 + a + \frac{1}{4}$

(2) $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$ **답** $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}$
 $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 = x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16}$

(3) $\left(\frac{3}{4}a+2\right)^2$ **답** $\frac{9}{16}a^2+3a+4$
 $\left(\frac{3}{4}a+2\right)^2 = \left(\frac{3}{4}a\right)^2 + 2 \times \frac{3}{4}a \times 2 + 2^2 = \frac{9}{16}a^2 + 3a + 4$

(4) $\left(-\frac{1}{5}x+5\right)^2$ **답** $\frac{1}{25}x^2-2x+25$
 $\left(-\frac{1}{5}x+5\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}x\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{5}x\right) \times 5 + 5^2$
 $= \frac{1}{25}x^2 - 2x + 25$

(5) $\left(\frac{5}{2}x-4y\right)^2$ **답** $\frac{25}{4}x^2-20xy+16y^2$
 $\left(\frac{5}{2}x-4y\right)^2 = \left(\frac{5}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{5}{2}x \times 4y + (4y)^2$
 $= \frac{25}{4}x^2 - 20xy + 16y^2$

(6) $\left(6a-\frac{2}{3}b\right)^2$ **답** $36a^2-8ab+\frac{4}{9}b^2$
 $\left(6a-\frac{2}{3}b\right)^2 = (6a)^2 - 2 \times 6a \times \frac{2}{3}b + \left(\frac{2}{3}b\right)^2$
 $= 36a^2 - 8ab + \frac{4}{9}b^2$

(7) $\left(-a-\frac{1}{2}\right)^2$ **답** $a^2+a+\frac{1}{4}$
 $\left(-a-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(a+\frac{1}{2}\right)^2$
 $= a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2$
 $= a^2 + a + \frac{1}{4}$

6 배운 내용 확인하기

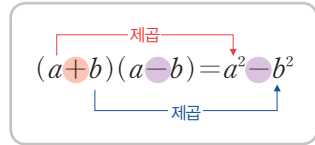
- (1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
(2) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
(3) $(-a+b)^2 = (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
(4) $(-a-b)^2 = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

03 * 곱셈 공식 (2)

핵심개념

합과 차의 곱

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



참고 $(-a+b)(a+b) = (b-a)(b+a) = b^2 - a^2$
 $(-a+b)(-a-b) = (-a)^2 - b^2 = a^2 - b^2$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

● 정답과 풀이 17~18쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - \boxed{ab} + ba - \boxed{b^2}$$

$$= \boxed{a^2 - b^2}$$

2 다음을 완성하여라.

$$(1) (a+5)(a-5) = a^2 - \boxed{5}^2$$

$$= \boxed{a^2 - 25}$$

$$(2) (7+x)(7-x) = \boxed{7}^2 - x^2$$

$$= \boxed{49 - x^2}$$

$$(3) (3a+b)(3a-b) = (\boxed{3a})^2 - b^2$$

$$= \boxed{9a^2 - b^2}$$

$$(4) (2x+3y)(2x-3y) = (\boxed{2x})^2 - (\boxed{3y})^2$$

$$= \boxed{4x^2 - 9y^2}$$

$$(5) \begin{matrix} \text{부호가 같다.} \\ \downarrow \\ (-a+6)(-a-6) = (\boxed{-a})^2 - 6^2 \\ \uparrow \\ \text{부호가 다르다.} \end{matrix}$$

$$= \boxed{a^2} - \boxed{36}$$

$$(6) \begin{matrix} \text{부호가 같다.} \\ \downarrow \\ (6a+10b)(-6a+10b) \\ \uparrow \\ \text{부호가 다르다.} \end{matrix}$$

$$= (10b + \boxed{6a})(10b - \boxed{6a})$$

$$= (10b)^2 - (\boxed{6a})^2 = 100b^2 - \boxed{36a^2}$$

3 다음 식을 전개하여라.

$$(1) (a+1)(a-1) \quad \text{답} \quad \underline{a^2 - 1}$$

$$(2) (8+x)(8-x) \quad \text{답} \quad \underline{64 - x^2}$$

$$(3) (2x-1)(2x+1) \quad \text{답} \quad \underline{4x^2 - 1}$$

$$(4) (5a+7)(5a-7) \quad \text{답} \quad \underline{25a^2 - 49}$$

$$(5) (-x+7)(-x-7) \quad \text{답} \quad \underline{x^2 - 49}$$

$$(-x+7)(-x-7) = (-x)^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

$$(6) (-3x-4)(-3x+4) \quad \text{답} \quad \underline{9x^2 - 16}$$

$$(-3x-4)(-3x+4) = (-3x)^2 - 4^2 = 9x^2 - 16$$

4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+2b)(a-2b)$ **답** a^2-4b^2

(2) $(x-5y)(x+5y)$ **답** x^2-25y^2

(3) $(4a+b)(4a-b)$ **답** $16a^2-b^2$

(4) $(7x+y)(7x-y)$ **답** $49x^2-y^2$

(5) $(2a-9b)(2a+9b)$ **답** $4a^2-81b^2$
 $(2a-9b)(2a+9b)=(2a)^2-(9b)^2=4a^2-81b^2$

(6) $(3x+7y)(3x-7y)$ **답** $9x^2-49y^2$
 $(3x+7y)(3x-7y)=(3x)^2-(7y)^2=9x^2-49y^2$

(7) $(-a+8b)(-a-8b)$ **답** a^2-64b^2
 $(-a+8b)(-a-8b)=(-a)^2-(8b)^2=a^2-64b^2$

(8) $(-5x-y)(-5x+y)$ **답** $25x^2-y^2$
 $(-5x-y)(-5x+y)=(-5x)^2-y^2=25x^2-y^2$

(9) $(9a+4b)(-9a+4b)$ **답** $16b^2-81a^2$
 $(9a+4b)(-9a+4b)=(4b+9a)(4b-9a)$
 $= (4b)^2-(9a)^2$
 $= 16b^2-81a^2$

(10) $(2x-7y)(-2x-7y)$ **답** $49y^2-4x^2$
 $(2x-7y)(-2x-7y)=(-7y+2x)(-7y-2x)$
 $= (-7y)^2-(2x)^2=49y^2-4x^2$

5 다음 식을 전개하여라.

(1) $\left(a+\frac{1}{4}\right)\left(a-\frac{1}{4}\right)$ **답** $a^2-\frac{1}{16}$
 $\left(a+\frac{1}{4}\right)\left(a-\frac{1}{4}\right)=a^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2=a^2-\frac{1}{16}$

(2) $\left(\frac{1}{3}x-5\right)\left(\frac{1}{3}x+5\right)$ **답** $\frac{1}{9}x^2-25$
 $\left(\frac{1}{3}x-5\right)\left(\frac{1}{3}x+5\right)=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-5^2=\frac{1}{9}x^2-25$

(3) $\left(a+\frac{1}{2}b\right)\left(a-\frac{1}{2}b\right)$ **답** $a^2-\frac{1}{4}b^2$
 $\left(a+\frac{1}{2}b\right)\left(a-\frac{1}{2}b\right)=a^2-\left(\frac{1}{2}b\right)^2=a^2-\frac{1}{4}b^2$

(4) $\left(2x+\frac{1}{7}y\right)\left(2x-\frac{1}{7}y\right)$ **답** $4x^2-\frac{1}{49}y^2$
 $\left(2x+\frac{1}{7}y\right)\left(2x-\frac{1}{7}y\right)=(2x)^2-\left(\frac{1}{7}y\right)^2=4x^2-\frac{1}{49}y^2$

(5) $\left(-\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y\right)\left(\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y\right)$ **답** $\frac{4}{25}y^2-\frac{9}{16}x^2$
 $\left(-\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y\right)\left(\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y\right)=\left(\frac{2}{5}y-\frac{3}{4}x\right)\left(\frac{2}{5}y+\frac{3}{4}x\right)$
 $=\left(\frac{2}{5}y\right)^2-\left(\frac{3}{4}x\right)^2$
 $=\frac{4}{25}y^2-\frac{9}{16}x^2$

6 배운 내용 확인하기

(1) $(a+b)(a-b)=\boxed{a^2}-\boxed{b^2}$

(2) $(-a+b)(-a-b)=\boxed{a^2}-\boxed{b^2}$

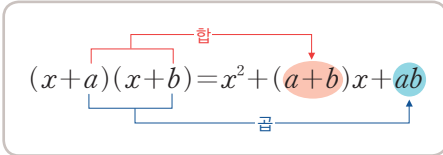
(3) $(-a+b)(a+b)=\boxed{b^2}-\boxed{a^2}$

(4) $(-a-b)(a-b)=\boxed{b^2}-\boxed{a^2}$

04 * 곱셈 공식 (3)

핵심개념

x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱
 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 18~19쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \boxed{b}x + ax + \boxed{ab}$$

$$= \boxed{x^2 + (a+b)x + ab}$$

2 다음을 완성하여라.

- (1) $(x+1)(x+3)$
 $= x^2 + (1 + \boxed{3})x + 1 \times \boxed{3}$
 $= x^2 + \boxed{4}x + \boxed{3}$
- (2) $(x+6)(x-2)$
 $= x^2 + \{6 + (\boxed{-2})\}x + 6 \times (\boxed{-2})$
 $= \boxed{x^2 + 4x - 12}$
- (3) $(x-4)(x-5)$
 $= x^2 + \{(-4) + (\boxed{-5})\}x + (-4) \times (\boxed{-5})$
 $= \boxed{x^2 - 9x + 20}$
- (4) $(a+b)(a+2b)$
 $= a^2 + (b + \boxed{2b})a + b \times \boxed{2b}$
 $= \boxed{a^2 + 3ab + 2b^2}$

3 다음 식을 전개하여라.

- (1) $(x+1)(x+6)$ **답** $x^2 + 7x + 6$
 $(x+1)(x+6) = x^2 + (1+6)x + 1 \times 6$
 $= x^2 + 7x + 6$
- (2) $(x+2)(x+5)$ **답** $x^2 + 7x + 10$
 $(x+2)(x+5) = x^2 + (2+5)x + 2 \times 5$
 $= x^2 + 7x + 10$
- (3) $(x+8)(x+3)$ **답** $x^2 + 11x + 24$
 $(x+8)(x+3) = x^2 + (8+3)x + 8 \times 3$
 $= x^2 + 11x + 24$
- (4) $(a+7)(a+2)$ **답** $a^2 + 9a + 14$
 $(a+7)(a+2) = a^2 + (7+2)a + 7 \times 2$
 $= a^2 + 9a + 14$
- (5) $(a+4)(a+9)$ **답** $a^2 + 13a + 36$
 $(a+4)(a+9) = a^2 + (4+9)a + 4 \times 9$
 $= a^2 + 13a + 36$
- (6) $(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3})$ **답** $x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$
 $(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3}) = x^2 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})x + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$
 $= x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$

4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+2)(x-6)$ 답 $x^2-4x-12$

$$(x+2)(x-6) = x^2 + (2-6)x + 2 \times (-6)$$

$$= x^2 - 4x - 12$$

(2) $(a-5)(a+3)$ 답 $a^2-2a-15$

$$(a-5)(a+3) = a^2 + (-5+3)a + (-5) \times 3$$

$$= a^2 - 2a - 15$$

(3) $(x-8)(x+9)$ 답 x^2+x-72

$$(x-8)(x+9) = x^2 + (-8+9)x + (-8) \times 9$$

$$= x^2 + x - 72$$

(4) $\left(a+\frac{3}{4}\right)\left(a-\frac{2}{3}\right)$ 답 $a^2+\frac{1}{12}a-\frac{1}{2}$

$$\left(a+\frac{3}{4}\right)\left(a-\frac{2}{3}\right) = a^2 + \left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)a + \frac{3}{4} \times \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$= a^2 + \frac{1}{12}a - \frac{1}{2}$$

5 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x-2)(x-4)$ 답 x^2-6x+8

$$(x-2)(x-4) = x^2 + (-2-4)x + (-2) \times (-4)$$

$$= x^2 - 6x + 8$$

(2) $(a-9)(a-5)$ 답 $a^2-14a+45$

$$(a-9)(a-5) = a^2 + (-9-5)a + (-9) \times (-5)$$

$$= a^2 - 14a + 45$$

(3) $(x-8)(x-1)$ 답 x^2-9x+8

$$(x-8)(x-1) = x^2 + (-8-1)x + (-8) \times (-1)$$

$$= x^2 - 9x + 8$$

(4) $\left(a-\frac{1}{5}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)$ 답 $a^2-\frac{7}{10}a+\frac{1}{10}$

$$\left(a-\frac{1}{5}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right) = a^2 + \left(-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)a + \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= a^2 - \frac{7}{10}a + \frac{1}{10}$$

6 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+3y)(x+4y)$ 답 $x^2+7xy+12y^2$

$$(x+3y)(x+4y) = x^2 + (3y+4y)x + 3y \times 4y$$

$$= x^2 + 7xy + 12y^2$$

(2) $(a+6b)(a+b)$ 답 $a^2+7ab+6b^2$

$$(a+6b)(a+b) = a^2 + (6b+b)a + 6b \times b$$

$$= a^2 + 7ab + 6b^2$$

(3) $(x+2y)(x-5y)$ 답 $x^2-3xy-10y^2$

$$(x+2y)(x-5y) = x^2 + (2y-5y)x + 2y \times (-5y)$$

$$= x^2 - 3xy - 10y^2$$

(4) $(a-7b)(a+9b)$ 답 $a^2+2ab-63b^2$

$$(a-7b)(a+9b) = a^2 + (-7b+9b)a + (-7b) \times 9b$$

$$= a^2 + 2ab - 63b^2$$

(5) $(x-4y)(x-8y)$ 답 $x^2-12xy+32y^2$

$$(x-4y)(x-8y) = x^2 + (-4y-8y)x + (-4y) \times (-8y)$$

$$= x^2 - 12xy + 32y^2$$

(6) $(a-b)\left(a+\frac{1}{3}b\right)$ 답 $a^2-\frac{2}{3}ab-\frac{1}{3}b^2$

$$(a-b)\left(a+\frac{1}{3}b\right) = a^2 + \left(-b+\frac{1}{3}b\right)a + (-b) \times \frac{1}{3}b$$

$$= a^2 - \frac{2}{3}ab - \frac{1}{3}b^2$$

(7) $\left(x-\frac{1}{6}y\right)\left(x-\frac{1}{4}y\right)$ 답 $x^2-\frac{5}{12}xy+\frac{1}{24}y^2$

$$\left(x-\frac{1}{6}y\right)\left(x-\frac{1}{4}y\right) = x^2 + \left(-\frac{1}{6}y-\frac{1}{4}y\right)x + \left(-\frac{1}{6}y\right) \times \left(-\frac{1}{4}y\right)$$

$$= x^2 - \frac{5}{12}xy + \frac{1}{24}y^2$$

7 배운 내용 확인하기

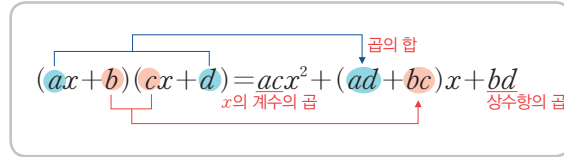
$$(x+a)(x+b) = x^2 + (\boxed{a+b})x + \boxed{ab}$$

05 * 곱셈 공식 (4)

핵심개념

x 의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 19~20쪽

1 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} & (ax+b)(cx+d) \\ &= \boxed{ac}x^2 + adx + \boxed{bc}x + bd \\ &= \boxed{acx^2 + (ad+bc)x + bd} \end{aligned}$$

2 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) & (3x+1)(5x+2) \\ &= (3 \times 5)x^2 + (3 \times \boxed{2} + 1 \times \boxed{5})x + 1 \times \boxed{2} \\ &= \boxed{15}x^2 + \boxed{11}x + \boxed{2} \\ (2) & (4x+1)(2x-3) \\ &= (4 \times \boxed{2})x^2 + \{4 \times (\boxed{-3}) + 1 \times \boxed{2}\}x \\ & \quad + 1 \times (\boxed{-3}) \\ &= \boxed{8x^2 - 10x - 3} \\ (3) & (5x-3)(4x-7) \\ &= (\boxed{5} \times 4)x^2 + \{5 \times (-7) + (-3) \times \boxed{4}\}x \\ & \quad + (\boxed{-3}) \times (\boxed{-7}) \\ &= \boxed{20x^2 - 47x + 21} \\ (4) & (2x+3y)(3x+2y) \\ &= (2 \times \boxed{3})x^2 + (2 \times \boxed{2y} + 3y \times \boxed{3})x \\ & \quad + 3y \times \boxed{2y} \\ &= \boxed{6x^2 + 13xy + 6y^2} \end{aligned}$$

3 다음 식을 전개하여라.

$$\begin{aligned} (1) & (5x+3)(2x+1) \quad \text{답} \quad \underline{10x^2 + 11x + 3} \\ & \text{(주어진 식)} = (5 \times 2)x^2 + (5 \times 1 + 3 \times 2)x + 3 \times 1 \\ & \quad = 10x^2 + 11x + 3 \\ (2) & (4x+1)(3x+5) \quad \text{답} \quad \underline{12x^2 + 23x + 5} \\ & \text{(주어진 식)} = (4 \times 3)x^2 + (4 \times 5 + 1 \times 3)x + 1 \times 5 \\ & \quad = 12x^2 + 23x + 5 \\ (3) & (3x+7)(2x+5) \quad \text{답} \quad \underline{6x^2 + 29x + 35} \\ & \text{(주어진 식)} = (3 \times 2)x^2 + (3 \times 5 + 7 \times 2)x + 7 \times 5 \\ & \quad = 6x^2 + 29x + 35 \\ (4) & (6x+5)(9x+2) \quad \text{답} \quad \underline{54x^2 + 57x + 10} \\ & \text{(주어진 식)} = (6 \times 9)x^2 + (6 \times 2 + 5 \times 9)x + 5 \times 2 \\ & \quad = 54x^2 + 57x + 10 \\ (5) & (2x+3)(8x+1) \quad \text{답} \quad \underline{16x^2 + 26x + 3} \\ & \text{(주어진 식)} = (2 \times 8)x^2 + (2 \times 1 + 3 \times 8)x + 3 \times 1 \\ & \quad = 16x^2 + 26x + 3 \\ (6) & \left(4x + \frac{1}{3}\right)\left(6x + \frac{1}{4}\right) \quad \text{답} \quad \underline{24x^2 + 3x + \frac{1}{12}} \\ & \text{(주어진 식)} = (4 \times 6)x^2 + \left(4 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times 6\right)x + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \\ & \quad = 24x^2 + 3x + \frac{1}{12} \end{aligned}$$

4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(3x-2)(4x-1)$ **답** $12x^2-11x+2$

(주어진 식) $= (3 \times 4)x^2 + \{3 \times (-1) + (-2) \times 4\}x + (-2) \times (-1)$
 $= 12x^2 - 11x + 2$

(2) $(2x-7)(8x-3)$ **답** $16x^2-62x+21$

(주어진 식) $= (2 \times 8)x^2 + \{2 \times (-3) + (-7) \times 8\}x + (-7) \times (-3)$
 $= 16x^2 - 62x + 21$

(3) $(5x-3)(4x-9)$ **답** $20x^2-57x+27$

(주어진 식) $= (5 \times 4)x^2 + \{5 \times (-9) + (-3) \times 4\}x + (-3) \times (-9)$
 $= 20x^2 - 57x + 27$

(4) $\left(9x - \frac{3}{4}\right)\left(2x - \frac{1}{6}\right)$ **답** $18x^2 - 3x + \frac{1}{8}$

(주어진 식) $= (9 \times 2)x^2 + \left\{9 \times \left(-\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) \times 2\right\}x$
 $+ \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right)$
 $= 18x^2 - 3x + \frac{1}{8}$

5 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+7)(3x-5)$ **답** $6x^2+11x-35$

(주어진 식) $= (2 \times 3)x^2 + \{2 \times (-5) + 7 \times 3\}x + 7 \times (-5)$
 $= 6x^2 + 11x - 35$

(2) $(4x+3)(5x-1)$ **답** $20x^2+11x-3$

(주어진 식) $= (4 \times 5)x^2 + \{4 \times (-1) + 3 \times 5\}x + 3 \times (-1)$
 $= 20x^2 + 11x - 3$

(3) $(7x-2)(4x+5)$ **답** $28x^2+27x-10$

(주어진 식) $= (7 \times 4)x^2 + \{7 \times 5 + (-2) \times 4\}x + (-2) \times 5$
 $= 28x^2 + 27x - 10$

(4) $(6x-5)(3x+8)$ **답** $18x^2+33x-40$

(주어진 식) $= (6 \times 3)x^2 + \{6 \times 8 + (-5) \times 3\}x + (-5) \times 8$
 $= 18x^2 + 33x - 40$

(5) $(-2x+5)(6x-3)$ **답** $-12x^2+36x-15$

(주어진 식) $= \{(-2) \times 6\}x^2 + \{(-2) \times (-3) + 5 \times 6\}x + 5 \times (-3)$
 $= -12x^2 + 36x - 15$

(6) $(9x-5)(-3x+4)$ **답** $-27x^2+51x-20$

(주어진 식) $= \{9 \times (-3)\}x^2 + \{9 \times 4 + (-5) \times (-3)\}x + (-5) \times 4$
 $= -27x^2 + 51x - 20$

6 다음 식을 전개하여라.

(1) $(4x+7y)(2x+3y)$ **답** $8x^2+26xy+21y^2$

(주어진 식) $= (4 \times 2)x^2 + (4 \times 3y + 7y \times 2)x + 7y \times 3y$
 $= 8x^2 + 26xy + 21y^2$

(2) $(3x-5y)(8x-2y)$ **답** $24x^2-46xy+10y^2$

(주어진 식)
 $= (3 \times 8)x^2 + \{3 \times (-2y) + (-5y) \times 8\}x + (-5y) \times (-2y)$
 $= 24x^2 - 46xy + 10y^2$

(3) $(5x-2y)(4x+9y)$ **답** $20x^2+37xy-18y^2$

(주어진 식) $= (5 \times 4)x^2 + \{5 \times 9y + (-2y) \times 4\}x + (-2y) \times 9y$
 $= 20x^2 + 37xy - 18y^2$

(4) $(-9x+4y)(6x-y)$ **답** $-54x^2+33xy-4y^2$

(주어진 식)
 $= \{(-9) \times 6\}x^2 + \{(-9) \times (-y) + 4y \times 6\}x + 4y \times (-y)$
 $= -54x^2 + 33xy - 4y^2$

(5) $(-4x-3y)(-5x+6y)$

(주어진 식) **답** $20x^2-9xy-18y^2$
 $= \{(-4) \times (-5)\}x^2 + \{(-4) \times 6y + (-3y) \times (-5)\}x$
 $+ (-3y) \times 6y$
 $= 20x^2 - 9xy - 18y^2$

(6) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right)$

답 $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{72}xy - \frac{1}{12}y^2$
(주어진 식)
 $= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)x^2 + \left\{\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}y\right) + \frac{1}{3}y \times \frac{1}{3}\right\}x + \frac{1}{3}y \times \left(-\frac{1}{4}y\right)$
 $= \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{72}xy - \frac{1}{12}y^2$

7 배운 내용 확인하기

$(ax+b)(cx+d)$
 $= \boxed{ac}x^2 + (\boxed{ad} + \boxed{bc})x + \boxed{bd}$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 20쪽

1 ○ 다항식의 곱셈 6

$(2x-7y)(3x+4y-1)$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 구하여라.

답 -13

xy 항이 나오는 부분만 전개하면

$$2x \times 4y - 7y \times 3x = 8xy - 21xy = -13xy$$

따라서 xy 의 계수는 -13이다.

2 ○ 곱셈 공식 (1) 4, 곱셈 공식 (2) 3, 곱셈 공식 (3) 6, 곱셈 공식 (4) 5

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(2x+7y)^2 = 4x^2 + 28xy + 49y^2$
- ② $(5x-1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$
- ③ $(-4-3x)(4-3x) = 16 - 9x^2$
- ④ $(x-2y)(x-6y) = x^2 - 8xy + 12y^2$
- ⑤ $(3x+2)(9x-8) = 27x^2 - 6x - 16$

답 ③

$$\begin{aligned} \text{③ } (-4-3x)(4-3x) &= (-3x-4)(-3x+4) \\ &= (-3x)^2 - 4^2 \\ &= 9x^2 - 16 \end{aligned}$$

3 ○ 곱셈 공식 (1) 5

다음 중 $(-\frac{1}{3}x-1)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

- ① $(x-3)^2$ ② $-\frac{1}{3}(x-1)^2$ ③ $\frac{1}{3}(x+1)^2$
- ④ $\frac{1}{9}(x-3)^2$ ⑤ $\frac{1}{9}(x+3)^2$

답 ⑤

$$\left(-\frac{1}{3}x-1\right)^2 = \left[-\frac{1}{3}(x+3)\right]^2 = \frac{1}{9}(x+3)^2$$

4 ○ 곱셈 공식 (2) 3

다음 중 전개식이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $(a+2)(a-2)$ ② $(-2+a)(2+a)$
- ③ $-(2+a)(2-a)$ ④ $(a-2)(-a+2)$
- ⑤ $(2-a)(-2-a)$

답 ④

$$\begin{aligned} \text{① } (a+2)(a-2) &= a^2 - 4 \\ \text{② } (-2+a)(2+a) &= (a-2)(a+2) = a^2 - 4 \\ \text{③ } -(2+a)(2-a) &= -(4-a^2) = a^2 - 4 \\ \text{④ } (a-2)(-a+2) &= -(a-2)^2 = -(a^2 - 4a + 4) = -a^2 + 4a - 4 \\ \text{⑤ } (2-a)(-2-a) &= (-a+2)(-a-2) = (-a)^2 - 2^2 = a^2 - 4 \end{aligned}$$

5 ○ 곱셈 공식 (2) 3

다음 중 $(1-x)(1+x)(1+x^2)$ 을 바르게 전개한 것은?

- ① $1-x^2$ ② $1+x^2$ ③ $x+x^2$
- ④ $1-x^4$ ⑤ $1+x^4$

답 ④

$$(1-x)(1+x)(1+x^2) = (1-x^2)(1+x^2) = 1-x^4$$

6 ○ 곱셈 공식 (3) 4

$(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{6}) = x^2 + ax + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하여라.

답 $\frac{1}{4}$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{6}\right) = x^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right)x + \left(-\frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{6} = x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{12}$$

따라서 $a = -\frac{1}{3}, b = -\frac{1}{12}$ 이므로

$$b-a = -\frac{1}{12} - \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

7 ○ 곱셈 공식 (4) 6

$(2x-y)(6x+7y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수와 y^2 의 계수의 합을 구하여라.

답 1

$$(2x-y)(6x+7y) = 12x^2 + 8xy - 7y^2$$

따라서 xy 의 계수는 8, y^2 의 계수는 -7이므로

$$8 + (-7) = 1$$

8 ○ 곱셈 공식 (4) 3, 5

다음 식을 전개하였을 때, x 의 계수가 가장 작은 것은?

- ① $(2x+1)(x+3)$ ② $(9x-7)(3x+2)$
- ③ $(3x-1)(2x+5)$ ④ $(4x+3)(5x-2)$
- ⑤ $(6x+4)(7x-3)$

답 ②

$$\text{① } (2x+1)(x+3) = 2x^2 + 7x + 3 \rightarrow 7$$

$$\text{② } (9x-7)(3x+2) = 27x^2 - 3x - 14 \rightarrow -3$$

$$\text{③ } (3x-1)(2x+5) = 6x^2 + 13x - 5 \rightarrow 13$$

$$\text{④ } (4x+3)(5x-2) = 20x^2 + 7x - 6 \rightarrow 7$$

$$\text{⑤ } (6x+4)(7x-3) = 42x^2 + 10x - 12 \rightarrow 10$$

06 * 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

II-1. 다항식의 곱셈

핵심개념

1. 수의 제곱의 계산

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 또는 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하여 계산한다.

2. 두 수의 곱의 계산

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 또는 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ 를 이용하여 계산한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

● 정답과 풀이 20~21쪽

1 곱셈 공식 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 을 이용하여 102^2 을 계산하는 과정을 완성하여라.

→ 변형한 수: $(\boxed{100} + 2)^2$

→ 계산하면

$$\begin{aligned} 102^2 &= (\boxed{100} + 2)^2 \\ &= \boxed{100}^2 + 2 \times \boxed{100} \times 2 + 2^2 \\ &= 10000 + \boxed{400} + 4 \\ &= \boxed{10404} \end{aligned}$$

2 다음 수를 곱셈 공식을 이용할 수 있도록 변형한 후 계산하여라.

(1) 105^2

→ 변형한 수: $(100 + 5)^2$

→ 계산 결과: 11025

$$\begin{aligned} (100+5)^2 &= 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2 \\ &= 10000 + 1000 + 25 = 11025 \end{aligned}$$

(2) 53^2

→ 변형한 수: $(50+3)^2$

→ 계산 결과: 2809

$$\begin{aligned} (50+3)^2 &= 50^2 + 2 \times 50 \times 3 + 3^2 \\ &= 2500 + 300 + 9 = 2809 \end{aligned}$$

(3) 3.2^2

→ 변형한 수: $(3+0.2)^2$

→ 계산 결과: 10.24

$$\begin{aligned} (3+0.2)^2 &= 3^2 + 2 \times 3 \times 0.2 + 0.2^2 \\ &= 9 + 1.2 + 0.04 = 10.24 \end{aligned}$$

3 곱셈 공식 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하여 49^2 을 계산하는 과정을 완성하여라.

→ 변형한 수: $(\boxed{50} - 1)^2$

→ 계산하면

$$\begin{aligned} 49^2 &= (\boxed{50} - 1)^2 \\ &= \boxed{50}^2 - 2 \times \boxed{50} \times 1 + 1^2 \\ &= 2500 - \boxed{100} + 1 \\ &= \boxed{2401} \end{aligned}$$

4 다음 수를 곱셈 공식을 이용할 수 있도록 변형한 후 계산하여라.

(1) 99^2

→ 변형한 수: $(100 - 1)^2$

→ 계산 결과: 9801

$$\begin{aligned} (100-1)^2 &= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 = 9801 \end{aligned}$$

(2) 68^2

→ 변형한 수: $(70-2)^2$

→ 계산 결과: 4624

$$\begin{aligned} (70-2)^2 &= 70^2 - 2 \times 70 \times 2 + 2^2 \\ &= 4900 - 280 + 4 = 4624 \end{aligned}$$

(3) 2.7^2

→ 변형한 수: $(3-0.3)^2$

→ 계산 결과: 7.29

$$\begin{aligned} (3-0.3)^2 &= 3^2 - 2 \times 3 \times 0.3 + 0.3^2 \\ &= 9 - 1.8 + 0.09 = 7.29 \end{aligned}$$

5 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 103×97 을 계산하는 과정을 완성하여라.

→ 변형한 수: $(100 + \boxed{3})(100 - \boxed{3})$
 → 계산하면
 $103 \times 97 = (100 + \boxed{3})(100 - \boxed{3})$
 $= 100^2 - \boxed{3}^2$
 $= 10000 - \boxed{9}$
 $= \boxed{9991}$

6 다음 수를 곱셈 공식을 이용할 수 있도록 변형한 후 계산하여라.

(1) 51×49
 → 변형한 수: $(50+1)(50-1)$
 → 계산 결과: 2499
 $(50+1)(50-1) = 50^2 - 1^2 = 2500 - 1 = 2499$

(2) 102×98
 → 변형한 수: $(100+2)(100-2)$
 → 계산 결과: 9996
 $(100+2)(100-2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$

(3) 2.8×3.2
 → 변형한 수: $(3-0.2)(3+0.2)$
 → 계산 결과: 8.96
 $(3-0.2)(3+0.2) = 3^2 - 0.2^2 = 9 - 0.04 = 8.96$

7 곱셈 공식 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ 를 이용하여 53×51 을 계산하는 과정을 완성하여라.

→ 변형한 수: $(50 + \boxed{3})(50 + \boxed{1})$
 → 계산하면
 $53 \times 51 = (50 + \boxed{3})(50 + \boxed{1})$
 $= 50^2 + (\boxed{3} + \boxed{1}) \times 50 + 3 \times \boxed{1}$
 $= 2500 + \boxed{200} + 3$
 $= \boxed{2703}$

8 다음 수를 곱셈 공식을 이용할 수 있도록 변형한 후 계산하여라.

(1) 102×103
 → 변형한 수: $(100+2)(100+3)$
 → 계산 결과: 10506
 $(100+2)(100+3) = 100^2 + (2+3) \times 100 + 2 \times 3$
 $= 10000 + 500 + 6 = 10506$

(2) 88×89
 → 변형한 수: $(90-2)(90-1)$
 → 계산 결과: 7832
 $(90-2)(90-1) = 90^2 + \{(-2) + (-1)\} \times 90 + (-2) \times (-1)$
 $= 8100 - 270 + 2 = 7832$

(3) 3.3×3.5
 → 변형한 수: $(3+0.3)(3+0.5)$
 → 계산 결과: 11.55
 $(3+0.3)(3+0.5) = 3^2 + (0.3+0.5) \times 3 + 0.3 \times 0.5$
 $= 9 + 2.4 + 0.15 = 11.55$

9 다음 수의 계산을 가장 편리하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 <보기> 중 고르고, 그 공식을 이용하여 계산하여라.

보기

ㄱ. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ㄴ. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ㄷ. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ㄹ. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

(1) 73×67
 곱셈 공식: ㄷ, 답 4891
 $73 \times 67 = (70+3)(70-3) = 4891$

(2) 6.9×7.2
 곱셈 공식: ㄹ, 답 49.68
 $6.9 \times 7.2 = (7-0.1)(7+0.2) = 49.68$

(3) 51^2
 곱셈 공식: ㄱ, 답 2601
 $51^2 = (50+1)^2 = 2601$

(4) 98^2
 곱셈 공식: ㄴ, 답 9604
 $98^2 = (100-2)^2 = 9604$

07 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산

II-1. 다항식의 곱셈

핵심개념

근호를 포함한 식의 계산은 제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용하여 계산한다.

- (1) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$
- (2) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$
- (3) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$
- (4) $(\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} + c) = a + (b+c)\sqrt{a} + bc$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 2쪽

1 다음을 완성하여라.

- (1) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$
 $= \boxed{2} + 2\sqrt{\boxed{6}} + 3$
 $= \boxed{5+2\sqrt{6}}$
- (2) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
 $= \boxed{5} - 2\sqrt{\boxed{10}} + 2$
 $= \boxed{7-2\sqrt{10}}$
- (3) $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2$
 $= 7 - \boxed{5} = \boxed{2}$
- (4) $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} + 1) = (\sqrt{2})^2 + (3+1)\sqrt{2} + \boxed{3} \times 1$
 $= \boxed{2} + \boxed{4}\sqrt{2} + 3$
 $= \boxed{5+4\sqrt{2}}$

2 다음 식을 전개하여라.

- (1) $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$ **답** $8+2\sqrt{15}$
 $(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 3 + 2\sqrt{15} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$
- (2) $(\sqrt{7} + 3)^2$ **답** $16+6\sqrt{7}$
 $(\sqrt{7} + 3)^2 = 7 + 6\sqrt{7} + 9 = 16 + 6\sqrt{7}$
- (3) $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2$ **답** $17+4\sqrt{15}$
 $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 12 + 4\sqrt{15} + 5 = 17 + 4\sqrt{15}$
- (4) $(\sqrt{6} + 3\sqrt{2})^2$ **답** $24+12\sqrt{3}$
 $(\sqrt{6} + 3\sqrt{2})^2 = 6 + 6\sqrt{12} + 18 = 24 + 12\sqrt{3}$

- (5) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$ **답** $10-2\sqrt{21}$
 $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = 7 - 2\sqrt{21} + 3 = 10 - 2\sqrt{21}$
- (6) $(\sqrt{5} - 2)^2$ **답** $9-4\sqrt{5}$
 $(\sqrt{5} - 2)^2 = 5 - 4\sqrt{5} + 4 = 9 - 4\sqrt{5}$
- (7) $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ **답** $21-6\sqrt{6}$
 $(3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 18 - 6\sqrt{6} + 3 = 21 - 6\sqrt{6}$
- (8) $(\sqrt{10} - 3\sqrt{2})^2$ **답** $28-12\sqrt{5}$
 $(\sqrt{10} - 3\sqrt{2})^2 = 10 - 6\sqrt{20} + 18 = 28 - 12\sqrt{5}$
- (9) $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})$ **답** -2
 $(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5}) = 3 - 5 = -2$
- (10) $(\sqrt{17} + 4)(\sqrt{17} - 4)$ **답** 1
 $(\sqrt{17} + 4)(\sqrt{17} - 4) = 17 - 16 = 1$
- (11) $(-3 + \sqrt{10})(-3 - \sqrt{10})$ **답** -1
 $(-3 + \sqrt{10})(-3 - \sqrt{10}) = 9 - 10 = -1$
- (12) $(3\sqrt{2} + \sqrt{15})(3\sqrt{2} - \sqrt{15})$ **답** 3
 $(3\sqrt{2} + \sqrt{15})(3\sqrt{2} - \sqrt{15}) = 18 - 15 = 3$
- (13) $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3})$ **답** -7
 $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{5} - 3\sqrt{3}) = 20 - 27 = -7$
- (14) $(2\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} + 5)$ **답** $19+13\sqrt{2}$
 $(2\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} + 5) = 4 + (10+3)\sqrt{2} + 15 = 19 + 13\sqrt{2}$
- (15) $(2\sqrt{3} + 4)(3\sqrt{3} - 2)$ **답** $10+8\sqrt{3}$
 $(2\sqrt{3} + 4)(3\sqrt{3} - 2) = 18 + (-4+12)\sqrt{3} - 8 = 10 + 8\sqrt{3}$

08 * 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

II-1. 다항식의 곱셈

핵심개념

곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

분모가 두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수이면 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화한다.

→ $a > 0, b > 0$ 이고, $a \neq b$ 일 때

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

◀ 정답과 풀이 21~22쪽

1 다음 분수의 분모를 유리화하여라.

$$(1) \frac{4}{2+\sqrt{3}} = \frac{4(\boxed{2-\sqrt{3}})}{(2+\sqrt{3})(\boxed{2-\sqrt{3}})}$$

$$= \frac{\boxed{8-4\sqrt{3}}}{4-\boxed{3}} = \boxed{8-4\sqrt{3}}$$

$$(2) \frac{2}{\sqrt{5}-2} \quad \text{답} \quad \underline{2\sqrt{5}+4}$$

(주어진 식) = $\frac{2(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{2\sqrt{5}+4}{5-4} = 2\sqrt{5}+4$

$$(3) \frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \quad \text{답} \quad \underline{\frac{3\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{2}}$$

(주어진 식) = $\frac{3(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{3\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{2}$

$$(4) \frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad \text{답} \quad \underline{5\sqrt{3}+5\sqrt{2}}$$

(주어진 식) = $\frac{5(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 5\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

$$(5) \frac{6}{2\sqrt{2}+3} \quad \text{답} \quad \underline{-12\sqrt{2}+18}$$

(주어진 식) = $\frac{6(2\sqrt{2}-3)}{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)} = \frac{12\sqrt{2}-18}{8-9} = -12\sqrt{2}+18$

2 다음 분수의 분모를 유리화하여라.

tip

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 과 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,
 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 을 이용해.

$$(1) \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(\boxed{2-\sqrt{3}})}$$

$$= \frac{\boxed{7-4\sqrt{3}}}{4-\boxed{3}} = \boxed{7-4\sqrt{3}}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \quad \text{답} \quad \underline{-5-2\sqrt{6}}$$

(주어진 식) = $\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{5+2\sqrt{6}}{-1} = -5-2\sqrt{6}$

$$(3) \frac{2\sqrt{5}+3}{2\sqrt{5}-3} \quad \text{답} \quad \underline{\frac{29+12\sqrt{5}}{11}}$$

(주어진 식) = $\frac{(2\sqrt{5}+3)^2}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} = \frac{29+12\sqrt{5}}{20-9} = \frac{29+12\sqrt{5}}{11}$

$$(4) \frac{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad \text{답} \quad \underline{\frac{25-4\sqrt{6}}{23}}$$

(주어진 식) = $\frac{(4\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(4\sqrt{3}+\sqrt{2})(4\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{50-8\sqrt{6}}{48-2} = \frac{25-4\sqrt{6}}{23}$

3 배운 내용 확인하기

다음과 같은 분모에서 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화할 때 분모, 분자에 곱해야 할 수는

분모	곱해야 할 수
(1) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$	→ $\boxed{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$
(2) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$	→ $\boxed{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$
(3) $a+\sqrt{b}$	→ $\boxed{a-\sqrt{b}}$
(4) $a-\sqrt{b}$	→ $\boxed{a+\sqrt{b}}$

09 * 곱셈 공식의 변형

핵심개념

1. a^2+b^2 의 값

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$$

$$=(a-b)^2+2ab$$

2. $(a+b)^2, (a-b)^2$ 의 관계

$$(1) (a+b)^2=(a-b)^2+4ab$$

$$(2) (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 22쪽

1 다음을 완성하여라.

(1) $(a+b)^2$ 을 전개하면

$$\rightarrow (a+b)^2 = \boxed{a^2+2ab+b^2}$$

$$\rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - \boxed{2ab}$$

tip

이항을 이용!

(2) $(a-b)^2$ 을 전개하면

$$\rightarrow (a-b)^2 = \boxed{a^2-2ab+b^2}$$

$$\rightarrow a^2+b^2 = (a-b)^2 + \boxed{2ab}$$

2 다음을 완성하여라.

(1)

$$a^2+b^2=(a-b)^2+\boxed{2ab} \text{이므로}$$

$$\rightarrow (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$=a^2+b^2+2ab$$

$$=(a-b)^2+\boxed{2ab}+2ab$$

$$=(a-b)^2+\boxed{4ab}$$

(2)

$$a^2+b^2=(a+b)^2-\boxed{2ab} \text{이므로}$$

$$\rightarrow (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$=a^2+b^2-2ab$$

$$=(a+b)^2-\boxed{2ab}-2ab$$

$$=(a+b)^2-\boxed{4ab}$$

3 $x+y=4, xy=3$ 일 때, \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.

tip

$a+b, ab$ 가 주어지면

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab, (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$$

를 이용해.

$$(1) x^2+y^2=(x+y)^2-\boxed{2xy}$$

$$=4^2-\boxed{2} \times 3 = \boxed{10}$$

$$(2) (x-y)^2=(x+y)^2-\boxed{4xy}$$

$$=4^2-\boxed{4} \times 3 = \boxed{4}$$

4 $x-y=3, xy=2$ 일 때, \square 안에 알맞은 것을 써넣어라.

tip

$a-b, ab$ 가 주어지면

$$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab, (a+b)^2=(a-b)^2+4ab$$

를 이용해.

$$(1) x^2+y^2=(x-y)^2+\boxed{2xy}$$

$$=3^2+\boxed{2} \times 2 = \boxed{13}$$

$$(2) (x+y)^2=(x-y)^2+\boxed{4xy}$$

$$=3^2+\boxed{4} \times 2 = \boxed{17}$$

5 $x+y=5, xy=-2$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$(1) x^2+y^2 \quad \text{답} \quad \underline{29}$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=5^2-2 \times (-2)=25+4=29$$

$$(2) (x-y)^2 \quad \text{답} \quad \underline{33}$$

$$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=5^2-4 \times (-2)=25+8=33$$

6 $x-y=2, xy=-1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$(1) x^2+y^2 \quad \text{답} \quad \underline{2}$$

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=2^2+2 \times (-1)=4-2=2$$

$$(2) (x+y)^2 \quad \text{답} \quad \underline{0}$$

$$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=2^2+4 \times (-1)=4-4=0$$

7 $x+y=8, x^2+y^2=56$ 일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) xy

$$\begin{aligned} \rightarrow (x+y)^2 &= x^2+y^2+2xy \text{이므로} \\ 8^2 &= 56+2xy \\ 2xy &= 8 \quad \therefore xy = 4 \end{aligned}$$

tip

$x+y, x^2+y^2$ 의 값이 주어지면 xy 의 값을 구할 수 있어.

(2) $(x-y)^2 = (x+y)^2 - \square 4xy$
 $= 8^2 - \square 4 = \square 48$

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{8}{\square 4} = \square 2$

tip

분수의 덧셈은 통분 먼저!

(4) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{56}{\square 4} = \square 14$

8 $x-y=9, x^2+y^2=75$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) xy 답 -3

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= x^2+y^2-2xy \text{이므로} \\ 9^2 &= 75-2xy, 2xy = -6 \quad \therefore xy = -3 \end{aligned}$$

(2) $(x+y)^2$ 답 69

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= (x-y)^2+4xy=9^2+4 \times (-3) \\ &= 81-12=69 \end{aligned}$$

(3) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 답 3

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y-x}{xy} = \frac{-(x-y)}{xy} = \frac{-9}{-3} = 3$$

(4) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 답 -25

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{75}{-3} = -25$$

9 다음 주어진 조건에 대하여 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때

$$\begin{aligned} \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \square 2 \\ &= \square 3^2 - \square 2 = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \square 4 \\ &= \square 3^2 - \square 4 = 5 \end{aligned}$$

(2) $x - \frac{1}{x} = 7$ 일 때

$$\begin{aligned} \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \square 2 \\ &= \square 7^2 + \square 2 = \square 51 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + \square 4 \\ &= \square 7^2 + \square 4 = \square 53 \end{aligned}$$

10 다음을 구하여라.

(1) $x + \frac{1}{x} = -5$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 && \text{답 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 23} \\ &= (-5)^2 - 2 = 23 \end{aligned}$$

(2) $a + \frac{1}{a} = 4$ 일 때, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ 의 값

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12 \quad \text{답 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 12}$$

(3) $x - \frac{1}{x} = 9$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 9^2 + 2 = 83 \quad \text{답 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 83}$$

(4) $a - \frac{1}{a} = -6$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2$ 의 값

$$\begin{aligned} \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 && \text{답 } \underline{\hspace{2cm}} \text{ 40} \\ &= (-6)^2 + 4 = 40 \end{aligned}$$

11 배운 내용 확인하기

(1) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - \square 2ab$

$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + \square 2ab$$

(2) $(a+b)^2 = (a-b)^2 + \square 4ab$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - \square 4ab$$

10 * 곱셈 공식을 이용하여 식의 값 구하기

핵심개념

1. 두 수 x, y 가 주어진 경우

$x+y$ 와 xy 의 값을 구하고, 곱셈 공식의 변형을 이용하여 식의 값을 구한다.

2. $x=a+\sqrt{b}$ 의 꼴이 주어진 경우: $x-a=\sqrt{b}$ 의 꼴로 변형한 후 양변을 제곱하여 식의 값을 구한다.

$$x=a+\sqrt{b} \rightarrow x-a=\sqrt{b} \rightarrow (x-a)^2=b$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

◀ 정답과 풀이 22~23쪽

1 $x=2+\sqrt{3}, y=2-\sqrt{3}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $x+y=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=\boxed{4}$

(2) $xy=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-\boxed{3}=\boxed{1}$

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 답 4

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} = \frac{4}{1} = 4$$

(4) $x^2 + y^2$ 답 14

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 4^2 - 2 \times 1 = 14$$

(5) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 답 14

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

(6) $(x+1)(y+1) - xy$ 답 5

$$\begin{aligned} (x+1)(y+1) - xy &= xy + x + y + 1 - xy \\ &= x + y + 1 \\ &= 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

(7) $x(y+1) - y(x+1)$ 답 $2\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} x(y+1) - y(x+1) &= xy + x - xy - y \\ &= x - y \\ &= 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

2 다음을 구하여라.

(1) $x=1+\sqrt{2}$ 일 때, x^2-2x+2 의 값 답 3

$$\begin{aligned} x-1 &= \sqrt{2} \text{이므로 } (x-1)^2 = (\sqrt{2})^2 \\ x^2 - 2x + 1 &= 2 \quad \therefore x^2 - 2x = 1 \\ \therefore x^2 - 2x + 2 &= 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

(2) $x=2+\sqrt{3}$ 일 때, x^2-4x-1 의 값 답 -2

$$\begin{aligned} x-2 &= \sqrt{3} \text{이므로 } (x-2)^2 = (\sqrt{3})^2 \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \quad \therefore x^2 - 4x = -1 \\ \therefore x^2 - 4x - 1 &= -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$

(3) $x=\sqrt{5}-3$ 일 때, x^2+6x+7 의 값 답 3

$$\begin{aligned} x+3 &= \sqrt{5} \text{이므로 } (x+3)^2 = (\sqrt{5})^2 \\ x^2 + 6x + 9 &= 5 \quad \therefore x^2 + 6x = -4 \\ \therefore x^2 + 6x + 7 &= -4 + 7 = 3 \end{aligned}$$

(4) $x=2-2\sqrt{7}$ 일 때, x^2-4x+7 의 값 답 31

$$\begin{aligned} x-2 &= -2\sqrt{7} \text{이므로 } (x-2)^2 = (-2\sqrt{7})^2 \\ x^2 - 4x + 4 &= 28 \quad \therefore x^2 - 4x = 24 \\ \therefore x^2 - 4x + 7 &= 24 + 7 = 31 \end{aligned}$$

(5) $x=-2+\sqrt{5}$ 일 때, $(x+5)(x-1)$ 의 값 답 -4

$$\begin{aligned} x+2 &= \sqrt{5} \text{이므로 } (x+2)^2 = (\sqrt{5})^2 \\ x^2 + 4x + 4 &= 5 \quad \therefore x^2 + 4x = 1 \\ \therefore (x+5)(x-1) &= x^2 + 4x - 5 = 1 - 5 = -4 \end{aligned}$$

(6) $x=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$ 일 때, x^2-6x+3 의 값 답 2

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\ &= 3+2\sqrt{2} \\ \text{즉, } x-3 &= 2\sqrt{2} \text{이므로 } (x-3)^2 = (2\sqrt{2})^2 \\ x^2 - 6x + 9 &= 8 \quad \therefore x^2 - 6x = -1 \\ \therefore x^2 - 6x + 3 &= -1 + 3 = 2 \end{aligned}$$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 23쪽

1 ○ 곱셈 공식을 이용한 수의 계산 9

다음 중 주어진 수의 계산을 하는 데 가장 편리한 곱셈 공식으로 잘못 짝지은 것은?

- ① $203^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $98^2 \rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $95 \times 105 \rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ④ $47 \times 51 \rightarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 ⑤ 1001×999
 $\rightarrow (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

답 ⑤

⑤ $1001 \times 999 = (1000+1)(1000-1)$
 $\rightarrow (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

2 ○ 곱셈 공식을 이용한 수의 계산 2, 6

곱셈 공식을 이용하여 $51^2 - 52 \times 48$ 을 계산하여라.

답 105

$$\begin{aligned} 51^2 - 52 \times 48 &= (50+1)^2 - (50+2)(50-2) \\ &= 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2 - (50^2 - 2^2) \\ &= 2500 + 100 + 1 - (2500 - 4) \\ &= 105 \end{aligned}$$

3 ○ 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산 2

$(7-3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2}+5)(2\sqrt{2}-5) = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

답 51

(주어진 식) $= (49 - 42\sqrt{3} + 27) - (8 - 25)$
 $= 76 - 42\sqrt{3} + 17 = 93 - 42\sqrt{3}$
 따라서 $a=93, b=-42$ 이므로 $a+b=51$

4 ○ 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화 1

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3} + 1$ ② $\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$
 ③ $\frac{2}{3+2\sqrt{2}} = 6 - 4\sqrt{2}$ ④ $\frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$
 ⑤ $\frac{1}{4-\sqrt{2}} = -\frac{4+\sqrt{2}}{2}$

답 ⑤

⑤ $\frac{1}{4-\sqrt{2}} = \frac{4+\sqrt{2}}{(4-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})} = \frac{4+\sqrt{2}}{16-2} = \frac{4+\sqrt{2}}{14}$

5 ○ 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화 1, 2

$x = \frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3}, y = \frac{6}{\sqrt{7}+2}$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

- ① $-12 - 5\sqrt{7}$ ② $-12 + 5\sqrt{7}$
 ③ $12 + 5\sqrt{7}$ ④ $-4 - 5\sqrt{7}$
 ⑤ $-4 + 5\sqrt{7}$

답 ④

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}-3} = \frac{(\sqrt{7}+3)^2}{(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)} = -8 - 3\sqrt{7} \\ y &= \frac{6}{\sqrt{7}+2} = \frac{6(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)} = 2\sqrt{7} - 4 \\ \therefore x-y &= -8 - 3\sqrt{7} - (2\sqrt{7} - 4) = -4 - 5\sqrt{7} \end{aligned}$$

6 ○ 곱셈 공식의 변형 6

$x-y=5, xy=3$ 일 때, $(x+y)^2$ 의 값은?

- ① 30 ② 33 ③ 37
 ④ 40 ⑤ 45

답 ③

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= (x-y)^2 + 4xy = 5^2 + 4 \times 3 \\ &= 25 + 12 = 37 \end{aligned}$$

7 ○ 곱셈 공식의 변형 7

$x+y=9, x^2+y^2=45$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

답 $\frac{5}{2}$

$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ 이므로
 $9^2 = 45 + 2xy, 2xy = 36 \quad \therefore xy = 18$
 $\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{45}{18} = \frac{5}{2}$

8 ○ 곱셈 공식을 이용하여 식의 값 구하기 2

$x = \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, $x^2 - 18x + 6$ 의 값은?

- ① -5 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 5

답 ⑤

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = 9 + 4\sqrt{5} \text{에서} \\ x-9 &= 4\sqrt{5} \text{이므로 } (x-9)^2 = (4\sqrt{5})^2 \\ x^2 - 18x + 81 &= 80 \quad \therefore x^2 - 18x = -1 \\ \therefore x^2 - 18x + 6 &= -1 + 6 = 5 \end{aligned}$$

2. 인수분해

01 인수분해

1. 인수와 인수분해

- (1) **인수**: 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 곱해진 각각의 식을 처음 다항식의 인수라고 한다.
- (2) **인수분해**: 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수의 곱으로 나타내는 것을 그 다항식을 인수분해한다고 한다.

$$x^2 + 5x + 6 \xrightleftharpoons[\text{전개}]{\text{인수분해}} \underbrace{(x+2)}_{\text{인수}} \underbrace{(x+3)}_{\text{인수}}$$

2. 공통인수를 이용한 인수분해

- (1) **공통인수**: 다항식의 각 항에 공통으로 곱해져 있는 인수
- (2) **공통인수를 이용한 인수분해**: 다항식에 공통인수가 있을 때는 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다.

$$ma + mb = m(a + b)$$

공통인수를 묶어 낸다.

예) $a^2b + ab^2 = \underbrace{ab}_{\text{공통인수}} \times a + \underbrace{ab}_{\text{공통인수}} \times b = ab(a + b)$

3. 완전제곱식을 이용한 인수분해

- (1) **완전제곱식**: 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식
- (2) **완전제곱식이 될 조건**: $x^2 + ax + b (b > 0)$ 가 완전제곱식이 되기 위한 조건은 다음과 같다.
 - ① 상수항이 x 의 계수의 $\frac{1}{2}$ 의 제곱이어야 한다. $\rightarrow b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$
 - ② x 의 계수가 상수항의 제곱근의 2배이어야 한다. $\rightarrow a = \pm 2\sqrt{b}$

4. 인수분해 공식

- (1) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2, a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- (2) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- (3) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- (4) $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

$\rightarrow acx^2 + (ad + bc)x + bd$

$$\begin{array}{l} ax \\ cx \end{array} \begin{array}{l} \nearrow b \rightarrow bcx \\ \searrow d \rightarrow \underline{adx} \end{array} \begin{array}{l} (+) \\ (-) \end{array} \begin{array}{l} (ad + bc)x \\ \end{array}$$

02 복잡한 식의 인수분해

- (1) 공통 부분이 있는 경우에는 공통 부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후, 원래의 식에 대입하여 정리한다.
- (2) 항이 여러 개인 경우에는 적당한 항끼리 묶어 인수분해한다.

참고 항이 4개일 때는 (2항) + (2항)으로 묶어서 공통인수를 찾거나, 공통인수가 없으면 (3항) + (1항) 또는 (1항) + (3항)으로 묶어서 ()² - ()²의 꼴로 만들어 인수분해한다.

02 * 공통인수를 이용한 인수분해

핵심개념

1. 공통인수: 다항식의 각 항에 공통으로 곱해져 있는 인수
2. 공통인수를 이용한 인수분해: 다항식에 공통인수가 있을 때는 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다.

$$ma + mb = m(a + b)$$

공통인수

주의 인수분해할 때는 괄호 안에 공통인 인수가 남지 않도록 모두 묶어 낸다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 24쪽

1 다음을 완성하여라.

다항식 $ma + mb$ 에서 m 은 ma 의 인수이면서 동시에 mb 의 인수이다. 이때 인수 m 을 ma 와 mb 의 공통인수라고 한다.

2 다음 다항식의 공통인수를 구하여라.

(1) $ax + ay$ **답** a

(2) $3x^3 - 15x^2$ **답** $3x^2$

tip

인수분해할 때는 인수를 모두 묶어 내야 해. 이때 계수도 빠뜨리지 않도록 주의해야 해.

(3) $6xy^3 - 3x^2y^2$ **답** $3xy^2$

(4) $4x^2 + 4xy - 8x$ **답** $4x$

3 다항식을 공통인수로 묶어 내어 인수분해한 것이다. 다음을 완성하여라.

(1) $2xy^2 + 6y = \boxed{2y}(xy + 3)$

(2) $a^3 + 2a^2 = \boxed{a^2}(a + 2)$

(3) $15a^2b - 5ab = 5ab(\boxed{3a} - 1)$

(4) $ax + ay + az = \boxed{a}(x + y + z)$

(5) $2a^2b + 8a^2b^3 - 4a^3b^2 = \boxed{2a^2b}(1 + 4b^2 - 2ab)$

4 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $6a^2b - 3a$ **답** $3a(2ab-1)$

(2) $-2a^2 - 4a$ **답** $-2a(a+2)$

(3) $ab - ax + 2ay$ **답** $a(b-x+2y)$

(4) $3xy^2 - 6y^2$ **답** $3y^2(x-2)$

(5) $a^2b - a^2 + 2ab$ **답** $a(ab-a+2b)$

(6) $3x^2 + 3xy - 9x$ **답** $3x(x+y-3)$

(7) $a^2b - 3ab + 2ab^2$ **답** $ab(a-3+2b)$

5 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x(a-b) - y(a-b)$ **답** $(a-b)(x-y)$

(2) $a(x+y) - b(x+y)$ **답** $(x+y)(a-b)$

(3) $2x(a-2b) - y(a-2b)$ **답** $(a-2b)(2x-y)$

(4) $(x+y) + (2a+b)(x+y)$ **답** $(x+y)(1+2a+b)$

(5) $x(a-2b) + 2y(2b-a)$ **답** $(a-2b)(x-2y)$

tip

공통인수가 바로 보이지 않을 때는 공통인수가 생기도록 식을 변형해 봐.

(주어진 식) = $x(a-2b) - 2y(a-2b) = (a-2b)(x-2y)$

6 배운 내용 확인하기

- (1) 다항식의 각 항에 공통으로 곱해져 있는 인수를 (공통인수)라고 한다.
- (2) 다항식에 공통인수가 있을 때는 (공통인수)로 묶어 내어 인수분해한다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 24쪽

1 ○ 인수와 인수분해의 뜻 2

다음 <보기> 중 $xy(x+2y)$ 의 인수인 것만을 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------|--------------|
| ㄱ. xy | ㄴ. $x+y$ |
| ㄷ. $x+2y$ | ㄹ. $y(x+2y)$ |

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
 ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

답 ⑤

다항식 $xy(x+2y)$ 의 인수는

1. $x, y, x+2y, xy, x(x+2y), y(x+2y), xy(x+2y)$ 이다.

2 ○ 인수와 인수분해의 뜻 3

$(x+1)(x-3)$ 은 어떤 다항식을 인수분해한 것인지 구하여라.

답 x^2-2x-3

$$(x+1)(x-3) = x^2 + (-3+1)x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

따라서 $(x+1)(x-3)$ 은 다항식 x^2-2x-3 을 인수분해한 것이다.

3 ○ 공통인수를 이용한 인수분해 4

다음 중 $4x^2y-2xy$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 1 ② $2xy$ ③ $2x-1$
 ④ x^2y-xy ⑤ $xy(2x-1)$

답 ④

(주어진 식) = $2xy(2x-1)$

따라서 $4x^2y-2xy$ 의 인수가 아닌 것은 ④이다.

4 ○ 공통인수를 이용한 인수분해 5

$a(x-y)+b(y-x)$ 를 인수분해하면?

- ① $(a-b)(x-y)$ ② $(a-b)(y-x)$
 ③ $(a+b)(x-y)$ ④ $(a+b)(y-x)$
 ⑤ $(a-b)(x+y)$

답 ①

$$a(x-y)+b(y-x) = a(x-y)-b(x-y) \\ = (a-b)(x-y)$$

5 ○ 공통인수를 이용한 인수분해 4

다음 중 인수분해한 것이 옳은 것은?

- ① $2x^2y-4xy^2+8x^2y^2=2xy(x-y+4xy)$
 ② $ax+ay=a(x-y)$
 ③ $6x^2y-3xy=3xy(2x-1)$
 ④ $2ab^2+ab-a^2b=ab(2b+1+a)$
 ⑤ $6xy+3y^2=3y(2x-y)$

답 ③

$$① 2x^2y-4xy^2+8x^2y^2=2xy(x-2y+4xy)$$

$$② ax+ay=a(x+y)$$

$$④ 2ab^2+ab-a^2b=ab(2b+1-a)$$

$$⑤ 6xy+3y^2=3y(2x+y)$$

6 ○ 공통인수를 이용한 인수분해 1, 4

다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

$$5a^3x-10a^2y \begin{matrix} \textcircled{A} \\ \leftarrow \\ \textcircled{B} \end{matrix} 5a^2(ax-2y)$$

- ① ㉠의 과정을 인수분해한다고 한다.
 ② ㉡의 과정을 전개한다고 한다.
 ③ $ax-2y$ 는 $5a^3x-10a^2y$ 의 인수이다.
 ④ $5a^3x$ 와 $10a^2y$ 의 공통인수는 5이다.
 ⑤ ㉡의 과정에서 분배법칙이 사용된다.

답 ④

④ $5a^3x$ 와 $10a^2y$ 의 공통인수는 $5a^2$ 이다.

7 ○ 공통인수를 이용한 인수분해 5

$(x+2)(x-5)-3(x-5)$ 를 인수분해하여라.

답 $(x-5)(x-1)$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= (x-5)(x+2-3) \\ &= (x-5)(x-1) \end{aligned}$$

03 * 인수분해 공식 (1)

핵심개념

1. 완전제곱식: 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식

2. 완전제곱식을 이용한 인수분해

$$(1) a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$(2) a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

↑
곱의 2배

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

↑
곱의 2배

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

● 정답과 풀이 24~25쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(1) x^2 + 6x + 9$$

$$= x^2 + 2 \times x \times \boxed{3} + \boxed{3}^2$$

$$= (x + \boxed{3})^2$$

$$(2) x^2 - 10x + 25$$

$$= x^2 - 2 \times x \times \boxed{5} + \boxed{5}^2$$

$$= (x - \boxed{5})^2$$

$$(3) 4x^2 + 12x + 9$$

$$= (\boxed{2}x)^2 + 2 \times \boxed{2}x \times \boxed{3} + \boxed{3}^2$$

$$= (\boxed{2}x + \boxed{3})^2$$

$$(4) 4x^2 + 28x + 49$$

$$= (\boxed{2}x)^2 + 2 \times \boxed{2}x \times \boxed{7} + \boxed{7}^2$$

$$= (\boxed{2}x + \boxed{7})^2$$

$$(5) ax^2 - 6ax + 9a$$

$$= \boxed{a}(x^2 - 6x + 9)$$

$$= \boxed{a}(x^2 - 2 \times x \times \boxed{3} + \boxed{3}^2)$$

$$= \boxed{a}(x - \boxed{3})^2$$

2 다음 식을 인수분해하여라.

$$(1) x^2 + 4x + 4 \quad \text{답} \quad (x + 2)^2$$

$$(2) x^2 - 8x + 16 \quad \text{답} \quad (x - 4)^2$$

$$(3) x^2 + 12x + 36 \quad \text{답} \quad (x + 6)^2$$

$$(4) x^2 - 14x + 49 \quad \text{답} \quad (x - 7)^2$$

$$(5) x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} \quad \text{답} \quad (x + \frac{1}{4})^2$$

(주어진 식) = $x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{4} + (\frac{1}{4})^2 = (x + \frac{1}{4})^2$

$$(6) 9x^2 - 6x + 1 \quad \text{답} \quad (3x - 1)^2$$

(주어진 식) = $(3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x - 1)^2$

$$(7) 4x^2 + 4x + 1 \quad \text{답} \quad (2x + 1)^2$$

(주어진 식) = $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = (2x + 1)^2$

(8) $\frac{1}{4}x^2 - x + 1$ **답** $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$

(주어진 식) $= \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}x \times 1 + 1^2 = \left(\frac{1}{2}x-1\right)^2$

(9) $9x^2 - 24xy + 16y^2$ **답** $(3x-4y)^2$

(주어진 식) $= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4y + (4y)^2$
 $= (3x-4y)^2$

(10) $25x^2 + 20xy + 4y^2$ **답** $(5x+2y)^2$

(주어진 식) $= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2y + (2y)^2$
 $= (5x+2y)^2$

3 다음 식을 인수분해하여라.

tip

공통인수가 있으면 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해해.

(1) $4x^2 + 8x + 4$ **답** $4(x+1)^2$

(주어진 식) $= 4(x^2 + 2x + 1) = 4(x+1)^2$

(2) $ax^2 - 2ax + a$ **답** $a(x-1)^2$

(주어진 식) $= a(x^2 - 2x + 1) = a(x-1)^2$

(3) $3x^2 - 18xy + 27y^2$ **답** $3(x-3y)^2$

(주어진 식) $= 3(x^2 - 6xy + 9y^2) = 3(x-3y)^2$

(4) $2x^2 + 20x + 50$ **답** $2(x+5)^2$

(주어진 식) $= 2(x^2 + 10x + 25) = 2(x+5)^2$

(5) $4ax^2 + 4ax + a$ **답** $a(2x+1)^2$

(주어진 식) $= a(4x^2 + 4x + 1) = a(2x+1)^2$

(6) $25ax^2 - 20axy + 4ay^2$ **답** $a(5x-2y)^2$

(주어진 식) $= a(25x^2 - 20xy + 4y^2) = a(5x-2y)^2$

4 다음 중 인수분해한 결과가 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) $x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$ (○)

(2) $4x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2$ (×)

$4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = (2x-1)^2$

(3) $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ (○)

(4) $x^2 - 20x + 100 = (x+10)^2$ (×)

$x^2 - 20x + 100 = x^2 - 2 \times x \times 10 + 10^2 = (x-10)^2$

(5) $25x^2 + 20x + 4 = (5x+2)^2$ (○)

(6) $2x^2 + 28x + 98 = 2(x+14)^2$ (×)

$2x^2 + 28x + 98 = 2(x^2 + 14x + 49)$
 $= 2(x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2)$
 $= 2(x+7)^2$

5 배운 내용 확인하기

(1) 완전제곱식은 다항식의 (**제곱**)으로 된 식이나 그 식에 (**상수**)를 곱한 식을 말한다.

(2) $a^2 + 2ab + b^2 = (\boxed{a+b})^2$

(3) $a^2 - 2ab + b^2 = (\boxed{a-b})^2$

04 * 완전제곱식이 될 조건

핵심개념

$x^2+ax+b(b>0)$ 가 완전제곱식이 되기 위한 조건은 다음과 같다.

1. 상수항이 x 의 계수의 $\frac{1}{2}$ 의 제곱이어야 한다. $\rightarrow b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$
(x 의 계수의 $\frac{1}{2}$)²
2. x 의 계수가 상수항의 제곱근의 2배이어야 한다. $\rightarrow a = \pm 2\sqrt{b}$
 $\pm 2\sqrt{\text{상수항}}$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

● 정답과 풀이 25쪽

1 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

(1) $x^2+8x+\square$

\rightarrow (주어진 식) = $x^2+2 \times x \times \square + \square^2$
 $\therefore \square = \square^2 = 16$

(2) $x^2-6x+\square$ **답** 9

(3) $4x^2+4x+\square$ **답** 1

tip

x^2 의 계수가 1이 아닐 때

$\bullet^2 \pm 2 \times \bullet \times \blacktriangle + \blacktriangle^2 = (\bullet \pm \blacktriangle)^2$

(주어진 식) = $(2x)^2+2 \times 2x \times 1+1^2$
 $\therefore \square = 1^2 = 1$

(4) $9x^2-12x+\square$ **답** 4

(주어진 식) = $(3x)^2-2 \times 3x \times 2+2^2$
 $\therefore \square = 2^2 = 4$

(5) $4x^2+4xy+\square$ **답** y^2

(주어진 식) = $(2x)^2+2 \times 2x \times y+y^2$
 $\therefore \square = y^2$

(6) $9x^2-24xy+\square$ **답** $16y^2$

(주어진 식) = $(3x)^2-2 \times 3x \times 4y+(4y)^2$
 $\therefore \square = (4y)^2 = 16y^2$

2 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 수를 모두 구하여라.

(1) $x^2+\square x+4$ **답** ± 4

$4 = (\pm 2)^2$ 이므로
 (주어진 식) = $x^2+2 \times x \times (\pm 2) + (\pm 2)^2$
 $\therefore \square = \pm 4$

(2) $x^2+\square xy+16y^2$ **답** ± 8

$16y^2 = (\pm 4y)^2$ 이므로
 (주어진 식) = $x^2+2 \times x \times (\pm 4y) + (\pm 4y)^2$
 $\therefore \square = \pm 8$

(3) $9x^2+\square x+1$ **답** ± 6

$1 = (\pm 1)^2$ 이므로
 (주어진 식) = $(3x)^2+2 \times 3x \times (\pm 1) + (\pm 1)^2$
 $\therefore \square = \pm 6$

(4) $4x^2+\square xy+9y^2$ **답** ± 12

$9y^2 = (\pm 3y)^2$ 이므로
 (주어진 식) = $(2x)^2+2 \times 2x \times (\pm 3y) + (\pm 3y)^2$
 $\therefore \square = \pm 12$

3 배운 내용 확인하기

$x^2+ax+b(b>0)$ 가 완전제곱식이 되기 위한 조건은

(1) $x^2+ax+b = x^2+2 \times x \times \frac{a}{2} + b$
 $\rightarrow b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$
제곱 x 의 계수의 $\frac{1}{2}$ 의 제곱

(2) $x^2+ax+b = x^2+ax + (\pm\sqrt{b})^2$
 $\rightarrow a = \pm 2\sqrt{b}$
제곱근의 2배

05 * 인수분해 공식 (2)

핵심개념

두 식의 제곱의 차로 된 다항식의 인수분해는 두 식의 합과 차의 곱으로 인수분해된다.

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

제곱의 차
합
차

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

◀ 정답과 풀이 25~26쪽

1 다음을 완성하여라.

$$(1) x^2 - 16 = x^2 - \boxed{4}^2$$

$$= (x + \boxed{4})(x - \boxed{4})$$

$$(2) 4x^2 - 9y^2 = (2x)^2 - (\boxed{3y})^2$$

$$= (2x + \boxed{3y})(2x - \boxed{3y})$$

$$(3) 9a^2 - \frac{1}{4} = (3a)^2 - \left(\boxed{\frac{1}{2}}\right)^2$$

$$= \left(3a + \boxed{\frac{1}{2}}\right)\left(\boxed{3a} - \boxed{\frac{1}{2}}\right)$$

$$(4) 25x^2 - 1 = (\boxed{5x})^2 - 1$$

$$= (\boxed{5x} + 1)(\boxed{5x} - 1)$$

$$(5) -x^2 + 9y^2 = -\{x^2 - (\boxed{3y})^2\}$$

$$= -(x + \boxed{3y})(x - \boxed{3y})$$

$$(6) -16x^2 + 25 = -\{(\boxed{4x})^2 - \boxed{5}^2\}$$

$$= -(\boxed{4x} + \boxed{5})(\boxed{4x} - \boxed{5})$$

2 다음 식을 인수분해하여라.

$$(1) x^2 - 9 \quad \text{답} \quad \underline{(x+3)(x-3)}$$

$$(2) a^2 - 25 \quad \text{답} \quad \underline{(a+5)(a-5)}$$

$$(3) 16 - x^2 \quad \text{답} \quad \underline{(4+x)(4-x)}$$

(주어진 식) = $4^2 - x^2 = (4+x)(4-x)$

$$(4) x^2 - \frac{9}{4} \quad \text{답} \quad \underline{\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)}$$

(주어진 식) = $x^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$

$$(5) -x^2 + 81 \quad \text{답} \quad \underline{(9+x)(9-x)}$$

(주어진 식) = $9^2 - x^2 = (9+x)(9-x)$

$$(6) \frac{9}{4}x^2 - \frac{1}{16} \quad \text{답} \quad \underline{\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}\right)}$$

(주어진 식) = $\left(\frac{3}{2}x\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{4}\right)$

$$(7) 144 - \frac{1}{9}a^2 \quad \text{답} \quad \underline{\left(12 + \frac{1}{3}a\right)\left(12 - \frac{1}{3}a\right)}$$

(주어진 식) = $12^2 - \left(\frac{1}{3}a\right)^2 = \left(12 + \frac{1}{3}a\right)\left(12 - \frac{1}{3}a\right)$

3 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2 - 64y^2$ **답** $(x+8y)(x-8y)$
 (주어진 식) = $x^2 - (8y)^2 = (x+8y)(x-8y)$

(2) $25a^2 - 16b^2$ **답** $(5a+4b)(5a-4b)$
 (주어진 식) = $(5a)^2 - (4b)^2 = (5a+4b)(5a-4b)$

(3) $9x^2 - 64y^2$ **답** $(3x+8y)(3x-8y)$
 (주어진 식) = $(3x)^2 - (8y)^2 = (3x+8y)(3x-8y)$

(4) $\frac{1}{9}a^2 - \frac{25}{4}b^2$ **답** $(\frac{1}{3}a + \frac{5}{2}b)(\frac{1}{3}a - \frac{5}{2}b)$
 (주어진 식) = $(\frac{1}{3}a)^2 - (\frac{5}{2}b)^2 = (\frac{1}{3}a + \frac{5}{2}b)(\frac{1}{3}a - \frac{5}{2}b)$

(5) $-4x^2 + 49y^2$ **답** $-(2x+7y)(2x-7y)$
 (주어진 식) = $-(4x^2 - 49y^2) = -\{(2x)^2 - (7y)^2\}$
 $= -(2x+7y)(2x-7y)$

4 다음 식을 인수분해하여라.

tip

공통인수가 있으면 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해해.

(1) $3x^2 - 48$ **답** $3(x+4)(x-4)$
 (주어진 식) = $3(x^2 - 16) = 3(x+4)(x-4)$

(2) $4x^2 - 36$ **답** $4(x+3)(x-3)$
 (주어진 식) = $4(x^2 - 9) = 4(x+3)(x-3)$

(3) $5a^2 - 125$ **답** $5(a+5)(a-5)$
 (주어진 식) = $5(a^2 - 25) = 5(a+5)(a-5)$

(4) $3x^2 - 12y^2$ **답** $3(x+2y)(x-2y)$
 (주어진 식) = $3(x^2 - 4y^2) = 3(x+2y)(x-2y)$

(5) $-2a^2 + 72b^2$ **답** $-2(a+6b)(a-6b)$
 (주어진 식) = $-2(a^2 - 36b^2) = -2(a+6b)(a-6b)$

5 다음 중 인수분해한 결과가 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) $-x^2 + \frac{1}{4} = -(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$ (○)

(2) $-x^2 - 1 = -(x+1)(x-1)$ (×)
 $-x^2 - 1 = -(x^2 + 1)$
 이므로 더 이상 인수분해되지 않는다.

(3) $2x^2 - 2 = 2(x+1)(x-1)$ (○)

(4) $9x^2 - 16y^2 = (3x+4y)(3x-4y)$ (○)

(5) $-49x^2 + 25y^2 = (7x+5y)(7x-5y)$ (×)
 $-49x^2 + 25y^2 = -(49x^2 - 25y^2)$
 $= -(7x+5y)(7x-5y)$

6 배운 내용 확인하기

$a^2 - b^2 = (\boxed{a} + \boxed{b})(\boxed{a} - \boxed{b})$
 제곱의 차 합 차

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 26쪽

1 ○ 인수분해 공식 (1) 2

다음 중 완전제곱식으로 나타낼 수 없는 것은?

- ① $x^2 - 4x + 4$ ② $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}$
 ③ $4x^2 - 4x + 1$ ④ $9x^2 - 3x + 1$
 ⑤ $x^2 - 2x + 1$

답 ④

- ① $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ ② $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2$
 ③ $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ ⑤ $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

2 ○ 인수분해 공식 (1) 3

다음 식을 인수분해하여라.

$$8ax^2 + 40axy + 50ay^2$$

답 $2a(2x + 5y)^2$

(주어진 식) $= 2a(4x^2 + 20xy + 25y^2)$
 $= 2a\{(2x)^2 + 2 \times 2x \times 5y + (5y)^2\}$
 $= 2a(2x + 5y)^2$

3 ○ 완전제곱식이 될 조건 1

$x^2 - 14x + \square$ 를 완전제곱식으로 나타낼 때, \square 안에 알맞은 수는?

- ① 25 ② 36 ③ 49
 ④ 64 ⑤ 81

답 ③

(주어진 식) $= x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$
 $\therefore \square = 49$

4 ○ 완전제곱식이 될 조건 2

$x^2 + \square x + \frac{1}{16}$ 을 완전제곱식으로 나타낼 때, \square 안에 알맞은 수는?

- ① ± 1 ② $\pm \frac{1}{2}$ ③ $\pm \frac{1}{4}$
 ④ $\pm \frac{1}{8}$ ⑤ $\pm \frac{1}{16}$

답 ②

$\frac{1}{16} = \left(\pm \frac{1}{4}\right)^2$ 이므로
 (주어진 식) $= x^2 + 2 \times x \times \left(\pm \frac{1}{4}\right) + \left(\pm \frac{1}{4}\right)^2$ 에서
 $2 \times x \times \left(\pm \frac{1}{4}\right) = \pm \frac{1}{2}x \quad \therefore \square = \pm \frac{1}{2}$

5 ○ 인수분해 공식 (2) 2

$4x^2 - \frac{1}{9}$ 을 인수분해하여라.

답 $\left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right)$

(주어진 식) $= (2x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right)$

6 ○ 인수분해 공식 (2) 3

$25a^2 - 64b^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(5a + 8b)^2$ ② $(5a - 8b)^2$
 ③ $5(a - b)^2$ ④ $5(a + b)(a - b)$
 ⑤ $(5a + 8b)(5a - 8b)$

답 ⑤

(주어진 식) $= (5a)^2 - (8b)^2 = (5a + 8b)(5a - 8b)$

7 ○ 인수분해 공식 (2) 2

자연수 A, B에 대하여

$-49x^2 + 9 = -(Ax + B)(Ax - B)$ 일 때, AB의 값을 구하여라.

답 21

$-49x^2 + 9 = -(49x^2 - 9) = -\{(7x)^2 - 3^2\}$
 $= -(7x + 3)(7x - 3)$

따라서 $A = 7, B = 3$ 이므로 $AB = 21$

8 ○ 인수분해 공식 (2) 3

$A < 0, B > 0, C > 0$ 에 대하여

$-75x^2 + 27y^2 = A(Bx + Cy)(Bx - Cy)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C는 정수)

답 5

$-75x^2 + 27y^2 = -3(25x^2 - 9y^2) = -3(5x + 3y)(5x - 3y)$

이므로 $A = -3, B = 5, C = 3$

$\therefore A + B + C = (-3) + 5 + 3 = 5$

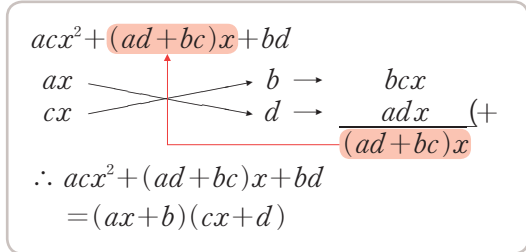
07 * 인수분해 공식 (4)

핵심개념

1. $acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 의 인수분해: $acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$

2. $acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 의 인수분해 방법

- ① 곱해서 이차항의 계수 ac 가 되는 두 수 a, c 를 세로로 놓는다.
- ② 곱해서 상수항 bd 가 되는 두 수 b, d 를 세로로 놓는다.
- ③ ①, ②의 수를 대각선으로 곱한 후 합한 것이 일차항의 계수가 되는 것을 찾는다.
- ④ $(ax+b)(cx+d)$ 의 꼴로 나타낸다.



■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 20분

● 정답과 풀이 27~28쪽

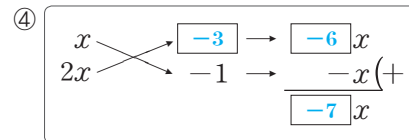
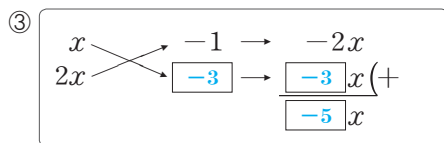
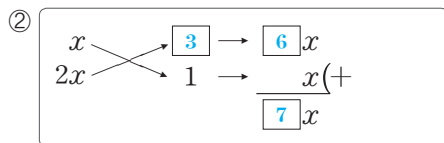
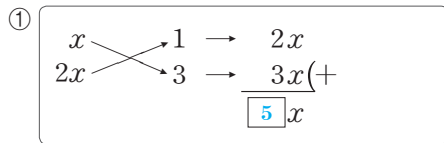
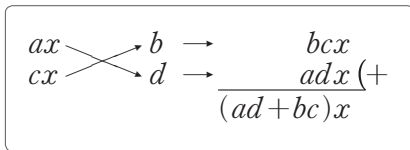
1 다항식 $2x^2 + 7x + 3$ 을 인수분해하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $2x^2 + 7x + 3$ 은 인수분해 공식

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

에서 $ac=2$, $ad+bc=7$, $bd=3$ 인 경우이다.

(2) $ac=2$ 인 두 정수 a, c 와 $bd=3$ 인 두 정수 b, d 를 구하여 다음과 같이 나타내어 보자.



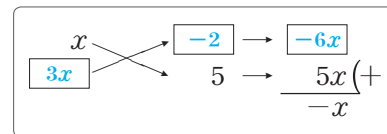
(3) (2)의 네 가지 경우에서 $ad+bc=7$ 을 만족시키는 네 정수는 $a=1$, $b=3$, $c=2$, $d=1$ 이다.

(4) $2x^2 + 7x + 3$ 을 인수분해하면

$$2x^2 + 7x + 3 = (x+3)(2x+1)$$

2 다항식을 인수분해하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $3x^2 - x - 10 = (x-2)(3x+5)$



4 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $6x^2 + 8x + 2$ **답** $2(x+1)(3x+1)$

(주어진 식) = $2(3x^2 + 4x + 1) = 2(x+1)(3x+1)$

(2) $4x^2 + 22x + 24$ **답** $2(x+4)(2x+3)$

(주어진 식) = $2(2x^2 + 11x + 12) = 2(x+4)(2x+3)$

(3) $12x^2 - 26x + 12$ **답** $2(2x-3)(3x-2)$

(주어진 식) = $2(6x^2 - 13x + 6) = 2(2x-3)(3x-2)$

(4) $12x^2 + 12x - 9$ **답** $3(2x+3)(2x-1)$

(주어진 식) = $3(4x^2 + 4x - 3) = 3(2x+3)(2x-1)$

(5) $8x^2 + 20x - 12$ **답** $4(x+3)(2x-1)$

(주어진 식) = $4(2x^2 + 5x - 3) = 4(x+3)(2x-1)$

(6) $10x^2 + 5x - 30$ **답** $5(x+2)(2x-3)$

(주어진 식) = $5(2x^2 + x - 6) = 5(x+2)(2x-3)$

(7) $12x^2 - 10x - 8$ **답** $2(2x+1)(3x-4)$

(주어진 식) = $2(6x^2 - 5x - 4) = 2(2x+1)(3x-4)$

(8) $16x^2 - 4xy - 30y^2$ **답** $2(2x-3y)(4x+5y)$

(주어진 식) = $2(8x^2 - 2xy - 15y^2) = 2(2x-3y)(4x+5y)$

(9) $8x^2 - 44xy + 48y^2$ **답** $4(x-4y)(2x-3y)$

(주어진 식) = $4(2x^2 - 11xy + 12y^2) = 4(x-4y)(2x-3y)$

(10) $9x^2 + 33xy + 18y^2$ **답** $3(x+3y)(3x+2y)$

(주어진 식) = $3(3x^2 + 11xy + 6y^2) = 3(x+3y)(3x+2y)$

(11) $14x^2 - 35xy - 21y^2$ **답** $7(x-3y)(2x+y)$

(주어진 식) = $7(2x^2 - 5xy - 3y^2) = 7(x-3y)(2x+y)$

(12) $16x^2 - 16xy - 12y^2$ **답** $4(2x+y)(2x-3y)$

(주어진 식) = $4(4x^2 - 4xy - 3y^2) = 4(2x+y)(2x-3y)$

5 배운 내용 확인하기

(1) $acx^2 + (ad + bc)x + bd$ 를 인수분해할 때에는 곱해서 일차항의 계수 ac 가 되는 두 수 a, c 를 세로로 놓고, 곱해서 상수항 bd 가 되는 두 수 b, d 를 세로로 놓는다. 앞에서 구한 수를 (대각선)으로 곱한 후 합한 것이 일차항의 계수가 되는 것을 찾아 $(ax+b)(cx+d)$ 의 꼴로 나타낸다.

(2) $acx^2 + (\boxed{ad} + \boxed{bc})xy + bdy^2$
 $= (ax + \boxed{b}y)(\boxed{c}x + dy)$

ax	\searrow	by	\rightarrow	$\boxed{bc}xy$
cx	\swarrow	dy	\rightarrow	$\boxed{ad}xy$
				$(\boxed{ad} + \boxed{bc})xy$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 28~29쪽

1 ○ 인수분해 공식 (3) 4

$x^2 + ax - 8 = (x+b)(x-1)$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15
④ 17 ⑤ 19

답 ③

$x^2 + ax - 8 = x^2 + (b-1)x - b$ 이므로
 $a = b-1, 8 = b$
따라서 $a = 7, b = 8$ 이므로 $a+b = 15$

2 ○ 인수분해 공식 (3) 4

x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱이 $x^2 + 3x - 18$ 일 때, 두 일차식의 합은?

- ① $2x-3$ ② $2x-1$ ③ $2x+1$
④ $2x+3$ ⑤ $2x+5$

답 ④

$x^2 + 3x - 18 = (x+6)(x-3)$
이므로 두 일차식의 합은
 $x+6+x-3 = 2x+3$

3 ○ 인수분해 공식 (3) 4

다음 중 두 다항식 $x^2 - 6x - 16, x^2 - 3x - 10$ 의 공통인수인 것은?

- ① $x-8$ ② $x-5$ ③ $x-2$
④ $x+2$ ⑤ $x+5$

답 ④

$x^2 - 6x - 16 = (x-8)(x+2)$
 $x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x+2$ 이다.

4 ○ 인수분해 공식 (3) 5

다음 식을 인수분해하여라.

$$3x^2 - 30xy + 72y^2$$

답 $3(x-6y)(x-4y)$

$3x^2 - 30xy + 72y^2 = 3(x^2 - 10xy + 24y^2)$
 $= 3(x-6y)(x-4y)$

5 ○ 인수분해 공식 (4) 3

$8x^2 + 2x - 15 = (ax+3)(bx-5)$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

답 ③

$8x^2 + 2x - 15 = (2x+3)(4x-5)$
따라서 $a=2, b=4$ 이므로 $a+b=6$

6 ○ 인수분해 공식 (4) 3

다음 중 다항식 $4x^2 - 11x - 3$ 의 인수를 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① $x-3$ ② $x+6$ ③ $2x-3$
④ $2x+1$ ⑤ $4x+1$

답 ①, ⑤

$4x^2 - 11x - 3 = (4x+1)(x-3)$ 이므로
다항식 $4x^2 - 11x - 3$ 의 인수는 ① $x-3, ⑤ 4x+1$ 이다.

7 ○ 인수분해 공식 (4) 4

다음 식을 인수분해하여라.

$$12ax^2 - 29ax + 15a$$

답 $a(3x-5)(4x-3)$

(주어진 식) $= a(12x^2 - 29x + 15) = a(3x-5)(4x-3)$

8 ○ 인수분해 공식 (3) 4, 인수분해 공식 (4) 3

다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

- ① $x^2 + 2x - 15 = (x-3)(x+5)$
② $x^2 - 3xy - 10y^2 = (x+2y)(x-5y)$
③ $3x^2 - 10x - 8 = (x-4)(3x+2)$
④ $3x^2 + xy - 10y^2 = (x+2y)(3x-5y)$
⑤ $12x^2 - 7x - 12 = (4x-3)(3x+4)$

답 ⑤

⑤ $12x^2 - 7x - 12 = (4x+3)(3x-4)$

08 * 복잡한 식의 인수분해 (1)

핵심개념

공통 부분이 있는 경우에는 공통 부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후, 원래의 식에 대입하여 정리한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 29쪽

1 공통 부분을 A로 놓고 인수분해하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $(x+2)^2 + 4(x+2) + 4$

→ $x+2=A$ 로 놓으면
 (주어진 식) $=A^2 + 4A + 4$
 $= (A + \boxed{2})^2$
 $= (x+2 + \boxed{2})^2$ $\left. \begin{array}{l} A=x+2\text{를} \\ \text{대입} \end{array} \right\}$
 $= (x + \boxed{4})^2$

(2) $(x+y)(x+y-3) + 2$

→ $x+y=A$ 로 놓으면
 (주어진 식)
 $=A(A-3) + 2$
 $=A^2 - 3A + 2$
 $=(A-1)(A - \boxed{2})$
 $=(x+y-1)(\boxed{x+y-2})$ $\left. \begin{array}{l} A=x+y\text{를} \\ \text{대입} \end{array} \right\}$

2 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $(x+2)^2 + 10(x+2) + 25$

$x+2=A$ 로 놓으면 **답** $(x+7)^2$
 (주어진 식) $=A^2 + 10A + 25$
 $= (A+5)^2 = (x+7)^2$

(2) $3(x-1)^2 + 7(x-1) - 10$

$x-1=A$ 로 놓으면 **답** $(x-2)(3x+7)$
 (주어진 식) $=3A^2 + 7A - 10$
 $= (A-1)(3A+10)$
 $= \{(x-1)-1\} \{3(x-1)+10\}$
 $= (x-2)(3x+7)$

(3) $(x+3)^2 - 9$

답 $x(x+6)$

$x+3=A$ 로 놓으면
 (주어진 식) $=A^2 - 9$
 $= (A+3)(A-3)$
 $= x(x+6)$

(4) $(x+2y)^2 - 4(x+2y) + 3$

$x+2y=A$ 로 놓으면 **답** $(x+2y-1)(x+2y-3)$
 (주어진 식) $=A^2 - 4A + 3$
 $= (A-1)(A-3)$
 $= (x+2y-1)(x+2y-3)$

(5) $(a+b)(a+b-1) - 12$

$a+b=A$ 로 놓으면 **답** $(a+b+3)(a+b-4)$
 (주어진 식) $=A(A-1) - 12$
 $=A^2 - A - 12$
 $= (A+3)(A-4)$
 $= (a+b+3)(a+b-4)$

(6) $(x-2y)(x-2y+2) + 1$

$x-2y=A$ 로 놓으면 **답** $(x-2y+1)^2$
 (주어진 식) $=A(A+2) + 1$
 $=A^2 + 2A + 1$
 $= (A+1)^2$
 $= (x-2y+1)^2$

(7) $(3a+b)(3a+b-3) - 10$

$3a+b=A$ 로 놓으면 **답** $(3a+b+2)(3a+b-5)$
 (주어진 식) $=A(A-3) - 10$
 $=A^2 - 3A - 10$
 $= (A+2)(A-5)$
 $= (3a+b+2)(3a+b-5)$

3 배운 내용 확인하기

복잡한 식의 인수분해를 할 때, 공통 부분이 있는 경우에는 (공통 부분)을 한 문자로 놓고 (인수분해)한 후, 원래의 식에 대입하여 정리한다.

09 * 복잡한 식의 인수분해 (2)

핵심개념

항이 여러 개인 경우에는 적당한 항끼리 묶어 인수분해한다. 특히, 항이 4개인 경우는 다음과 같이 인수분해한다.

1. 공통인수가 있는 경우: 공통인수가 생기도록 (2항)+(2항)으로 묶어 인수분해한다.
2. $A^2 - B^2$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 경우: (3항)+(1항) 또는 (1항)+(3항)으로 묶어서 $A^2 - B^2$ 의 꼴로 변형한 후 $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 를 이용하여 인수분해한다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 15분

◉ 정답과 풀이 29~30쪽

1 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) \quad xy + y + x + 1 &= (xy + y) + (x + 1) \\ &= y(\boxed{x+1}) + (\boxed{x+1}) \\ &= (\boxed{x+1})(y+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad a^2 - 2b - b^2 + 2a &= (a^2 - b^2) + (2a - 2b) \\ &= (a+b)(\boxed{a-b}) + 2(\boxed{a-b}) \\ &= (\boxed{a-b})(a+b+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad x^2 + 6x + 9 - y^2 &= (x^2 + 6x + 9) - y^2 \\ &= (\boxed{x+3})^2 - y^2 \\ &= (\boxed{x+3} + y)(\boxed{x+3} - y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad a^2 - b^2 - 4b - 4 &= a^2 - (b^2 + 4b + 4) \\ &= a^2 - (\boxed{b+2})^2 \\ &= (a + \boxed{b+2})(a - (\boxed{b+2})) \\ &= (\boxed{a+b+2})(\boxed{a-b-2}) \end{aligned}$$

2 다음 식을 인수분해하여라.

tip

공통 부분이 생기도록 (2항)+(2항)으로 묶는다.

$$(1) \quad xy - x - y + 1 \quad \underline{\text{답}} \quad (x-1)(y-1)$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (xy - x) - (y - 1) \\ &= x(y - 1) - (y - 1) \\ &= (x - 1)(y - 1) \end{aligned}$$

$$(2) \quad ax + ay - bx - by \quad \underline{\text{답}} \quad (a-b)(x+y)$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (ax + ay) - (bx + by) \\ &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

$$(3) \quad xy + 2y + x + 2 \quad \underline{\text{답}} \quad (x+2)(y+1)$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (xy + 2y) + (x + 2) \\ &= y(x + 2) + (x + 2) \\ &= (x + 2)(y + 1) \end{aligned}$$

$$(4) \quad xy - 3x - 3y + 9 \quad \underline{\text{답}} \quad (x-3)(y-3)$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (xy - 3x) - (3y - 9) \\ &= x(y - 3) - 3(y - 3) \\ &= (x - 3)(y - 3) \end{aligned}$$

$$(5) \quad ab + bc - a^2 - ac \quad \underline{\text{답}} \quad (a+c)(b-a)$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (ab + bc) - (a^2 + ac) \\ &= b(a + c) - a(a + c) \\ &= (a + c)(b - a) \end{aligned}$$

3 다음 식을 인수분해하여라.

tip

$A^2 - B^2$ 의 꼴을 먼저 인수분해한 후, 공통인수로 묶는다.

(1) $x^2 - y^2 + x + y$

답 $(x+y)(x-y+1)$

(주어진 식) $= (x^2 - y^2) + (x + y)$
 $= (x+y)(x-y) + (x+y)$
 $= (x+y)(x-y+1)$

(2) $x^2 - 9y^2 - x - 3y$

답 $(x+3y)(x-3y-1)$

(주어진 식) $= (x^2 - 9y^2) - (x + 3y)$
 $= (x+3y)(x-3y) - (x+3y)$
 $= (x+3y)(x-3y-1)$

(3) $a^2 + ac - b^2 - bc$

답 $(a-b)(a+b+c)$

(주어진 식) $= (a^2 - b^2) + (ac - bc)$
 $= (a+b)(a-b) + c(a-b)$
 $= (a-b)(a+b+c)$

4 다음 식을 인수분해하여라.

tip

$A^2 - B^2$ 의 꼴이 되도록 (3항)+(1항)으로 묶는다.

(1) $x^2 + y^2 + 2xy - 9$

답 $(x+y+3)(x+y-3)$

(주어진 식) $= (x^2 + 2xy + y^2) - 9$
 $= (x+y)^2 - 3^2$
 $= (x+y+3)(x+y-3)$

(2) $x^2 - 8x + 16 - y^2$

답 $(x+y-4)(x-y-4)$

(주어진 식) $= (x^2 - 8x + 16) - y^2 = (x-4)^2 - y^2$
 $= (x-4+y)(x-4-y) = (x+y-4)(x-y-4)$

(3) $a^2 - b^2 - 6b - 9$

답 $(a+b+3)(a-b-3)$

(주어진 식) $= a^2 - (b^2 + 6b + 9) = a^2 - (b+3)^2$
 $= (a+b+3)(a-b-3)$

(4) $x^2 - 4y^2 - 4y - 1$

답 $(x+2y+1)(x-2y-1)$

(주어진 식) $= x^2 - (4y^2 + 4y + 1) = x^2 - (2y+1)^2$
 $= (x+2y+1)(x-(2y+1)) = (x+2y+1)(x-2y-1)$

(5) $z^2 - x^2 - y^2 - 2xy$

답 $(z+x+y)(z-x-y)$

(주어진 식) $= z^2 - (x^2 + y^2 + 2xy) = z^2 - (x+y)^2$
 $= (z+x+y)(z-(x+y)) = (z+x+y)(z-x-y)$

5 다음 다항식을 (2항)+(2항) 또는 (3항)+(1항)으로 묶어 인수분해하려고 한다. 바르게 묶은 것에는 ○표, 바르게 묶지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) $a^2 + a + ab + b = (a^2 + a) + (ab + b)$ (○)

(2) $xy - xz - y + z = (xy + z) - (xz + y)$
 $xy - xz - y + z = (xy - xz) - (y - z)$ (×)

(3) $x^2 - y^2 - 4x + 4 = (x^2 - 4x + 4) - y^2$ (○)

(4) $x^2y - 2x^2 - 3y + 6 = (x^2y - 2x^2) - (3y - 6)$
(○)

(5) $x^2 - 6xy + 9y^2 - 9 = (x^2 - 9) - (6xy - 9y^2)$
 $x^2 - 6xy + 9y^2 - 9 = (x^2 - 6xy + 9y^2) - 9$ (×)

(6) $4 - x^2 - y^2 - 2xy = 4 - (x^2 + y^2 + 2xy)$
(○)

6 배운 내용 확인하기

항이 4개인 다항식은

(1) 공통인수가 있는 경우는 (공통인수)가 드러나도록 (2항)+(2항)으로 묶어 인수분해한다.

(2) $A^2 - B^2$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 경우는 (3항)+(1항) 또는 (1항)+(3항)으로 묶어서 $A^2 - B^2$ 의 꼴로 변형한 후 $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 를 이용하여 인수분해한다.

10 * 인수분해 공식의 활용 (1)

핵심개념

복잡한 수의 계산은 인수분해 공식을 활용하면 간단히 할 수 있다.

1. 공통인수로 묶어 내기

예 $12 \times 65 + 12 \times 35 = 12(65 + 35) = 12 \times 100 = 1200$

2. 제곱의 차 이용하기

예 $55^2 - 45^2 = (55 + 45)(55 - 45) = 100 \times 10 = 1000$

3. 완전제곱식 이용하기

예 $99^2 + 198 + 1 = 99^2 + 2 \times 99 \times 1 + 1^2 = (99 + 1)^2 = 100^2 = 10000$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 30쪽

1 다음을 완성하여라.

$$\begin{aligned} (1) 13 \times 63 + 13 \times 37 &= 13(\boxed{63} + \boxed{37}) \\ &= 13 \times \boxed{100} \\ &= \boxed{1300} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 25 \times 54 - 25 \times 44 &= 25(\boxed{54} - \boxed{44}) \\ &= 25 \times \boxed{10} \\ &= \boxed{250} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) 42^2 - 58^2 &= (42 + \boxed{58})(42 - \boxed{58}) \\ &= 100 \times (\boxed{-16}) \\ &= \boxed{-1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) 3 \times 65^2 - 3 \times 35^2 &= \boxed{3}(65^2 - 35^2) \\ &= \boxed{3}(65 + \boxed{35})(65 - \boxed{35}) \\ &= \boxed{3} \times 100 \times \boxed{30} \\ &= \boxed{9000} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) 98^2 + 2 \times 98 \times 2 + 2^2 &= (98 + \boxed{2})^2 \\ &= \boxed{100}^2 \\ &= \boxed{10000} \end{aligned}$$

2 다음을 계산하여라.

$$(1) 23 \times 45 - 23 \times 35 \quad \text{답} \quad \underline{\quad 230 \quad}$$

(주어진 식) = $23(45 - 35) = 23 \times 10 = 230$

$$(2) 10 \times 75 + 10 \times 25 \quad \text{답} \quad \underline{\quad 1000 \quad}$$

(주어진 식) = $10(75 + 25) = 10 \times 100 = 1000$

$$(3) 21 \times 98 + 21 \times 2 \quad \text{답} \quad \underline{\quad 2100 \quad}$$

(주어진 식) = $21(98 + 2) = 21 \times 100 = 2100$

$$(4) 98 \times 25 - 97 \times 25 \quad \text{답} \quad \underline{\quad 25 \quad}$$

(주어진 식) = $25(98 - 97) = 25 \times 1 = 25$

3 다음을 계산하여라.

(1) $100^2 - 99^2$ **답** 199
 (주어진 식) = $(100+99)(100-99) = 199 \times 1 = 199$

(2) $98^2 - 2^2$ **답** 9600
 (주어진 식) = $(98+2)(98-2) = 100 \times 96 = 9600$

(3) $47^2 - 53^2$ **답** -600
 (주어진 식) = $(47+53)(47-53) = 100 \times (-6) = -600$

(4) $3 \times 26^2 - 3 \times 24^2$ **답** 300
 (주어진 식) = $3(26^2 - 24^2) = 3(26+24)(26-24)$
 $= 3 \times 50 \times 2 = 300$

4 다음을 계산하여라.

(1) $85^2 + 30 \times 85 + 15^2$ **답** 10000
 (주어진 식) = $85^2 + 2 \times 85 \times 15 + 15^2$
 $= (85+15)^2 = 100^2 = 10000$

(2) $12^2 - 4 \times 12 + 2^2$ **답** 100
 (주어진 식) = $12^2 - 2 \times 12 \times 2 + 2^2$
 $= (12-2)^2 = 10^2 = 100$

(3) $25^2 - 10 \times 25 + 5^2$ **답** 400
 (주어진 식) = $25^2 - 2 \times 25 \times 5 + 5^2$
 $= (25-5)^2 = 20^2 = 400$

(4) $26^2 + 48 \times 26 + 24^2$ **답** 2500
 (주어진 식) = $26^2 + 2 \times 26 \times 24 + 24^2$
 $= (26+24)^2 = 50^2 = 2500$

5 다음 수의 계산을 할 때, 이용하는 인수분해 공식을 <보기>에서 모두 골라 기호를 써라. (단, a, b 는 자연수)

보기

ㄱ. $ma - mb = m(a - b)$
 ㄴ. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 ㄷ. $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
 ㄹ. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(1) $97^2 + 6 \times 97 + 9$ (**ㄴ**)
 (주어진 식) = $97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$
 $= (97+3)^2 = 100^2 = 10000$

(2) $45 \times 37 - 45 \times 35$ (**ㄱ**)
 (주어진 식) = $45(37 - 35) = 45 \times 2 = 90$

(3) $70^2 - 30^2$ (**ㄹ**)
 (주어진 식) = $(70+30)(70-30) = 100 \times 40 = 4000$

(4) $54^2 - 8 \times 54 + 16$ (**ㄷ**)
 (주어진 식) = $54^2 - 2 \times 54 \times 4 + 4^2$
 $= (54-4)^2 = 50^2 = 2500$

(5) $24 \times 51^2 - 24 \times 49^2$ (**ㄱ, ㄹ**)
 (주어진 식) = $24(51^2 - 49^2) = 24(51+49)(51-49)$
 $= 24 \times 100 \times 2 = 4800$

6 배운 내용 확인하기

다음 수의 계산을 할 때, 이용하는 인수분해 공식은

- (1) $5 \times 27 + 5 \times 13$
 → (**공통**)인수를 묶어 낸다.
- (2) $97^2 - 3^2$
 → (**제곱**)의 차를 이용한다.
- (3) $5^2 + 2 \times 5 \times 15 + 15^2$
 → (**완전제곱식**)을 이용한다.

11 * 인수분해 공식의 활용 (2)

핵심개념

식의 값은 주어진 식을 먼저 인수분해한 후에 수를 대입하면 쉽게 구할 수 있다.

예 $x=98$ 일 때, $x^2+4x+4=(x+2)^2=(98+2)^2=100^2=10000$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 30~31쪽

1 인수분해 공식을 이용하여 주어진 식의 값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $x=25$ 일 때, $x^2-10x+25$ 의 값

$$\begin{aligned} \rightarrow x^2-10x+25 &= (x-\boxed{5})^2 \\ &= (25-\boxed{5})^2 \\ &= \boxed{20}^2 \\ &= \boxed{400} \end{aligned}$$

(2) $x=\sqrt{2}-1$ 일 때, x^2+3x+2 의 값

$$\begin{aligned} \rightarrow x^2+3x+2 &= (x+1)(x+\boxed{2}) \\ &= \{(\sqrt{2}-1)+1\} \\ &\quad \times \{(\boxed{\sqrt{2}-1})+2\} \\ &= \boxed{\sqrt{2}} \times (\boxed{\sqrt{2}+1}) \\ &= \boxed{2+\sqrt{2}} \end{aligned}$$

(3) $x=3+\sqrt{5}$, $y=3-\sqrt{5}$ 일 때, $x^2+2xy+y^2$ 의 값

$$\begin{aligned} \rightarrow x^2+2xy+y^2 &= (x+y)^2 \\ &= \{(3+\sqrt{5})+(\boxed{3-\sqrt{5}})\}^2 \\ &= \boxed{6}^2 = \boxed{36} \end{aligned}$$

(4) $x=3+\sqrt{2}$, $y=3-\sqrt{2}$ 일 때, x^2-y^2 의 값

$$\begin{aligned} \rightarrow x^2-y^2 &= (x+y)(x-\boxed{y}) \\ &= (\boxed{3+\sqrt{2}}+3-\sqrt{2}) \\ &\quad \times \{3+\sqrt{2}-\boxed{(3-\sqrt{2})}\} \\ &= 6 \times \boxed{2\sqrt{2}} = \boxed{12\sqrt{2}} \end{aligned}$$

2 $x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $x^2-2xy+y^2$ 의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) x 와 y 의 분모를 각각 유리화하여라.

답 $x=\sqrt{2}-1$, $y=\sqrt{2}+1$

(2) $x^2-2xy+y^2$ 을 인수분해하여라.

답 $(x-y)^2$

(3) $x^2-2xy+y^2$ 의 값을 구하여라.

답 4

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (x-y)^2 = \{(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}+1)\}^2 \\ &= (-2)^2 = 4 \end{aligned}$$

3 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $x=96$ 일 때, $x^2+8x+16$ 의 값

(주어진 식) $= (x+4)^2$
 $= 100^2 = 10000$ **답** 10000

(2) $x=105$ 일 때, $x^2-10x+25$ 의 값

(주어진 식) $= (x-5)^2$
 $= 100^2 = 10000$ **답** 10000

(3) $x=17$ 일 때, $x^2-5x-14$ 의 값

(주어진 식) $= (x-7)(x+2)$
 $= 10 \times 19 = 190$ **답** 190

(4) $x=\sqrt{2}-1$ 일 때, $\sqrt{x^2+2x+1}$ 의 값

(주어진 식) $= \sqrt{(x+1)^2}$
 $= \sqrt{(\sqrt{2}-1+1)^2} = \sqrt{2}$ **답** $\sqrt{2}$

(5) $x=\sqrt{3}+3$ 일 때, $\sqrt{x^2-6x+9}$ 의 값

(주어진 식) $= \sqrt{(x-3)^2}$
 $= \sqrt{(\sqrt{3}+3-3)^2} = \sqrt{3}$ **답** $\sqrt{3}$

(6) $x=\sqrt{2}+2$ 일 때, $(x-4)^2+4(x-4)+4$ 의 값

$x-4=A$ 로 놓으면 **답** 2
 (주어진 식) $= A^2+4A+4 = (A+2)^2$
 $= (x-2)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$

(7) $x=\sqrt{5}-3$ 일 때, $(x+9)^2-12(x+9)+36$ 의 값

$x+9=A$ 로 놓으면 **답** 5
 (주어진 식) $= A^2-12A+36 = (A-6)^2$
 $= (x+3)^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

4 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $x=\sqrt{2}+1, y=\sqrt{2}-1$ 일 때, $x^2+2xy+y^2$ 의 값

(주어진 식) $= (x+y)^2$
 $= (2\sqrt{2})^2 = 8$ **답** 8

(2) $x=5+\sqrt{3}, y=5-\sqrt{3}$ 일 때, $x^2-2xy+y^2$ 의 값

(주어진 식) $= (x-y)^2$
 $= (2\sqrt{3})^2 = 12$ **답** 12

(3) $x=2+\sqrt{3}, y=2-\sqrt{3}$ 일 때, x^2-y^2 의 값

(주어진 식) $= (x+y)(x-y)$
 $= 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ **답** $8\sqrt{3}$

(4) $x=\frac{1}{\sqrt{3}+1}, y=\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ 일 때,
 $x^2+2xy+y^2$ 의 값

$x=\frac{\sqrt{3}-1}{2}, y=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 이므로 **답** 3
 (주어진 식) $= (x+y)^2$
 $= (\sqrt{3})^2 = 3$

(5) $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}, y=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$ 일 때, x^2-y^2 의 값

$x=\sqrt{5}+2, y=\sqrt{5}-2$ 이므로 **답** $8\sqrt{5}$
 (주어진 식) $= (x+y)(x-y)$
 $= 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$

5 배운 내용 확인하기

식의 값을 주어진 식을 먼저 (인수분해)한 후에 수를 대입하면 쉽게 구할 수 있다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 31쪽

1 ○ 복잡한 식의 인수분해 (1) 2

다음 중 $(x+3)^2+(x+3)-12$ 의 인수인 것은?

- ① $x+3$ ② $x+4$ ③ $x+6$
 ④ $x+7$ ⑤ $x+9$

답 ④

$x+3=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= A^2+A-12=(A+4)(A-3) \\ &=(x+3+4)(x+3-3)=x(x+7) \end{aligned}$$

2 ○ 복잡한 식의 인수분해 (1) 2

$(x-y)(x-y-3)-28$ 이 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하여라.

답 $2x-2y-3$

$x-y=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= A(A-3)-28=A^2-3A-28 \\ &=(A+4)(A-7) \\ &=(x-y+4)(x-y-7) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은 $(x-y+4)+(x-y-7)=2x-2y-3$

3 ○ 복잡한 식의 인수분해 (2) 2

$3xy+6x+y+2$ 를 인수분해하면 $(ax+b)(y+c)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

답 ⑤

$$3xy+6x+y+2=3x(y+2)+(y+2)=(3x+1)(y+2)$$

따라서 $a=3, b=1, c=2$ 이므로 $a+b+c=6$

4 ○ 복잡한 식의 인수분해 (2) 4

다음 중 $x^2+2xy+y^2-16$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① $x-y+4$ ② $x+y+4$
 ③ $-x+y+4$ ④ $x-y-4$
 ⑤ $x+y-4$

답 ②, ⑤

$$\begin{aligned} x^2+2xy+y^2-16 &= (x+y)^2-4^2 \\ &= (x+y+4)(x+y-4) \end{aligned}$$

5 ○ 인수분해 공식의 활용 (1) 4

인수분해 공식을 이용하여 $101^2-202+1$ 의 값을 구하여라.

답 10000

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 101^2-2 \times 101 \times 1+1^2=(101-1)^2 \\ &= 100^2=10000 \end{aligned}$$

6 ○ 인수분해 공식의 활용 (1) 2, 3

인수분해 공식을 이용하여 $\frac{2998 \times 2999 + 2998}{2999^2 - 1}$ 의 값을 구하여라.

여러.

답 1

$$\begin{aligned} \frac{2998 \times 2999 + 2998}{2999^2 - 1} &= \frac{2998(2999+1)}{(2999+1)(2999-1)} \\ &= \frac{2998 \times 3000}{3000 \times 2998} \\ &= 1 \end{aligned}$$

7 ○ 인수분해 공식의 활용 (2) 3

$x=197$ 일 때, x^2+6x+9 의 값을 구하여라.

답 40000

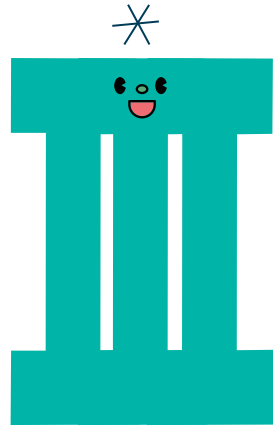
$$\text{(주어진 식)}=(x+3)^2=(197+3)^2=200^2=40000$$

8 ○ 인수분해 공식의 활용 (2) 4

$a=\frac{1}{\sqrt{6}-2}, b=\frac{1}{\sqrt{6}+2}$ 일 때, a^2-b^2 의 값을 구하여라.

답 $2\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{6}-2} = \frac{\sqrt{6}+2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)} = \frac{\sqrt{6}+2}{2} \\ b &= \frac{1}{\sqrt{6}+2} = \frac{\sqrt{6}-2}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)} = \frac{\sqrt{6}-2}{2} \\ \therefore a^2-b^2 &= (a+b)(a-b) = \sqrt{6} \times 2 = 2\sqrt{6} \end{aligned}$$



이차방정식

학습주제	쪽수
1. 이차방정식의 뜻과 풀이	
01 이차방정식의 뜻과 일반형	105
02 이차방정식의 해	107
03 이차방정식의 해가 주어질 때 미지수 구하기	108
스스로 점검하기	109
04 $AB=0$ 의 성질	110
05 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이	111
06 이차방정식의 중근	114
스스로 점검하기	116
07 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이	117
08 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이	119
09 이차방정식의 근의 공식	121
스스로 점검하기	123

학습주제	쪽수
2. 이차방정식의 활용	
01 복잡한 이차방정식의 풀이 (1)	125
02 복잡한 이차방정식의 풀이 (2)	126
03 복잡한 이차방정식의 풀이 (3)	127
04 복잡한 이차방정식의 풀이 (4)	128
스스로 점검하기	129
05 이차방정식의 근의 개수	130
06 이차방정식이 중근을 가질 조건	132
스스로 점검하기	133
07 두 근이 주어진 이차방정식 구하기	134
08 한 근이 무리수인 이차방정식 구하기	136
09 이차방정식의 활용	138
스스로 점검하기	141

* 1. 이차방정식의 뜻과 풀이

01 이차방정식과 그 해

1. x 에 대한 이차방정식: 미지수가 x 인 방정식에서 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x 에 대한 이차식) $=0$ 의 꼴로 나타내어지는 방정식을 x 에 대한 이차방정식이라고 한다.
2. 이차방정식의 해(근): x 에 대한 이차방정식을 참이 되게 하는 x 의 값을 이차방정식의 해 또는 근이라 하고, 이차방정식의 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.
 - 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해가 $x=p$ 이다.
 - $x=p$ 를 대입하면 등식이 성립한다.
 - $ap^2+bp+c=0$

02 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

1. 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이
 - ① 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 꼴로 정리한다.
 - ② 좌변을 인수분해한다.
 - ③ 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 인 성질을 이용한다.
 - ④ 해를 구한다.
2. 이차방정식의 중근
 - (1) 이차방정식의 중근: 이차방정식의 두 근이 중복될 때, 이 근을 이차방정식의 중근이라고 한다.
 - (2) 이차방정식이 중근을 가질 조건: 이차방정식이 (완전제곱식) $=0$ 의 꼴로 나타내어지면 중근을 가진다. → 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 에서 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$ 이면 중근을 갖는다.

03 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

1. 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이
 - (1) 이차방정식 $x^2=q$ ($q \geq 0$)의 해 → $x = \pm\sqrt{q}$
 - (2) 이차방정식 $(x+p)^2=q$ ($q \geq 0$)의 해 → $x = -p \pm\sqrt{q}$
2. 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)에서

 - ① 이차항의 계수 a 로 양변을 나누어 x^2 의 계수를 1로 만든다.
 - ② 상수항을 우변으로 이항한다.
 - ③ 양변에 $\left\{\frac{(x \text{의 계수})}{2}\right\}^2$ 을 더하여 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 고친다.
 - ④ 제곱근을 이용하여 해를 구한다.
3. 이차방정식의 근의 공식
 - (1) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 근 → $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (단, $b^2-4ac \geq 0$)
 - (2) 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ ($a \neq 0$)의 근 → $x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$ (단, $b'^2-ac \geq 0$)

01 * 이차방정식의 뜻과 일반형

핵심개념

1. x 에 대한 이차방정식: 미지수가 x 인 방정식에서 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x 에 대한 이차식) $=0$ 의 꼴로 나타내어지는 방정식
2. x 에 대한 이차방정식의 일반형: $ax^2+bx+c=0$ (단, $a \neq 0$ 이고 a, b, c 는 상수)

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 32쪽

1 다음 중 옳은 것에 ○표를 하여라.

(1) x^2+2x+1 은 이차방정식(이다, 이 아니다).
↳ 이차식

(2) $3x+4=0$ 은 이차방정식(이다, 이 아니다).
↳ 일차방정식

(3) $-x^2+8=0$ 은 이차방정식(이다, 이 아니다).

(4) $0=-2x^2+x-5$ 는 이차방정식(이다, 이 아니다).

(5) $x^2+2x+2=-2x^2-3$ 은 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $3x^2+2x+5=0$ 이므로 이차방정식(이다, 이 아니다).

(6) $x^2+x+1=x^2-2x$ 는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $3x+1=0$ 이므로 이차방정식(이다, 이 아니다).

2 다음 중 이차방정식인 것에는 ○표, 이차방정식이 아닌 것에는 ×표를 하여라.

(1) $3x^2+2x+1$ (×)

(2) $\frac{1}{2}x^2=0$ (○)

(3) $2x+4=x-3$ (×)
↳ $x+7=0$

tip

모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 후

$ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 꼴인지 확인해 봐.

(4) $4x+3=-x^2$ (○)
↳ $x^2+4x+3=0$

(5) $x^2=x(x+7)$ (×)
↳ $-7x=0$

(6) $2x^2-2x+1=x^2+x$ (○)
↳ $x^2-3x+1=0$

(7) $x(x-1)=x^2+x$ (×)
↳ $-2x=0$

(8) $(x+1)(x-1)=-2x^2$ (○)
↳ $3x^2-1=0$

3 다음 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타내어라.
(단, $a>0$ 이고 a, b, c 는 상수)

(1) $(x-3)(x+4)=0$

답 $x^2+x-12=0$

(2) $2(x+1)(x-2)=0$

답 $2x^2-2x-4=0$

(3) $x(x+2)=x-3$

답 $x^2+x+3=0$

(4) $3x^2-x-5=(x+3)(x-1)$

답 $2x^2-3x-2=0$

(5) $-x^2+6x+1=x^2+2x$

답 $2x^2-4x-1=0$

(6) $x(x+3)=2x^2+4x+8$

답 $x^2+x+8=0$

4 이차방정식 $kx^2+(x+2)(2x+3)=0$ 에 대하여 상수 k 의 값이 될 수 없는 수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$kx^2+(x+2)(2x+3)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타내면

$kx^2+2x^2+7x+6=0$

$\therefore (k+2)x^2+7x+6=0$ ㉠

㉠이 x 에 대한 이차방정식이라면 x^2 의 계수가 0이 아니어야 하므로

$k+2 \neq 0 \quad \therefore k \neq -2$

따라서 k 의 값이 될 수 없는 수는 -2 이다.

5 다음 식이 x 에 대한 이차방정식일 때, 상수 a 의 값이 될 수 없는 수를 구하여라.

(1) $ax^2=4$

답 0

tip

이차방정식이 되려면 x^2 의 계수가 0이 아니어야 해.

(2) $ax^2-x+2=0$

답 0

(3) $(a-4)x^2+3x+1=0$

답 4

(4) $(a+1)x^2-2x+3=0$

답 -1

(5) $ax^2+2x+3=3x^2$
 $\rightarrow (a-3)x^2+2x+3=0$

답 3

(6) $2x^2+x=ax^2-x+6$
 $\rightarrow (a-2)x^2-2x+6=0$

답 2

6 배운 내용 확인하기

(1) 미지수가 x 인 방정식에서 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x 에 대한 이차식) $=0$ 의 꼴로 나타내어지는 방정식을 x 에 대한 (이차방정식)이라고 한다.

(2) $a \neq 0$ 이고 a, b, c 는 상수일 때

① $ax^2+bx+c \rightarrow$ (이차)식

② $ax^2+bx+c=0 \rightarrow$ (이차방정)식

02 * 이차방정식의 해

핵심개념

1. 이차방정식의 해(근): x 에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 참이 되게 하는 미지수 x 의 값

→ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해가 $x=p$ $x=p$ 를 식에 대입하면
등식이 성립한다. → $ap^2+bp+c=0$

참고 이차방정식의 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 32쪽

1 x 의 값이 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 의 해를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) 표를 완성하여라.

x 의 값	-1	0	1	2
x^2-x-2 의 값	0	-2	-2	0

(2) 위의 표에서 이차방정식 $x^2-x-2=0$ 은

$x=$ 또는 $x=$ 일 때에만 참임을 알 수 있다.

따라서 $x=$ 또는 $x=$ 는 이차방정식

$x^2-x-2=0$ 의 해이다.

2 다음 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해이면 ○표, 해가 아니면 ×표를 하여라.

(1) $x^2=0$ [0] (○)

→ $x=$ 을 $x^2=0$ 에 대입하면
=0 (참)

(2) $(x+1)(x-1)=0$ [1] (○)

(3) $x(x-1)=0$ [0] (○)

(4) $2x^2-3x+1=0$ [-1] (×)

3 x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 이차방정식의 해를 모두 구하여라.

tip

주어진 이차방정식에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 차례대로 대입해 봐~

(1) $x^2-2x=0$

→ $x=-2$ 일 때, $(-2)^2-2 \times (-2)=$

$x=-1$ 일 때, $(-1)^2-2 \times (-1)=$

$x=0$ 일 때, $0^2-2 \times 0=$

$x=1$ 일 때, $1^2-2 \times$ =

$x=2$ 일 때, $2^2-2 \times$ =

따라서 주어진 등식을 만족시키는 x 의 값은

, 이므로 이차방정식 $x^2-2x=0$ 의 해

는 $x=$ 또는 $x=$ 이다.

(2) $x^2-3x-4=0$ 답 $x=-1$

(3) $x^2+2x+1=0$ 답 $x=-1$

(4) $x^2+x=0$ 답 $x=-1$ 또는 $x=0$

(5) $2x^2+x-6=0$ 답 $x=-2$

(6) $-x^2+1=0$ 답 $x=-1$ 또는 $x=1$

03 * 이차방정식의 해가 주어질 때 미지수 구하기

Ⅲ-1. 이차방정식의 뜻과 풀이

핵심개념

x 에 대한 이차방정식의 해가 주어질 때 해를 x 에 대입하면 등식이 성립한다.
즉, $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$ 이고 a, b, c 는 상수)의 해가 $x=p$ 이다.
→ $ap^2+bp+c=0$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 32쪽

1 이차방정식 $x^2-5x+a=0$ 의 한 해가 $x=4$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$x^2-5x+a=0$ 에 $x=4$ 를 대입하면

$$\boxed{4}^2 - 5 \times \boxed{4} + a = 0$$

$$\therefore a = \boxed{4}$$

2 다음 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

(1) $x^2-2x+a=0$ [3] **답** -3
 $3^2-2 \times 3+a=0 \quad \therefore a=-3$

(2) $x^2+ax+2=0$ [-1] **답** 3
 $(-1)^2+a \times (-1)+2=0 \quad \therefore a=3$

(3) $x^2=ax+15$ [-3] **답** 2
 $(-3)^2=a \times (-3)+15, 3a=6 \quad \therefore a=2$

(4) $ax^2+x+6=0$ [2] **답** -2
 $a \times 2^2+2+6=0, 4a=-8 \quad \therefore a=-2$

3 다음을 구하여라.

(1) 이차방정식 $x^2+6x+8=0$ 의 한 해가 $x=m$ 일 때, m^2+6m 의 값

→ $x^2+6x+8=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면

$$\boxed{m}^2 + 6 \times \boxed{m} + 8 = 0$$

$$\boxed{m}^2 + 6 \times \boxed{m} = -8$$

$$\therefore m^2 + 6m = \boxed{-8}$$

(2) 이차방정식 $x^2-4x+12=0$ 의 한 해가 $x=m$ 일 때, m^2-4m 의 값

$$m^2-4m+12=0$$

$$\therefore m^2-4m=-12$$

답 -12

(3) 이차방정식 $2x^2+8x-5=0$ 의 한 해가 $x=m$ 일 때, m^2+4m 의 값

$$2m^2+8m-5=0, 2(m^2+4m)=5$$

$$\therefore m^2+4m=\frac{5}{2}$$

답 $\frac{5}{2}$

4 배운 내용 확인하기

$x=p$ 가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해이다.

→ 이차방정식에 $x=\boxed{p}$ 를 대입하면 등식이 성립한다.

→ $a \times \boxed{p}^2 + b \times \boxed{p} + c = 0$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 32~33쪽

1 ○ 이차방정식의 뜻과 일반형 2

다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $x^2 + x = x^2 - 2$ ⇨ 일차방정식
- ② $5x + 2 = 0$ ⇨ 일차방정식
- ③ $x^2 = 16$
- ④ $x(x+4) = x^2 + 4x$ ⇨ 항등식
- ⑤ $2x^2 + x = x^2$

답 ③, ⑤

2 ○ 이차방정식의 뜻과 일반형 4, 5

다음 중 $ax^2 + 4 = x^2 - x + 30$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되기 위한 상수 a 의 조건은?

- ① $a \neq -3$ ② $a \neq -1$ ③ $a \neq 0$
- ④ $a \neq 1$ ⑤ $a \neq 3$

답 ④

$ax^2 + 4 = x^2 - x + 30$ 에서 $(a-1)x^2 + x + 1 = 0$ 이므로 $a \neq 1$

3 ○ 이차방정식의 해 2

다음 <보기> 중 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㄱ. $x^2 - x = 0$ [0]
- ㄴ. $x^2 - 2x + 3 = 0$ [-1]
- ㄷ. $x^2 - 4x + 4 = 0$ [2]
- ㄹ. $x(x-5) = 0$ [5]
- ㅁ. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ [3]

- ① ㄱ, ㄴ, ㄷ ② ㄱ, ㄷ, ㄹ
- ③ ㄴ, ㄷ, ㅁ ④ ㄴ, ㄹ, ㅁ
- ⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

답 ②

ㄱ. $0^2 - 0 = 0$ ∴ 해이다.
 ㄷ. $2^2 - 4 \times 2 + 4 = 0$ ∴ 해이다.
 ㄹ. $5 \times (5-5) = 0$ ∴ 해이다.

4 ○ 이차방정식의 해 2

다음 이차방정식 중 $x=30$ 이 해가 되는 것은?

- ① $x^2 = 3$
- ② $x^2 + 5x + 6 = 0$
- ③ $x^2 - 6x + 3 = 0$
- ④ $x^2 - 3x + 9 = 0$
- ⑤ $(x-2)(x+2) = 5$

답 ⑤

⑤ $(3-2)(3+2) = 5$ ∴ 해이다.

5 ○ 이차방정식의 해 3

x 의 값이 1, 2, 3, 4일 때, 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

- ① $x(x-4) = 0$
- ② $x^2 + x - 6 = 0$
- ③ $x^2 - 9 = 0$
- ④ $2x^2 + x - 3 = 0$
- ⑤ $x^2 - 4x - 5 = 0$

답 ⑤

① $x=4$ ② $x=2$ ③ $x=3$ ④ $x=1$

6 ○ 이차방정식의 해가 주어질 때 미지수 구하기 1, 2

$x = -2$ 가 이차방정식 $x^2 + 2ax + 3a = 0$ 의 해일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

답 ④

$(-2)^2 + 2a \times (-2) + 3a = 0$
 ∴ $a = 4$

7 ○ 이차방정식의 해가 주어질 때 미지수 구하기 3

이차방정식 $3x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 한 해가 $x = m$ 일 때, $m^2 - 2m$ 의 값을 구하여라.

답 $\frac{4}{3}$

$3m^2 - 6m - 4 = 0, 3(m^2 - 2m) = 4$
 ∴ $m^2 - 2m = \frac{4}{3}$

04 * $AB=0$ 의 성질

핵심개념

두 수 또는 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 $\rightarrow A=0$ 또는 $B=0$

참고 'A=0 또는 B=0'은

(i) $A=0, B \neq 0$

(ii) $A \neq 0, B=0$

(iii) $A=0, B=0$

의 세 가지 중 하나가 성립한다는 의미이다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 5분

정답과 풀이 33쪽

1 다음을 완성하여라.

두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면

$A=0$ 또는 $B=0$ 임을 이용하면

$(x+4)(x-2)=0$ 이 성립하게 하는 x 의 값은

$x+4=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

2 다음 등식이 성립하게 하는 x 의 값을 구하여라.

(1) $(x-2)(x-4)=0$

답 $x=2$ 또는 $x=4$

(2) $x(x+3)=0$

답 $x=0$ 또는 $x=-3$

(3) $(x+2)(x-5)=0$

답 $x=-2$ 또는 $x=5$

(4) $(x-3)(x+7)=0$

답 $x=3$ 또는 $x=-7$

(5) $(x+3)(x+1)=0$

답 $x=-3$ 또는 $x=-1$

(6) $(x-1)(2x-3)=0$

답 $x=1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(7) $(3x+6)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$

답 $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

(8) $(2x-4)(3x-2)=0$

답 $x=2$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

3 배운 내용 확인하기

(1) 두 수 또는 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면

$A=0$ 또는 $B=0$ 이다.

(2) $A=0$ 또는 $B=0$ 이면 다음 세 가지 중 하나가 성립한다.

(i) $A=0, B \neq 0$

(ii) $A \neq 0, B=0$

(iii) $A=0, B=0$

05 * 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

핵심개념

- 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이
 - 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 꼴로 정리한다.
 - 좌변을 인수분해한다.
 - 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 인 성질을 이용한다.
 - 해를 구한다.
- $(x-a)(x-b)=0$ 과 같이 인수분해되면 이 이차방정식의 해는
→ $x=a$ 또는 $x=b$
- $(ax-b)(cx-d)=0$ 과 같이 인수분해되면 이 이차방정식의 해는
→ $x=\frac{b}{a}$ 또는 $x=\frac{d}{c}$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 33~34쪽

1 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 에 대하여 다음을 완성하여라.

(1) 이차방정식 $x^2-4x+3=0$ 의 좌변을 인수분해하면

→ $(x-1)(x-3)=0$

(2) 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 임을 이용하여 이차방정식의 해를 구하면

→ $x-1=0$ 또는 $x-3=0$

→ $x=1$ 또는 $x=3$

2 이차방정식 $2x^2-3x-2=0$ 에 대하여 다음을 완성하여라.

(1) 이차방정식 $2x^2-3x-2=0$ 의 좌변을 인수분해하면

→ $(x-2)(2x+1)=0$

(2) 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 임을 이용하여 이차방정식의 해를 구하면

→ $x-2=0$ 또는 $2x+1=0$

→ $x=2$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

3 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $x^2+x-6=0$ **답** $x=-3$ 또는 $x=2$

$(x+3)(x-2)=0$ ∴ $x=-3$ 또는 $x=2$

(2) $x^2-5x+6=0$ **답** $x=2$ 또는 $x=3$

$(x-2)(x-3)=0$ ∴ $x=2$ 또는 $x=3$

(3) $x^2+2x-3=0$ **답** $x=-3$ 또는 $x=1$

$(x+3)(x-1)=0$ ∴ $x=-3$ 또는 $x=1$

(4) $x^2-2x-24=0$ **답** $x=-4$ 또는 $x=6$

$(x+4)(x-6)=0$ ∴ $x=-4$ 또는 $x=6$

(5) $x^2-3x=0$ **답** $x=0$ 또는 $x=3$

$x(x-3)=0$ ∴ $x=0$ 또는 $x=3$

4 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ **답** $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -1$

$(2x+3)(x+1) = 0$ $\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -1$

(2) $2x^2 - 6x + 4 = 0$ **답** $x = 1$ 또는 $x = 2$

$2(x-1)(x-2) = 0$ $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

(3) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ **답** $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

$(x+2)(3x-1) = 0$ $\therefore x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

(4) $3x^2 + 10x + 8 = 0$ **답** $x = -2$ 또는 $x = -\frac{4}{3}$

$(x+2)(3x+4) = 0$ $\therefore x = -2$ 또는 $x = -\frac{4}{3}$

(5) $4x^2 - 9 = 0$ **답** $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

$(2x+3)(2x-3) = 0$ $\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

(6) $4x^2 - 12x = 0$ **답** $x = 0$ 또는 $x = 3$

$4x(x-3) = 0$ $\therefore x = 0$ 또는 $x = 3$

(7) $6x^2 - 7x - 3 = 0$ **답** $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

$(3x+1)(2x-3) = 0$ $\therefore x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

5 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $x^2 + x - 3 = 3x$

➔ 주어진 이차방정식을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타내면

$x^2 + x - 3 - 3x = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

좌변을 인수분해하면

$(x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$

(2) $(x+3)(x-5) = 9$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x+3)(x-5) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 5$

답 $x = -4$ 또는 $x = 6$

(3) $(x+3)(x-3) = 2x-6$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$

답 $x = -1$ 또는 $x = 3$

(4) $2x^2 = x(x+1)$

$x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 1$

답 $x = 0$ 또는 $x = 1$

(5) $(2x+1)(x-5) = x(x-5)$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

$(x+1)(x-5) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 5$

답 $x = -1$ 또는 $x = 5$

(6) $(x+1)(x-5) = -2(x+3)$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$\therefore x = 1$

답 $x = 1$

6 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

(1) $x^2 - x - 20 = 0, 2x^2 + 7x - 4 = 0$

→ $x^2 - x - 20 = 0$ 의 근: $x = -4$ 또는 $x = 5$

→ $2x^2 + 7x - 4 = 0$ 의 근: $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

→ 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = -4$ 이다.

$x^2 - x - 20 = 0$ 에서 $(x+4)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -4$ 또는 $x = 5$

$2x^2 + 7x - 4 = 0$ 에서 $(x+4)(2x-1) = 0 \quad \therefore x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

(2) $x^2 + 2x - 8 = 0, 2x^2 - 3x - 2 = 0$

→ $x^2 + 2x - 8 = 0$ 의 근: $x = -4$ 또는 $x = 2$

→ $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근: $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$

→ 두 이차방정식의 공통인 근은 $x = 2$ 이다.

$x^2 + 2x - 8 = 0$ 에서 $(x+4)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -4$ 또는 $x = 2$

$2x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $(2x+1)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$

7 다음 이차방정식의 한 근이 [] 안의 수일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a 는 상수)

tip

$x=p$ 가 이차방정식의 근이면 x 에 p 를 대입한 등식이 성립해야 해.

(1) $x^2 + ax - 3 = 0$ [-1]

→ 이차방정식 $x^2 + ax - 3 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대

입하면 $(-1)^2 + a \times (-1) - 3 = 0$

$\therefore a = -2$

$a = -2$ 를 주어진 이차방정식에 대입하여

좌변을 인수분해하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 에서

$(x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 3$

따라서 다른 한 근은 $x = 3$ 이다.

(2) $x^2 + 3x + a = 0$ [-4]

$(-4)^2 + 3 \times (-4) + a = 0$

답 $x = 1$

$\therefore a = -4$

주어진 이차방정식은 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 이므로

$(x+4)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -4$ 또는 $x = 1$

(3) $3x^2 - 5x + a = 0$ [3]

$3 \times 3^2 - 5 \times 3 + a = 0$

$\therefore a = -12$

답 $x = -\frac{4}{3}$

주어진 이차방정식은 $3x^2 - 5x - 12 = 0$ 이므로

$(3x+4)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -\frac{4}{3}$ 또는 $x = 3$

(4) $2x^2 + ax + a - 6 = 0$ [-3]

$2 \times (-3)^2 + a \times (-3) + a - 6 = 0$

답 $x = 0$

$-2a = -12 \quad \therefore a = 6$

주어진 이차방정식은 $2x^2 + 6x = 0$ 이므로

$2x(x+3) = 0 \quad \therefore x = -3$ 또는 $x = 0$

8 이차방정식 A 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 B 의 한 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

(1) $A: x^2 + x - 2 = 0, B: x^2 + 3x + a = 0$

→ $x^2 + x - 2 = 0$ 에서 $(x+2)(x-1) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 1$

따라서 $x = -2$ 가 $x^2 + 3x + a = 0$ 의 한 근

이므로 $x = -2$ 를 대입하면

$(-2)^2 + 3 \times (-2) + a = 0$

$\therefore a = 2$

(2) $A: x^2 - 3x - 4 = 0, B: x^2 - ax - 3 = 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0$ 에서

답 2

$(x+1)(x-4) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 4$

따라서 $x = -1$ 이 $x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$(-1)^2 - a \times (-1) - 3 = 0 \quad \therefore a = 2$

9 다음 두 이차방정식의 공통인 근이 [] 안의 수일 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

(1) $x^2 + ax - 4 = 0, x^2 - 6x + b = 0$ [4]

→ 두 이차방정식 $x^2 + ax - 4 = 0,$

$x^2 - 6x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 각각 대입하면

$4^2 + a \times 4 - 4 = 0 \quad \therefore a = -3$

$4^2 - 6 \times 4 + b = 0 \quad \therefore b = 8$

(2) $x^2 + ax = 0, x^2 + 9x + b = 0$ [-2]

→ $a = 2, b = 14$

두 이차방정식에 $x = -2$ 를 각각 대입하면

$(-2)^2 + a \times (-2) = 0 \quad \therefore a = 2$

$(-2)^2 + 9 \times (-2) + b = 0 \quad \therefore b = 14$

10 배운 내용 확인하기

(1) 이차방정식 $(x-a)(x-b) = 0$ 의 해

→ $x = a$ 또는 $x = b$ 이다.

(2) 이차방정식 $(ax-b)(cx-d) = 0$ 의 해

→ $x = \frac{b}{a}$ 또는 $x = \frac{d}{c}$ 이다.

06 * 이차방정식의 중근

핵심개념

1. 이차방정식의 중근: 이차방정식의 두 근이 중복될 때, 이 근을 중근이라고 한다.
2. 이차방정식이 중근을 가질 조건
 - (1) 이차방정식이 (완전제곱식)=0의 꼴로 나타내어지면 중근을 갖는다.

→ $a(x-p)^2=0$ ($a \neq 0$)의 꼴이면 $x=p$ (중근)
 - (2) 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 에서 $b=(\frac{a}{2})^2$ 이면 중근을 갖는다.

→ $x^2+ax+\frac{a^2}{4}=0$ 에서 $(x+\frac{a}{2})^2=0$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

◀ 정답과 풀이 34~35쪽

1 다음을 완성하여라.

이차방정식 $x^2-2x+1=0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(x-1)^2=0, \text{ 즉 } (x-1)(x-\boxed{1})=0$$

$$(x-1)=0 \text{ 또는 } (x-\boxed{1})=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=\boxed{1}$$

이와 같이 이차방정식의 두 근이 중복되어 서로 같을 때, 이 근을 주어진 이차방정식의 **중근**이라고 한다.

2 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $x^2+2x+1=0$

→ $(x+\boxed{1})^2=0 \quad \therefore x=\boxed{-1}$ (중근)

(2) $x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0 \quad \therefore x=-3$ (중근)

답 $x=-3$ (중근)

(3) $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0 \quad \therefore x=5$ (중근)

답 $x=5$ (중근)

(4) $x^2+16x+64=0$

$(x+8)^2=0 \quad \therefore x=-8$ (중근)

답 $x=-8$ (중근)

(5) $x^2-x+\frac{1}{4}=0$

$(x-\frac{1}{2})^2=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

답 $x=\frac{1}{2}$ (중근)

(6) $4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

답 $x=\frac{1}{2}$ (중근)

(7) $4x^2+20x+25=0$

$(2x+5)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{5}{2}$ (중근)

답 $x=-\frac{5}{2}$ (중근)

(8) $25x^2-30x+9=0$

$(5x-3)^2=0 \quad \therefore x=\frac{3}{5}$ (중근)

답 $x=\frac{3}{5}$ (중근)

3 다음 <보기>의 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 골라라.

보기

ㄱ. $x^2+4x+4=0$ ㄴ. $x^2-12x+36=0$
 ㄷ. $25x^2+10x+1=0$ ㄹ. $9x^2-6x+4=0$

ㄱ. $(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$ (중근) **답** ㄱ, ㄴ, ㄷ
 ㄴ. $(x-6)^2=0$ $\therefore x=6$ (중근)
 ㄷ. $(5x+1)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{5}$ (중근)

4 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

(1) $x^2+8x+a=0$

→ 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$a = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

tip

(상수항) = $\left[\frac{(x\text{의 계수})}{2}\right]^2$ 임을 이용하자!

(2) $x^2-6x+a=0$ **답** 9
 $a = \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$

(3) $x^2+10x+a=0$ **답** 25
 $a = \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25$

(4) $x^2+8x+2a=0$ **답** 8
 $2a = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16 \quad \therefore a=8$

(5) $x^2+4x+a-7=0$ **답** 11
 $a-7 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4 \quad \therefore a=11$

5 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

(1) $x^2-ax+49=0$

→ 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$49 = \left(\frac{-a}{2}\right)^2, a^2 = 196$$

$$\therefore a = 14 \quad (\because a > 0)$$

(2) $x^2+ax+16=0$ **답** 8

$$16 = \left(\frac{a}{2}\right)^2, a^2 = 64 \quad \therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

(3) $x^2+ax+81=0$ **답** 18

$$81 = \left(\frac{a}{2}\right)^2, a^2 = 324 \quad \therefore a = 18 \quad (\because a > 0)$$

(4) $9x^2+ax+16=0$

tip

먼저 x^2 의 계수를 1로 만들어야 해.

→ $9x^2+ax+16=0$ 의 양변을 9로 나누면

$$x^2 + \frac{a}{9}x + \frac{16}{9} = 0$$

이 이차방정식이 중근을 가지려면

$$\frac{16}{9} = \left(\frac{a}{18}\right)^2, a^2 = 576$$

$$\therefore a = 24 \quad (\because a > 0)$$

(5) $4x^2-ax+25=0$ **답** 20

$$4x^2-ax+25=0\text{의 양변을 }4\text{로 나누면 }x^2-\frac{a}{4}x+\frac{25}{4}=0$$

$$\text{이 이차방정식이 중근을 가지려면 } \frac{25}{4} = \left(\frac{-a}{8}\right)^2, a^2 = 400$$

$$\therefore a = 20 \quad (\because a > 0)$$

6 배운 내용 확인하기

(1) 이차방정식의 두 근이 중복될 때, 이 근을 (중근)이라고 한다.

(2) 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 이 중근을 가진다.

→ (상수항) = $\left\{\frac{(|x\text{의 계수}|)}{2}\right\}^2$

→ $b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

● 정답과 풀이 35쪽

1 ○ $AB=0$ 의 성질 1

다음 <보기> 중 $xy=0$ 인 경우를 모두 골라라.

보기

- ㄱ. $x=0, y=0$ ㄴ. $x=0, y \neq 0$
 ㄷ. $x \neq 0, y=0$ ㄹ. $x \neq 0, y \neq 0$

답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

2 ○ $AB=0$ 의 성질 2

이차방정식 $(x+5)(3x-2)=0$ 을 풀면?

- ① $x = -5$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$
 ② $x = -5$ 또는 $x = \frac{2}{3}$
 ③ $x = -5$ 또는 $x = \frac{3}{2}$
 ④ $x = 5$ 또는 $x = \frac{2}{3}$
 ⑤ $x = 5$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

답 ②

$$x+5=0 \text{ 또는 } 3x-2=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

3 ○ 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 5

이차방정식 $6x^2+2x-1=-3x+5$ 의 두 근이 $x=p$ 또는 $x=q$ 일 때, 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1
 ④ 1 ⑤ 2

답 ③

$$6x^2+5x-6=0, (2x+3)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=-\frac{3}{2} \text{ 또는 } x=\frac{2}{3} \quad \therefore pq=-1$$

4 ○ 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 6

다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$x^2-x-12=0, 3x^2+10x+3=0$$

답 $x=-3$

$$x^2-x-12=0 \text{에서 } (x+3)(x-4)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=4$$

$$3x^2+10x+3=0 \text{에서 } (x+3)(3x+1)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-\frac{1}{3}$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-3$ 이다.

5 ○ 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 7

이차방정식 $2x^2-ax+3=0$ 의 한 근이 $x=1$ 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

답 $x=\frac{3}{2}$

$$2 \times 1^2 - a \times 1 + 3 = 0 \quad \therefore a = 5$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0, (x-1)(2x-3) = 0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=\frac{3}{2}$$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{3}{2}$ 이다.

6 ○ 이차방정식의 중근 3

다음 <보기>의 이차방정식 중 중근을 갖는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㄱ. $x^2+10x+25=0$ ㄴ. $x^2-8x=16$
 ㄷ. $4x^2-12x+9=0$ ㄹ. $9x^2+3x+1=0$

답 2개

- ㄱ. $(x+5)^2=0$ 에서 $x=-5$ (중근)
 ㄷ. $(2x-3)^2=0$ 에서 $x=\frac{3}{2}$ (중근)

7 ○ 이차방정식의 중근 4

이차방정식 $2x^2-24x+8a=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

답 ④

양변을 2로 나누면

$$x^2-12x+4a=0 \text{에서 } 4a=\left(\frac{-12}{2}\right)^2 \quad \therefore a=9$$

8 ○ 이차방정식의 중근 5

이차방정식 $4x^2+4ax+9=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

답 ③

양변을 4로 나누면

$$x^2+ax+\frac{9}{4}=0$$

$$\frac{9}{4}=\left(\frac{a}{2}\right)^2, a^2=9$$

$$\therefore a=3 (\because a > 0)$$

07 * 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

핵심개념

1. 이차방정식 $x^2=q$ ($q \geq 0$)의 해: $x = \pm\sqrt{q}$

참고 $ax^2=q$ 는 $x^2=\frac{q}{a}$ 의 꼴로 고쳐서 해를 구한다. (단, $\frac{q}{a} \geq 0$)

2. 이차방정식 $(x+p)^2=q$ ($q \geq 0$)의 해: $x+p = \pm\sqrt{q} \rightarrow x = -p \pm\sqrt{q}$

참고 $a(x+p)^2=q$ 는 $(x+p)^2=\frac{q}{a}$ 의 꼴로 고쳐서 해를 구한다. (단, $\frac{q}{a} \geq 0$)

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 36쪽

1 이차방정식의 해를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

(1) $x^2=5$

$x^2=5$ 에서 x 는 제곱해서 **5**가 되는 수, 즉 **5**의 제곱근이므로 이 이차방정식의 해는 $x = \pm\sqrt{\mathbf{5}}$

(2) $9x^2=4$

$9x^2=4$ 의 양변을 9로 나누면 $x^2 = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}} \quad \therefore x = \pm\sqrt{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}} = \pm\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$

(3) $(x-2)^2=3$

$(x-2)^2=3$ 에서 $x-2$ 를 하나의 문자라고 생각하고 제곱근을 구하면 $x-2 = \pm\sqrt{\mathbf{3}} \quad \therefore x = \mathbf{2} \pm\sqrt{\mathbf{3}}$

(4) $2(x-3)^2=6$

$2(x-3)^2=6$ 의 양변을 2로 나누면 $(x-3)^2 = \mathbf{3}$
 $x-3$ 을 하나의 문자라고 생각하고 제곱근을 구하면
 $x-3 = \pm\sqrt{\mathbf{3}} \quad \therefore x = \mathbf{3} \pm\sqrt{\mathbf{3}}$

2 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $x^2=3$

답 $x = \pm\sqrt{3}$

(2) $x^2=4$

답 $x = \pm 2$

(3) $x^2=11$

답 $x = \pm\sqrt{11}$

(4) $x^2-8=0$

$x^2=8 \quad \therefore x = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

답 $x = \pm 2\sqrt{2}$

3 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $2x^2=14$ 답 $x=\pm\sqrt{7}$

$x^2=7 \quad \therefore x=\pm\sqrt{7}$

(2) $3x^2=27$ 답 $x=\pm 3$

$x^2=9 \quad \therefore x=\pm 3$

(3) $25x^2=16$ 답 $x=\pm\frac{4}{5}$

$x^2=\frac{16}{25} \quad \therefore x=\pm\frac{4}{5}$

(4) $4x^2-5=0$ 답 $x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$4x^2=5, x^2=\frac{5}{4} \quad \therefore x=\pm\sqrt{\frac{5}{4}}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

4 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $(x-1)^2=2$ 답 $x=1\pm\sqrt{2}$

$x-1=\pm\sqrt{2} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{2}$

(2) $(x+2)^2=3$ 답 $x=-2\pm\sqrt{3}$

$x+2=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

(3) $(x-2)^2=5$ 답 $x=2\pm\sqrt{5}$

$x-2=\pm\sqrt{5} \quad \therefore x=2\pm\sqrt{5}$

(4) $(x+3)^2=7$ 답 $x=-3\pm\sqrt{7}$

$x+3=\pm\sqrt{7} \quad \therefore x=-3\pm\sqrt{7}$

(5) $(x+7)^2=5$ 답 $x=-7\pm\sqrt{5}$

$x+7=\pm\sqrt{5} \quad \therefore x=-7\pm\sqrt{5}$

(6) $(x-4)^2=9$ 답 $x=1$ 또는 $x=7$

$x-4=\pm 3 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=7$

(7) $(x-5)^2=4$ 답 $x=3$ 또는 $x=7$

$x-5=\pm 2 \quad \therefore x=3$ 또는 $x=7$

(8) $(x+3)^2=25$ 답 $x=-8$ 또는 $x=2$

$x+3=\pm 5 \quad \therefore x=-8$ 또는 $x=2$

5 다음 이차방정식의 해를 구하여라.

(1) $3(x-2)^2=18$ 답 $x=2\pm\sqrt{6}$

$(x-2)^2=6$ 이므로 $x-2=\pm\sqrt{6} \quad \therefore x=2\pm\sqrt{6}$

(2) $4(x-1)^2=20$ 답 $x=1\pm\sqrt{5}$

$(x-1)^2=5$ 이므로 $x-1=\pm\sqrt{5} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{5}$

(3) $\frac{1}{2}(x-5)^2=3$ 답 $x=5\pm\sqrt{6}$

$(x-5)^2=6$ 이므로 $x-5=\pm\sqrt{6} \quad \therefore x=5\pm\sqrt{6}$

(4) $2(x+1)^2=8$ 답 $x=-3$ 또는 $x=1$

$(x+1)^2=4$ 이므로 $x+1=\pm 2 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$

(5) $4(x+3)^2=16$ 답 $x=-5$ 또는 $x=-1$

$(x+3)^2=4$ 이므로 $x+3=\pm 2 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

6 배운 내용 확인하기

(1) 이차방정식 $x^2=q$ ($q \geq 0$)의 해

$\rightarrow x = \boxed{\pm\sqrt{q}}$

(2) 이차방정식 $ax^2=q$ 의 해 $\rightarrow x = \boxed{\pm\sqrt{\frac{q}{a}}}$ (단, $\frac{q}{a} \geq 0$)

(3) 이차방정식 $(x+p)^2=q$ ($q \geq 0$)의 해

$\rightarrow x = \boxed{-p} \pm \sqrt{\boxed{q}}$

(4) 이차방정식 $a(x+p)^2=q$ 의 해

$\rightarrow x = \boxed{-p} \pm \sqrt{\boxed{\frac{q}{a}}}$ (단, $\frac{q}{a} \geq 0$)

4 다음 이차방정식의 해를 완전제곱식을 이용하여 구하여라.

(1) $x^2 - 6x - 1 = 0$ **답** $x = 3 \pm \sqrt{10}$
 $(x-3)^2 = 10 \quad \therefore x = 3 \pm \sqrt{10}$

(2) $x^2 + 4x + 1 = 0$ **답** $x = -2 \pm \sqrt{3}$
 $(x+2)^2 = 3 \quad \therefore x = -2 \pm \sqrt{3}$

(3) $x^2 - 10x + 20 = 0$ **답** $x = 5 \pm \sqrt{5}$
 $(x-5)^2 = 5 \quad \therefore x = 5 \pm \sqrt{5}$

(4) $x^2 + 3x + 1 = 0$ **답** $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \quad \therefore x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

(5) $x^2 - 8x + 1 = 4$ **답** $x = 4 \pm \sqrt{19}$
 $(x-4)^2 = 19$
 $\therefore x = 4 \pm \sqrt{19}$

(6) $x^2 + 2x - 3 = 8$ **답** $x = -1 \pm 2\sqrt{3}$
 $(x+1)^2 = 12$
 $\therefore x = -1 \pm 2\sqrt{3}$

(7) $x^2 - 5x + 6 = 3x$ **답** $x = 4 \pm \sqrt{10}$
 $x^2 - 8x + 6 = 0, (x-4)^2 = 10$
 $\therefore x = 4 \pm \sqrt{10}$

(8) $x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{5}{3} = 0$ **답** $x = 1$ 또는 $x = \frac{5}{3}$
 $\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad \therefore x = 1$ 또는 $x = \frac{5}{3}$

5 다음 이차방정식의 해를 완전제곱식을 이용하여 구하여라.

(1) $3x^2 + 6x - 18 = 0$

→ 주어진 이차방정식의 양변을 3으로 나누면
 $x^2 + 2x - 6 = 0, x^2 + 2x = \boxed{6}$
 $x^2 + 2x + 1 = \boxed{6} + 1$
 $(x + \boxed{1})^2 = \boxed{7}$
 $\therefore x = \boxed{-1} \pm \sqrt{\boxed{7}}$

(2) $2x^2 - 8x - 2 = 0$ **답** $x = 2 \pm \sqrt{5}$
 $x^2 - 4x - 1 = 0, (x-2)^2 = 5$
 $\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$

(3) $3x^2 - 12x - 9 = 0$ **답** $x = 2 \pm \sqrt{7}$
 $x^2 - 4x - 3 = 0, (x-2)^2 = 7$
 $\therefore x = 2 \pm \sqrt{7}$

(4) $4x^2 - 4x - 4 = 0$ **답** $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $x^2 - x - 1 = 0, \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$
 $\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(5) $5x^2 - 30x + 15 = 0$ **답** $x = 3 \pm \sqrt{6}$
 $x^2 - 6x + 3 = 0, (x-3)^2 = 6$
 $\therefore x = 3 \pm \sqrt{6}$

6 배운 내용 확인하기

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 푸는 방법

- ① x^2 의 계수 a 로 양변을 나누어 이차항의 계수를 1로 만든다.
- ② (상수항)을 우변으로 이항한다.
- ③ 양변에 $\left\{ \frac{(x\text{의 계수})}{2} \right\}^2$ 을 더하여 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 고친다.
- ④ (제곱근)을 이용하여 해를 구한다.

09 * 이차방정식의 근의 공식

핵심개념

1. 근의 공식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 근은

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{단, } b^2 - 4ac \geq 0)$$

2. x 의 계수가 짝수인 이차방정식의 근의 공식(짝수 공식)

이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ ($a \neq 0$)의 근은

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (\text{단, } b'^2 - ac \geq 0)$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 37~38쪽

1 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 근의 공식을 유도하는 다음 과정을 완성하여라. (단, a, b, c 는 상수)

① $ax^2+bx+c=0$ 의 양변을 x^2 의 계수 a 로 나누기

$$\rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

② 상수항을 우변으로 이항하기

$$\rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

③ 양변에 $\left\{\frac{(x \text{의 계수})}{2}\right\}^2$ 인 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ 더하기

$$\rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

④ 좌변을 완전제곱식으로 고치기

$$\rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

⑤ 제곱근의 성질을 이용하여 해 구하기

$$\rightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2 이차방정식 $2x^2+5x+1=0$ 을 근의 공식을 유도하는 순서에 맞춰 푸는 다음 과정을 완성하여라.

① $2x^2+5x+1=0$ 의 양변을 x^2 의 계수 2로 나누기

$$\rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

② 상수항을 우변으로 이항하기

$$\rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}$$

③ 양변에 $\left(\frac{5}{4}\right)^2$ 더하기

$$\rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

④ 좌변을 완전제곱식으로 고치기

$$\rightarrow \left(x + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$$

⑤ 제곱근의 성질을 이용하여 해 구하기

$$\rightarrow x + \frac{5}{4} = \frac{\pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

3 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 풀어라.

(1) $x^2 + x - 4 = 0$

$\rightarrow a=1, b=1, c=-4$ 를 근의 공식에 대입하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

(2) $x^2 - x - 3 = 0$ **답** $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

(3) $x^2 - 3x + 1 = 0$ **답** $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

(4) $x^2 + 3x - 5 = 0$ **답** $x = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-5)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$

4 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 풀어라.

(1) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

$a=2, b=-3, c=-1$ 을 근의 공식에 대입하면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(2) $3x^2 + 5x - 1 = 0$ **답** $x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6}$

(3) $4x^2 + x - 2 = 0$ **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 4 \times (-2)}}{2 \times 4} = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8}$

(4) $5x^2 - 5x + 1 = 0$ **답** $x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{10}$

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 5 \times 1}}{2 \times 5} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{10}$

5 다음 이차방정식을 근의 공식(짝수 공식)을 이용하여 풀어라.

(1) $x^2 + 8x + 6 = 0$

$a=1, b'=4, c=6$ 을 근의 공식(짝수 공식)에 대입하면

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 1 \times 6}}{1}$$

$$= -4 \pm \sqrt{10}$$

(2) $2x^2 - 6x - 1 = 0$ **답** $x = \frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 2 \times (-1)}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{11}}{2}$

(3) $3x^2 - 4x - 3 = 0$ **답** $x = \frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-3)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

(4) $4x^2 + 6x - 3 = 0$ **답** $x = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{4}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times (-3)}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{4}$

6 배운 내용 확인하기

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식은

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 이다. (단, $b^2 - 4ac \geq 0$)

이때 $b = 2b'$, 즉 $ax^2 + 2b'x + c = 0$ 인 경우는

$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$ 이다. (단, $b'^2 - ac \geq 0$)

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 38쪽

1 ○ 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이 4

이차방정식 $(x-a)^2=b$ 의 두 근이 $x=2\pm\sqrt{7}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $b>0$)

답 9

$$x=a\pm\sqrt{b}\text{이므로 } a=2, b=7 \\ \therefore a+b=9$$

2 ○ 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이 5

이차방정식 $4(x-1)^2=12$ 의 근이 $x=p\pm\sqrt{q}$ 일 때, 유리수 p, q 에 대하여 $p-q$ 의 값을 구하여라.

답 -2

$$(x-1)^2=3 \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3} \\ \text{따라서 } p=1, q=3\text{이므로 } p-q=-2$$

3 ○ 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이 5

이차방정식 $3(x+1)^2-24=0$ 의 두 근을 각각 p, q 라고 할 때, pq 의 값은?

- ① -7 ② $-4\sqrt{2}$ ③ 1
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 7

답 ①

$$(x+1)^2=8 \quad \therefore x=-1\pm2\sqrt{2} \\ \therefore pq=(-1+2\sqrt{2})(-1-2\sqrt{2})=1-8=-7$$

4 ○ 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 3

이차방정식 $x^2-6x+3=0$ 을 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 3
④ 6 ⑤ 9

답 ③

$$(x-3)^2=6\text{이므로 } p=-3, q=6 \\ \therefore p+q=3$$

5 ○ 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 4, 5

이차방정식 $2x^2-8x-10=8x$ 를 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=p\pm\sqrt{q}$ 이었다. 이때 유리수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하여라.

답 25

$$2x^2-16x-10=0, x^2-8x-5=0, x^2-8x+16=5+16 \\ (x-4)^2=21 \quad \therefore x=4\pm\sqrt{21} \\ \text{따라서 } p=4, q=21\text{이므로 } p+q=25$$

6 ○ 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 4

이차방정식 $x^2+6x+a=0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=-3\pm\sqrt{11}$ 이었다. 이때 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ①

$$x^2+6x+a=0\text{에서 } (x+3)^2=-a+9, x+3=\pm\sqrt{-a+9} \\ \therefore x=-3\pm\sqrt{-a+9} \\ \text{따라서 } -a+9=11\text{이므로 } a=-2$$

7 ○ 이차방정식의 근의 공식 3

이차방정식 $x^2-x+a=0$ 의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

답 -3

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 1\times a}}{2\times 1}=\frac{1\pm\sqrt{1-4a}}{2}\text{이므로} \\ 1-4a=13, 4a=-12 \quad \therefore a=-3$$

8 ○ 이차방정식의 근의 공식 5

이차방정식 $4x^2+6x-1=0$ 의 근이 $x=\frac{a\pm\sqrt{b}}{4}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 7 ② 10 ③ 13
④ 14 ⑤ 17

답 ②

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times(-1)}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{4} \\ \text{따라서 } a=-3, b=13\text{이므로 } a+b=10$$

* 2. 이차방정식의 활용

01 복잡한 이차방정식의 풀이

복잡한 이차방정식은 다음과 같이 식을 정리하여 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

- (1) 괄호가 있으면 괄호를 풀고 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 정리한다.
- (2) 계수가 분수이면 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
- (3) 계수가 소수이면 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친다.
- (4) 공통인 식이 있으면 공통인 식을 한 문자로 놓는다.

02 이차방정식의 근의 개수

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 근의 개수는 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 에서 근호 안에 있는 $b^2 - 4ac$ 의 부호에 따라 결정된다.

- (1) $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다. → 근이 2개
- (2) $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 갖는다. → 근이 1개
- (3) $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다. → 근이 0개

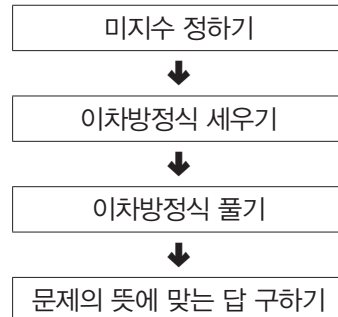
03 두 근이 주어진 이차방정식 구하기

- (1) 두 근이 α, β 이고 x^2 의 계수가 a ($a \neq 0$)인 이차방정식 → $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$
- (2) 중근이 α 이고 x^2 의 계수가 a ($a \neq 0$)인 이차방정식 → $a(x-\alpha)^2=0$
- (3) 두 근의 차가 k 인 이차방정식 → 두 근을 $\alpha, \alpha+k$ 로 놓는다.
- (4) 계수가 모두 유리수이고 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ (p, q 는 유리수, \sqrt{m} 은 무리수)인 이차방정식
→ 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이므로 이차항의 계수가 a 이면
$$a\{x-(p+q\sqrt{m})\}\{x-(p-q\sqrt{m})\}=0$$

04 이차방정식의 활용

이차방정식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

- ① 미지수 정하기: 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x 로 놓는다.
- ② 이차방정식 세우기: 문제의 뜻에 따라 이차방정식을 세운다.
- ③ 이차방정식 풀기: 이차방정식을 푼다.
- ④ 문제의 뜻에 맞는 답 구하기: 구한 해 중에서 문제의 뜻에 맞는 것을 답으로 택한다.



01 * 복잡한 이차방정식의 풀이 (1)

III-2. 이차방정식의 활용

핵심개념

괄호가 있는 이차방정식은 괄호를 풀고 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 정리한 후 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

◀ 정답과 풀이 39쪽

1 이차방정식 $(x+3)(x-4)=-1$ 을 푸는 다음 과정을 완성하여라.

$(x+3)(x-4)=-1$ 에서 좌변을 전개하면
 $x^2-x-12=-1$
 위의 식을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 정리하면
 $x^2-x-11=0$
 근의 공식을 이용하여 해를 구하면

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-11)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

2 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x(x-3)=10$ **답** $x=-2$ 또는 $x=5$

$x^2-3x-10=0, (x+2)(x-5)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

(2) $(x+1)(x+2)=6$ **답** $x=-4$ 또는 $x=1$

$x^2+3x-4=0, (x+4)(x-1)=0$
 $\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

(3) $(x-1)(x+1)=-x$ **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$x^2+x-1=0 \quad \therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(4) $x(x+1)=3x^2-5$ **답** $x = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$

$2x^2-x-5=0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$

3 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x-2)^2=-6(x-2)$

$x^2-4x+4=-6x+12$ **답** $x=-4$ 또는 $x=2$
 $x^2+2x-8=0$
 $(x+4)(x-2)=0 \quad \therefore x=-4$ 또는 $x=2$

(2) $2x(x-1)=(x+1)(x+2)$

$x^2-5x-2=0$ **답** $x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$
 $\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$

(3) $(x-2)(2x+1)=(x+3)^2$

$x^2-9x-11=0 \quad \therefore x = \frac{9 \pm 5\sqrt{5}}{2}$ **답** $x = \frac{9 \pm 5\sqrt{5}}{2}$

(4) $3(2x+1)-2x=4(1-x^2)$

$4x^2+4x-1=0$ **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$
 $\therefore x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$

4 배운 내용 확인하기

괄호가 있는 이차방정식은 (괄호)를 풀고

$ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 정리한 후 (인수분해) 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

02 * 복잡한 이차방정식의 풀이 (2)

Ⅲ-2. 이차방정식의 활용

핵심개념

계수가 분수인 이차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 39~40쪽

1 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{2} = 0$

→ $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{2} = 0$ 의 양변에 **6**을 곱하면
 $2x^2 - x - 3 = 0$
 좌변을 인수분해하여 해를 구하면
 $(x + 1)(2x - 3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

(2) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 = 0$

답 $x = -2$ 또는 $x = 4$

양변에 4를 곱하면
 $x^2 - 2x - 8 = 0, (x+2)(x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$

(3) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}$

답 $x = -3$ 또는 $x = 1$

$\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x+3)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 1$

(4) $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{10} = 0$

답 $x = \frac{15 \pm \sqrt{105}}{20}$

양변에 10을 곱하면 $10x^2 - 15x + 3 = 0$ $\therefore x = \frac{15 \pm \sqrt{105}}{20}$

(5) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{5}$

답 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{34}}{3}$

$\frac{1}{5}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{5} = 0$ 의 양변에 15를 곱하면
 $3x^2 + 10x - 3 = 0$ $\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{34}}{3}$

2 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{x^2 + 2x}{5} = \frac{-x + 3}{10}$

답 $x = -3$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

양변에 10을 곱하면 $2x^2 + 4x = -x + 3$
 $2x^2 + 5x - 3 = 0, (x+3)(2x-1) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

(2) $\frac{(x+2)(x-7)}{8} = \frac{-(x+5)}{4}$

답 $x = -1$ 또는 $x = 4$

양변에 8을 곱하면 $(x+2)(x-7) = -2(x+5)$
 $x^2 - 5x - 14 = -2x - 10, x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x+1)(x-4) = 0$ $\therefore x = -1$ 또는 $x = 4$

(3) $\frac{x^2 - x}{6} = \frac{2x - 1}{3}$

답 $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

양변에 6을 곱하면 $x^2 - x = 2(2x - 1)$
 $x^2 - x = 4x - 2, x^2 - 5x + 2 = 0$
 $\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

(4) $\frac{x^2 - 3}{4} - \frac{x^2 - 2}{3} = -x$

답 $x = 6 \pm \sqrt{35}$

양변에 12를 곱하면 $3(x^2 - 3) - 4(x^2 - 2) = -12x$
 $3x^2 - 9 - 4x^2 + 8 = -12x, x^2 - 12x + 1 = 0$
 $\therefore x = 6 \pm \sqrt{35}$

3 배운 내용 확인하기

계수가 분수인 이차방정식은 양변에 분모의 (최소공배수)를 곱하여 계수를 (정수)로 고친 후 인수분해 또는 (근)의 공식을 이용하여 해를 구한다.

03 * 복잡한 이차방정식의 풀이 (3)

III-2. 이차방정식의 활용

핵심개념

계수가 소수인 이차방정식은 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친 후 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 40쪽

1 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $0.3x^2 - 1.2x + 0.2 = 0$

→ $0.3x^2 - 1.2x + 0.2 = 0$ 의 양변에 **10**을 곱하면

$$3x^2 - 12x + 2 = 0$$

근의 공식을 이용하여 해를 구하면

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{30}}{3}$$

(2) $0.01x^2 - 0.03x - 0.18 = 0$ **답** $x = -3$ 또는 $x = 6$

양변에 100을 곱하면 $x^2 - 3x - 18 = 0$

$$(x+3)(x-6) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 6$$

(3) $0.1x^2 - x + 2.5 = 0$ **답** $x = 5$ (중근)

양변에 10을 곱하면 $x^2 - 10x + 25 = 0$, $(x-5)^2 = 0$

$$\therefore x = 5 \text{ (중근)}$$

(4) $1.2x^2 + 0.6x - 2.4 = 0$ **답** $x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$

양변에 10을 곱하면 $12x^2 + 6x - 24 = 0$, $2x^2 + x - 4 = 0$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{4}$$

(5) $0.03x^2 + 0.01x - 0.12 = -0.03x$

답 $x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

양변에 100을 곱하면 $3x^2 + x - 12 = -3x$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0 \quad \therefore x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

2 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{5}x^2 + 0.3x - \frac{1}{2} = 0$ **답** $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = 1$

tip

계수가 분수, 소수가 섞여 있는 경우는 분수와 소수를 모두 정수로 고칠 수 있는 수를 찾아서 양변에 곱해

양변에 10을 곱하면 $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$$(2x+5)(x-1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

(2) $\frac{1}{4}x^2 + 0.15x - \frac{1}{25} = 0$ **답** $x = -\frac{4}{5}$ 또는 $x = \frac{1}{5}$

양변에 100을 곱하면 $25x^2 + 15x - 4 = 0$

$$(5x+4)(5x-1) = 0 \quad \therefore x = -\frac{4}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

(3) $0.9x^2 + x - \frac{3}{10} = 0$ **답** $x = \frac{-5 \pm 2\sqrt{13}}{9}$

양변에 10을 곱하면 $9x^2 + 10x - 3 = 0$

$$\therefore x = \frac{-5 \pm 2\sqrt{13}}{9}$$

(4) $0.4x^2 - \frac{x^2 + x}{5} = 1$ **답** $x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$

양변에 5를 곱하면 $2x^2 - x^2 - x = 5$

$$x^2 - x - 5 = 0 \quad \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

3 배운 내용 확인하기

계수가 소수인 이차방정식은 양변에 10의 (**거듭제곱**)을 곱하여 계수를 (**정수**)로 고친 후 (**인수분해**) 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

04 * 복잡한 이차방정식의 풀이 (4)

III-2. 이차방정식의 활용

핵심개념

공통인 식이 있는 이차방정식은 다음과 같은 순서로 공통인 식을 한 문자로 놓고 이차방정식을 푼다.

- ① (공통인 식) = A 로 놓고 $pA^2 + qA + r = 0$ 의 꼴로 정리한다.
- ② 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 A 의 값을 구한다.
- ③ 구한 A 의 값에 원래의 식을 대입하여 해를 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

◀ 정답과 풀이 40~41쪽

1 이차방정식 $(x+1)^2 - 4(x+1) - 5 = 0$ 을 푸는 다음 과정을 완성하여라.

$(x+1)^2 - 4(x+1) - 5 = 0$ 에서 $x+1 = A$ 로 놓고 A 의 값을 구하면
 $A^2 - \boxed{4}A - 5 = 0, (A + \boxed{1})(A - \boxed{5}) = 0$
 $\therefore A = \boxed{-1}$ 또는 $A = \boxed{5}$
 $A = x+1$ 을 대입하면
 $x+1 = \boxed{-1}$ 또는 $x+1 = \boxed{5}$
 $\therefore x = \boxed{-2}$ 또는 $x = \boxed{4}$

tip

구한 A 의 값에 원래의 식을 대입해서 다시 x 에 대한 식으로 바꿔라. A 의 값을 이차방정식의 해로 착각하지 않도록 주의!

2 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+2)^2 + 3(x+2) - 4 = 0$

$x+2 = A$ 로 놓으면 ▶ 답 $x = -6$ 또는 $x = -1$
 $A^2 + 3A - 4 = 0, (A+4)(A-1) = 0$
 $\therefore A = -4$ 또는 $A = 1$
 $x+2 = -4$ 또는 $x+2 = 1$ 이므로
 $x = -6$ 또는 $x = -1$

(2) $(x+1)^2 + 6(x+1) + 9 = 0$

$x+1 = A$ 로 놓으면 ▶ 답 $x = -4$ (중근)
 $A^2 + 6A + 9 = 0, (A+3)^2 = 0$
 $\therefore A = -3$ (중근)
 $x+1 = -3$ 이므로 $x = -4$ (중근)

(3) $(x-1)^2 - 3(x-1) + 1 = 0$

$x-1 = A$ 로 놓으면 $A^2 - 3A + 1 = 0$ ▶ 답 $x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $\therefore A = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $x-1 = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 이므로 $x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

(4) $2(x-3)^2 - 5(x-3) - 3 = 0$

▶ 답 $x = \frac{5}{2}$ 또는 $x = 6$

$x-3 = A$ 로 놓으면
 $2A^2 - 5A - 3 = 0, (2A+1)(A-3) = 0$
 $\therefore A = -\frac{1}{2}$ 또는 $A = 3$
 $x-3 = -\frac{1}{2}$ 또는 $x-3 = 3$ 이므로
 $x = \frac{5}{2}$ 또는 $x = 6$

(5) $6(2-x)^2 - (2-x) - 1 = 0$

▶ 답 $x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{7}{3}$

$2-x = A$ 로 놓으면
 $6A^2 - A - 1 = 0, (3A+1)(2A-1) = 0$
 $\therefore A = -\frac{1}{3}$ 또는 $A = \frac{1}{2}$
 $2-x = -\frac{1}{3}$ 또는 $2-x = \frac{1}{2}$ 이므로
 $x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{7}{3}$

(6) $3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 8 - 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$

▶ 답 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{11}{6}$

$x - \frac{1}{2} = A$ 로 놓으면
 $3A^2 = 8 - 2A, 3A^2 + 2A - 8 = 0, (A+2)(3A-4) = 0$
 $\therefore A = -2$ 또는 $A = \frac{4}{3}$
 $x - \frac{1}{2} = -2$ 또는 $x - \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$ 이므로
 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{11}{6}$

3 배운 내용 확인하기

공통인 식이 있는 이차방정식은 공통인 식을 A 로 놓고 정리하여 A 에 대한 이차방정식을 푼 후 구한 A 의 값에 (원래의 식)을 대입하여 해를 구한다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 41쪽

1 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (1) 2

이차방정식 $(x + \frac{3}{2})(x - \frac{1}{2}) = 6x - \frac{7}{4}$ 을 풀면?

- ① $x = -5 \pm \sqrt{21}$ ② $x = 5 \pm \sqrt{21}$
 ③ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$ ④ $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
 ⑤ $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{4}$

답 ④

$$x^2 + x - \frac{3}{4} = 6x - \frac{7}{4}$$

$$x^2 - 5x + 1 = 0 \quad \therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

2 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (1) 3

이차방정식 $(2x+3)(x-1) = (x+1)^2 + 2$ 의 해가 $x=a$ 또는 $x=b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

답 ②

$$2x^2 + x - 3 = x^2 + 2x + 3$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x+2)(x-3) = 0$$

따라서 $x = -2$ 또는 $x = 3$ 이므로
 $a+b=1$

3 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (2) 1

이차방정식 $\frac{1}{6}x^2 - \frac{4}{3}x - 1 = 0$ 의 근이 $x = p \pm \sqrt{q}$ 일 때, 유리수 p, q 에 대하여 $q-p$ 의 값은?

- ① -26 ② -18 ③ 14
 ④ 18 ⑤ 26

답 ④

$$\text{등식의 양변에 6을 곱하면 } x^2 - 8x - 6 = 0$$

$$\therefore x = 4 \pm \sqrt{22}$$

따라서 $p=4, q=22$ 이므로
 $q-p=18$

4 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (3) 1

이차방정식 $0.3x^2 - x + 0.5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{p \pm \sqrt{q}}{3}$ 일 때, 유리수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하여라.

답 15

$$\text{등식의 양변에 10을 곱하면 } 3x^2 - 10x + 5 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 $p=5, q=10$ 이므로 $p+q=15$

5 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (3) 2

이차방정식 $0.3x^2 - \frac{1}{5}x = 0.8$ 의 두 근의 차는?

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
 ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

답 ③

$$\text{등식의 양변에 10을 곱하면 } 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(3x+4)(x-2) = 0 \quad \therefore x = -\frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 차는 $2 - (-\frac{4}{3}) = \frac{10}{3}$

6 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (4) 2

이차방정식 $(x+1)^2 + 7(x+1) - 18 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -9$ 또는 $x = -2$
 ② $x = -9$ 또는 $x = 2$
 ③ $x = -10$ 또는 $x = -2$
 ④ $x = -10$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -10$ 또는 $x = 2$

답 ④

$$x+1 = A \text{로 놓으면 } A^2 + 7A - 18 = 0$$

$$(A+9)(A-2) = 0 \quad \therefore A = -9 \text{ 또는 } A = 2$$

$x+1 = -9$ 또는 $x+1 = 2$ 이므로
 $x = -10$ 또는 $x = 1$

7 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (4) 2

이차방정식 $(2x-3)^2 - 3(2x-3) = 10$ 의 두 근의 합은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

답 ③

$$2x-3 = A \text{로 놓으면 } A^2 - 3A - 10 = 0$$

$$(A+2)(A-5) = 0 \quad \therefore A = -2 \text{ 또는 } A = 5$$

$2x-3 = -2$ 또는 $2x-3 = 5$ 이므로 $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 4$
 따라서 두 근의 합은 $\frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$

8 ○ 복잡한 이차방정식의 풀이 (4) 2

이차방정식 $(x-2)^2 - 4(x-2) = 5$ 의 해가 $x=a$ 또는 $x=b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

답 7

$$x-2 = A \text{로 놓으면 } A^2 - 4A - 5 = 0$$

$$(A+1)(A-5) = 0 \quad \therefore A = -1 \text{ 또는 } A = 5$$

이때 $x-2 = -1$ 또는 $x-2 = 5$ 이므로 $x = 1$ 또는 $x = 7$
 $\therefore ab = 7$

05 * 이차방정식의 근의 개수

핵심개념

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 근의 개수는 근의 공식 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 에서 근호

안에 있는 b^2-4ac 의 부호에 따라 결정된다.

- $b^2-4ac > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다. → 근이 2개
- $b^2-4ac = 0$ 이면 중근을 갖는다. → 근이 1개
- $b^2-4ac < 0$ 이면 근이 없다. → 근이 0개

참고 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)이 근을 가질 조건은 $b^2-4ac \geq 0$ 이다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 41~42쪽

1 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

에 대하여 다음을 완성하여라.

(1) $b^2-4ac > 0$ 이면 이차방정식의 근은

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ 와}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ 로 } \boxed{2} \text{ 개이다.}$$

(2) $b^2-4ac = 0$ 이면 두 근이

$$x = \frac{-b + \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a},$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a} \text{ 가 되어 중복이므로}$$

이 이차방정식의 근은 중근으로 $\boxed{1}$ 개이다.

(3) $b^2-4ac < 0$ 이면 근호 ($\sqrt{\quad}$) 안의 수가

(양수, 음수)가 되어 근이 없다.

2 이차방정식 $x^2-x-3=0$ 의 근의 개수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$a=1, b=\boxed{-1}, c=\boxed{-3}$ 에서

$$b^2-4ac = (\boxed{-1})^2 - 4 \times 1 \times (\boxed{-3}) = \boxed{13}$$

따라서 $b^2-4ac > 0$ 이므로 근의 개수는 $\boxed{2}$ 이다.

3 다음 이차방정식의 근의 개수를 구하여라.

(1) $x^2+2x-4=0$

답

2

tip

x의 계수가 짝수일 때에는 b^2-ac ($2b'-b$)의 부호를 이용해~

$$1^2 - 1 \times (-4) = 5 > 0 \text{ 이므로 근의 개수는 2이다.}$$

(2) $x^2-x+\frac{1}{4}=0$

답

1

$$(-1)^2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{4} = 0 \text{ 이므로 근의 개수는 1이다.}$$

(3) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x + 4 = 0$

답

0

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 4 = -\frac{71}{9} < 0 \text{ 이므로 근의 개수는 0이다.}$$

(4) $16x^2-24x+9=0$

답

1

$$(-12)^2 - 16 \times 9 = 0 \text{ 이므로 근의 개수는 1이다.}$$

(5) $2x^2-3x-3=0$

답

2

$$(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 33 > 0 \text{ 이므로 근의 개수는 2이다.}$$

(6) $3x^2-2x+1=0$

답

0

$$(-1)^2 - 3 \times 1 = -2 < 0 \text{ 이므로 근의 개수는 0이다.}$$

4 다음 이차방정식이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위를 구하여라.

(1) $x^2 + 2x + k = 0$

→ $1^2 - 1 \times k > 0$ 이어야 하므로 $k < 1$

(2) $x^2 - 6x + k = 0$ **답** $k < 9$
 $(-3)^2 - 1 \times k > 0$ 이어야 하므로 $k < 9$

(3) $3x^2 - 4x + k = 0$ **답** $k < \frac{4}{3}$
 $(-2)^2 - 3 \times k > 0$ 이어야 하므로 $k < \frac{4}{3}$

(4) $2x^2 + 5x + 3 - k = 0$ **답** $k > -\frac{1}{8}$
 $5^2 - 4 \times 2 \times (3 - k) > 0$ 이어야 하므로
 $8k > -1 \quad \therefore k > -\frac{1}{8}$

5 다음 이차방정식이 근을 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위를 구하여라.

(1) $x^2 - 3x + k = 0$

→ $(-3)^2 - 4 \times 1 \times k \geq 0$ 이어야 하므로
 $4k \leq 9 \quad \therefore k \leq \frac{9}{4}$

(2) $x^2 + 8x - 2k = 0$ **답** $k \geq -8$
 $4^2 - 1 \times (-2k) \geq 0$ 이어야 하므로
 $2k \geq -16 \quad \therefore k \geq -8$

(3) $2x^2 + 7x + k = 0$ **답** $k \leq \frac{49}{8}$
 $7^2 - 4 \times 2 \times k \geq 0$ 이어야 하므로
 $8k \leq 49 \quad \therefore k \leq \frac{49}{8}$

(4) $2x^2 - 4x + k + 7 = 0$ **답** $k \leq -5$
 $(-2)^2 - 2 \times (k + 7) \geq 0$ 이어야 하므로
 $2k \leq -10 \quad \therefore k \leq -5$

6 다음 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 k 의 값의 범위를 구하여라.

(1) $x^2 + 3x + k = 0$

→ $3^2 - 4 \times 1 \times k < 0$ 이어야 하므로
 $4k > 9 \quad \therefore k > \frac{9}{4}$

(2) $x^2 + 5x + 2k = 0$ **답** $k > \frac{25}{8}$
 $5^2 - 4 \times 1 \times 2k < 0$ 이어야 하므로
 $8k > 25 \quad \therefore k > \frac{25}{8}$

(3) $2x^2 - 3x + \frac{k}{2} = 0$ **답** $k > \frac{9}{4}$
 $(-3)^2 - 4 \times 2 \times \frac{k}{2} < 0$ 이어야 하므로
 $4k > 9 \quad \therefore k > \frac{9}{4}$

(4) $4x^2 - 7x + k + 4 = 0$ **답** $k > -\frac{15}{16}$
 $(-7)^2 - 4 \times 4 \times (k + 4) < 0$ 이어야 하므로
 $16k > -15 \quad \therefore k > -\frac{15}{16}$

(5) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x + k = 0$ **답** $k > \frac{1}{48}$
 $(-\frac{1}{6})^2 - 4 \times \frac{1}{3} \times k < 0$ 이어야 하므로
 $\frac{4}{3}k > \frac{1}{36} \quad \therefore k > \frac{1}{48}$

(6) $(x + 3)^2 = 4x + k$ **답** $k < 8$
 $x^2 + 2x + 9 - k = 0$ 에서
 $1^2 - 1 \times (9 - k) < 0$ 이어야 하므로
 $k < 8$

7 배운 내용 확인하기

(1) 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)의 근의 개수는

→ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 2 개

→ $b^2 - 4ac = 0$ 이면 1 개

→ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 0 개

(2) 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)이 근을 가지려면

서로 다른 근을 가지거나 중근을 가져야 하므로

$b^2 - 4ac \geq 0$

06 * 이차방정식이 중근을 가질 조건

III-2. 이차방정식의 활용

핵심개념

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)이 중근을 가질 조건

→ $b^2-4ac=0$

참고 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ ($a \neq 0$)이 중근을 가질 조건

→ $b'^2-ac=0$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 42쪽

1 다음 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값을 구 하여라.

(1) $x^2+2x+m=0$

$x^2+2x+m=0$ 에서

$2^2-4 \times 1 \times m=0$ 이어야 하므로

$4-4m=0 \quad \therefore m=1$

(2) $x^2-8x+m=0$

답 16

$(-4)^2-1 \times m=0$ 이어야 하므로 $m=16$

(3) $x^2+5x+m=0$

답 $\frac{25}{4}$

$5^2-4 \times 1 \times m=0$ 이어야 하므로 $m=\frac{25}{4}$

(4) $x^2-12x-2m=0$

답 -18

$(-6)^2-1 \times (-2m)=0$ 이어야 하므로 $m=-18$

(5) $4x^2+16x+m=0$

답 16

$8^2-4 \times m=0$ 이어야 하므로 $m=16$

(6) $2x^2-6x+3m=0$

답 $\frac{3}{2}$

$(-3)^2-2 \times 3m=0$ 이어야 하므로 $m=\frac{3}{2}$

2 다음 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값을 구 하여라.

(1) $x^2+mx+1=0$

$x^2+mx+1=0$ 에서

$m^2-4 \times 1 \times 1=0$ 이어야 하므로

$m^2-4=0, m^2=4$

$\therefore m=\pm 2$

(2) $x^2+mx+16=0$

답 ± 8

$m^2-4 \times 1 \times 16=0$ 이어야 하므로 $m^2=64 \quad \therefore m=\pm 8$

(3) $x^2+mx+49=0$

답 ± 14

$m^2-4 \times 1 \times 49=0$ 이어야 하므로 $m^2=196 \quad \therefore m=\pm 14$

(4) $4x^2+mx+9=0$

답 ± 12

$m^2-4 \times 4 \times 9=0$ 이어야 하므로 $m^2=144 \quad \therefore m=\pm 12$

(5) $\frac{1}{9}x^2+mx+4=0$

답 $\pm \frac{4}{3}$

$m^2-4 \times \frac{1}{9} \times 4=0$ 이어야 하므로 $m^2=\frac{16}{9} \quad \therefore m=\pm \frac{4}{3}$

3 배운 내용 확인하기

(1) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)이 중근을 가질 조건 → $b^2-4ac=0$

(2) 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ ($a \neq 0$)이 중근을 가질 조건 → $b'^2-ac=0$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

● 정답과 풀이 42~43쪽

1 ○ 이차방정식의 근의 개수 3

다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것은?

- ① $x^2 - 3x + 5 = 0$ ② $x^2 - 8x + 5 = 0$
 ③ $2x^2 - 4x + 2 = 0$ ④ $4x^2 + 6x + 7 = 0$
 ⑤ $9x^2 + 30x + 25 = 0$

답 ②

② $(-4)^2 - 1 \times 5 = 11 > 0$ 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

2 ○ 이차방정식의 근의 개수 3

다음 <보기>의 이차방정식 중 근을 갖지 않는 것을 모두 골라라.

보기

- ㄱ. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ㄴ. $x^2 + 2x + 3 = 0$
 ㄷ. $x^2 - 8x + 16 = 0$ ㄹ. $4x^2 - 12x + 11 = 0$

답 ㄴ, ㄹ

ㄴ. $1^2 - 1 \times 3 = -2 < 0$ 이므로 근이 없다.

ㄹ. $(-6)^2 - 4 \times 11 = -8 < 0$ 이므로 근이 없다.

3 ○ 이차방정식의 근의 개수 3

이차방정식 $3x^2 + 4x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 a ,
 $5x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 근의 개수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구
 하여라.

답 2

$2^2 - 3 \times 3 = -5 < 0$ 이므로 $a = 0$

$(-3)^2 - 5 \times 1 = 4 > 0$ 이므로 $b = 2$

$\therefore a + b = 2$

4 ○ 이차방정식의 근의 개수 4

이차방정식 $x^2 - 6x + k + 6 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록
 하는 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < 3$ ② $k > 3$ ③ $k \geq 3$
 ④ $k < 9$ ⑤ $k > 9$

답 ①

$(-3)^2 - 1 \times (k + 6) > 0$ 이어야 하므로 $k < 3$

5 ○ 이차방정식의 근의 개수 6

이차방정식 $3x^2 - x + k + 1 = 0$ 이 근을 갖지 않도록 하는 상
 수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < -\frac{11}{12}$ ② $k > -\frac{11}{12}$ ③ $k < -\frac{7}{12}$
 ④ $k < \frac{11}{12}$ ⑤ $k > \frac{11}{12}$

답 ②

$(-1)^2 - 4 \times 3 \times (k + 1) < 0$ 이어야 하므로

$-12k - 11 < 0 \quad \therefore k > -\frac{11}{12}$

6 ○ 이차방정식이 중근을 가질 조건 2

이차방정식 $x^2 - 2(k - 1)x + 25 = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수
 k 의 값을 구하여라.

답 6

$\{-(k - 1)\}^2 - 1 \times 25 = 0, (k - 1)^2 = 25$

$\therefore k = -4$ 또는 $k = 6$

따라서 양수 k 의 값은 6이다.

7 ○ 이차방정식이 중근을 가질 조건 1, 2

이차방정식 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모
 든 상수 m 의 값의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

답 ④

$(-2m)^2 - 1 \times (2m + 6) = 0$ 이어야 하므로

$4m^2 - 2m - 6 = 0, 2m^2 - m - 3 = 0$

$(m + 1)(2m - 3) = 0 \quad \therefore m = -1$ 또는 $m = \frac{3}{2}$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $-1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

8 ○ 이차방정식이 중근을 가질 조건 1, 2

이차방정식 $(a - 1)x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$ 이 중근 b 를 가질
 때, $4ab$ 의 값을 구하여라.

답 -10

$(a - 1)^2 - 4 \times (a - 1) \times 1 = 0$ 이어야 하므로

$a^2 - 6a + 5 = 0, (a - 1)(a - 5) = 0 \quad \therefore a = 1$ 또는 $a = 5$

그런데 $a \neq 1$ 이므로 $a = 5$

$a = 5$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$4x^2 + 4x + 1 = 0, (2x + 1)^2 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

따라서 $b = -\frac{1}{2}$ 이므로 $4ab = -10$

07 * 두 근이 주어진 이차방정식 구하기

핵심개념

1. 두 근이 α, β 이고 x^2 의 계수가 a ($a \neq 0$)인 이차방정식
 $\rightarrow a(x-\alpha)(x-\beta)=0$
2. 중근이 α 이고 x^2 의 계수가 a ($a \neq 0$)인 이차방정식
 $\rightarrow a(x-\alpha)^2=0$
3. 두 근의 차가 k 인 이차방정식
 \rightarrow 두 근을 $\alpha, \alpha+k$ 로 놓는다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 43~44쪽

1 두 근이 1, 2이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

두 근이 1, 2라는 것은

$$k(x-1)(x-2)=0 \quad (k \neq 0)$$

의 꼴로 인수분해된다는 뜻이다.

이때 x^2 의 계수가 2이므로 $k=2$ 를 대입하면

$$2(x-1)(x-2)=0$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$2(x^2-3x+2)=0$$

$$\therefore 2x^2-6x+4=0$$

2 다음 이차방정식을 구하여라.

(1) 두 근이 -1, 3이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식

$$(x+1)(x-3)=0 \quad \text{답} \quad x^2-2x-3=0$$

$$\therefore x^2-2x-3=0$$

(2) 두 근이 4, 5이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식

$$(x-4)(x-5)=0 \quad \text{답} \quad x^2-9x+20=0$$

$$\therefore x^2-9x+20=0$$

(3) 두 근이 -6, -4이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식

$$(x+6)(x+4)=0 \quad \text{답} \quad x^2+10x+24=0$$

$$\therefore x^2+10x+24=0$$

(4) 두 근이 -5, 10이고, x^2 의 계수가 -1인 이차방정식

$$-(x+5)(x-1)=0$$

$$\therefore -x^2-4x+5=0$$

$$\text{답} \quad -x^2-4x+5=0$$

(5) 두 근이 -3, 6이고, x^2 의 계수가 2인 이차방정식

$$2(x+3)(x-6)=0$$

$$\therefore 2x^2-6x-36=0$$

$$\text{답} \quad 2x^2-6x-36=0$$

(6) 두 근이 -6, -2이고, x^2 의 계수가 -2인 이차방정식

$$-2(x+6)(x+2)=0$$

$$\therefore -2x^2-16x-24=0$$

$$\text{답} \quad -2x^2-16x-24=0$$

(7) 두 근이 -1, 40이고, x^2 의 계수가 3인 이차방정식

$$3(x+1)(x-40)=0$$

$$\therefore 3x^2-9x-12=0$$

$$\text{답} \quad 3x^2-9x-12=0$$

(8) 두 근이 -8, -6이고, x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식

$$\frac{1}{2}(x+8)(x+6)=0$$

$$\therefore \frac{1}{2}x^2+7x+24=0$$

$$\text{답} \quad \frac{1}{2}x^2+7x+24=0$$

3 다음 이차방정식을 구하여라.

- (1) 중근이 1이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식

$$\begin{aligned} (x-1)^2 &= 0 \\ \therefore x^2 - 2x + 1 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{x^2 - 2x + 1 = 0}$$

- (2) 중근이 -2 이고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식

$$\begin{aligned} (x+2)^2 &= 0 \\ \therefore x^2 + 4x + 4 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{x^2 + 4x + 4 = 0}$$

- (3) 중근이 2이고, x^2 의 계수가 2인 이차방정식

$$\begin{aligned} 2(x-2)^2 &= 0 \\ \therefore 2x^2 - 8x + 8 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{2x^2 - 8x + 8 = 0}$$

- (4) 중근이 -3 이고, x^2 의 계수가 -2 인 이차방정식

$$\begin{aligned} -2(x+3)^2 &= 0 \\ \therefore -2x^2 - 12x - 18 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{-2x^2 - 12x - 18 = 0}$$

- (5) 중근이 4이고, x^2 의 계수가 3인 이차방정식

$$\begin{aligned} 3(x-4)^2 &= 0 \\ \therefore 3x^2 - 24x + 48 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{3x^2 - 24x + 48 = 0}$$

- (6) 중근이 -1 이고, x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(x+1)^2 &= 0 \\ \therefore \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} = 0}$$

- (7) 중근이 $\frac{1}{2}$ 이고, x^2 의 계수가 4인 이차방정식

$$\begin{aligned} 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 &= 0 \\ 4x^2 - 4x + 1 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답} \quad \underline{4x^2 - 4x + 1 = 0}$$

4 다음에 주어진 이차방정식의 조건을 보고 상수 m 의 값을 구하여라.

- (1) 두 근의 차가 1인 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$

두 근을 각각 α , $\alpha+1$ 이라고 하면

주어진 이차방정식은

$$(x-\alpha)\{x-(\alpha+1)\}=0$$

$$x^2 - (\alpha + \alpha + 1)x + \alpha^2 + \alpha = 0$$

$$2\alpha + 1 = 3 \text{ 이므로 } \alpha = 1$$

$$\therefore m = \alpha^2 + \alpha = 2$$

- (2) 두 근의 차가 2인 이차방정식 $x^2 + 6x + m = 0$

답 8

두 근을 각각 α , $\alpha+2$ 라고 하면

주어진 이차방정식은 $(x-\alpha)\{x-(\alpha+2)\}=0$

$$x^2 - (2\alpha+2)x + \alpha^2 + 2\alpha = 0$$

$$-(2\alpha+2) = 6 \text{ 이므로 } \alpha = -4 \quad \therefore m = \alpha^2 + 2\alpha = 8$$

- (3) 두 근의 차가 3인 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$

답 -2

두 근을 각각 α , $\alpha+3$ 이라고 하면

주어진 이차방정식은 $(x-\alpha)\{x-(\alpha+3)\}=0$

$$x^2 - (2\alpha+3)x + \alpha^2 + 3\alpha = 0$$

$$2\alpha+3 = 1 \text{ 이므로 } \alpha = -1 \quad \therefore m = \alpha^2 + 3\alpha = -2$$

- (4) 두 근의 차가 2인 이차방정식 $4x^2 + 4x + m = 0$

답 -3

두 근을 각각 α , $\alpha+2$ 라고 하면

주어진 이차방정식은 $4(x-\alpha)\{x-(\alpha+2)\}=0$

$$4x^2 - 4(2\alpha+2)x + 4\alpha^2 + 8\alpha = 0$$

$$-4(2\alpha+2) = 4 \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore m = 4\alpha^2 + 8\alpha = -3$$

5 배운 내용 확인하기

- (1) 두 근이 α , β 이고 x^2 의 계수가 a ($a \neq 0$)인 이차방정식

$$\rightarrow a(x-\alpha)(x-\beta) = 0$$

- (2) 중근이 α 이고 x^2 의 계수가 a ($a \neq 0$)인 이차방정식

$$\rightarrow a(x-\alpha)^2 = 0$$

- (3) 두 근의 차가 k 인 이차방정식

$$\rightarrow \text{두 근을 } \alpha, \alpha+k \text{ 로 놓는다.}$$

08 * 한 근이 무리수인 이차방정식 구하기

핵심개념

계수가 모두 유리수인 이차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이다.
(단, p, q 는 유리수, \sqrt{m} 은 무리수)

→ 두 근이 각각 $p+q\sqrt{m}, p-q\sqrt{m}$ 이므로 이차항의 계수가 a 인 이차방정식은
 $a\{x-(p+q\sqrt{m})\}\{x-(p-q\sqrt{m})\}=0$

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 15분

▶ 정답과 풀이 44쪽

1 이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 의 한 근이 $1+\sqrt{2}$ 일 때, 다른 한 근을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 에 $x=1+\sqrt{2}$ 를 대입하면 $(1+\sqrt{2})^2+m(1+\sqrt{2})+n=0$
 $3+m+n+(2+m)\sqrt{2}=0$
 m, n 은 유리수이므로 $3+m+n=0, 2+m=0$
 $\therefore m=-2, n=-1$
 이때 주어진 이차방정식은 $x^2-2x-1=0$ 이므로 이 이차방정식의 해는 $x=1\pm\sqrt{2}$ 이다.
 따라서 구하는 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$ 이다.

2 계수가 모두 유리수인 이차방정식에서 다음에 주어진 값이 이차방정식의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

tip
계수가 모두 유리수인 이차방정식에서 한 근이 무리수 $p+q\sqrt{m}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이지. 기억해 뒀.

(1) $1+\sqrt{3}$ **답** 1-√3

(2) $-\sqrt{5}$ **답** √5

(3) $2\sqrt{3}$ **답** -2√3

(4) $5-\sqrt{7}$ **답** 5+√7

(5) $-3+\sqrt{10}$ **답** -3-√10

(6) $-2-\sqrt{11}$ **답** -2+√11

(7) $-1+3\sqrt{5}$ **답** -1-3√5

(8) $4-3\sqrt{2}$ **답** 4+3√2

(9) $\frac{2-\sqrt{6}}{3}$ **답** $\frac{2+\sqrt{6}}{3}$

3 한 근이 $2+\sqrt{3}$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

다른 한 근이 $2-\sqrt{3}$ 이므로 x^2 의 계수가 1인 이차 방정식은

$$\{x-(2+\sqrt{3})\}\{x-(2-\sqrt{3})\}=0$$

$$\{(x-2)-\sqrt{3}\}\{(x-2)+\sqrt{3}\}=0$$

$$(x-2)^2-\boxed{3}=0$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2-4x+\boxed{1}=0$$

4 다음에 주어진 값이 이차방정식의 한 근일 때, x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하여라.

(단, 이차방정식의 계수는 모두 유리수이다.)

(1) $1-\sqrt{3}$ **답** $x^2-2x-2=0$

한 근이 $1-\sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{3}$
 $\{x-(1-\sqrt{3})\}\{x-(1+\sqrt{3})\}=0$
 $\{(x-1)+\sqrt{3}\}\{(x-1)-\sqrt{3}\}=0, (x-1)^2-3=0$
 $x^2-2x+1-3=0 \quad \therefore x^2-2x-2=0$

(2) $2+\sqrt{5}$ **답** $x^2-4x-1=0$

한 근이 $2+\sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{5}$
 $\{x-(2+\sqrt{5})\}\{x-(2-\sqrt{5})\}=0$
 $\{(x-2)+\sqrt{5}\}\{(x-2)-\sqrt{5}\}=0, (x-2)^2-5=0$
 $x^2-4x+4-5=0 \quad \therefore x^2-4x-1=0$

(3) $-3+\sqrt{3}$ **답** $x^2+6x+6=0$

한 근이 $-3+\sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $-3-\sqrt{3}$
 $\{x-(-3+\sqrt{3})\}\{x-(-3-\sqrt{3})\}=0$
 $\{(x+3)-\sqrt{3}\}\{(x+3)+\sqrt{3}\}=0, (x+3)^2-3=0$
 $x^2+6x+9-3=0 \quad \therefore x^2+6x+6=0$

(4) $-5-\sqrt{6}$ **답** $x^2+10x+19=0$

한 근이 $-5-\sqrt{6}$ 이므로 다른 한 근은 $-5+\sqrt{6}$
 $\{x-(-5-\sqrt{6})\}\{x-(-5+\sqrt{6})\}=0$
 $\{(x+5)+\sqrt{6}\}\{(x+5)-\sqrt{6}\}=0, (x+5)^2-6=0$
 $x^2+10x+25-6=0 \quad \therefore x^2+10x+19=0$

(5) $-2+3\sqrt{2}$ **답** $x^2+4x-14=0$

한 근이 $-2+3\sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $-2-3\sqrt{2}$
 $\{x-(-2+3\sqrt{2})\}\{x-(-2-3\sqrt{2})\}=0$
 $\{(x+2)-3\sqrt{2}\}\{(x+2)+3\sqrt{2}\}=0, (x+2)^2-18=0$
 $x^2+4x+4-18=0 \quad \therefore x^2+4x-14=0$

5 다음과 같이 무리수인 한 근과 x^2 의 계수가 주어질 때, 계수가 모두 유리수인 이차방정식을 구하여라.

(1) 한 근: $2-\sqrt{3}$, x^2 의 계수: 2

다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$ 이므로 x^2 의 계수가 2인 이차 방정식은

$$2\{x-(2-\sqrt{3})\}\{x-(2+\sqrt{3})\}=0$$

$$2\{(x-2)+\sqrt{3}\}\{(x-2)-\sqrt{3}\}=0$$

$$2\{(x-2)^2-\boxed{3}\}=0, 2(x^2-4x+\boxed{1})=0$$

$$\therefore \boxed{2x^2-8x+2}=0$$

(2) 한 근: $2+\sqrt{6}$, x^2 의 계수: -1

답 $-x^2+4x+2=0$

다른 한 근이 $2-\sqrt{6}$ 이므로 x^2 의 계수가 -1 인 이차방정식은
 $-\{x-(2+\sqrt{6})\}\{x-(2-\sqrt{6})\}=0$
 $-\{(x-2)+\sqrt{6}\}\{(x-2)-\sqrt{6}\}=0$
 $-\{(x-2)^2-6\}=0, -(x^2-4x-2)=0$
 $\therefore -x^2+4x+2=0$

(3) 한 근: $3-\sqrt{7}$, x^2 의 계수: 3

답 $3x^2-18x+6=0$

다른 한 근이 $3+\sqrt{7}$ 이므로 x^2 의 계수가 3인 이차방정식은
 $3\{x-(3-\sqrt{7})\}\{x-(3+\sqrt{7})\}=0$
 $3\{(x-3)+\sqrt{7}\}\{(x-3)-\sqrt{7}\}=0$
 $3\{(x-3)^2-7\}=0, 3(x^2-6x+2)=0$
 $\therefore 3x^2-18x+6=0$

(4) 한 근: $-1+2\sqrt{2}$, x^2 의 계수: -2

답 $-2x^2-4x+14=0$

다른 한 근이 $-1-2\sqrt{2}$ 이므로 x^2 의 계수가 -2 인 이차방정식은
 $-2\{x-(-1+2\sqrt{2})\}\{x-(-1-2\sqrt{2})\}=0$
 $-2\{(x+1)-2\sqrt{2}\}\{(x+1)+2\sqrt{2}\}=0$
 $-2\{(x+1)^2-8\}=0, -2(x^2+2x-7)=0$
 $\therefore -2x^2-4x+14=0$

6 배운 내용 확인하기

계수가 모두 유리수인 이차방정식의 한 근이

$p+q\sqrt{m}$ (p, q 는 유리수, \sqrt{m} 은 무리수)이면

→ 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$

→ x^2 의 계수가 a 이면

$$a\{x-(p+q\sqrt{m})\}\{x-(p-q\sqrt{m})\}=0$$

핵심개념

이차방정식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

- ① 미지수 정하기: 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x 로 놓는다.
- ② 이차방정식 세우기: 문제의 뜻에 따라 이차방정식을 세운다.
- ③ 이차방정식 풀기: 이차방정식을 푼다.
- ④ 문제의 뜻에 맞는 답 구하기: 구한 해 중에서 문제의 뜻에 맞는 것을 답으로 택한다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 44~45쪽

1 연속하는 두 자연수의 곱이 20일 때, 두 수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

① 미지수 정하기

연속하는 두 자연수 중 작은 수를 x 라고 하면 큰 수는 $x+1$ 이다.

② 이차방정식 세우기

두 자연수의 곱이 20이므로

$$x(x+1) = 20 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

③ 이차방정식 풀기

①을 정리하여 풀면

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x+5)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 4$$

④ 문제의 뜻에 맞는 답 구하기

그런데 x 는 자연수이므로 $x = 4$

따라서 곱이 20인 연속하는 두 자연수는

4, 5이다.

2 제곱의 합이 25인 연속하는 두 자연수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 연속하는 두 자연수 중 작은 수를 x 라고 할 때, 큰 수를 x 에 대한 식으로 나타내어라.

답 $x+1$

(2) 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 25임을 이용하여 이차방정식을 세워라.

답 $x^2 + (x+1)^2 = 25$

(3) (2)에서 구한 이차방정식을 풀어라.

$$2x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x+4)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 3$$

답 $x = -4 \text{ 또는 } x = 3$

(4) 두 자연수를 구하여라.

x 는 자연수이므로 $x = 3$

따라서 제곱의 합이 25인 연속하는 두 자연수는 3, 4이다.

답 3, 4

3 승훈이가 공부를 하기 위해 책을 펼쳤는데 펼친 두 면의 쪽수의 곱이 420이었다. 펼친 두 면의 쪽수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

① 펼친 두 면 중에서 왼쪽 면의 쪽수를 x 라고 하면
오른쪽 면의 쪽수는 $x+1$ 이다.

② 두 면의 쪽수의 곱이 420이므로
 $x(x+1)=420$ ㉠

③ ㉠을 정리하여 풀면
 $x^2+x-420=0$
 $(x+21)(x-20)=0$
 $\therefore x=-21$ 또는 $x=20$

④ 그런데 x 는 자연수이므로 $x=20$
따라서 펼친 두 면의 쪽수는 20, 21이다.

4 민규와 동생의 나이 차는 2살이다. 민규와 동생의 나이의 제곱의 합이 452일 때, 민규의 나이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 민규의 나이를 x 살이라고 할 때, 동생의 나이를 x 에 대한 식으로 나타내어라.

답 $(x-2)$ 살

(2) 민규와 동생의 나이의 제곱의 합이 452임을 이용하여 이차방정식을 세워라.

답 $x^2+(x-2)^2=452$

(3) (2)에서 구한 이차방정식을 풀어라.

$2x^2-4x+4=452$ 답 $x=-14$ 또는 $x=16$
 $x^2-2x-224=0$
 $(x+14)(x-16)=0$ $\therefore x=-14$ 또는 $x=16$

(4) 민규의 나이를 구하여라.

x 는 자연수이므로 $x=16$ 답 16살

5 가로와 세로의 길이가 20 cm, 세로의 길이가 10 cm인 직사각형의 가로와 세로를 각각 같은 길이만큼 늘였다니 넓이가 처음의 3배가 되었다. 가로와 세로를 각각 몇 cm 늘였는지 구하는 다음 과정을 완성하여라.

① 처음 직사각형의 넓이는 $20 \times 10 = 200$ (cm^2)이고, 가로와 세로를 각각 x cm 늘였다면 길이를 늘인 직사각형의 가로의 길이는 $(20+x)$ cm, 세로의 길이는 $(10+x)$ cm이다.

② $(20+x)(10+x) = 3 \times 200$ ㉠

③ ㉠을 정리하여 풀면 $x^2+30x-400=0$
 $(x+40)(x-10)=0$
 $\therefore x=-40$ 또는 $x=10$

④ 그런데 $x > 0$ 이므로 $x=10$
따라서 가로와 세로를 각각 10 cm 늘였다.

6 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형의 가로의 길이를 x cm 늘이고, 세로의 길이를 x cm 줄여서 직사각형을 만들었다. 직사각형의 넓이가 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 일 때, 처음 정사각형의 가로를 몇 cm 늘였는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 x 에 대한 식으로 나타내어라.

답 가로: $(10+x)$ cm, 세로: $(10-x)$ cm

(2) 직사각형의 넓이가 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용하여 이차방정식을 세워라.

답 $(10+x)(10-x)=50$

(3) (2)에서 구한 이차방정식을 풀어라.

$100-x^2=50, x^2=50$ 답 $x=\pm 5\sqrt{2}$
 $\therefore x=\pm 5\sqrt{2}$

(4) 가로를 몇 cm 늘였는지 구하여라.

$x > 0$ 이므로 $x=5\sqrt{2}$ 답 $5\sqrt{2}$ cm

7 지면에서 초속 40 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 $(40x - 5x^2)$ m일 때, 이 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후에 지면에 떨어지는지 구하는 다음 과정을 완성하여라.

쏘아 올린 물체가 지면에 떨어졌을 때의 높이는 0 m
 이므로 $40x - 5x^2 = \boxed{0}$ ㉠
 ㉠을 정리하여 풀면
 $x^2 - \boxed{8}x = 0, x(x - \boxed{8}) = 0$
 $\therefore x = \boxed{0}$ 또는 $x = \boxed{8}$
 따라서 물체를 쏘아 올린 지 $\boxed{8}$ 초 후에 지면에 떨어진다.

8 지면에서 초속 20 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이가 $(-5x^2 + 20x)$ m일 때, 몇 초 후에 공의 높이가 처음으로 15 m가 되는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 공의 높이가 15 m임을 이용하여 이차방정식을 세워라.

답 $-5x^2 + 20x = 15$

(2) (1)에서 구한 이차방정식을 풀어라.

$5x^2 - 20x + 15 = 0$ 답 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x - 1)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$

(3) 공을 쏘아 올린 지 몇 초 후에 공의 높이가 처음으로 15 m가 되는지 구하여라.

답 1 초 후

9 높이가 50 m인 건물에서 초속 45 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 $(50 + 45x - 5x^2)$ m일 때, 쏘아 올린 지 몇 초 후에 지면에 떨어지는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 지면에 떨어지는 것을 이용하여 이차방정식을 세워라.

답 $50 + 45x - 5x^2 = 0$

(2) (1)에서 구한 이차방정식을 풀어라.

$x^2 - 9x - 10 = 0$ 답 $x = -1$ 또는 $x = 10$
 $(x + 1)(x - 10) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 10$

(3) 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후에 지면에 떨어지는지 구하여라.

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 답 10 초 후

10 배운 내용 확인하기

이차방정식의 활용 문제 풀이 순서

- ① (미지수) 정하기
- ② (이차방정식) 세우기
- ③ 이차방정식 풀기
- ④ 문제의 뜻에 맞는 (답) 구하기

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 45~46쪽

1 ○ 두 근이 주어진 이차방정식 구하기 2

이차방정식 $2x^2 + mx - n = 0$ 의 두 근이 3, 4일 때, 상수 m , n 에 대하여 $m - n$ 의 값은?

- ① -30 ② -20 ③ -10
④ 10 ⑤ 20

답 ④

$2(x-3)(x-4)=0$, $2x^2-14x+24=0$
따라서 $m=-14$, $n=-24$ 이므로
 $m-n=10$

2 ○ 두 근이 주어진 이차방정식 구하기 2

이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$ 일 때, 이차 방정식 $bx^2 + ax + 2 = 0$ 의 두 근의 차를 구하여라.

답 3

두 근이 $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$ 이므로 $6(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{3})=0$
 $6(x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6})=0$, $6x^2-x-1=0$ 이므로 $a=-1$, $b=-1$
즉, $-x^2-x+2=0$ 에서 $x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$
따라서 $x=-2$, $x=1$ 이므로 두 근의 차는 $1-(-2)=3$

3 ○ 두 근이 주어진 이차방정식 구하기 3

중근이 $x = -3$ 이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식을 구하여라.

답 $\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2} = 0$

$\frac{1}{2}(x+3)^2=0$ 이므로 $\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2} = 0$

4 ○ 두 근이 주어진 이차방정식 구하기 4

이차방정식 $x^2 - 6x + 3k + 2 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

답 ⑤

두 근을 각각 a , $a+2$ 라고 하면 주어진 이차방정식은
 $(x-a)(x-(a+2))=0$, $x^2-(2a+2)x+a^2+2a=0$
 $2a+2=6$ 에서 $a=2$ 이므로 $3k+2=a^2+2a=8$
 $\therefore k=2$

5 ○ 두 근이 주어진 이차방정식 구하기 4

이차방정식 $x^2 - 9x + k = 0$ 의 한 근이 다른 근의 2배일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 0 ② 6 ③ 12
④ 18 ⑤ 24

답 ④

두 근을 각각 a , $2a$ 라고 하면 주어진 이차방정식은
 $(x-a)(x-2a)=0$, $x^2-3ax+2a^2=0$
 $3a=9$ 에서 $a=3$ 이므로 $k=2a^2=18$

6 ○ 두 근이 주어진 이차방정식 구하기 4

이차방정식 $2x^2 - 14x + k = 0$ 의 두 근의 비가 3:4일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

답 24

두 근을 각각 $3a$, $4a$ 라고 하면 주어진 이차방정식은
 $2(x-3a)(x-4a)=0$, $2x^2-14ax+24a^2=0$
 $14a=14$ 에서 $a=1$ 이므로 $k=24a^2=24$

7 ○ 한 근이 무리수인 이차방정식 구하기 5

이차방정식 $ax^2 + 4x + b = 0$ 의 한 근이 $-1 + \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a , b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하여라.

답 10

다른 한 근이 $-1 - \sqrt{5}$ 이므로 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은
 $a\{x - (-1 + \sqrt{5})\}\{x - (-1 - \sqrt{5})\} = 0$
 $a\{(x+1) - \sqrt{5}\}\{(x+1) + \sqrt{5}\} = 0$
 $a\{(x+1)^2 - 5\} = 0$, $a(x^2 + 2x - 4) = 0$ $\therefore ax^2 + 2ax - 4a = 0$
따라서 $2a = 4$ 이므로 $a = 2$
주어진 이차방정식은 $2x^2 + 4x - 8 = 0$ 이므로 $b = -8$
 $\therefore a - b = 2 - (-8) = 10$

8 ○ 한 근이 무리수인 이차방정식 구하기 5

이차방정식 $ax^2 + bx + 2 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, 유리수 a , b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

답 -16

한 근은 $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = 2 + \sqrt{3}$ 이고 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은
 $a\{x - (2 + \sqrt{3})\}\{x - (2 - \sqrt{3})\} = 0$
 $a\{(x-2) - \sqrt{3}\}\{(x-2) + \sqrt{3}\} = 0$
 $a\{(x-2)^2 - 3\} = 0$, $a(x^2 - 4x + 1) = 0$
 $\therefore ax^2 - 4ax + a = 0$
따라서 $a = 2$ 이므로 주어진 이차방정식은 $2x^2 - 8x + 2 = 0$ $\therefore b = -8$
 $\therefore ab = -16$

9 ○ 이차방정식의 활용 1, 2

연속하는 두 홀수의 곱이 63일 때, 두 홀수 중 작은 수를 구하여라.

답 7
두 홀수 중 작은 수를 x 라고 하면 큰 수는 $x+2$ 이다.
 $x(x+2)=63, x^2+2x-63=0, (x+9)(x-7)=0$
 $\therefore x=7 (\because x>0)$
따라서 두 홀수는 7, 9이므로 작은 수는 7이다.

10 ○ 이차방정식의 활용 1, 2

연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 나머지 두 수의 제곱의 합보다 32만큼 작을 때, 가장 큰 수는?

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

답 3
연속하는 세 자연수를 각각 $x-1, x, x+1$ 이라고 하면
 $(x+1)^2=x^2+(x-1)^2-32, x^2-4x-32=0$
 $(x+4)(x-8)=0 \therefore x=8 (\because x>1)$
따라서 연속하는 세 자연수는 7, 8, 9이므로 가장 큰 수는 9이다.

11 ○ 이차방정식의 활용 3, 4

사탕 60개를 친구들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 친구가 받는 사탕의 개수가 전체 친구의 수보다 4만큼 많다고 할 때, 친구는 모두 몇 명인지 구하여라.

답 6명
친구가 모두 x 명이라고 하면 한 친구가 받는 사탕의 개수는 $(x+4)$ 개이므로
 $x(x+4)=60, x^2+4x-60=0$
 $(x+10)(x-6)=0 \therefore x=6 (\because x \text{는 자연수})$
따라서 친구는 모두 6명이다.

12 ○ 이차방정식의 활용 3, 4

언니와 동생의 나이 차는 5살이고, 언니의 나이의 제곱은 동생의 나이의 제곱에 5배를 한 것보다 1살이 더 많다고 할 때, 동생의 나이는?

- ① 3살 ② 4살 ③ 5살
- ④ 8살 ⑤ 9살

답 2
동생의 나이를 x 살이라고 하면 언니의 나이는 $(x+5)$ 살이므로
 $(x+5)^2=5x^2+1, 2x^2-5x-12=0$
 $(2x+3)(x-4)=0 \therefore x=4 (\because x \text{는 자연수})$
따라서 동생의 나이는 4살이다.

13 ○ 이차방정식의 활용 6

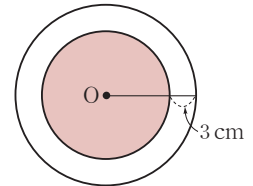
어떤 정사각형의 가로의 길이를 4 cm 짧게 하고 세로의 길이를 7 cm 길게 하여 만들어진 직사각형의 넓이가 60 cm^2 이었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 7 cm ② 8 cm ③ 9 cm
- ④ 10 cm ⑤ 11 cm

답 2
처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 직사각형의 가로의 길이는 $(x-4)$ cm, 세로의 길이는 $(x+7)$ cm이므로 $(x-4)(x+7)=60$
 $x^2+3x-88=0, (x+11)(x-8)=0 \therefore x=8 (\because x>0)$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8 cm이다.

14 ○ 이차방정식의 활용 6

오른쪽 그림에서 중심이 O인 작은 원의 반지름의 길이를 3 cm만큼 늘여서 만든 큰 원의 넓이는 작은 원의 넓이의 2배가 되었다. 이때 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



답 $(3+3\sqrt{2})$ cm
작은 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면
 $\pi(x+3)^2=2 \times \pi x^2, x^2-6x-9=0$
 $\therefore x=3+3\sqrt{2} (\because x>0)$
따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $(3+3\sqrt{2})$ cm이다.

15 ○ 이차방정식의 활용 1~6

정 n 각형의 모든 대각선의 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이다. 대각선의 개수가 54인 정다각형은?

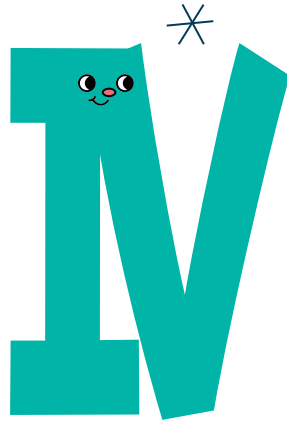
- ① 정육각형 ② 정팔각형 ③ 정십각형
- ④ 정십이각형 ⑤ 정십사각형

답 4
 $\frac{n(n-3)}{2}=54$ 에서 $n^2-3n-108=0$
 $(n+9)(n-12)=0 \therefore n=12 (\because n \text{는 자연수})$
따라서 대각선의 개수가 54인 정다각형은 정십이각형이다.

16 ○ 이차방정식의 활용 8

높이가 15 m인 건물에서 초속 60 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 $(-5x^2+60x+15)$ m일 때, 물체의 높이가 다시 15 m가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

답 12초 후
 $-5x^2+60x+15=15$ 에서 $x^2-12x=0$
 $x(x-12)=0 \therefore x=12 (\because x>0)$
따라서 물체의 높이가 다시 15 m가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 12초 후이다.



이차함수

학습주제	쪽수
1. 이차함수의 그래프 (1)	
01 이차함수의 뜻과 합숫값	145
02 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프	147
03 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프	148
04 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프	149
05 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 성질	151
스스로 점검하기	153
06 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프	154
07 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프	157
08 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프	160
스스로 점검하기	163

학습주제	쪽수
2. 이차함수의 그래프 (2)	
01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프	165
02 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표	168
03 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 성질	169
04 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 평행이동	171
05 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에 서 a, b, c 의 부호 정하기	172
스스로 점검하기	174
06 이차함수의 식 구하기 (1)	175
07 이차함수의 식 구하기 (2)	177
08 이차함수의 식 구하기 (3)	178
09 이차함수의 식 구하기 (4)	179
스스로 점검하기	180
10 이차함수의 최댓값과 최솟값	181
11 이차함수의 식 구하기 (5)	184
12 이차함수의 활용	185
스스로 점검하기	188

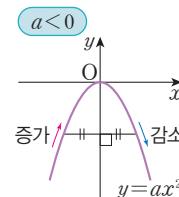
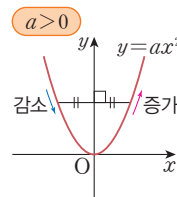
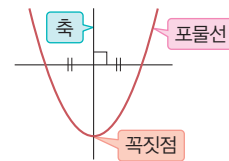
1. 이차함수의 그래프 (1)

01 이차함수의 뜻

- 이차함수: 함수 $y=f(x)$ 에서 y 가 x 에 대한 이차식 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)로 나타내어질 때, 이 함수를 x 에 대한 이차함수라고 한다.
- 이차함수의 함숫값: 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)에서 $x=k$ 일 때의 함숫값 $\rightarrow f(k)=ak^2+bk+c$

02 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프

- 포물선: 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선
 - 포물선은 선대칭도형이며 그 대칭축을 포물선의 축이라고 한다.
 - 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.
- 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프
 - 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
 - y 축에 대하여 대칭이다. \rightarrow 축의 방정식: $x=0$
 - $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 - a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 - 이차함수 $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.



03 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

- 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프

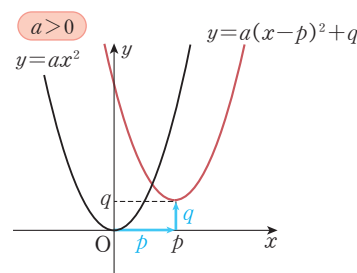
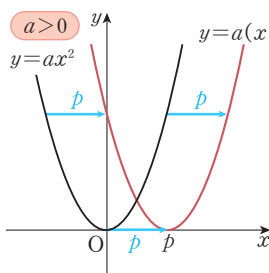
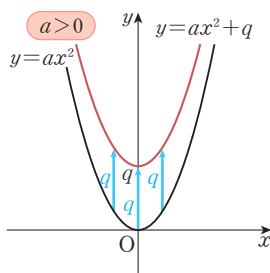
 - 꼭짓점의 좌표: $(0, q)$
 - 축의 방정식: $x=0$ (y 축)
- 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프

 - 꼭짓점의 좌표: $(p, 0)$
 - 축의 방정식: $x=p$
- 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프

 - 꼭짓점의 좌표: (p, q)
 - 축의 방정식: $x=p$



01 * 이차함수의 뜻과 함숫값

핵심개념

1. 이차함수: 함수 $y=f(x)$ 에서 y 가 x 에 대한 이차식

$$y=ax^2+bx+c \quad (a, b, c \text{는 상수}, a \neq 0)$$

로 나타내어질 때, 이 함수를 x 에 대한 이차함수라고 한다.

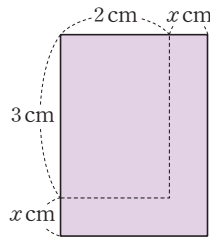
2. 이차함수의 함숫값: 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)에서 $x=k$ 일 때의 함숫값 $\rightarrow f(k)=ak^2+bk+c$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 47쪽

1 오른쪽 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 2 cm, 3 cm인 직사각형을 각각 x cm씩 늘인 직사각형이다. 이 직사각형의 넓이를 y cm²라고 할 때, 다음을 완성하여라.



(1) y 를 x 에 대한 식으로 나타내면

$$y=(x+2)(x+3) \\ =x^2+5x+6 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이므로 y 를 x 에 대한 (일차식, 이차식)으로 나타낼 수 있다.

(2) ①에서 x 의 값에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 대응하므로 y 는 x 의 함수이다.

(3) ①과 같이 함수 $y=f(x)$ 에서 y 가 x 에 대한 이차식 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)로 나타내어질 때, 이 함수를 x 에 대한 이차함수라고 한다.

2 이차함수 $y=x^2-x+2$ 에 대하여 $x=-1$ 일 때의 y 의 값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$$y=x^2-x+2 \text{에 } x=-1 \text{을 대입하면} \\ y=(-1)^2-(-1)+2=4 \\ \text{따라서 } x=-1 \text{일 때의 } y \text{의 값은 } 4 \text{이다.}$$

3 다음 중 이차함수인 것에는 ○표, 이차함수가 아닌 것에는 ×표를 하여라.

(1) x^2+2x+1 (×)

(2) $-x^2+8=0$ (×)

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ (○)

(4) $y=\frac{1}{x^2}$ (×)

(5) $y=-2x^2+x-5$ (○)

(6) $y=(x+1)(3x+2)$ (○)
 $y=3x^2+5x+2$

(7) $y=(x+1)^2-x^2$ (×)
 $y=2x+1$

(8) $y=2(x-5)-2x^2$ (○)
 $y=-2x^2+2x-10$

4 다음에서 y 를 x 에 대한 식으로 나타내고, 이차함수인지 아닌지 말하여라.

(1) 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이 y cm²

답 $y=x^2$, 이차함수이다.

(2) 반지름의 길이가 x cm인 원의 넓이 y cm²

답 $y=\pi x^2$, 이차함수이다.

(3) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피 y cm³

답 $y=x^3$, 이차함수가 아니다.

(4) 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이 y cm

답 $y=2\pi x$, 이차함수가 아니다.

(5) 밑변의 길이가 x cm, 높이가 $4x$ cm인 삼각형의 넓이 y cm²

답 $y=2x^2$, 이차함수이다.

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$$

(6) 가로와 세로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 $(x+1)$ cm인 직사각형의 둘레의 길이 y cm

답 $y=4x+2$, 이차함수가 아니다.

$$y = 2x + 2(x+1) = 4x + 2$$

(7) 시속 60 km로 x 시간 동안 달린 거리 y km

답 $y=60x$, 이차함수가 아니다.

(8) 가로와 세로의 길이가 x m, 넓이가 10 m²인 직사각형의 세로의 길이 y m

답 $y=\frac{10}{x}$, 이차함수가 아니다.

$$x \times y = 10 \text{에서 } y = \frac{10}{x}$$

5 이차함수 $y=x^2-2x+3$ 에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $x=-1$ 일 때의 y 의 값 답 6

(2) $x=0$ 일 때의 y 의 값 답 3

(3) $x=1$ 일 때의 y 의 값 답 2

(4) $x=2$ 일 때의 y 의 값 답 3

6 다음 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 값을 구하여라.

(1) $f(x)=x^2$ 답 4

(2) $f(x)=x^2-1$ 답 3

(3) $f(x)=x^2+2x+1$ 답 9

(4) $f(x)=2x^2+x-4$ 답 6

(5) $f(x)=-x^2+x+2$ 답 0

(6) $f(x)=-2x^2-x+3$ 답 -7

7 배운 내용 확인하기

a, b, c 는 상수, $a \neq 0$ 일 때

(1) $ax^2+bx+c \rightarrow$ 이차(식)

$ax^2+bx+c=0 \rightarrow$ 이차(방정식)

$y=ax^2+bx+c \rightarrow$ 이차(함수)

(2) 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$ 에서 $x=k$ 일 때의 함숫값은 $f(k)$

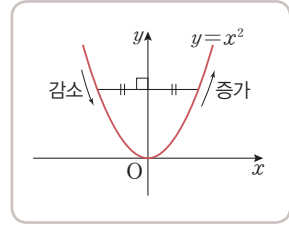
$\rightarrow f(x)=ax^2+bx+c$ 에 $x=\boxed{k}$ 를 대입하여 얻은 값

$\rightarrow f(\boxed{k})=ak^2+bk+c$

02 * 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프

핵심개념

1. 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하고, 그래프의 모양은 아래로 볼록한 곡선이다.
2. y 축에 대하여 대칭이다. → 축의 방정식: $x=0$
축을 나타내는 직선의 방정식
3. $x < 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고,
 $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 47쪽

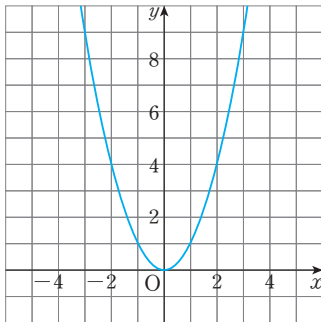
[1~2] 다음 물음에 답하여라.

1 이차함수 $y = x^2$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 아래 표를 완성하여라.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

(2) (1)의 표를 이용하여 x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



(3) 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프는 (아래), 위)로 볼록하고, y 축에 대하여 대칭이다.

2 1에서 그린 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 보고 다음을 구하여라.

(1) 꼭짓점의 좌표 답 (0, 0)

(2) 축의 방정식 답 $x=0$

(3) x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위 답 $x < 0$

(4) x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위 답 $x > 0$

(5) 그래프가 지나는 사분면 답 제1, 2사분면

3 배운 내용 확인하기

이차함수 $y = x^2$ 의 그래프는

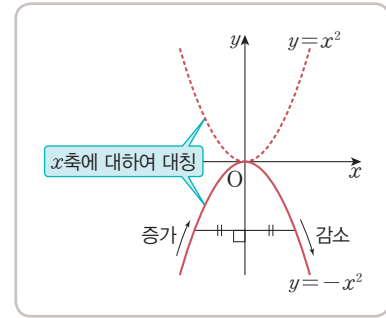
- (1) 원점을 (꼭짓점)으로 하고, (아래)로 볼록한 곡선이다.
- (2) y 축 ($x=0$)에 대하여 대칭이다.
- (3) $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 (감소)하고,
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 (증가)한다.

03 * 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프

IV-1. 이차함수의 그래프 (1)

핵심개념

1. 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하고, 그래프의 모양은 위로 볼록한 곡선이다.
2. y 축에 대하여 대칭이다. → 축의 방정식: $x=0$
3. $x < 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고, $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
4. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

◀ 정답과 풀이 47쪽

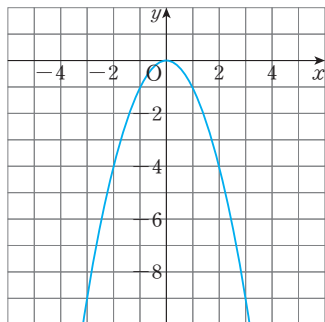
[1~2] 다음 물음에 답하여라.

1 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 아래 표를 완성하여라.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	...

(2) (1)의 표를 이용하여 x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



(3) 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프는 (아래, 위)로 볼록하고, y 축에 대하여 대칭이다.

(4) 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

2 1에서 그린 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 보고 다음을 구하여라.

(1) 꼭짓점의 좌표 답 (0, 0)

(2) 축의 방정식 답 $x=0$

(3) x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위 답 $x < 0$

(4) x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위 답 $x > 0$

(5) 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭인 이차함수의 식 답 $y = x^2$

(6) 그래프가 지나는 사분면 답 제3, 4사분면

3 배운 내용 확인하기

이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프는

(1) 원점을 (꼭짓점)으로 하고, (위)로 볼록한 곡선이다.

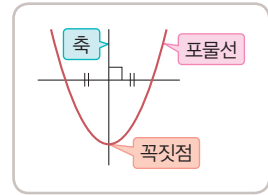
(2) y 축 ($x=0$)에 대하여 대칭이다.

(3) $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 (증가)하고, $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 (감소)한다.

04 * 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프

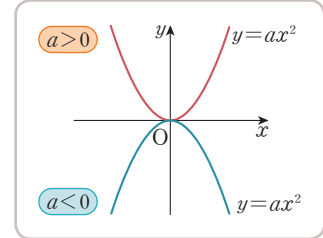
핵심개념

- 포물선: 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선
 - 포물선은 선대칭도형이며 그 대칭축을 포물선의 축이라고 한다.
 - 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



2. 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프

- 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- y 축에 대하여 대칭이다. → 축의 방정식: $x=0$
- $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 47~48쪽

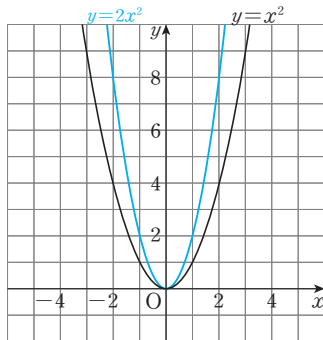
1 두 이차함수 $y=x^2, y=2x^2$ 에 대하여 다음을 완성하여라.

(1) 아래 표를 완성하여라.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=x^2$...	4	1	0	1	4	...
$y=2x^2$...	8	2	0	2	8	...

(2) (1)의 표에서 x 의 각 값에 대하여 이차함수 $y=2x^2$ 의 함숫값은 $y=x^2$ 의 함숫값의 2배이다. 따라서 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프의 각 점에 대하여 y 좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그릴 수 있다.

(3) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



(4) 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$ 이고 y 축을 축으로 하는 포물선이다. 또한, 그래프의 모양은 (아래, 위)로 볼록하고 제 1, 2사분면을 지난다.

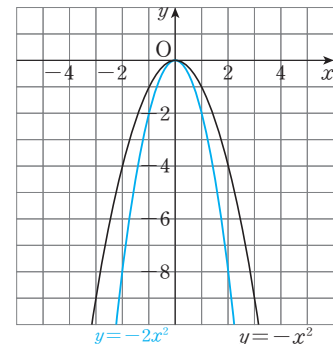
2 두 이차함수 $y=-x^2, y=-2x^2$ 에 대하여 다음을 완성하여라.

(1) 아래 표를 완성하여라.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=-x^2$...	-4	-1	0	-1	-4	...
$y=-2x^2$...	-8	-2	0	-2	-8	...

(2) (1)의 표에서 x 의 각 값에 대하여 이차함수 $y=-2x^2$ 의 함숫값은 $y=-x^2$ 의 함숫값의 2배이다. 따라서 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프는 $y=-x^2$ 의 그래프의 각 점에 대하여 y 좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그릴 수 있다.

(3) 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.

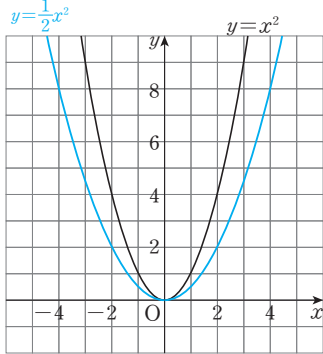


(4) 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$ 이고 y 축을 축으로 하는 포물선이다. 또한, 그래프의 모양은 (아래, 위)로 볼록하고 제 3, 4사분면을 지난다.

3 다음 물음에 답하여라.

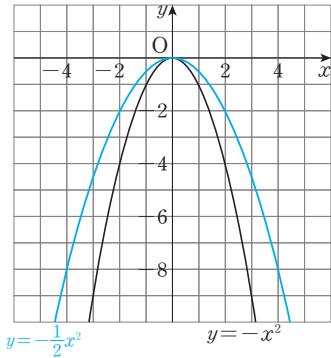
(1) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수

$y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



(2) 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수

$y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



4 다음 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하여라.

(1) $y=3x^2$

tip a 의 부호는 그래프의 모양을 결정해!

→ $y=ax^2$ 에서 $a>0$ 이므로 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프는 제1, 2사분면을 지난다.

(2) $y=4x^2$ **답** 제1, 2사분면

(3) $y=-5x^2$ **답** 제3, 4사분면

(4) $y=\frac{1}{3}x^2$ **답** 제1, 2사분면

(5) $y=-\frac{4}{3}x^2$ **답** 제3, 4사분면

5 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 다음 점을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

(1) (1, 3)

$y=ax^2$ 의 그래프가 점 (1, 3)을 지나므로
 $x=1, y=3$ 을 $y=ax^2$ 에 대입하면
 $3=a \times 1^2$
 $\therefore a=3$

(2) (-1, 4) **답** 4

$4=a \times (-1)^2 \quad \therefore a=4$

(3) (-2, 1) **답** $\frac{1}{4}$

$1=a \times (-2)^2 \quad \therefore a=\frac{1}{4}$

(4) (-3, -6) **답** $-\frac{2}{3}$

$-6=a \times (-3)^2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

6 배운 내용 확인하기

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프는

(1) $a>0$ 이면 (아래)로 볼록하고,
 $a<0$ 이면 (위)로 볼록한 포물선이다.

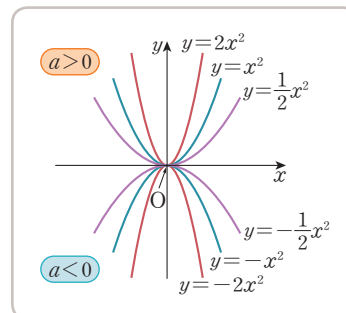
(2) $a>0$ 일 때 제 1, 2사분면을 지나고,
 $a<0$ 일 때 제 3, 4사분면을 지난다.

05 * 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 성질

핵심개념

1. 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
2. y 축에 대하여 대칭이다. → 축의 방정식: $x=0$
3. $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
4. a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
5. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

참고 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에서 a 의 부호는 그래프의 모양, 즉 볼록한 방향을 결정하고, a 의 절댓값은 그래프의 폭을 결정한다.



■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 48쪽

1 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프에 대하여 다음을 완성하여라.

- (1) 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{0}, \boxed{0})$ 이다.
- (2) \boxed{y} 축에 대하여 대칭이다.
- (3) $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.
- (4) $x < 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- (5) $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 제 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ 사분면을 지난다.
- (6) 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 \boxed{x} 축에 대하여 서로 대칭이다.
- (7) $y = \frac{1}{3}x^2$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $y = \frac{1}{3} \times 3^2 = \boxed{3}$ 이므로 점 $(3, \boxed{3})$ 을 지난다.

2 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프에 대하여 다음을 완성하여라.

- (1) 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{0}, \boxed{0})$ 이다.
- (2) \boxed{y} 축에 대하여 대칭이다.
- (3) $-3 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.
- (4) $x < 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- (5) $-3 < 0$ 이므로 제 $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ 사분면을 지난다.
- (6) 이차함수 $\boxed{y = 3x^2}$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- (7) $y = -3x^2$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $y = -3 \times 1^2 = \boxed{-3}$ 이므로 점 $(1, \boxed{-3})$ 을 지난다.

3 다음 <보기>의 이차함수의 그래프에 대하여 다음을 완성하여라.

보기

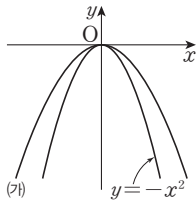
ㄱ. $y=x^2$	ㄴ. $y=-x^2$
ㄷ. $y=-3x^2$	ㄹ. $y=2x^2$
ㅁ. $y=\frac{1}{4}x^2$	ㅂ. $y=-\frac{1}{2}x^2$

(1) 이차함수 $y=ax^2$ 에서 $a>0$ 이면 아래 로 볼록하므로 그래프의 모양이 아래로 볼록한 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

(2) 이차함수 $y=ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클 수록 그래프의 폭이 좁아지므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㄷ이다.

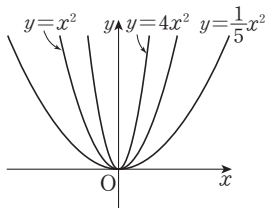
(3) 이차함수 $y=ax^2$ 과 $y=-ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이므로 x 축에 대하여 서로 대칭인 그래프는 ㄱ과 ㄴ이다.

(4) 오른쪽 그림에서 포물선 (가)는 $y=-x^2$ 의 그래프보다 폭이 (넓고, 좁고), 위로 볼록하므로 그래프 (가)에 적합한 함수는 ㅂ이다.



4 오른쪽 그림을 보고 다음을 완성하여라.

(1) 그래프의 폭이 가장 넓은 함수는 $y=\frac{1}{5}x^2$ 이다.



(2) 그래프의 폭이 가장 좁은 함수는 $y=4x^2$ 이다.

(3) $y=ax^2$ ($a>0$)에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 (좁다, 넓다).

5 다음 <보기>의 이차함수의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.

보기

ㄱ. $y=x^2$	ㄴ. $y=-2x^2$
ㄷ. $y=4x^2$	ㄹ. $y=\frac{3}{2}x^2$
ㅁ. $y=-\frac{1}{4}x^2$	ㅂ. $y=-\frac{3}{2}x^2$

(1) 그래프의 모양이 위로 볼록한 것을 모두 찾아 기호를 써라.

답 ㄴ, ㅁ, ㅂ

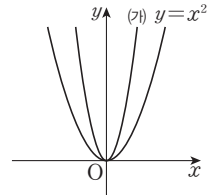
(2) 그래프의 폭이 가장 넓은 것을 찾아 기호를 써라.

답 ㅁ

(3) x 축에 대하여 서로 대칭인 그래프를 찾아 기호를 써라.

답 ㄴ과 ㅂ

(4) 오른쪽 그림에서 포물선 (가)에 적합한 함수를 모두 찾아 기호를 써라.



답 ㄷ, ㄹ

6 배운 내용 확인하기

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프는 a 의 (절댓값)이 클수록 그래프의 폭이 (커, 좁아)지고, 이차함수 $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 48쪽

1 ○ 이차함수의 뜻과 함숫값 3

다음 중 y 가 x 에 대한 이차함수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $y=2x-6$ ② x^2+2x+1

③ $y=\frac{1}{x(x+1)}+10$ ④ $y=x^2-3$

⑤ $y=(x+3)(x-2)-1$

답 ④, ⑤

⑤ $y=(x+3)(x-2)-1=x^2+x-7$

2 ○ 이차함수의 뜻과 함숫값 4

다음 중 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은?

① 반지름의 길이가 $2x$ cm인 원의 둘레의 길이 y cm $\rightarrow y=4\pi x$

② 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형의 둘레의 길이 y cm $\rightarrow y=3x$

③ 밑변의 길이가 4 cm, 높이가 x cm인 평행사변형의 넓이 y cm² $\rightarrow y=4x$

④ 밑변의 길이가 x cm, 높이가 $2x$ cm인 삼각형의 넓이 y cm² $\rightarrow y=x^2$

⑤ 시속 70 km로 x 시간 동안 달린 거리 y km $\rightarrow y=70x$

답 ④

3 ○ 이차함수의 뜻과 함숫값 6

이차함수 $f(x)=-x^2-x-1$ 에 대하여 $f(-1)+f(1)$ 의 값을 구하여라.

답 -4

$f(-1)+f(1)=-1+(-3)=-4$

4 ○ 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프 1, 2

다음 중 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

② 축의 방정식은 $y=0$ 이다.

③ 점 $(2, 4)$ 를 지난다.

④ 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

⑤ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

답 ②

② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

5 ○ 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프 1, 2

다음 <보기>의 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 포물선을 모두 골라라.

보기

㉠. $y=\frac{1}{5}x^2$

㉡. $y=-2x^2$

㉢. $y=-\frac{2}{3}x^2$

㉣. $y=3x^2$

답 ㉡, ㉢

6 ○ 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프 5

다음 중 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프가 지나는 점의 좌표가 아닌 것은?

① $(-3, 9)$ ② $(-2, -4)$ ③ $(0, 0)$

④ $(1, -1)$ ⑤ $(4, -16)$

답 ①

① $y=-(-3)^2=-9\neq 9$

7 ○ 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 성질 3~5

다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y=-\frac{3}{2}x^2$ ② $y=-\frac{2}{5}x^2$ ③ $y=\frac{1}{2}x^2$

④ $y=2x^2$ ⑤ $y=3x^2$

답 ⑤

8 ○ 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 성질 3~5

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{7}{5}$

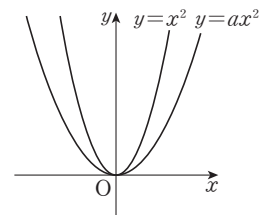
③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{8}{3}$

⑤ 3

답 ①

$y=ax^2$ 의 그래프에서 a 의 값의 범위는 $0 < a < 1$ 이어야 하므로 a 의 값이 될 수 있는 것은 ①이다.



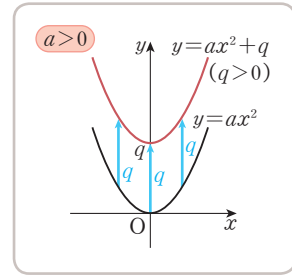
06 * 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프

IV-1. 이차함수의 그래프 (1)

핵심개념

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프는

1. 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $\rightarrow y=ax^2+q$
 - (1) $q > 0$ 이면 y 축의 양의 방향(위쪽)으로 이동
 - (2) $q < 0$ 이면 y 축의 음의 방향(아래쪽)으로 이동
2. 축의 방정식: $x=0$ (y 축)
3. 꼭짓점의 좌표: $(0, q)$
4. $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.



참고 이차함수의 그래프를 평행이동하면 그래프의 모양과 폭은 변하지 않고 위치만 바뀐다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 48~49쪽

[1~2] 다음 물음에 답하여라.

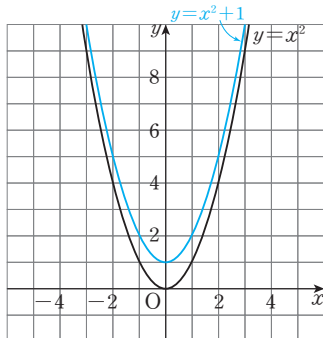
1 이차함수 $y=x^2$ 과 $y=x^2+1$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 아래 표를 완성하여라.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...	9	4	1	0	1	4	9	...
x^2+1	...	10	5	2	1	2	5	10	...

(2) (1)의 표에서 x 의 각 값에 대하여 이차함수 $y=x^2+1$ 의 함숫값은 이차함수 $y=x^2$ 의 함숫값보다 항상 **1**만큼 크다.

(3) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=x^2+1$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



tip

이차함수의 그래프를 평행이동하여도 이차항의 계수는 변하지 않으므로 그래프의 모양과 폭은 변하지 않아.

2 1에서 그린 이차함수 $y=x^2+1$ 의 그래프를 보고 다음을 구하여라.

(1) 축의 방정식 답 $x=0$

(2) 꼭짓점의 좌표 답 $(0, 1)$

(3) 그래프가 지나는 사분면 답 제1, 2사분면

(4) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 **1**만큼 평행이동한 것이다.

3 다음을 완성하여라.

(1) $y=x^2$ $\xrightarrow[\text{-2만큼 평행이동}]{\text{y 축의 방향으로}}$ $y=x^2-2$

(2) $y=-x^2$ $\xrightarrow[\text{3만큼 평행이동}]{\text{y 축의 방향으로}}$ $y=-x^2+3$

4 다음 이차함수의 그래프를 y 축의 방향으로 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

tip

y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동할 때, y 대신 $y-q$ 를 대입해.

(1) $y = x^2$ [2] 답 $y = x^2 + 2$

(2) $y = 2x^2$ [-4] 답 $y = 2x^2 - 4$

(3) $y = \frac{7}{4}x^2$ [-2] 답 $y = \frac{7}{4}x^2 - 2$

(4) $y = -3x^2$ [$\frac{1}{2}$] 답 $y = -3x^2 + \frac{1}{2}$

(5) $y = -\frac{5}{4}x^2$ [$-\frac{1}{4}$] 답 $y = -\frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}$

5 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

(1) $y = 3x^2 + 2$ 답 2

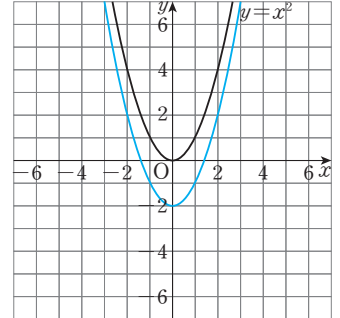
(2) $y = 3x^2 - 5$ 답 -5

(3) $y = 3x^2 + \frac{4}{7}$ 답 $\frac{4}{7}$

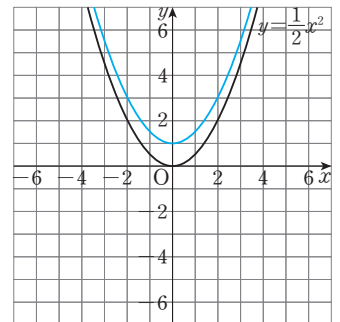
(4) $y = 3x^2 - \frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

6 주어진 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 좌표 평면 위에 그려라.

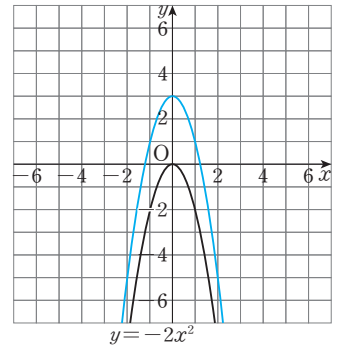
(1) $y = x^2 - 2$



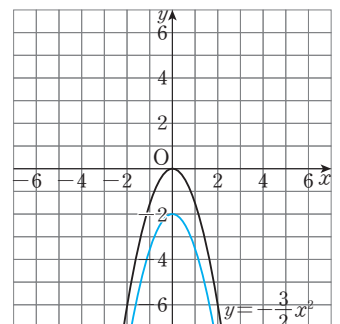
(2) $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$



(3) $y = -2x^2 + 3$

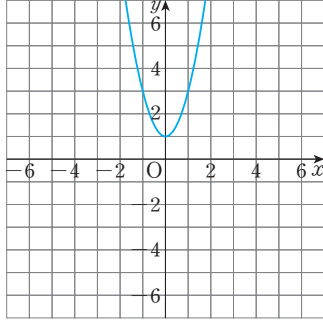


(4) $y = -\frac{3}{2}x^2 - 2$

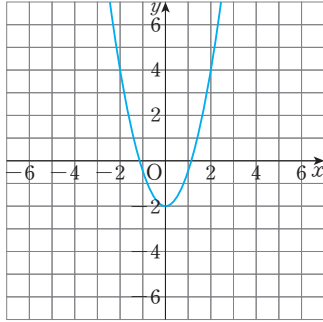


7 다음 이차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그려라.

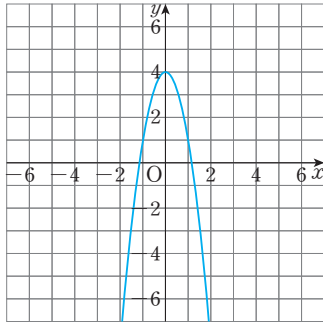
(1) $y = 2x^2 + 1$



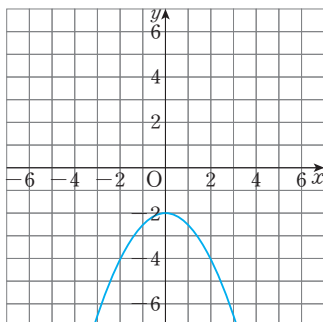
(2) $y = \frac{3}{2}x^2 - 2$



(3) $y = -3x^2 + 4$



(4) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$



8 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y = x^2 + 3$

→ 꼭짓점의 좌표: (0, 3)

축의 방정식: $x = 0$

(2) $y = 4x^2 - \frac{1}{2}$

→ 꼭짓점의 좌표: (0, -\frac{1}{2})

축의 방정식: $x = 0$

(3) $y = -\frac{3}{2}x^2 + 2$

→ 꼭짓점의 좌표: (0, 2)

축의 방정식: $x = 0$

(4) $y = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{6}{5}$

→ 꼭짓점의 좌표: (0, -\frac{6}{5})

축의 방정식: $x = 0$

9 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다. (○)

(2) 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)이다. (×)
↳ (0, 2)

(3) 축의 방정식은 $x = 2$ 이다. (×)
↳ $x = 0$

(4) 아래로 볼록한 포물선이다. (○)

(5) 점 (0, 2)를 지난다. (○)

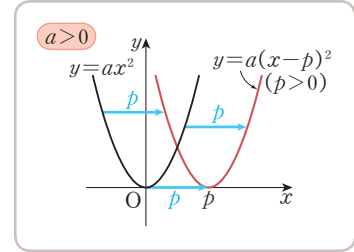
(6) 그래프는 제3, 4사분면을 지난다. (×)
↳ 제1, 2사분면

07 * 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프

핵심개념

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프는

- 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행 이동한 것이다. $\rightarrow y=a(x-p)^2$
 - $p > 0$ 이면 x 축의 양의 방향(오른쪽)으로 평행이동
 - $p < 0$ 이면 x 축의 음의 방향(왼쪽)으로 평행이동
- 축의 방정식: $x=p$
- 꼭짓점의 좌표: $(p, 0)$
- $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.



■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 20분

● 정답과 풀이 49~50쪽

[1~2] 다음 물음에 답하여라.

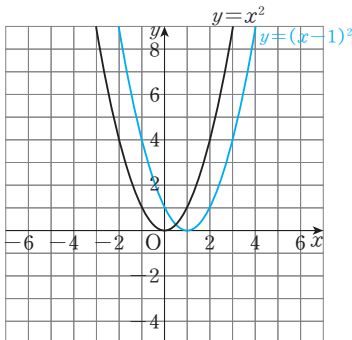
1 이차함수 $y=x^2$ 과 $y=(x-1)^2$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 아래 표를 완성하여라.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...	9	4	1	0	1	4	9	...
$(x-1)^2$...	16	9	4	1	0	1	4	...

(2) (1)의 표에서 x 의 값이 -3, -2, -1, 0, 1, 2일 때 $y=x^2$ 의 함숫값은 x 의 값이 -2, , , , , 3일 때 $y=(x-1)^2$ 의 함숫값과 각각 같다.

(3) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=(x-1)^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



2 1에서 그린 이차함수 $y=(x-1)^2$ 의 그래프를 보고 다음을 구하여라.

(1) 축의 방정식 **답**

(2) 꼭짓점의 좌표 **답**

(3) 그래프가 지나는 사분면 **답**

(4) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 만큼 평행이동한 것이다.

3 다음을 완성하여라.

(1) $y=x^2$ $\xrightarrow[\text{2만큼 평행이동}]{\text{x축의 방향으로}}$ $y=(x-2)^2$

(2) $y=-x^2$ $\xrightarrow[\text{-3만큼 평행이동}]{\text{x축의 방향으로}}$ $y=-(x+3)^2$

4 다음 이차함수의 그래프를 x 축의 방향으로 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

tip

x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동할 때, x 대신 $x-p$ 를 대입해.

(1) $y=2x^2$ [1] **답** $y=2(x-1)^2$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$ [-5] **답** $y=\frac{1}{3}(x+5)^2$

(3) $y=-x^2$ [-2] **답** $y=-(x+2)^2$

(4) $y=-\frac{3}{4}x^2$ [2] **답** $y=-\frac{3}{4}(x-2)^2$

(5) $y=-\frac{2}{5}x^2$ $\left[-\frac{2}{3}\right]$ **답** $y=-\frac{2}{5}\left(x+\frac{2}{3}\right)^2$

5 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

(1) $y=3(x-1)^2$ **답** 1

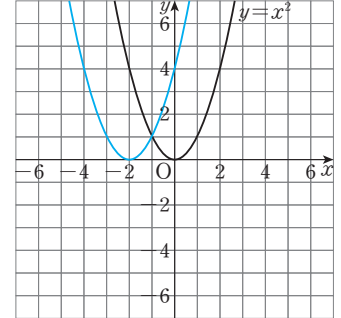
(2) $y=3(x+7)^2$ **답** -7

(3) $y=3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2$ **답** $\frac{1}{6}$

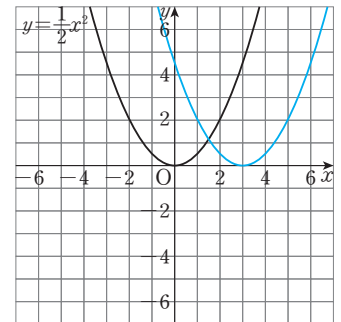
(4) $y=3\left(x+\frac{5}{3}\right)^2$ **답** $-\frac{5}{3}$

6 주어진 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 좌표 평면 위에 그려라.

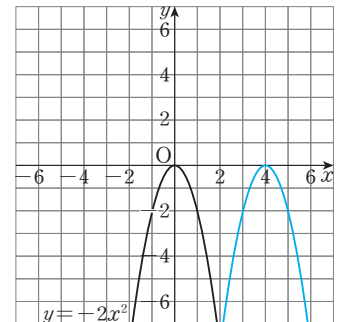
(1) $y=(x+2)^2$



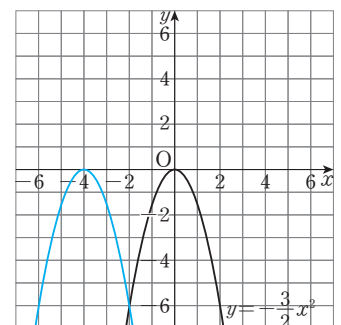
(2) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$



(3) $y=-2(x-4)^2$

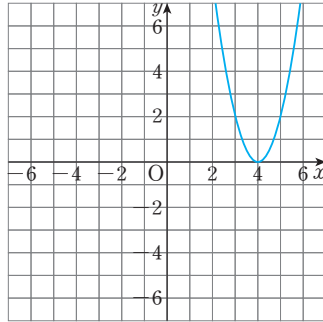


(4) $y=-\frac{3}{2}(x+4)^2$

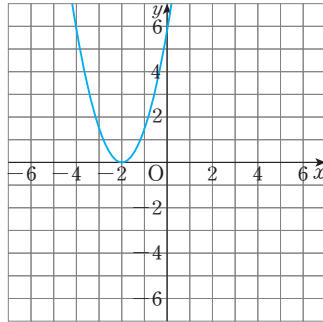


7 다음 이차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그려라.

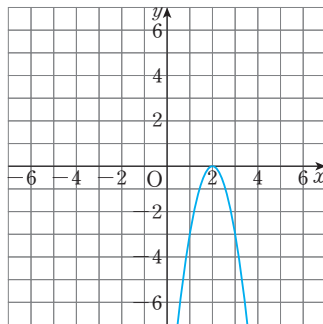
(1) $y=2(x-4)^2$



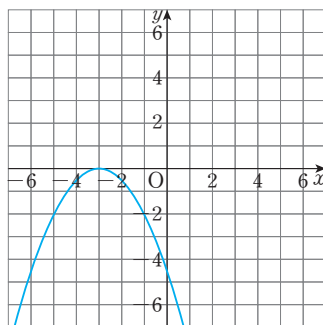
(2) $y=\frac{3}{2}(x+2)^2$



(3) $y=-3(x-2)^2$



(4) $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2$



8 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y=2(x+1)^2$

→ 꼭짓점의 좌표: (-1, 0)

축의 방정식: x=-1

(2) $y=\frac{1}{3}(x-3)^2$

→ 꼭짓점의 좌표: (3, 0)

축의 방정식: x=3

(3) $y=-5(x+5)^2$

→ 꼭짓점의 좌표: (-5, 0)

축의 방정식: x=-5

(4) $y=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

→ 꼭짓점의 좌표: ($\frac{1}{4}$, 0)

축의 방정식: x= $\frac{1}{4}$

9 다음 중 이차함수 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다. (○)

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다. (×)
↳ (2, 0)

(3) 축의 방정식은 $x=20$ 이다. (○)

(4) 위로 볼록한 포물선이다. (×)
↳ 아래

(5) 점 (0, 1)을 지난다. (○)

(6) 그래프는 모든 사분면을 지난다. (×)
↳ 제1, 2사분면

08 * 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

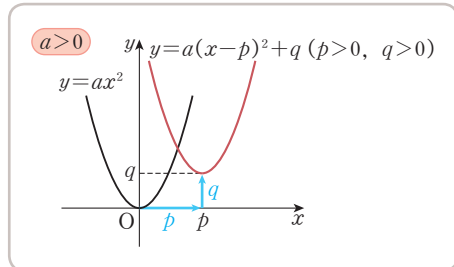
핵심개념

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

1. 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

→ $y=a(x-p)^2+q$

2. 축의 방정식: $x=p$
3. 꼭짓점의 좌표: (p, q)
4. $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.



■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 50~51쪽

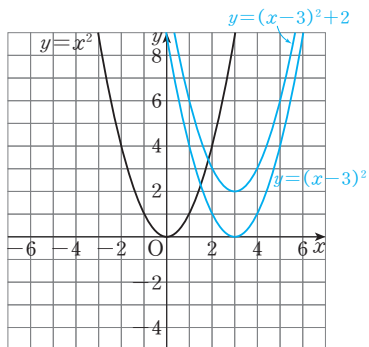
[1~2] 다음 물음에 답하여라.

- 1 이차함수 $y=x^2$, $y=(x-3)^2$, $y=(x-3)^2+2$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 안에 알맞은 것을 써넣어라.

이차함수 $y=(x-3)^2$ 의 그래프는 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이고, 이차함수 $y=(x-3)^2+2$ 의 그래프는 $y=(x-3)^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

- (2) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=(x-3)^2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그리고, $y=(x-3)^2$ 의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=(x-3)^2+2$ 의 그래프를 아래 좌표평면 위에 그려라.



- 2 1에서 그린 이차함수 $y=(x-3)^2+2$ 의 그래프를 보고 다음을 구하여라.

- (1) 축의 방정식 **답** $x=3$
- (2) 꼭짓점의 좌표 **답** $(3, 2)$
- (3) 그래프가 지나는 사분면 **답** 제1, 2사분면
- (4) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

- 3 다음을 완성하여라.

(1)

$$y=x^2 \xrightarrow[\substack{\boxed{y} \text{ 축의 방향으로} \\ \boxed{2} \text{ 만큼 평행이동}}]{\substack{x \text{ 축의 방향으로} \\ \boxed{-1} \text{ 만큼 평행이동}}} y=(x+1)^2+2$$

(2)

$$y=-x^2 \xrightarrow[\substack{\boxed{y} \text{ 축의 방향으로} \\ \boxed{-3} \text{ 만큼 평행이동}}]{\substack{x \text{ 축의 방향으로} \\ \boxed{2} \text{ 만큼 평행이동}}} y=-(x-2)^2-3$$

4 다음 이차함수의 그래프를 x 축과 y 축의 방향으로 차례대로 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

tip

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동할 때, x 대신 $x-p$, y 대신 $y-q$ 를 대입해.

(1) $y=x^2$ [1, -2] **답** $y=(x-1)^2-2$

(2) $y=6x^2$ $\left[-\frac{3}{5}, 2\right]$ **답** $y=6\left(x+\frac{3}{5}\right)^2+2$

(3) $y=\frac{2}{7}x^2$ [-4, -2] **답** $y=\frac{2}{7}(x+4)^2-2$

(4) $y=-3x^2$ $\left[4, -\frac{1}{2}\right]$ **답** $y=-3(x-4)^2-\frac{1}{2}$

(5) $y=-\frac{4}{5}x^2$ [-3, -1] **답** $y=-\frac{4}{5}(x+3)^2-1$

5 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때 p, q 의 값을 각각 구하여라.

(1) $y=3(x-2)^2-1$ **답** $p=2, q=-1$

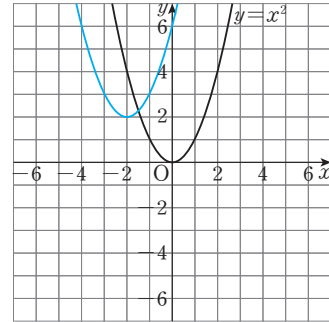
(2) $y=3(x-2)^2+5$ **답** $p=2, q=5$

(3) $y=3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-6$ **답** $p=-\frac{1}{2}, q=-6$

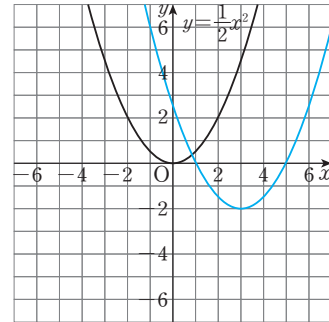
(4) $y=3(x+5)^2+\frac{3}{4}$ **답** $p=-5, q=\frac{3}{4}$

6 주어진 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 좌표 평면 위에 그려라.

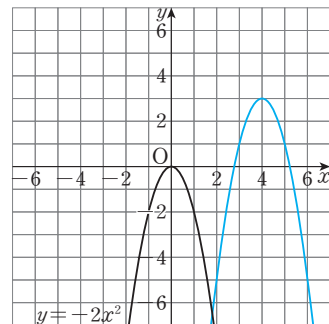
(1) $y=(x+2)^2+2$



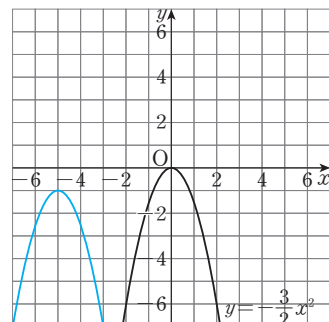
(2) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$



(3) $y=-2(x-4)^2+3$

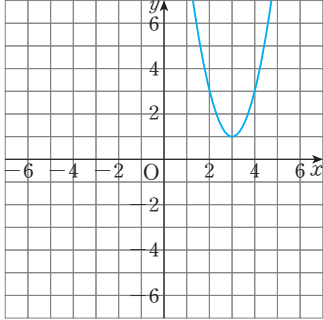


(4) $y=-\frac{3}{2}(x+5)^2-1$

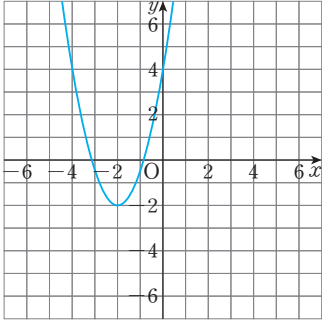


7 다음 이차함수의 그래프를 좌표평면 위에 그려라.

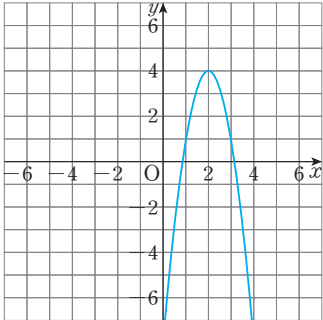
(1) $y=2(x-3)^2+1$



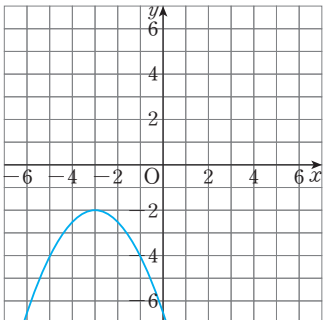
(2) $y=\frac{3}{2}(x+2)^2-2$



(3) $y=-3(x-2)^2+4$



(4) $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2-2$



8 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y=(x-5)^2+4$

→ 꼭짓점의 좌표: (5, 4)

축의 방정식: $x=5$

(2) $y=\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{2}\right)^2+7$

→ 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{9}{2}, 7\right)$

축의 방정식: $x=-\frac{9}{2}$

(3) $y=-(x-3)^2+\frac{1}{4}$

→ 꼭짓점의 좌표: $\left(3, \frac{1}{4}\right)$

축의 방정식: $x=3$

(4) $y=-\frac{5}{4}(x-2)^2-3$

→ 꼭짓점의 좌표: (2, -3)

축의 방정식: $x=2$

9 다음 중 이차함수 $y=3(x-2)^2+1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

(1) 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다. ()

(2) 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다. ()

(3) 축의 방정식은 $x=2$ 이다. ()

(4) 아래로 볼록한 포물선이다. ()

(5) 점 $\left(3, -2\right)$ 를 지난다. ()

(6) 그래프는 모든 사분면을 지난다. ()

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 51~52쪽

1 ○ 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프 9

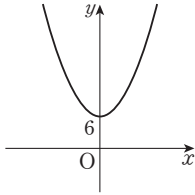
다음 중 이차함수 $y=-3x^2-1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 아래로 볼록한 포물선이다. → 위
- ② 원점을 꼭짓점으로 한다. → 점 $(0, -1)$
- ③ x 축에 대하여 대칭이다. → y 축
- ④ 제1, 2사분면을 지난다. → 3, 4
- ⑤ 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

답 ⑤

2 ○ 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프 4~8

오른쪽 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 평행이동한 것이다. 이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지날 때, k 의 값을 구하여라.



답 8

$$k = \frac{1}{2} \times 2^2 + 6 = 8$$

3 ○ 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프 1~3

다음 중 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-1)^2$ 의 그래프 위의 점이 아닌 것은?

- ① $(-2, 3)$ ② $(-1, \frac{4}{3})$ ③ $(0, \frac{1}{3})$
- ④ $(1, 0)$ ⑤ $(2, -\frac{1}{3})$

답 ⑤

$$\textcircled{5} \frac{1}{3} \times (2-1)^2 = \frac{1}{3} \neq -\frac{1}{3}$$

4 ○ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프 5, 6

이차함수 $y=3(x+\frac{1}{2})^2+4$ 의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이때 mn 의 값을 구하여라.

답 -2

$$m = -\frac{1}{2}, n = 4 \text{이므로 } mn = -2$$

5 ○ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프 5, 6

다음 <보기>의 이차함수 중 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 그 그래프를 그릴 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $y=2x^2-5$	ㄴ. $y=-2x^2$
ㄷ. $y=-2(x+1)^2$	ㄹ. $y=2(x-1)^2+7$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

답 ②

ㄱ. y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

ㄹ. x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 7 만큼 평행이동

6 ○ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프 8, 9

이차함수 $y=-2(x+1)^2+a-2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(b, 1)$, 축의 방정식이 $x=c$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

답 1

$$b = -1, a - 2 = 1 \text{이므로 } a = 3$$

$$c = -1 \text{이므로 } a + b + c = 1$$

7 ○ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프 9

다음 중 이차함수 $y=-(x+5)^2+2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 2)$ 이다.
- ③ 축의 방정식은 $x=5$ 이다.
- ④ 제2, 3, 4사분면을 지난다.
- ⑤ 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.

답 ③

* 2. 이차함수의 그래프 (2)

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

1. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

- (1) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 주어진 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳐서 꼭짓점의 좌표와 y 축과의 교점을 이용하여 그린다.

$$y=ax^2+bx+c \rightarrow y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

(2) 축의 방정식: $x=-\frac{b}{2a}$

(3) 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

(4) y 축과의 교점의 좌표: $(0, c)$

- (5) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{b}{2a}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{b^2-4ac}{4a}$ 만큼 평행이동한 것이다.

- (6) $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

2. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호

- (1) a 의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정

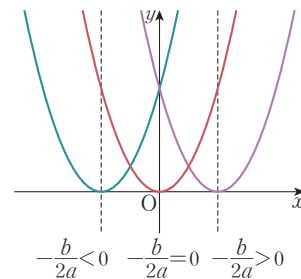
- ① 아래로 볼록 $\rightarrow a > 0$ ② 위로 볼록 $\rightarrow a < 0$

- (2) b 의 부호: 축의 위치로 결정

- ① 축이 y 축의 왼쪽에 위치 $\rightarrow a, b$ 가 서로 같은 부호
 ② 축이 y 축의 오른쪽에 위치 $\rightarrow a, b$ 가 서로 다른 부호

- (3) c 의 부호: y 축과의 교점의 위치로 결정

- ① y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으면 $\rightarrow c > 0$
 ② y 축과의 교점이 원점과 일치하면 $\rightarrow c = 0$
 ③ y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으면 $\rightarrow c < 0$



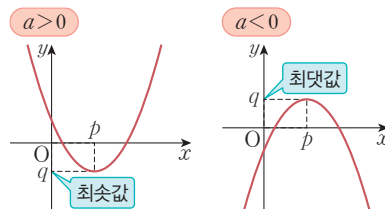
02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 최댓값과 최솟값

1. 이차함수의 최댓값과 최솟값

함수의 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 최댓값, 가장 작은 값을 그 함수의 최솟값이라고 한다.

2. 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 최댓값과 최솟값

- (1) $a > 0$ 인 경우: $x=p$ 일 때 최솟값 q 를 갖고 최댓값은 없다.
 (2) $a < 0$ 인 경우: $x=p$ 일 때 최댓값 q 를 갖고 최솟값은 없다.



01 * 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프

핵심개념

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 주어진 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳐서 꼭짓점의 좌표와 y 축과의 교점을 이용하여 그린다.

1. 축의 방정식: $x = -\frac{b}{2a}$
2. 꼭짓점의 좌표: $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a})$
3. y 축과의 교점의 좌표: $(0, c)$

$$\begin{aligned}
 y &= ax^2 + bx + c \\
 &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \\
 &= a\left\{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} + c \\
 &= a\left\{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} - a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c \\
 &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a}
 \end{aligned}$$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 52~54쪽

1 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고치는 다음 과정을 완성하여라.

(단, a, p, q 는 상수)

(1)

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 + 2x - 3 \\
 &= (x^2 + 2x + \boxed{1} - \boxed{1}) - 3 \\
 &= (x^2 + 2x + \boxed{1}) - \boxed{1} - 3 \\
 &= (x + \boxed{1})^2 - \boxed{4}
 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
 y &= 2x^2 - 4x + 4 \\
 &= 2(x^2 - \boxed{2}x) + 4 \\
 &= 2(x^2 - \boxed{2}x + \boxed{1} - \boxed{1}) + 4 \\
 &= 2(x^2 - \boxed{2}x + \boxed{1}) - \boxed{2} + 4 \\
 &= 2(x - \boxed{1})^2 + \boxed{2}
 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 + 12x - 7 \\
 &= -(x^2 - \boxed{12}x) - 7 \\
 &= -(x^2 - \boxed{12}x + \boxed{36} - \boxed{36}) - 7 \\
 &= -(x^2 - \boxed{12}x + \boxed{36}) + \boxed{36} - 7 \\
 &= -(x - \boxed{6})^2 + \boxed{29}
 \end{aligned}$$

2 다음 이차함수를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내어라.

(단, a, p, q 는 상수)

(1) $y = x^2 - 6x + 5$

답 $y = (x-3)^2 - 4$

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 6x + 5 = (x^2 - 6x + 9 - 9) + 5 \\
 &= (x-3)^2 - 4
 \end{aligned}$$

(2) $y = -x^2 - 10x - 20$

답 $y = -(x+5)^2 + 5$

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 - 10x - 20 = -(x^2 + 10x) - 20 \\
 &= -(x^2 + 10x + 25 - 25) - 20 = -(x+5)^2 + 5
 \end{aligned}$$

(3) $y = 3x^2 - 12x + 7$

답 $y = 3(x-2)^2 - 5$

$$\begin{aligned}
 y &= 3x^2 - 12x + 7 = 3(x^2 - 4x) + 7 \\
 &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 7 = 3(x-2)^2 - 5
 \end{aligned}$$

(4) $y = -2x^2 + 4x - 1$

답 $y = -2(x-1)^2 + 1$

$$\begin{aligned}
 y &= -2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x) - 1 \\
 &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1
 \end{aligned}$$

(5) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

답 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) + 3 \\
 &= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + 3 = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1
 \end{aligned}$$

3 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳐라.

$$y = -x^2 + 4x - 3 = -(x^2 - 4x) - 3 \quad \text{답} \quad y = -(x-2)^2 + 1$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 3 = -(x-2)^2 + 1$$

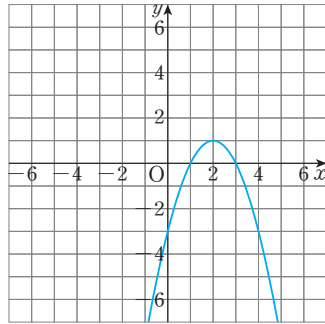
(2) 축의 방정식을 구하여라. 답 $x=2$

(3) 꼭짓점의 좌표를 구하여라. 답 $(2, 1)$

(4) y 축과의 교점의 좌표를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

y 축과의 교점의 y 좌표는 $x=0$ 일 때의 y 의 값이므로 $y = \boxed{-3}$ 이다.
따라서 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, \boxed{-3})$ 이다.

(5) 그래프를 그려라.



4 이차함수 $y = 2x^2 - 4x$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳐라.

$$y = 2x^2 - 4x = 2(x^2 - 2x) \quad \text{답} \quad y = 2(x-1)^2 - 2$$

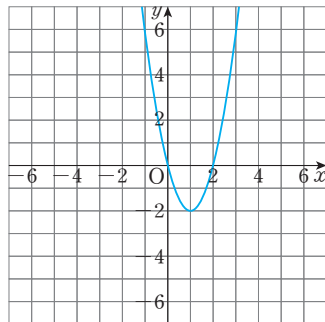
$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) = 2(x-1)^2 - 2$$

(2) 축의 방정식을 구하여라. 답 $x=1$

(3) 꼭짓점의 좌표를 구하여라. 답 $(1, -2)$

(4) y 축과의 교점을 구하여라. 답 $(0, 0)$

(5) 그래프를 그려라.



5 다음 이차함수의 그래프의 축의 방정식, 꼭짓점의 좌표, y 축과의 교점의 좌표를 구하여라.

(1) $y = x^2 - 8x$

→ 축의 방정식: $x=4$

꼭짓점의 좌표: $(4, -16)$

y 축과의 교점의 좌표: $(0, 0)$

$$y = x^2 - 8x = x^2 - 8x + 16 - 16$$

$$= (x-4)^2 - 16$$

(2) $y = 3x^2 - 6x + 1$

→ 축의 방정식: $x=1$

꼭짓점의 좌표: $(1, -2)$

y 축과의 교점의 좌표: $(0, 1)$

$$y = 3x^2 - 6x + 1 = 3(x^2 - 2x) + 1$$

$$= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$$

$$= 3(x-1)^2 - 2$$

(3) $y = -2x^2 + 4x - 7$

→ 축의 방정식: $x=1$

꼭짓점의 좌표: $(1, -5)$

y 축과의 교점의 좌표: $(0, -7)$

$$y = -2x^2 + 4x - 7 = -2(x^2 - 2x) - 7$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 7$$

$$= -2(x-1)^2 - 5$$

(4) $y = -4x^2 - 8x - 3$

→ 축의 방정식: $x=-1$

꼭짓점의 좌표: $(-1, 1)$

y 축과의 교점의 좌표: $(0, -3)$

$$y = -4x^2 - 8x - 3 = -4(x^2 + 2x) - 3$$

$$= -4(x^2 + 2x + 1 - 1) - 3$$

$$= -4(x+1)^2 + 1$$

(5) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5$

→ 축의 방정식: $x=4$

꼭짓점의 좌표: $(4, 1)$

y 축과의 교점의 좌표: $(0, 5)$

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5 = \frac{1}{4}(x^2 - 8x) + 5$$

$$= \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 5 = \frac{1}{4}(x-4)^2 + 1$$

(6) $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{16}{5}$

→ 축의 방정식: $x=2$

꼭짓점의 좌표: $(2, 4)$

y 축과의 교점의 좌표: $(0, \frac{16}{5})$

$$y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{16}{5} = -\frac{1}{5}(x^2 - 4x) + \frac{16}{5}$$

$$= -\frac{1}{5}(x^2 - 4x + 4 - 4) + \frac{16}{5}$$

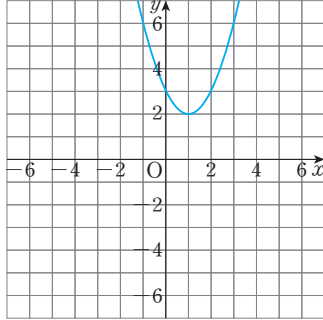
$$= -\frac{1}{5}(x-2)^2 + 4$$

6 다음 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타낸 후, 그 그래프를 주어진 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=x^2-2x+3$

→ $y=(x-1)^2+2$

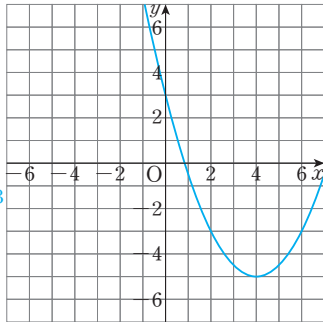
$y=x^2-2x+3$
 $= (x^2-2x+1-1)+3$
 $= (x-1)^2+2$



(2) $y=\frac{1}{2}x^2-4x+3$

→ $y=\frac{1}{2}(x-4)^2-5$

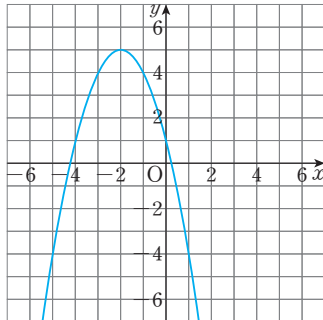
$y=\frac{1}{2}x^2-4x+3$
 $= \frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)+3$
 $= \frac{1}{2}(x-4)^2-5$



(3) $y=-x^2-4x+1$

→ $y=-(x+2)^2+5$

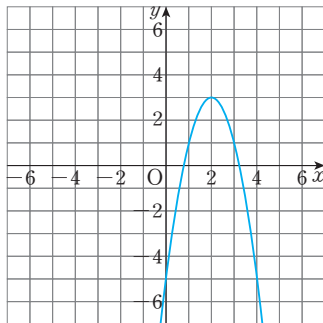
$y=-x^2-4x+1$
 $= -(x^2+4x+4-4)+1$
 $= -(x+2)^2+5$



(4) $y=-2x^2+8x-5$

→ $y=-2(x-2)^2+3$

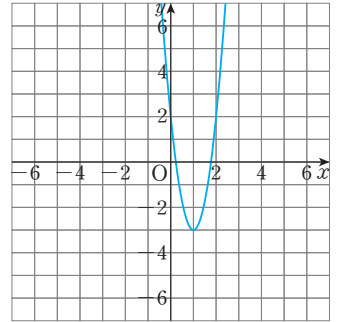
$y=-2x^2+8x-5$
 $= -2(x^2-4x+4-4)-5$
 $= -2(x-2)^2+3$



(5) $y=5x^2-10x+2$

→ $y=5(x-1)^2-3$

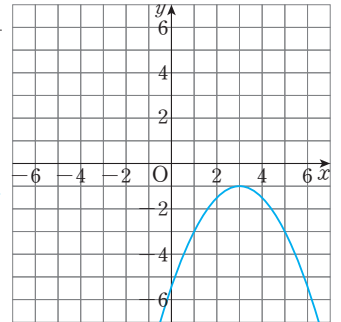
$y=5x^2-10x+2$
 $= 5(x^2-2x+1-1)+2$
 $= 5(x-1)^2-3$



(6) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{11}{2}$

→ $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2-1$

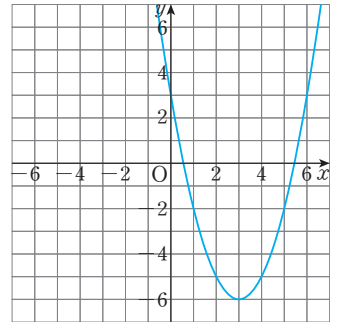
$y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{11}{2}$
 $= -\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)-\frac{11}{2}$
 $= -\frac{1}{2}(x-3)^2-1$



(7) $y=x^2-6x+3$

→ $y=(x-3)^2-6$

$y=x^2-6x+3$
 $= (x^2-6x+9-9)+3$
 $= (x-3)^2-6$



7 배운 내용 확인하기

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의

(1) 축의 방정식: $x = -\frac{b}{2a}$

(2) 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

(3) y 축과의 교점의 좌표: $(0, c)$

02 * 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표

핵심개념

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표 구하기

- 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에 $y=0$ 을 대입한다.
- ①에서 만들어진 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해를 구한다.
- ②에서 구한 해가 $x=a$ 또는 $x=\beta$ 일 때, 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $(a, 0)$, $(\beta, 0)$ 이다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 10분

◀ 정답과 풀이 54~55쪽

1 이차함수 $y=x^2+4x-12$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

이차함수 $y=x^2+4x-12$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 y 좌표는 이므로

$$x^2+4x-12=\text{$$

$$(x+\text{)}(x-\text{$$

$$\therefore x=\text{} \text{ 또는 } x=\text{$$

따라서 이차함수 $y=x^2+4x-12$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는

$$(\text{, 0}), (\text{, 0})$$

2 다음 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 모두 구하여라.

tip

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해야!

(1) $y=x^2-5x-14$ **답** $(-2, 0), (7, 0)$

$$x^2-5x-14=0 \text{에서 } (x+2)(x-7)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=7$$

(2) $y=x^2+8x$ **답** $(-8, 0), (0, 0)$

$$x^2+8x=0 \text{에서 } x(x+8)=0$$

$$\therefore x=-8 \text{ 또는 } x=0$$

(3) $y=x^2+8x+16$ **답** $(-4, 0)$

$$x^2+8x+16=0 \text{에서 } (x+4)^2=0$$

$$\therefore x=-4$$

(4) $y=3x^2-4x+1$ **답** $(\frac{1}{3}, 0), (1, 0)$

$$3x^2-4x+1=0 \text{에서 } (3x-1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=1$$

(5) $y=-x^2+3x+4$ **답** $(-1, 0), (4, 0)$

$$-x^2+3x+4=0 \text{에서 } -(x+1)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=4$$

(6) $y=-\frac{2}{3}x^2+4x$ **답** $(0, 0), (6, 0)$

$$-\frac{2}{3}x^2+4x=0 \text{에서 } -\frac{2}{3}x(x-6)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=6$$

3 배운 내용 확인하기

- 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과 교점의 좌표를 구하려면 $y=ax^2+bx+c$ 에 $y=\text{$ 을 대입하여 이차방정식 $\text{$ 을 만든다.
- 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해가 $x=a$ 또는 $x=\beta$ 일 때, 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과 교점의 좌표는 $(\text{, 0}), (\beta, \text{이다.$

03 * 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 성질

IV-2. 이차함수의 그래프 (2)

핵심개념

이차함수 $y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ 의 그래프에서

1. 축의 방정식: $x = -\frac{b}{2a}$
2. 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$
3. y 축과의 교점의 좌표: $(0, c)$
4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{b}{2a}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ 만큼 평행이동한 것이다.
5. $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

■ 걸린 시간

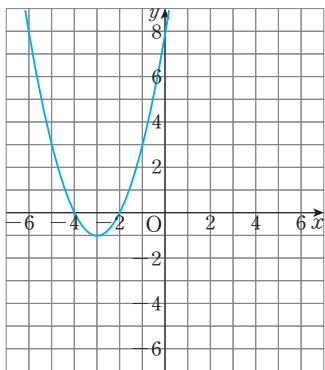
분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 55쪽

[1~2] 다음 물음에 답하여라.

1 이차함수 $y = x^2 + 6x + 8$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 고치고, 그 그래프를 좌표평면 위에 그려라.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6x + 8 \\ &= (x^2 + 6x + \boxed{9} - \boxed{9}) + 8 \\ &= (x^2 + 6x + \boxed{9}) - \boxed{9} + 8 \\ &= (x + \boxed{3})^2 - \boxed{1} \end{aligned}$$



2 1에서 그린 그래프를 보고, 다음을 구하여라.

(1) 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\boxed{-3}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\boxed{-1}$ 만큼 평행이동한 것이다.

(2) 축의 방정식 답 $x = -3$

(3) 꼭짓점의 좌표 답 $(-3, -1)$

(4) (아래)로 볼록한 포물선이다.

(5) y 축과의 교점의 좌표 답 $(0, 8)$

(6) x 축과의 교점의 좌표 답 $(-4, 0), (-2, 0)$

3 다음 중 이차함수 $y=x^2+4x+3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

- (1) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다. (×)
- (2) 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$ 이다. (×)
- (3) 축의 방정식은 $x=-2$ 이다. (○)
- (4) 아래로 볼록한 포물선이다. (○)
- (5) 점 $(-1, 1)$ 을 지난다. (×)
- (6) y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다. (○)
- (7) x 축과의 교점의 좌표는 $(-3, 0), (-1, 0)$ 이다. (○)

4 다음 중 이차함수 $y=-x^2+2x+3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

- (1) 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다. (○)
- (2) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이다. (×)
- (3) 축의 방정식은 $x=-10$ 이다. (×)
- (4) 위로 볼록한 포물선이다. (○)
- (5) 점 $(1, 4)$ 를 지난다. (○)
- (6) y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다. (×)
- (7) x 축과의 교점의 좌표는 $(1, 0), (-3, 0)$ 이다. (×)

5 다음 중 이차함수 $y=-2x^2+6x$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 하여라.

- (1) 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{9}{2}$ 만큼 평행이동한 것이다. (○)
- (2) 꼭짓점의 좌표는 $(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ 이다. (×)
- (3) 축의 방정식은 $x=\frac{3}{2}$ 이다. (○)
- (4) 아래로 볼록한 포물선이다. (×)
- (5) 점 $(1, 4)$ 를 지난다. (○)
- (6) y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 6)$ 이다. (×)
- (7) x 축과의 교점의 좌표는 $(-3, 0), (0, 0)$ 이다. (×)

6 배운 내용 확인하기

- 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는
- (1) $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{b}{2a}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{b^2-4ac}{4a}$ 만큼 평행이동한 것이다.
- (2) $a > 0$ 이면 (아래)로 볼록하고, $a < 0$ 이면 (위)로 볼록한 포물선이다.
- (3) y 축과 만나는 점의 y 좌표는 이차함수의 식에 $x=0$ 을 대입한 상수항 c 와 같다.
- (4) x 축과 만나는 점의 x 좌표는 이차함수의 식에 $y=0$ 을 대입한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 (해)와 같다.

04 * 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 평행이동

IV-2. 이차함수의 그래프 (2)

핵심개념

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식 구하기

- ① $y=ax^2+bx+c$ 를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고친다.
- ② x 대신 $x-m$, y 대신 $y-n$ 을 대입한 후 정리한다.
 - $y-n=a(x-m-p)^2+q$
 - $y=a(x-m-p)^2+q+n$ ← 꼭짓점의 좌표는 $(p+m, q+n)$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 5분

정답과 풀이 55~56쪽

1 이차함수 $y=x^2-4x+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$y=x^2-4x+3$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고치면

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x^2 - 4x + \boxed{4} - \boxed{4}) + 3 \\ &= (x - \boxed{2})^2 - \boxed{1} \end{aligned}$$

따라서 이차함수 $y=x^2-4x+3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= (x - \boxed{1} - \boxed{2})^2 - \boxed{1} + \boxed{2} \\ &= (x - \boxed{3})^2 + \boxed{1} \end{aligned}$$

2 다음 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고치고 그 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 차례대로 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

(1) $y=-x^2+2x-1$ [2, 1]

답 $y=-(x-1)^2, y=-(x-3)^2+1$

(2) $y=2x^2-4x$ [-1, 1]

답 $y=2(x-1)^2-2, y=2x^2-1$

(3) $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$ [-2, -3]

답 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-2, y=\frac{1}{2}(x+1)^2-5$

(4) $y=-3x^2+6x-2$ [3, -4]

답 $y=-3(x-1)^2+1, y=-3(x-4)^2-3$

3 배운 내용 확인하기

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 이차함수의

(1) 그래프의 식 → $y=a(x-\boxed{m}-p)^2+q+\boxed{n}$

(2) 꼭짓점의 좌표 → $(\boxed{p+m}, \boxed{q+n})$

05

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호 정하기

IV-2. 이차함수의 그래프 (2)

핵심개념

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서

1. a 의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정

(1) 아래로 볼록 $\rightarrow a > 0$

(2) 위로 볼록 $\rightarrow a < 0$

2. b 의 부호: 축의 위치로 결정

(1) 축이 y 축의 왼쪽에 위치 $\rightarrow a, b$ 가 서로 같은 부호

(2) 축이 y 축의 오른쪽에 위치 $\rightarrow a, b$ 가 서로 다른 부호

참고 $b=0$ 이면 축은 y 축이다.

3. c 의 부호: y 축과의 교점의 위치로 결정

(1) y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으면 $\rightarrow c > 0$

(2) y 축과의 교점이 원점과 일치하면 $\rightarrow c = 0$

(3) y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으면 $\rightarrow c < 0$

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 56쪽

1 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 주어진 그림과 같을 때, 다음을 완성하여라.

(1)

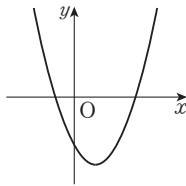
① 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

② 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 서로 (같다, 다르다).

즉, $b < 0$

③ y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로

$c < 0$



(2)

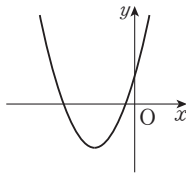
① 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

② 그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 서로 (같다, 다르다).

즉, $b > 0$

③ y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으므로

$c > 0$



(3)

① 그래프가 위로 볼록하므로

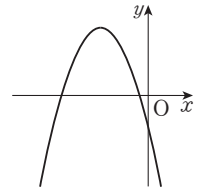
$a < 0$

② 그래프의 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 서로 (같다, 다르다).

즉, $b < 0$

③ y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로

$c < 0$



(4)

① 그래프가 위로 볼록하므로

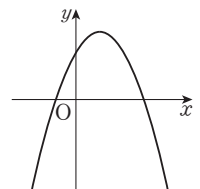
$a < 0$

② 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 서로 (같다, 다르다).

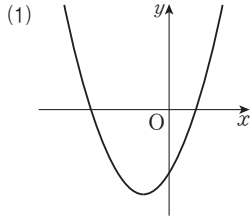
즉, $b > 0$

③ y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으므로

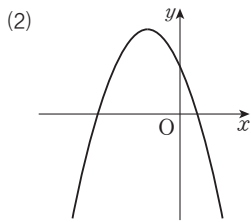
$c > 0$



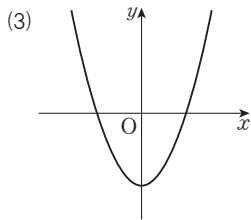
2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, c 의 부호를 각각 정하여라.



→ $a > 0, b > 0, c < 0$

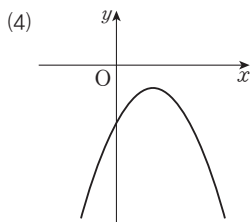


→ $a < 0, b < 0, c > 0$

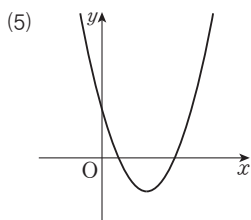


→ $a > 0, b = 0, c < 0$

tip 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 축이 y 축이면 $b=0$ 이야. 즉, $y=ax^2+c$ 가 돼 ~

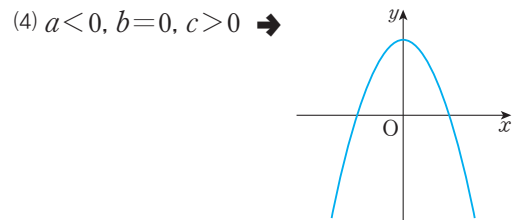
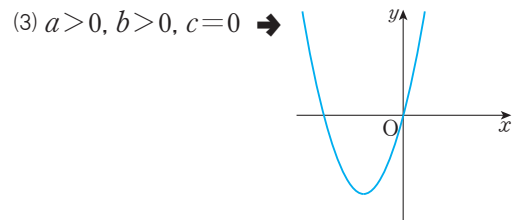
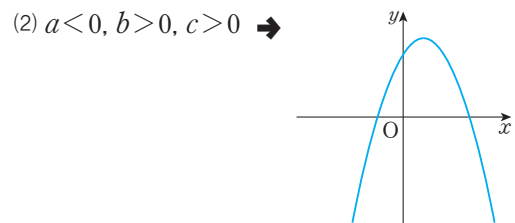
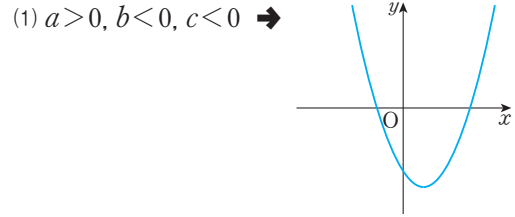


→ $a < 0, b > 0, c < 0$



→ $a > 0, b < 0, c > 0$

3 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에서 상수 a, b, c 의 부호가 다음과 같을 때, 이 함수의 그래프의 개형을 좌표평면 위에 그려라.



4 배운 내용 확인하기

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서

- (1) $a > 0$ 이면 그래프의 모양은 (위, 아래)로 볼록하고, $a < 0$ 이면 그래프의 모양은 (위, 아래)로 볼록하다.
- (2) a 와 b 의 부호가 서로 같으면 축이 y 축의 (왼쪽, 오른쪽)에 있고, 서로 다르면 축이 y 축의 (왼쪽, 오른쪽)에 있다.
- (3) $c > 0$ 이면 y 축과의 교점이 x 축의 (위, 아래)쪽에 있고, $c < 0$ 이면 y 축과의 교점이 x 축의 (위, 아래)쪽에 있다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 56~57쪽

1 ○ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프 1~2

이차함수 $y=2x^2-12x+13$ 을 $y=2(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.

답 -15

$p=3, q=-5$ 이므로 $pq=-15$

2 ○ 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표 2

이차함수 $y=-x^2-2x+15$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표가 $(a, 0), (b, 0)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -8 ② -5 ③ -2
④ 2 ⑤ 8

답 ③

$-x^2-2x+15=0$ 에서 $-(x+5)(x-3)=0$
∴ $x=-5$ 또는 $x=3$
∴ $a+b=-2$

3 ○ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 성질 1~2

이차함수 $y=-4x^2-16x+k$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(m, 12)$ 일 때, mk 의 값을 구하여라. (단, k 는 상수)

답 8

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 16+k)$ 이므로
 $m=-2, 16+k=12$ ∴ $k=-4$
∴ $mk=8$

4 ○ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 평행이동 2

이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y=ax^2+bx+c$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ -1
④ 2 ⑤ 4

답 ②

$a=3, b=-6, c=1$ 이므로 $a+b+c=-2$

5 ○ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 평행이동 1~2

다음 <보기> 중 이차함수 $y=-2x^2+6x-8$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㄱ. 직선 $x=-\frac{3}{2}$ 에 대하여 대칭이다.
ㄴ. y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -8)$ 이다.
ㄷ. 꼭짓점의 좌표는 $(\frac{3}{2}, -\frac{7}{2})$ 이다.
ㄹ. 제3, 4사분면을 지난다.
ㅁ. 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{2}$ 만큼 평행이동한 것이다.

답 ㄴ, ㄷ, ㄹ

6 ○ 이차함수 $y=ax+bx+c$ 의 그래프의 평행이동 2

이차함수 $y=2x^2-8x+4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식이 $y=ax^2+bx+c$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값을 구하여라.

답 6

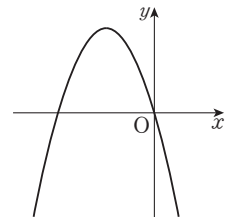
$a=2, b=-4, c=0$ 이므로 $a-b+c=6$

7 ○ 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호 정하기 2

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a, b, c 의 부호가 옳은 것은?

- ① $a>0, b<0, c=0$
② $a<0, b<0, c>0$
③ $a<0, b<0, c<0$
④ $a<0, b=0, c<0$
⑤ $a<0, b<0, c=0$

답 ⑤



06 * 이차함수의 식 구하기 (1)

핵심개념

꼭짓점의 좌표 (p, q) 와 다른 한 점의 좌표 (m, n) 이 주어질 때, 이차함수의 식 구하기

- 1 구하는 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 놓는다.
- 2 $x=m, y=n$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 에 대입하여 a 의 값을 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 57~58쪽

1 꼭짓점의 좌표가 $(2, 2)$ 이고 점 $(4, -2)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2, 2)$ 이므로 구하는 식을

$$y=a(x-2)^2+2$$

로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(4, -2)$ 를 지나므로

$$-2=a(4-2)^2+2$$

$$4a=-4$$

$$\therefore a=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-(x-2)^2+2$$

2 꼭짓점의 좌표와 그래프가 지나는 다른 한 점의 좌표가 다음과 같은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) 꼭짓점의 좌표: $(-1, 1)$

다른 한 점의 좌표: $(2, 10)$

$$y=a(x+1)^2+1 \quad \text{답} \quad y=(x+1)^2+1$$

점 $(2, 10)$ 을 지나므로

$$10=9a+1 \quad \therefore a=1 \quad \therefore y=(x+1)^2+1$$

(2) 꼭짓점의 좌표: $(1, \frac{5}{2})$

다른 한 점의 좌표: $(0, 3)$

$$y=a(x-1)^2+\frac{5}{2} \quad \text{답} \quad y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2}$$

점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3=a+\frac{5}{2} \quad \therefore a=\frac{1}{2} \quad \therefore y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2}$$

(3) 꼭짓점의 좌표: $(1, -2)$

다른 한 점의 좌표: $(2, -6)$

$$y=a(x-1)^2-2 \quad \text{답} \quad y=-4(x-1)^2-2$$

점 $(2, -6)$ 을 지나므로

$$-6=a-2 \quad \therefore a=-4 \quad \therefore y=-4(x-1)^2-2$$

(4) 꼭짓점의 좌표: $(-2, -3)$

다른 한 점의 좌표: $(0, -7)$

$$y=a(x+2)^2-3 \quad \text{답} \quad y=-(x+2)^2-3$$

점 $(0, -7)$ 을 지나므로

$$-7=4a-3 \quad \therefore a=-1 \quad \therefore y=-(x+2)^2-3$$

(5) 꼭짓점의 좌표: $(0, 1)$

다른 한 점의 좌표: $(2, -1)$

$$y=ax^2+1 \quad \text{답} \quad y=-\frac{1}{2}x^2+1$$

점 $(2, -1)$ 을 지나므로

$$-1=4a+1 \quad \therefore a=-\frac{1}{2} \quad \therefore y=-\frac{1}{2}x^2+1$$

(6) 꼭짓점의 좌표: $(4, 0)$

다른 한 점의 좌표: $(3, 2)$

$$y=a(x-4)^2 \quad \text{답} \quad y=2(x-4)^2$$

점 $(3, 2)$ 을 지나므로

$$2=a \quad \therefore y=2(x-4)^2$$

(7) 꼭짓점의 좌표: $(-1, 5)$

다른 한 점의 좌표: $(-3, -3)$

$$y=a(x+1)^2+5 \quad \text{답} \quad y=-2(x+1)^2+5$$

점 $(-3, -3)$ 을 지나므로

$$-3=4a+5 \quad \therefore a=-2 \quad \therefore y=-2(x+1)^2+5$$

(8) 꼭짓점의 좌표: $(-3, -15)$

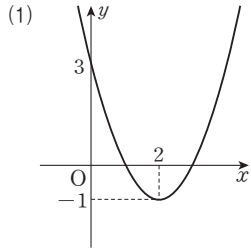
다른 한 점의 좌표: $(-2, -10)$

$$y=a(x+3)^2-15 \quad \text{답} \quad y=5(x+3)^2-15$$

점 $(-2, -10)$ 을 지나므로

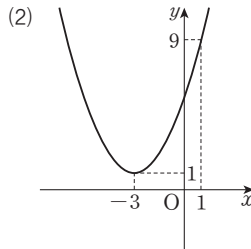
$$-10=a-15 \quad \therefore a=5 \quad \therefore y=5(x+3)^2-15$$

3 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내어라.



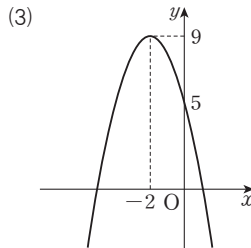
답 $y=(x-2)^2-1$

꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$ 이므로 $y=a(x-2)^2-1$ 로 놓을 수 있다.
 점 $(0, 3)$ 을 지나므로 $3=4a-1 \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=(x-2)^2-1$



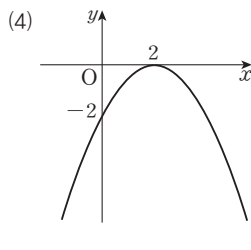
답 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이므로 $y=a(x+3)^2+1$ 로 놓을 수 있다.
 점 $(1, 9)$ 를 지나므로 $9=16a+1 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
 $\therefore y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$



답 $y=-(x+2)^2+9$

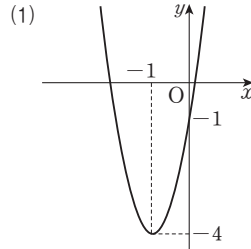
꼭짓점의 좌표가 $(-2, 9)$ 이므로 $y=a(x+2)^2+9$ 로 놓을 수 있다.
 점 $(0, 5)$ 를 지나므로 $5=4a+9 \quad \therefore a=-1$
 $\therefore y=-(x+2)^2+9$



답 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$

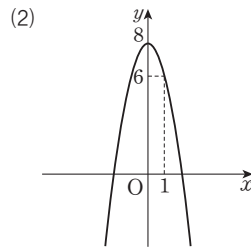
꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이므로 $y=a(x-2)^2$ 으로 놓을 수 있다.
 점 $(0, -2)$ 를 지나므로 $-2=4a$
 $\therefore a=-\frac{1}{2} \quad \therefore y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$

4 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.



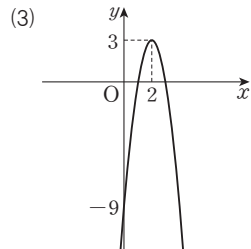
답 $y=3x^2+6x-1$

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -4)$ 이므로 $y=a(x+1)^2-4$ 로 놓을 수 있다.
 점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1=a-4 \quad \therefore a=3$
 $\therefore y=3(x+1)^2-4=3x^2+6x-1$



답 $y=-2x^2+8$

꼭짓점의 좌표가 $(0, 8)$ 이므로 $y=ax^2+8$ 로 놓을 수 있다.
 점 $(1, 6)$ 을 지나므로 $6=a+8 \quad \therefore a=-2$
 $\therefore y=-2x^2+8$



답 $y=-3x^2+12x-9$

꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$ 이므로 $y=a(x-2)^2+3$ 으로 놓을 수 있다.
 점 $(0, -9)$ 를 지나므로 $-9=4a+3 \quad \therefore a=-3$
 $\therefore y=-3(x-2)^2+3=-3x^2+12x-9$

5 배운 내용 확인하기

꼭짓점의 좌표 (p, q) 와 다른 한 점의 좌표 (m, n) 이 주어질 때

- 구하는 식을 $y=a(x-\boxed{p})^2+\boxed{q}$ 의 꼴로 놓는다.
- $x=\boxed{m}$, $y=\boxed{n}$ 을 ①의 식에 대입하여 이차함수의 식을 구한다.

07 * 이차함수의 식 구하기 (2)

핵심개념

축의 방정식 $x=p$ 와 서로 다른 두 점의 좌표가 주어질 때, 이차함수의 식 구하기

- 1 구하는 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 놓는다.
- 2 서로 다른 두 점의 좌표를 $y=a(x-p)^2+q$ 에 대입하여 a, q 의 값을 각각 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 58쪽

- 1 축의 방정식이 $x=3$ 이고 두 점 $(0, 11), (4, -5)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=3$ 이므로 구하는 식을

$$y=a(x-\boxed{3})^2+q$$

로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0, 11)$ 을 지나므로

$$\boxed{11}=a(0-\boxed{3})^2+q \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 $(4, -5)$ 를 지나므로

$$\boxed{-5}=a(4-\boxed{3})^2+q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=\boxed{2}, q=\boxed{-7}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=\boxed{2}(x-\boxed{3})^2-\boxed{7}$$

- 2 축의 방정식과 그래프가 지나는 두 점의 좌표가 다음과 같은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내어라.

- (1) 축의 방정식: $x=-1$

두 점의 좌표: $(0, 6), (2, -2)$

$$y=a(x+1)^2+q \text{로 놓으면} \quad \text{답} \quad y=-(x+1)^2+7$$

$$6=a+q \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$-2=9a+q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-1, q=7$

$$\therefore y=-(x+1)^2+7$$

- (2) 축의 방정식: $x=1$

두 점의 좌표: $(2, 3), (4, 7)$

$$y=a(x-1)^2+q \text{로 놓으면} \quad \text{답} \quad y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2}$$

$$3=a+q \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$7=9a+q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=\frac{1}{2}, q=\frac{5}{2} \quad \therefore y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2}$$

- (3) 축의 방정식: $x=0$

두 점의 좌표: $(1, 3), (2, -6)$

$y=ax^2+q$ 로 놓으면

$$3=a+q \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$-6=4a+q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=-3, q=6$

$$\therefore y=-3x^2+6$$

답 $y=-3x^2+6$

- (4) 축의 방정식: $x=2$

두 점의 좌표: $(1, 2), (4, 8)$

$y=a(x-2)^2+q$ 로 놓으면

$$2=a+q \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$8=4a+q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=2, q=0$

$$\therefore y=2(x-2)^2$$

답 $y=2(x-2)^2$

- (5) 축의 방정식: $x=-2$

두 점의 좌표: $(0, 0), (1, 5)$

$y=a(x+2)^2+q$ 로 놓으면

$$0=4a+q \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$5=9a+q \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=1, q=-4$

$$\therefore y=(x+2)^2-4$$

답 $y=(x+2)^2-4$

3 배운 내용 확인하기

축의 방정식 $x=p$ 와 서로 다른 두 점의 좌표가 주어질 때

- 1 구하는 식을 $y=a(x-\boxed{p})^2+q$ 의 꼴로 놓는다.
- 2 서로 다른 두 점의 좌표를 1의 식에 (대입)하여 두 식을 구한다.
- 3 2에서 구한 두 식을 연립하여 \boxed{a}, \boxed{q} 의 값을 각각 구한다.

08 * 이차함수의 식 구하기 (3)

핵심개념

y 축과의 교점 $(0, k)$ 와 서로 다른 두 점이 주어질 때, 이차함수의 식 구하기

- ① 구하는 식을 $y=ax^2+bx+k$ 의 꼴로 놓는다.
 - ② 두 점의 좌표를 $y=ax^2+bx+k$ 에 대입하여 a, b 의 값을 각각 구한다.
- 참고 그래프가 지나는 세 점 중 y 축과의 교점을 찾아 이차함수의 식에서 상수항을 구한 후 나머지 점의 좌표를 대입하면 편리하다.

■ 걸린 시간 분 / 목표 시간 15분

◀ 정답과 풀이 58~59쪽

1 서로 다른 세 점 $(0, 8), (1, 3), (4, 0)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

y 축과 $(0, \boxed{8})$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+8$ 로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $\boxed{3}=a+b+8$ ㉠

이 그래프가 점 $(4, 0)$ 을 지나므로 $\boxed{0}=16a+4b+8$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\boxed{1}, b=\boxed{-6}$

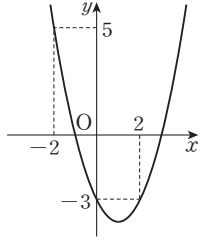
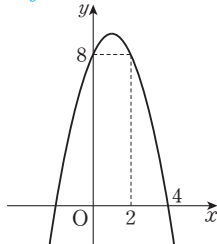
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\boxed{x^2-6x+8}$

2 그래프가 지나는 세 점의 좌표가 다음과 같은 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.

- (1) $(0, 3), (1, -2), (2, -5)$
 $\hookrightarrow y$ 축과의 교점 **답** $y=x^2-6x+3$
- $y=ax^2+bx+3$ 의 그래프가 두 점 $(1, -2), (2, -5)$ 를 지나므로 $-2=a+b+3, -5=4a+2b+3$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-6$ $\therefore y=x^2-6x+3$
- (2) $(0, 2), (1, -2), (2, -8)$
 $\hookrightarrow y$ 축과의 교점 **답** $y=-x^2-3x+2$
- $y=ax^2+bx+2$ 의 그래프가 두 점 $(1, -2), (2, -8)$ 을 지나므로 $-2=a+b+2, -8=4a+2b+2$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=-3$ $\therefore y=-x^2-3x+2$
- (3) $(0, 1), (1, -1), (2, 1)$
 $\hookrightarrow y$ 축과의 교점 **답** $y=2x^2-4x+1$
- $y=ax^2+bx+1$ 의 그래프가 두 점 $(1, -1), (2, 1)$ 을 지나므로 $-1=a+b+1, 1=4a+2b+1$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=2, b=-4$ $\therefore y=2x^2-4x+1$

- (4) $(0, -8), (2, 4), (3, 1)$
 $\hookrightarrow y$ 축과의 교점 **답** $y=-3x^2+12x-8$
- $y=ax^2+bx-8$ 의 그래프가 두 점 $(2, 4), (3, 1)$ 을 지나므로 $4=4a+2b-8, 1=9a+3b-8$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-3, b=12$ $\therefore y=-3x^2+12x-8$
- (5) $(-1, 1), (0, 4), (2, -8)$
 $\hookrightarrow y$ 축과의 교점 **답** $y=-3x^2+4$
- $y=ax^2+bx+4$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 1), (2, -8)$ 을 지나므로 $1=a-b+4, -8=4a+2b+4$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-3, b=0$ $\therefore y=-3x^2+4$
- (6) $(-3, 1), (-2, 4), (0, 16)$
 $\hookrightarrow y$ 축과의 교점 **답** $y=x^2+8x+16$
- $y=ax^2+bx+16$ 의 그래프가 두 점 $(-3, 1), (-2, 4)$ 를 지나므로 $1=9a-3b+16, 4=4a-2b+16$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=8$ $\therefore y=x^2+8x+16$

3 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.

- (1)  **답** $y=x^2-2x-3$
- $5=4a-2b-3, -3=4a+2b-3$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-2$
 $\therefore y=x^2-2x-3$
- (2)  **답** $y=-x^2+2x+8$
- $8=4a+2b+8, 0=16a+4b+8$
 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1, b=2$
 $\therefore y=-x^2+2x+8$

09 * 이차함수의 식 구하기 (4)

핵심개념

x 축과 만나는 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 과 그래프가 지나는 다른 한 점이 주어질 때, 이차함수의 식 구하기

- ① 구하는 식을 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 의 꼴로 놓는다.
- ② 주어진 다른 한 점의 좌표를 ①의 식에 대입하여 a 의 값을 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 15분

정답과 풀이 59~60쪽

1 서로 다른 세 점 $(2, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 6)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-\boxed{2})(x-\boxed{3})$ 으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로

$$\boxed{6}=6a \quad \therefore a=\boxed{1}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=(x-\boxed{2})(x-\boxed{3})=\boxed{x^2-5x+6}$$

2 그래프가 지나는 세 점의 좌표가 다음과 같은 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $(2, 0)$, $(5, 0)$, $(0, 10)$

$$y=a(x-2)(x-5) \quad \text{답} \quad y=x^2-7x+10$$

$$10=10a \quad \therefore a=1$$

$$\therefore y=(x-2)(x-5)=x^2-7x+10$$

(2) $(-7, 0)$, $(-1, 0)$, $(-6, 10)$

$$y=a(x+7)(x+1) \quad \text{답} \quad y=-2x^2-16x-14$$

$$10=-5a \quad \therefore a=-2$$

$$\therefore y=-2(x+7)(x+1)=-2x^2-16x-14$$

(3) $(-2, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 2)$

$$y=a(x+2)(x-1) \quad \text{답} \quad y=-x^2-x+2$$

$$2=-2a \quad \therefore a=-1$$

$$\therefore y=-(x+2)(x-1)=-x^2-x+2$$

(4) $(-2, 0)$, $(0, 0)$, $(1, 6)$

$$y=ax(x+2) \quad \text{답} \quad y=2x^2+4x$$

$$6=3a \quad \therefore a=2$$

$$\therefore y=2x(x+2)=2x^2+4x$$

(5) $(-1, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 8)$

$$y=a(x+1)(x-4) \quad \text{답} \quad y=-2x^2+6x+8$$

$$8=-4a \quad \therefore a=-2$$

$$\therefore y=-2(x+1)(x-4)=-2x^2+6x+8$$

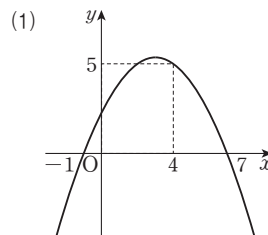
(6) $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 2)$

$$y=a(x+1)(x-3) \quad \text{답} \quad y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2$$

$$2=-3a \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$$

$$\therefore y=-\frac{2}{3}(x+1)(x-3)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x+2$$

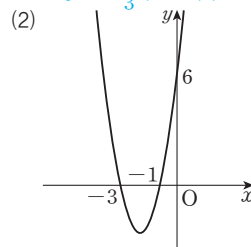
3 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.



$$y=a(x+1)(x-7) \quad \text{답} \quad y=-\frac{1}{3}x^2+2x+\frac{7}{3}$$

이 그래프가 점 $(4, 5)$ 를 지나므로 $5=-15a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-7)=-\frac{1}{3}x^2+2x+\frac{7}{3}$$



$$y=a(x+3)(x+1) \quad \text{답} \quad y=2x^2+8x+6$$

이 그래프가 점 $(0, 6)$ 을 지나므로 $6=3a \quad \therefore a=2$

$$\therefore y=2(x+3)(x+1)=2x^2+8x+6$$

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

◀ 정답과 풀이 60~61쪽

1 ○ 이차함수의 식 구하기 (1) 2

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 4)$ 이고 점 $(-3, -8)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 갖는 이차함수의 식이 $y=ax^2+bx+c$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

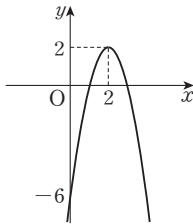
답 -8

점 $(-3, -8)$ 을 지나므로 $-8=4a+4 \quad \therefore a=-3$
 $\therefore y=-3(x+1)^2+4=-3x^2-6x+1$
 따라서 $a=-3, b=-6, c=1$ 이므로
 $a+b+c=-8$

2 ○ 이차함수의 식 구하기 (1) 4

오른쪽 그림과 같은 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점 $(m, 0), (n, 0)$ 에서 만날 때, mn 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5



답 ③

꼭짓점의 좌표가 $(2, 2)$ 이므로 $y=a(x-2)^2+2$
 점 $(0, -6)$ 을 지나므로 $-6=4a+2 \quad \therefore a=-2$
 $\therefore y=-2(x-2)^2+2=-2x^2+8x-6$
 $-2x^2+8x-6=0$ 에서 $-2(x-1)(x-3)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=3 \quad \therefore mn=3$

3 ○ 이차함수의 식 구하기 (2) 2

축의 방정식이 $x=-4$ 인 이차함수 $y=-x^2+mx+n$ 의 그래프가 점 $(-2, 3)$ 을 지날 때, 상수 m, n 에 대하여 $m-n$ 의 값을 구하여라.

답 1

점 $(-2, 3)$ 을 지나므로 $3=-4+q \quad \therefore q=7$
 따라서 $y=-(x+4)^2+7=-x^2-8x-9$ 이므로
 $m=-8, n=-9 \quad \therefore m-n=1$

4 ○ 이차함수의 식 구하기 (2) 2

축의 방정식이 $x=-1$ 이고, 평행이동하면 $y=3x^2$ 의 그래프에 완전히 포괄 수 있는 포물선의 방정식이 $y=ax^2+bx+c$ 이다. 이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지날 때 $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수)

답 10

$y=3(x+1)^2+q$ 가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $1=3+q \quad \therefore q=-2$
 따라서 $y=3(x+1)^2-2=3x^2+6x+1$ 이므로
 $a=3, b=6, c=1 \quad \therefore a+b+c=10$

5 ○ 이차함수의 식 구하기 (3) 2

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 세 점 $(-1, 3), (0, 2), (3, 5)$ 를 지날 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a-b-c$ 의 값은?

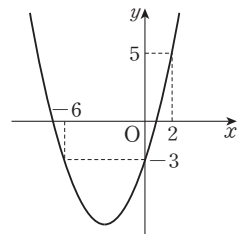
- ① -2 ② -1 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

답 ②

$3=a-b+2, 5=9a+3b+2$ 이므로 $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}, c=2$
 $\therefore a-b-c=\frac{1}{2}-(-\frac{1}{2})-2=-1$

6 ○ 이차함수의 식 구하기 (3) 3

오른쪽 그림과 같은 포물선을 그래프로 갖는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.



답 $y=\frac{1}{2}x^2+3x-3$

$-3=36a-6b-3, 5=4a+2b-3$ 이므로
 $a=\frac{1}{2}, b=3, c=-3 \quad \therefore y=\frac{1}{2}x^2+3x-3$

7 ○ 이차함수의 식 구하기 (4) 2

x 축과 두 점 $(-3, 0), (3, 0)$ 에서 만나고 점 $(2, 5)$ 를 지나는 이차함수의 그래프와 y 축과의 교점의 좌표는?

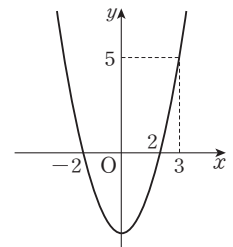
- ① $(0, 9)$ ② $(0, 6)$ ③ $(0, 3)$
 ④ $(0, -3)$ ⑤ $(0, -9)$

답 ①

점 $(2, 5)$ 를 지나므로 $5=a \times 5 \times (-1) \quad \therefore a=-1$
 $\therefore y=-(x+3)(x-3)=-x^2+9$
 따라서 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 9)$ 이다.

8 ○ 이차함수의 식 구하기 (4) 3

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



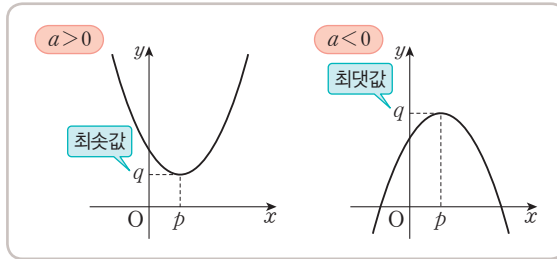
답 -3

$y=a(x+2)(x-2)$
 점 $(3, 5)$ 를 지나므로 $5=a \times 5 \times 1 \quad \therefore a=1$
 $\therefore y=(x+2)(x-2)=x^2-4$
 따라서 $a=1, b=0, c=-4$ 이므로
 $a+b+c=-3$

10 * 이차함수의 최댓값과 최솟값

핵심개념

- 함수의 최댓값과 최솟값: 함수의 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 최댓값, 가장 작은 값을 그 함수의 최솟값이라고 한다.
- 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 최댓값과 최솟값
 - $a > 0$ 인 경우: $x=p$ 일 때 최솟값 q 를 갖고, 최댓값은 없다.
 - $a < 0$ 인 경우: $x=p$ 일 때 최댓값 q 를 갖고, 최솟값은 없다.



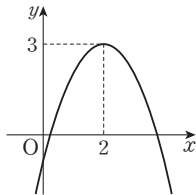
- 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 최댓값과 최솟값
주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳐서 구한다.
참고 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은 꼭짓점의 y 좌표와 같다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 61~62쪽

- 1 이차함수 $y=-(x-2)^2+3$ 의 최댓값과 최솟값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

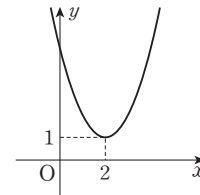


위의 그림과 같이 이차함수 $y=-(x-2)^2+3$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 (,)이고, 로 볼록한 포물선이다.

따라서 이차함수 $y=-(x-2)^2+3$ 의 함숫값 중에서 가장 큰 값은 $x=$ 일 때 $y=$ 이고, 가장 작은 값은 .

➔ 이차함수 $y=-(x-2)^2+3$ 은 $x=2$ 일 때 최댓값 을 갖고, 최솟값은 .

- 2 이차함수 $y=(x-2)^2+1$ 의 최댓값과 최솟값을 구하는 다음 과정을 완성하여라.



위의 그림과 같이 이차함수 $y=(x-2)^2+1$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 (,)이고, 로 볼록한 포물선이다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2+1$ 의 함숫값 중에서 가장 작은 값은 $x=$ 일 때 $y=$ 이고, 가장 큰 값은 .

➔ 이차함수 $y=(x-2)^2+1$ 은 $x=2$ 일 때 최솟값 을 갖고, 최댓값은 .

9 다음 이차함수의 최솟값을 구하여라.

(1) $y = x^2 + 10x + 11$ **답** -14

$y = x^2 + 10x + 11 = (x+5)^2 - 14$ 이므로 최솟값 -14를 갖는다.

(2) $y = 2x^2 - 8x + 8$ **답** 0

$y = 2x^2 - 8x + 8 = 2(x-2)^2$ 이므로 최솟값 0을 갖는다.

(3) $y = 3x^2 + 18x$ **답** -27

$y = 3x^2 + 18x = 3(x+3)^2 - 27$ 이므로 최솟값 -27을 갖는다.

(4) $y = 4x^2 - 12x + 15$ **답** 6

$y = 4x^2 - 12x + 15 = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 6$ 이므로 최솟값 6을 갖는다.

(5) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{11}{2}$ **답** 1

$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{11}{2} = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 1$ 이므로 최솟값 1을 갖는다.

(6) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ **답** -3

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2x = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 3$ 이므로 최솟값 -3을 갖는다.

10 다음 이차함수의 최댓값을 구하여라.

(1) $y = -x^2 + x - 1$ **답** $-\frac{3}{4}$

$y = -x^2 + x - 1 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$ 이므로 최댓값 $-\frac{3}{4}$ 을 갖는다.

(2) $y = -2x^2 + 8x - 13$ **답** -5

$y = -2x^2 + 8x - 13 = -2(x-2)^2 - 5$ 이므로 최댓값 -5를 갖는다.

(3) $y = -3x^2 - 6x - 3$ **답** 0

$y = -3x^2 - 6x - 3 = -3(x+1)^2$ 이므로 최댓값 0을 갖는다.

(4) $y = -x^2 + 10x$ **답** 25

$y = -x^2 + 10x = -(x-5)^2 + 25$ 이므로 최댓값 25를 갖는다.

(5) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - 5$ **답** $-\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - 5 = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - \frac{1}{2}$ 이므로 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

(6) $y = -4x^2 - 8x - 3$ **답** 1

$y = -4x^2 - 8x - 3 = -4(x+1)^2 + 1$ 이므로 최댓값 1을 갖는다.

11 다음 이차함수가 $x=p$ 에서 최솟값 q 를 가질 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

(1) $y = x^2 + x - 1$ **답** $-\frac{7}{4}$

$y = x^2 + x - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$

따라서 $p = -\frac{1}{2}$, $q = -\frac{5}{4}$ 이므로 $p+q = -\frac{7}{4}$

(2) $y = 2x^2 + 8x + 13$ **답** 3

$y = 2x^2 + 8x + 13 = 2(x+2)^2 + 5$

따라서 $p = -2$, $q = 5$ 이므로 $p+q = 3$

(3) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$ **답** 1

$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2$

따라서 $p = 3$, $q = -2$ 이므로 $p+q = 1$

12 다음 이차함수가 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 가질 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

(1) $y = -x^2 + 10x - 20$ **답** 10

$y = -x^2 + 10x - 20 = -(x-5)^2 + 5$

따라서 $p = 5$, $q = 5$ 이므로 $p+q = 10$

(2) $y = -2x^2 - 8x + 1$ **답** 7

$y = -2x^2 - 8x + 1 = -2(x+2)^2 + 9$

따라서 $p = -2$, $q = 9$ 이므로 $p+q = 7$

(3) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{2}$ **답** 9

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 6$

따라서 $p = 3$, $q = 6$ 이므로 $p+q = 9$

13 배운 내용 확인하기

(1) 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값과 최솟값은

$y = \boxed{a(x-p)^2 + q}$ 의 꼴로 고쳐서 구한다.

(2) $a > 0$ 인 경우 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 $x = \boxed{p}$ 일

때 최솟값 \boxed{q} 를 갖고, (최댓값)은 없다.

(3) $a < 0$ 인 경우 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 $x = \boxed{p}$ 일

때 최댓값 \boxed{q} 를 갖고, (최솟값)은 없다.

11 * 이차함수의 식 구하기 (5)

핵심개념

이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 이차함수의 식 구하기

① $x=p$ 일 때 최댓값 또는 최솟값 q 를 갖고, x^2 의 계수가 a 인 이차함수의 식은

꼭짓점의 좌표가 (p, q)

$$y = a(x-p)^2 + q \text{로 놓는다.}$$

② 주어진 다른 조건을 이용하여 a 의 값을 구한다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 10분

정답과 풀이 62쪽

1 다음 이차함수의 식을 구하여 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $x=4$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, x^2 의 계수가 1인 이차함수의 식을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

꼭짓점의 좌표가 $(4, -1)$ 이므로 구하는 이차함수의 식은

$$\begin{aligned} y &= (x - \boxed{4})^2 - \boxed{1} \\ &= (x^2 - \boxed{8}x + \boxed{16}) - \boxed{1} \\ &= x^2 - \boxed{8}x + \boxed{15} \end{aligned}$$

(2) $x=2$ 일 때 최솟값 -6 을 갖고, x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차함수

답 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 4$

$$y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 6 = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 4$$

(3) $x=3$ 일 때 최댓값 4를 갖고, x^2 의 계수가 -1 인 이차함수

답 $y = -x^2 + 6x - 5$

$$y = -(x-3)^2 + 4 = -x^2 + 6x - 5$$

(4) $x=1$ 일 때 최댓값 2를 갖고, x^2 의 계수가 -3 인 이차함수

답 $y = -3x^2 + 6x - 1$

$$y = -3(x-1)^2 + 2 = -3x^2 + 6x - 1$$

2 다음을 만족시키는 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

tip

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 $x=p$ 에서 최댓값 또는 최솟값 q 를 갖는다.

→ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 로 놓고 우변을 전개하여 주어진 식과 비교해 보.

(1) $x=-1$ 일 때, 최솟값 3을 갖는 이차함수

$$y = x^2 + ax + b$$

주어진 이차함수의 식은 x^2 의 계수가 1이고 $x=-1$ 일 때, 최솟값 3을 가지므로

$$y = (x+1)^2 + 3 = x^2 + 2x + 4 = x^2 + ax + b$$

∴ $a = \boxed{2}, b = \boxed{4}$

(2) $x=2$ 일 때 최댓값 2를 갖는 이차함수

$$y = -x^2 + ax + b \quad \text{답} \quad a=4, b=-2$$

$$y = -(x-2)^2 + 2 = -x^2 + 4x - 2 = -x^2 + ax + b$$

∴ $a=4, b=-2$

(3) $x=-1$ 일 때 최솟값 -5 를 갖는 이차함수

$$y = 3x^2 + ax - 2b \quad \text{답} \quad a=6, b=1$$

$$y = 3(x+1)^2 - 5 = 3x^2 + 6x - 2 = 3x^2 + ax - 2b$$

따라서 $6=a, -2=-2b$ 이므로 $a=6, b=1$

3 배운 내용 확인하기

(1) $x=p$ 일 때 최댓값 q 를 갖고 이차항의 계수가 a ($a < 0$)인 이차함수의 식은 $y = \boxed{a}(x - \boxed{p})^2 + \boxed{q}$ 이다.

(2) $x=p$ 일 때 최솟값 q 를 갖고 이차항의 계수가 a ($a > 0$)인 이차함수의 식은 $y = \boxed{a}(x - \boxed{p})^2 + \boxed{q}$ 이다.

12 * 이차함수의 활용

핵심개념

이차함수의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

- ① 변수 x, y 정하기: 문제의 뜻을 파악하여 x, y 를 정한다.
- ② 식 세우기: x, y 사이의 관계식을 세운다.
- ③ 답 구하기: 이차함수의 식 또는 그래프를 이용하여 알맞은 답을 구한다.
- ④ 확인하기: 구한 답이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

주의 길이, 넓이, 거리, 시간 등은 항상 양수이다.

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 62~63쪽

1 합이 20인 두 수의 곱의 최댓값과 그때의 두 수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

① 변수 x, y 정하기

두 수 중 한 수를 x 라고 하면 다른 한 수는 $20-x$ 이고, 두 수의 곱을 y 라고 하자.

② 식 세우기

$$y = x(20-x)$$

③ 답 구하기

식을 정리하면

$$\begin{aligned} y &= x(20-x) \\ &= -x^2 + \boxed{20}x \\ &= -(x^2 - \boxed{20}x + \boxed{100}) + \boxed{100} \\ &= -(x - \boxed{10})^2 + \boxed{100} \end{aligned}$$

따라서 합이 20인 두 수의 곱의 최댓값은 $\boxed{100}$ 이고, 이때 두 수는 $\boxed{10}$, $\boxed{10}$ 이다.

2 합이 36인 두 수의 곱의 최댓값과 그때의 두 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 합이 36인 두 수 중 한 수를 x 라고 할 때, 다른 한 수를 x 에 대한 식으로 나타내어라.

답 $\underline{\hspace{2cm} 36-x \hspace{2cm}}$

(2) 두 수의 곱을 y 라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.

답 $\underline{\hspace{2cm} y = x(36-x) \hspace{2cm}}$

(3) (2)에서 구한 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내어라.

답 $\underline{\hspace{2cm} y = -(x-18)^2 + 324 \hspace{2cm}}$

(4) 합이 36인 두 수의 곱의 최댓값을 구하여라.

답 $\underline{\hspace{2cm} 324 \hspace{2cm}}$

(5) 두 수의 곱이 최대일 때의 두 수를 구하여라.

답 $\underline{\hspace{2cm} 18, 18 \hspace{2cm}}$

3 차가 10인 두 수의 곱의 최솟값과 그때의 두 수를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

① 변수 x, y 정하기: 두 수 중 작은 수를 x 라고 하면 다른 한 수는 $x + \boxed{10}$ 이고, 두 수의 곱을 y 라고 하자.

② 식 세우기: $y = x(x + \boxed{10})$

③ 답 구하기

$$\begin{aligned} y &= x(x + \boxed{10}) = x^2 + \boxed{10}x \\ &= (x^2 + \boxed{10}x + \boxed{25}) - \boxed{25} \\ &= (x + \boxed{5})^2 - \boxed{25} \end{aligned}$$

따라서 차가 10인 두 수의 곱의 최솟값은 $\boxed{-25}$ 이고, 이때 두 수는 $\boxed{-5}, \boxed{5}$ 이다.

4 차가 24인 두 수의 곱의 최솟값과 그때의 두 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 차가 24인 두 수 중 작은 수를 x 라고 할 때, 다른 한 수를 x 에 대한 식으로 나타내어라.

답 $x + 24$

(2) 두 수의 곱을 y 라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.

답 $y = x(x + 24)$

(3) (2)에서 구한 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내어라.

답 $y = (x + 12)^2 - 144$

(4) 차가 24인 두 수의 곱의 최솟값을 구하여라.

답 -144

(5) 두 수의 곱이 최소일 때의 두 수를 구하여라.

답 $-12, 12$

5 둘레의 길이가 24 cm인 직사각형의 넓이가 최대일 때의 가로 길이와 세로의 길이를 구하는 다음 과정을 완성하여라.

① 변수 x, y 정하기: 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(\boxed{12} - x)$ cm이고, 직사각형의 넓이를 y cm²라고 하자.

② 식 세우기: $y = x(\boxed{12} - x)$

③ 답 구하기

$$\begin{aligned} y &= x(\boxed{12} - x) = -x^2 + \boxed{12}x \\ &= -(x^2 - \boxed{12}x + \boxed{36}) + \boxed{36} \\ &= -(x - \boxed{6})^2 + \boxed{36} \end{aligned}$$

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 $\boxed{36}$ cm²이고, 가로의 길이는 $\boxed{6}$ cm, 세로의 길이는 $\boxed{6}$ cm이다.

6 둘레의 길이가 40 cm인 직사각형의 넓이가 최대일 때의 가로 길이와 세로의 길이를 각각 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 할 때, 세로의 길이를 x 에 대한 식으로 나타내어라.

답 $(20 - x)$ cm

(2) 직사각형의 넓이를 y cm²라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.

답 $y = x(20 - x)$

(3) (2)에서 구한 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내어라.

답 $y = -(x - 10)^2 + 100$

(4) 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.

답 100 cm²

(5) (4)에서 직사각형의 넓이가 최대일 때의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 구하여라.

답 가로의 길이: 10 cm , 세로의 길이: 10 cm

7 지면에서 초속 20 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 y m일 때, $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 쏘아 올린 물체의 최고 높이와 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$y = -5x^2 + 20x$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 변형하면
 $y = -5x^2 + 20x$
 $= -5(x - \boxed{2})^2 + \boxed{20}$
 따라서 $x = \boxed{2}$ 일 때 최댓값 $\boxed{20}$ 을 가지므로 쏘아 올린 물체의 최고 높이는 $\boxed{20}$ m이고, 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 $\boxed{2}$ 초이다.

(2) 이 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하는 다음 과정을 완성하여라.

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = 0$ 일 때이므로
 $0 = -5x^2 + 20x, 5x^2 - 20x = 0, 5x(x - 4) = 0$
 $\therefore x = \boxed{4}$ ($\because x > 0$)
 따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 $\boxed{4}$ 초 후이다.

[8~9] 지면에서 초속 60 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이가 y m일 때, $y = -5x^2 + 60x$ 인 관계가 성립한다. 물음에 답하여라.

8 쏘아 올린 공의 최고 높이와 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) y 에 대한 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내어라.

답 $y = -5(x-6)^2 + 180$

(2) 쏘아 올린 공의 최고 높이를 구하여라.

답 180 m

(3) 공이 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

답 6초

(2), (3) $x = 6$ 일 때 최댓값 180을 가지므로 쏘아 올린 공의 최고 높이는 180 m이고, 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 6초이다.

9 이 공이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

$0 = -5x^2 + 60x$ 에서
 $5x(x-12) = 0$
 $\therefore x = 12$ ($\because x > 0$)

답 12초 후

10 지면으로부터 5 m의 높이에서 초속 20 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이가 y m일 때, $y = -5x^2 + 20x + 5$ 인 관계가 성립한다. 쏘아 올린 공의 최고 높이와 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) y 에 대한 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내어라.

답 $y = -5(x-2)^2 + 25$

(2) 쏘아 올린 공의 최고 높이를 구하여라.

답 25 m

(3) 공이 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하여라.

답 2초

(2), (3) $x = 2$ 일 때 최댓값 25를 가지므로 쏘아 올린 공의 최고 높이는 25 m이고, 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 2초이다.

11 배운 내용 확인하기

이차함수의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

- ① 문제의 뜻을 파악하여 (변수) x, y 를 정한다.
- ② x, y 사이의 (관계식)을 세운다.
- ③ 이차함수의 (식) 또는 그래프를 이용하여 답을 구한다.
- ④ 구한 답이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

스스로 점검하기

■ 걸린 시간

분 / 목표 시간 20분

정답과 풀이 63쪽

1 ○ 이차함수의 최댓값과 최솟값 6, 10

다음 중 최댓값을 갖는 이차함수가 아닌 것은?

- ① $y = -2x^2$ ② $y = -x^2 + 8$
 ③ $y = -3(x+5)^2$ ④ $y = -\frac{2}{3}x^2 + 6x - 2$
 ⑤ $y = 4x^2 + 4x + 6$

답 ⑤

2 ○ 이차함수의 최댓값과 최솟값 5, 9

다음 이차함수 중 최솟값이 1인 것은?

- ① $y = -3(x+1)^2 + 1$
 ② $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 1$
 ③ $y = \frac{3}{4}(x+1)^2 - 1$
 ④ $y = (x-1)^2 - 1$
 ⑤ $y = 4(x-1)^2 + 1$

답 ⑤

- ①, ② 최댓값 1
 ③, ④ 최솟값 -1

3 ○ 이차함수의 식 구하기 (5) 2

이차함수 $y = x^2 + 2kx + 2k^2$ 의 최솟값이 9일 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

답 ③

$y = x^2 + 2kx + 2k^2 = (x+k)^2 + k^2$
 최솟값이 9이므로 $k^2 = 9$ $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

4 ○ 이차함수의 식 구하기 (5) 2

이차함수 $y = 2x^2 + kx + 11$ 은 $x = 2$ 일 때 최솟값 q 를 갖는다. 이때 $k + q$ 의 값을 구하여라. (단, k 는 상수)

답 -5

$y = 2(x-2)^2 + q = 2x^2 - 8x + 8 + q$ 이므로
 $k = -8, 8 + q = 11$ $\therefore q = 3$
 $\therefore k + q = -5$

5 ○ 이차함수의 식 구하기 (5) 2

$x = -1$ 일 때 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식이 $y = -x^2 + bx + c$ 일 때, 상수 b, c 에 대하여 $b - c$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ 4

답 ③

$y = -(x+1)^2 - 1 = -x^2 - 2x - 2$ 이므로
 $b = -2, c = -2$
 $\therefore b - c = 0$

6 ○ 이차함수의 활용 3, 4

차가 12인 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수를 구하여라.

답 -6, 6

두 수의 곱을 y 라고 하면
 $y = x(x+12) = x^2 + 12x = (x+6)^2 - 36$
 따라서 두 수의 곱이 최소가 될 때의 두 수는 $-6, 6$ 이다.

7 ○ 이차함수의 활용 5, 6

둘레의 길이가 32 cm인 직사각형의 최대 넓이는?

- ① 25 cm² ② 36 cm² ③ 49 cm²
 ④ 64 cm² ⑤ 81 cm²

답 ④

직사각형의 가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm²라고 하면
 $y = x(16-x) = -(x-8)^2 + 64$
 따라서 직사각형의 최대 넓이는 64 cm²이다.

8 ○ 이차함수의 활용 7, 8, 9

지면에서 초속 50 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이가 y m일 때, $y = -5x^2 + 50x$ 인 관계가 성립한다. 이때 이 공이 가장 높이 올라갈 때까지 걸리는 시간은?

- ① 4초 ② 5초 ③ 6초
 ④ 7초 ⑤ 8초

답 ②

$y = -5x^2 + 50x = -5(x-5)^2 + 125$
 따라서 공이 가장 높이 올라갈 때까지 걸리는 시간은 5초이다.



수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	1,020	1,025	1,030	1,034	1,039	1,044
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	1,068	1,072	1,077	1,082	1,086	1,091
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	1,114	1,118	1,122	1,127	1,131	1,136
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	1,158	1,162	1,166	1,170	1,175	1,179
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	1,200	1,204	1,208	1,212	1,217	1,221
1.5	1,225	1,229	1,233	1,237	1,241	1,245	1,249	1,253	1,257	1,261
1.6	1,265	1,269	1,273	1,277	1,281	1,285	1,288	1,292	1,296	1,300
1.7	1,304	1,308	1,311	1,315	1,319	1,323	1,327	1,330	1,334	1,338
1.8	1,342	1,345	1,349	1,353	1,356	1,360	1,364	1,367	1,371	1,375
1.9	1,378	1,382	1,386	1,389	1,393	1,396	1,400	1,404	1,407	1,411
2.0	1,414	1,418	1,421	1,425	1,428	1,432	1,435	1,439	1,442	1,446
2.1	1,449	1,453	1,456	1,459	1,463	1,466	1,470	1,473	1,476	1,480
2.2	1,483	1,487	1,490	1,493	1,497	1,500	1,503	1,507	1,510	1,513
2.3	1,517	1,520	1,523	1,526	1,530	1,533	1,536	1,539	1,543	1,546
2.4	1,549	1,552	1,556	1,559	1,562	1,565	1,568	1,572	1,575	1,578
2.5	1,581	1,584	1,587	1,591	1,594	1,597	1,600	1,603	1,606	1,609
2.6	1,612	1,616	1,619	1,622	1,625	1,628	1,631	1,634	1,637	1,640
2.7	1,643	1,646	1,649	1,652	1,655	1,658	1,661	1,664	1,667	1,670
2.8	1,673	1,676	1,679	1,682	1,685	1,688	1,691	1,694	1,697	1,700
2.9	1,703	1,706	1,709	1,712	1,715	1,718	1,720	1,723	1,726	1,729
3.0	1,732	1,735	1,738	1,741	1,744	1,746	1,749	1,752	1,755	1,758
3.1	1,761	1,764	1,766	1,769	1,772	1,775	1,778	1,780	1,783	1,786
3.2	1,789	1,792	1,794	1,797	1,800	1,803	1,806	1,808	1,811	1,814
3.3	1,817	1,819	1,822	1,825	1,828	1,830	1,833	1,836	1,838	1,841
3.4	1,844	1,847	1,849	1,852	1,855	1,857	1,860	1,863	1,865	1,868
3.5	1,871	1,873	1,876	1,879	1,881	1,884	1,887	1,889	1,892	1,895
3.6	1,897	1,900	1,903	1,905	1,908	1,910	1,913	1,916	1,918	1,921
3.7	1,924	1,926	1,929	1,931	1,934	1,936	1,939	1,942	1,944	1,947
3.8	1,949	1,952	1,954	1,957	1,960	1,962	1,965	1,967	1,970	1,972
3.9	1,975	1,977	1,980	1,982	1,985	1,987	1,990	1,992	1,995	1,997
4.0	2,000	2,002	2,005	2,007	2,010	2,012	2,015	2,017	2,020	2,022
4.1	2,025	2,027	2,030	2,032	2,035	2,037	2,040	2,042	2,045	2,047
4.2	2,049	2,052	2,054	2,057	2,059	2,062	2,064	2,066	2,069	2,071
4.3	2,074	2,076	2,078	2,081	2,083	2,086	2,088	2,090	2,093	2,095
4.4	2,098	2,100	2,102	2,105	2,107	2,110	2,112	2,114	2,117	2,119
4.5	2,121	2,124	2,126	2,128	2,131	2,133	2,135	2,138	2,140	2,142
4.6	2,145	2,147	2,149	2,152	2,154	2,156	2,159	2,161	2,163	2,166
4.7	2,168	2,170	2,173	2,175	2,177	2,179	2,182	2,184	2,186	2,189
4.8	2,191	2,193	2,195	2,198	2,200	2,202	2,205	2,207	2,209	2,211
4.9	2,214	2,216	2,218	2,220	2,223	2,225	2,227	2,229	2,232	2,234
5.0	2,236	2,238	2,241	2,243	2,245	2,247	2,249	2,252	2,254	2,256
5.1	2,258	2,261	2,263	2,265	2,267	2,269	2,272	2,274	2,276	2,278
5.2	2,280	2,283	2,285	2,287	2,289	2,291	2,293	2,296	2,298	2,300
5.3	2,302	2,304	2,307	2,309	2,311	2,313	2,315	2,317	2,319	2,322
5.4	2,324	2,326	2,328	2,330	2,332	2,335	2,337	2,339	2,341	2,343



수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2,345	2,347	2,349	2,352	2,354	2,356	2,358	2,360	2,362	2,364
5.6	2,366	2,369	2,371	2,373	2,375	2,377	2,379	2,381	2,383	2,385
5.7	2,387	2,390	2,392	2,394	2,396	2,398	2,400	2,402	2,404	2,406
5.8	2,408	2,410	2,412	2,415	2,417	2,419	2,421	2,423	2,425	2,427
5.9	2,429	2,431	2,433	2,435	2,437	2,439	2,441	2,443	2,445	2,447
6.0	2,449	2,452	2,454	2,456	2,458	2,460	2,462	2,464	2,466	2,468
6.1	2,470	2,472	2,474	2,476	2,478	2,480	2,482	2,484	2,486	2,488
6.2	2,490	2,492	2,494	2,496	2,498	2,500	2,502	2,504	2,506	2,508
6.3	2,510	2,512	2,514	2,516	2,518	2,520	2,522	2,524	2,526	2,528
6.4	2,530	2,532	2,534	2,536	2,538	2,540	2,542	2,544	2,546	2,548
6.5	2,550	2,551	2,553	2,555	2,557	2,559	2,561	2,563	2,565	2,567
6.6	2,569	2,571	2,573	2,575	2,577	2,579	2,581	2,583	2,585	2,587
6.7	2,588	2,590	2,592	2,594	2,596	2,598	2,600	2,602	2,604	2,606
6.8	2,608	2,610	2,612	2,613	2,615	2,617	2,619	2,621	2,623	2,625
6.9	2,627	2,629	2,631	2,632	2,634	2,636	2,638	2,640	2,642	2,644
7.0	2,646	2,648	2,650	2,651	2,653	2,655	2,657	2,659	2,661	2,663
7.1	2,665	2,666	2,668	2,670	2,672	2,674	2,676	2,678	2,680	2,681
7.2	2,683	2,685	2,687	2,689	2,691	2,693	2,694	2,696	2,698	2,700
7.3	2,702	2,704	2,706	2,707	2,709	2,711	2,713	2,715	2,717	2,718
7.4	2,720	2,722	2,724	2,726	2,728	2,729	2,731	2,733	2,735	2,737
7.5	2,739	2,740	2,742	2,744	2,746	2,748	2,750	2,751	2,753	2,755
7.6	2,757	2,759	2,760	2,762	2,764	2,766	2,768	2,769	2,771	2,773
7.7	2,775	2,777	2,778	2,780	2,782	2,784	2,786	2,787	2,789	2,791
7.8	2,793	2,795	2,796	2,798	2,800	2,802	2,804	2,805	2,807	2,809
7.9	2,811	2,812	2,814	2,816	2,818	2,820	2,821	2,823	2,825	2,827
8.0	2,828	2,830	2,832	2,834	2,835	2,837	2,839	2,841	2,843	2,844
8.1	2,846	2,848	2,850	2,851	2,853	2,855	2,857	2,858	2,860	2,862
8.2	2,864	2,865	2,867	2,869	2,871	2,872	2,874	2,876	2,877	2,879
8.3	2,881	2,883	2,884	2,886	2,888	2,890	2,891	2,893	2,895	2,897
8.4	2,898	2,900	2,902	2,903	2,905	2,907	2,909	2,910	2,912	2,914
8.5	2,915	2,917	2,919	2,921	2,922	2,924	2,926	2,927	2,929	2,931
8.6	2,933	2,934	2,936	2,938	2,939	2,941	2,943	2,944	2,946	2,948
8.7	2,950	2,951	2,953	2,955	2,956	2,958	2,960	2,961	2,963	2,965
8.8	2,966	2,968	2,970	2,972	2,973	2,975	2,977	2,978	2,980	2,982
8.9	2,983	2,985	2,987	2,988	2,990	2,992	2,993	2,995	2,997	2,998
9.0	3,000	3,002	3,003	3,005	3,007	3,008	3,010	3,012	3,013	3,015
9.1	3,017	3,018	3,020	3,022	3,023	3,025	3,027	3,028	3,030	3,032
9.2	3,033	3,035	3,036	3,038	3,040	3,041	3,043	3,045	3,046	3,048
9.3	3,050	3,051	3,053	3,055	3,056	3,058	3,059	3,061	3,063	3,064
9.4	3,066	3,068	3,069	3,071	3,072	3,074	3,076	3,077	3,079	3,081
9.5	3,082	3,084	3,085	3,087	3,089	3,090	3,092	3,094	3,095	3,097
9.6	3,098	3,100	3,102	3,103	3,105	3,106	3,108	3,110	3,111	3,113
9.7	3,114	3,116	3,118	3,119	3,121	3,122	3,124	3,126	3,127	3,129
9.8	3,130	3,132	3,134	3,135	3,137	3,138	3,140	3,142	3,143	3,145
9.9	3,146	3,148	3,150	3,151	3,153	3,154	3,156	3,158	3,159	3,161



수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3,162	3,178	3,194	3,209	3,225	3,240	3,256	3,271	3,286	3,302
11	3,317	3,332	3,347	3,362	3,376	3,391	3,406	3,421	3,435	3,450
12	3,464	3,479	3,493	3,507	3,521	3,536	3,550	3,564	3,578	3,592
13	3,606	3,619	3,633	3,647	3,661	3,674	3,688	3,701	3,715	3,728
14	3,742	3,755	3,768	3,782	3,795	3,808	3,821	3,834	3,847	3,860
15	3,873	3,886	3,899	3,912	3,924	3,937	3,950	3,962	3,975	3,987
16	4,000	4,012	4,025	4,037	4,050	4,062	4,074	4,087	4,099	4,111
17	4,123	4,135	4,147	4,159	4,171	4,183	4,195	4,207	4,219	4,231
18	4,243	4,254	4,266	4,278	4,290	4,301	4,313	4,324	4,336	4,347
19	4,359	4,370	4,382	4,393	4,405	4,416	4,427	4,438	4,450	4,461
20	4,472	4,483	4,494	4,506	4,517	4,528	4,539	4,550	4,561	4,572
21	4,583	4,593	4,604	4,615	4,626	4,637	4,648	4,658	4,669	4,680
22	4,690	4,701	4,712	4,722	4,733	4,743	4,754	4,764	4,775	4,785
23	4,796	4,806	4,817	4,827	4,837	4,848	4,858	4,868	4,879	4,889
24	4,899	4,909	4,919	4,930	4,940	4,950	4,960	4,970	4,980	4,990
25	5,000	5,010	5,020	5,030	5,040	5,050	5,060	5,070	5,079	5,089
26	5,099	5,109	5,119	5,128	5,138	5,148	5,158	5,167	5,177	5,187
27	5,196	5,206	5,215	5,225	5,235	5,244	5,254	5,263	5,273	5,282
28	5,292	5,301	5,310	5,320	5,329	5,339	5,348	5,357	5,367	5,376
29	5,385	5,394	5,404	5,413	5,422	5,431	5,441	5,450	5,459	5,468
30	5,477	5,486	5,495	5,505	5,514	5,523	5,532	5,541	5,550	5,559
31	5,568	5,577	5,586	5,595	5,604	5,612	5,621	5,630	5,639	5,648
32	5,657	5,666	5,675	5,683	5,692	5,701	5,710	5,718	5,727	5,736
33	5,745	5,753	5,762	5,771	5,779	5,788	5,797	5,805	5,814	5,822
34	5,831	5,840	5,848	5,857	5,865	5,874	5,882	5,891	5,899	5,908
35	5,916	5,925	5,933	5,941	5,950	5,958	5,967	5,975	5,983	5,992
36	6,000	6,008	6,017	6,025	6,033	6,042	6,050	6,058	6,066	6,075
37	6,083	6,091	6,099	6,107	6,116	6,124	6,132	6,140	6,148	6,156
38	6,164	6,173	6,181	6,189	6,197	6,205	6,213	6,221	6,229	6,237
39	6,245	6,253	6,261	6,269	6,277	6,285	6,293	6,301	6,309	6,317
40	6,325	6,332	6,340	6,348	6,356	6,364	6,372	6,380	6,387	6,395
41	6,403	6,411	6,419	6,427	6,434	6,442	6,450	6,458	6,465	6,473
42	6,481	6,488	6,496	6,504	6,512	6,519	6,527	6,535	6,542	6,550
43	6,557	6,565	6,573	6,580	6,588	6,595	6,603	6,611	6,618	6,626
44	6,633	6,641	6,648	6,656	6,663	6,671	6,678	6,686	6,693	6,701
45	6,708	6,716	6,723	6,731	6,738	6,745	6,753	6,760	6,768	6,775
46	6,782	6,790	6,797	6,804	6,812	6,819	6,826	6,834	6,841	6,848
47	6,856	6,863	6,870	6,877	6,885	6,892	6,899	6,907	6,914	6,921
48	6,928	6,935	6,943	6,950	6,957	6,964	6,971	6,979	6,986	6,993
49	7,000	7,007	7,014	7,021	7,029	7,036	7,043	7,050	7,057	7,064
50	7,071	7,078	7,085	7,092	7,099	7,106	7,113	7,120	7,127	7,134
51	7,141	7,148	7,155	7,162	7,169	7,176	7,183	7,190	7,197	7,204
52	7,211	7,218	7,225	7,232	7,239	7,246	7,253	7,259	7,266	7,273
53	7,280	7,287	7,294	7,301	7,308	7,314	7,321	7,328	7,335	7,342
54	7,348	7,355	7,362	7,369	7,376	7,382	7,389	7,396	7,403	7,409



수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995