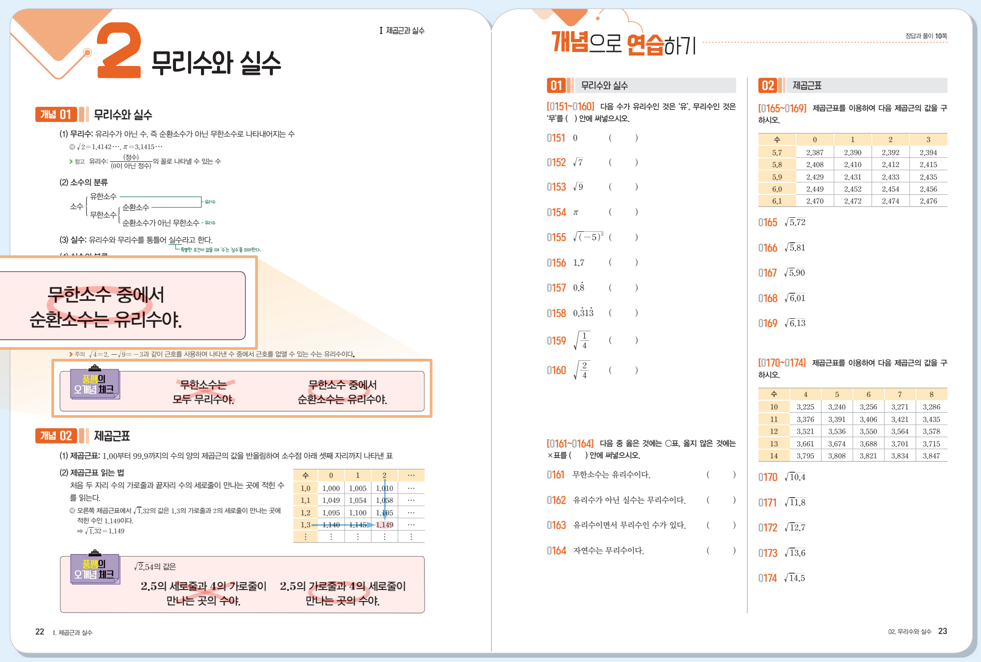
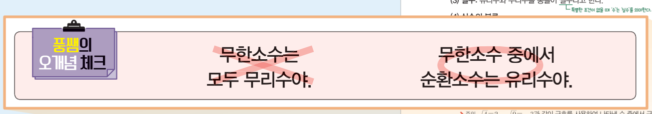
가볍게 시작하는 유형서의 첫걸음

풍산자 라이트유형

중학수학 3-1

구성과 특징

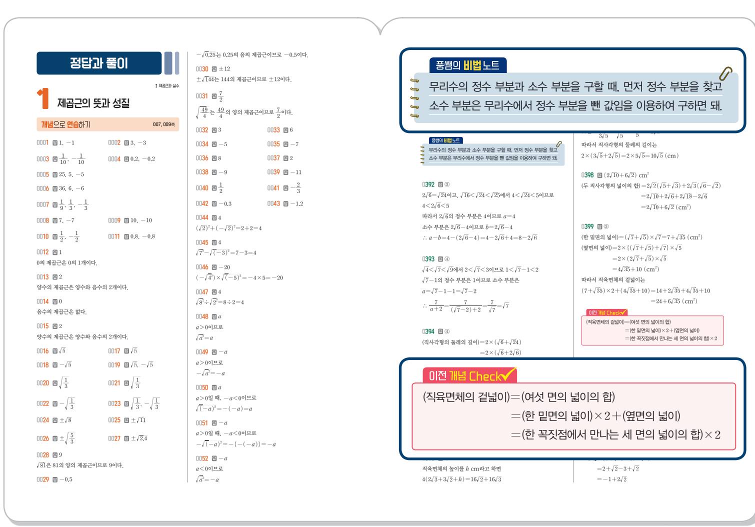




헷갈리기 쉬운 개념을 O, X로 한눈에 보여 주어 잘못 생각하기 쉬운 개념을 바르게 잡아줍니다.

개념으로 연습하기

- 교과서의 핵심 개념과 실전에 꼭 필요한 개념을 정리하였습니다.
- 개념을 쉽게 이해할 수 있도록 > 참고, > 주의, 예 등을 충분히 제시하였습니다.
- 핵심 개념을 바로 적용하여 개념을 익힐 수 있도록 연습 문제를 구성하였습니다.



정답과 풀이

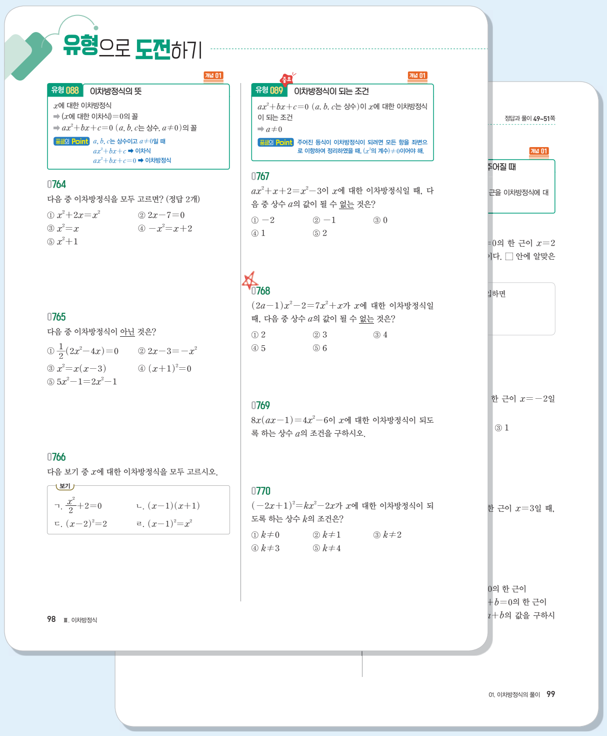
친절하고 명쾌한 풀이 방법을 제시하여 주도적인 학습에 도움이 되도록 하였습니다.

이전 개념 Check

해당 문제를 풀 때 필요한 이전에 배운 개념을 제시하여 문제 해결에 필요한 개념을 다시 한 번 복습할 수 있도록 하였습니다.

풍쌤의 비법 노트

문제 풀이에 필요한 핵심 비법을 제시하여 문제를 전략적으로 해결하고 학습 효과를 높일 수 있도록 하였습니다.



유형으로 도전하기

- 탄탄한 수학 실력을 다질 수 있도록 문제를 유형화하여 유형별 해결 전략을 제시하고 필수 문제를 구성하였습니다.
- 유형 문제 해결에 도움이 되는 전략과 tip을 풍쌤의 Point 로 정리하였습니다.
- 유형별로 시험에 자주 출제되는 문제를 충분히 제시하여 유형 연습을 할 수 있도록 하였습니다.

배운 내용 점검하기

- 단원에서 필수적으로 학습해야 하는 문제만 선별하여 배운 내용을 점검하며 중단원을 마무리 할 수 있도록 하였습니다.
- 학교 시험에 자주 출제되는 문제는 풍쌤 PICK 으로 구성하여 실전에 대비하도록 하였습니다.

“

누구나
쉽게 실력을 쌓을 수 있는
유형학습서

”

차례

I

제곱근과 실수

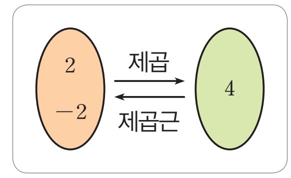
1 제곱근의 뜻과 성질

개념 01 제곱근의 뜻

(1) 제곱근

어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, x를 a의 제곱근이라고 한다.

즉, $x^2=a$일 때, x는 a의 제곱근이다.



예 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 2와 -2는 4의 제곱근이다.

(2) 제곱근의 개수

① 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이며, 그 절댓값은 서로 같다.

예 $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 9의 제곱근은 3과 -3의 2개이고, $|3|=|-3|$이다.

② 제곱하여 0이 되는 수는 0뿐이므로 0의 제곱근은 0의 1개이다.

예 $0^2=0$이므로 0의 제곱근은 0의 1개이다.

③ 제곱하여 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

예 $3^2=(-3)^2=9$와 같이 양수나 음수를 제곱하면 항상 양수가 되므로 음수의 제곱근은 생각하지 않는다.

풍쌤의 오개념 체크

모든 ~~수의 제곱근은~~ 2개야. 양수의 제곱근은 2개야.

개념 02 제곱근의 표현

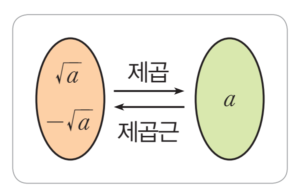
(1) 제곱근은 기호 $\sqrt{}$를 사용하여 나타내는데 이것을 근호라 하고, 제곱근 또는 루트(root)라고 읽는다.

예 $\sqrt{a}$를 '제곱근 a' 또는 '루트 a'라고 읽는다.

(2) 양수 a의 제곱근 중 양수인 것을 양의 제곱근, 음수인 것을 음의 제곱근이라고 하며 다음과 같이 나타낸다.

➡ 양의 제곱근: $\sqrt{a}$, 음의 제곱근: $-\sqrt{a}$

이때 $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.



(3) 양수 a가 어떤 유리수의 제곱일 때, a의 제곱근은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

예 4의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{4}=\pm2$

(4) a의 제곱근과 제곱근 a (단, $a>0$)

	a의 제곱근	제곱근 a
뜻	제곱하여 a가 되는 수	a의 양의 제곱근
표현	$\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
개수	2	1

예 9의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{9}=\pm3$, 제곱근 9 ➡ $\sqrt{9}=3$

풍쌤의 오개념 체크

3의 ~~제곱근은 $\sqrt{3}$~~이야. 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이야.

개념으로 연습하기

정답과 풀이 2쪽

01 제곱근의 뜻

[0001~0004] 제곱하여 다음 수가 되는 수를 모두 구하시오.

0001 1 $1,\ -1$

0002 9 $3,\ -3$

0003 $\dfrac{1}{100}$ $\frac{1}{10},\ -\frac{1}{10}$

0004 0.04 $0.2,\ -0.2$

[0005~0007] 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0005 25의 제곱근

➡ 제곱하여 $\boxed{25}$가 되는 수

➡ $\boxed{5}$, $\boxed{-5}$

0006 36의 제곱근

➡ 제곱하여 $\boxed{36}$이 되는 수

➡ $\boxed{6}$, $\boxed{-6}$

0007 $\dfrac{1}{9}$의 제곱근

➡ 제곱하여 $\boxed{\frac{1}{9}}$이 되는 수

➡ $\boxed{\frac{1}{3}}$, $\boxed{-\frac{1}{3}}$

[0008~0011] 다음 수의 제곱근을 구하시오.

0008 49 $7,\ -7$

0009 100 $10,\ -10$

0010 $\dfrac{1}{4}$ $\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}$

0011 0.64 $0.8,\ -0.8$

[0012~0015] 다음 수의 제곱근의 개수를 구하시오.

0012 0 1

0013 10 2

0014 -4 0

0015 $\dfrac{1}{16}$ 2

02 제곱근의 표현

[0016~0019] $a=5$일 때, 다음을 근호를 사용하여 나타내시오.

0016 제곱근 a $\sqrt{5}$

0017 a의 양의 제곱근 $\sqrt{5}$

0018 a의 음의 제곱근 $-\sqrt{5}$

0019 a의 제곱근 $\sqrt{5},\ -\sqrt{5}$

[0020~0023] $x=\dfrac{1}{3}$일 때, 다음을 근호를 사용하여 나타내시오.

0020 제곱근 x $\sqrt{\frac{1}{3}}$

0021 x의 양의 제곱근 $\sqrt{\frac{1}{3}}$

0022 x의 음의 제곱근 $-\sqrt{\frac{1}{3}}$

0023 x의 제곱근 $\sqrt{\frac{1}{3}},\ -\sqrt{\frac{1}{3}}$

[0024~0027] 다음 수의 제곱근을 근호를 사용하여 나타내시오.

0024 8 $\pm\sqrt{8}$

0025 11 $\pm\sqrt{11}$

0026 $\dfrac{5}{3}$ $\pm\sqrt{\frac{5}{3}}$

0027 2.4 $\pm\sqrt{2.4}$

[0028~0031] 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

0028 $\sqrt{81}$ 9

0029 $-\sqrt{0.25}$ -0.5

0030 $\pm\sqrt{144}$ ±12

0031 $\sqrt{\dfrac{49}{4}}$ $\frac{7}{2}$

개념 03 제곱근의 성질

(1) 제곱근의 성질

① 양수 a의 제곱근을 제곱하면 a가 된다.

즉, $a>0$일 때, $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$

예 $(\sqrt{2})^2=2$, $(-\sqrt{2})^2=2$

② 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

즉, $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

예 $\sqrt{2^2}=\sqrt{4}=2$, $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

(2) $\sqrt{a^2}$의 성질

① $a\geq 0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$

② $a<0$일 때, $\sqrt{a^2}=-a$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

> 참고 $\sqrt{(\text{양수})^2}=(\text{양수})$, $\sqrt{(\text{음수})^2}=-(\text{음수})=(\text{양수})$

예 $\sqrt{5^2}=5$, $\sqrt{(-5)^2}=-(-5)=5$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{\sqrt{(-3)^2}=-3}$ $\sqrt{(-3)^2}=3$

개념 04 제곱근의 대소 관계

(1) 제곱근의 대소 비교

$a>0$, $b>0$일 때

① $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ 예 $3<5$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$

② $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$ 예 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$이므로 $3<5$

③ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$ 예 $\sqrt{3}<\sqrt{5}$이므로 $-\sqrt{3}>-\sqrt{5}$

> 참고 양의 제곱근끼리는 $\sqrt{}$ 안의 수가 클수록 크고, 음의 제곱근끼리는 $\sqrt{}$ 안의 수가 작을수록 크다.

(2) 근호가 있는 수와 근호가 없는 수의 대소 비교

$a>0$, $b>0$일 때

[방법 1] 근호가 없는 수 a를 근호가 있는 수 $\sqrt{a^2}$으로 바꾸어 $\sqrt{a^2}$과 $\sqrt{b}$의 대소를 비교한다.

[방법 2] a와 $\sqrt{b}$를 각각 제곱하여 a^2과 b의 대소를 비교한다.

예 2와 $\sqrt{5}$의 대소 비교

[방법 1] $2=\sqrt{2^2}=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}<\sqrt{5}$이므로 $2<\sqrt{5}$

[방법 2] $2^2=4$, $(\sqrt{5})^2=5$이고 $4<5$이므로 $2<\sqrt{5}$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{3<4\text{이므로 } -\sqrt{3}<-\sqrt{4}}$

$3<4$이므로 $-\sqrt{3}>-\sqrt{4}$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 2~3쪽

03 제곱근의 성질

[0032~0043] 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

0032 $(\sqrt{3})^2$ 3

0033 $(-\sqrt{6})^2$ 6

0034 $-(\sqrt{5})^2$ -5

0035 $-(-\sqrt{7})^2$ -7

0036 $\sqrt{8^2}$ 8

0037 $\sqrt{(-2)^2}$ 2

0038 $-\sqrt{9^2}$ -9

0039 $-\sqrt{(-11)^2}$ -11

0040 $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ $\frac{1}{2}$

0041 $-\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$ $-\frac{2}{3}$

0042 $-(\sqrt{0.3})^2$ -0.3

0043 $-\sqrt{(-1.2)^2}$ -1.2

[0044~0047] 다음을 계산하시오.

0044 $(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{2})^2$ 4

0045 $\sqrt{7^2}-\sqrt{(-3)^2}$ 4

0046 $(-\sqrt{4^2})\times\sqrt{(-5)^2}$ -20

0047 $\sqrt{8^2}\div\sqrt{2^2}$ 4

[0048~0051] $a>0$일 때, 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

0048 $\sqrt{a^2}$ a

0049 $-\sqrt{a^2}$ $-a$

0050 $\sqrt{(-a)^2}$ a

0051 $-\sqrt{(-a)^2}$ $-a$

[0052~0055] $a<0$일 때, 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

0052 $\sqrt{a^2}$ $-a$

0053 $-\sqrt{a^2}$ a

0054 $\sqrt{(-a)^2}$ $-a$

0055 $-\sqrt{(-a)^2}$ a

04 제곱근의 대소 관계

[0056~0058] 다음은 제곱근의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

0056 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

➡ $2\ \boxed{<}\ 3$이므로 $\sqrt{2}\ \boxed{<}\ \sqrt{3}$

0057 3, $\sqrt{6}$

➡ $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}\ \boxed{>}\ \sqrt{6}$이므로

$3\ \boxed{>}\ \sqrt{6}$

0058 5, $\sqrt{24}$

➡ $5^2=25$이고 $25\ \boxed{>}\ 24$이므로

$5\ \boxed{>}\ \sqrt{24}$

[0059~0063] 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

0059 $\sqrt{7}\ \boxed{<}\ \sqrt{9}$

0060 $-\sqrt{15}\ \boxed{<}\ -\sqrt{11}$

0061 $\sqrt{20}\ \boxed{>}\ 4$

0062 $-4\ \boxed{>}\ -\sqrt{17}$

0063 $-6\ \boxed{<}\ -\sqrt{32}$

유형으로 도전하기

개념 01

유형 001 제곱근의 뜻

(1) x는 a의 제곱근이다.
➡ x를 제곱하면 a가 된다.
➡ $x^2=a$

(2) 제곱근의 개수: 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개, 0의 제곱근은 0의 1개이며 음수의 제곱근은 없다.

0064

x가 2의 제곱근일 때, 다음 중 x와 2 사이의 관계를 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $x=2^2$ ✓② $x^2=2$ ③ $x=2$
④ $x^2=2^2$ ⑤ $x=\pm 2$

x가 2의 제곱근이므로 $x^2=2$

0065

다음 중 제곱근이 없는 수를 모두 고르시오. $-3,\ -0.4$

$6,\quad -3,\quad 0,\quad \frac{1}{2},\quad -0.4$

음수의 제곱근은 없으므로 제곱근이 없는 수는 -3, -0.4이다.

0066

49의 제곱근의 개수를 a, -49의 제곱근의 개수를 b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 0 ② 1 ✓③ 2
④ 3 ⑤ 4

49는 양수이고 양수의 제곱근은 2개이므로 49의 제곱근은 2개이다. $\therefore a=2$
-49는 음수이고 음수의 제곱근은 없으므로 -49의 제곱근은 없다. $\therefore b=0$
$\therefore a+b=2+0=2$

0067

a가 9의 제곱근이고, b가 16의 제곱근일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. 25

a가 9의 제곱근이므로 $a^2=9$
b가 16의 제곱근이므로 $b^2=16$
$\therefore a^2+b^2=9+16=25$

중요 개념 02

유형 002 제곱근의 표현

(1) 제곱근의 기호 $\sqrt{\ }$를 사용하여 나타내며 제곱근 또는 루트라고 읽는다.

(2) $a>0$일 때
① a의 양의 제곱근: $\sqrt{a}$
② a의 음의 제곱근: $-\sqrt{a}$
③ a의 제곱근: $\pm\sqrt{a}$

0068

6^2의 양의 제곱근을 a, 64의 음의 제곱근을 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. -2

$6^2=36$의 양의 제곱근은 6이므로 $a=6$
64의 음의 제곱근은 -8이므로 $b=-8$
$\therefore a+b=6+(-8)=-2$

0069

$(-9)^2$의 양의 제곱근을 a, 9의 음의 제곱근을 b라고 할 때, $a-b$의 값은?

① -12 ② -6 ③ 0
④ 6 ✓⑤ 12

$(-9)^2=81$의 양의 제곱근은 9이므로 $a=9$
9의 음의 제곱근은 -3이므로 $b=-3$
$\therefore a-b=9-(-3)=12$

0070

제곱하여 49가 되는 양수가 a이고, 제곱하여 25가 되는 음수가 b일 때, $a+b$의 값은?

① -12 ② -2 ③ 0
✓④ 2 ⑤ 12

제곱하여 49가 되는 양수는 49의 양의 제곱근이므로 7이다. $\therefore a=7$
제곱하여 25가 되는 음수는 25의 음의 제곱근이므로 -5이다. $\therefore b=-5$
$\therefore a+b=7+(-5)=2$

0071

다음 중 옳은 것은?

① 4의 양의 제곱근 ➡ $\sqrt{2}$
② $(-2)^2$의 음의 제곱근 ➡ $-\sqrt{2}$
③ $\sqrt{16}$의 제곱근 ➡ ± 4
④ $(-7)^2$의 음의 제곱근 ➡ $-\sqrt{7}$
✓⑤ $\sqrt{\frac{1}{81}}$의 제곱근 ➡ $\pm\frac{1}{3}$

① 4의 양의 제곱근은 2이다.
② $(-2)^2=4$의 음의 제곱근은 -2이다.
③ $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ± 2이다.
④ $(-7)^2=49$의 음의 제곱근은 -7이다.

개념 02

유형 003 근호를 사용하지 않고 제곱근 나타내기

양수 a가 어떤 유리수의 제곱일 때, a의 제곱근은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.
➡ $a>0$일 때, a^2의 제곱근은 $\pm\sqrt{a^2}=\pm a$

0072

다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는?

① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{32}$ ③ $\sqrt{63}$
√④ $\sqrt{\frac{49}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.4}$

④ $\sqrt{\frac{49}{16}}=\frac{7}{4}$

0073

다음 중 그 수의 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 수를 모두 고르면? (정답 2개)

① 36 ② $\frac{121}{81}$ √③ $\frac{64}{5}$
④ 0.09 √⑤ 0.11

① $\pm\sqrt{36}=\pm6$ ② $\pm\sqrt{\frac{121}{81}}=\pm\frac{11}{9}$ ③ $\pm\sqrt{\frac{64}{5}}$
④ $\pm\sqrt{0.09}=\pm0.3$ ⑤ $\pm\sqrt{0.11}$

0074

다음 보기 중 그 수의 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. 1.21 ㄴ. $\sqrt{81}$
ㄷ. $0.\dot{4}$ ㄹ. $\sqrt{(-8)^2}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄷ, ㄹ
√④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. $\pm\sqrt{1.21}=\pm1.1$ ㄴ. $\pm\sqrt{9}=\pm3$ ㄷ. $\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$ ㄹ. $\pm\sqrt{8}$

개념 02

유형 004 a의 제곱근과 제곱근 a

$a>0$일 때
(1) a의 제곱근: 제곱하여 a가 되는 수
➡ $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$의 2개
(2) 제곱근 a: a의 양의 제곱근
➡ $\sqrt{a}$의 1개

풍쌤의 Point (양수 a의 제곱근)=(제곱하여 a가 되는 수)
=($x^2=a$를 만족시키는 x의 값)
$=\pm\sqrt{a}$

0075

다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① 4의 제곱근
② 제곱하여 4가 되는 수
③ $x^2=4$를 만족시키는 x의 값
√④ 제곱근 4
⑤ $\sqrt{16}$의 제곱근

①, ②, ③, ⑤ ±2
④ 2

0076

다음 중 옳은 것은?

① 25의 제곱근은 5이다.
② 9는 $\sqrt{81}$의 제곱근이다.
③ 양수의 제곱근은 양수이다.
④ 음이 아닌 정수의 제곱근은 2개이다.
√⑤ 제곱근 9의 양의 제곱근은 $\sqrt{3}$이다.

① 25의 제곱근은 5, -5이다.
② $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 3, -3이다.
③ 양수의 제곱근은 양수와 음수이다.
④ 음이 아닌 정수 0의 제곱근은 0의 1개이다.

0077

제곱근 144를 a, 16의 제곱근을 b라고 할 때, $a+b$의 값을 모두 고르면? (정답 2개)

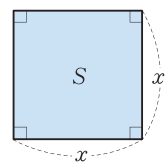
√① 8 ② 10 ③ 12
④ 14 √⑤ 16

제곱근 144는 $\sqrt{144}=12$이므로 $a=12$
16의 제곱근은 4, -4이므로 $b=4$ 또는 $b=-4$
$a=12$, $b=4$일 때, $a+b=12+4=16$
$a=12$, $b=-4$일 때, $a+b=12+(-4)=8$

개념 02

유형 005 제곱근과 도형 (1) - 정사각형

넓이가 S인 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 $x^2=S$이므로
$x=\sqrt{S}$



0078

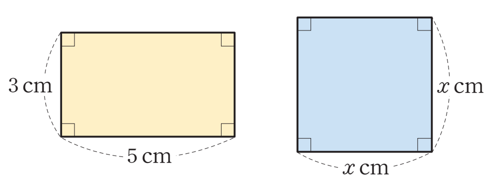
넓이가 42 cm²인 정사각형의 한 변의 길이는?

① $\sqrt{21}$ cm ② $\sqrt{42}$ cm ③ 7 cm
④ 21 cm ⑤ 42 cm

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 $x^2=42$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{42}$
따라서 넓이가 42 cm²인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{42}$ cm이다.

0079

다음 그림의 가로의 길이가 5 cm, 세로의 길이가 3 cm인 직사각형과 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이가 같을 때, x의 값은?

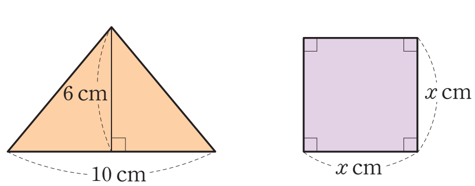


① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{15}$
④ 5 ⑤ $\sqrt{30}$

(직사각형의 넓이)$=5\times3=15$(cm²)
즉, 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이가 15 cm²이므로 $x^2=15$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{15}$

0080

다음 그림의 밑변의 길이가 10 cm, 높이가 6 cm인 삼각형과 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이가 같을 때, x의 값을 구하시오. $\sqrt{30}$

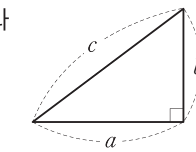


(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times10\times6=30$(cm²)
즉, 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이가 30 cm²이므로 $x^2=30$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{30}$

개념 02

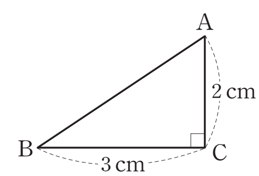
유형 006 제곱근과 도형 (2) - 직각삼각형

직각삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c라 고 하면 $c^2=a^2+b^2$이므로
$a=\sqrt{c^2-b^2}$
$b=\sqrt{c^2-a^2}$
$c=\sqrt{a^2+b^2}$



0081

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=2$ cm, $\overline{BC}=3$ cm일 때, $\overline{AB}$의 길이는?

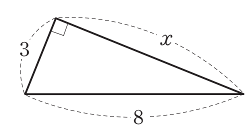


① $\sqrt{12}$ cm ② $\sqrt{13}$ cm ③ $\sqrt{14}$ cm
④ $\sqrt{15}$ cm ⑤ 4 cm

$\overline{AB}^2=3^2+2^2=13$
이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{13}$ cm

0082

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값은?

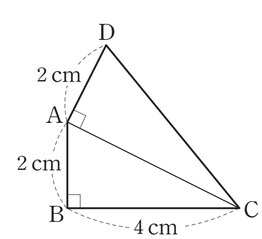


① $\sqrt{55}$ ② $\sqrt{60}$
③ $\sqrt{65}$ ④ $\sqrt{69}$
⑤ $\sqrt{73}$

$3^2+x^2=8^2$이므로 $x^2=8^2-3^2=64-9=55$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{55}$

0083

오른쪽 그림과 같은 사각형 ABCD에서 $\angle B=\angle DAC=90^\circ$이고 $\overline{AB}=\overline{AD}=2$ cm, $\overline{BC}=4$ cm일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하시오. $\sqrt{24}$ cm



직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}^2=4^2+2^2=20$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=\sqrt{20}$ cm
직각삼각형 ACD에서 $\overline{CD}^2=(\sqrt{20})^2+2^2=24$
이때 $\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=\sqrt{24}$ cm

개념 03

중요

유형 007 제곱근의 성질

$a>0$일 때

(1) $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$

(2) $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

0084

다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{6^2}=36$　② $(-\sqrt{7})^2=-7$

③ $\sqrt{(-5)^2}=-5$　④ $-\sqrt{8^2}=-64$

⑤ $-\sqrt{(-9)^2}=-9$

① $\sqrt{6^2}=6$　② $(-\sqrt{7})^2=7$

③ $\sqrt{(-5)^2}=5$　④ $-\sqrt{8^2}=-8$

0085

다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\sqrt{12^2}$　② $(\sqrt{12})^2$　③ $\sqrt{(-12)^2}$

④ $-\sqrt{(-12)^2}$　⑤ $(-\sqrt{12})^2$

①, ②, ③, ⑤ 12

④ -12

0086

다음 중 가장 작은 수는?

① $(-\sqrt{3})^2$　② $-\sqrt{9}$　③ $\sqrt{(-4)^2}$

④ $-(\sqrt{6})^2$　⑤ $-(-\sqrt{5})^2$

① $(-\sqrt{3})^2=3$　② $-\sqrt{9}=-3$

③ $\sqrt{(-4)^2}=4$　④ $-(\sqrt{6})^2=-6$

⑤ $-(-\sqrt{5})^2=-5$

0087

$(-\sqrt{16})^2$의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{(-49)^2}$의 음의 제곱근을 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. -3

$(-\sqrt{16})^2=16$의 양의 제곱근은 4이므로 $a=4$

$\sqrt{(-49)^2}=49$의 음의 제곱근은 -7이므로 $b=-7$

$\therefore a+b=4+(-7)=-3$

개념 03

유형 008 제곱근의 성질을 이용한 계산

제곱근의 성질을 이용하여 각 항의 근호를 없앤 후 계산한다.

예 $(\sqrt{3})^2+\sqrt{(-5)^2}=3+5=8$

0088

다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{25}+\sqrt{(-5)^2}=0$

② $-\sqrt{3^2}+(-\sqrt{3})^2=6$

③ $\sqrt{4^2}-\sqrt{(-8)^2}=-4$

④ $(-\sqrt{7})^2\times\sqrt{2^2}=-14$

⑤ $(-\sqrt{6})^2\div\sqrt{9}=-2$

① $\sqrt{25}+\sqrt{(-5)^2}=5+5=10$　② $-\sqrt{3^2}+(-\sqrt{3})^2=-3+3=0$

③ $\sqrt{4^2}-\sqrt{(-8)^2}=4-8=-4$　④ $(-\sqrt{7})^2\times\sqrt{2^2}=7\times2=14$

⑤ $(-\sqrt{6})^2\div\sqrt{9}=6\div3=2$

0089

다음 중 계산 결과가 가장 큰 것은?

① $\sqrt{2^2}-(\sqrt{3})^2$

② $(-\sqrt{5})^2\times\sqrt{(-3)^2}$

③ $(-\sqrt{12})^2\div\sqrt{(-6)^2}$

④ $\sqrt{5^2}-(-\sqrt{4})^2$

⑤ $-\sqrt{81}\times(-\sqrt{3})^2$

① $\sqrt{2^2}-(\sqrt{3})^2=2-3=-1$　② $(-\sqrt{5})^2\times\sqrt{(-3)^2}=5\times3=15$

③ $(-\sqrt{12})^2\div\sqrt{(-6)^2}=12\div6=2$　④ $\sqrt{5^2}-(-\sqrt{4})^2=5-4=1$

⑤ $-\sqrt{81}\times(-\sqrt{3})^2=-9\times3=-27$

0090

$(-\sqrt{16})^2+(-\sqrt{9})^2-\sqrt{(-8)^2}$을 계산하시오. 17

$(-\sqrt{16})^2+(-\sqrt{9})^2-\sqrt{(-8)^2}=16+9-8=17$

0091

A, B가 다음과 같을 때, $A+B$의 값을 구하시오. 30

$$A=\sqrt{(-21)^2}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2$$

$$B=-\sqrt{15^2}\div\sqrt{(-3)^2}$$

$A=\sqrt{(-21)^2}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=21\times\frac{5}{3}=35$

$B=-\sqrt{15^2}\div\sqrt{(-3)^2}=-15\div3=-5$

$\therefore A+B=35+(-5)=30$

유형으로 도전하기

유형 009 $\sqrt{a^2}$의 성질

개념 03

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a\ (a\geq 0) & \leftarrow \text{부호 그대로} \\ -a\ (a<0) & \leftarrow \text{부호 반대로} \end{cases}$$

0092

$a>0$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{4a^2}=2a$　✓② $\sqrt{(-2a)^2}=-2a$

③ $-\sqrt{(3a)^2}=-3a$　④ $-\sqrt{9a^2}=-3a$

⑤ $-\sqrt{(-2a)^2}=-2a$

② $a>0$일 때, $-2a<0$이므로 $\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$

0093

$a>0$일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $-\sqrt{a^2}=-a$　ㄴ. $-(\sqrt{a})^2=a$

ㄷ. $\sqrt{(-a)^2}=-a$　ㄹ. $-\sqrt{(-a)^2}=-a$

① ㄱ, ㄷ　✓② ㄱ, ㄹ　③ ㄴ, ㄷ

④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

ㄴ. $a>0$이므로 $-(\sqrt{a})^2=-a$

ㄷ. $a>0$일 때, $-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

0094

$a<0$일 때, $\sqrt{25a^2}$을 간단히 하면?

① $-25a$　✓② $-5a$　③ a

④ $5a$　⑤ $25a$

$25a^2=(5a)^2$이고 $a<0$일 때, $5a<0$이므로

$\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}=-5a$

유형 010 $\sqrt{a^2}$의 꼴을 포함한 식 간단히 하기

개념 03

$\sqrt{a^2}$의 꼴에서

(1) $a>0$이면 $\sqrt{a^2}=a$　← 부호 그대로

(2) $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$　← 부호 반대로

0095

$a>0$일 때, 다음 $\square$ 안에 알맞은 수는?

$$\sqrt{16a^2}+\sqrt{(-a)^2}=\square\times a$$

① -5　② -3　③ 0

④ 3　✓⑤ 5

$16a^2=(4a)^2$이고 $a>0$일 때, $4a>0$, $-a<0$이므로

$\sqrt{16a^2}+\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{(4a)^2}+\sqrt{(-a)^2}=4a-(-a)$

$=4a+a=5a$

0096

$a<0$일 때, $\sqrt{(5a)^2}-\sqrt{(-8a)^2}$을 간단히 하면?

① $-13a$　② $-3a$　✓③ $3a$

④ $5a$　⑤ $13a$

$a<0$일 때, $5a<0$, $-8a>0$이므로

$\sqrt{(5a)^2}-\sqrt{(-8a)^2}=-5a-(-8a)$

$=-5a+8a=3a$

0097

$a>0$일 때, $\sqrt{36a^2}-\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{(2a)^2}$을 간단히 하시오. a

$36a^2=(6a)^2$이고 $a>0$일 때, $6a>0$, $-7a<0$, $2a>0$이므로

$\sqrt{36a^2}-\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{(2a)^2}=\sqrt{(6a)^2}-\sqrt{(-7a)^2}+\sqrt{(2a)^2}$

$=6a-\{-(-7a)\}+2a$

$=6a-7a+2a=a$

0098

$a>0$, $b<0$일 때, $\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{4b^2}-\sqrt{(3a)^2}$을 간단히 하면?

① $-4a+2b$　✓② $-2a-2b$　③ $-2a+2b$

④ $4a-2b$　⑤ $4a+2b$

$a>0$일 때, $-a<0$, $3a>0$

$4b^2=(2b)^2$이고 $b<0$일 때, $2b<0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{4b^2}-\sqrt{(3a)^2}=-(-a)-2b-3a$

$=a-2b-3a$

$=-2a-2b$

중요 유형 011 $\sqrt{(a-b)^2}$의 꼴을 포함한 식 간단히 하기 개념 03

$\sqrt{(a-b)^2}$의 꼴에서
(1) $a>b$이면 $a-b>0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$
(2) $a<b$이면 $a-b<0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)$

0099

다음은 $a>1$일 때, $\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(1-a)^2}$을 간단히 하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$a>1$일 때, $a-1\boxed{>}0$, $1-a\boxed{<}0$이므로
$\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(1-a)^2}=\boxed{2a-2}$

0100

$a<3$일 때, $\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(3-a)^2}$을 간단히 하면?

① $-2a+6$ ② $-2a$ ✓③ 0
④ 6 ⑤ $2a-6$

$a<3$일 때, $a-3<0$, $3-a>0$이므로
$\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(3-a)^2}=-(a-3)-(3-a)$
$=-a+3-3+a=0$

0101

$-1<a<1$일 때, $\sqrt{(a+1)^2}-\sqrt{(1-a)^2}$을 간단히 하면?

① $-2a$ ② $-2a-2$ ✓③ $2a$
④ $2a-2$ ⑤ $2a+2$

$-1<a<1$일 때, $a+1>0$, $1-a>0$이므로
$\sqrt{(a+1)^2}-\sqrt{(1-a)^2}=(a+1)-(1-a)$
$=a+1-1+a=2a$

0102

$-1<a<0$일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{(a+1)^2}$을 간단히 하면?

① $-2a-1$ ② -1 ③ $2a-1$
✓④ 1 ⑤ $2a+1$

$-1<a<0$일 때, $a<0$, $a+1>0$이므로
$\sqrt{a^2}+\sqrt{(a+1)^2}=-a+(a+1)$
$=-a+a+1=1$

0103

$2<a<3$일 때, $\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a-2)^2}$을 간단히 하면?

① -5 ② $-2a+1$ ✓③ 1
④ $2a-5$ ⑤ $2a+5$

$2<a<3$일 때, $a-3<0$, $a-2>0$이므로
$\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a-2)^2}=-(a-3)+(a-2)$
$=-a+3+a-2=1$

0104

$-2<a<-1$일 때, $\sqrt{(-1-a)^2}+\sqrt{4a^2}$을 간단히 하면?

✓① $-3a-1$ ② $-a+1$ ③ $a-1$
④ $a+1$ ⑤ $3a-1$

$4a^2=(2a)^2$이고 $-2<a<-1$일 때, $-1-a>0$, $2a<0$이므로
$\sqrt{(-1-a)^2}+\sqrt{4a^2}=\sqrt{(-1-a)^2}+\sqrt{(2a)^2}$
$=(-1-a)+\{-(2a)\}$
$=-1-a-2a$
$=-3a-1$

0105

$-2<a<2$일 때, $\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(a-2)^2}$을 간단히 하면?

① $-2a$ ② -4 ③ 0
✓④ 4 ⑤ $2a$

$-2<a<2$일 때, $a+2>0$, $a-2<0$이므로
$\sqrt{(a+2)^2}+\sqrt{(a-2)^2}=(a+2)+\{-(a-2)\}$
$=a+2-a+2=4$

0106

$0<a<5$일 때, $\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(a-5)^2}+\sqrt{(5-a)^2}$을 간단히 하시오. a

$0<a<5$일 때, $-a<0$, $a-5<0$, $5-a>0$이므로
$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(a-5)^2}+\sqrt{(5-a)^2}=-(-a)-\{-(a-5)\}+(5-a)$
$=a+a-5+5-a$
$=a$

유형 012 $\sqrt{Ax}$가 자연수가 될 조건

중요 개념 03

$\sqrt{Ax}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 다음의 순서로 구한다.

❶ A를 소인수분해한다.

❷ 근호 안의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 하는 x의 값을 구한다.

예 $\sqrt{12x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값
$\sqrt{12x}=\sqrt{2^2\times3\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore x=3,\ 3\times2^2,\ 3\times3^2,\ 3\times4^2,\ \cdots$

풍쌤의 Point $\sqrt{Ax}$에서 A의 소인수 중 지수가 홀수인 인수를 확인하자.

0107

$\sqrt{2^2\times5\times x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ✓⑤ 5

$\sqrt{2^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 5이다.

0108

$\sqrt{24x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오. 6

$\sqrt{24x}=\sqrt{2^3\times3\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2\times3=6$

0109

다음 중 $\sqrt{50x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 2 ② 8 ✓③ 10
④ 18 ⑤ 32

$\sqrt{50x}=\sqrt{2\times5^2\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
① $2=2\times1^2$ ② $8=2\times2^2$ ③ $10=2\times5$
④ $18=2\times3^2$ ⑤ $32=2\times4^2$

0110

$\sqrt{80x}$가 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 x의 개수를 구하시오. 3

$\sqrt{80x}=\sqrt{2^4\times5\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 두 자리 자연수 x는 $5\times2^2,\ 5\times3^2,\ 5\times4^2$의 3개이다.

유형 013 $\sqrt{\dfrac{A}{x}}$가 자연수가 될 조건

개념 03

$\sqrt{\dfrac{A}{x}}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 다음의 순서로 구한다.

❶ A를 소인수분해한다.

❷ 근호 안의 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 하는 x의 값을 구한다.

예 $\sqrt{\dfrac{18}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값
$\sqrt{\dfrac{18}{x}}=\sqrt{\dfrac{2\times3^2}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 18의 약수이면서 $2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore x=2,\ 2\times3^2$

0111

$\sqrt{\dfrac{2^4\times3^3\times5^2}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 2 ✓② 3 ③ 5
④ 10 ⑤ 15

$\sqrt{\dfrac{2^4\times3^3\times5^2}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 $2^4\times3^3\times5^2$의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. 따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 3이다.

0112

$\sqrt{\dfrac{56}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값을 구하시오. 14

$\sqrt{\dfrac{56}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^3\times7}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 $2^3\times7$의 약수이면서 $2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. 따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2\times7=14$

0113

다음 중 $\sqrt{\dfrac{180}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 5 ② 20 ③ 45
✓④ 90 ⑤ 180

$\sqrt{\dfrac{180}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 $2^2\times3^2\times5$의 약수이면서 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
① $5=5\times1^2$ ② $20=5\times2^2$ ③ $45=5\times3^2$
④ $90=5\times2\times3^2$ ⑤ $180=5\times2^2\times3^2$

0114

$\sqrt{\dfrac{192}{x}}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 개수를 구하시오. 4

$\sqrt{\dfrac{192}{x}}=\sqrt{\dfrac{2^6\times3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 $2^6\times3$의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. 따라서 자연수 x는 $3,\ 3\times2^2,\ 3\times2^4,\ 3\times2^6$의 4개이다.

개념 03

유형 014 $\sqrt{A+x}$가 자연수가 될 조건

$\sqrt{A+x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 다음의 순서로 구한다.

❶ A보다 크면서 (자연수)^{2}의 꼴인 수를 찾는다.

❷ $A+x=$(자연수)^{2}을 만족시키는 x의 값을 구한다.

예 $\sqrt{7+x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값

$7+x$는 7보다 크면서 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

7보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $9, 16, 25, \cdots$이므로

$7+x=9, 16, 25, \cdots$

$\therefore x=2, 9, 18, \cdots$

0115

$\sqrt{12+x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 2 ② 3 ✓③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$\sqrt{12+x}$가 자연수가 되려면 $12+x$는 12보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
12보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $16, 25, 36, \cdots$이므로
$12+x=16, 25, 36, \cdots$
$\therefore x=4, 13, 24, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 4이다.

0116

다음 중 $\sqrt{10+x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 15 ② 26 ③ 39 ④ 54 ✓⑤ 72

$\sqrt{10+x}$가 자연수가 되려면 $10+x$는 10보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
10보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $16, 25, 36, 49, 64, 81, \cdots$이므로
$10+x=16, 25, 36, 49, 64, 81, \cdots$
$\therefore x=6, 15, 26, 39, 54, 71, \cdots$
따라서 x의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

0117

$\sqrt{29+a}=b$일 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그때의 b에 대하여 $a+b$의 값은?

✓① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$\sqrt{29+a}$가 자연수가 되려면 $29+a$는 29보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
29보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $36, 49, 64, \cdots$이므로
$29+a=36, 49, 64, \cdots$
$\therefore a=7, 20, 35, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 7이고,
$a=7$일 때, $b=\sqrt{29+7}=\sqrt{36}=6$
$\therefore a+b=7+6=13$

개념 03

유형 015 $\sqrt{A-x}$가 자연수가 될 조건

$\sqrt{A-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 다음의 순서로 구한다.

❶ A보다 작으면서 (자연수)^{2}의 꼴인 수를 찾는다.

❷ $A-x=$(자연수)^{2}을 만족시키는 x의 값을 구한다.

예 $\sqrt{13-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값

13보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $1, 4, 9$이므로

$13-x=1, 4, 9$

$\therefore x=12, 9, 4$

풍쌤의 Point $\sqrt{A-x}$가 정수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 $\sqrt{A-x}=0$인 경우도 생각해야 해.

0118

$\sqrt{28-x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 2 ✓② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$\sqrt{28-x}$가 자연수가 되려면 $28-x$는 28보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
28보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $1, 4, 9, 16, 25$이므로
$28-x=1, 4, 9, 16, 25$
$\therefore x=27, 24, 19, 12, 3$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 3이다.

0119

$\sqrt{41-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 개수를 구하시오. 6

$\sqrt{41-x}$가 자연수가 되려면 $41-x$는 41보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
41보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $1, 4, 9, 16, 25, 36$이므로
$41-x=1, 4, 9, 16, 25, 36$
$\therefore x=40, 37, 32, 25, 16, 5$
따라서 자연수 x의 개수는 6이다.

0120

$\sqrt{20-x}$가 정수가 되도록 하는 자연수 x의 개수는?

① 3 ② 4 ✓③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$\sqrt{20-x}$가 정수가 되려면 $20-x$는 20보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴이거나 0이어야 한다.
20보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 $1, 4, 9, 16$이므로
$20-x=0, 1, 4, 9, 16$
$\therefore x=20, 19, 16, 11, 4$
따라서 자연수 x의 개수는 5이다.

개념 04

유형 016 제곱근의 대소 관계

(1) $a>0$, $b>0$일 때

① $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

② $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$, $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$

(2) a와 $\sqrt{b}$의 대소 비교 (단, $a>0$, $b>0$)

[방법 1] $\sqrt{a^2}$과 $\sqrt{b}$의 대소를 비교한다.

[방법 2] a^2과 b의 대소를 비교한다.

0121

다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{13}>\sqrt{14}$ ② $-\sqrt{5}>-\sqrt{3}$

③ $-\sqrt{3}<-2$ ④ $\frac{3}{2}<\sqrt{\frac{3}{2}}$

⑤ $\sqrt{2.7}<2$

① $13<14$이므로 $\sqrt{13}<\sqrt{14}$

② $5>3$이고 $\sqrt{5}>\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$

③ $2=\sqrt{4}$이고 $3<4$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{4}$

따라서 $-\sqrt{3}>-\sqrt{4}$이므로 $-\sqrt{3}>-2$

④ $\frac{3}{2}=\sqrt{\frac{9}{4}}$, $\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{6}{4}}$이고 $\frac{9}{4}>\frac{6}{4}$이므로 $\sqrt{\frac{9}{4}}>\sqrt{\frac{6}{4}}$ $\quad\therefore \frac{3}{2}>\sqrt{\frac{3}{2}}$

⑤ $2=\sqrt{4}$이고 $2.7<4$이므로 $\sqrt{2.7}<\sqrt{4}$ $\quad\therefore \sqrt{2.7}<2$

0122

다음 중 가장 작은 수는?

① $\sqrt{5}$ ② 2 ③ $\sqrt{\frac{16}{5}}$

④ $\sqrt{\frac{9}{2}}$ ⑤ $\sqrt{3.7}$

② $2=\sqrt{4}$

③ $\sqrt{\frac{16}{5}}=\sqrt{3.2}$

④ $\sqrt{\frac{9}{2}}=\sqrt{4.5}$

0123

$a=3$일 때, 다음 중 그 값이 가장 작은 것은?

① $\sqrt{a}$ ② $\sqrt{a^2}$ ③ a^2

④ $\sqrt{\frac{1}{a}}$ ⑤ $\frac{1}{a}$

① $\sqrt{a}=\sqrt{3}$ ② $\sqrt{a^2}=\sqrt{3^2}=\sqrt{9}$

③ $a^2=3^2=9=\sqrt{81}$ ④ $\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$

⑤ $\frac{1}{a}=\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$

개념 04

유형 017 제곱근을 포함한 부등식

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

(1) $\sqrt{a}<\sqrt{b}<\sqrt{c}$이면 $(\sqrt{a})^2<(\sqrt{b})^2<(\sqrt{c})^2$이므로

$a<b<c$

(2) $a<\sqrt{b}<c$이면 $a^2<(\sqrt{b})^2<c^2$이므로

$a^2<b<c^2$

0124

다음 중 $\sqrt{2}<\sqrt{x}<\sqrt{7}$을 만족시키는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 4

④ 5 ⑤ 6

$\sqrt{2}<\sqrt{x}<\sqrt{7}$에서 $(\sqrt{2})^2<(\sqrt{x})^2<(\sqrt{7})^2$이므로

$2<x<7$

따라서 자연수 x는 3, 4, 5, 6이므로 부등식을 만족시키는 x의 값이 아닌 것은 ①이다.

0125

$3<\sqrt{x}<8$을 만족시키는 자연수 x의 값 중 가장 큰 값을 a, 가장 작은 값을 b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 53 ② 58 ③ 63

④ 68 ⑤ 73

$3<\sqrt{x}<8$에서 $3^2<(\sqrt{x})^2<8^2$이므로

$9<x<64$

따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 10, 11, 12, $\cdots$, 63이므로 $a=63$, $b=10$

$\therefore a+b=63+10=73$

0126

$5<\sqrt{2x}<11$을 만족시키는 가장 큰 자연수 x의 값은?

① 58 ② 59 ③ 60

④ 61 ⑤ 62

$5<\sqrt{2x}<11$에서 $5^2<(\sqrt{2x})^2<11^2$이므로

$25<2x<121$ $\quad\therefore \frac{25}{2}<x<\frac{121}{2}$

따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 13, 14, 15, $\cdots$, 60이므로 가장 큰 자연수 x의 값은 60이다.

0127

$\sqrt{5}<\sqrt{\frac{x}{2}}<\sqrt{12}$를 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오. 13

$\sqrt{5}<\sqrt{\frac{x}{2}}<\sqrt{12}$에서 $(\sqrt{5})^2<\left(\sqrt{\frac{x}{2}}\right)^2<(\sqrt{12})^2$이므로

$5<\frac{x}{2}<12$ $\quad\therefore 10<x<24$

따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 11, 12, 13, $\cdots$, 23의 13개이다.

배운내용 점검하기

정답과 풀이 8쪽

0128

6의 제곱근의 개수를 a, 0의 제곱근의 개수를 b라고 할 때, $a-b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

6은 양수이고 양수의 제곱근은 2개이므로 6의 제곱근은 2개이다. $\therefore a=2$
0의 제곱근은 0의 1개이다. $\therefore b=1$
$\therefore a-b=2-1=1$

0129

$(-3)^2$의 양의 제곱근을 a, 16의 음의 제곱근을 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. -1

$(-3)^2=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $a=3$
16의 음의 제곱근은 -4이므로 $b=-4$
$\therefore a+b=3+(-4)=-1$

0130

다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{144}$ ② $\sqrt{1.6}$ ③ $\sqrt{0.\dot{3}}$
④ $\sqrt{(-36)^2}$ ⑤ $\sqrt{\frac{9}{40}}$

① $\sqrt{144}=12$
③ $\sqrt{0.\dot{3}}=\sqrt{\frac{3}{9}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$
④ $\sqrt{(-36)^2}=36$

0131 풍쌤 PICK

다음 중 옳은 것은?

① 1의 제곱근은 1개이다.
② -2는 -4의 제곱근이다.
③ 제곱근 16은 4이다.
④ 제곱근 3은 3의 제곱근과 같다.
⑤ 제곱근 4의 음의 제곱근은 -2이다.

① 1의 제곱근은 1, -1의 2개이다.
② -4는 음수이고, 음수의 제곱근은 없다.
④ 제곱근 3은 $\sqrt{3}$이고, 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이므로 같지 않다.
⑤ 제곱근 4는 $\sqrt{4}$이고, $\sqrt{4}=2$이므로 2의 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$이다.

0132

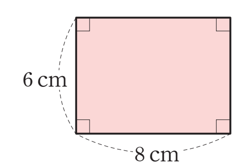
제곱근 81을 a, $(-5)^2$의 제곱근을 b라고 할 때, $a+b$의 값 중 가장 큰 값은?

① 4 ② 7 ③ 9
④ 14 ⑤ 17

제곱근 81은 $\sqrt{81}=9$이므로 $a=9$
$(-5)^2=25$의 제곱근은 5, -5이므로 $b=5$ 또는 $b=-5$
$a=9$, $b=5$일 때 $a+b=9+5=14$
$a=9$, $b=-5$일 때 $a+b=9+(-5)=4$
따라서 $a+b$의 값 중 가장 큰 값은 14이다.

0133

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 8 cm, 세로의 길이가 6 cm인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는?

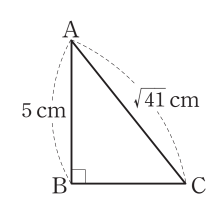


① $\sqrt{12}$ cm ② $\sqrt{24}$ cm ③ $\sqrt{48}$ cm
④ 24 cm ⑤ 48 cm

(직사각형의 넓이)$=8\times6=48$ (cm^2)
정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 $x^2=48$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{48}$
따라서 주어진 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{48}$ cm이다.

0134

오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=5$ cm, $\overline{AC}=\sqrt{41}$ cm일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오. 4 cm



$\overline{BC}^2+5^2=41$이므로
$\overline{BC}^2=41-5^2=41-25=16$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4$ cm

배운내용 점검하기

0135

다음 중 가장 큰 수는?

① $\sqrt{\frac{1}{25}}$　② $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$　✓③ $\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

④ $-\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$　⑤ $\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2$

① $\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$　② $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=\frac{2}{5}$　③ $\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$

④ $-\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2=-\frac{3}{5}$　⑤ $\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2=\frac{3}{5}$

0136

$(-\sqrt{27^2})\times\sqrt{\left(-\frac{5}{9}\right)^2}\div\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2$을 계산하면?

① -18　✓② -9　③ -3

④ 9　⑤ 18

$(-\sqrt{27^2})\times\sqrt{\left(-\frac{5}{9}\right)^2}\div\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=-27\times\frac{5}{9}\div\frac{5}{3}$

$=-27\times\frac{5}{9}\times\frac{3}{5}$

$=-9$

0137

$a<0$일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $-\sqrt{a^2}=-a$　ㄴ. $-(\sqrt{-a})^2=a$

ㄷ. $-\sqrt{(-a)^2}=a$　ㄹ. $(-\sqrt{-a})^2=-a$

① ㄱ, ㄷ　② ㄱ, ㄹ　✓③ ㄴ, ㄷ

④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

ㄱ. $a<0$이므로 $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$

ㄴ. $a<0$일 때, $-a>0$이므로 $-(\sqrt{-a})^2=-(-a)=a$

ㄷ. $a<0$일 때, $-a>0$이므로 $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

ㄹ. $a<0$일 때, $-a>0$이므로 $(-\sqrt{-a})^2=\{-(-a)\}^2=a$

0138 풍쌤 PICK

$a<0$일 때, $\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{(6a)^2}+\sqrt{(-8a)^2}$을 간단히 하시오. $-7a$

$a<0$일 때, $-5a>0$, $6a<0$, $-8a>0$이므로

$\sqrt{(-5a)^2}-\sqrt{(6a)^2}+\sqrt{(-8a)^2}$

$=-5a-(-6a)+(-8a)$

$=-5a+6a-8a$

$=-7a$

0139

$a>0$, $b<0$일 때, $\sqrt{(-9b)^2}+\sqrt{(-7a)^2}-\sqrt{b^2}$을 간단히 하시오. $7a-8b$

$a>0$, $b<0$일 때, $-7a<0$이고 $-9b>0$이므로

$\sqrt{(-9b)^2}+\sqrt{(-7a)^2}-\sqrt{b^2}=-9b+\{-(-7a)\}-(-b)$

$=-9b+7a+b=7a-8b$

0140

$2<a$일 때, $\sqrt{(2-a)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$을 간단히 하면?

① -4　② $-2a+4$　✓③ 0

④ $2a-4$　⑤ 4

$2<a$일 때, $2-a<0$, $a-2>0$이므로

$\sqrt{(2-a)^2}-\sqrt{(a-2)^2}=-(2-a)-(a-2)$

$=-2+a-a+2=0$

0141

$0<a<7$일 때, $\sqrt{(a-7)^2}+\sqrt{(a+7)^2}-\sqrt{a^2}$을 간단히 하면?

① $-a-14$　✓② $-a+14$　③ a

④ $a-14$　⑤ $a+14$

$0<a<7$일 때, $a-7<0$, $a+7>0$이므로

$\sqrt{(a-7)^2}+\sqrt{(a+7)^2}+\sqrt{a^2}=-(a-7)+(a+7)-a$

$=-a+7+a+7-a$

$=-a+14$

0142

$\sqrt{3^2\times5\times x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값은?

① 3　② 3×5　③ 3×5^2

✓④ $3^2\times5$　⑤ $3^2\times5^2$

$\sqrt{3^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 $\sqrt{3^2\times5\times x}$가 자연수가 되도록 하는 x의 값 중 $3^2\times5$이다.

0143

다음 중 $\sqrt{108x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값이 아닌 것은?

① 3　✓② 9　③ 12
④ 27　⑤ 48

$\sqrt{108\times x}=\sqrt{2^2\times3^3\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
① $3=3\times1^2$　② $9=3\times3$　③ $12=3\times2^2$
④ $27=3\times3^2$　⑤ $48=3\times4^2$

0144

$\sqrt{\dfrac{147}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. 150

$\dfrac{147}{x}=\dfrac{3\times7^2}{x}$이 자연수가 되려면 x는 147의 약수이면서 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 자연수 x는 3, $3\times7^2=147$이므로 모든 자연수 x의 값의 합은
$3+147=150$

0145

$\sqrt{52+x}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은?

① 9　② 10　③ 11
✓④ 12　⑤ 13

$\sqrt{52+x}$가 자연수가 되려면 $52+x$는 52보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
52보다 큰 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 64, 81, 100, ⋯이므로
$52+x=64, 81, 100, \cdots$
$\therefore x=12, 29, 48, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 12이다.

0146 풍쌤 PICK

$\sqrt{57-x}$가 정수가 되도록 하는 자연수 x의 값 중 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m이라고 할 때, $M+m$의 값은?

① 61　② 62　③ 63
④ 64　✓⑤ 65

$\sqrt{57-x}$가 정수가 되려면 $57-x$는 57보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴이거나 0이어야 한다.
57보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49이므로
$57-x=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
$\therefore x=57, 56, 53, 48, 41, 32, 21, 8$
따라서 가장 큰 자연수 x의 값은 57, 가장 작은 자연수 x의 값은 8이므로
$M=57$, $m=8$
$\therefore M+m=57+8=65$

0147

$\sqrt{74-a}=b$일 때, b가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a와 그때의 b에 대하여 $a-b$의 값은?

✓① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

$\sqrt{74-a}$가 자연수가 되려면 $74-a$는 74보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
74보다 작은 (자연수)^{2}의 꼴인 수는 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64이므로
$74-a=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64$
$\therefore a=73, 70, 65, 58, 49, 38, 25, 10$
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 10이다.
$a=10$일 때, $b=\sqrt{74-10}=\sqrt{64}=8$
$\therefore a-b=10-8=2$

0148

다음 중 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\sqrt{10}\ \square\ \sqrt{8}$　✓② $-\sqrt{7}\ \square\ -\sqrt{5}$
③ $\sqrt{12}\ \square\ 3$　④ $-1\ \square\ -\sqrt{6}$
⑤ $-\sqrt{11}\ \square\ -4$

① $10>8$이므로 $\sqrt{10}>\sqrt{8}$
② $7>5$이고 $\sqrt{7}>\sqrt{5}$이므로 $-\sqrt{7}<-\sqrt{5}$
③ $3=\sqrt{9}$이고 $12>9$이므로 $\sqrt{12}>\sqrt{9}$　$\therefore \sqrt{12}>3$
④ $1=\sqrt{1}$이고 $1<6$이므로 $\sqrt{1}<\sqrt{6}$
따라서 $-\sqrt{1}>-\sqrt{6}$이므로 $-1>-\sqrt{6}$
⑤ $4=\sqrt{16}$이고 $11<16$이므로 $\sqrt{11}<\sqrt{16}$
따라서 $-\sqrt{11}>-\sqrt{16}$이므로 $-\sqrt{11}>-4$

0149

$a=4$일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

✓① a^2　② $\sqrt{a}$　③ $\sqrt{a^2}$
④ $\dfrac{1}{a}$　⑤ $\sqrt{\dfrac{1}{a}}$

① $a^2=4^2=16$　② $\sqrt{a}=\sqrt{4}=2$　③ $\sqrt{a^2}=\sqrt{4^2}=4$
④ $\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{4}$　⑤ $\sqrt{\dfrac{1}{a}}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$

0150

$\sqrt{3}<\sqrt{\dfrac{x}{3}}<5$를 만족시키는 가장 큰 자연수 x의 값은?

✓① 74　② 75　③ 76
④ 77　⑤ 78

$\sqrt{3}<\sqrt{\dfrac{x}{3}}<5$에서 $(\sqrt{3})^2<\left(\sqrt{\dfrac{x}{3}}\right)^2<5^2$이므로
$3<\dfrac{x}{3}<25$
$\therefore 9<x<75$
따라서 부등식을 만족시키는 자연수 x는 10, 11, ⋯, 73, 74이므로 가장 큰 자연수 x의 값은 74이다.

2 무리수와 실수

개념 01 무리수와 실수

(1) **무리수:** 유리수가 아닌 수, 즉 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수

예 $\sqrt{2}=1.4142\cdots$, $\pi=3.1415\cdots$

› 참고 유리수: $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수

(2) **소수의 분류**

- 소수
  - 유한소수 — 유리수
  - 무한소수
    - 순환소수 — 유리수
    - 순환소수가 아닌 무한소수 - 무리수

(3) **실수:** 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

└ 특별한 조건이 없을 때 '수'는 '실수'를 의미한다.

(4) **실수의 분류**

- 실수
  - 유리수
    - 정수
      - 양의 정수(자연수): $1,\ 2,\ 3,\ \cdots$
      - 0
      - 음의 정수: $-1,\ -2,\ -3,\ \cdots$
    - 정수가 아닌 유리수: $\dfrac{1}{2},\ -0.3,\ 5.\dot{5},\ \cdots$
      └ 유한소수, 순환소수
  - 무리수: $\sqrt{2},\ -\sqrt{3},\ \pi,\ \cdots$
    └ 순환소수가 아닌 무한소수

› 주의 $\sqrt{4}=2$, $-\sqrt{9}=-3$과 같이 근호를 사용하여 나타낸 수 중에서 근호를 없앨 수 있는 수는 유리수이다.

풍쌤의 오개념 체크

무한소수는 모두 무리수야.

무한소수 중에서 순환소수는 유리수야.

개념 02 제곱근표

(1) **제곱근표:** 1.00부터 99.9까지의 수의 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표

(2) **제곱근표 읽는 법**

처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 적힌 수를 읽는다.

예 오른쪽 제곱근표에서 $\sqrt{1.32}$의 값은 1.3의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳에 적힌 수인 1.149이다.

➡ $\sqrt{1.32}=1.149$

수	0	1	2	⋯
1.0	1.000	1.005	1.010	⋯
1.1	1.049	1.054	1.058	⋯
1.2	1.095	1.100	1.105	⋯
1.3	1.140	1.145	1.149	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

풍쌤의 오개념 체크

$\sqrt{2.54}$의 값은

2.5의 세로줄과 4의 가로줄이 만나는 곳의 수야.

2.5의 가로줄과 4의 세로줄이 만나는 곳의 수야.

개념으로 연습하기

정답과 풀이 10쪽

01 무리수와 실수

[0151~0160] 다음 수가 유리수인 것은 '유', 무리수인 것은 '무'를 ( ) 안에 써넣으시오.

0151 0 (유)

0152 $\sqrt{7}$ (무)

0153 $\sqrt{9}$ (유)

0154 π (무)

0155 $\sqrt{(-5)^2}$ (유)

0156 1.7 (유)

0157 $0.\dot{8}$ (유)

0158 $0.\dot{3}1\dot{3}$ (유)

0159 $\sqrt{\frac{1}{4}}$ (유)

0160 $\sqrt{\frac{2}{4}}$ (무)

[0161~0164] 다음 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

0161 무한소수는 유리수이다. (×)

0162 유리수가 아닌 실수는 무리수이다. (○)

0163 유리수이면서 무리수인 수가 있다. (×)

0164 자연수는 무리수이다. (×)

02 제곱근표

[0165~0169] 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476

0165 $\sqrt{5.72}$ 2.392

0166 $\sqrt{5.81}$ 2.410

0167 $\sqrt{5.90}$ 2.429

0168 $\sqrt{6.01}$ 2.452

0169 $\sqrt{6.13}$ 2.476

[0170~0174] 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 값을 구하시오.

수	4	5	6	7	8
10	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286
11	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435
12	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578
13	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715
14	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847

0170 $\sqrt{10.4}$ 3.225

0171 $\sqrt{11.8}$ 3.435

0172 $\sqrt{12.7}$ 3.564

0173 $\sqrt{13.6}$ 3.688

0174 $\sqrt{14.5}$ 3.808

개념 03 무리수를 수직선 위에 나타내기

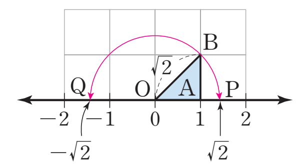
직각삼각형의 빗변의 길이를 이용하여 무리수를 수직선 위에 나타낼 수 있다.

예 무리수 $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내기

❶ 수직선 위에 원점 O를 한 꼭짓점으로 하고, 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 1인 직각삼각형 OAB를 그린다. 이때 직각삼각형 OAB의 빗변 $\overline{\mathrm{OB}}$의 길이는 피타고라스 정리에 의해 $\sqrt{2}$이다.

❷ 원점 O를 중심으로 하고 $\overline{\mathrm{OB}}$를 반지름으로 하는 원을 그린다.

❸ ❷의 원과 수직선이 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OQ}}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, 점 Q에 대응하는 수는 $-\sqrt{2}$이다.



풍쌤의 오개념 체크

무리수를 수직선 위에 나타낼 때

~~직각을 낀 변의 길이가 무리수인 직각삼각형을 그려야 해.~~

빗변의 길이가 무리수인 직각삼각형을 그려야 해.

개념 04 실수와 수직선

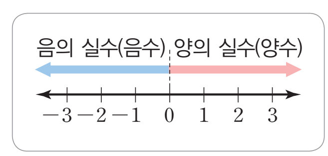
(1) 실수와 수직선

① 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

② 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응하고, 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 반드시 대응한다.

③ 수직선 위에서 원점의 오른쪽에 있는 점에는 양의 실수(양수)가 대응하고, 왼쪽에 있는 점에는 음의 실수(음수)가 대응한다.

④ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.



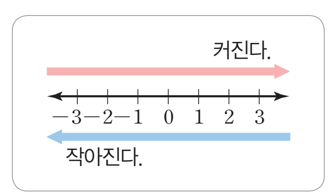
(2) 실수의 대소 관계

① 음수는 0보다 작고, 양수는 0보다 크다. ➡ (음수)$<0<$(양수)

② 양수는 음수보다 크다.

③ 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 크다.

④ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.



(3) 실수의 대소를 비교하는 방법

a, b가 실수일 때

① $a-b>0$이면 $a>b$

② $a-b=0$이면 $a=b$

③ $a-b<0$이면 $a<b$

예 $\sqrt{3}-2$와 1의 대소 관계

$(\sqrt{3}-2)-1=\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-\sqrt{9}$이고,

$\sqrt{3}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{3}-\sqrt{9}<0$ $\quad\therefore \sqrt{3}-2<1$

풍쌤의 오개념 체크

~~$\sqrt{2}$와 $\sqrt{4}$ 사이에 있는 실수는 $\sqrt{3}$ 뿐이야.~~

$\sqrt{2}$와 $\sqrt{4}$ 사이에는 무수히 많은 실수가 있어.

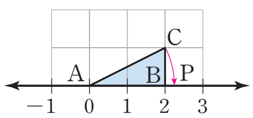
개념으로 연습하기

정답과 풀이 10~11쪽

03 무리수를 수직선 위에 나타내기

[0175~0176] 다음 그림과 같이 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그리고 $\overline{AC}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, ㈎~㈑에 알맞은 수를 구하시오.

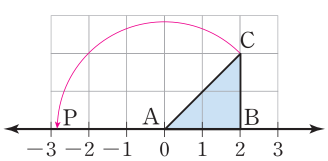
0175



직각삼각형 ABC에서
$\overline{AC}=$ ㈎ 이므로
$\overline{AP}=$ ㈏
점 P는 기준점 A에서 오른쪽으로 ㈐ 만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 ㈑ 이다.

㈎ $\sqrt{5}$ ㈏ $\sqrt{5}$ ㈐ $\sqrt{5}$ ㈑ $\sqrt{5}$

0176



직각삼각형 ABC에서
$\overline{AC}=$ ㈎ 이므로
$\overline{AP}=$ ㈏
점 P는 기준점 B에서 왼쪽으로 ㈐ 만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 ㈑ 이다.

㈎ $\sqrt{8}$ ㈏ $\sqrt{8}$ ㈐ $\sqrt{8}$ ㈑ $-\sqrt{8}$

04 실수와 수직선

[0177~0180] 다음 중 옳은 것에는 ○표, 옳지 않은 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

0177 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 유리수가 없다. (×)

0178 π는 수직선 위의 점에 대응한다. (○)

0179 무한소수 중에는 수직선 위에 대응하지 않는 수도 있다. (×)

0180 유리수와 무리수에 대응하는 점만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없다. (×)

[0181~0184] □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

0181 $\sqrt{2}\ \boxed{>}\ 0$

0182 $-\sqrt{5}\ \boxed{<}\ 0$

0183 $-\sqrt{3}\ \boxed{<}\ \sqrt{3}$

0184 $1\ \boxed{>}\ -\sqrt{6}$

0185 $1+\sqrt{7}$과 2의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

$(1+\sqrt{7})-2=\sqrt{7}-1=\sqrt{7}-\sqrt{1}$이고,
$\sqrt{7}\ \boxed{>}\ \sqrt{1}$이므로 $\sqrt{7}-1\ \boxed{>}\ 0$
$\therefore 1+\sqrt{7}\ \boxed{>}\ 2$

[0186~0189] □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

0186 $\sqrt{2}+3\ \boxed{>}\ 4$

0187 $\sqrt{3}+2\ \boxed{<}\ 4$

0188 $\sqrt{6}-4\ \boxed{>}\ -6$

0189 $7-\sqrt{5}\ \boxed{<}\ 9$

유형으로 도전하기

개념 01

유형 018 유리수와 무리수 구별하기

(1) 유리수: $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있는 수

➡ 정수, 유한소수, 순환소수

(2) 무리수: 유리수가 아닌 수

➡ 순환소수가 아닌 무한소수

풍쌤의 Point 근호를 사용하여 나타낸 수 중에서 근호를 없앨 수 있는 수는 유리수이고, 근호를 없앨 수 없는 수는 무리수야.

0190

다음 중 무리수인 것은?

① $\sqrt{(-7)^2}$ ② 3.14 ③ $0.\dot{3}$

✓④ $\sqrt{17}$ ⑤ $\sqrt{25}$

① $\sqrt{(-7)^2}=7$이므로 유리수이다.
② 3.14는 유한소수이므로 유리수이다.
③ $0.\dot{3}$은 순환소수이므로 유리수이다.
⑤ $\sqrt{25}=5$이므로 유리수이다.

0191

다음 중 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\dfrac{\pi}{2}$ ✓② $\sqrt{1.21}$ ✓③ $\sqrt{\dfrac{1}{9}}$

④ $\sqrt{250}$ ⑤ $-\sqrt{63}$

② $\sqrt{1.21}=1.1$이므로 유리수이다.
③ $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$이므로 유리수이다.

0192

다음 중 유리수가 아닌 수는 몇 개인가?

$$\frac{1}{3},\quad 1.7851\cdots,\quad \pi,\quad \sqrt{5},\quad \sqrt{25},\quad 5.\dot{2}$$

① 2개 ✓② 3개 ③ 4개

④ 5개 ⑤ 6개

$\frac{1}{3}$은 유리수이다.
$\sqrt{25}=5$이므로 유리수이다.
$5.\dot{2}$는 순환소수이므로 유리수이다.
따라서 유리수가 아닌 수는 무리수이므로 무리수는 $1.7851\cdots$, π, $\sqrt{5}$의 3개이다.

중요 개념 01

유형 019 실수의 분류

실수 { 유리수 { 정수 { 양의 정수 (자연수), 0, 음의 정수 }, 정수가 아닌 유리수 }, 무리수 }

0193

다음 중 □ 안의 수에 해당하는 것은?

실수 { 유리수 { 정수, 정수가 아닌 유리수 }, □ }

① $\sqrt{9}$ ② $\sqrt{0.49}$ ✓③ $\sqrt{1.6}$

④ $\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}$ ⑤ $\sqrt{\dfrac{1}{4}}$

□ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.
① $\sqrt{9}=3$이므로 유리수이다. ② $\sqrt{0.49}=0.7$이므로 유리수이다.
④ $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$이므로 유리수이다. ⑤ $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$이므로 유리수이다.

0194

다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

✓① 0은 유리수도 아니고 무리수도 아니다.
② $\sqrt{4}$는 유리수이다.
③ $\sqrt{5}$는 5의 양의 제곱근이다.
④ $\sqrt{6}$은 제곱하면 유리수가 된다.
✓⑤ $\sqrt{7}$은 순환소수이다.

① 0은 유리수이다.
⑤ $\sqrt{7}$은 순환소수가 아닌 무한소수, 즉 무리수이다.

0195

다음 수에 대한 설명으로 옳은 것은?

$$-1.\dot{7},\quad \frac{7}{4},\quad -\frac{18}{2},\quad \sqrt{36},\quad \sqrt{1.1}$$

① 자연수는 없다.
② 정수는 1개이다.
③ 정수가 아닌 유리수는 1개이다.
④ 무한소수는 3개이다.
✓⑤ 무리수는 1개이다.

① 자연수는 $\sqrt{36}$의 1개이다.
② 정수는 $-\frac{18}{2}$, $\sqrt{36}$의 2개이다.
③ 정수가 아닌 유리수는 $-1.\dot{7}$, $\frac{7}{4}$의 2개이다.
④ 무한소수는 $-1.\dot{7}$, $\sqrt{1.1}$의 2개이다.

0196

다음 중 옳은 것은?

① 유한소수는 무리수이다.
② 순환소수는 무리수이다.
③ 무한소수는 유리수이다.
√④ 순환소수가 아닌 무한소수는 실수이다.
⑤ 소수는 모두 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있다.

① 유한소수는 유리수이다.
② 순환소수는 유리수이다.
③ 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
⑤ 순환소수가 아닌 무한소수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

0197

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. 모든 무한소수는 무리수이면서 유리수이다.
ㄴ. 유리수인 무한소수가 있다.
ㄷ. 유한소수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 있다.
ㄹ. 실수는 정수와 무리수로 이루어져 있다.

① ㄱ, ㄷ　√② ㄴ, ㄷ　③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. 무리수이면서 유리수인 무한소수는 없다.
ㄹ. 실수는 유리수와 무리수로 이루어져 있다.

0198

다음 중 옳지 않은 것은?

① 실수 중 유리수가 아닌 수는 무리수이다.
② 정수가 아닌 유리수는 실수이다.
③ 무리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.
√④ 모든 정수는 무리수이다.
⑤ 자연수는 유리수이다.

④ 모든 정수는 유리수이다.

개념 02

유형 020 제곱근표를 이용하여 제곱근의 값 구하기

처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 적힌 수를 읽는다.

0199

다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{4.82}-\sqrt{4.63}$의 값을 구하시오. 0.043

수	0	1	2	3
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198

$\sqrt{4.82}=2.195$, $\sqrt{4.63}=2.152$이므로
$\sqrt{4.82}-\sqrt{4.63}=2.195-2.152=0.043$

0200

다음 제곱근표에서 $\sqrt{10.4}=a$, $\sqrt{b}=3.148$일 때, $10a+b$의 값을 구하시오. 42.16

수	0	1	2	3	4	5
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391

$\sqrt{10.4}=3.225$이므로 $a=3.225$
$\sqrt{9.91}=3.148$이므로 $b=9.91$
$\therefore 10a+b=10\times3.225+9.91=32.25+9.91=42.16$

0201

다음 제곱근표에서 $\sqrt{a}=7.556$, $\sqrt{b}=7.701$일 때, $b-a$의 값을 구하시오. 2.2

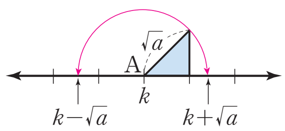
수	0	1	2	3	4
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707

$\sqrt{57.1}=7.556$이므로 $a=57.1$
$\sqrt{59.3}=7.701$이므로 $b=59.3$
$\therefore b-a=59.3-57.1=2.2$

개념 03

중요 유형 021 무리수를 수직선 위에 나타내기 (1)

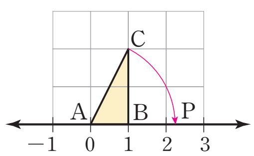
직각삼각형의 빗변의 길이를 이용하여 무리수를 수직선 위에 다음의 순서로 나타낸다.



❶ 직각삼각형의 빗변의 길이 $\sqrt{a}$를 구한다.
❷ 점이 기준점 k의 오른쪽에 있으면 $k+\sqrt{a}$, 점이 기준점 k의 왼쪽에 있으면 $k-\sqrt{a}$이다.

0202

오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P에 대응하는 수를 구하시오.

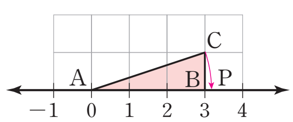


$\sqrt{5}$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$
점 P는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{5}$이다.

0203

오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P에 대응하는 수는?

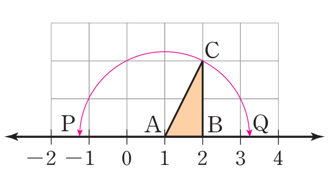


① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{10}$
④ $1+\sqrt{5}$ ⑤ $1+\sqrt{10}$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{10}$
점 P는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{10}$이다.

0204

오른쪽 그림과 같이 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그리고 점 A를 중심으로 하고 $\overline{AC}$를 반지름으로 하는 원을 그렸다. 원이 수직선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라고 할 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하시오.

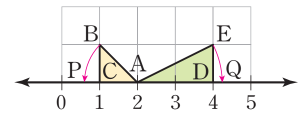


P: $1-\sqrt{5}$, Q: $1+\sqrt{5}$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로
$\overline{AQ}=\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$
점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$이고, 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$이다.

0205

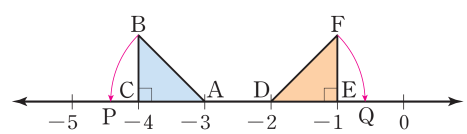
오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 두 직각삼각형 ABC, ADE를 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{AE}=\overline{AQ}$일 때, 점 P와 점 Q에 대응하는 수를 각각 구하시오. P: $2-\sqrt{2}$, Q: $2+\sqrt{5}$



직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$
점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$이다.
직각삼각형 ADE에서 $\overline{AE}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{AQ}=\overline{AE}=\sqrt{5}$
점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.

0206

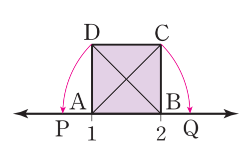
다음 그림은 $\angle C=\angle E=90°$, $\overline{AC}=\overline{DE}=1$인 두 직각이등변삼각형 ABC, DEF를 수직선 위에 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{DF}=\overline{DQ}$일 때, 점 P에 대응하는 수가 $a-\sqrt{2}$, 점 Q에 대응하는 수가 $b+\sqrt{2}$이다. 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. -5



직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$
점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{2}$이다. $\therefore a=-3$
직각삼각형 DEF에서 $\overline{DF}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{DQ}=\overline{DF}=\sqrt{2}$
점 Q는 기준점 D에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{2}$이다. $\therefore b=-2$
$\therefore a+b=(-3)+(-2)=-5$

0207

오른쪽 그림은 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AQ}$, $\overline{BD}=\overline{BP}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB}=1$
② $\overline{AC}=\overline{BD}$
③ $\overline{AQ}=\overline{BP}$
④ 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{2}$이다.
⑤ 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다.

② $\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
③ $\overline{AQ}=\overline{AC}=\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2}$
④ 점 P는 기준점 B에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$이다.
⑤ 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다.

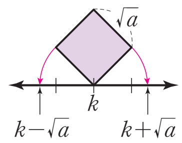
개념 03

유형 022 무리수를 수직선 위에 나타내기 (2)

정사각형의 한 변의 길이를 이용하여 무리수를 수직선 위에 다음의 순서로 나타낸다.

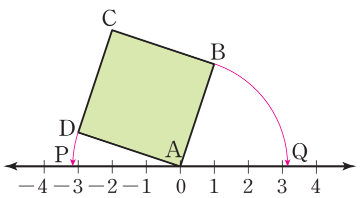
❶ 정사각형의 한 변의 길이 $\sqrt{a}$를 구한다.

❷ 점이 기준점 k의 오른쪽에 있으면 $k+\sqrt{a}$, 점이 기준점 k의 왼쪽에 있으면 $k-\sqrt{a}$이다.



0208

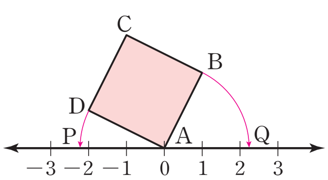
오른쪽 그림은 넓이가 10인 정사각형 ABCD를 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AQ}$, $\overline{AD}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하시오. **P: $-\sqrt{10}$, Q: $\sqrt{10}$**



정사각형 ABCD의 넓이가 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.
따라서 점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{10}$이고, 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $\sqrt{10}$이다.

0209

오른쪽 그림은 넓이가 7인 정사각형 ABCD를 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AQ}$, $\overline{AD}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

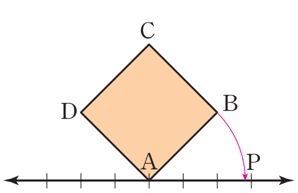


① $\overline{AB}=\sqrt{7}$ ② $\overline{AP}=\sqrt{7}$ ③ $\overline{AP}=\overline{AQ}$
④ $P(-\sqrt{7})$ ✓⑤ $Q(7)$

정사각형 ABCD의 넓이가 7이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{7}$이다.
② $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{7}$ ③ $\overline{AP}=\overline{AD}=\overline{AB}=\overline{AQ}$
④ 점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{7}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{7}$이다.
⑤ 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{7}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $\sqrt{7}$이다.

0210

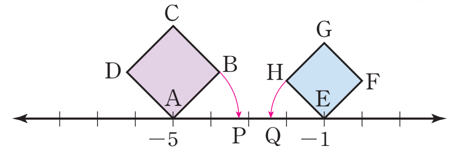
오른쪽 그림은 넓이가 8인 정사각형 ABCD를 수직선 위에 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P에 대응하는 수를 구하시오. **$1+\sqrt{8}$**



정사각형 ABCD의 넓이가 8이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$이다.
따라서 점 P는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{8}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{8}$이다.

0211

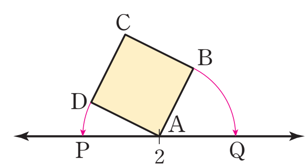
다음 그림은 넓이가 3인 정사각형 ABCD와 넓이가 2인 정사각형 EFGH를 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{EH}=\overline{EQ}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하시오.
P: $-5+\sqrt{3}$, Q: $-1-\sqrt{2}$



정사각형 ABCD의 넓이가 3이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$이다.
따라서 점 P는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{3}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-5+\sqrt{3}$이다.
정사각형 EFGH의 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
따라서 점 Q는 기준점 E에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$이다.

0212

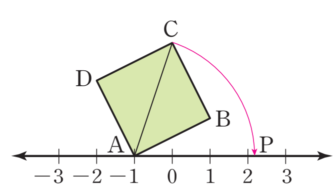
오른쪽 그림은 넓이가 6인 정사각형 ABCD를 수직선 위에 그린 것이다. $\overline{AD}=\overline{AP}$, $\overline{AB}=\overline{AQ}$이고 두 점 P, Q에 대응하는 수가 각각 $2-\sqrt{a}$, $b+\sqrt{6}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. **4**



정사각형 ABCD의 넓이가 6이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{6}$이다.
따라서 점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{6}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{6}$이다. $\therefore a=6$
또한 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{6}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{6}$이다. $\therefore b=2$
$\therefore a-b=6-2=4$

0213

오른쪽 그림은 넓이가 5인 정사각형 ABCD를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P에 대응하는 수는?



① $-1-\sqrt{10}$ ② $-\sqrt{10}$ ③ 1
✓④ $-1+\sqrt{10}$ ⑤ $1+\sqrt{10}$

정사각형 ABCD의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{10}$
따라서 점 P는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{10}$이다.

유형으로 도전하기

개념 04

유형 023 실수와 수직선

중요

(1) 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
(2) 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.
(3) 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.

풍쌤의 Point 유리수에 대응하는 점들만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없고, 무리수에 대응하는 점들만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없어.

0214

다음 중 옳은 것은?

① 서로 다른 두 자연수 사이에는 무리수가 없다.
② 서로 다른 두 정수 사이에는 무수히 많은 정수가 있다.
③ 서로 다른 두 유리수 사이에는 유리수만 있다.
√④ 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 대응한다.
⑤ 수직선은 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

① 서로 다른 두 자연수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
② 두 정수 1과 2 사이에는 정수가 없다.
③ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
⑤ 수직선은 무리수에 대응하는 점들만으로는 완전히 메울 수 없다.

0215

다음 중 옳은 것은?

① 두 수 -2와 2 사이에는 3개의 자연수가 있다.
② 두 수 2와 4 사이에는 1개의 유리수가 있다.
③ 두 수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무리수가 없다.
④ 두 수 0과 1 사이에는 무수히 많은 정수가 있다.
√⑤ 두 수 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① 두 수 -2와 2 사이에 있는 자연수는 1의 1개이다.
② 두 수 2와 4 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
③ 두 수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
④ 두 수 0과 1 사이에는 정수가 없다.

0216

다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄴ

보기

ㄱ. 두 수 3.14와 π 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
ㄴ. 유리수에 대응하는 점들만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없다.
ㄷ. 수직선 위에 대응시킬 수 없는 무리수도 있다.

ㄷ. 모든 무리수는 수직선 위의 한 점에 대응한다.

개념 05

유형 024 실수의 대소 관계

(1) (음수)$<0<$(양수)
(2) 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 크다.
(3) 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.

0217

다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $\sqrt{3}<0$
② $-\sqrt{7}>0$
③ $1<-\sqrt{5}$
√④ $\sqrt{2}>-1$
⑤ $\sqrt{8}>4$

① 양수는 0보다 크므로 $\sqrt{3}>0$
② 음수는 0보다 작으므로 $-\sqrt{7}<0$
③ 양수는 음수보다 크므로 $1>-\sqrt{5}$
⑤ $4=\sqrt{16}$이고 $8<16$이므로 $\sqrt{8}<\sqrt{16}$ $\therefore \sqrt{8}<4$

0218

다음 중 가장 큰 수를 a, 가장 작은 수를 b라고 할 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. 15

$$A=\sqrt{7},\quad B=-\sqrt{6},\quad C=3$$

$3=\sqrt{9}$이고 $7<9$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$ $\therefore \sqrt{7}<3$
$\therefore a=3$
음수는 양수보다 작으므로 $b=-\sqrt{6}$
$\therefore a^2+b^2=3^2+(-\sqrt{6})^2=9+6=15$

0219

다음 보기에서 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $1-\sqrt{3}>3$
ㄴ. $-\sqrt{2}+1<2$
ㄷ. $2+\sqrt{5}>5$
ㄹ. $\sqrt{8}+3>4$

① ㄱ, ㄴ
② ㄱ, ㄹ
③ ㄴ, ㄷ
√④ ㄴ, ㄹ
⑤ ㄷ, ㄹ

ㄱ. $(1-\sqrt{3})-3=-\sqrt{3}-2$이고 $-\sqrt{3}-2<0$이므로 $1-\sqrt{3}<3$
ㄷ. $(2+\sqrt{5})-5=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}$이고 $\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$
$\therefore 2+\sqrt{5}<5$

개념 05

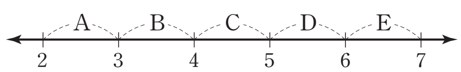
유형 025 수직선에서 무리수에 대응하는 점 찾기

수직선에서 무리수 $\sqrt{x}$에 대응하는 점 찾기

➡ $\sqrt{n^2}<\sqrt{x}<\sqrt{(n+1)^2}$인 자연수 n을 찾아 $\sqrt{x}$의 값의 범위를 구한다.

0220

다음 수직선에서 $\sqrt{5}$에 대응하는 점이 있는 구간은?

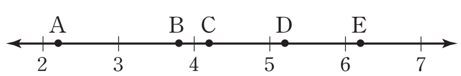


① 구간 A ② 구간 B ③ 구간 C
④ 구간 D ⑤ 구간 E

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$
따라서 $\sqrt{5}$에 대응하는 점이 있는 구간은 A이다.

0221

다음 수직선 위의 점 A~E 중 $\sqrt{28}$에 대응하는 점은?

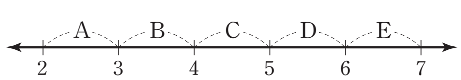


① 점 A ② 점 B ③ 점 C
④ 점 D ⑤ 점 E

$\sqrt{25}<\sqrt{28}<\sqrt{36}$이므로 $5<\sqrt{28}<6$
따라서 $\sqrt{28}$에 대응하는 점은 D이다.

0222

다음 수직선에서 $3+\sqrt{2}$에 대응하는 점이 있는 구간은?

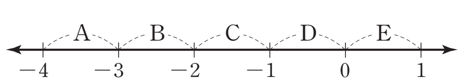


① 구간 A ② 구간 B ③ 구간 C
④ 구간 D ⑤ 구간 E

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{2}<2$
따라서 $4<\sqrt{2}+3<5$이므로 $\sqrt{2}+3$에 대응하는 점이 있는 구간은 C이다.

0223

다음 수직선에서 $-\sqrt{12}$에 대응하는 점이 있는 구간은?



① 구간 A ② 구간 B ③ 구간 C
④ 구간 D ⑤ 구간 E

$-\sqrt{16}<-\sqrt{12}<-\sqrt{9}$이므로 $-4<-\sqrt{12}<-3$
따라서 $-\sqrt{12}$에 대응하는 점이 있는 구간은 A이다.

개념 05

유형 026 두 실수 사이의 수

(1) n이 두 자연수 a, b $(a<b)$ 사이의 수인지 알아보려면 $\sqrt{a^2}<\sqrt{n}<\sqrt{b^2}$인지 확인한다.

(2) c가 두 무리수 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$ $(a<b)$ 사이의 수인지 알아보려면 $\sqrt{a}<\sqrt{c^2}<\sqrt{b}$인지 확인한다.

0224

두 수 1과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 자연수의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{10}<4$
따라서 1과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 자연수는 2, 3의 2개이다.

0225

두 수 0과 $\sqrt{15}$ 사이에 있는 모든 자연수의 합을 구하시오. 6

$\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{15}<4$
따라서 0과 $\sqrt{15}$ 사이에 있는 정수는 1, 2, 3이므로 구하는 합은
$1+2+3=6$

0226

다음 중 두 수 $\sqrt{11}$과 5 사이에 있는 수인 것은?

① $\frac{5}{2}$ ② $\sqrt{8}$ ③ $\sqrt{11}+1$
④ $\sqrt{11}-1$ ⑤ $\sqrt{11}+3$

$\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{11}<4$
① $\frac{5}{2}=2.5<\sqrt{11}$ ② $\sqrt{8}<\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{11}<\sqrt{11}+1<5$
④ $\sqrt{11}-1<\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{11}+3>5$

0227

다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. 두 수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{12}$ 사이에는 2개의 자연수가 있다.
ㄴ. 두 수 $-\sqrt{3}$과 $\sqrt{3}$ 사이에는 3개의 정수가 있다.
ㄷ. $\sqrt{7}-1$은 두 수 2와 $\sqrt{7}$ 사이의 수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄷ. $1<\sqrt{7}-1<2$이므로 두 수 2와 $\sqrt{7}$ 사이의 수가 아니다.

배운내용 점검하기

0228

다음 중 무리수는 몇 개인가?

$\sqrt{0.4}$, $\sqrt{0.\dot{3}}$, $(-\sqrt{13})^2$, $\sqrt{20}$, -1.6

① 2개　　② 3개　　③ 4개
④ 5개　　⑤ 6개

$\sqrt{0.\dot{3}}=\sqrt{\frac{3}{9}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 무리수이다.
$(-\sqrt{13})^2=13$이므로 유리수이다.
따라서 무리수는 $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{0.\dot{3}}$, $\sqrt{20}$의 3개이다.

0229

다음 중 □ 안의 수에 해당하는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

$$\text{소수}\begin{cases}\text{유한소수}\\ \text{무한소수}\begin{cases}\text{순환소수}\\ \boxed{}\end{cases}\end{cases}$$

① $3.\dot{2}\dot{7}$　　② π　　③ $\sqrt{64}$
④ $-\sqrt{90}$　　⑤ $\sqrt{\frac{49}{4}}$

□ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.
① $3.\dot{2}\dot{7}$은 순환소수이므로 유리수이다.
③ $\sqrt{64}=8$이므로 유리수이다.
⑤ $\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$이므로 유리수이다.

0230

다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 정수는 유리수이다.
② 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
③ 0은 무리수이다.
④ 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.
⑤ 실수는 유리수와 무리수로 이루어져 있다.

③ 0은 유리수이다.

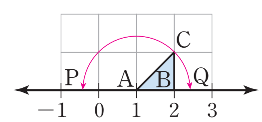
0231 풍쌤 PICK

다음 제곱근표에서 $\sqrt{4.72}+\sqrt{4.53}$의 값을 구하시오. 4.301

수	0	1	2	3	4
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177

$\sqrt{4.72}=2.173$, $\sqrt{4.53}=2.128$이므로
$\sqrt{4.72}+\sqrt{4.53}=2.173+2.128=4.301$

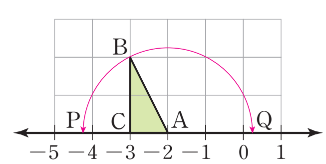
0232



오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AP}=\overline{AQ}$이고 두 점 P, Q에 대응하는 수가 각각 $1-\sqrt{a}$, $b+\sqrt{2}$일 때, 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 3

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로
$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$
점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{2}$이다. $\therefore a=2$
또한 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다. $\therefore b=1$
$\therefore a+b=2+1=3$

0233

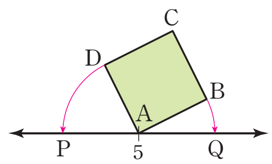


오른쪽 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 직각삼각형 ABC를 그리고 점 A를 중심으로 하고 $\overline{AB}$를 반지름으로 하는 원을 그렸다. 원이 수직선과 만나는 두 점을 각각 P, Q라고 할 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 구하시오. P: $-2-\sqrt{5}$, Q: $-2+\sqrt{5}$

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로
$\overline{AQ}=\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$
이때 점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{5}$이고, 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{5}$이다.

0234

오른쪽 그림은 넓이가 11인 정사각형 ABCD를 수직선 위에 그린 것이다. $\overline{AD}=\overline{AP}$, $\overline{AB}=\overline{AQ}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하시오. **P: $5-\sqrt{11}$, Q: $5+\sqrt{11}$**



정사각형 ABCD의 넓이가 11이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{11}$이다.
따라서 점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{11}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $5-\sqrt{11}$이다.
또한 점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{11}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $5+\sqrt{11}$이다.

0235 풍쌤 PICK

다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. 0에 가장 가까운 정수가 아닌 양의 유리수는 0.1이다.
ㄴ. 수직선 위의 한 점에는 무수히 많은 무리수가 대응한다.
ㄷ. 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
ㄹ. $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$ 사이에는 2개의 정수가 있다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ✓⑤ ㄷ, ㄹ

ㄱ. 두 수 0과 0.1 사이에는 무수히 많은 양의 유리수가 있으므로 0에 가장 가까운 양의 유리수는 알 수 없다.
ㄴ. 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 대응한다.

0236

다음 중 두 수의 대소 관계로 옳지 않은 것은?

① $-\sqrt{5}<-\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{3}<0$
③ $\sqrt{3}+1>0$ ④ $0.\dot{6}<\sqrt{\frac{2}{3}}$
✓⑤ $1.\dot{6}<\sqrt{2}$

⑤ $1.\dot{6}=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}=\sqrt{\frac{25}{9}}$, $\sqrt{2}=\sqrt{\frac{18}{9}}$이고 $\frac{25}{9}>\frac{18}{9}$이므로
$\sqrt{\frac{25}{9}}>\sqrt{\frac{18}{9}}$ $\therefore 1.\dot{6}>\sqrt{2}$

0237

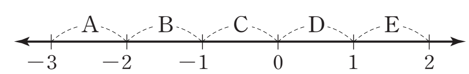
다음 중 □ 안에 알맞은 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\sqrt{2}$ □ -1 ✓② $-1-\sqrt{3}$ □ 0
③ $\sqrt{7}-2$ □ -3 ④ $\sqrt{10}+2$ □ 2
⑤ $\sqrt{8}+3$ □ 5

① 양수는 음수보다 크므로 $\sqrt{2}>-1$
② 음수는 0보다 작으므로 $-1-\sqrt{3}<0$
③ $(\sqrt{7}-2)-(-3)=\sqrt{7}+1$이고 $\sqrt{7}+1>0$이므로 $\sqrt{7}-2>-3$
④ $(\sqrt{10}+2)-2=\sqrt{10}$이고 $\sqrt{10}>0$이므로 $\sqrt{10}+2>2$
⑤ $(\sqrt{8}+3)-5=\sqrt{8}-2=\sqrt{8}-\sqrt{4}$
$\sqrt{8}>\sqrt{4}$이므로 $\sqrt{8}-\sqrt{4}>0$ $\therefore \sqrt{8}+3>5$

0238

다음 수직선에서 $-\sqrt{8}$에 대응하는 점이 있는 구간은?



✓① 구간 A ② 구간 B ③ 구간 C
④ 구간 D ⑤ 구간 E

$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{9}<-\sqrt{8}<-\sqrt{4}$
$\therefore -3<-\sqrt{8}<-2$
따라서 $-\sqrt{8}$에 대응하는 점이 있는 구간은 A이다.

0239

두 수 $-\sqrt{2}$와 3 사이에 있는 정수의 개수를 구하시오. 4

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$이므로 $-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$
$\therefore -2<-\sqrt{2}<-1$
따라서 $-\sqrt{2}$와 3 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1, 2의 4개이다.

0240

두 실수 $\sqrt{20}$과 $\sqrt{50}$ 사이에 있는 모든 정수의 합은?

① 16 ② 17 ✓③ 18
④ 19 ⑤ 20

$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{20}<5$
$\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$이므로 $7<\sqrt{50}<8$
따라서 $\sqrt{20}$과 $\sqrt{50}$ 사이에 있는 정수는 5, 6, 7이므로 그 합은
$5+6+7=18$

3 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

개념 01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

(1) **제곱근의 곱셈:** $a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때

① $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ ← 근호 안의 수끼리 곱한다.

② $m\sqrt{a}\times n\sqrt{b}=mn\sqrt{ab}$ ← 근호 밖의 수끼리, 근호 안의 수끼리 곱한다.

(2) **제곱근의 나눗셈:** $a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때

① $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ ← 근호 안의 수끼리 나눈다.

② $m\sqrt{a}\div n\sqrt{b}=\dfrac{m}{n}\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ (단, $n\neq0$) ← 근호 밖의 수끼리, 근호 안의 수끼리 나눈다.

풍쌤의 오개념 체크

$3\sqrt{5}\times2=3\sqrt{10}$ $\qquad$ $3\sqrt{5}\times2=6\sqrt{5}$

개념 02 근호가 있는 식의 변형

(1) 근호 안의 제곱인 인수는 근호 밖으로 꺼내어 나타낼 수 있다.

$a>0$, $b>0$일 때

① $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ $\qquad$ ② $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$

근호 밖으로
$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$
근호 안으로

근호 밖으로
$\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$
근호 안으로

> 참고 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 일반적으로 근호 안의 수는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.

(2) 근호 밖의 양수는 제곱하여 근호 안으로 넣어 나타낼 수 있다.

$a>0$, $b>0$일 때

① $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$ $\qquad$ ② $\dfrac{\sqrt{b}}{a}=\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}$

> 주의 근호 안으로 수를 넣을 때, 음의 부호는 근호 안으로 넣을 수 없다.

풍쌤의 오개념 체크

$-2\sqrt{2}=\sqrt{2\times(-2)^2}=\sqrt{8}$ $\qquad$ $-2\sqrt{2}=-\sqrt{2\times2^2}=-\sqrt{8}$

개념 03 분모의 유리화

(1) **분모의 유리화:** 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

(2) **분모를 유리화하는 방법:** $a>0$이고 a, b가 유리수일 때

① $\dfrac{b}{\sqrt{a}}=\dfrac{b\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\dfrac{b\sqrt{a}}{a}$ $\qquad$ ② $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{a}$ (단, $b>0$)

풍쌤의 오개념 체크

$\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{5}}{7}$ $\qquad$ $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{35}}{7}$

개념으로 연습하기

01 제곱근의 곱셈과 나눗셈

[0241~0244] 다음을 계산하시오.

0241 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ $\sqrt{6}$

0242 $\sqrt{30}\times\sqrt{\frac{1}{6}}$ $\sqrt{5}$

0243 $2\sqrt{3}\times3\sqrt{5}$ $6\sqrt{15}$

0244 $4\sqrt{3}\times(-\sqrt{7})$ $-4\sqrt{21}$

[0245~0248] 다음을 계산하시오.

0245 $\sqrt{12}\div\sqrt{4}$ $\sqrt{3}$

0246 $\sqrt{24}\div(-\sqrt{8})$ $-\sqrt{3}$

0247 $15\sqrt{14}\div5\sqrt{7}$ $3\sqrt{2}$

0248 $(-4\sqrt{6})\div2\sqrt{3}$ $-2\sqrt{2}$

02 근호가 있는 식의 변형

[0249~0251] 다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣으시오.

0249 $\sqrt{12}=\sqrt{\boxed{2}^2\times3}=\boxed{2}\sqrt{3}$

0250 $\sqrt{\frac{5}{49}}=\sqrt{\frac{5}{\boxed{7}^2}}=\frac{\sqrt{5}}{\boxed{7}}$

0251 $-\sqrt{28}=-\sqrt{\boxed{2}^2\times7}=-\boxed{2}\sqrt{7}$

[0252~0255] 다음 수를 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내시오.
(단, a는 유리수이고 b는 가장 작은 자연수이다.)

0252 $\sqrt{32}$ $4\sqrt{2}$

0253 $-\sqrt{75}$ $-5\sqrt{3}$

0254 $\sqrt{\frac{13}{16}}$ $\frac{\sqrt{13}}{4}$

0255 $-\sqrt{\frac{6}{25}}$ $-\frac{\sqrt{6}}{5}$

[0256~0259] 다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣으시오.

0256 $3\sqrt{7}=\sqrt{\boxed{3}^2\times7}=\sqrt{\boxed{63}}$

0257 $\frac{\sqrt{2}}{5}=\sqrt{\frac{2}{\boxed{5}^2}}=\sqrt{\frac{\boxed{2}}{\boxed{25}}}$

0258 $\frac{3\sqrt{5}}{4}=\sqrt{\frac{\boxed{3}^2\times5}{\boxed{4}^2}}=\sqrt{\frac{\boxed{45}}{\boxed{16}}}$

0259 $-4\sqrt{3}=-\sqrt{\boxed{4}^2\times3}=-\sqrt{\boxed{48}}$

[0260~0263] 다음 수를 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내시오.

0260 $3\sqrt{3}$ $\sqrt{27}$

0261 $-5\sqrt{2}$ $-\sqrt{50}$

0262 $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ $-\sqrt{\frac{3}{25}}$

0263 $\frac{\sqrt{11}}{3}$ $\sqrt{\frac{11}{9}}$

03 분모의 유리화

[0264~0265] 다음은 분모를 유리화하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0264 $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\boxed{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}\times\boxed{\sqrt{3}}}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

0265 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\boxed{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}\times\boxed{\sqrt{5}}}=\boxed{\frac{\sqrt{15}}{5}}$

[0266~0271] 다음 수의 분모를 유리화하시오.

0266 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

0267 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$ $\frac{\sqrt{14}}{7}$

0268 $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$ $\frac{\sqrt{42}}{14}$

0269 $\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{10}}{6}$

0270 $\frac{8}{\sqrt{11}}$ $\frac{8\sqrt{11}}{11}$

0271 $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$ $\frac{2\sqrt{39}}{13}$

유형으로 도전하기

유형 027 제곱근의 곱셈
개념 01

$a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때
$m\sqrt{a}\times n\sqrt{b}=mn\sqrt{ab}$

풍쌤의 Point $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{abc}$

0272
다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{3}\times\sqrt{13}=\sqrt{39}$
② $\sqrt{5}\times(-\sqrt{11})=-\sqrt{55}$
✓③ $4\times3\sqrt{7}=7\sqrt{7}$
④ $2\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=6\sqrt{6}$
⑤ $\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{\frac{2}{9}}=\sqrt{\frac{1}{6}}$

③ $4\times3\sqrt{7}=4\times3\times\sqrt{7}=12\sqrt{7}$

0273
$\sqrt{7}\times2\sqrt{2}=a\sqrt{14}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}\times\sqrt{\frac{15}{2}}=\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?

✓① 4 ② 7 ③ 10
④ 13 ⑤ 16

$\sqrt{7}\times2\sqrt{2}=2\times\sqrt{7\times2}=2\sqrt{14}$ $\quad\therefore a=2$
$\sqrt{\frac{4}{5}}\times\sqrt{\frac{15}{2}}=\sqrt{\frac{4}{5}\times\frac{15}{2}}=\sqrt{6}$ $\quad\therefore b=6$
$\therefore b-a=6-2=4$

0274
$3\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{10}{3}}\times\left(-2\sqrt{\frac{7}{5}}\right)=-6\sqrt{a}$일 때, 유리수 a의 값을 구하시오. 14

$3\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{10}{3}}\times\left(-2\sqrt{\frac{7}{5}}\right)=3\times1\times(-2)\times\sqrt{3\times\frac{10}{3}\times\frac{7}{5}}$
$=-6\sqrt{14}$
$\therefore a=14$

0275
$\sqrt{33}\times\left(-2\sqrt{\frac{3}{7}}\right)\times\left(-\sqrt{\frac{35}{9}}\right)$를 계산하시오. $2\sqrt{55}$

$\sqrt{33}\times\left(-2\sqrt{\frac{3}{7}}\right)\times\left(-\sqrt{\frac{35}{9}}\right)$
$=1\times(-2)\times(-1)\times\sqrt{33\times\frac{3}{7}\times\frac{35}{9}}$
$=2\sqrt{55}$

유형 028 제곱근의 나눗셈
개념 01

$a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때
$m\sqrt{a}\div n\sqrt{b}=\frac{m}{n}\sqrt{\frac{a}{b}}$ (단, $n\neq0$)

풍쌤의 Point $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{a}\times\frac{1}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$와 같이 분수의 나눗셈은 나누는 수의 역수의 곱셈으로 바꾸어서 계산하면 편리해.

0276
다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{6}\div\sqrt{9}=\sqrt{\frac{2}{3}}$
② $\sqrt{20}\div(-\sqrt{4})=-\sqrt{5}$
✓③ $2\sqrt{35}\div2\sqrt{5}=2\sqrt{7}$
④ $3\sqrt{10}\div\sqrt{5}=3\sqrt{2}$
⑤ $7\sqrt{6}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{35}\div2\sqrt{5}=2\sqrt{35}\times\frac{1}{2\sqrt{5}}=2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{\frac{35}{5}}=\sqrt{7}$

0277
$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}\div\left(-\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{26}}\right)=-\sqrt{a}$일 때, 유리수 a의 값을 구하시오. $\frac{2}{3}$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}\div\left(-\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{26}}\right)=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}\times\left(-\frac{\sqrt{26}}{\sqrt{15}}\right)=\sqrt{\frac{5}{13}}\times\left(-\sqrt{\frac{26}{15}}\right)$
$=-\sqrt{\frac{5}{13}\times\frac{26}{15}}=-\sqrt{\frac{2}{3}}$
$\therefore a=\frac{2}{3}$

0278
$\sqrt{3}\div\frac{1}{\sqrt{a}}=\sqrt{21}$일 때, 유리수 a의 값은?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{1}{\sqrt{7}}$ ③ 1
④ $\sqrt{7}$ ✓⑤ 7

$\sqrt{3}\div\frac{1}{\sqrt{a}}=\sqrt{3}\times\sqrt{a}=\sqrt{3a}$
이때 $\sqrt{3a}=\sqrt{21}$이므로 $3a=21$
$\therefore a=7$

0279
$2\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{6}\div\frac{1}{\sqrt{10}}=12\sqrt{a}$일 때, 유리수 a의 값을 구하시오. 15

$2\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{6}\div\frac{1}{\sqrt{10}}=2\sqrt{3}\times\frac{6}{\sqrt{2}}\times\sqrt{10}$
$=2\times6\times1\times\sqrt{3\times\frac{1}{2}\times10}=12\sqrt{15}$
$\therefore a=15$

중요 개념 02

유형 029 근호가 있는 식의 변형 (1) - $\sqrt{a^2b}$

(1) 근호 안의 제곱인 인수는 근호 밖으로 꺼내어 나타낼 수 있다.
➡ $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$
(2) 근호 밖의 양수는 제곱하여 근호 안으로 넣어 나타낼 수 있다.
➡ $a>0$, $b>0$일 때, $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

0280

다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{20}=5\sqrt{2}$　✓② $4\sqrt{2}=\sqrt{32}$
③ $-5\sqrt{3}=\sqrt{75}$　④ $-\sqrt{60}=-10\sqrt{6}$
⑤ $\sqrt{80}=8\sqrt{10}$

① $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$　③ $-5\sqrt{3}=-\sqrt{5^2\times3}=-\sqrt{75}$
④ $-\sqrt{60}=-\sqrt{2^2\times15}=-2\sqrt{15}$　⑤ $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$

0281

다음 □ 안에 들어갈 수 중 그 값이 가장 작은 것은?

① $-\sqrt{24}=-2\sqrt{\square}$　② $-\sqrt{18}=-\square\sqrt{2}$
✓③ $\sqrt{40}=\square\sqrt{10}$　④ $\sqrt{44}=2\sqrt{\square}$
⑤ $\sqrt{84}=2\sqrt{\square}$

① $-\sqrt{24}=-\sqrt{2^2\times6}=-2\sqrt{\boxed{6}}$
② $-\sqrt{18}=-\sqrt{3^2\times2}=-\boxed{3}\sqrt{2}$
③ $\sqrt{40}=\sqrt{2^2\times10}=\boxed{2}\sqrt{10}$
④ $\sqrt{44}=\sqrt{2^2\times11}=2\sqrt{\boxed{11}}$
⑤ $\sqrt{84}=\sqrt{2^2\times21}=2\sqrt{\boxed{21}}$

0282

$\sqrt{63}=a\sqrt{7}$, $7\sqrt{3}=\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

✓① 150　② 151　③ 152
④ 153　⑤ 154

$\sqrt{63}=\sqrt{3^2\times7}=3\sqrt{7}$　$\therefore a=3$
$7\sqrt{3}=\sqrt{7^2\times3}=\sqrt{147}$　$\therefore b=147$
$\therefore a+b=3+147=150$

0283

$5\sqrt{7}=\sqrt{3a+10^2}$일 때, 자연수 a의 값을 구하시오. 25

$5\sqrt{7}=\sqrt{5^2\times7}=\sqrt{25\times7}=\sqrt{175}$
이때 $\sqrt{175}=\sqrt{3a+10^2}$이므로 $175=3a+100$
$3a=75$　$\therefore a=25$

개념 02

유형 030 근호가 있는 식의 변형 (2) - $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}$

(1) 근호 안의 제곱인 인수는 근호 밖으로 꺼내어 나타낼 수 있다.
➡ $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$
(2) 근호 밖의 양수는 제곱하여 근호 안으로 넣어 나타낼 수 있다.
➡ $a>0$, $b>0$일 때, $\dfrac{\sqrt{b}}{a}=\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}$

풍쌤의 Point 근호 안의 수가 소수일 때는 소수를 분수로 바꾸어 식을 변형하면 돼.

0284

$\sqrt{\dfrac{2}{25}}=k\sqrt{2}$일 때, 유리수 k의 값은?

① $\dfrac{1}{10}$　✓② $\dfrac{1}{5}$　③ $\dfrac{3}{10}$
④ $\dfrac{3}{5}$　⑤ $\dfrac{7}{10}$

$\sqrt{\dfrac{2}{25}}=\sqrt{\dfrac{2}{5^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$
$\therefore k=\dfrac{1}{5}$

0285

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기
ㄱ. $\sqrt{\dfrac{11}{4}}=\dfrac{11}{2}$　ㄴ. $\sqrt{\dfrac{7}{16}}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$
ㄷ. $-\sqrt{\dfrac{9}{12}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　ㄹ. $\sqrt{0.03}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}$

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄷ
✓④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

ㄱ. $\sqrt{\dfrac{11}{4}}=\sqrt{\dfrac{11}{2^2}}=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$
ㄷ. $-\sqrt{\dfrac{9}{12}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{2^2}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

0286

$\sqrt{\dfrac{51}{243}}=\dfrac{\sqrt{a}}{9}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{11}=\sqrt{\dfrac{3}{b}}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 138

$\sqrt{\dfrac{51}{243}}=\sqrt{\dfrac{17}{81}}=\sqrt{\dfrac{17}{9^2}}=\dfrac{\sqrt{17}}{9}$　$\therefore a=17$
$\dfrac{\sqrt{3}}{11}=\sqrt{\dfrac{3}{11^2}}=\sqrt{\dfrac{3}{121}}$　$\therefore b=121$
$\therefore a+b=17+121=138$

유형으로 도전하기

개념 02

유형 031 제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기

제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값은 근호 안의 수를 제곱근표 안에 있는 수로 바꾸어 구한다.

(1) 근호 안의 수가 100보다 큰 수일 때,

$\sqrt{100a}=\sqrt{10^2\times a}=10\sqrt{a}$,

$\sqrt{10000a}=\sqrt{100^2\times a}=100\sqrt{a}$, … 임을 이용한다.

(2) 근호 안의 수가 0과 1 사이의 수일 때,

$\sqrt{\frac{a}{100}}=\sqrt{\frac{a}{10^2}}=\frac{\sqrt{a}}{10}$,

$\sqrt{\frac{a}{10000}}=\sqrt{\frac{a}{100^2}}=\frac{\sqrt{a}}{100}$, … 임을 이용한다.

0287

다음은 $\sqrt{6}=2.449$임을 이용하여 $\sqrt{600}$의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 구하시오.

$600=\sqrt{\boxed{10}^2\times 6}=\boxed{10}\sqrt{6}$

$=\boxed{10}\times 2.449=\boxed{24.49}$

0288

다음 중 $\sqrt{2}=1.414$임을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{0.002}$ ② $\sqrt{0.02}$ ③ $\sqrt{200}$

④ $\sqrt{2000}$ ⑤ $\sqrt{20000}$

② $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{1.414}{10}=0.1414$

③ $\sqrt{200}=\sqrt{100\times 2}=10\sqrt{2}=10\times 1.414=14.14$

⑤ $\sqrt{20000}=\sqrt{10000\times 2}=100\sqrt{2}=100\times 1.414=141.4$

0289

$\sqrt{6.12}=2.474$, $\sqrt{61.2}=7.823$일 때, $\sqrt{6120}+\sqrt{612}$의 값을 구하시오. 102.97

$\sqrt{6120}=\sqrt{100\times 61.2}=\sqrt{10^2\times 61.2}=10\sqrt{61.2}=10\times 7.823=78.23$

$\sqrt{612}=\sqrt{100\times 6.12}=\sqrt{10^2\times 6.12}=10\sqrt{6.12}=10\times 2.474=24.74$

$\therefore \sqrt{6120}+\sqrt{612}=78.23+24.74=102.97$

0290

다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{3450}$의 값을 구하시오. 58.74

수	4	5	6	7	8
32	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727
33	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814
34	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899

$\sqrt{34.5}=5.874$이므로

$\sqrt{3450}=\sqrt{100\times 34.5}=10\sqrt{34.5}=10\times 5.874=58.74$

개념 02

유형 032 문자를 이용한 제곱근의 표현

제곱근은 문자를 이용하여 다음의 순서로 나타낸다.

❶ 근호 안의 수를 소인수분해한다.

❷ 근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 근호 밖으로 꺼내고 나머지 인수는 근호를 분리한다.

❸ 주어진 문자를 이용하여 나타낸다.

0291

$\sqrt{2}=a$, $\sqrt{5}=b$일 때, $\sqrt{90}$을 a, b를 이용하여 나타내면?

① $3ab$ ② $3a^2b$ ③ $3ab^2$

④ $3a^2b^2$ ⑤ $3a^4b^2$

$\sqrt{90}=\sqrt{3^2\times 2\times 5}=3\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}=3ab$

0292

$\sqrt{3}=a$일 때, $\sqrt{0.12}$를 a를 이용하여 나타내면?

① $\frac{a}{2}$ ② $\frac{a}{3}$ ③ $\frac{a}{4}$

④ $\frac{a}{5}$ ⑤ $\frac{a}{6}$

$\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{3}{25}}=\sqrt{\frac{3}{5^2}}=\frac{\sqrt{3}}{5}=\frac{a}{5}$

0293

$\sqrt{7}=a$, $\sqrt{70}=b$일 때, $\sqrt{700}+\sqrt{0.7}$을 a, b를 이용하여 나타내면?

① $10a+10b$ ② $10a+\frac{b}{10}$ ③ $\frac{a}{10}+10b$

④ $\frac{a}{10}+\frac{b}{10}$ ⑤ $10a+\frac{10}{b}$

$\sqrt{700}=\sqrt{100\times 7}=10\sqrt{7}=10a$

$\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\sqrt{\frac{70}{10^2}}=\frac{\sqrt{70}}{10}=\frac{b}{10}$

$\therefore \sqrt{700}+\sqrt{0.7}=10a+\frac{b}{10}$

개념 03

중요 유형 033 분모의 유리화

$a>0$이고 a, b, c가 유리수일 때

(1) $\frac{1}{\sqrt{a}}=\frac{1\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{a}$

(2) $\frac{b}{\sqrt{a}}=\frac{b\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{b\sqrt{a}}{a}$

(3) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{ab}}{a}$ (단, $b>0$)

(4) $\frac{c}{b\sqrt{a}}=\frac{c\times\sqrt{a}}{b\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{c\sqrt{a}}{ab}$ (단, $b\neq0$)

0294

다음 중 분모를 유리화한 것으로 옳은 것은?

① $\frac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$　　② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　④ $\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

√⑤ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

① $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$　　② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$　　④ $\frac{5}{\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$

0295

$\frac{a}{\sqrt{50}}$의 분모를 유리화하면 $\frac{7\sqrt{2}}{5}$일 때, 유리수 a의 값은?

① 8　　② 9　　③ 12

√④ 14　　⑤ 16

$\frac{a}{\sqrt{50}}=\frac{a}{5\sqrt{2}}=\frac{a\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{10}$

이때 $\frac{a\sqrt{2}}{10}=\frac{7\sqrt{2}}{5}$이므로 $\frac{a}{10}=\frac{7}{5}$

$5a=70$　　$\therefore a=14$

0296

다음 수를 큰 것부터 차례대로 나열할 때, 두 번째에 오는 수를 구하시오. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}},\quad \frac{\sqrt{3}}{2},\quad \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3^2\times2}}{2}=\frac{\sqrt{18}}{2}$

이때 $\sqrt{3}<\sqrt{6}<\sqrt{18}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{\sqrt{6}}{2}<\frac{\sqrt{18}}{2}$

즉 큰 것부터 차례대로 나열하면 $\frac{3}{\sqrt{2}}$, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$이다.

개념 03

유형 034 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

제곱근의 곱셈과 나눗셈이 혼합된 식은 다음의 순서로 계산한다.

❶ 근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 근호 밖으로 꺼낸다.

❷ 나눗셈은 나누는 수의 역수의 곱셈으로 바꾸고 앞에서부터 차례대로 계산한다.

❸ 계산 결과의 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

0297

$4\sqrt{3}\div2\sqrt{2}\times\sqrt{5}$를 계산하면?

① $3\sqrt{2}$　　② $\sqrt{21}$　　③ $2\sqrt{6}$

④ $3\sqrt{3}$　　√⑤ $\sqrt{30}$

$4\sqrt{3}\div2\sqrt{2}\times\sqrt{5}=4\sqrt{3}\times\frac{1}{2\sqrt{2}}\times\sqrt{5}=\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{15}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{30}}{2}=\sqrt{30}$

0298

$\sqrt{30}\times\sqrt{18}\div\sqrt{90}=\sqrt{k}$일 때, 유리수 k의 값을 구하시오. 6

$\sqrt{30}\times\sqrt{18}\div\sqrt{90}=\sqrt{30}\times3\sqrt{2}\times\frac{1}{3\sqrt{10}}=\sqrt{6}$

$\therefore k=6$

0299

다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\div\frac{1}{\sqrt{6}}=1$

② $\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\div\frac{1}{\sqrt{8}}=2\sqrt{3}$

√③ $2\sqrt{3}\div\sqrt{6}\times\sqrt{21}=2\sqrt{42}$

④ $\frac{1}{\sqrt{15}}\times\frac{1}{\sqrt{10}}\div\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{15}$

⑤ $\sqrt{8}\div\sqrt{18}\times\sqrt{6}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

③ $2\sqrt{3}\div\sqrt{6}\times\sqrt{21}=2\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{21}=\frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{21}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{42}}{2}=\sqrt{42}$

0300

$\sqrt{45}\times\sqrt{12}\div\sqrt{20}=a\sqrt{3}$일 때, 유리수 a의 값을 구하시오. 3

$\sqrt{45}\times\sqrt{12}\div\sqrt{20}=3\sqrt{5}\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2\sqrt{5}}=3\sqrt{3}$

$\therefore a=3$

0301

$A=\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{5}}\div\dfrac{4}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$일 때, $\sqrt{6}A$의 값은?

✓① 6　② 12　③ 18
④ 24　⑤ 30

$A=\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{5}}\div\dfrac{4}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

$\therefore \sqrt{6}A=\sqrt{6}\times\sqrt{6}=6$

0302

$A=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{1}{\sqrt{7}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$, $B=\sqrt{18}\times\sqrt{\dfrac{5}{2}}\div\sqrt{15}$일 때, AB의 값을 구하시오. **2**

$A=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{1}{\sqrt{7}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\sqrt{7}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$B=\sqrt{18}\times\sqrt{\dfrac{5}{2}}\div\sqrt{15}=3\sqrt{2}\times\sqrt{\dfrac{5}{2}}\times\dfrac{1}{\sqrt{15}}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

$\therefore AB=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=2$

0303

$2\sqrt{14}\div\sqrt{20}\div\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=a\sqrt{7}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\times\sqrt{42}\div\sqrt{35}=b\sqrt{5}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. $\mathbf{\frac{7}{10}}$

$2\sqrt{14}\div\sqrt{20}\div\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{14}\times\dfrac{1}{2\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{28}}{5}=\dfrac{2\sqrt{7}}{5}$

$\therefore a=\dfrac{2}{5}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\times\sqrt{42}\div\sqrt{35}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\times\sqrt{42}\times\dfrac{1}{\sqrt{35}}=\dfrac{3}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$

$\therefore b=\dfrac{3}{10}$

$\therefore a+b=\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{10}=\dfrac{7}{10}$

0304

$\dfrac{3}{\sqrt{3}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{2}=\sqrt{a}\div\dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{6}}$을 만족시키는 유리수 a의 값은?

① 10　② 12　③ 15
✓④ 21　⑤ 27

$\dfrac{3}{\sqrt{3}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{2}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}\times\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{6}{3\sqrt{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

이때 $\sqrt{2}=\sqrt{a}\div\dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{6}}$이므로

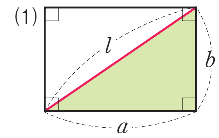
$\sqrt{a}=\sqrt{2}\times\dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\sqrt{21}$

$\therefore a=21$

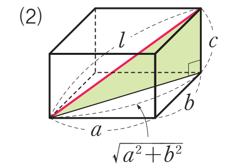
개념 03

유형 035 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 활용 (1) - 대각선의 길이

직사각형과 직육면체의 대각선의 길이 l은 다음과 같이 피타고라스 정리를 이용하여 구한다.

(1)


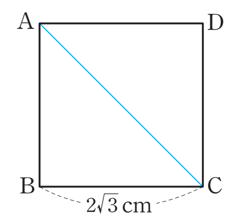
$\Rightarrow l=\sqrt{a^2+b^2}$

(2)


$\Rightarrow l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

0305

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm인 정사각형 ABCD의 대각선의 길이는?



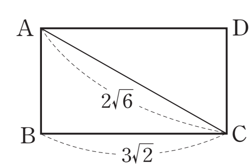
① $\sqrt{6}$ cm　② $2\sqrt{2}$ cm
③ $2\sqrt{3}$ cm　✓④ $2\sqrt{6}$ cm
⑤ $3\sqrt{2}$ cm

그림에서 구하는 정사각형의 대각선의 길이는

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}$
$=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm)

0306

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $3\sqrt{2}$인 직사각형 ABCD의 대각선 AC의 길이가 $2\sqrt{6}$일 때, □ABCD의 세로의 길이는?



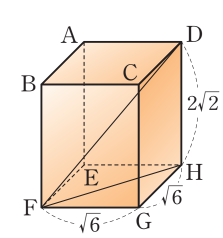
✓① $\sqrt{6}$　② $2\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{5}$
④ $3\sqrt{3}$　⑤ $3\sqrt{6}$

직사각형의 세로의 길이는

$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$

0307

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 모두 $\sqrt{6}$이고, 높이가 $2\sqrt{2}$인 직육면체에서 다음 선분의 길이를 구하시오.



(1) $\overline{FH}$ $2\sqrt{3}$

(2) $\overline{FD}$ $2\sqrt{5}$

(1) 직각삼각형 FGH에서

$\overline{FH}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(2) 직각삼각형 DFH에서

$\overline{FD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

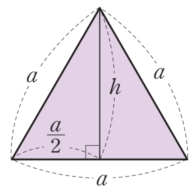
개념 03

유형 036 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 활용 (2) - 정삼각형의 높이와 넓이

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이를 h, 넓이를 S라고 하면

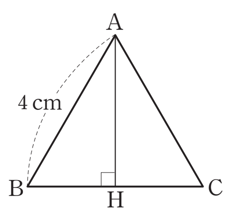
(1) $h=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

(2) $S=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



0308

한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형 ABC의 높이 $\overline{AH}$의 길이는?



① $\sqrt{2}$ cm　② $\sqrt{3}$ cm　③ 2 cm　④ $2\sqrt{2}$ cm　⑤ $2\sqrt{3}$ cm

정삼각형 ABC에서

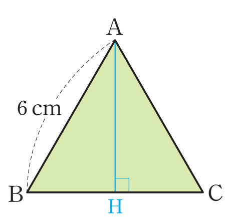
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4=2$ (cm)

따라서 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ (cm)

0309

한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형 ABC의 넓이는?



① $6\sqrt{2}$ cm^2　② $9\sqrt{2}$ cm^2　③ $6\sqrt{3}$ cm^2　④ $9\sqrt{3}$ cm^2　⑤ $6\sqrt{6}$ cm^2

그림과 같이 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

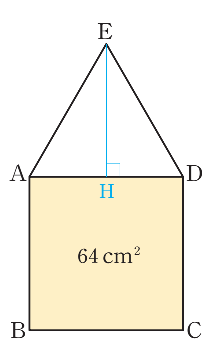
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm)

직각삼각형 ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm)

따라서 구하는 정삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ (cm^2)

0310

오른쪽 그림과 같이 넓이가 64 cm^{2}인 정사각형 ABCD의 변 AD를 한 변으로 하는 정삼각형 EAD의 높이는?



① $2\sqrt{3}$ cm　② $3\sqrt{2}$ cm　③ $3\sqrt{3}$ cm　④ $4\sqrt{2}$ cm　⑤ $4\sqrt{3}$ cm

정사각형 ABCD의 넓이가 64 cm^{2}이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{64}$ cm, 즉 8 cm이다.

$\therefore \overline{AD}=8$ cm

그림과 같이 정삼각형 EAD의 꼭짓점 E에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)

따라서 직각삼각형 EAH에서 $\overline{EH}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ (cm)

개념 03

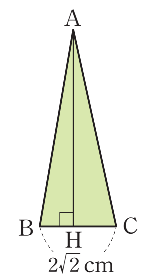
유형 037 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 활용 (3) - 여러 가지 도형

(1) 변 또는 모서리의 길이가 무리수인 경우 넓이, 부피를 구하는 공식을 이용하여 식을 세운다.

(2) 계산 결과의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때에는 분모를 유리화한다.

0311

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 길이가 $2\sqrt{2}$ cm인 삼각형 ABC의 넓이가 $6\sqrt{3}$ cm^{2}일 때, $\overline{AH}$의 길이는?



① $2\sqrt{2}$ cm　② $3\sqrt{2}$ cm　③ $\sqrt{6}$ cm　④ $2\sqrt{6}$ cm　⑤ $3\sqrt{6}$ cm

$\overline{AH}=x$ cm라고 하면 삼각형 ABC의 넓이는

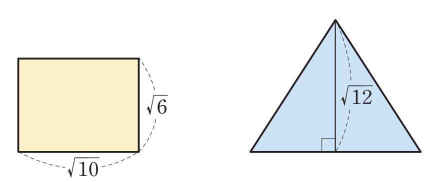
$\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times x=\sqrt{2}x$ (cm^2)

이때 삼각형 ABC의 넓이가 $6\sqrt{3}$ cm^{2}이므로 $\sqrt{2}x=6\sqrt{3}$

$\therefore x=\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{6}$

0312

다음 그림의 직사각형과 삼각형의 넓이가 같을 때, 삼각형의 밑변의 길이는?



① $2\sqrt{3}$　② $4\sqrt{2}$　③ $4\sqrt{3}$　④ $2\sqrt{5}$　⑤ $3\sqrt{5}$

직사각형의 넓이는 $\sqrt{10}\times\sqrt{6}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

삼각형의 밑변의 길이를 x cm라고 하면 삼각형의 넓이는

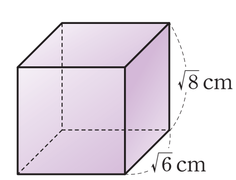
$\frac{1}{2}\times x\times\sqrt{12}=\frac{1}{2}\times x\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}x$

이때 직사각형과 삼각형의 넓이가 같으므로 $\sqrt{3}x=2\sqrt{15}$

$\therefore x=\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{5}$

0313

오른쪽 그림과 같이 세로의 길이가 $\sqrt{6}$ cm, 높이가 $\sqrt{8}$ cm인 직육면체의 부피가 $8\sqrt{6}$ cm^{3}일 때, 이 직육면체의 가로의 길이를 구하시오.



$2\sqrt{2}$ cm

직육면체의 가로의 길이를 x cm라고 하면 직육면체의 부피는

$\sqrt{6}\times\sqrt{8}\times x=\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\times x=4\sqrt{3}x$ (cm^3)

이때 직육면체의 부피가 $8\sqrt{6}$ cm^{3}이므로 $4\sqrt{3}x=8\sqrt{6}$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{6}}{4\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

배운내용 점검하기

0314

$\sqrt{30}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\times2\sqrt{\frac{1}{10}}$을 계산하면?

✓① $-2\sqrt{5}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{15}$
④ $-\sqrt{5}$ ⑤ $-\sqrt{3}$

$\sqrt{30}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\times2\sqrt{\frac{1}{10}}=1\times(-1)\times2\times\sqrt{30\times\frac{5}{3}\times\frac{1}{10}}$
$=-2\sqrt{5}$

0315

$\frac{\sqrt{51}}{\sqrt{7}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{14}}=\sqrt{a}$일 때, 유리수 a의 값을 구하시오. 34

$\frac{\sqrt{51}}{\sqrt{7}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{51}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{51}{7}\times\frac{14}{3}}=\sqrt{34}$
$\therefore a=34$

0316

$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}=\sqrt{42}$일 때, 유리수 a의 값은?

① 12 ② 13 ③ 14
✓④ 15 ⑤ 16

$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{28}{5}\times\frac{a}{2}}=\sqrt{\frac{14a}{5}}$
이때 $\sqrt{\frac{14a}{5}}=\sqrt{42}$이므로 $\frac{14a}{5}=42$
$\therefore a=15$

0317

다음 □ 안에 들어갈 수 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $\sqrt{45}=\square\sqrt{5}$ ✓② $\sqrt{52}=2\sqrt{\square}$
③ $\sqrt{72}=\square\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{98}=\square\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{108}=6\sqrt{\square}$

① $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=\boxed{3}\sqrt{5}$
② $\sqrt{52}=\sqrt{2^2\times13}=2\sqrt{\boxed{13}}$
③ $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=\boxed{6}\sqrt{2}$
④ $\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=\boxed{7}\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{\boxed{3}}$

0318

$3\sqrt{11}=\sqrt{a}$, $b\sqrt{2}=\sqrt{162}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$의 값은?

① 7 ② 9 ✓③ 11
④ 13 ⑤ 15

$3\sqrt{11}=\sqrt{3^2\times11}=\sqrt{99}$ $\therefore a=99$
$\sqrt{162}=\sqrt{9^2\times2}=9\sqrt{2}$ $\therefore b=9$
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{99}{9}=11$

0319

$\sqrt{3.63}=\frac{b\sqrt{3}}{a}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, a와 b는 서로소이다.)

① 15 ② 18 ✓③ 21
④ 24 ⑤ 27

$\sqrt{3.63}=\sqrt{\frac{363}{100}}=\sqrt{\frac{11^2\times3}{10^2}}=\frac{11\sqrt{3}}{10}$
$\therefore a=10,\ b=11$
$\therefore a+b=10+11=21$

0320

$\sqrt{7}=2.646$일 때, $\sqrt{a}=26.46$을 만족시키는 유리수 a의 값을 구하시오. 700

$26.46=2.646\times10=\sqrt{7}\times10=\sqrt{7\times10^2}=\sqrt{700}$
$\therefore a=700$

0321

$\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{30}=5.477$일 때, $\sqrt{300}+\sqrt{0.3}$의 값을 구하시오. 17.8677

$\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=10\sqrt{3}=10\times1.732=17.32$
$\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}=\frac{5.477}{10}=0.5477$
$\therefore \sqrt{300}+\sqrt{0.3}=17.32+0.5477=17.8677$

0322

$\sqrt{13}=a$일 때, $\sqrt{1.17}$을 a를 이용하여 나타내면?

① $\dfrac{a}{10}$ ② $\dfrac{a}{5}$ ✓③ $\dfrac{3a}{10}$

④ $\dfrac{2a}{5}$ ⑤ $\dfrac{a}{2}$

$\sqrt{1.17}=\sqrt{\dfrac{117}{100}}=\sqrt{\dfrac{13\times3^2}{10^2}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{10}=\dfrac{3a}{10}$

0323 풍쌤 PICK

다음 중 분모를 유리화한 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ ② $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

✓③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ ④ $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

✓⑤ $\dfrac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{30}}{18}$

③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{15}}{5}=\sqrt{15}$

⑤ $\dfrac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{30}}{18}=\dfrac{\sqrt{30}}{9}$

0324

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\sqrt{6}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}$을 계산하면?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

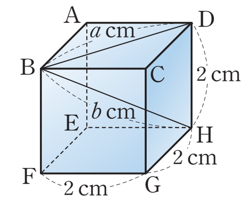
✓④ $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\sqrt{6}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{6}}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3}{2\sqrt{6}}$

$=\dfrac{3\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{12}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

0325

오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체에서 $\overline{\mathrm{BD}}=a$ cm, $\overline{\mathrm{BH}}=b$ cm일 때, ab의 값을 구하시오. $4\sqrt{6}$



직각삼각형 BCD에서

$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore a=2\sqrt{2}$

직각삼각형 BHD에서

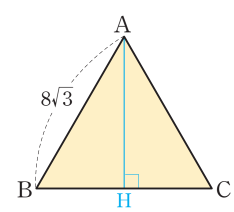
$\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore b=2\sqrt{3}$

$\therefore ab=2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{6}$

0326 풍쌤 PICK

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $8\sqrt{3}$인 정삼각형 ABC의 넓이는?



① $32\sqrt{2}$ ② $32\sqrt{3}$

③ 48 ④ $48\sqrt{2}$

✓⑤ $48\sqrt{3}$

그림과 같이 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{\mathrm{BH}}=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

직각삼각형 ABH에서

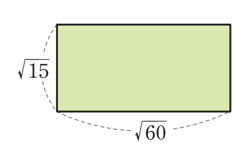
$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{(8\sqrt{3})^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{144}=12$

따라서 구하는 정삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times12=48\sqrt{3}$

0327

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $\sqrt{60}$, 세로의 길이가 $\sqrt{15}$인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는?



① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{5}$ ✓③ $\sqrt{30}$

④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

직사각형의 넓이는

$\sqrt{60}\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}\times\sqrt{15}=30$

정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 정사각형의 넓이는

$x\times x=x^2$

이때 직사각형과 정사각형의 넓이가 같으므로

$x^2=30 \quad \therefore x=\sqrt{30}\ (\because x>0)$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}$이다.

4 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

개념 01 제곱근의 덧셈과 뺄셈

제곱근의 덧셈과 뺄셈: 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산한다.

m, n이 유리수이고 $a>0$일 때

(1) $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(m+n)\sqrt{a}$ (2) $m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(m-n)\sqrt{a}$

> 참고 ① 근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 근호 밖으로 꺼낸 후 계산한다.
> ② 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한 후 계산한다.
> ③ 근호 안의 수가 다르면 더 이상 간단히 할 수 없다.

> 주의 서로 다른 두 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$이다.

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{\sqrt{3}+\sqrt{3}=\sqrt{6}}$ $\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

개념 02 분배법칙을 이용한 제곱근의 계산

(1) **분배법칙을 이용한 식의 계산:** 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})=\sqrt{a}\sqrt{b}+\sqrt{a}\sqrt{c}=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$

$\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{c})=\sqrt{a}\sqrt{b}-\sqrt{a}\sqrt{c}=\sqrt{ab}-\sqrt{ac}$

② $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{a}\sqrt{c}+\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{a}\sqrt{c}-\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{ac}-\sqrt{bc}$

(2) **분배법칙을 이용한 분모의 유리화:** 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{c}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times\sqrt{c}}{\sqrt{c}\times\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}}{c},\quad \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{c}}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\times\sqrt{c}}{\sqrt{c}\times\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}-\sqrt{bc}}{c}$$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})=\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ $\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})=\sqrt{2}\times\sqrt{3}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}$

개념 03 근호를 포함한 식의 혼합 계산

근호를 포함한 식의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식은 다음의 순서로 계산한다.

❶ 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
❷ 근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 근호 밖으로 꺼낸다.
❸ 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.
❹ 곱셈과 나눗셈을 계산한 후 덧셈과 뺄셈을 계산한다.

풍쌤의 오개념 체크

$\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\cancel{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=2\sqrt{6}$ $\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 22~23쪽

01 제곱근의 덧셈과 뺄셈

[0328~0334] 다음을 계산하시오.

0328 $2\sqrt{2}+\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$

0329 $4\sqrt{7}+3\sqrt{7}$ $7\sqrt{7}$

0330 $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ $3\sqrt{3}$

0331 $6\sqrt{2}-3\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$

0332 $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{5\sqrt{3}}{2}$ $-2\sqrt{3}$

0333 $7\sqrt{5}-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$ $2\sqrt{5}$

0334 $5\sqrt{6}+\sqrt{6}-8\sqrt{6}$ $-2\sqrt{6}$

[0335~0341] 다음을 계산하시오.

0335 $\sqrt{8}+\sqrt{32}$ $6\sqrt{2}$

0336 $\sqrt{10}+\sqrt{40}$ $3\sqrt{10}$

0337 $\sqrt{28}+\sqrt{63}$ $5\sqrt{7}$

0338 $\sqrt{27}-\sqrt{3}$ $2\sqrt{3}$

0339 $\sqrt{20}-\sqrt{125}$ $-3\sqrt{5}$

0340 $\sqrt{50}-\sqrt{8}+\sqrt{72}$ $9\sqrt{2}$

0341 $\sqrt{44}+\sqrt{99}-\sqrt{11}$ $4\sqrt{11}$

02 분배법칙을 이용한 제곱근의 계산

[0342~0345] 다음을 계산하시오.

0342 $\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})$ $\sqrt{6}+\sqrt{10}$

0343 $(\sqrt{3}-\sqrt{5})\sqrt{7}$ $\sqrt{21}-\sqrt{35}$

0344 $(2\sqrt{5}+\sqrt{2})\sqrt{2}$ $2\sqrt{10}+2$

0345 $\sqrt{3}(\sqrt{15}-\sqrt{6})$ $3\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

[0346~0351] 다음 수의 분모를 유리화하시오.

0346 $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$

0347 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{15}}{3}$

0348 $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ $\frac{2\sqrt{7}+\sqrt{21}}{7}$

0349 $\frac{\sqrt{10}-3}{\sqrt{5}}$ $\frac{5\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{5}$

0350 $\frac{4+3\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ $\frac{4\sqrt{2}+3\sqrt{14}}{2}$

0351 $\frac{\sqrt{15}-3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ $\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{10}}{5}$

03 근호를 포함한 식의 혼합 계산

[0352~0355] 다음을 계산하시오.

0352 $\sqrt{2}\times\sqrt{7}+\sqrt{14}$ $2\sqrt{14}$

0353 $3\sqrt{10}-\sqrt{2}\times\sqrt{5}$ $2\sqrt{10}$

0354 $\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{3}$ $3\sqrt{2}+\sqrt{3}$

0355 $\frac{15-5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}+2\sqrt{10}$ $3\sqrt{5}+\sqrt{10}$

유형으로 도전하기

개념 01

유형 038 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (1)

근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산한다.

풍쌤의 Point l, m, n이 유리수이고 $a>0$일 때
$l\sqrt{a}+m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(l+m+n)\sqrt{a}$,
$l\sqrt{a}-m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(l-m-n)\sqrt{a}$

0356

다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{7}$
② $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{6}$
③ $\sqrt{3}-\sqrt{2}=1$
✓④ $\sqrt{7}-4\sqrt{7}=-3\sqrt{7}$
⑤ $3+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

① $\sqrt{2}+\sqrt{5}$는 더 이상 간단히 할 수 없다.
② $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=(2+3)\sqrt{3}=5\sqrt{3}$
③ $\sqrt{3}-\sqrt{2}$는 더 이상 간단히 할 수 없다.
⑤ $3+\sqrt{3}$은 더 이상 간단히 할 수 없다.

0357

$\sqrt{6}-5\sqrt{6}+9\sqrt{6}-3\sqrt{6}$을 계산하시오. $2\sqrt{6}$

$\sqrt{6}-5\sqrt{6}+9\sqrt{6}-3\sqrt{6}=(1-5+9-3)\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

0358

$3\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{5}+2\sqrt{5}=a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 5

$3\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(3-1)\sqrt{2}+(1+2)\sqrt{5}$
$=2\sqrt{2}+3\sqrt{5}$
$\therefore a=2, b=3$
$\therefore a+b=2+3=5$

0359

$A=2\sqrt{3}-\sqrt{3}$, $B=4\sqrt{7}-5\sqrt{7}$일 때, AB의 값은?

✓① $-\sqrt{21}$
② $-\sqrt{7}$
③ $\sqrt{7}$
④ $\sqrt{21}$
⑤ 21

$A=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=(2-1)\sqrt{3}=\sqrt{3}$
$B=4\sqrt{7}-5\sqrt{7}=(4-5)\sqrt{7}=-\sqrt{7}$
$\therefore AB=\sqrt{3}\times(-\sqrt{7})=-\sqrt{21}$

개념 01

유형 039 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (2) - $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ 이용하기

근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 다음의 순서로 계산한다.
❶ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ $(a>0,\ b>0)$임을 이용하여 근호 안을 가장 작은 자연수로 만든다.
❷ 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산한다.

0360

$\sqrt{75}-\sqrt{27}+\sqrt{12}=a\sqrt{3}$일 때, 유리수 a의 값은?

① 2
✓② 4
③ 6
④ 8
⑤ 10

$\sqrt{75}-\sqrt{27}+\sqrt{12}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}=(5-3+2)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$
$\therefore a=4$

0361

$\sqrt{32}-5\sqrt{2}+\sqrt{98}-\sqrt{18}$을 계산하시오. $3\sqrt{2}$

$\sqrt{32}-5\sqrt{2}+\sqrt{98}-\sqrt{18}=4\sqrt{2}-5\sqrt{2}+7\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=(4-5+7-3)\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}$

0362

$\sqrt{128}-\sqrt{50}+\sqrt{20}+\sqrt{45}=a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $b-a$의 값을 구하시오. 2

$\sqrt{128}-\sqrt{50}+\sqrt{20}+\sqrt{45}=8\sqrt{2}-5\sqrt{2}+2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$
$=(8-5)\sqrt{2}+(2+3)\sqrt{5}$
$=3\sqrt{2}+5\sqrt{5}$
$\therefore a=3, b=5$
$\therefore b-a=5-3=2$

0363

$\sqrt{80}+a\sqrt{5}-\sqrt{125}=3\sqrt{5}$일 때, 유리수 a의 값은?

① 2
② 3
✓③ 4
④ 5
⑤ 6

$\sqrt{80}+a\sqrt{5}-\sqrt{125}=4\sqrt{5}+a\sqrt{5}-5\sqrt{5}$
$=(4+a-5)\sqrt{5}$
$=(a-1)\sqrt{5}$
이때 $(a-1)\sqrt{5}=3\sqrt{5}$이므로 $a-1=3$
$\therefore a=4$

개념 02

유형 040 제곱근의 덧셈과 뺄셈 (3) - 분모의 유리화

분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 다음의 순서로 계산한다.

❶ 근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 근호 밖으로 꺼낸다.

❷ 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

❸ 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아서 계산한다.

0364

$4\sqrt{2}-\frac{6}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$일 때, 유리수 a의 값은?

① -2　② -1　✓③ 1

④ 2　⑤ 3

$4\sqrt{2}-\frac{6}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}-\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=4\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

$=(4-3)\sqrt{2}=\sqrt{2}$

$\therefore a=1$

0365

$\sqrt{54}-\frac{12}{\sqrt{24}}+\frac{15}{\sqrt{3}}$를 계산하시오. $5\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

$\sqrt{54}-\frac{12}{\sqrt{24}}+\frac{15}{\sqrt{3}}=3\sqrt{6}-\frac{12}{2\sqrt{6}}+\frac{15}{\sqrt{3}}=3\sqrt{6}-\frac{6}{\sqrt{6}}+\frac{15}{\sqrt{3}}$

$=3\sqrt{6}-\frac{6\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}+\frac{15\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=3\sqrt{6}-\frac{6\sqrt{6}}{6}+\frac{15\sqrt{3}}{3}$

$=3\sqrt{6}-\sqrt{6}+5\sqrt{3}=5\sqrt{3}+(3-1)\sqrt{6}=5\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

0366

$\sqrt{75}+\frac{a}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$일 때, 유리수 a의 값은?

✓① -3　② -2　③ -1

④ 1　⑤ 2

$\sqrt{75}+\frac{a}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}+\frac{a}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}+\frac{a\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=5\sqrt{3}+\frac{a\sqrt{3}}{3}=\left(5+\frac{a}{3}\right)\sqrt{3}$

이때 $\left(5+\frac{a}{3}\right)\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이므로 $5+\frac{a}{3}=4$

$\frac{a}{3}=-1$　$\therefore a=-3$

0367

$\sqrt{7}-\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{90}}{6}+\frac{1}{\sqrt{10}}=a\sqrt{7}+b\sqrt{10}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① $-\frac{3}{7}$　✓② $-\frac{2}{7}$　③ $-\frac{1}{7}$

④ $\frac{1}{7}$　⑤ $\frac{2}{7}$

$\sqrt{7}-\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{90}}{6}+\frac{1}{\sqrt{10}}=\sqrt{7}-\frac{2}{\sqrt{7}}-\frac{3\sqrt{10}}{6}+\frac{1}{\sqrt{10}}$

$=\sqrt{7}-\frac{2\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{1\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}$

$=\sqrt{7}-\frac{2\sqrt{7}}{7}-\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{5\sqrt{7}}{7}-\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\therefore a=\frac{5}{7}, b=-\frac{2}{5}$　$\therefore ab=\frac{5}{7}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{2}{7}$

개념 02

유형 041 분배법칙을 이용한 식의 계산

괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

$a>0, b>0, c>0$일 때

(1) $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$, $\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{c})=\sqrt{ab}-\sqrt{ac}$

(2) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{ac}+\sqrt{bc}$, $(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{ac}-\sqrt{bc}$

0368

$\sqrt{2}(\sqrt{5}-2)+\sqrt{5}(\sqrt{10}-3\sqrt{2})$를 계산하면?

① $-3\sqrt{2}-2\sqrt{10}$　② $-3\sqrt{2}+2\sqrt{10}$

✓③ $3\sqrt{2}-2\sqrt{10}$　④ $3\sqrt{2}+\sqrt{10}$

⑤ $3\sqrt{2}+2\sqrt{10}$

$\sqrt{2}(\sqrt{5}-2)+\sqrt{5}(\sqrt{10}-3\sqrt{2})=\sqrt{2}\times\sqrt{5}-\sqrt{2}\times2+\sqrt{5}\times\sqrt{10}-\sqrt{5}\times3\sqrt{2}$

$=\sqrt{10}-2\sqrt{2}+\sqrt{50}-3\sqrt{10}=\sqrt{10}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{10}$

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{10}$

0369

$A=3+\sqrt{6}$, $B=2-\sqrt{6}$일 때, $\sqrt{2}A+\sqrt{3}B$의 값은?

① 5　② $3\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{3}$

✓④ $4\sqrt{3}$　⑤ $4\sqrt{6}$

$\sqrt{2}A+\sqrt{3}B=\sqrt{2}(3+\sqrt{6})+\sqrt{3}(2-\sqrt{6})$

$=\sqrt{2}\times3+\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{3}\times2-\sqrt{3}\times\sqrt{6}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{12}+2\sqrt{3}-\sqrt{18}=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=4\sqrt{3}$

0370

$\sqrt{2}(5+\sqrt{7})-\sqrt{7}(3\sqrt{2}-\sqrt{14})=a\sqrt{2}+b\sqrt{14}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 8　✓② 10　③ 12

④ 14　⑤ 16

$\sqrt{2}(5+\sqrt{7})-\sqrt{7}(3\sqrt{2}-\sqrt{14})=\sqrt{2}\times5+\sqrt{2}\times\sqrt{7}-\sqrt{7}\times3\sqrt{2}+\sqrt{7}\times\sqrt{14}$

$=5\sqrt{2}+\sqrt{14}-3\sqrt{14}+\sqrt{98}$

$=5\sqrt{2}+\sqrt{14}-3\sqrt{14}+7\sqrt{2}$

$=12\sqrt{2}-2\sqrt{14}$

$\therefore a=12, b=-2$

$\therefore a+b=12+(-2)=10$

유형으로 도전하기

중요 | 개념 02

유형 042 분배법칙을 이용한 분모의 유리화

$a>0,\ b>0,\ c>0$일 때

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{c}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times\sqrt{c}}{\sqrt{c}\times\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}}{c},$$

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{c}}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\times\sqrt{c}}{\sqrt{c}\times\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}-\sqrt{bc}}{c}$$

0371

$\dfrac{3\sqrt{6}-6}{\sqrt{18}}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

✓① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

$\dfrac{3\sqrt{6}-6}{\sqrt{18}}=\dfrac{3\sqrt{6}-6}{3\sqrt{2}}=\dfrac{(3\sqrt{6}-6)\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{3\sqrt{6}\times\sqrt{2}-6\sqrt{2}}{6}=\dfrac{3\sqrt{12}-6\sqrt{2}}{6}$

$=\dfrac{6\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{6}=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$\therefore a=-1,\ b=1$

$\therefore a-b=-1-1=-2$

0372

$\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}$을 계산하시오. $1-\sqrt{5}$

$\dfrac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}=\dfrac{(5+\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-2\sqrt{5}$

$=\dfrac{5\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{5}-2\sqrt{5}=\dfrac{5\sqrt{5}+5}{5}-2\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}+1-2\sqrt{5}=1-\sqrt{5}$

0373

$\dfrac{6\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{6}}+\dfrac{2\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$를 계산하면?

① $-4\sqrt{3}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ 2
④ $2\sqrt{3}$ ✓⑤ $4\sqrt{3}$

$\dfrac{6\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{6}}+\dfrac{2\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(6\sqrt{2}+\sqrt{6})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}+\dfrac{(2\sqrt{6}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{6\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{6}\times\sqrt{6}}{6}+\dfrac{2\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{6\sqrt{12}+6}{6}+\dfrac{2\sqrt{12}-2}{2}=\dfrac{12\sqrt{3}+6}{6}+\dfrac{4\sqrt{3}-2}{2}$

$=2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-1=4\sqrt{3}$

중요 | 개념 03

유형 043 근호를 포함한 식의 혼합 계산

근호를 포함한 식의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식은 다음의 순서로 계산한다.

❶ 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
❷ 근호 안의 수가 제곱인 인수를 가지면 근호 밖으로 꺼낸다.
❸ 분모에 근호가 있으면 분모를 유리화한다.
❹ 곱셈, 나눗셈을 계산한 후 덧셈, 뺄셈을 계산한다.

0374

$\sqrt{2}\times\sqrt{6}-4\div\sqrt{2}$를 계산하면?

① $-2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ ✓② $-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
③ $\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{2}-\sqrt{3}$
⑤ $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$\sqrt{2}\times\sqrt{6}-4\div\sqrt{2}=\sqrt{12}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}-\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

0375

다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄹ

보기

ㄱ. $(\sqrt{27}+\sqrt{75})\div\sqrt{3}=8$

ㄴ. $\sqrt{24}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{12}-\sqrt{3})=\sqrt{6}$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}=1+5\sqrt{3}$

ㄹ. $\sqrt{3}(\sqrt{15}-\sqrt{12})-\dfrac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}}=2\sqrt{5}-6$

ㄴ. $\sqrt{24}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{12}-\sqrt{3})=2\sqrt{6}+\dfrac{2}{\sqrt{2}}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}+\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{6}+\dfrac{2\sqrt{6}}{2}=2\sqrt{6}+\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}=\dfrac{3-3\sqrt{3}}{3}-4\sqrt{3}=1-\sqrt{3}-4\sqrt{3}=1-5\sqrt{3}$

0376

$\sqrt{8}\left(\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)+\dfrac{\sqrt{63}-\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=a\sqrt{10}+b$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 0 ✓② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

$\sqrt{8}\left(\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)+\dfrac{\sqrt{63}-\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=2\sqrt{10}-2+\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=2\sqrt{10}-2+1=2\sqrt{10}-1$

$\therefore a=2,\ b=-1$

$\therefore a+b=2+(-1)=1$

0377

$\sqrt{3}(\sqrt{8}-2)+(\sqrt{54}-\sqrt{24})\div\sqrt{2}=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$\sqrt{3}(\sqrt{8}-2)+(\sqrt{54}-\sqrt{24})\div\sqrt{2}=\sqrt{3}(2\sqrt{2}-2)+\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{3}$
$=-\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$\therefore a=-1,\ b=2$
$\therefore b-a=2-(-1)=3$

0378

$(\sqrt{18}-\sqrt{24})\div\sqrt{3}+\sqrt{48}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$을 계산하면?

① $-\sqrt{2}-3\sqrt{6}$ ② $-2\sqrt{2}+3\sqrt{6}$
③ $-2\sqrt{3}+6$ ④ $3\sqrt{3}-2\sqrt{6}$
⑤ $3\sqrt{2}-5\sqrt{6}$

$(\sqrt{18}-\sqrt{24})\div\sqrt{3}+\sqrt{48}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}+\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{18}}{3}+\frac{4\sqrt{6}}{2}$
$=\frac{3\sqrt{6}-6\sqrt{2}}{3}+2\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=-2\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

0379

$\frac{30}{\sqrt{6}}+(8-4\sqrt{3})\div\sqrt{2}$를 계산하시오. $4\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

$\frac{30}{\sqrt{6}}+(8-4\sqrt{3})\div\sqrt{2}=\frac{30\sqrt{6}}{6}+\frac{8-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=5\sqrt{6}+\frac{8\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2}$
$=5\sqrt{6}+4\sqrt{2}-2\sqrt{6}=4\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

0380

$(3-\sqrt{12})\div\frac{1}{\sqrt{3}}+(\sqrt{15}-\sqrt{20})\div\sqrt{5}$를 계산하면?

① $-8-8\sqrt{3}$ ② $-8+8\sqrt{3}$
③ $-8+2\sqrt{3}$ ④ $4-2\sqrt{3}$
⑤ $4+2\sqrt{3}$

$(3-\sqrt{12})\div\frac{1}{\sqrt{3}}+(\sqrt{15}-\sqrt{20})\div\sqrt{5}=(3-2\sqrt{3})\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{15}-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
$=3\sqrt{3}-6+\frac{\sqrt{75}-10}{5}$
$=3\sqrt{3}-6+\frac{5\sqrt{3}-10}{5}$
$=3\sqrt{3}-6+\sqrt{3}-2$
$=-8+8\sqrt{3}$

개념 03

유형 044 제곱근의 계산 결과가 유리수가 될 조건

a, b가 유리수, $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수일 조건
➡ $b=0$

0381

$3+a\sqrt{5}-3\sqrt{5}$를 계산한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

$3+a\sqrt{5}-3\sqrt{5}=3+(a-3)\sqrt{5}$
유리수가 되려면 $a-3=0$이어야 하므로
$a=3$

0382

$\sqrt{108}+\sqrt{27}-\frac{3}{\sqrt{3}}-a\sqrt{3}$을 계산한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값을 구하시오. 8

$\sqrt{108}+\sqrt{27}-\frac{3}{\sqrt{3}}-a\sqrt{3}=6\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{3}-a\sqrt{3}$
$=6\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}-a\sqrt{3}$
$=(8-a)\sqrt{3}$
유리수가 되려면 $8-a=0$이어야 하므로 $a=8$

0383

$\sqrt{2}(\sqrt{2}+a\sqrt{3})+3\sqrt{6}$을 계산한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 0 ⑤ 1

$\sqrt{2}(\sqrt{2}+a\sqrt{3})+3\sqrt{6}=2+a\sqrt{6}+3\sqrt{6}=2+(a+3)\sqrt{6}$
유리수가 되려면 $a+3=0$이어야 하므로
$a=-3$

0384

A가 유리수일 때, 다음을 구하시오.

$$A=\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{6}+\sqrt{8})+\frac{6}{\sqrt{3}}$$

(1) 유리수 a의 값 -2
(2) A의 값 -4

(1) $A=\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{6}+\sqrt{8})+\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\frac{a\sqrt{8}}{\sqrt{2}}+\frac{6\sqrt{3}}{3}$
$=a\sqrt{3}+2a+2\sqrt{3}=(a+2)\sqrt{3}+2a$
이때 A가 유리수이므로 $a+2=0$
$\therefore a=-2$
(2) $a=-2$이므로
$A=2\times(-2)=-4$

유형으로 도전하기

유형 045 두 실수의 대소 관계
개념 03

a, b가 실수일 때
(1) $a-b>0$이면 $a>b$
(2) $a-b=0$이면 $a=b$
(3) $a-b<0$이면 $a<b$

0385
다음 중 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\sqrt{7}-2 \square -3$
② $\sqrt{5}-\sqrt{3} \square \sqrt{7}-\sqrt{3}$
③ $2\sqrt{2}+2 \square \sqrt{2}+3$
④ $\sqrt{5}-2\sqrt{3} \square -2\sqrt{3}-\sqrt{5}$
⑤ $\sqrt{27} \square \sqrt{3}+3$

① $(\sqrt{7}-2)-(-3)=\sqrt{7}+1>0$이므로 $\sqrt{7}-2>-3$
② $(\sqrt{5}-\sqrt{3})-(\sqrt{7}-\sqrt{3})=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$이므로 $\sqrt{5}-\sqrt{3}<\sqrt{7}-\sqrt{3}$
③ $(2\sqrt{2}+2)-(\sqrt{2}+3)=\sqrt{2}-1>0$이므로 $2\sqrt{2}+2>\sqrt{2}+3$
④ $(\sqrt{5}-2\sqrt{3})-(-2\sqrt{3}-\sqrt{5})=2\sqrt{5}>0$이므로 $\sqrt{5}-2\sqrt{3}>-2\sqrt{3}-\sqrt{5}$
⑤ $\sqrt{27}-(\sqrt{3}+3)=2\sqrt{3}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$이므로 $\sqrt{27}>\sqrt{3}+3$

0386
다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $3\sqrt{2}+2>\sqrt{8}$
② $3-\sqrt{5}<1+\sqrt{5}$
③ $\sqrt{7}+\sqrt{2}<3+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{5}+2\sqrt{6}>3\sqrt{5}+\sqrt{6}$
⑤ $3\sqrt{2}+\sqrt{3}>\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

④ $(\sqrt{5}+2\sqrt{6})-(3\sqrt{5}+\sqrt{6})=-2\sqrt{5}+\sqrt{6}=-\sqrt{20}+\sqrt{6}<0$이므로
$\sqrt{5}+2\sqrt{6}<3\sqrt{5}+\sqrt{6}$

0387
다음 보기 중 대소 관계가 옳은 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄹ

보기
ㄱ. $2+\sqrt{5}>\sqrt{6}+\sqrt{5}$　　ㄴ. $\sqrt{3}+2>4-\sqrt{3}$
ㄷ. $2\sqrt{2}+1>3\sqrt{2}$　　ㄹ. $\sqrt{27}-2<2\sqrt{3}$

ㄱ. $(2+\sqrt{5})-(\sqrt{6}+\sqrt{5})=2+\sqrt{5}-\sqrt{6}-\sqrt{5}=2-\sqrt{6}=\sqrt{4}-\sqrt{6}$
이때 $\sqrt{4}-\sqrt{6}<0$이므로 $2+\sqrt{5}<\sqrt{6}+\sqrt{5}$
ㄷ. $2\sqrt{2}+1-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}+1$
이때 $-\sqrt{2}+1<0$이므로 $2\sqrt{2}+1<3\sqrt{2}$

유형 046 세 실수의 대소 관계
개념 03

세 실수 a, b, c에 대하여
$a<b$이고, $b<c$이면 $a<b<c$

0388
다음 세 수 a, b, c에 대하여 물음에 답하시오.

$$a=2+\sqrt{5},\quad b=5-\sqrt{5},\quad c=2\sqrt{5}$$

(1) a, b의 대소를 비교하시오. $a>b$
(2) a, c의 대소를 비교하시오. $a<c$
(3) a, b, c의 대소를 비교하시오. $b<a<c$

(1) $a-b=(2+\sqrt{5})-(5-\sqrt{5})=-3+2\sqrt{5}=-\sqrt{9}+\sqrt{20}$
이때 $-\sqrt{9}+\sqrt{20}>0$이므로 $a>b$
(2) $a-c=(2+\sqrt{5})-2\sqrt{5}=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}$
이때 $\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$이므로 $a<c$
(3) $a>b$, $a<c$이므로 $b<a<c$

0389
$a=3\sqrt{5}$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $c=2\sqrt{3}-\sqrt{5}$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $a<b<c$　② $a<c<b$　③ $b<c<a$
④ $c<a<b$　⑤ $c<b<a$

(i) $a-b=3\sqrt{5}-(\sqrt{3}+\sqrt{5})=2\sqrt{5}-\sqrt{3}=\sqrt{20}-\sqrt{3}$
이때 $\sqrt{20}-\sqrt{3}>0$이므로 $a>b$
(ii) $b-c=(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(2\sqrt{3}-\sqrt{5})=-\sqrt{3}+2\sqrt{5}=-\sqrt{3}+\sqrt{20}$
이때 $-\sqrt{3}+\sqrt{20}>0$이므로 $b>c$
(i), (ii)에 의하여 $c<b<a$

0390
다음 세 수 중에서 가장 큰 수를 a, 가장 작은 수를 b라고 할 때, $a-b$의 값을 구하시오. $3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$$2\sqrt{2}+\sqrt{3},\quad 3\sqrt{2}-\sqrt{3},\quad 2\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

(i) $(2\sqrt{2}+\sqrt{3})-(3\sqrt{2}-\sqrt{3})=-\sqrt{2}+2\sqrt{3}=-\sqrt{2}+\sqrt{12}$
이때 $-\sqrt{2}+\sqrt{12}>0$이므로 $2\sqrt{2}+\sqrt{3}>3\sqrt{2}-\sqrt{3}$
(ii) $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})=4\sqrt{2}-3\sqrt{3}=\sqrt{32}-\sqrt{27}$
이때 $\sqrt{32}-\sqrt{27}>0$이므로 $3\sqrt{2}-\sqrt{3}>2\sqrt{3}-\sqrt{2}$
(i), (ii)에 의하여 $2\sqrt{3}-\sqrt{2}<3\sqrt{2}-\sqrt{3}<2\sqrt{2}+\sqrt{3}$
$\therefore a=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $b=2\sqrt{3}-\sqrt{2}$
$\therefore a-b=(2\sqrt{2}+\sqrt{3})-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

개념 03

중요

유형 047 무리수의 정수 부분과 소수 부분

(1) (무리수)=(정수 부분)+(소수 부분)

(단, $0<$(소수 부분)<1)

(2) $n<\sqrt{a}<n+1$ (a는 실수, n은 정수)이면

$\sqrt{a}$의 정수 부분은 n, $\sqrt{a}$의 소수 부분은 $\sqrt{a}-n$

예 $\sqrt{2}$의 정수 부분과 소수 부분 구하기

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$\sqrt{2}$의 정수 부분은 1, 소수 부분은 $\sqrt{2}-1$이다.

0391

다음은 $1+\sqrt{3}$의 정수 부분과 소수 부분을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$2<1+\sqrt{3}<3$

따라서 $1+\sqrt{3}$의 정수 부분은 $\boxed{2}$,

소수 부분은 $(1+\sqrt{3})-\boxed{2}=\boxed{\sqrt{3}-1}$이다.

0392

$2\sqrt{6}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $a-b$의 값은?

① $4-2\sqrt{6}$ ② $6-2\sqrt{6}$ ③ $8-2\sqrt{6}$

④ $10-2\sqrt{6}$ ⑤ $12-2\sqrt{6}$

$2\sqrt{6}=\sqrt{24}$이고, $\sqrt{16}<\sqrt{24}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{24}<5$이므로 $4<2\sqrt{6}<5$

따라서 $2\sqrt{6}$의 정수 부분은 4이므로 $a=4$

소수 부분은 $2\sqrt{6}-4$이므로 $b=2\sqrt{6}-4$

$\therefore a-b=4-(2\sqrt{6}-4)=4-2\sqrt{6}+4=8-2\sqrt{6}$

0393

$\sqrt{7}-1$의 소수 부분을 a라고 할 때, $\dfrac{7}{a+2}$의 값은?

① -7 ② $-\sqrt{7}$ ③ -1

④ $\sqrt{7}$ ⑤ 7

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $1<\sqrt{7}-1<2$

$\sqrt{7}-1$의 정수 부분은 1이므로 소수 부분 $a=\sqrt{7}-1-1=\sqrt{7}-2$

$\therefore \dfrac{7}{a+2}=\dfrac{7}{(\sqrt{7}-2)+2}=\dfrac{7}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}$

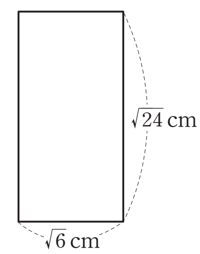
개념 03

유형 048 제곱근의 계산의 도형에의 활용

도형에서의 길이, 넓이, 부피의 조건에 맞게 식을 세운 후 근호를 포함한 식을 계산한다.

0394

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $\sqrt{6}$ cm, 세로의 길이가 $\sqrt{24}$ cm인 직사각형의 둘레의 길이는?



① $3\sqrt{6}$ cm ② $4\sqrt{6}$ cm

③ $5\sqrt{6}$ cm ④ $6\sqrt{6}$ cm

⑤ $7\sqrt{6}$ cm

(직사각형의 둘레의 길이)$=2\times(\sqrt{6}+\sqrt{24})$

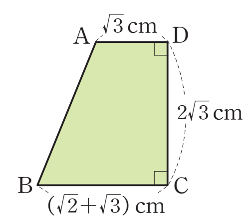
$=2\times(\sqrt{6}+2\sqrt{6})$

$=2\times3\sqrt{6}=6\sqrt{6}$ (cm)

0395

오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하시오.

$(\sqrt{6}+6)$ cm^2



(사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{3}\}\times2\sqrt{3}$

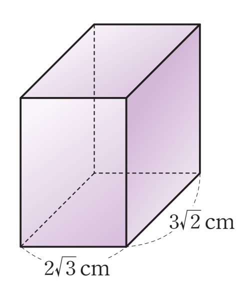
$=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times2\sqrt{3}$

$=(\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{6}+6$ (cm^2)

0396

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm, 세로의 길이가 $3\sqrt{2}$ cm인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 $(16\sqrt{2}+16\sqrt{3})$ cm일 때, 이 직육면체의 높이는?



① $(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ cm ② $(2\sqrt{2}+\sqrt{3})$ cm

③ $(\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ cm ④ $(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ cm

⑤ $(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})$ cm

직육면체의 높이를 h cm라고 하면

$4(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+h)=16\sqrt{2}+16\sqrt{3}$

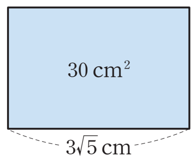
$8\sqrt{3}+12\sqrt{2}+4h=16\sqrt{2}+16\sqrt{3}$, $4h=4\sqrt{2}+8\sqrt{3}$

$\therefore h=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

따라서 직육면체의 높이는 $(\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ cm이다.

0397

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $3\sqrt{5}$ cm인 직사각형의 넓이가 30 cm^{2}일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는?

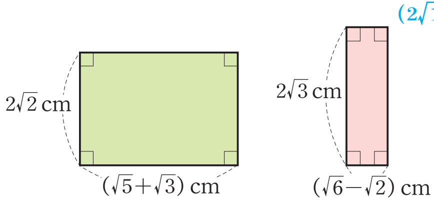


① $10\sqrt{5}$ cm ② $15\sqrt{5}$ cm
③ $20\sqrt{5}$ cm ④ $10\sqrt{10}$ cm
⑤ $15\sqrt{10}$ cm

세로의 길이를 x cm라고 하면
$3\sqrt{5}x=30$
$\therefore x=\frac{30}{3\sqrt{5}}=\frac{10}{\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
$2\times(3\sqrt{5}+2\sqrt{5})=2\times5\sqrt{5}=10\sqrt{5}$ (cm)

0398

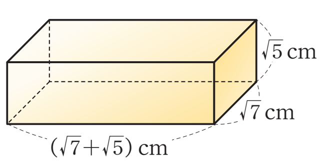
다음 그림과 같은 두 직사각형의 넓이의 합을 구하시오. $(2\sqrt{10}+6\sqrt{2})$ cm^2



(두 직사각형의 넓이의 합)$=2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})+2\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$
$=2\sqrt{10}+2\sqrt{6}+2\sqrt{18}-2\sqrt{6}$
$=2\sqrt{10}+6\sqrt{2}$ (cm^2)

0399

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 겉넓이는?



① $(20+4\sqrt{35})$ cm^2
② $(24+4\sqrt{35})$ cm^2
③ $(24+6\sqrt{35})$ cm^2
④ $(28+4\sqrt{35})$ cm^2
⑤ $(28+6\sqrt{35})$ cm^2

(한 밑면의 넓이)$=(\sqrt{7}+\sqrt{5})\times\sqrt{7}=7+\sqrt{35}$ (cm^2)
(옆면의 넓이)$=2\times\{(\sqrt{7}+\sqrt{5})+\sqrt{7}\}\times\sqrt{5}$
$=2\times(2\sqrt{7}+\sqrt{5})\times\sqrt{5}$
$=4\sqrt{35}+10$ (cm^2)
따라서 직육면체의 겉넓이는
$(7+\sqrt{35})\times2+(4\sqrt{35}+10)=14+2\sqrt{35}+4\sqrt{35}+10$
$=24+6\sqrt{35}$ (cm^2)

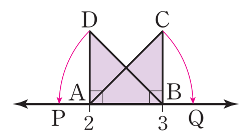
개념 03

유형 049 수직선 위에 나타낸 무리수의 계산

직각삼각형 또는 정사각형을 이용하여 수직선 위에 나타낸 무리수는 다음의 순서로 계산한다.
❶ 직각삼각형의 빗변의 길이 또는 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.
❷ 기준점과 도형의 이동 방향을 이용하여 수직선 위의 점에 대응하는 수를 구한다.
❸ 근호를 포함한 식을 계산한다.

0400

오른쪽 그림은 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{BC}=1$인 두 직각삼각형 ABC, ABD를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AQ}$, $\overline{BD}=\overline{BP}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, $\overline{PQ}$의 길이는?

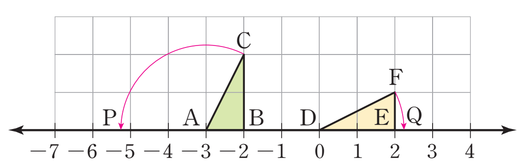


① $-1+\sqrt{2}$ ② $-1+2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $1+\sqrt{2}$ ⑤ $1+2\sqrt{2}$

직각삼각형 ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$ $\therefore$ P$(3-\sqrt{2})$
직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$ $\therefore$ Q$(2+\sqrt{2})$
$\therefore \overline{PQ}=(2+\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})=2+\sqrt{2}-3+\sqrt{2}=-1+2\sqrt{2}$

0401

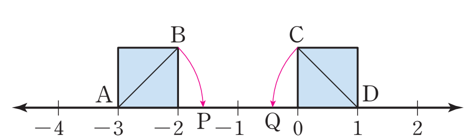
다음 그림은 한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 수직선과 두 직각삼각형 ABC, DEF를 그린 것이다. $\overline{AC}=\overline{AP}$, $\overline{DF}=\overline{DQ}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하시오. $3+2\sqrt{5}$



직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$ $\therefore$ P$(-3-\sqrt{5})$
직각삼각형 DEF에서 $\overline{DF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{DQ}=\overline{DF}=\sqrt{5}$ $\therefore$ Q$(\sqrt{5})$
$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{5}-(-3-\sqrt{5})=\sqrt{5}+3+\sqrt{5}=3+2\sqrt{5}$

0402

다음 그림은 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 두 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{DC}=\overline{DQ}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하시오. $4-2\sqrt{2}$



$\overline{AB}$는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
$\therefore$ P$(-3+\sqrt{2})$
$\overline{DC}$는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이므로 $\overline{DQ}=\overline{DC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
$\therefore$ Q$(1-\sqrt{2})$
$\therefore \overline{PQ}=(1-\sqrt{2})-(-3+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}+3-\sqrt{2}=4-2\sqrt{2}$

배운내용 점검하기

정답과 풀이 28~29쪽

0403

$A=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, $B=2\sqrt{2}-\sqrt{6}$일 때, $A-B$의 값은?

① $-\sqrt{2}-\sqrt{6}$　② $-\sqrt{2}+\sqrt{6}$　✓③ $-\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
④ $\sqrt{2}+2\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

$A-B=(\sqrt{6}+\sqrt{2})-(2\sqrt{2}-\sqrt{6})=\sqrt{6}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}+\sqrt{6}$
$=(1-2)\sqrt{2}+(1+1)\sqrt{6}=-\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

0404

다음 식을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 ab의 값은?

$$2\sqrt{7}-2\sqrt{5}+7\sqrt{7}+6\sqrt{5}=a\sqrt{5}+b\sqrt{7}$$

① 20　② 24　③ 28
④ 32　✓⑤ 36

$2\sqrt{7}-2\sqrt{5}+7\sqrt{7}+6\sqrt{5}=(-2+6)\sqrt{5}+(2+7)\sqrt{7}$
$=4\sqrt{5}+9\sqrt{7}$
$\therefore a=4, b=9$
$\therefore ab=4\times9=36$

0405

$\sqrt{108}-\sqrt{98}+\sqrt{72}-\sqrt{12}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$을 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

✓① -5　② -4　③ -3
④ -2　⑤ -1

$\sqrt{108}-\sqrt{98}+\sqrt{72}-\sqrt{12}=6\sqrt{3}-7\sqrt{2}+6\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$=(-7+6)\sqrt{2}+(6-2)\sqrt{3}$
$=-\sqrt{2}+4\sqrt{3}$
$\therefore a=-1, b=4$
$\therefore a-b=-1-4=-5$

0406

$\sqrt{12}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{20}}{2}=a\sqrt{3}+b\sqrt{5}$를 만족시키는 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 0

$\sqrt{12}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{20}}{2}=2\sqrt{3}-\dfrac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{5}$
$=2\sqrt{3}-\dfrac{10\sqrt{5}}{5}-\dfrac{3\sqrt{3}}{3}+\sqrt{5}=2\sqrt{3}-2\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{5}$
$=(2-1)\sqrt{3}+(-2+1)\sqrt{5}=\sqrt{3}-\sqrt{5}$
$\therefore a=1, b=-1$
$\therefore a+b=1+(-1)=0$

0407

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{6}\left(\sqrt{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)$를 계산하면?

① $-\sqrt{3}$　✓② $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
④ $\sqrt{3}$　⑤ 3

$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{6}\left(\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{18}}{2}\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{6}\times\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{6}\times3\sqrt{2}}{2}$
$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{12}-\dfrac{3\sqrt{12}}{2}$
$=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}$
$=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

0408

$\dfrac{\sqrt{24}+6}{\sqrt{6}}-\sqrt{6}$을 계산하면?

✓① 2　② $\sqrt{6}$　③ 3
④ 4　⑤ $2\sqrt{6}$

$\dfrac{\sqrt{24}+6}{\sqrt{6}}-\sqrt{6}=\dfrac{2\sqrt{6}+6}{\sqrt{6}}-\sqrt{6}=\dfrac{(2\sqrt{6}+6)\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}-\sqrt{6}$
$=\dfrac{12+6\sqrt{6}}{6}-\sqrt{6}$
$=2+\sqrt{6}-\sqrt{6}=2$

0409

$(\sqrt{128}-\sqrt{50})\div\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\dfrac{6}{\sqrt{2}}$을 계산하시오. $4\sqrt{6}$

$(\sqrt{128}-\sqrt{50})\div\sqrt{3}+\sqrt{3}\times\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\dfrac{(8\sqrt{2}-5\sqrt{2})}{\sqrt{3}}+\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{3}+\dfrac{6\sqrt{6}}{2}$
$=\sqrt{6}+3\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

0410 풍쌤 PICK

$4\div\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{2}}(-3\sqrt{2}+4)$를 계산하면?

① -6　② $-3\sqrt{2}$　③ 2
④ $3\sqrt{2}$　✓⑤ 6

$4\div\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{2}}(-3\sqrt{2}+4)=4\times\sqrt{2}+6-\dfrac{8}{\sqrt{2}}$
$=4\sqrt{2}+6-\dfrac{8\sqrt{2}}{2}$
$=4\sqrt{2}+6-4\sqrt{2}=6$

0411

$\sqrt{3}(a\sqrt{2}+2\sqrt{3})-\sqrt{6}(2\sqrt{6}-7)$을 계산한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

✓① -7　② -4　③ -1
④ 2　⑤ 5

$\sqrt{3}(a\sqrt{2}+2\sqrt{3})-\sqrt{6}(2\sqrt{6}-7)=a\sqrt{6}+6-12+7\sqrt{6}$
$=(a+7)\sqrt{6}-6$
유리수가 되려면 $a+7=0$이어야 하므로
$a=-7$

0412

다음 중 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $3\sqrt{6}+2$ □ $5\sqrt{2}+2$
② $4\sqrt{2}+3$ □ $3\sqrt{2}-2$
✓③ $2\sqrt{3}+5$ □ $\sqrt{13}+5$
④ $3\sqrt{5}-4\sqrt{2}$ □ $-4\sqrt{2}+6$
⑤ $3\sqrt{3}-2\sqrt{7}$ □ $\sqrt{7}-2\sqrt{3}$

① $(3\sqrt{6}+2)-(5\sqrt{2}+2)=3\sqrt{6}-5\sqrt{2}=\sqrt{54}-\sqrt{50}>0$이므로 $3\sqrt{6}+2>5\sqrt{2}+2$
② $(4\sqrt{2}+3)-(3\sqrt{2}-2)=\sqrt{2}+5>0$이므로 $4\sqrt{2}+3>3\sqrt{2}-2$
③ $(2\sqrt{3}+5)-(\sqrt{13}+5)=2\sqrt{3}-\sqrt{13}=\sqrt{12}-\sqrt{13}<0$이므로 $2\sqrt{3}+5<\sqrt{13}+5$
④ $(3\sqrt{5}-4\sqrt{2})-(-4\sqrt{2}+6)=3\sqrt{5}-6=\sqrt{45}-\sqrt{36}>0$이므로
$3\sqrt{5}-4\sqrt{2}>-4\sqrt{2}+6$
⑤ $(3\sqrt{3}-2\sqrt{7})-(\sqrt{7}-2\sqrt{3})=5\sqrt{3}-3\sqrt{7}=\sqrt{75}-\sqrt{63}>0$이므로
$3\sqrt{3}-2\sqrt{7}>\sqrt{7}-2\sqrt{3}$

0413 풍쌤 PICK

$a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $b=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$, $c=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $a<b<c$　② $a<c<b$　③ $b<a<c$
✓④ $b<c<a$　⑤ $c<a<b$

(i) $b-c=(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})-(2\sqrt{2}-\sqrt{3})=\sqrt{2}-\sqrt{3}$
이때 $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$이므로 $b<c$
(ii) $a-c=(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(2\sqrt{2}-\sqrt{3})=-\sqrt{2}+2\sqrt{3}=-\sqrt{2}+\sqrt{12}$
이때 $-\sqrt{2}+\sqrt{12}>0$이므로 $a>c$
(i), (ii)에 의하여 $b<c<a$

0414

$3\sqrt{2}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, $2a+b$의 값은?

① $4+\sqrt{2}$　② $8+\sqrt{2}$　③ $2+3\sqrt{2}$
✓④ $4+3\sqrt{2}$　⑤ $8+3\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이고, $\sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$에서 $4<\sqrt{18}<5$이므로 $4<3\sqrt{2}<5$
따라서 $3\sqrt{2}$의 정수 부분은 4이므로 $a=4$
소수 부분은 $3\sqrt{2}-4$이므로 $b=3\sqrt{2}-4$
$\therefore 2a+b=2\times4+(3\sqrt{2}-4)=8+3\sqrt{2}-4=4+3\sqrt{2}$

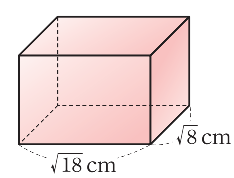
0415

$\sqrt{5}+2$의 소수 부분을 a라고 할 때, $\dfrac{5}{a+2}$의 값을 구하시오. $\sqrt{5}$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $4<\sqrt{5}+2<5$
$\sqrt{5}+2$의 정수 부분이 4이므로 소수 부분 $a=\sqrt{5}+2-4=\sqrt{5}-2$
$\therefore \dfrac{5}{a+2}=\dfrac{5}{(\sqrt{5}-2)+2}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

0416

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $\sqrt{18}$ cm, 세로의 길이가 $\sqrt{8}$ cm인 직육면체의 부피가 $24\sqrt{2}\ \text{cm}^3$일 때, 이 직육면체의 높이는?

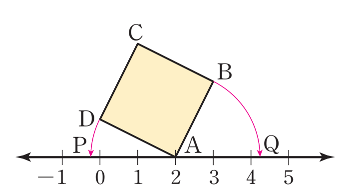


① $\sqrt{2}$ cm　✓② $2\sqrt{2}$ cm　③ $3\sqrt{2}$ cm
④ $4\sqrt{2}$ cm　⑤ $5\sqrt{2}$ cm

직육면체의 높이를 h cm라고 하면
$\sqrt{18}\times\sqrt{8}\times h=24\sqrt{2}$
$3\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times h=24\sqrt{2}$, $12h=24\sqrt{2}$
$\therefore h=2\sqrt{2}$
따라서 직육면체의 높이는 $2\sqrt{2}$ cm이다.

0417

오른쪽 그림은 넓이가 5인 정사각형 ABCD를 그린 것이다. $\overline{AB}=\overline{AQ}$, $\overline{AD}=\overline{AP}$가 되도록 수직선 위에 두 점 P, Q를 정할 때, $\overline{PQ}$의 길이는?



① $\sqrt{5}$　② 4　✓③ $2\sqrt{5}$
④ $4+\sqrt{5}$　⑤ $2+2\sqrt{5}$

정사각형 ABCD의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
점 P는 기준점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{5}$이다.
점 Q는 기준점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.
$\therefore \overline{PQ}=(2+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})=2+\sqrt{5}-2+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

Ⅱ

다항식의 곱셈과 인수분해

1 다항식의 곱셈

개념 01 (다항식)×(다항식)의 계산

(다항식)×(다항식)은 다음과 같은 순서로 계산한다.

❶ 분배법칙을 이용하여 전개한다.

❷ 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 계산한다.

$$(a+b)(c+d)=\underset{\text{①}}{\underline{ac}}+\underset{\text{②}}{\underline{ad}}+\underset{\text{③}}{\underline{bc}}+\underset{\text{④}}{\underline{bd}}$$

예 $(a+b)(2a+3b)$

$=2a^2+3ab+2ab+3b^2$ 분배법칙

$=2a^2+5ab+3b^2$ 동류항 계산

› 참고 $(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)=ac+ad+bc+bd$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{(a+b)(c+d)=ac+bd}$

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

개념 02 곱셈 공식

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ – 합의 제곱

예 $(x+1)^2=x^2+2\times x\times 1+1^2=x^2+2x+1$

› 주의 $(a+b)^2\neq a^2+b^2$

(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ – 차의 제곱

예 $(x-2)^2=x^2-2\times x\times 2+2^2=x^2-4x+4$

› 주의 $(a-b)^2\neq a^2-b^2$

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ – 합과 차의 곱

예 $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9$

(4) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

예 $(x+2)(x+5)=x^2+(2+5)x+2\times 5$

$=x^2+7x+10$

(5) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

예 $(2x+1)(3x+4)=(2\times 3)x^2+(2\times 4+1\times 3)x+1\times 4$

$=6x^2+11x+4$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{(a+b)^2=a^2+b^2}$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 30쪽

01 (다항식)×(다항식)의 계산

[0418~0421] 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

0418 $(a+1)(b+3)=ab+\boxed{3}a+b+\boxed{3}$

0419 $(x+2)(y-3)=\boxed{xy}-\boxed{3}x+2y-6$

0420 $(a-4)(b-2)=ab-\boxed{2}a-4b+\boxed{8}$

0421 $(x-3)(y-1)=xy-x-\boxed{3}y+\boxed{3}$

[0422~0427] 다음 식을 전개하시오.

0422 $(a+1)(b+2)$ $ab+2a+b+2$

0423 $(2a+1)(b+2)$ $2ab+4a+b+2$

0424 $(x+1)(2y-3)$ $2xy-3x+2y-3$

0425 $(2a-b)(x+y)$ $2ax+2ay-bx-by$

0426 $(a+b)(-x+y)$ $-ax+ay-bx+by$

0427 $(a-b)(2x-3y)$ $2ax-3ay-2bx+3by$

02 곱셈 공식

[0428~0435] 다음 식을 전개하시오.

0428 $(x+2)^2$ x^2+4x+4

0429 $(4x+y)^2$ $16x^2+8xy+y^2$

0430 $(x+3y)^2$ $x^2+6xy+9y^2$

0431 $(2a+1)^2$ $4a^2+4a+1$

0432 $(a-1)^2$ a^2-2a+1

0433 $(x-5)^2$ $x^2-10x+25$

0434 $(x-4y)^2$ $x^2-8xy+16y^2$

0435 $(2a-b)^2$ $4a^2-4ab+b^2$

[0436~0439] 다음 식을 전개하시오.

0436 $(a+2)(a-2)$ a^2-4

0437 $(a+3)(a-3)$ a^2-9

0438 $(x+2y)(x-2y)$ x^2-4y^2

0439 $(3+2b)(3-2b)$ $9-4b^2$

[0440~0443] 다음 식을 전개하시오.

0440 $(a+1)(a+2)$ a^2+3a+2

0441 $(x-2)(x+1)$ x^2-x-2

0442 $(x+1)(x-4)$ x^2-3x-4

0443 $(a-2)(a-3)$ a^2-5a+6

[0444~0448] 다음 식을 전개하시오.

0444 $(x-1)(2x+1)$ $2x^2-x-1$

0445 $(2a+3)(2a-1)$ $4a^2+4a-3$

0446 $(3a+1)(a-1)$ $3a^2-2a-1$

0447 $(-x+2)(x+4)$ $-x^2-2x+8$

0448 $(5a-7)(3a+2)$ $15a^2-11a-14$

개념 03 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

(1) 수의 제곱의 계산

곱셈 공식 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 또는 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.

예 $101^2=(100+1)^2=100^2+2\times100\times1+1^2=10201$
$99^2=(100-1)^2=100^2-2\times100\times1+1^2=9801$

(2) 두 수의 곱의 계산

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 또는 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.

예 $101\times99=(100+1)(100-1)=100^2-1^2=9999$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{103^2=100^2+3^2}$ $\qquad$ $103^2=(100+3)^2$

개념 04 곱셈 공식을 이용한 근호를 포함한 식의 계산

(1) 근호를 포함한 식의 계산

제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용하여 계산한다.

① $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+2\sqrt{ab}+b$

② $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a-2\sqrt{ab}+b$

③ $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$

(2) 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

분모가 두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수일 때, 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$\dfrac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\dfrac{c\sqrt{a}-c\sqrt{b}}{a-b}$ (단, $a>0$, $b>0$, $a\neq b$)

풍쌤의 오개념 체크

두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수인 분모를 유리화할 때, 이용할 수 있는 곱셈 공식은

$\cancel{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$ $\qquad$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

개념 05 곱셈 공식의 변형

(1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

(2) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

(3) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

(4) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

예 $x+y=4$, $xy=3$일 때, $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times3=10$

> 참고 곱셈 공식의 변형에서 b 대신 $\dfrac{1}{a}$을 대입하면 다음과 같다.

(1) $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2$

(2) $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+2$

(3) $\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2+4$

(4) $\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-4$

풍쌤의 오개념 체크

$\cancel{a^2+b^2=(a+b)^2}$ $\qquad$ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 30~31쪽

03 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

[0449~0451] 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0449 $102^2=(100+\boxed{2})^2$
$=10000+400+\boxed{4}$
$=\boxed{10404}$

0450 $95^2=(100-\boxed{5})^2$
$=10000-1000+\boxed{25}$
$=\boxed{9025}$

0451 $51\times49=(\boxed{50}+1)(\boxed{50}-1)$
$=\boxed{2500}-1$
$=\boxed{2499}$

[0452~0454] 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

0452 105^2 11025

0453 48^2 2304

0454 72×68 4896

04 곱셈 공식을 이용한 근호를 포함한 식의 계산

[0455~0460] 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

0455 $(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$ $8+2\sqrt{15}$

0456 $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2$ $9+6\sqrt{2}$

0457 $(\sqrt{7}-1)^2$ $8-2\sqrt{7}$

0458 $(\sqrt{10}-\sqrt{6})^2$ $16-4\sqrt{15}$

0459 $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})$ 5

0460 $(\sqrt{11}+\sqrt{5})(\sqrt{11}-\sqrt{5})$ 6

[0461~0464] 다음 수의 분모를 유리화하시오.

0461 $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ $\sqrt{2}-1$

0462 $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

0463 $\dfrac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ $\sqrt{7}-\sqrt{3}$

0464 $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

05 곱셈 공식의 변형

[0465~0466] $x+y=3$, $xy=2$일 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0465 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=\boxed{9}-\boxed{4}=\boxed{5}$

0466 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$
$=\boxed{9}-\boxed{8}=\boxed{1}$

[0467~0468] $x-y=8$, $xy=4$일 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0467 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=\boxed{64}+\boxed{8}=\boxed{72}$

0468 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=\boxed{64}+\boxed{16}=\boxed{80}$

유형으로 도전하기

개념 01

유형 050 다항식의 곱셈

분배법칙을 이용하여 전개한 후 동류항이 있으면 동류항끼리 모아서 계산한다.

$$(a+b)(c+d)=\underset{①}{ac}+\underset{②}{ad}+\underset{③}{bc}+\underset{④}{bd}$$

풍쌤의 Point $(a+b)(x+y+z)=\underset{①}{ax}+\underset{②}{ay}+\underset{③}{az}+\underset{④}{bx}+\underset{⑤}{by}+\underset{⑥}{bz}$

0469

$(2x+1)(x-y)=Ax^2+Bx+Cxy-y$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A-B+C$의 값은?

① -3 ✓② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

$(2x+1)(x-y)=2x^2-2xy+x-y$
$\therefore A=2,\ B=1,\ C=-2$
$\therefore A-B+C=2-1+(-2)=-1$

0470

$(2a+b)(a+2b)$를 전개한 식이 $Aa^2+Bab+Cb^2$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A+B-C$의 값을 구하시오. 5

$(2a+b)(a+2b)=2a^2+4ab+ab+2b^2=2a^2+5ab+2b^2$
$\therefore A=2,\ B=5,\ C=2$
$\therefore A+B-C=2+5-2=5$

0471

$(x-2y)(2x+y+1)$을 전개하면?

① $2x^2+3xy-2y^2-x-2y$
② $2x^2+3xy-2y^2+3x-2y$
✓③ $2x^2-3xy-2y^2+x-2y$
④ $2x^2-3xy-2y^2+x-y$
⑤ $2x^2-3xy+2y^2+3x-2y$

$(x-2y)(2x+y+1)$
$=2x^2+xy+x-4xy-2y^2-2y$
$=2x^2-3xy-2y^2+x-2y$

☆ **0472**

$(x+4)(x-A)=x^2+Bx-28$일 때, 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값을 구하시오. 4

$(x+4)(x-A)=x^2-Ax+4x-4A=x^2+(-A+4)x-4A$
$-4A=-28$이므로 $A=7$
$-A+4=B$이므로 $B=-7+4=-3$
$\therefore A+B=7+(-3)=4$

개념 02

유형 051 곱셈 공식 (1) - 합의 제곱

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

곱의 2배

0473

$(x+2y)^2=Ax^2+4xy+By^2$일 때, 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값은?

① 1 ② 3 ✓③ 5
④ 7 ⑤ 9

$(x+2y)^2=x^2+2\times x\times 2y+(2y)^2=x^2+4xy+4y^2$
$\therefore A=1,\ B=4$
$\therefore A+B=1+4=5$

0474

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+ax+\frac{1}{4}$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$
✓④ 1 ⑤ 2

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\frac{1}{4}$
$\therefore a=1$

0475

$(4x+Ay)^2$의 전개식에서 xy의 계수가 24일 때, 상수 A의 값은?

✓① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

$(4x+Ay)^2=(4x)^2+2\times 4x\times Ay+(Ay)^2$
$=16x^2+8Axy+A^2y^2$
이때 xy의 계수가 24이므로 $8A=24$
$\therefore A=3$

0476

$(Ax+3)^2=49x^2+Bx+9$일 때, 상수 A, B에 대하여 $B-A$의 값을 구하시오. (단, $A>0$) 35

$(Ax+3)^2=(Ax)^2+2\times Ax\times 3+3^2=A^2x^2+6Ax+9$
$A^2=49$, $A>0$이므로 $A=7$
$6A=B$이므로 $B=6\times 7=42$
$\therefore B-A=42-7=35$

개념 02

유형 052 곱셈 공식 (2) - 차의 제곱

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

곱의 2배

0477

$(x-3y)^2=x^2-Axy+By^2$일 때, 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값을 구하시오. 15

$(x-3y)^2=x^2-2\times x\times 3y+(3y)^2=x^2-6xy+9y^2$

$\therefore A=6,\ B=9$

$\therefore A+B=6+9=15$

0478

다음 중 식을 전개한 것으로 옳지 않은 것은?

① $(a-6)^2=a^2-12a+36$

② $(2x-1)^2=4x^2-4x+1$

③ $(2a-3b)^2=4a^2-6ab+9b^2$

④ $(2x-7)^2=4x^2-28x+49$

⑤ $(x-4y)^2=x^2-8xy+16y^2$

③ $(2a-3b)^2=(2a)^2-2\times 2a\times 3b+(3b)^2$

$=4a^2-12ab+9b^2$

0479

$(3x-A)^2=9x^2+Bx+25$일 때, 상수 A, B에 대하여 $A-B$의 값을 구하시오. (단, $A>0$) 35

$(3x-A)^2=(3x)^2-2\times 3x\times A+A^2=9x^2-6Ax+A^2$

$A^2=25$, $A>0$이므로 $A=5$

$-6A=B$이므로 $B=-6\times 5=-30$

$\therefore A-B=5-(-30)=35$

0480

$(a-2b)^2$과 전개식이 같은 것은?

① $-(a-2b)^2$　② $-(a+2b)^2$

③ $(-a-2b)^2$　④ $(-a+2b)^2$

⑤ $(a+2b)^2$

$(a-2b)^2=a^2-2\times a\times 2b+(2b)^2=a^2-4ab+4b^2$

① $-(a-2b)^2=-\{a^2-2\times a\times 2b+(2b)^2\}=-a^2+4ab-4b^2$

② $-(a+2b)^2=-\{a^2+2\times a\times 2b+(2b)^2\}=-a^2-4ab-4b^2$

③ $(-a-2b)^2=(-a)^2-2\times(-a)\times 2b+(2b)^2=a^2+4ab+4b^2$

④ $(-a+2b)^2=(-a)^2+2\times(-a)\times 2b+(2b)^2=a^2-4ab+4b^2$

⑤ $(a+2b)^2=a^2+2\times a\times 2b+(2b)^2=a^2+4ab+4b^2$

개념 02

유형 053 곱셈 공식 (3) - 합과 차의 곱

$$\underbrace{(a+b)}_{\text{합}}\underbrace{(a-b)}_{\text{차}}=\underbrace{a^2-b^2}_{\text{제곱의 차}}$$

0481

$(3x+y)(3x-y)=9x^2+Axy-y^2$일 때, 상수 A의 값을 구하시오. 0

$(3x+y)(3x-y)=(3x)^2-y^2=9x^2-y^2$

$\therefore A=0$

0482

$(2x+5)(5-2x)$를 전개했을 때, x^2의 계수와 상수항의 합을 구하시오. 21

$(2x+5)(5-2x)=(5+2x)(5-2x)=5^2-(2x)^2=25-4x^2$

따라서 x^2의 계수는 -4, 상수항은 25이므로 구하는 합은

$-4+25=21$

0483

다음 중 전개한 식이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(a+b)(a-b)$　② $(a+b)(-a+b)$

③ $(-a-b)(-a+b)$　④ $-(a+b)(-a+b)$

⑤ $-(a-b)(-a-b)$

① $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

② $(a+b)(-a+b)=(b+a)(b-a)=b^2-a^2$

③ $(-a-b)(-a+b)=(-a)^2-b^2=a^2-b^2$

④ $-(a+b)(-a+b)=-(b+a)(b-a)=-(b^2-a^2)=a^2-b^2$

⑤ $-(a-b)(-a-b)=-(-b+a)(-b-a)=-\{(-b)^2-a^2\}$

$=-(b^2-a^2)=a^2-b^2$

0484

다음은 $(a-1)(a+1)(a^2+1)$을 전개하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 식을 바르게 나열한 것은?

$$(a-1)(a+1)(a^2+1)=\boxed{\text{(가)}}(a^2+1)=\boxed{\text{(나)}}$$

	(가)	(나)
①	a^2-1	$-a^4-1$
②	a^2-1	a^4-1
③	a^2-1	a^4+1
④	a^2+1	a^4-1
⑤	a^2+1	a^4+1

$(a-1)(a+1)(a^2+1)=(a^2-1)(a^2+1)=a^4-1$

유형으로 도전하기

개념 02

유형 054 곱셈 공식 (4)

합

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

곱

0485

$(x-3)(x+5)=x^2+Ax-15$일 때, 상수 A의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$(x-3)(x+5)=x^2+(-3+5)x+(-3)\times5$
$=x^2+2x-15$
$\therefore A=2$

0486

$(x+2)(x-A)$의 전개식에서 x의 계수가 -2일 때, 상수항을 구하시오. (단, A는 상수이다.) -8

$(x+2)(x-A)=x^2+(2-A)x+2\times(-A)=x^2+(2-A)x-2A$
이때 x의 계수가 -2이므로 $2-A=-2$ $\therefore A=4$
따라서 상수항은
$-2A=-2\times4=-8$

0487

다음 중 옳은 것은?

① $(x-1)(x-2)=x^2+3x+2$
② $(x-6)(x+9)=x^2+3x-54$
③ $(x+1)(x-7)=x^2-6x+7$
④ $(x+3)(x-4)=x^2-12x-1$
⑤ $(x+5)(x-8)=x^2+3x-13$

① $(x-1)(x-2)=x^2+(-1-2)x+(-1)\times(-2)=x^2-3x+2$
③ $(x+1)(x-7)=x^2+(1-7)x+1\times(-7)=x^2-6x-7$
④ $(x+3)(x-4)=x^2+(3-4)x+3\times(-4)=x^2-x-12$
⑤ $(x+5)(x-8)=x^2+(5-8)x+5\times(-8)=x^2-3x-40$

0488

$\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+3)$의 전개식에서 x의 계수와 $(x-4)(x+a)$의 전개식에서 상수항이 같을 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

$\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+3)=x^2+\left(-\frac{1}{3}+3\right)x+\left(-\frac{1}{3}\right)\times3=x^2+\frac{8}{3}x-1$
따라서 $\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+3)$의 전개식에서 x의 계수는 $\frac{8}{3}$이다.
$(x-4)(x+a)=x^2+(-4+a)x+(-4)\times a=x^2+(a-4)x-4a$
따라서 $(x-4)(x+a)$의 전개식에서 상수항은 $-4a$이다.
이때 $-4a=\frac{8}{3}$이므로 $a=\frac{8}{3}\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{2}{3}$

개념 02

유형 055 곱셈 공식 (5)

곱

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

곱

0489

$(2x+5)(x-4)=2x^2+ax-20$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. -3

$(2x+5)(x-4)=(2\times1)x^2+\{2\times(-4)+5\times1\}x+5\times(-4)$
$=2x^2-3x-20$
$\therefore a=-3$

0490

$(Ax-3)(3x+B)=12x^2+Cx-12$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A+B-C$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

$(Ax-3)(3x+B)=(3\times A)x^2+\{A\times B+(-3)\times3\}x+(-3)\times B$
$=3Ax^2+(AB-9)x-3B$
$3A=12$이므로 $A=4$
$-3B=-12$이므로 $B=4$
$AB-9=C$이므로 $C=4\times4-9=7$
$\therefore A+B-C=4+4-7=1$

0491

$(3x+a)(2x-1)$의 전개식에서 x의 계수와 상수항이 같을 때, 상수 a의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

$(3x+a)(2x-1)=(3\times2)x^2+\{3\times(-1)+a\times2\}x+a\times(-1)$
$=6x^2+(-3+2a)x-a$
따라서 x의 계수는 $-3+2a$, 상수항은 $-a$이고 x의 계수와 상수항이 같으므로
$-3+2a=-a$
$3a=3$ $\therefore a=1$

0492

다음을 계산하시오. $4x^2+2x-17$

$$(x+1)(2x-3)+(x-2)(2x+7)$$

$(x+1)(2x-3)+(x-2)(2x+7)$
$=(1\times2)x^2+\{1\times(-3)+1\times2\}x+1\times(-3)+(1\times2)x^2+\{1\times7+(-2)\times2\}x+(-2)\times7$
$=2x^2-x-3+2x^2+3x-14$
$=4x^2+2x-17$

개념 02

중요

유형 056 곱셈 공식 - 종합

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
(4) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
(5) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

0493

다음 중 옳지 않은 것은?

① $(3x-2)^2=9x^2-12x+4$
② $(-x-5y)^2=x^2+10xy+25y^2$
③ $(x-3)(x+3)=x^2-9$
√④ $(x+8)(x-4)=x^2-4x-32$
⑤ $(3x-4y)(2x-4y)=6x^2-20xy+16y^2$

④ $(x+8)(x-4)=x^2+4x-32$

0494

다음 중 전개했을 때, x의 계수가 가장 큰 것은?

① $(x-3)^2$　② $(x+5)(x-5)$
③ $(-x+4)(-x+7)$　④ $(3x+5)(x-4)$
√⑤ $(2x+3)(3x-4)$

① $(x-3)^2=x^2-6x+9$ ➡ x의 계수: -6
② $(x+5)(x-5)=x^2-25$ ➡ x의 계수: 0
③ $(-x+4)(-x+7)=x^2-11x+28$ ➡ x의 계수: -11
④ $(3x+5)(x-4)=3x^2-7x-20$ ➡ x의 계수: -7
⑤ $(2x+3)(3x-4)=6x^2+x-12$ ➡ x의 계수: 1

0495

다음을 계산하면?

$$(x+3)(x-2)+2(x+2)^2$$

① $3x^2-9x+10$　② $3x^2-6x+10$
③ $3x^2+6x+2$　④ $3x^2+9x-4$
√⑤ $3x^2+9x+2$

$(x+3)(x-2)+2(x+2)^2=x^2+x-6+2(x^2+4x+4)$
$=x^2+x-6+2x^2+8x+8$
$=3x^2+9x+2$

개념 02

유형 057 곱셈 공식과 도형의 넓이 (1)

곱셈 공식을 이용하여 직사각형의 넓이를 구할 때는 다음의 순서로 구한다.
❶ 가로, 세로의 길이를 문자를 이용하여 나타낸다.
❷ 직사각형의 넓이를 구하는 식을 세운 후 곱셈 공식을 이용하여 전개한다.

0496

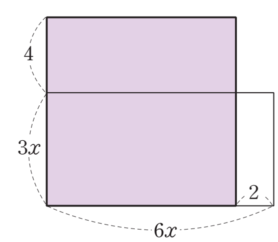
가로, 세로의 길이가 각각 $3x-5$, $x+a$인 직사각형의 넓이가 $3x^2+bx-10$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -2　② -1　③ 1
④ 2　√⑤ 3

$(3x-5)(x+a)=3x^2+(3a-5)x-5a$
$-5a=-10$이므로 $a=2$
$3a-5=b$이므로 $b=3\times2-5=1$
$\therefore a+b=2+1=3$

0497

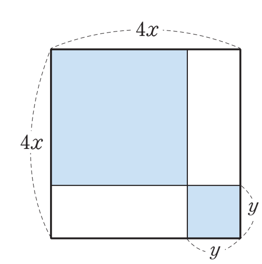
오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $6x$, $3x$인 직사각형에서 가로의 길이는 2만큼 줄이고, 세로의 길이는 4만큼 늘였다. 이때 색칠한 직사각형의 넓이를 구하시오. $18x^2+18x-8$



색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $6x-2$, 세로의 길이는 $3x+4$이므로 색칠한 직사각형의 넓이는
$(6x-2)(3x+4)=18x^2+18x-8$

0498

오른쪽 그림은 한 변의 길이가 $4x$인 정사각형에서 가로, 세로의 길이를 각각 y만큼 줄인 정사각형과 한 변의 길이가 y인 정사각형을 색칠한 것이다. 색칠한 부분의 넓이가 $ax^2+bxy+cy^2$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?



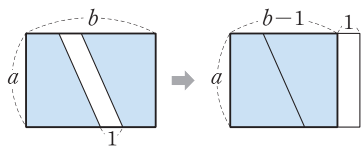
① 8　√② 10　③ 12
④ 14　⑤ 16

색칠한 부분의 넓이는
$(4x-y)^2+y^2=(16x^2-8xy+y^2)+y^2$
$=16x^2-8xy+2y^2$
$\therefore a=16, b=-8, c=2$
$\therefore a+b+c=16-8+2=10$

개념 02

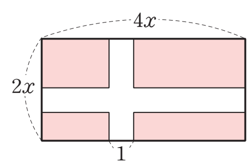
유형 058 곱셈 공식과 도형의 넓이 (2)

일정한 간격만큼 떨어져 있는 도형의 넓이는 떨어져 있는 도형을 이동하여 붙여서 생각한다.

예


색칠한 부분의 넓이는 $a\times(b-1)=ab-a$

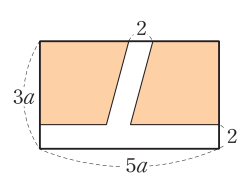
0499



오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $4x$, 세로의 길이가 $2x$인 직사각형 모양의 땅에 폭이 1로 일정한 길을 만들었다. 길을 제외한 땅의 넓이를 구하시오. $8x^2-6x+1$

땅을 이동하면 길을 제외한 땅의 가로의 길이는 $4x-1$, 세로의 길이는 $2x-1$이다.
따라서 구하는 땅의 넓이는
$(4x-1)(2x-1)=8x^2-6x+1$

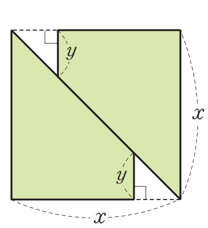
0500



오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $5a$, 세로의 길이가 $3a$인 직사각형 모양의 땅에 폭이 2로 일정한 길을 만들었다. 길을 제외한 땅의 넓이는 $15a^2+Aa+B$일 때, 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값을 구하시오. -12

땅을 이동하면 길을 제외한 땅의 가로의 길이는 $5a-2$, 세로의 길이는 $3a-2$이다.
따라서 구하는 땅의 넓이는
$(5a-2)(3a-2)=15a^2-16a+4$
$\therefore A=-16,\ B=4$
$\therefore A+B=-16+4=-12$

0501



오른쪽 그림은 한 변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때 색칠한 부분의 넓이를 구하시오. x^2-y^2

자르고 남은 도형을 이동하면 가로의 길이가 $x-y$, 세로의 길이가 $x+y$인 직사각형이 되므로 색칠한 부분의 넓이는
$(x-y)(x+y)=x^2-y^2$

개념 03

유형 059 공통부분이 있는 식의 전개

공통부분이 있는 식은 다음의 순서로 전개한다.
❶ 공통부분을 한 문자로 놓는다.
❷ 곱셈 공식을 이용하여 전개한다.
❸ ❷의 식의 문자에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

0502

$(a+b-1)(a+b+1)$을 전개하면?

① $a^2-2ab-b^2-1$ ② $a^2-2ab-b^2+1$
③ $a^2-2ab+b^2+1$ ✓④ $a^2+2ab+b^2-1$
⑤ $a^2+2ab+b^2+1$

$a+b=A$로 놓으면
$(a+b-1)(a+b+1)=(A-1)(A+1)$
$=A^2-1$
$=(a+b)^2-1$
$=a^2+2ab+b^2-1$

0503

$(2x-y+3)^2$의 전개식에서 xy의 계수를 a, x의 계수를 b라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 4 ② 6 ✓③ 8
④ 10 ⑤ 12

$2x-y=A$로 놓으면
$(2x-y+3)^2=(A+3)^2$
$=A^2+6A+9$
$=(2x-y)^2+6(2x-y)+9$
$=4x^2-4xy+y^2+12x-6y+9$
$\therefore a=-4,\ b=12$
$\therefore a+b=-4+12=8$

0504

$(3x+y+6)(3x+y-4)$를 전개한 식이 $9x^2+axy+y^2+bx+2y+c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하시오. 36

$3x+y=A$로 놓으면
$(3x+y+6)(3x+y-4)=(A+6)(A-4)$
$=A^2+2A-24$
$=(3x+y)^2+2(3x+y)-24$
$=9x^2+6xy+y^2+6x+2y-24$
$\therefore a=6,\ b=6,\ c=-24$
$\therefore a+b-c=6+6-(-24)=36$

개념 03

유형 060 ( )( )( )( )의 꼴의 전개

( )( )( )( )의 꼴은 다음의 순서로 전개한다.
❶ 공통부분이 생기도록 2개씩 짝 지어 전개한다.
❷ 공통부분을 한 문자로 놓고 식을 전개한다.
❸ ❷의 식의 문자에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

0505

다음은 $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$를 전개하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것으로 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}&(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)\\&=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(\boxed{①})\}\\&=(x^2-\boxed{②}x-3)(x^2-2x-8)\end{aligned}$$
$\boxed{③}=A$로 놓으면
$$\begin{aligned}&(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)\\&=(A-3)(A-8)\\&=A^2-11A+24\\&=\boxed{④}-11(x^2-2x)+24\\&=x^4-4x^3+4x^2-11x^2+22x+24\\&=x^4-4x^3-\boxed{⑤}x^2+22x+24\end{aligned}$$

① $x-4$ ② 2 √③ x^2-2
④ $(x^2-2x)^2$ ⑤ 7

③ x^2-2x

0506

다음 등식에서 양수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

$$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$$
$$=x^4+2x^3-ax^2-bx+24$$

√① 27 ② 28 ③ 29
④ 30 ⑤ 31

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
$\therefore a=13,\ b=14$
$\therefore a+b=13+14=27$

0507

$x(x-1)(x+2)(x+3)$을 전개하시오. $x^4+4x^3+x^2+6x$

$x(x-1)(x+2)(x+3)=\{x(x+2)\}\{(x-1)(x+3)\}$
$=(x^2+2x)(x^2+2x-3)$
$x^2+2x=A$로 놓으면
$x(x-1)(x+2)(x+3)=A(A-3)=A^2-3A$
$=(x^2+2x)^2-3(x^2+2x)$
$=x^4+4x^3+4x^2-3x^2+6x$
$=x^4+4x^3+x^2+6x$

개념 03

중요 유형 061 곱셈 공식을 이용한 수의 계산

(1) 수의 제곱의 계산
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
을 이용한다.
(2) 두 수의 곱의 계산
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
를 이용한다.

0508

곱셈 공식을 이용하여 32×28을 계산하려고 할 때, 가장 편리한 곱셈 공식은?

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
② $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
√③ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
④ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
⑤ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

$32\times28=(30+2)(30-2)$

0509

다음 중 주어진 수를 곱셈 공식을 이용하여 계산할 때, 가장 편리한 곱셈 공식을 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?

① 104^2 ➡ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
② 197^2 ➡ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
③ 303×297 ➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
√④ 105×108 ➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
⑤ 201×204 ➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $105\times108=(100+5)(100+8)$ ➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

0510

곱셈 공식을 이용하여 $52\times55-10$을 계산하시오. 2850

$52\times55-10=(50+2)(50+5)-10$
$=50^2+(2+5)\times50+10-10$
$=2500+350=2850$

유형으로 도전하기

개념 04

유형 062 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산

제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용하여 계산한다.

(1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+2\sqrt{ab}+b$

(2) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a-2\sqrt{ab}+b$

(3) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$

(4) $(\sqrt{a}+b)(\sqrt{a}+c)=a+(b+c)\sqrt{a}+bc$

0511

다음 중 계산한 값이 유리수인 것은?

① $(\sqrt{2}+1)^2$

② $(\sqrt{3}-5)^2$

③ $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2)$

④ $(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})$

⑤ $\sqrt{10}(\sqrt{10}-1)$

① $(\sqrt{2}+1)^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times1+1^2=2+2\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$

② $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2=3-2\sqrt{15}+5=8-2\sqrt{15}$

③ $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2)=(\sqrt{3})^2+(1-2)\sqrt{3}+1\times(-2)=3-\sqrt{3}-2=1-\sqrt{3}$

④ $(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2=7-5=2$

⑤ $\sqrt{10}(\sqrt{10}-1)=10-\sqrt{10}$

0512

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=a+b\sqrt{6}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 7

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$

$\therefore a=5,\ b=2$

$\therefore a+b=5+2=7$

0513

$(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)$을 계산하면?

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

$(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1)=(2\sqrt{2})^2-1^2=8-1=7$

0514

$(2\sqrt{3}-1)(a\sqrt{3}+4)$가 유리수가 되도록 하는 유리수 a의 값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

$(2\sqrt{3}-1)(a\sqrt{3}+4)=2\sqrt{3}\times a\sqrt{3}+(2\times4-1\times a)\sqrt{3}+(-1)\times4$

$=6a-4+(8-a)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $8-a=0$이어야 하므로 $a=8$

개념 04

유형 063 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{c\sqrt{a}-c\sqrt{b}}{a-b}$$

(단, $a>0$, $b>0$, $a\neq b$)

풍쌤의 Point $\frac{c}{a+\sqrt{b}}=\frac{c(a-\sqrt{b})}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})}=\frac{ac-c\sqrt{b}}{a^2-b}$

(단, $a^2\neq b$)

0515

다음은 $\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$의 분모를 유리화하는 과정이다. $A+B$의 값은?

$$\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{3(\sqrt{6}+A)}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+A)}=B$$

① $\sqrt{3}$　② $\sqrt{6}$　③ $2\sqrt{3}$　④ $2\sqrt{3}+\sqrt{6}$　⑤ $2\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

$\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{3}=\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$\therefore A=\sqrt{3},\ B=\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$\therefore A+B=\sqrt{3}+(\sqrt{3}+\sqrt{6})=2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

0516

$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$의 분모를 유리화하면?

① $-2\sqrt{5}-2\sqrt{7}$　② $-\sqrt{5}-\sqrt{7}$　③ $-\sqrt{5}+\sqrt{7}$　④ $\sqrt{5}-\sqrt{7}$　⑤ $2\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{(\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{5}+\sqrt{7})}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{7})^2}=\frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{-2}=-\sqrt{5}-\sqrt{7}$

0517

$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=a-2\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 11

$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\frac{(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\frac{3-2\sqrt{6}+2}{1}=5-2\sqrt{6}$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=5+6=11$

개념 04

유형 064 식의 값 구하기 (1)

두 수 x, y의 값이 주어지면 다음의 순서로 식의 값을 구한다.
❶ 곱셈 공식을 이용하여 구하는 식을 간단히 한다.
❷ ❶에서 간단히 한 식에 주어진 수를 대입하여 근호를 포함한 식의 값을 구한다.

0518

$x=\sqrt{3}$, $y=\sqrt{2}$일 때, $(x-y)(x+y)$의 값을 구하시오. 1

$(x-y)(x+y)=x^2-y^2$
$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2$
$=3-2=1$

0519

$x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{6}$일 때, $(x+y)^2-(x-y)^2$의 값은?

① $-8\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

$(x+y)^2-(x-y)^2=(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)$
$=4xy$
$=4\times\sqrt{2}\times\sqrt{6}$
$=4\sqrt{12}=8\sqrt{3}$

0520

$x=\sqrt{5}+1$, $y=\sqrt{3}-2$일 때, $(x+1)(y+1)-xy$의 값을 구하시오. $\sqrt{5}+\sqrt{3}$

$(x+1)(y+1)-xy=xy+x+y+1-xy$
$=x+y+1$
$=(\sqrt{5}+1)+(\sqrt{3}-2)+1$
$=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

0521

$a=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$일 때, $(a-1)^2$의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) a의 분모를 유리화하시오. $\sqrt{5}+1$
(2) (1)을 이용하여 $(a-1)^2$의 값을 구하시오. 5

(1) $a=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\dfrac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-1^2}=\dfrac{4(\sqrt{5}+1)}{4}=\sqrt{5}+1$

(2) $(a-1)^2=(\sqrt{5}+1-1)^2=(\sqrt{5})^2=5$

개념 04

유형 065 식의 값 구하기 (2)

$x=a+\sqrt{b}$의 꼴이 주어지면 다음의 순서로 식의 값을 구한다.
❶ $x=a+\sqrt{b}$의 꼴을 $x-a=\sqrt{b}$의 꼴로 변형한다.
❷ ❶의 양변을 제곱하여 식의 값을 구한다.

0522

다음은 $x=\sqrt{6}-3$일 때, x^2+6x+3의 값을 구하는 과정이다. ①~⑤에 들어갈 수로 옳지 않은 것은?

$x=\sqrt{6}-3$에서 $x+\boxed{①}=\boxed{②}$
양변을 제곱하면 $x^2+6x+9=\boxed{③}$이므로
$x^2+6x=\boxed{④}$
$\therefore x^2+6x+3=\boxed{⑤}$

① 3 ② $\sqrt{6}$ ③ 6
④ -3 ⑤ 9

⑤ 0

0523

$x=1-\sqrt{2}$일 때, x^2-2x의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

$x=1-\sqrt{2}$에서 $x-1=-\sqrt{2}$
양변을 제곱하면 $(x-1)^2=(-\sqrt{2})^2$
$x^2-2x+1=2$ $\therefore x^2-2x=1$

0524

$x=2\sqrt{3}+2$일 때, x^2-4x-3의 값을 구하시오. 5

$x=2\sqrt{3}+2$에서 $x-2=2\sqrt{3}$
양변을 제곱하면 $(x-2)^2=(2\sqrt{3})^2$
$x^2-4x+4=12$, $x^2-4x=8$
$\therefore x^2-4x-3=8-3=5$

0525

$x=\dfrac{1}{\sqrt{10}+3}$일 때, $x^2+6x+10$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

$x=\dfrac{1}{\sqrt{10}+3}=\dfrac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}=\dfrac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10})^2-3^2}=\sqrt{10}-3$
$x=\sqrt{10}-3$에서 $x+3=\sqrt{10}$
양변을 제곱하면 $(x+3)^2=(\sqrt{10})^2$
$x^2+6x+9=10$, $x^2+6x=1$
$\therefore x^2+6x+10=1+10=11$

개념 05

중요

유형 066 곱셈 공식의 변형 (1) - 두 수의 합과 곱 또는 차와 곱이 주어진 경우

(1) $a+b$와 ab의 값이 주어진 경우
① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
② $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

(2) $a-b$와 ab의 값이 주어진 경우
① $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
② $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

0526

$x+y=\sqrt{5}$, $xy=2$일 때, $(x-y)^2$의 값은?

① -5 ✓② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$
$=(\sqrt{5})^2-4\times2$
$=5-8=-3$

0527

$x-y=6$, $xy=-4$일 때, x^2+y^2의 값을 구하시오. 28

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=6^2+2\times(-4)$
$=36-8=28$

0528

$x+y=3\sqrt{3}$, $xy=6$일 때, x^2+y^2의 값은?

① 12 ✓② 15 ③ 27
④ 30 ⑤ 39

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=(3\sqrt{3})^2-2\times6$
$=27-12=15$

0529

$x-y=2\sqrt{5}$, $xy=5$일 때, $(x+y)^2$의 값을 구하시오. 40

$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=(2\sqrt{5})^2+4\times5$
$=20+20=40$

개념 05

유형 067 곱셈 공식의 변형 (2) - 두 수의 곱이 1 또는 −1인 경우

$x+\frac{1}{x}$ 또는 $x-\frac{1}{x}$의 값이 주어진 경우

(1) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

(2) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4$

(3) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4$

풍쌤의 Point $x^2+ax+1=0\ (a\neq0)$의 꼴은 양변을 x로 나누어 $x+a+\frac{1}{x}=0$, 즉 $x+\frac{1}{x}=-a$임을 이용한다.

0530

다음은 $x+\frac{1}{x}=3$일 때, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\boxed{\frac{1}{x}}\right)^2-4=\boxed{3}^2-4=\boxed{5}$$

0531

$x-\frac{1}{x}=5$일 때, $x^2+\frac{1}{x^2}$의 값은?

① 23 ② 25 ✓③ 27
④ 29 ⑤ 31

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$
$=5^2+2$
$=25+2=27$

0532

$x^2-2x-1=0$일 때, $x^2+\frac{1}{x^2}$의 값을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) $x-\frac{1}{x}$의 값을 구하시오. 2

(2) (1)을 이용하여 $x^2+\frac{1}{x^2}$의 값을 구하시오. 6

(1) $x\neq0$이므로 $x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-2-\frac{1}{x}=0$ $\therefore x-\frac{1}{x}=2$

(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=2^2+2=4+2=6$

배운내용 점검하기

0533

$(4x+5)(Ax+B)=4x^2+Cx+15$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A+B-C$의 값은?

① -21 ② -20 ③ -17
④ -13 ⑤ -4

$(4x+5)(Ax+B)=4Ax^2+4Bx+5Ax+5B$
$=4Ax^2+(5A+4B)x+5B$
$4A=4$이므로 $A=1$
$5B=15$이므로 $B=3$
$C=5A+4B=5\times1+4\times3=5+12=17$
$\therefore A+B-C=1+3-17=-13$

0534

$(x+Ay)^2$의 전개식에서 xy의 계수가 -18일 때, 상수 A의 값은?

① -18 ② -9 ③ -3
④ 9 ⑤ 18

$(x+Ay)^2=x^2+2\times x\times Ay+(Ay)^2$
$=x^2+2Axy+A^2y^2$
이때 xy의 계수가 -18이므로 $2A=-18$
$\therefore A=-9$

0535

$\left(4x-\frac{1}{2}\right)^2=Ax^2+Bx+\frac{1}{4}$일 때, 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값을 구하시오. 12

$\left(4x-\frac{1}{2}\right)^2=(4x)^2-2\times4x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$=16x^2-4x+\frac{1}{4}$
$\therefore A=16,\ B=-4$
$\therefore A+B=16+(-4)=12$

0536

다음 중 $(-x+2y)^2$과 전개식이 같은 것은?

① $(x+2y)^2$ ② $(x-2y)^2$ ③ $-(x+2y)^2$
④ $-(x-2y)^2$ ⑤ $(2x-y)^2$

$(-x+2y)^2=(-x)^2+2\times(-x)\times2y+(2y)^2=x^2-4xy+4y^2$
① $(x+2y)^2=x^2+2\times x\times2y+(2y)^2=x^2+4xy+4y^2$
② $(x-2y)^2=x^2-2\times x\times2y+(2y)^2=x^2-4xy+4y^2$
③ $-(x+2y)^2=-\{x^2+2\times x\times2y+(2y)^2\}=-x^2-4xy-4y^2$
④ $-(x-2y)^2=-\{x^2-2\times x\times2y+(2y)^2\}=-x^2+4xy-4y^2$
⑤ $(2x-y)^2=(2x)^2-2\times2x\times y+y^2=4x^2-4xy+y^2$

0537

다음 중 옳지 않은 것은?

① $(a+2b)(a-2b)=a^2-4b^2$
② $(x-4)(x+4)=x^2-16$
③ $(-x+2y)(-x-2y)=-x^2-4y^2$
④ $(-2a+3b)(2a+3b)=-4a^2+9b^2$
⑤ $\left(-2a+\frac{1}{2}\right)\left(-2a-\frac{1}{2}\right)=4a^2-\frac{1}{4}$

③ $(-x+2y)(-x-2y)=(-x)^2-(2y)^2=x^2-4y^2$

0538

$(x+3y)(3y-x)=Ax^2+Bxy+Cy^2$일 때, 상수 A, B, C에 대하여 $A-B+C$의 값을 구하시오. 8

$(x+3y)(3y-x)=(3y+x)(3y-x)=(3y)^2-x^2=9y^2-x^2$
$\therefore A=-1,\ B=0,\ C=9$
$\therefore A-B+C=-1-0+9=8$

0539 풍쌤 PICK

$\left(x+\frac{1}{4}\right)(x+a)$의 전개식에서 x의 계수와 상수항이 같을 때, 상수 a의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

$\left(x+\frac{1}{4}\right)(x+a)=x^2+\left(\frac{1}{4}+a\right)x+\frac{1}{4}\times a=x^2+\left(\frac{1}{4}+a\right)x+\frac{1}{4}a$
따라서 x의 계수는 $\frac{1}{4}+a$, 상수항은 $\frac{1}{4}a$이고 x의 계수와 상수항이 같으므로
$a+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}a,\ \frac{3}{4}a=-\frac{1}{4}$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$

0540

$(5x-1)(2x+3)=ax^2+bx+c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a-b+c$의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

$(5x-1)(2x+3)=(5\times2)x^2+\{5\times3+(-1)\times2\}x+(-1)\times3$
$=10x^2+13x-3$
$\therefore a=10,\ b=13,\ c=-3$
$\therefore a-b+c=10-13+(-3)=-6$

배운내용 점검하기

0541

다음 중 옳지 않은 것은?

① $(2x-5)^2=4x^2-20x+25$

② $(x+6y)^2=x^2+12xy+36y^2$

√③ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2+\frac{1}{9}$

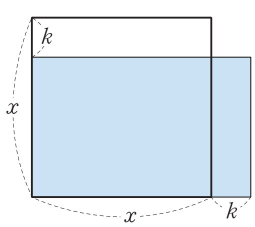
④ $(x+3y)(x-7y)=x^2-4xy-21y^2$

⑤ $(-x+3)(4x-3)=-4x^2+15x-9$

③ $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2=x^2-\frac{1}{9}$

0542 풍쌤 PICK

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 x인 정사각형에서 가로의 길이는 k만큼 늘이고, 세로의 길이는 k만큼 줄여서 만든 직사각형의 넓이를 구하시오. x^2-k^2

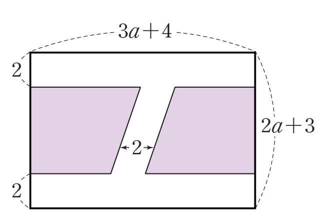


색칠한 직사각형의 가로의 길이는 $x+k$, 세로의 길이는 $x-k$이므로 색칠한 직사각형의 넓이는

$(x+k)(x-k)=x^2-k^2$

0543

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $3a+4$, 세로의 길이가 $2a+3$인 직사각형 모양의 땅에 폭이 2로 일정한 길을 만들었다. 길을 제외한 땅의 넓이는 Aa^2+a+B이다. 상수 A, B에 대하여 $A+B$의 값은?



① 2　√② 4　③ 6

④ 8　⑤ 10

땅을 이동하면 길을 제외한 땅의 가로의 길이는 $3a+2$, 세로의 길이는 $2a-1$이다.
따라서 구하는 땅의 넓이는

$(3a+2)(2a-1)=6a^2+a-2$

$\therefore A=6,\ B=-2$

$\therefore A+B=6+(-2)=4$

0544

$(2a+b+4)(2a+b-3)$을 전개하면?

① $4a^2-4ab+b^2-2a-b-12$

② $4a^2-4ab+b^2+2a+b-12$

③ $4a^2+4ab+b^2-2a-b-12$

√④ $4a^2+4ab+b^2+2a+b-12$

⑤ $4a^2+4ab+b^2+2a+b+12$

$2a+b=A$로 놓으면

$(2a+b+4)(2a+b-3)=(A+4)(A-3)$
$=A^2+A-12$
$=(2a+b)^2+(2a+b)-12$
$=4a^2+4ab+b^2+2a+b-12$

0545

$(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4+ax^2+b$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. -1

$(x-1)(x-2)(x+1)(x+2)=\{(x-1)(x+1)\}\{(x-2)(x+2)\}$
$=(x^2-1)(x^2-4)$
$=x^4-5x^2+4$

$\therefore a=-5,\ b=4$

$\therefore a+b=-5+4=-1$

0546

다음 중 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 계산하면 가장 편리한 것은?

① 107^2　② 96^2　√③ 53×47

④ 102×103　⑤ 9.7^2

① $107^2=(100+7)^2$ ➡ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
② $96^2=(100-4)^2$ ➡ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
③ $53\times47=(50+3)(50-3)$ ➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
④ $102\times103=(100+2)(100+3)$ ➡ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
⑤ $9.7^2=(1-0.3)^2$ ➡ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

0547 풍쌤 PICK

곱셈 공식을 이용하여 $105^2-102\times98$을 계산하시오. 1029

$105^2-102\times98=(100+5)^2-(100+2)(100-2)$
$=100^2+2\times100\times5+5^2-(100^2-2^2)$
$=100^2+1000+25-100^2+4$
$=1000+25+4$
$=1029$

0548

$(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-1)=a$일 때, a^2의 값은?

① 0　② 1　✓③ 2　④ 3　⑤ 4

$a=(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-1)$
$=(\sqrt{2})^2+(2-1)\sqrt{2}+2\times(-1)$
$=2+\sqrt{2}-2=\sqrt{2}$
$\therefore a^2=(\sqrt{2})^2=2$

0549

$\dfrac{3}{\sqrt{7}+2}$의 분모를 유리화하면?

✓① $\sqrt{7}-2$　② $3\sqrt{7}-6$　③ 3　④ $\sqrt{7}+2$　⑤ $3\sqrt{7}+6$

$\dfrac{3}{\sqrt{7}+2}=\dfrac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)}=\dfrac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7})^2-2^2}=\dfrac{3(\sqrt{7}-2)}{3}=\sqrt{7}-2$

0550

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}=a+b\sqrt{6}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 2

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(2\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(2\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\dfrac{4+\sqrt{6}+2\sqrt{6}+3}{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=\dfrac{7+3\sqrt{6}}{5}=\dfrac{7}{5}+\dfrac{3}{5}\sqrt{6}$

$\therefore a=\dfrac{7}{5}, b=\dfrac{3}{5}$

$\therefore a+b=\dfrac{7}{5}+\dfrac{3}{5}=2$

0551

$x=\sqrt{5}$, $y=\sqrt{7}$일 때, $(x+y)^2+(x-y)^2$의 값은?

① 16　② 18　③ 20　④ 22　✓⑤ 24

$(x+y)^2+(x-y)^2=(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)$
$=2x^2+2y^2$
$=2\times(\sqrt{5})^2+2\times(\sqrt{7})^2$
$=2\times5+2\times7=24$

0552

$x=\sqrt{11}-4$일 때, x^2+8x-1의 값은?

✓① -6　② -4　③ -2　④ 4　⑤ 6

$x=\sqrt{11}-4$에서 $x+4=\sqrt{11}$
양변을 제곱하면 $(x+4)^2=(\sqrt{11})^2$
$x^2+8x+16=11$, $x^2+8x=-5$
$\therefore x^2+8x-1=-5-1=-6$

0553

$x=\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}$일 때, x^2-6x+5의 값은?

✓① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

$x=\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}=\dfrac{2(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})}=\dfrac{2(3-\sqrt{7})}{3^2-(\sqrt{7})^2}=\dfrac{2(3-\sqrt{7})}{2}=3-\sqrt{7}$
$x=3-\sqrt{7}$에서 $x-3=-\sqrt{7}$
양변을 제곱하면 $(x-3)^2=(-\sqrt{7})^2$
$x^2-6x+9=7$, $x^2-6x=-2$
$\therefore x^2-6x+5=-2+5=3$

0554

$x-y=4\sqrt{2}$, $xy=5$일 때, $(x+y)^2$의 값은?

① 44　② 48　✓③ 52　④ 56　⑤ 60

$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=(4\sqrt{2})^2+4\times5$
$=32+20=52$

0555 풍쌤 PICK

$x+\dfrac{1}{x}=7$일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$의 값은?

① 41　② 43　③ 45　✓④ 47　⑤ 49

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2$
$=7^2-2$
$=49-2=47$

2 다항식의 인수분해

개념 01 인수분해

(1) **인수:** 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 다항식을 처음 다항식의 인수라고 한다.

(2) **인수분해:** 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수의 곱으로 나타내는 것을 다항식을 인수분해한다고 한다.

$$x^2+(a+b)x+ab \underset{\text{전개}}{\overset{\text{인수분해}}{\rightleftarrows}} \underbrace{(x+a)(x+b)}_{\text{인수}}$$

> 참고 모든 다항식에서 1과 자기 자신은 그 다항식의 인수이다.

(3) **공통인 인수를 이용한 인수분해:** 다항식의 각 항에 공통인 인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인 인수로 묶어 내어 인수분해한다.

➡ $\underbrace{ma+mb}_{\text{공통인 인수로 묶기}}=m(a+b)$

> 참고 인수분해할 때에는 공통인 인수가 남지 않도록 모두 묶어 낸다.

예 $2x^2+6x=\underbrace{2x\times x+2x\times 3}_{\text{공통인 인수로 묶기}}=2x(x+3)$

풍쌤의 오개념 체크

~~1은 x^2+6x+5의 인수가 아니야.~~

1은 x^2+6x+5의 인수야.

개념 02 인수분해 공식 (1)

(1) $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$의 인수분해

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 예 $x^2+2x+1=(x+1)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 예 $x^2-2x+1=(x-1)^2$

(2) **완전제곱식:** 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식

(3) x^2+ax+b가 완전제곱식이 될 조건

① b의 조건: $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

② a의 조건: $a=\pm 2\sqrt{b}$ (단, $b>0$)

> 참고 ① $x^2+ax+b=x^2+2\times x\times\frac{a}{2}+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2$에서 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$
>
> ② $x^2+ax+b=x^2\pm 2\times x\times\sqrt{b}+(\pm\sqrt{b})^2=(x\pm\sqrt{b})^2$ (복호동순)에서 $a=\pm 2\sqrt{b}$

(4) a^2-b^2의 인수분해

$\underbrace{a^2-b^2}_{\text{제곱의 차}}=\underbrace{(a+b)}_{\text{합}}\underbrace{(a-b)}_{\text{차}}$ 예 $x^2-4=(x+2)(x-2)$

풍쌤의 오개념 체크

~~$x(x+1)^2$은 완전제곱식이야.~~

$2(x+1)^2$은 완전제곱식이야.

개념으로 연습하기

정답과 풀이 38~39쪽

01 인수분해

[0556~0559] 다음 식은 어떤 다항식을 인수분해한 것인지 구하시오.

0556 $7(5-x)$ $35-7x$

0557 $-x(x+3)$ $-x^2-3x$

0558 $(x+2)^2$ x^2+4x+4

0559 $(2x+1)(x-3)$ $2x^2-5x-3$

[0560~0563] 다음 두 식의 1이 아닌 공통인 인수를 구하시오.

0560 $2x$, $3xy$ x

0561 $(x-1)x$, $x(x+4)$ x

0562 $(x+2)(x^2+5)$, $(x-1)(x+2)$ $x+2$

0563 $(x+1)(x+2)$, $x(x+1)(x+8)$ $x+1$

[0564~0569] 다음 식을 인수분해하시오.

0564 x^2+x $x(x+1)$

0565 x^2-2x $x(x-2)$

0566 $xy+xz$ $x(y+z)$

0567 $-4x^2+2xy$ $2x(-2x+y)$

0568 $6x^2y-2xy$ $2xy(3x-1)$

0569 $3x^2y-9xy^2+12xy$ $3xy(x-3y+4)$

02 인수분해 공식 (1)

[0570~0573] 다음 식을 인수분해하시오.

0570 $a^2+8a+16$ $(a+4)^2$

0571 $4x^2+4x+1$ $(2x+1)^2$

0572 a^2-4a+4 $(a-2)^2$

0573 $9x^2-6x+1$ $(3x-1)^2$

[0574~0577] 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣으시오.

0574 $x^2-10x+\boxed{25}$

0575 $a^2+12ab+\boxed{36}b^2$

0576 $x^2+\boxed{16}xy+64y^2$

0577 $a^2+\boxed{20}a+100$

[0578~0581] 다음 식을 인수분해하시오.

0578 x^2-25 $(x+5)(x-5)$

0579 x^2-16y^2 $(x+4y)(x-4y)$

0580 $4-a^2$ $(2+a)(2-a)$

0581 $4a^2-9b^2$ $(2a+3b)(2a-3b)$

개념 03 인수분해 공식 (2)

(1) $x^2+(a+b)x+ab$의 인수분해

$$x^2+(\underbrace{a+b}_{\text{두 수의 합}})x+\underbrace{ab}_{\text{두 수의 곱}}=(x+a)(x+b)$$

(2) $x^2+(a+b)x+ab$의 인수분해 방법

항이 3개이고 x^2의 계수가 1인 이차식은 다음의 순서로 인수분해한다.

❶ 곱하여 상수항 ab가 되는 두 정수 a, b를 찾는다.

❷ ❶의 두 수 중 더하여 x의 계수 $a+b$가 되는 두 정수 a, b를 찾는다.

❸ 주어진 식을 $(x+a)(x+b)$의 꼴로 나타낸다.

곱이 ab인 두 정수	합
a, b	$a+b$
$-a$, $-b$	$-a-b$

예 다항식 x^2+5x+4를 인수분해하려면 곱이 4, 합이 5인 두 정수 a, b를 찾는다.
따라서 $a=1$, $b=4$이므로 $x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$

(3) $acx^2+(ad+bc)x+bd$의 인수분해

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

(4) $acx^2+(ad+bc)x+bd$의 인수분해 방법

항이 3개이고 x^2의 계수가 1이 아닌 이차식은 다음의 순서로 인수분해한다.

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

$$\begin{array}{lllr} ax & b & \longrightarrow & bcx \\ cx & d & \longrightarrow & \underline{adx} \ \ (+ \\ & & & (ad+bc)x \end{array}$$

❶ 곱하여 x^2의 계수 ac가 되는 두 정수 a, c를 세로로 나열한다.

❷ 곱하여 상수항 bd가 되는 두 정수 b, d를 세로로 나열한다.

❸ ❶, ❷의 수 중 대각선으로 곱하여 더한 값이 x의 계수 $ad+bc$가 되는 것을 찾는다.

❹ 주어진 식을 $(ax+b)(cx+d)$의 꼴로 나타낸다.

예 다항식 $3x^2+7x+2$를 인수분해하려면 곱하여 3이 되는 두 정수, 곱하여 2가 되는 두 정수를 각각 세로로 나열한 다음 대각선으로 곱하여 더한 값이 7이 되는 것을 찾는다.

$$\begin{array}{llcr} 1 & 1 & \to & 3 \\ 3 & 2 & \to & 2 \\ \hline & & & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{llcr} 1 & 2 & \to & 6 \\ 3 & 1 & \to & 1 \\ \hline & & & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{llcr} 1 & -1 & \to & -3 \\ 3 & -2 & \to & -2 \\ \hline & & & -5 \end{array} \qquad \begin{array}{llcr} 1 & -2 & \to & -6 \\ 3 & -1 & \to & -1 \\ \hline & & & -7 \end{array}$$

따라서 $a=1$, $b=2$, $c=3$, $d=1$이므로 $3x^2+7x+2=(x+2)(3x+1)$

풍쌤의 오개념 체크

x^2+6x+5를 인수분해할 때

~~곱이 6, 합이 5인 두 정수를 찾는다.~~

곱이 5, 합이 6인 두 정수를 찾는다.

03 인수분해 공식 (2)

[0582~0584] 다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. 표를 완성하고 인수분해하시오.

0582 $x^2+3x+2=$ $(x+1)(x+2)$

곱이 2인 두 정수	합
$1,\ 2$	3
$-1,\ -2$	-3

0583 $x^2-4x+3=$ $(x-1)(x-3)$

곱이 3인 두 정수	합
$1,\ 3$	4
$-1,\ -3$	-4

0584 $x^2-6x+8=$ $(x-2)(x-4)$

곱이 8인 두 정수	합
$1,\ 8$	9
$-1,\ -8$	-9
$2,\ 4$	6
$-2,\ -4$	-6

[0585~0588] 다음 식을 인수분해하시오.

0585 x^2+5x+6 $(x+2)(x+3)$

0586 a^2-2a-8 $(a+2)(a-4)$

0587 $x^2+7xy+6y^2$ $(x+y)(x+6y)$

0588 $a^2-5ab+4b^2$ $(a-b)(a-4b)$

[0589~0591] 다음은 다항식을 인수분해하는 과정이다. ☐ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0589 $2x^2+3x+1=(x+\boxed{1})(2x+\boxed{1})$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \searrow\!\!\!\nearrow & 1 & \rightarrow & 2 \\ 2 & \nearrow\!\!\!\searrow & 1 & \rightarrow & \underline{1\ (+} \\ & & & & \boxed{3} \end{array}$$

0590 $3x^2-7x+2=(x-\boxed{2})(\boxed{3}x-1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \searrow\!\!\!\nearrow & -2 & \rightarrow & -6 \\ 3 & \nearrow\!\!\!\searrow & -1 & \rightarrow & \underline{-1\ (+} \\ & & & & \boxed{-7} \end{array}$$

0591 $2x^2-3x-9=(x-\boxed{3})(2x+\boxed{3})$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \searrow\!\!\!\nearrow & \boxed{-3} & \rightarrow & \boxed{-6} \\ \boxed{2} & \nearrow\!\!\!\searrow & 3 & \rightarrow & \underline{3\ (+} \\ & & & & \boxed{-3} \end{array}$$

[0592~0597] 다음 식을 인수분해하시오.

0592 $3x^2+8x+5$ $(x+1)(3x+5)$

0593 $6a^2+a-5$ $(a+1)(6a-5)$

0594 $5x^2-2x-7$ $(x+1)(5x-7)$

0595 $12a^2-13ab-4b^2$ $(3a-4b)(4a+b)$

0596 $2x^2+5x+3$ $(x+1)(2x+3)$

0597 $4a^2-8a-5$ $(2a+1)(2a-5)$

개념 04 복잡한 식의 인수분해

(1) 공통인 인수가 있는 식의 인수분해

공통인 인수로 묶은 후 인수분해 공식을 이용한다.

(2) 공통부분이 있는 식의 인수분해

공통부분을 한 문자로 놓은 후 인수분해한다.

> 주의 공통부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후에는 반드시 원래의 식을 대입하여 정리한다.

예 $(x+y)^2+2(x+y)+1$ ← $x+y=A$로 놓기

$=A^2+2A+1$ ← 인수분해하기

$=(A+1)^2$ ← $A=x+y$ 대입하기

$=(x+y+1)^2$

(3) 항이 4개인 식의 인수분해

① 공통인 인수가 생기도록 (2개의 항)+(2개의 항)으로 묶어서 인수분해한다.

예 $x^2-y^2-2x+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$ ← 두 항씩 묶어서 인수분해하기

$=(x-y)(x+y-2)$

② A^2-B^2의 꼴이 되도록 (3개의 항)+(1개의 항) 또는 (1개의 항)+(3개의 항)으로 묶은 후 인수분해한다.

예 $x^2-y^2-2y-1=x^2-(y^2+2y+1)$ ← (1개의 항)+(3개의 항)으로 묶기

$=x^2-(y+1)^2$ ← A^2-B^2의 꼴로 변형하기

$=(x+y+1)(x-y-1)$

풍쌤의 오개념 체크

$(x+y+1)(x-y+1)$에서 한 문자로 놓아야 하는 공통부분은

~~$x+y$~~ ~~$y+1$~~ $x+1$

개념 05 인수분해 공식의 활용

(1) 인수분해 공식을 이용한 수의 계산

① 공통인 인수 이용하기 ➡ $ma+mb=m(a+b)$, $ma-mb=m(a-b)$

예 $29\times7+29\times3=29\times(7+3)=29\times10=290$

② 완전제곱식 이용하기 ➡ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

예 $19^2+38+1=19^2+2\times19\times1+1^2=(19+1)^2=20^2=400$

③ 합과 차의 곱 이용하기 ➡ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

예 $99^2-1=99^2-1^2=(99+1)(99-1)=100\times98=9800$

> 참고 수의 계산을 직접 할 수도 있지만 인수분해 공식을 이용하여 계산하는 것이 더 편리하다.

(2) 인수분해 공식을 이용한 식의 값

주어진 식을 인수분해한 후 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구한다.

예 $x=39$일 때, x^2+2x+1의 값은

$x^2+2x+1=(x+1)^2$ ← 인수분해하기

$=(39+1)^2$ ← $x=39$ 대입하기

$=40^2$

$=1600$

풍쌤의 오개념 체크

46^2-6^2을 계산할 때, 가장 편리한 인수분해 공식은

~~$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$~~ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 40쪽

04 복잡한 식의 인수분해

0598 다음은 $x^2y-4xy+4y$를 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$x^2y-4xy+4y=\boxed{y}(x^2-4x+4)$$
$$=\boxed{y}(x-\boxed{2})^2$$

0599 다음은 $(x+2)^2+3(x+2)+2$를 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$x+2=A$로 놓으면

$(x+2)^2+3(x+2)+2$

$=A^2+3A+\boxed{2}$

$=(A+1)(A+\boxed{2})$

$=(\boxed{x+2}+1)(\boxed{x+2}+2)$

$=(x+3)(\boxed{x+4})$

[0600~0601] 다음 식을 인수분해하시오.

0600 $x^4-2x^3-8x^2$ $x^2(x+2)(x-4)$

0601 $(x-1)^2+(x-1)-2$ $(x+1)(x-2)$

0602 다음은 $x^2-5x+xy-5y$를 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$x^2-5x+xy-5y=x(\boxed{x-5})+y(\boxed{x-5})$$
$$=(\boxed{x-5})(x+y)$$

0603 다음은 $a^2-2a+1-b^2$을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$a^2-2a+1-b^2=(a-\boxed{1})^2-b^2$$
$$=(a+\boxed{b}-1)(a-\boxed{b}-1)$$

[0604~0605] 다음 식을 인수분해하시오.

0604 $ab-4a-4b+16$ $(a-4)(b-4)$

0605 $x^2+6x+9-y^2$ $(x+y+3)(x-y+3)$

05 인수분해 공식의 활용

[0606~0608] 인수분해 공식을 이용하여 수를 계산하는 과정이다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

0606 $19\times35+19\times65=\boxed{19}\times(35+65)$

$=\boxed{19}\times100=\boxed{1900}$

0607 $99^2+198+1=99^2+2\times99\times\boxed{1}+\boxed{1}^2$

$=(99+\boxed{1})^2$

$=\boxed{100}^2=\boxed{10000}$

0608 $68^2-32^2=(68+\boxed{32})(\boxed{68}-32)$

$=100\times\boxed{36}=\boxed{3600}$

[0609~0611] 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

0609 $17\times55-17\times45$ 170

0610 $51^2-102+1$ 2500

0611 56^2-26^2 2460

[0612~0614] 인수분해 공식을 이용하여 다음 식의 값을 구하시오.

0612 $x=25$일 때, $x^2+10x+25$ 900

0613 $x=\frac{5}{2}$, $y=\frac{1}{2}$일 때, $x^2-2xy+y^2$ 4

0614 $a=16$, $b=6$일 때, a^2-b^2 220

유형으로 도전하기

개념 01

유형 068 인수 찾기

하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 다항식을 처음 다항식의 인수라고 한다.

예 $(x+2)(x-3)$의 인수는
$1, x+2, x-3, (x+2)(x-3)$이다.

풍쌤의 Point 인수끼리의 곱도 인수임을 기억해야 해.

0615

다음 중 $(x-2)(2x+1)$의 인수가 아닌 것은?

① 1 ✓② $2x$ ③ $x-2$
④ $2x+1$ ⑤ $(x-2)(2x+1)$

② $2x$는 $(x-2)(2x+1)$의 인수가 아니다.

0616

다음 보기 중 $xy(3x-y)$의 인수를 모두 고르시오.

ㄱ, ㄴ, ㄹ, ㅂ

보기

ㄱ. y	ㄴ. xy
ㄷ. $3xy$	ㄹ. $x(3x-y)$
ㅁ. $3xy-y$	ㅂ. $xy(3x-y)$

0617

다음 중 $x-1$을 인수로 갖지 않는 것은?

① $-(x-1)$ ✓② $(x-1)+1$
③ $(x+2)(x-1)$ ④ $(x+1)(x-1)$
⑤ $(x-1)^2$

② $(x-1)+1=x$이므로 $x-1$을 인수로 갖지 않는다.

개념 01

유형 069 공통인 인수를 이용한 인수분해

공통인 인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인 인수로 묶어 내어 인수분해한다.

➡ $ma+mb=m(a+b)$

0618

다음 중 $6x^2y-9xy^2$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① x^2 ② y^2 ✓③ $3xy$
✓④ $2x-3y$ ⑤ $2x^2-3y^2$

$6x^2y-9xy^2=3xy(2x-3y)$

0619

다음 중 옳은 것은?

① $4x-8y=4x(1-2y)$
② $5x^2+15x=5(x+3)$
✓③ $x^2-xy=x(x-y)$
④ $-xy-x^2y^2=-xy(1-y)$
⑤ $x^2-x+xy=x^2(x-1+y)$

① $4x-8y=4(x-2y)$
② $5x^2+15x=5x(x+3)$
④ $-xy-x^2y^2=-xy(1+xy)$
⑤ $x^2-x+xy=x(x-1+y)$

0620

다음 중 x^3-x^2의 인수가 아닌 것은?

① x ✓② x^3 ③ $x-1$
④ $x(x-1)$ ⑤ $x^2(x-1)$

$x^3-x^2=x^2(x-1)$

개념 02

유형 070 인수분해 공식 (1)

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(3) 완전제곱식: 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식

0621

다음 중 $4x^2+12x+9$의 인수는?

① $2x-3$ ✓② $2x+3$ ③ $4x-3$
④ $4x+3$ ⑤ $4x+9$

$4x^2+12x+9=(2x+3)^2$

0622

$9x^2-42x+49=(ax+b)^2$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. (단, $a>0$) -4

$9x^2-42x+49=(3x-7)^2$
$\therefore a=3,\ b=-7$
$\therefore a+b=3+(-7)=-4$

0623

다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^2+12a+36=(a+6)^2$
② $x^2-8xy+16y^2=(x-4y)^2$
✓③ $4a^2+12ab+9b^2=(2a+3)^2$
④ $3x^2+12xy+12y^2=3(x+2y)^2$
⑤ $9a^2-12ab+4b^2=(3a-2b)^2$

③ $4a^2+12ab+9b^2=(2a+3b)^2$

0624

다음 중 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은?

① $x^2-10x+25$ ② $x^2+16xy+64y^2$
③ $-x^2+2x-1$ ✓④ $4x^2+10xy+25y^2$
⑤ $2x^2+8x+8$

① $x^2-10x+25=(x-5)^2$
② $x^2+16xy+64y^2=(x+8y)^2$
③ $-x^2+2x-1=-(x^2-2x+1)=-(x-1)^2$
⑤ $2x^2+8x+8=2(x^2+4x+4)=2(x+2)^2$

개념 02

중요 유형 071 완전제곱식이 될 조건 (1) - ax^2+bx+c의 꼴

(1) x^2+ax+■ (■>0)가 완전제곱식이 되는 조건
➡ ■$=\left(\frac{a}{2}\right)^2$ ← (상수항)$=\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$
(2) x^2+●$x+b$ $(b>0)$가 완전제곱식이 되는 조건
➡ ●$=\pm2\sqrt{b}$
(3) Ax^2+▲$x+B$ $(A>0,\ B>0)$가 완전제곱식이 되는 조건
➡ Ax^2+▲$x+B=(\sqrt{A}x)^2+$▲$x+(\sqrt{B})^2$ 이므로 ▲$=\pm2\sqrt{AB}$

0625

$x^2-14x+2k+5$가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k의 값은?

① 6 ② 10 ③ 14
④ 18 ✓⑤ 22

$2k+5=\left(-\frac{14}{2}\right)^2=49$
$2k=44 \quad \therefore k=22$

0626

$x^2+ax+49$가 완전제곱식이 되도록 하는 양수 a의 값을 구하시오. 14

$x^2+ax+49=x^2+ax+7^2$이고 a가 양수이므로
$a=2\times7=14$

0627

$4x^2+ax+36$이 완전제곱식일 때, 상수 a의 값은?

① ±2 ② ±4 ③ ±8
④ ±16 ✓⑤ ±24

$4x^2+ax+36=(2x)^2+ax+6^2$이므로
$a=\pm2\times2\times6=\pm24$

0628

두 다항식 $x^2-12x+a$, $x^2+bx+81$이 모두 완전제곱식이 되도록 하는 양수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 54

$a=\left(\frac{-12}{2}\right)^2=36$
$x^2+bx+81=x^2+bx+9^2$이고 b가 양수이므로
$b=2\times9=18$
$\therefore a+b=36+18=54$

유형으로 도전하기

개념 02

유형 072 완전제곱식이 될 조건 (2) - ( )( )+k의 꼴

$(x+p)(x+q)+k$의 꼴의 식이 주어진 경우에는 식을 전개하여 ax^2+bx+c (a, b, c는 상수)의 꼴로 나타낸 후 완전제곱식이 될 조건을 생각한다.

0629

다음은 $(x+8)(x-2)+k$가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k의 값을 구하는 과정이다. ☐ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은?

$(x+8)(x-2)+k=x^2+\boxed{①}x-16+k$이므로

$-\boxed{②}+k=\left(\dfrac{\boxed{③}}{2}\right)^2=\boxed{④}$

$\therefore\ k=\boxed{⑤}$

√① -6　② 16　③ 6
④ 9　⑤ 25

① 6

0630

$(x+3)(x-7)+k$가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k의 값은?

① 21　② 23　√③ 25
④ 27　⑤ 29

$(x+3)(x-7)+k=x^2-4x-21+k$이므로

$-21+k=\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2=4$

$\therefore\ k=25$

0631

$(x-1)(x+5)+k+3$이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k의 값을 구하시오. 6

$(x-1)(x+5)+k+3=x^2+4x-5+k+3$
$=x^2+4x+k-2$

$k-2=\left(\dfrac{4}{2}\right)^2=4$

$\therefore\ k=6$

개념 02

유형 073 인수분해 공식 (2)

$$\underbrace{a^2-b^2}_{\text{제곱의 차}}=\underbrace{(a+b)}_{\text{합}}\underbrace{(a-b)}_{\text{차}}$$

풍쌤의 Point a^2-b^2의 꼴을 인수분해할 때는 $-$ 부호가 붙은 제곱인 항의 부호가 $+$, $-$로 인수분해된다는 것을 기억해야 해.

0632

다음 중 x^2-4y^2의 인수가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

√① $x+2$　② $x+2y$　√③ $x-2$
④ $x-2y$　⑤ $(x+2y)(x-2y)$

$x^2-4y^2=x^2-(2y)^2=(x+2y)(x-2y)$

0633

$3x^2-27$을 인수분해하면?

① $3(x+1)(x-1)$　√② $3(x+3)(x-3)$
③ $(3x+1)(x-9)$　④ $3(x^2+3)$
⑤ $3(x^2-3)$

$3x^2-27=3(x^2-9)=3(x^2-3^2)=3(x+3)(x-3)$

0634

$4x^2-\dfrac{1}{9}=(ax+b)(ax-b)$일 때, 양수 a, b에 대하여 $6ab$의 값은?

① 2　② 3　√③ 4
④ 5　⑤ 6

$4x^2-\dfrac{1}{9}=(2x)^2-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\left(2x+\dfrac{1}{3}\right)\left(2x-\dfrac{1}{3}\right)$

$\therefore\ a=2,\ b=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ 6ab=6\times2\times\dfrac{1}{3}=4$

0635

$32x^2-50y^2$을 인수분해하면 $a(bx+cy)(bx-cy)$이다. 자연수 a, b, c에 대하여 $a-b+c$의 값을 구하시오. 3

$32x^2-50y^2=2(16x^2-25y^2)=2\{(4x)^2-(5y)^2\}$
$=2(4x+5y)(4x-5y)$

$\therefore\ a=2,\ b=4,\ c=5$

$\therefore\ a-b+c=2-4+5=3$

개념 03

유형 074 인수분해 공식 (3)

합이 x의 계수, 곱이 상수항인 두 정수를 찾는다.

두 수의 곱

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

두 수의 합

풍쌤의 Point 합이 x의 계수인 두 정수는 많으므로 곱이 상수항인 두 정수를 먼저 찾도록 하자.

0636

다음 중 x^2-5x-6의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $x+5$ ② $x+1$ ③ $x-1$
④ $x-5$ ⑤ $x-6$

곱이 -6, 합이 -5인 두 정수는 -6, 1이므로
$x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$

0637

$x^2+7x+10$을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

곱이 10, 합이 7인 두 정수는 2, 5이므로
$x^2+7x+10=(x+2)(x+5)$
$\therefore a=2, b=5$
$\therefore a+b=2+5=7$

0638

다음 중 $x+2$를 인수로 갖지 않는 것은?

① x^2+6x+8 ② x^2+x-2
③ x^2-x-6 ④ x^2-3x+2
⑤ $x^2-3x-10$

① $x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$
② $x^2+x-2=(x-1)(x+2)$
③ $x^2-x-6=(x-3)(x+2)$
④ $x^2-3x+2=(x-2)(x-1)$
⑤ $x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$

개념 03

유형 075 인수분해 공식 (4)

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

$$\begin{array}{ccccc} a & \searrow\!\!\!\nearrow & b & \rightarrow & bc \\ c & & d & \rightarrow & ad \\ \hline & & & & ad+bc \end{array}$$

0639

$2x^2+9x+4$를 인수분해하면 $(2x+a)(x+b)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1
④ 3 ⑤ 5

$2x^2+9x+4=(2x+1)(x+4)$
$\therefore a=1, b=4$
$\therefore a-b=1-4=-3$

0640

$8x^2-14x+5=(2x+a)(bx+c)$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하시오. 8

$8x^2-14x+5=(2x-1)(4x-5)$
$\therefore a=-1, b=4, c=-5$
$\therefore a+b-c=-1+4-(-5)=8$

0641

다음 중 $6x^2+x-15$의 인수는?

① $2x+3$ ② $3x+5$ ③ $x-3$
④ $2x-5$ ⑤ $3x-5$

$6x^2+x-15=(2x-3)(3x+5)$

0642

$3x^2+22x+7$이 x의 계수는 자연수이고 상수항은 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하시오. $4x+8$

$3x^2+22x+7=(x+7)(3x+1)$
따라서 구하는 두 일차식의 합은
$(x+7)+(3x+1)=4x+8$

유형으로 도전하기

중요

개념 03

유형 076 인수분해 공식 (종합)

(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
(2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
(3) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(4) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
(5) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

0643

다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2-18x+81=(x-9)^2$
② $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$
③ $x^2-16=(x+4)(x-4)$
④ $x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$
√⑤ $2x^2+2x-8=2(x+4)(x-2)$

⑤ $2x^2+2x-8=2(x^2+x-4)$

0644

다음 보기 중 $x-4$를 인수로 갖는 다항식을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ

보기

ㄱ. x^2-2x-8　　ㄴ. x^2-4
ㄷ. $-x^2+x+12$　　ㄹ. $2x^2+9x+4$

ㄱ. $x^2-2x-8=(x-4)(x+2)$
ㄴ. $x^2-4=(x+2)(x-2)$
ㄷ. $-x^2+x+12=-(x^2-x-12)=-(x+3)(x-4)$
ㄹ. $2x^2+9x+4=(2x+1)(x+4)$

0645

다음 $\square$ 안에 알맞은 수가 나머지 넷과 다른 하나는?

① $x^2-49=(x+7)(x-\square)$
② $2x^2+15x+7=(x+\square)(2x+1)$
③ $7x^2+6x-1=(x+1)(\square x-1)$
√④ $12x^2-5x-3=(3x+1)(4x-\square)$
⑤ $x^2-14x+49=(x-\square)^2$

① $x^2-49=(x+7)(x-7)$ ➡ $\square=7$
② $2x^2+15x+7=(x+7)(2x+1)$ ➡ $\square=7$
③ $7x^2+6x-1=(x+1)(7x-1)$ ➡ $\square=7$
④ $12x^2-5x-3=(3x+1)(4x-3)$ ➡ $\square=3$
⑤ $x^2-14x+49=(x-7)^2$ ➡ $\square=7$

개념 03

유형 077 두 다항식의 공통인 인수 구하기

각 다항식을 인수분해한 후 공통으로 들어 있는 인수를 찾는다.

0646

다음 두 다항식의 공통인 인수는?

$$x^2-7x+12,\qquad 2x^2-3x-20$$

① $x-3$　② $x+3$　√③ $x-4$
④ $2x-1$　⑤ $2x+5$

$x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$
$2x^2-3x-20=(2x+5)(x-4)$

0647

두 다항식 x^2+2x+1, x^2+4x+3의 공통인 인수를 $x+a$, 두 다항식 x^2-4x+3, $2x^2-5x-3$의 공통인 인수를 $x-b$라고 할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 4

$x^2+2x+1=(x+1)^2$
$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$
따라서 공통인 인수는 $x+1$이므로 $a=1$
$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$
$2x^2-5x-3=(2x+1)(x-3)$
따라서 공통인 인수는 $x-3$이므로 $b=3$
$\therefore a+b=1+3=4$

0648

다음 중 x^2-4x-5와 공통인 인수를 갖는 다항식은?

① x^2-x　√② $x^2-3x-10$
③ x^2-6x+9　④ $x^2-10x+9$
⑤ $x^2-9x+14$

$x^2-4x-5=(x+1)(x-5)$
① $x^2-x=x(x-1)$
② $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$
③ $x^2-6x+9=(x-3)^2$
④ $x^2-10x+9=(x-1)(x-9)$
⑤ $x^2-9x+14=(x-2)(x-7)$

개념 03

유형 078 인수가 주어진 이차식의 미지수의 값 구하기

일차식 $px+q$가 이차식 ax^2+bx+c의 인수이면
$ax^2+bx+c=\underbrace{(px+q)}_{\text{주어진 인수}}\underbrace{(mx+n)}_{\text{나머지 인수}}$
임을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

0649

$x^2+ax-18$을 인수분해하면 $(x+b)(x-9)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -7 √② -5 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

$x^2+ax-18=(x+b)(x-9)$
$=x^2+(b-9)x-9b$
$-18=-9b$이므로 $b=2$
$a=b-9=2-9=-7$
$\therefore a+b=-7+2=-5$

0650

$2x^2+ax+21$을 인수분해하면 $(x+3)(2x+b)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. 6

$2x^2+ax+21=(x+3)(2x+b)$
$=2x^2+(b+6)x+3b$
$21=3b$이므로 $b=7$
$a=b+6=7+6=13$
$\therefore a-b=13-7=6$

0651

$5x^2+21x+a$를 인수분해하면 $(5x+1)(x+b)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 √⑤ 8

$5x^2+21x+a=(5x+1)(x+b)$
$=5x^2+(5b+1)x+b$
$21=5b+1$이므로 $5b=20$ $\therefore b=4$
$a=b=4$
$\therefore a+b=4+4=8$

0652

x^2-ax+1이 $x-1$을 인수로 가질 때, 상수 a의 값은?

√① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

$x^2-ax+1=(x-1)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2-ax+1=(x-1)(x+m)$
$=x^2+(-1+m)x-m$
$1=-m$이므로 $m=-1$
$-a=-1+m=-1-1=-2$ $\therefore a=2$

개념 04

중요 유형 079 공통인 인수가 있는 식의 인수분해

공통인 인수가 있는 식은 공통인 인수로 묶은 후 인수분해 공식을 이용한다.

0653

$2x^3+3x^2+x$를 인수분해하면 $x(x+a)(bx+1)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 2 √② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

$2x^3+3x^2+x=x(2x^2+3x+1)=x(x+1)(2x+1)$
$\therefore a=1,\ b=2$
$\therefore a+b=1+2=3$

0654

다음 중 a^4-9a^2의 인수가 아닌 것은?

① a ② a^2 ③ $a-3$
④ $a(a+3)$ √⑤ $a^2(a-9)$

$a^4-9a^2=a^2(a^2-9)=a^2(a+3)(a-3)$

0655

$x^3y+4x^2y^2+4xy^3$을 인수분해하시오. $xy(x+2y)^2$

$x^3y+4x^2y^2+4xy^3=xy(x^2+4xy+4y^2)=xy(x+2y)^2$

0656

다음 중 $2a^3b+7a^2b^2+3ab^3$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

√① a ② a^2b ③ ab^2
√④ $a(a+3b)$ ⑤ $b(a+2b)$

$2a^3b+7a^2b^2+3ab^3=ab(a+3b)(2a+b)$

유형으로 도전하기

유형 080 공통부분이 있는 식의 인수분해

중요 · 개념 04

공통부분이 있는 식은 다음의 순서로 인수분해한다.
❶ 주어진 식에 공통부분을 한 문자로 놓고 인수분해한다.
❷ ❶의 식의 문자에 원래의 식을 대입하여 정리한다.

0657

$(x+1)^2-2(x+1)=(x+1)(x+k)$일 때, 상수 k의 값은?

① -2　✓② -1　③ 1
④ 2　⑤ 4

$x+1=A$로 놓으면
$(x+1)^2-2(x+1)=A^2-2A=A(A-2)$
$=(x+1)(x+1-2)$
$=(x+1)(x-1)$
$\therefore k=-1$

0658

$(x-y)^2+(-x+y)$를 인수분해하면?

✓① $(x-y)(x-y-1)$　② $(x-y)(x-y+1)$
③ $(x+y)(x-y-1)$　④ $(x+y)(x-y+1)$
⑤ $(x+y)(x+y+1)$

$(x-y)^2+(-x+y)=(x-y)^2-(x-y)$
$x-y=A$로 놓으면
$(x-y)^2+(-x+y)=A^2-A$
$=A(A-1)$
$=(x-y)(x-y-1)$

0659

다음 중 $(a+2)^2-6(a+2)+8$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

✓① a　✓② $a-2$　③ $a+2$
④ $a-4$　⑤ $a+8$

$a+2=A$로 놓으면
$(a+2)^2-6(a+2)+8=A^2-6A+8$
$=(A-2)(A-4)$
$=(a+2-2)(a+2-4)$
$=a(a-2)$

0660

$(2a-b)(2a-b+3)-4$를 인수분해하면 $(2a-b+m)(2a-b+n)$일 때, 상수 m, n에 대하여 m^2+n^2의 값을 구하시오. (단, $m>n$) 17

$2a-b=A$로 놓으면
$(2a-b)(2a-b+3)-4=A(A+3)-4$
$=A^2+3A-4$
$=(A+4)(A-1)$
$=(2a-b+4)(2a-b-1)$
이때 $m>n$이므로 $m=4$, $n=-1$
$\therefore m^2+n^2=4^2+(-1)^2=16+1=17$

유형 081 항이 4개인 식의 인수분해 (1) - 두 항씩 묶기

개념 04

공통인 인수가 생기도록 (2개의 항)+(2개의 항)으로 묶어서 인수분해한다.

0661

$x^2-4x+xy-4y$를 인수분해하면?

① $(x-4)(x-y)$　② $(y-4)(x+y)$
✓③ $(x-4)(x+y)$　④ $(y+4)(x+y)$
⑤ $(x+4)(y+4)$

$x^2-4x+xy-4y=x(x-4)+y(x-4)$
$=(x-4)(x+y)$

0662

다음 중 $a^2-b^2+2a-2b$의 인수는?

① $a-2$　② $a+b$　③ $a-b-2$
④ $a+b-2$　✓⑤ $a+b+2$

$a^2-b^2+2a-2b=(a+b)(a-b)+2(a-b)$
$=(a-b)(a+b+2)$

0663

$xy-x-4y+4$를 인수분해하면 $(x+a)(y+b)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -4　✓② -3　③ -2
④ -1　⑤ 0

$xy-x-4y+4=x(y-1)-4(y-1)$
$=(x-4)(y-1)$
$\therefore a=-4$, $b=-1$
$\therefore a-b=-4-(-1)=-3$

0664

x^3-4x^2-x+4가 x의 계수가 1인 세 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 세 일차식의 합을 구하시오. $3x-4$

$x^3-4x^2-x+4=x^2(x-4)-(x-4)$
$=(x^2-1)(x-4)$
$=(x+1)(x-1)(x-4)$
따라서 구하는 일차식의 합은
$(x+1)+(x-1)+(x-4)=3x-4$

개념 04

유형 082 항이 4개인 식의 인수분해 (2) - ( )²−( )²의 꼴

A^2-B^2의 꼴이 되도록 (3개의 항)+(1개의 항) 또는 (1개의 항)+(3개의 항)으로 묶은 후 인수분해한다.

0665

$16a^2+8ab+b^2-1$을 인수분해하면?

① $(4a-b-1)(4a+b-1)$
② $(4a-b-1)(4a+b+1)$
③ $(4a-b+1)(4a-b-1)$
④ $(4a-b+1)(4a+b+1)$
√⑤ $(4a+b+1)(4a+b-1)$

$16a^2+8ab+b^2-1=(16a^2+8ab+b^2)-1$
$=(4a+b)^2-1^2$
$=(4a+b+1)(4a+b-1)$

0666

$x^2+2xy+y^2-4$의 인수를 모두 고르면? (정답 2개)

① $x+y$ ② $x-y-2$ ③ $x-y+2$
√④ $x+y-2$ √⑤ $x+y+2$

$x^2+2xy+y^2-4=(x^2+2xy+y^2)-4$
$=(x+y)^2-2^2$
$=(x+y+2)(x+y-2)$

0667

x^2-y^2+4y-4를 인수분해하면 $(x+y+a)(x+by+c)$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값은?

√① -5 ② -4 ③ -3
④ -2 ⑤ -1

$x^2-y^2+4y-4=x^2-(y^2-4y+4)$
$=x^2-(y-2)^2$
$=(x+y-2)(x-y+2)$
$\therefore a=-2,\ b=-1,\ c=2$
$\therefore a+b-c=-2+(-1)-2=-5$

개념 05

유형 083 인수분해 공식을 이용한 수의 계산

복잡한 수의 계산을 할 때, 인수분해 공식을 이용할 수 있도록 수를 문자로 생각하여 인수분해한다.

(1) $ma+mb=m(a+b)$
(2) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
(3) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

0668

인수분해 공식을 이용하여 $83^2+14\times83+49$를 계산하려고 할 때, 다음 중 가장 편리한 인수분해 공식은?

① $ma+mb=m(a+b)$
② $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
√③ $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
④ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
⑤ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

$83^2+14\times83+49=83^2+2\times83\times7+7^2=(83+7)^2=90^2$

0669

$75^2-10\times75+25=a^2$일 때, 양수 a의 값은?

√① 70 ② 75 ③ 80
④ 85 ⑤ 90

$75^2-10\times75+25=75^2-2\times75\times5+5^2$
$=(75-5)^2=70^2$
$\therefore a=70$

0670

인수분해 공식을 이용하여 59^2-41^2을 계산하시오. 1800

$59^2-41^2=(59+41)(59-41)$
$=100\times18=1800$

0671

인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하시오. 2420

$$11\times16^2-11\times6^2$$

$11\times16^2-11\times6^2=11\times(16^2-6^2)$
$=11\times(16+6)(16-6)$
$=11\times22\times10=2420$

유형으로 도전하기

유형 084 인수분해 공식을 이용한 식의 값 구하기

개념 05

인수분해를 이용한 식의 값은 다음의 순서로 구한다.
❶ 인수분해 공식을 이용하여 주어진 식을 인수분해한다.
❷ ❶의 식의 문자에 주어진 수를 대입하여 식의 값을 구한다.

풍쌤의 Point 주어진 식에 수를 바로 대입하는 것보다 인수분해한 후 대입하여 계산하면 더 편리해.

0672

$x=\sqrt{2}+3$일 때, x^2-6x+9의 값은?

① $\sqrt{2}$ ✓② 2 ③ 3
④ $\sqrt{2}+3$ ⑤ $3\sqrt{2}$

$x^2-6x+9=(x-3)^2$
$=(\sqrt{2}+3-3)^2$
$=(\sqrt{2})^2=2$

0673

$x=7+\sqrt{3}$, $y=7-\sqrt{3}$일 때, x^2-y^2의 값은?

① $7\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $21\sqrt{3}$
✓④ $28\sqrt{3}$ ⑤ $35\sqrt{3}$

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=\{(7+\sqrt{3})+(7-\sqrt{3})\}\{(7+\sqrt{3})-(7-\sqrt{3})\}$
$=(7+\sqrt{3}+7-\sqrt{3})(7+\sqrt{3}-7+\sqrt{3})$
$=14\times2\sqrt{3}=28\sqrt{3}$

0674

$x+y=\sqrt{7}$, $x-y=3$일 때, $2x^2-2y^2$의 값을 구하시오. $6\sqrt{7}$

$2x^2-2y^2=2(x^2-y^2)$
$=2(x+y)(x-y)$
$=2\times\sqrt{7}\times3=6\sqrt{7}$

중요 유형 085 잘못 보고 인수분해한 경우

개념 05

상수항을 잘못 본 경우	x의 계수를 잘못 본 경우
x^2+ax+d (제대로 본 수: a, 잘못 본 수: d)	x^2+cx+d (잘못 본 수: c, 제대로 본 수: d)
∴ (처음 이차식)$=x^2+ax+d$	

0675

x^2+ax+b를 인수분해하는데 정미는 상수항을 잘못 보고 $(x+2)(x-7)$로 인수분해하였고, 태준이는 x의 계수를 잘못 보고 $(x+3)(x+2)$로 인수분해하였다. 다음 물음에 답하시오. (단, a, b는 상수이다.)

(1) 처음 이차식을 구하시오. x^2-5x+6

(2) 처음 이차식을 바르게 인수분해하시오. $(x-2)(x-3)$

(1) 정미는 x의 계수 a를 제대로 보았으므로
$(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$에서 $a=-5$
태준이는 상수항 b를 제대로 보았으므로
$(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$에서 $b=6$
따라서 처음 이차식은 x^2-5x+6이다.
(2) 처음 이차식 x^2-5x+6을 바르게 인수분해하면
$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

0676

x^2+ax+b를 인수분해하는데 진형이는 x의 계수를 잘못 보고 $(x+8)(x+3)$으로 인수분해하였고, 종민이는 상수항을 잘못 보고 $(x+7)(x+3)$으로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하시오.
$(x+6)(x+4)$ (단, a, b는 상수이다.)

진형이는 상수항 b를 제대로 보았으므로
$(x+8)(x+3)=x^2+11x+24$에서 $b=24$
종민이는 x의 계수 a를 제대로 보았으므로
$(x+7)(x+3)=x^2+10x+21$에서 $a=10$
따라서 처음 이차식은 $x^2+10x+24$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2+10x+24=(x+6)(x+4)$

0677

x^2의 계수가 1인 어떤 이차식을 소현이는 상수항을 잘못 보고 $(x+1)(x-8)$로 인수분해하였고, 창민이는 x의 계수를 잘못 보고 $(x+6)(x-3)$으로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-2)(x+9)$
✓② $(x+2)(x-9)$
③ $(x+2)(x+9)$
④ $(x+4)(x-6)$
⑤ $(x+4)(x+6)$

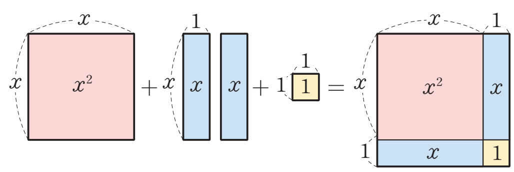
소현이는 x의 계수를 제대로 보았으므로
$(x+1)(x-8)=x^2-7x-8$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -7이다.
창민이는 상수항을 제대로 보았으므로
$(x+6)(x-3)=x^2+3x-18$에서 처음 이차식의 상수항은 -18이다.
따라서 처음 이차식은 $x^2-7x-18$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-7x-18=(x+2)(x-9)$

개념 05

유형 086 인수분해 공식을 응용한 도형의 넓이의 합

여러 직사각형을 빈틈없이 이어 붙여 새로운 직사각형을 만들었을 때, 새로운 직사각형의 넓이는 직사각형의 넓이의 합과 같다. 이때 새로운 직사각형의 넓이와 인수분해 공식을 이용하면 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이를 구할 수 있다.

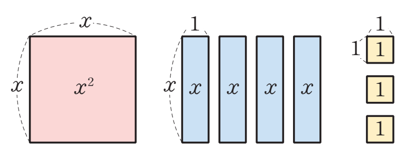
예



$x^2 \quad + \quad 2x \quad + \quad 1 \quad = \quad (x+1)^2$

0678

다음 그림의 모든 직사각형을 빈틈없이 겹치지 않게 이어 붙여 새로운 하나의 직사각형을 만들 때, 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이를 구하려고 한다. 물음에 답하시오.



(1) 새로 만든 직사각형의 넓이를 ax^2+bx+c의 꼴로 나타내시오. x^2+4x+3

(2) 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이를 구하시오. $4x+8$

(2) (새로 만든 직사각형의 넓이)$=x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

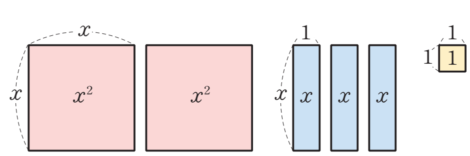
∴ (새로 만든 직사각형의 둘레의 길이)$=2\{(x+3)+(x+1)\}$

$=2(2x+4)$

$=4x+8$

0679

다음 그림의 모든 직사각형을 빈틈없이 겹치지 않게 이어 붙여 새로운 하나의 직사각형을 만들 때, 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이를 구하시오. $6x+4$



(새로 만든 직사각형의 넓이)$=2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)$

∴ (새로 만든 직사각형의 둘레의 길이)$=2\{(2x+1)+(x+1)\}$

$=2(3x+2)$

$=6x+4$

개념 05

유형 087 인수분해의 도형에의 활용

도형의 넓이가 주어지면 인수분해하여 다항식의 곱으로 나타내면 도형의 길이를 구할 수 있다.

0680

넓이가 $x^2+12x+36$인 정사각형 모양의 색종이가 있다. 이 색종이의 한 변의 길이는?

① $x+3$ ② $x+4$ ③ $x+6$

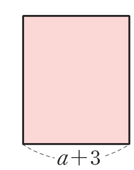
④ $x+9$ ⑤ $x+12$

$x^2+12x+36=(x+6)^2$

따라서 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 $x+6$이다.

0681

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $a+3$인 직사각형의 넓이가 $a^2+7a+12$일 때, 세로의 길이를 구하시오. $a+4$

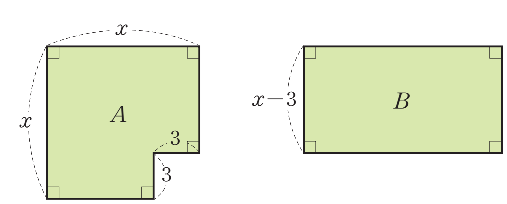


$a^2+7a+12=(a+3)(a+4)$

따라서 직사각형의 가로의 길이가 $a+3$이므로 세로의 길이는 $a+4$이다.

0682

다음 두 도형 A, B의 넓이가 같을 때, 도형 B의 가로의 길이를 구하시오. $x+3$



(도형 A의 넓이)$=x^2-3^2=(x+3)(x-3)$

따라서 도형 B는 도형 A와 넓이가 같고, 세로의 길이가 $x-3$이므로 가로의 길이는 $x+3$이다.

배운내용 점검하기

0683

다음 중 $3x^3y-6x^2y^2$의 인수가 아닌 것은?

① x^2 ② y √③ $x-6y$
④ xy ⑤ $y(x-2y)$

$3x^3y-6x^2y^2=3x^2y(x-2y)$

0684

다음 중 xy^2-xz^2의 인수가 아닌 것은?

① x ② $y-z$ ③ $x(y+z)$
√④ $x-y$ ⑤ $y+z$

$xy^2-xz^2=x(y^2-z^2)=x(y+z)(y-z)$

0685

$16x^2-40xy+25y^2$을 인수분해하면 $(ax+by)^2$일 때, 상수 a, b에 대하여 $2a+b$의 값은? (단, $a>0$)

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 √⑤ 3

$16x^2-40xy+25y^2=(4x-5y)^2$
$\therefore a=4, b=-5$
$\therefore 2a+b=2\times4+(-5)=3$

0686

다음 중 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은?

① $x^2-8x+16$ ② $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$
③ $2x^2-12x+18$ √④ $9x^2+12x+16$
⑤ $4x^2-2x+\frac{1}{4}$

① $x^2-8x+16=(x-4)^2$
② $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$
③ $2x^2-12x+18=2(x^2-6x+9)=2(x-3)^2$
⑤ $4x^2-2x+\frac{1}{4}=\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2$

0687 풍쌤 PICK

다음 이차식이 완전제곱식이 되도록 하는 양수 k 중에서 그 값이 가장 큰 것은?

① x^2+kx+4 ② x^2+kx+9
√③ $x^2+kx+36$ ④ $x^2-10x+k^2$
⑤ x^2+6x+k

k는 양수이므로
① $x^2+kx+4=x^2+kx+2^2$이므로 $k=2\times2=4$
② $x^2+kx+9=x^2+kx+3^2$이므로 $k=2\times3=6$
③ $x^2+kx+36=x^2+kx+6^2$이므로 $k=2\times6=12$
④ $k^2=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$ $\therefore k=5$
⑤ $k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$

0688

$4x^2+axy+25$가 완전제곱식일 때, 양수 a의 값을 구하시오. 20

$4x^2+axy+25=(2x)^2+axy+5^2$이고 a는 양수이므로
$a=2\times2\times5=20$

0689

$(x-4)(x+6)+k$가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k의 값은?

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 √⑤ 25

$(x-4)(x+6)+k=x^2+2x-24+k$이므로
$-24+k=\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$
$\therefore k=25$

0690

$5x^2-20$을 인수분해하면 $a(x+b)(x-b)$이다. 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 7

$5x^2-20=5(x^2-4)=5(x^2-2^2)=5(x+2)(x-2)$
$\therefore a=5, b=2$
$\therefore a+b=5+2=7$

0691

$x^2+8x-20$이 x의 계수는 1이고 상수항은 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하시오. $2x+8$

곱이 -20, 합이 8인 두 정수는 -2, 10이므로
$x^2+8x-20=(x-2)(x+10)$
따라서 구하는 일차식의 합은
$(x-2)+(x+10)=2x+8$

0692

$3x^2+11x+6=(x+a)(bx+2)$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
✓④ 6 ⑤ 7

$3x^2+11x+6=(x+3)(3x+2)$
$\therefore a=3,\ b=3$
$\therefore a+b=3+3=6$

0693

다음 두 다항식의 공통인 인수를 구하시오. $x+6$

$$x^2-36, \qquad 3x^2+14x-24$$

$x^2-36=x^2-6^2=(x+6)(x-6)$
$3x^2+14x-24=(x+6)(3x-4)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+6$이다.

0694

$3x^2+14xy+ay^2$이 $x+3y$를 인수로 가질 때, 상수 a의 값을 구하시오. 15

$3x^2+14xy+ay^2=(x+3y)(3x+my)$ (m은 상수)라고 하면
$3x^2+14xy+ay^2=(x+3y)(3x+my)$
$=3x^2+(m+9)xy+3my^2$
$14=m+9$이므로 $m=5$
$\therefore a=3m=3\times5=15$

0695

$x^3y-3x^2y-10xy$를 인수분해하면?

① $x(x+2y)(x-5y)$
② $x(x+2y)(x-5)$
③ $x(x-2)(x+5y)$
④ $xy(x-2)(x+5)$
✓⑤ $xy(x+2)(x-5)$

$x^3y-3x^2y-10xy=xy(x^2-3x-10)$
$=xy(x+2)(x-5)$

0696 풀쌤 PICK

$(2x+1)^2-11(2x+1)+30=a(x+b)(2x+c)$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ✓⑤ 5

$2x+1=A$로 놓으면
$(2x+1)^2-11(2x+1)+30=A^2-11A+30=(A-5)(A-6)$
$=(2x+1-5)(2x+1-6)=(2x-4)(2x-5)$
$=2(x-2)(2x-5)$
$\therefore a=2,\ b=-2,\ c=-5$
$\therefore a+b-c=2+(-2)-(-5)=5$

0697

다음 중 $x^2-9y^2-4x+12y$의 인수는?

① $x+3y$ ✓② $x-3y$ ③ $3y+4$
④ $x+3y+4$ ⑤ $x-3y+4$

$x^2-9y^2-4x+12y=(x^2-9y^2)-(4x-12y)$
$=\{x^2-(3y)^2\}-(4x-12y)$
$=(x+3y)(x-3y)-4(x-3y)$
$=(x-3y)(x+3y-4)$

0698

다음 보기 중 $9x^2-6xy+y^2-z^2$의 인수를 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ

보기

ㄱ. $3x-y-z$ ㄴ. $3x+y-z$
ㄷ. $3x-y+z$ ㄹ. $3x+y+z$

$9x^2-6xy+y^2-z^2=(9x^2-6xy+y^2)-z^2$
$=(3x-y)^2-z^2$
$=(3x-y+z)(3x-y-z)$

0699

인수분해 공식을 이용하여 64^2-25를 계산하면?

① 3600 ② 3800 ③ 4000
✓④ 4200 ⑤ 4400

$65^2-25=65^2-5^2$
$=(65+5)(65-5)$
$=70\times60=4200$

0700

인수분해 공식을 이용하여 $91^2-22\times91+121$을 계산하시오. **6400**

$91^2-22\times91+121=91^2-2\times91\times11+11^2$
$=(91-11)^2$
$=80^2=6400$

0701

$a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $b=\sqrt{2}-\sqrt{3}$일 때, $a^2-2ab+b^2$의 값은?

① 9 ✓② 12 ③ 15
④ 46 ⑤ 62

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$=\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}^2$
$=(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$
$=(2\sqrt{3})^2=12$

0702

$x=3.5$, $y=1.5$일 때, $2x^2+8xy+6y^2$의 값은?

✓① 80 ② 82 ③ 84
④ 86 ⑤ 88

$2x^2+8xy+6y^2=2(x^2+4xy+3y^2)$
$=2(x+y)(x+3y)$
$=2\times(3.5+1.5)\times(3.5+3\times1.5)$
$=2\times5\times8=80$

0703 풍쌤 PICK

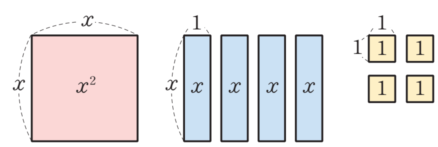
$2x^2+ax+b$를 인수분해하는데 재희는 상수항을 잘못 보고 $(2x+5)(x-1)$로 인수분해하였고, 준수는 x의 계수를 잘못 보고 $(x+9)(2x-1)$로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하시오.

$(x+3)(2x-3)$ (단, a, b는 상수이다.)

재희는 x의 계수 a를 제대로 보았으므로
$(2x+5)(x-1)=2x^2+3x-5$에서 $a=3$
준수는 상수항 b를 제대로 보았으므로
$(x+9)(2x-1)=2x^2+17x-9$에서 $b=-9$
따라서 처음 이차식은 $2x^2+3x-9$이므로 바르게 인수분해하면
$2x^2+3x-9=(x+3)(2x-3)$

0704

다음 그림의 모든 직사각형을 빈틈없이 겹치지 않게 이어 붙여 새로운 하나의 정사각형을 만들 때, 새로 만든 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오. **$x+2$**



(새로 만든 정사각형의 넓이)$=x^2+4x+4=(x+2)^2$
따라서 새로 만든 정사각형의 한 변의 길이는 $x+2$이다.

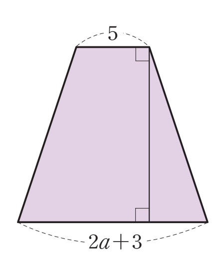
0705

넓이가 $36x^2-60x+25$인 정사각형의 둘레의 길이를 구하시오. **$24x-20$**

$36x^2-60x+25=(6x-5)^2$
따라서 정사각형의 한 변의 길이가 $6x-5$이므로 둘레의 길이는
$4\times(6x-5)=24x-20$

0706

오른쪽 그림과 같이 윗변의 길이가 5, 아랫변의 길이가 $2a+3$인 사다리꼴의 넓이가 $a^2+11a+28$일 때, 이 사다리꼴의 높이를 구하시오. **$a+7$**



사다리꼴의 높이를 x라고 하면 사다리꼴의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\{(2a+3)+5\}\times x=a^2+11a+28$
$\frac{1}{2}\times(2a+8)\times x=(a+4)(a+7)$
$(a+4)x=(a+4)(a+7)$
$\therefore x=a+7$
따라서 사다리꼴의 높이는 $a+7$이다.

Ⅲ 이차방정식

1 이차방정식의 풀이

개념 01 이차방정식의 뜻과 해(근)

(1) 이차방정식: 등식에서 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때

(x에 대한 이차식)$=0$, 즉 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)

의 꼴로 나타내어지는 방정식을 x에 대한 이차방정식이라고 한다.

› 참고 a, b, c는 상수이고 $a\neq0$일 때, ax^2+bx+c는 이차식, $ax^2+bx+c=0$은 이차방정식이다.

(2) 이차방정식의 해(근): 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$을 참이 되게 하는 x의 값

› 참고 x에 대한 이차방정식에서 해를 구할 때, x의 값의 범위가 주어지지 않으면 그 범위를 모든 실수로 생각한다.

예 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 x에 -1, 2를 각각 대입하면

$x=-1$일 때, $(-1)^2-2\times(-1)-3=0$ ➡ 참

$x=2$일 때, $2^2-2\times2-3\neq0$ ➡ 거짓

따라서 $x=-1$은 이차방정식 $x^2-2x-3=0$의 해이고, $x=2$는 해가 아니다.

(3) 이차방정식을 푼다: 이차방정식의 해를 모두 구하는 것

풍쌤의 오개념 체크

~~x^2+3x-1은 이차방정식이야.~~

$x^2+3x-1=0$은 이차방정식이야.

개념 02 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

(1) $AB=0$의 성질: 두 수 또는 두 식 A, B에 대하여

$AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$

› 참고 두 수 또는 두 식 A, B에 대하여 $AB=0$이면 다음 중 하나가 성립한다.

① $A=0$이고 $B=0$ ② $A=0$이고 $B\neq0$ ③ $A\neq0$이고 $B=0$

즉, $A=0$ 또는 $B=0$

(2) 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

인수분해를 이용한 이차방정식의 해는 다음의 순서로 구한다.

❶ 주어진 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한다.

❷ 좌변을 인수분해한다.

❸ $AB=0$의 성질을 이용한다.

❹ 이차방정식의 해를 구한다.

예 $x^2+3x-2=2x$

$x^2+x-2=0$ — $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한다.

$(x+2)(x-1)=0$ — 좌변을 인수분해한다.

$x+2=0$ 또는 $x-1=0$ — $AB=0$의 성질을 이용한다.

$x=-2$ 또는 $x=1$ — 이차방정식의 해를 구한다.

풍쌤의 오개념 체크

~~$AB=0$이면 $A=0$이고 $B=0$~~

$AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 47쪽

01 이차방정식의 뜻과 해(근)

[0707~0712] 다음 중 이차방정식인 것에는 ○표, 이차방정식이 아닌 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

0707 $x^2=0$ (○)

0708 $5x^2-x+1=0$ (○)

0709 $-x^2+x=-x^2$ (×)

0710 x^2-x+1 (×)

0711 $x^2+2x=-x^2+1$ (○)

0712 $3x^2-4x$ (×)

[0713~0718] 다음 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것에는 ○표, 해가 아닌 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

0713 $x^2-x-2=0$ [2] (○)

0714 $-x^2+2x-1=0$ [1] (○)

0715 $2x^2+x-1=0$ [-1] (○)

0716 $3x^2-9=0$ [3] (×)

0717 $(2x+7)^2=0$ $\left[-\frac{7}{2}\right]$ (○)

0718 $x^2+x=0$ [1] (×)

[0719~0720] x의 값이 0, 1, 2, 3일 때, 이차방정식을 푸시오.

0719 $x^2+x-2=0$ $x=1$

0720 $x^2-4x+3=0$ $x=1$ 또는 $x=3$

02 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

[0721~0724] 다음 이차방정식을 푸시오.

0721 $(x+1)(x-2)=0$ $x=-1$ 또는 $x=2$

0722 $(x+8)(x-3)=0$ $x=-8$ 또는 $x=3$

0723 $3x(x-7)=0$ $x=0$ 또는 $x=7$

0724 $(4x+5)(2x-3)=0$ $x=-\frac{5}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

[0725~0728] 다음 이차방정식을 인수분해를 이용하여 푸시오.

0725 $x^2-3x=0$ $x=0$ 또는 $x=3$

0726 $x^2-25=0$ $x=-5$ 또는 $x=5$

0727 $x^2-2x-3=0$ $x=-1$ 또는 $x=3$

0728 $2x^2+7x+3=0$ $x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

개념 03 이차방정식의 중근

(1) 이차방정식의 중근: 이차방정식의 두 해가 중복되어 서로 같을 때, 이 해를 주어진 이차방정식의 중근이라고 한다.

예 이차방정식 $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$

즉, $(x-1)(x-1)=0$이므로 $x-1=0$ $\quad\therefore x=1$ ← 중근

(2) 이차방정식이 중근을 가질 조건: 이차방정식이

(완전제곱식)$=0$

의 꼴로 나타내어지면 이 이차방정식은 중근을 갖는다.

> 참고 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면 좌변이 완전제곱식이어야 하므로 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

예 이차방정식 $x^2-4x+k=0$이 중근을 가지려면 $k=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$

풍쌤의 오개념 체크

~~이차방정식 $(x-3)^2=1$은 중근을 가져.~~

이차방정식 $(x-3)^2=0$은 중근을 가져.

개념 04 이차방정식의 풀이

(1) 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

① 이차방정식 $x^2=q\ (q>0)$의 해 ➡ $x=\pm\sqrt{q}$

예 이차방정식 $x^2=2$의 해는 $x=\pm\sqrt{2}$

② 이차방정식 $(x+p)^2=q\ (q>0)$의 해 ➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

예 이차방정식 $(x+2)^2=3$의 해는 $x=-2\pm\sqrt{3}$

(2) 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

완전제곱식을 이용한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는 다음의 순서로 구한다.

❶ x^2의 계수로 양변을 나누어 x^2의 계수를 1로 만든다.

❷ 상수항을 우변으로 이항한다.

❸ 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.

❹ $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타낸다.

❺ 제곱근을 이용하여 이차방정식의 해를 구한다.

예 $2x^2-4x-2=0$

$x^2-2x-1=0$ ← x^2의 계수 2로 양변을 나눈다.

$x^2-2x=1$ ← 상수항 -1을 우변으로 이항한다.

$x^2-2x+1=1+1$ ← 양변에 $\left(\frac{-2}{2}\right)^2$을 더한다.

$(x-1)^2=2$ ← $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타낸다.

$x-1=\pm\sqrt{2}$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{2}$ ← 제곱근을 이용하여 해를 구한다.

풍쌤의 오개념 체크

$(x+p)^2=q\ (q>0)$의 해는

~~$x=p\pm\sqrt{q}$~~ $\qquad$ $x=-p\pm\sqrt{q}$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 47~48쪽

03 이차방정식의 중근

[0729~0734] 다음 이차방정식을 푸시오.

0729 $(x-2)^2=0$ $x=2$

0730 $2(3x+1)^2=0$ $x=-\frac{1}{3}$

0731 $x^2+6x+9=0$ $x=-3$

0732 $x^2+8x+16=0$ $x=-4$

0733 $x^2-12x+36=0$ $x=6$

0734 $x^2-16x+64=0$ $x=8$

[0735~0738] 다음 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 상수 k의 값을 구하시오.

0735 $x^2+10x+k=0$ 25

0736 $x^2-8x+k=0$ 16

0737 $x^2+kx+4=0$ ±4

0738 $x^2+kx+49=0$ ±14

04 이차방정식의 풀이

[0739~0741] 다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 푸시오.

0739 $x^2=7$ $x=\pm\sqrt{7}$

0740 $4x^2=12$ $x=\pm\sqrt{3}$

0741 $x^2-6=0$ $x=\pm\sqrt{6}$

[0742~0744] 다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 푸시오.

0742 $(x+3)^2=10$ $x=-3\pm\sqrt{10}$

0743 $(x-2)^2=5$ $x=2\pm\sqrt{5}$

0744 $(x+6)^2-10=0$ $x=-6\pm\sqrt{10}$

0745 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2-4x-3=0$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> $x^2-4x-3=0$에서 $x^2-4x=3$
> $x^2-4x+\boxed{4}=3+\boxed{4}$
> $(x-\boxed{2})^2=\boxed{7}$, $x-\boxed{2}=\pm\sqrt{\boxed{7}}$
> $\therefore x=\boxed{2}\pm\sqrt{\boxed{7}}$

[0746~0749] 다음 이차방정식을 완전제곱식을 이용하여 푸시오.

0746 $x^2-6x+7=0$ $x=3\pm\sqrt{2}$

0747 $x^2+8x-3=0$ $x=-4\pm\sqrt{19}$

0748 $x^2+14x+25=0$ $x=-7\pm2\sqrt{6}$

0749 $x^2-x-1=0$ $x=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

개념 05 이차방정식의 근의 공식

근의 공식: 이차방정식의 근을 구하는 공식

(1) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad(\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

예 $3x^2-7x+1=0$에서 $a=3,\ b=-7,\ c=1$이므로

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{7\pm\sqrt{37}}{6}$$

(2) 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$의 근은

x의 계수가 짝수

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}\quad(\text{단, } b'^2-ac\geq0)$$

예 $2x^2+8x+7=0$에서 $a=2,\ b'=4,\ c=7$이므로

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-2\times7}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{2}}{2}$$

› 참고 인수분해가 되면 인수분해를 이용하고 인수분해가 어려우면 근의 공식을 이용한다.

풍쌤의 오개념 체크

이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$에서 $b'^2-ac\geq0$일 때 근은

$$x=\cancel{\frac{-2b'\pm\sqrt{(2b')^2-ac}}{a}}\qquad x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

개념 06 여러 가지 이차방정식의 풀이

(1) **괄호가 있는 이차방정식:** 괄호를 풀어 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한다.

예 $2(x-1)^2-x=0 \xrightarrow{\text{괄호를 풀어 식을 정리한다.}} 2x^2-5x+2=0$

(2) **계수가 소수 또는 분수인 이차방정식:** 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 바꾼다.

① 계수가 소수인 이차방정식은 양변에 $10,\ 100,\ 1000,\ \cdots$과 같이 10의 거듭제곱을 곱한다.

② 계수가 분수인 이차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

예 ① $0.1x^2+0.4x+0.3=0 \xrightarrow{\text{양변에 } 10\text{을 곱한다.}} x^2+4x+3=0$

② $\frac{x(x-3)}{6}=-\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{양변에 } 6\text{을 곱한다.}} x^2-3x+2=0$

(3) **공통부분이 있는 이차방정식:** 공통부분을 한 문자로 놓는다.

예 $(x-2)^2+2(x-2)+1=0 \xrightarrow{x-2=A\text{로 놓는다.}} A^2+2A+1=0$

풍쌤의 오개념 체크

이차방정식에 적당한 수를 곱할 때,

~~좌변의 항에만 곱한다.~~ ~~우변의 항에만 곱한다.~~ 양변의 모든 항에 곱한다.

개념으로 연습하기

05 이차방정식의 근의 공식

0750 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2+5x+3=0$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$x=\frac{-\boxed{5}\pm\sqrt{\boxed{5}^2-4\times1\times\boxed{3}}}{2\times\boxed{1}}$$
$$=\boxed{\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}}$$

[0751~0753] 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 푸시오.

0751 $x^2-3x+1=0$ $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

0752 $x^2+7x+5=0$ $x=\frac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$

0753 $2x^2+5x-4=0$ $x=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{4}$

0754 다음은 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2+6x+2=0$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$x=\frac{-\boxed{3}\pm\sqrt{\boxed{3}^2-1\times\boxed{2}}}{\boxed{1}}$$
$$=\boxed{-3\pm\sqrt{7}}$$

[0755~0757] 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 푸시오.

0755 $x^2+4x+2=0$ $x=-2\pm\sqrt{2}$

0756 $x^2-2x-4=0$ $x=1\pm\sqrt{5}$

0757 $3x^2-8x+2=0$ $x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

06 여러 가지 이차방정식의 풀이

0758 다음은 이차방정식 $0.2x^2-0.3x-0.2=0$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$0.2x^2-0.3x-0.2=0$의 양변에 $\boxed{10}$을 곱하면
$\boxed{2}x^2-\boxed{3}x-2=0$, $(2x+\boxed{1})(x-\boxed{2})=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\boxed{2}$

0759 다음은 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x+2=0$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}x+2=0$의 양변에 $\boxed{4}$를 곱하면
$x^2-\boxed{6}x+\boxed{8}=0$, $(x-\boxed{2})(x-4)=0$
$\therefore x=\boxed{2}$ 또는 $x=4$

[0760~0762] 다음 이차방정식을 푸시오.

0760 $x(x-3)=x-4$ $x=2$

0761 $0.3x^2-0.7x+0.2=0$ $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

0762 $\frac{1}{6}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}=0$ $x=-3$ 또는 $x=1$

0763 다음은 이차방정식 $(x+1)^2+4(x+1)+3=0$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

주어진 식에서 $x+\boxed{1}=A$로 놓으면
$A^2+4A+3=0$, $(A+\boxed{3})(A+1)=0$
$\therefore A=\boxed{-3}$ 또는 $A=-1$
$A=x+\boxed{1}$을 대입하면
$x+1=\boxed{-3}$ 또는 $x+1=-1$이므로
$x=\boxed{-4}$ 또는 $x=-2$

유형으로 도전하기

개념 01

유형 088 이차방정식의 뜻

x에 대한 이차방정식
➡ (x에 대한 이차식)$=0$의 꼴
➡ $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)의 꼴

풍쌤의 Point a, b, c는 상수이고 $a\neq0$일 때
ax^2+bx+c ➡ 이차식
$ax^2+bx+c=0$ ➡ 이차방정식

0764

다음 중 이차방정식을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x^2+2x=x^2$ ② $2x-7=0$
√③ $x^2=x$ √④ $-x^2=x+2$
⑤ x^2+1

① $x^2+2x=x^2$에서 $2x=0$이므로 이차방정식이 아니다.
② 일차방정식이다.
③ $x^2=x$에서 $x^2-x=0$이므로 이차방정식이다.
④ $-x^2=x+2$에서 $-x^2-x-2=0$이므로 이차방정식이다.
⑤ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

0765

다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $\frac{1}{2}(2x^2-4x)=0$ ② $2x-3=-x^2$
√③ $x^2=x(x-3)$ ④ $(x+1)^2=0$
⑤ $5x^2-1=2x^2-1$

① $\frac{1}{2}(2x^2-4x)=0$에서 $x^2-2x=0$이므로 이차방정식이다.
② $2x-3=-x^2$에서 $x^2+2x-3=0$이므로 이차방정식이다.
③ $x^2=x(x-3)$에서 $x^2=x^2-3x$이므로 $3x=0$, 즉 일차방정식이다.
④ $(x+1)^2=0$에서 $x^2+2x+1=0$이므로 이차방정식이다.
⑤ $5x^2-1=2x^2-1$에서 $3x^2=0$이므로 이차방정식이다.

0766

다음 보기 중 x에 대한 이차방정식을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ

보기
ㄱ. $\frac{x^2}{2}+2=0$ ㄴ. $(x-1)(x+1)$
ㄷ. $(x-2)^2=2$ ㄹ. $(x-1)^2=x^2$

ㄱ. $\frac{x^2}{2}+2=0$에서 $\frac{1}{2}x^2+2=0$이므로 이차방정식이다.
ㄴ. 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.
ㄷ. $(x-2)^2=2$에서 $x^2-4x+4=2$이므로 $x^2-4x+2=0$, 즉 이차방정식이다.
ㄹ. $(x-1)^2=x^2$에서 $x^2-2x+1=x^2$이므로 $-2x+1=0$, 즉 일차방정식이다.

개념 01

중요 유형 089 이차방정식이 되는 조건

$ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 상수)이 x에 대한 이차방정식이 되는 조건
➡ $a\neq0$

풍쌤의 Point 주어진 등식이 이차방정식이 되려면 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, (x^2의 계수)$\neq0$이어야 해.

0767

$ax^2+x+2=x^2-3$이 x에 대한 이차방정식일 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0
√④ 1 ⑤ 2

$ax^2+x+2=x^2-3$에서 $(a-1)x^2+x+5=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$a-1\neq0$이어야 하므로 $a\neq1$

0768

$(2a-1)x^2-2=7x^2+x$가 x에 대한 이차방정식일 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 √③ 4
④ 5 ⑤ 6

$(2a-1)x^2-2=7x^2+x$에서 $(2a-8)x^2-x-2=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$2a-8\neq0$이어야 하므로 $a\neq4$

0769

$8x(ax-1)=4x^2-6$이 x에 대한 이차방정식이 되도록 하는 상수 a의 조건을 구하시오. $a\neq\frac{1}{2}$

$8x(ax-1)=4x^2-6$에서 $8ax^2-8x=4x^2-6$이므로
$(8a-4)x^2-8x+6=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$8a-4\neq0$이어야 하므로 $a\neq\frac{1}{2}$

0770

$(-2x+1)^2=kx^2-2x$가 x에 대한 이차방정식이 되도록 하는 상수 k의 조건은?

① $k\neq0$ ② $k\neq1$ ③ $k\neq2$
④ $k\neq3$ √⑤ $k\neq4$

$(-2x+1)^2=kx^2-2x$에서 $4x^2-4x+1=kx^2-2x$이므로
$(4-k)x^2-2x+1=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$4-k\neq0$이어야 하므로 $k\neq4$

개념 01

유형 090 이차방정식의 해

$x=p$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해이다.
➡ $ax^2+bx+c=0$에 $x=p$를 대입하면 등식이 성립한다.
➡ $ap^2+bp+c=0$

0771

다음 이차방정식 중 [ ] 안의 수가 그 이차방정식의 해인 것은?

① $x^2-4=0$ [4]
② $x^2-2x+2=0$ [2]
√③ $-3x^2-x+4=0$ [1]
④ $x(x-3)-1=0$ [3]
⑤ $(x-2)^2-2=0$ [4]

① $4^2-4=12\neq0$
② $2^2-2\times2+2=2\neq0$
③ $-3\times1^2-1+4=0$
④ $3\times(3-3)-1=-1\neq0$
⑤ $(4-2)^2-2=2\neq0$

0772

다음 이차방정식 중 $x=-2$를 근으로 갖는 것은?

① $x^2-2x=0$ ② $x^2-x-2=0$
③ $x^2-3x+2=0$ ④ $(x+5)^2=49$
√⑤ $(x-1)(x+1)=3$

① $(-2)^2-2\times(-2)=8\neq0$
② $(-2)^2-(-2)-2=4\neq0$
③ $(-2)^2-3\times(-2)+2=12\neq0$
④ $(-2+5)^2=9\neq49$
⑤ $(-2-1)\times(-2+1)=-3\times(-1)=3$

0773

다음 보기 중 $x=3$을 근으로 갖는 이차방정식을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ, ㅂ

보기

ㄱ. $x^2-3x=0$ ㄴ. $x^2-2x+3=0$
ㄷ. $x^2+x-12=0$ ㄹ. $x^2-5x-6=0$
ㅁ. $2x^2-7x+4=0$ ㅂ. $4x^2-11x-3=0$

ㄱ. $3^2-3\times3=0$
ㄴ. $3^2-2\times3+3=6\neq0$
ㄷ. $3^2+3-12=0$
ㄹ. $3^2-5\times3-6=-12\neq0$
ㅁ. $2\times3^2-7\times3+4=1\neq0$
ㅂ. $4\times3^2-11\times3-3=0$

개념 01

유형 091 이차방정식의 한 근이 주어질 때 미지수의 값 구하기

이차방정식의 한 근이 주어지면 주어진 근을 이차방정식에 대입하여 미지수의 값을 구한다.

0774

다음은 이차방정식 $x^2+ax-10=0$의 한 근이 $x=2$일 때, 상수 a의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$x^2+ax-10=0$에 $x=\boxed{2}$를 대입하면
$\boxed{2}^2+a\times\boxed{2}-10=0$
$\therefore a=\boxed{3}$

0775

이차방정식 $-2x^2-3x+a=0$의 한 근이 $x=-2$일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1
√④ 2 ⑤ 3

$-2x^2-3x+a=0$에 $x=-2$를 대입하면
$-2\times(-2)^2-3\times(-2)+a=0$
$-2+a=0$ $\therefore a=2$

0776

이차방정식 $ax^2-10x+a=0$의 한 근이 $x=3$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. 3

$ax^2-10x+a=0$에 $x=3$을 대입하면
$a\times3^2-10\times3+a=0$
$10a-30=0$ $\therefore a=3$

0777

이차방정식 $2x^2+(a+1)x-5=0$의 한 근이 $x=-1$이고, 이차방정식 $x^2+8x+b=0$의 한 근이 $x=1$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. -13

$2x^2+(a+1)x-5=0$에 $x=-1$을 대입하면
$2\times(-1)^2+(a+1)\times(-1)-5=0$
$-a-4=0$ $\therefore a=-4$
$x^2+8x+b=0$에 $x=1$을 대입하면
$1+8+b=0$ $\therefore b=-9$
$\therefore a+b=-4+(-9)=-13$

유형으로 도전하기

개념 01

유형 092 이차방정식의 한 근이 문자로 주어질 때 식의 값 구하기

이차방정식의 한 근이 문자로 주어지면 주어진 근을 이차방정식에 대입한 후 식을 변형하여 식의 값을 구한다.

0778

다음은 이차방정식 $x^2-5x-6=0$의 한 근이 $x=m$일 때, m^2-5m의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> $x^2-5x-6=0$에 $x=m$을 대입하면
> $\boxed{m^2-5m-6}=0$
> $\therefore m^2-5m=\boxed{6}$

0779

이차방정식 $x^2+7x-8=0$의 한 근이 $x=m$일 때, m^2+7m의 값을 구하시오. 8

$x^2+7x-8=0$에 $x=m$을 대입하면
$m^2+7m-8=0$ $\quad\therefore m^2+7m=8$

0780

이차방정식 $x^2+x-3=0$의 한 근이 $x=m$일 때, $2m^2+2m$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 3
√④ 6 ⑤ 9

$x^2+x-3=0$에 $x=m$을 대입하면
$m^2+m-3=0$ $\quad\therefore m^2+m=3$
$\therefore 2m^2+2m=2(m^2+m)=2\times3=6$

0781

이차방정식 $2x^2-6x+8=0$의 한 근이 $x=m$일 때, m^2-3m의 값은?

① -8 √② -4 ③ -2
④ 4 ⑤ 8

$2x^2-6x+8=0$에 $x=m$을 대입하면
$2m^2-6m+8=0$
$2m^2-6m=-8$ $\quad\therefore m^2-3m=-4$

개념 02

유형 093 $AB=0$의 성질을 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식 $(ax-b)(cx-d)=0$의 해는
$ax-b=0$ 또는 $cx-d=0$이므로
$x=\dfrac{b}{a}$ 또는 $x=\dfrac{d}{c}$

0782

이차방정식 $(x+7)(x+1)=0$의 해를 모두 구하면? (정답 2개)

√① $x=-7$ ② $x=-4$ √③ $x=-1$
④ $x=1$ ⑤ $x=7$

0783

이차방정식 $2(x-3)(x-4)=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

√① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$2(x-3)(x-4)=0$에서 $x=3$ 또는 $x=4$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=3$, $\beta=4$
$\therefore \beta-\alpha=4-3=1$

0784

이차방정식 $3(x+5)(x-7)=0$의 두 근의 곱을 구하시오. -35

$3(x-7)(x+5)=0$에서 $x=-5$ 또는 $x=7$
따라서 구하는 두 근의 곱은 $-5\times7=-35$

0785

다음 이차방정식 중 해가 $x=1$ 또는 $x=2$인 것은?

① $x(x-1)=0$ ② $x(x-2)=0$
√③ $(x-1)(x-2)=0$ ④ $(x+2)(x+1)=0$
⑤ $(x+2)(x-1)=0$

① $x(x-1)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=1$
② $x(x-2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$
③ $(x-1)(x-2)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=2$
④ $(x+2)(x+1)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=-1$
⑤ $(x+2)(x-1)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=1$

개념 02

유형 094 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

인수분해를 이용한 이차방정식의 해는 다음의 순서로 구한다.
❶ (x에 대한 이차식)$=0$의 꼴로 정리한다.
❷ 좌변을 인수분해한다.
❸ $AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$임을 이용한다.
❹ 이차방정식의 해를 구한다.

0786

이차방정식 $x^2-5x-14=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① 3 ② 5 ③ 7
√④ 9 ⑤ 11

$x^2-5x-14=0$에서 $(x+2)(x-7)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-2$, $\beta=7$
$\therefore \beta-\alpha=7-(-2)=9$

0787

이차방정식 $x^2-6x-7=0$의 두 근의 합을 A, 두 근의 곱을 B라고 할 때, $A-B$의 값을 구하시오. 13

$x^2-6x-7=0$에서 $(x+1)(x-7)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$
따라서 $A=-1+7=6$, $B=(-1)\times7=-7$이므로
$A-B=6-(-7)=13$

0788

이차방정식 $x^2-2x-9=2x+3$을 풀면?

① $x=-6$ 또는 $x=-2$
② $x=-6$ 또는 $x=2$
③ $x=-4$ 또는 $x=3$
④ $x=-3$ 또는 $x=4$
√⑤ $x=-2$ 또는 $x=6$

$x^2-2x-9=2x+3$에서 $x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

0789

이차방정식 $x^2-3x-4=0$의 두 근을 a, b라고 할 때, 이차방정식 $x^2+ax-b+2=0$의 해를 구하시오. (단, $a<b$)
$x=-1$ 또는 $x=2$

$x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
이때 $a<b$이므로 $a=-1$, $b=4$
따라서 $x^2+ax-b+2=0$, 즉 $x^2-x-4+2=0$에서
$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

개념 02

중요 유형 095 이차방정식의 한 근이 주어질 때 다른 한 근 구하기

이차방정식의 한 근이 주어지면 다른 한 근은 다음의 순서로 구한다.
❶ 주어진 한 근을 이차방정식에 대입하여 미지수의 값을 구한다.
❷ ❶에서 구한 미지수의 값을 방정식에 대입한 후 이차방정식을 풀어 다른 한 근을 구한다.

0790

이차방정식 $x^2-ax+8=0$의 한 근이 $x=1$일 때, 다른 한 근은? (단, a는 상수이다.)

① $x=7$ √② $x=8$ ③ $x=9$
④ $x=10$ ⑤ $x=11$

$x^2-ax+8=0$에 $x=1$을 대입하면
$1^2-a\times1+8=0$
$-a+9=0$ $\therefore a=9$
즉, 주어진 방정식은 $x^2-9x+8=0$이므로
$(x-1)(x-8)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=8$
따라서 다른 한 근은 $x=8$이다.

0791

이차방정식 $x^2-2x-a=0$의 한 근이 $x=3$일 때, 상수 a의 값과 다른 한 근의 합은?

① -1 ② 0 ③ 1
√④ 2 ⑤ 3

$x^2-2x-a=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2-2\times3-a=0$
$3-a=0$ $\therefore a=3$
즉, 주어진 방정식은 $x^2-2x-3=0$이므로
$(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 다른 한 근은 $x=-1$이므로 구하는 합은
$3+(-1)=2$

0792

이차방정식 $x^2-ax+5=0$의 해가 $x=5$ 또는 $x=b$일 때, $2a-b$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) 11

$x^2-ax+5=0$에 $x=5$를 대입하면
$5^2-a\times5+5=0$
$30-5a=0$ $\therefore a=6$
즉, 주어진 방정식은 $x^2-6x+5=0$이므로
$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$
따라서 $b=1$이므로 $2a-b=2\times6-1=11$

0793

이차방정식 $(a-1)x^2+x-5a+6=0$의 한 근이 $x=2$일 때, 다른 한 근을 구하시오. (단, $a\neq1$) $x=-\frac{7}{3}$

$(a-1)x^2+x-5a+6=0$에 $x=2$를 대입하면
$(a-1)\times2^2+2-5a+6=0$
$4a-4+2-5a+6=0$, $-a+4=0$ $\therefore a=4$
즉, 주어진 방정식은 $3x^2+x-14=0$이므로
$(3x+7)(x-2)=0$ $\therefore x=-\frac{7}{3}$ 또는 $x=2$
따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{7}{3}$이다.

개념 02

유형 096 이차방정식의 근의 활용

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근 중 한 근이 이차방정식 $px^2+qx+r=0$의 한 근일 때
➡ $ax^2+bx+c=0$의 근을 구한 후 조건을 만족시키는 근을 $px^2+qx+r=0$에 대입한다.

0794

이차방정식 $x^2+2x-8=0$의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 한 근일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a는 상수이다.)

(1) $x^2+2x-8=0$의 두 근을 구하시오. $x=-4$ 또는 $x=2$

(2) 상수 a의 값을 구하시오. 1

(1) $x^2+2x-8=0$에서 $(x+4)(x-2)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$
(2) $x^2+2x-8=0$의 두 근 중 큰 근은 $x=2$이므로
$x^2+ax-6=0$에 $x=2$를 대입하면
$2^2+a\times2-6=0$
$2a-2=0$ $\therefore a=1$

0795

이차방정식 $x^2+4x-5=0$의 두 근 중 자연수인 근이 이차방정식 $x^2-2ax+3a-3=0$의 한 근일 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1
√④ 2 ⑤ 3

$x^2+4x-5=0$에서 $(x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$
이때 자연수인 근은 $x=1$이므로
$x^2-2ax+3a-3=0$에 $x=1$을 대입하면
$1^2-2a\times1+3a-3=0$
$a-2=0$ $\therefore a=2$

0796

이차방정식 $x(x+3)=4$의 두 근 중 음수인 근이 이차방정식 $x^2-ax-40=0$의 한 근일 때, 상수 a의 값은?

√① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

$x(x+3)=4$에서 $x^2+3x-4=0$
$(x+4)(x-1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=1$
이때 음수인 근은 $x=-4$이므로
$x^2-ax-40=0$에 $x=-4$를 대입하면
$(-4)^2-a\times(-4)-40=0$
$4a-24=0$ $\therefore a=6$

개념 02

유형 097 두 이차방정식의 공통인 근

두 이차방정식의 근을 각각 구하여 공통인 근을 찾는다.

0797

다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하시오. $x=6$

$$x(x-6)=0,\quad x^2-x-30=0$$

$x(x-6)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=6$
$x^2-x-30=0$에서 $(x+5)(x-6)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=6$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=6$이다.

0798

두 이차방정식 $x^2+x-6=0$, $x^2-9x+14=0$의 공통인 근을 구하시오. $x=2$

$x^2+x-6=0$에서 $(x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$
$x^2-9x+14=0$에서 $(x-2)(x-7)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=7$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$이다.

0799

두 이차방정식 $x^2-2x+a=0$, $x^2+bx-15=0$의 공통인 근이 $x=3$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -5 ② -3 √③ -1
④ 1 ⑤ 3

$x^2-2x+a=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2-2\times3+a=0$
$3+a=0$ $\therefore a=-3$
$x^2+bx-15=0$에 $x=3$을 대입하면
$3^2+b\times3-15=0$
$3b-6=0$ $\therefore b=2$
$\therefore a+b=-3+2=-1$

0800

두 이차방정식 $x^2+3x-18=0$, $2x^2-5x-3=0$의 공통이 아닌 근의 곱은?

① 2 √② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

$x^2+3x-18=0$에서 $(x+6)(x-3)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=3$
$2x^2-5x-3=0$에서 $(2x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이고 공통이 아닌 두 근은 각각 $x=-6$, $x=-\frac{1}{2}$이므로 구하는 곱은
$-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=3$

개념 03

유형 098 이차방정식의 중근

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이
$a(x-m)^2=0$
의 꼴로 나타내어지면 이 이차방정식은 중근 $x=m$을 갖는다.

0801

다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것은?

① $(x-2)^2=0$ ② $2(x+3)^2=0$
√③ $x^2+2x+1=1$ ④ $x^2-6x+9=0$
⑤ $4x^2+4x=-1$

③ $x^2+2x+1=1$에서 $x^2+2x=0$
$x(x+2)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=0$

0802

다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x^2=4$ √② $x^2+x+\frac{1}{4}=0$
③ $(x-1)^2=1$ ④ $x^2-2x-15=0$
√⑤ $x^2+9=6x$

① $x^2=4$에서 $x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=2$
② $x^2+x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$
③ $(x-1)^2=1$에서 $x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=2$
④ $x^2-2x-15=0$에서 $(x+3)(x-5)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=5$
⑤ $x^2+9=6x$에서 $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$

0803

다음 보기 중 중근을 갖는 이차방정식을 모두 고르시오. ㄱ, ㄹ

보기

ㄱ. $(-x+1)^2=0$ ㄴ. $x^2-16=0$
ㄷ. $x^2+5x+6=0$ ㄹ. $x^2-10x+25=0$

ㄱ. $(-x+1)^2=0$에서 $x=1$
ㄴ. $x^2-16=0$에서 $(x+4)(x-4)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=4$
ㄷ. $x^2+5x+6=0$에서 $(x+3)(x+2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-2$
ㄹ. $x^2-10x+25=0$에서 $(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$

중요 개념 03

유형 099 이차방정식이 중근을 가질 조건 (1)

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가질 조건

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풍쌤의 Point x^2의 계수가 1이 아닌 경우에는 x^2의 계수로 양변을 나누어 x^2의 계수를 1로 만든 후 위의 조건을 이용해.

0804

이차방정식 $x^2+4x+a=0$이 중근을 가질 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a는 상수이다.)

(1) 상수 a의 값을 구하시오. 4

(2) 이차방정식의 중근을 구하시오. $x=-2$

(1) $x^2+4x+a=0$이 중근을 가지므로
$a=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$
(2) 주어진 이차방정식은 $x^2+4x+4=0$이므로
$(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$

0805

이차방정식 $x^2-6x+2a-5=0$이 중근을 가질 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
√④ 7 ⑤ 9

$x^2-6x+2a-5=0$이 중근을 가지므로
$2a-5=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$
$2a=14$ $\therefore a=7$

0806

이차방정식 $x^2+8x+a=2a-3$이 중근을 갖도록 하는 상수 a의 값을 구하시오. -13

$x^2+8x+a=2a-3$에서 $x^2+8x-a+3=0$
이 이차방정식이 중근을 가지려면
$-a+3=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$
$\therefore a=-13$

0807

이차방정식 $2x^2-20x+5k=0$이 중근 $x=m$을 가질 때, $m+k$의 값은? (단, k는 상수이다.)

① 15 ② 20 ③ 25
④ 30 ⑤ 35

$2x^2-20x+5k=0$에서 $x^2-10x+\frac{5}{2}k=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$\frac{5}{2}k=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$ $\therefore k=10$
즉, 주어진 이차방정식은 $2x^2-20x+50=0$이므로
$x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$ $\therefore m=5$
$\therefore m+k=5+10=15$

개념 03

유형 100 이차방정식이 중근을 가질 조건 (2)

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가질 조건

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$에서 $a^2=4b$

0808

이차방정식 $x^2+ax+9=0$이 중근을 갖도록 하는 자연수 a의 값은?

① 2　② 3　③ 4
√④ 6　⑤ 9

$x^2+ax+9=0$이 중근을 가지려면

$9=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $a^2=36$

$\therefore a=\pm6$

따라서 자연수 a의 값은 6이다.

0809

이차방정식 $x^2+ax+16=0$이 중근을 갖도록 하는 상수 a의 값을 모두 고르면? (정답 2개)

√① -8　② -4　③ 4
√④ 8　⑤ 16

$x^2+ax+16=0$이 중근을 가지려면

$16=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $a^2=64$

$\therefore a=\pm8$

0810

이차방정식 $x^2+ax+2a-3=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은?

① -4　② -2　③ 2
④ 4　√⑤ 8

$x^2+ax+2a-3=0$이 중근을 가지려면

$2a-3=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $a^2=4(2a-3)$

$a^2-8a+12=0$, $(a-2)(a-6)=0$

$\therefore a=2$ 또는 $a=6$

따라서 구하는 모든 a의 값의 합은 $2+6=8$

개념 04

유형 101 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

(1) $x^2=q\ (q\geq0)$ ➡ $x=\pm\sqrt{q}$

(2) $ax^2=q\ (a\neq0,\ aq\geq0)$ ➡ $x=\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

(3) $(x+p)^2=q\ (q\geq0)$ ➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

(4) $a(x+p)^2=q\ (a\neq0,\ aq\geq0)$ ➡ $x=-p\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

0811

이차방정식 $x^2=12$의 해가 $x=\pm a\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $a>1$)

√① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

$x^2=12$에서 $x=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$a+b=2+3=5$

0812

이차방정식 $3x^2=7$의 두 근의 합은?

① $-\frac{\sqrt{21}}{3}$　√② 0　③ $\frac{\sqrt{7}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{21}}{3}$　⑤ $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

$3x^2=7$에서 $x^2=\frac{7}{3}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{7}{3}}=\pm\frac{\sqrt{21}}{3}$

따라서 두 근의 합은 $\frac{\sqrt{21}}{3}+\left(-\frac{\sqrt{21}}{3}\right)=0$

0813

이차방정식 $(x+4)^2-7=0$의 해가 $x=a\pm\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -1　② 0　③ 1
④ 2　√⑤ 3

$(x+4)^2-7=0$에서 $(x+4)^2=7$

$x+4=\pm\sqrt{7}$　$\therefore x=-4\pm\sqrt{7}$

따라서 $a=-4$, $b=7$이므로

$a+b=-4+7=3$

0814

이차방정식 $5(x-a)^2-15=0$의 해가 $x=2\pm\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 5

$5(x-a)^2-15=0$에서 $5(x-a)^2=15$

$(x-a)^2=3$, $x-a=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=a\pm\sqrt{3}$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$a+b=2+3=5$

개념 04

유형 102 이차방정식 $(x+p)^2=q$가 근을 가질 조건

이차방정식 $(x+p)^2=q$가
(1) 서로 다른 두 근을 가질 조건 ➡ $q>0$
(2) 중근을 가질 조건 ➡ $q=0$
(3) 근을 갖지 않을 조건 ➡ $q<0$

풍쌤의 Point 이차방정식 $(x+p)^2=q$가
(1) 근을 가질 조건 ➡ $q\geq 0$
(2) 근을 갖지 않을 조건 ➡ $q<0$

0815
이차방정식 $(x-2)^2=a$가 근을 가질 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 없는 것은?

√① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$
④ 1 ⑤ 2

$(x-2)^2=a$가 근을 가지려면 $a\geq 0$이어야 한다.

0816
이차방정식 $(x+1)^2=a-3$이 중근 $x=b$를 가질 때, $a-b$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 √⑤ 4

$(x+1)^2=a-3$이 중근을 가지려면
$a-3=0$이어야 하므로 $a=3$
즉, $(x+1)^2=0$이므로 $x=-1$ $\therefore b=-1$
$\therefore a-b=3-(-1)=4$

0817
이차방정식 $(x+4)^2=5-a$가 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합을 구하시오. 10

$(x+4)^2=5-a$가 서로 다른 두 근을 가지려면
$5-a>0$이어야 하므로 $a<5$
따라서 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 모든 자연수 a의 값의 합은
$1+2+3+4=10$

0818
이차방정식 $(2x-1)^2=a+2$가 근을 갖지 않을 때, 상수 a의 값의 범위를 구하시오. $a<-2$

$(2x-1)^2=a+2$가 근을 갖지 않으려면
$a+2<0$이어야 하므로 $a<-2$

개념 04

유형 103 이차방정식을 완전제곱식의 꼴로 나타내기

이차방정식을 다음의 순서로 $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타낸다.
❶ x^2의 계수로 양변을 나누어 x^2의 계수를 1로 만든다.
❷ 상수항을 우변으로 이항한다.
❸ 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.
❹ $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타낸다.

0819
다음은 이차방정식 $x^2+6x=-2$를 $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

주어진 이차방정식의 양변에 $\left(\frac{\boxed{6}}{2}\right)^2$을 더하면
$x^2+6x+\boxed{9}=-2+\boxed{9}$
$\therefore (x+\boxed{3})^2=\boxed{7}$

0820
이차방정식 $x^2-4x-5=0$을 $(x-a)^2=b$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 √⑤ 11

$x^2-4x-5=0$에서 $x^2-4x=5$
$x^2-4x+4=9$ $\therefore (x-2)^2=9$
따라서 $a=2$, $b=9$이므로
$a+b=2+9=11$

0821
이차방정식 $2x^2+8x-4=0$을 $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오. 12

$2x^2+8x-4=0$에서 $x^2+4x-2=0$
$x^2+4x=2$, $x^2+4x+4=6$
$\therefore (x+2)^2=6$
따라서 $a=2$, $b=6$이므로
$ab=2\times 6=12$

개념 04

유형 104 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

완전제곱식을 이용한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는 다음의 순서로 구한다.

❶ x^2의 계수로 양변을 나누어 x^2의 계수를 1로 만든다.
❷ 상수항을 우변으로 이항한다.
❸ 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.
❹ $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타낸다.
❺ 이 이차방정식의 해는 $x=-p\pm\sqrt{q}$이다.

0822

이차방정식 $2x^2-12x-4=0$을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=a\pm\sqrt{b}$이었다. 이때 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 13 ✓② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

$2x^2-12x-4=0$에서 $x^2-6x-2=0$
$x^2-6x=2$, $x^2-6x+9=11$
$(x-3)^2=11$, $x-3=\pm\sqrt{11}$
$\therefore x=3\pm\sqrt{11}$
따라서 $a=3$, $b=11$이므로
$a+b=3+11=14$

0823

이차방정식 $3x^2-6x-1=0$을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
④ $\sqrt{3}$ ✓⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$3x^2-6x-1=0$에서 $x^2-2x-\frac{1}{3}=0$, $x^2-2x=\frac{1}{3}$, $x^2-2x+1=\frac{4}{3}$
$(x-1)^2=\frac{4}{3}$, $x-1=\pm\sqrt{\frac{4}{3}}=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\therefore x=1\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=1-\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\beta=1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\therefore \beta-\alpha=\left(1+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)-\left(1-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

0824

이차방정식 $x^2-8x=k$를 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=4\pm\sqrt{6}$이었다. 이때 유리수 k의 값은?

✓① -10 ② -6 ③ -2
④ 2 ⑤ 6

$x^2-8x=k$의 양변에 $\left(\frac{-8}{2}\right)^2$을 더하면
$x^2-8x+16=k+16$, $(x-4)^2=k+16$
$x-4=\pm\sqrt{k+16}$ $\therefore x=4\pm\sqrt{k+16}$
따라서 $k+16=6$이므로 $k=-10$

중요 개념 05

유형 105 이차방정식의 근의 공식

(1) 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

(2) 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ $(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}\ (\text{단, } b'^2-ac\geq0)$$

0825

이차방정식 $x^2+3x+1=0$을 풀면?

✓① $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ ② $x=-3\pm\sqrt{5}$
③ $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{4}$ ④ $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$
⑤ $x=3\pm\sqrt{5}$

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

0826

이차방정식 $x^2-4x-7=0$의 해가 $x=a\pm\sqrt{b}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?

① 7 ② 8 ✓③ 9
④ 10 ⑤ 11

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-7)}}{1}=2\pm\sqrt{11}$
따라서 $a=2$, $b=11$이므로
$b-a=11-2=9$

0827

이차방정식 $2x^2+x-5=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\beta-\alpha$의 값을 구하시오. (단, $\alpha<\beta$) $\frac{\sqrt{41}}{2}$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=\frac{-1-\sqrt{41}}{4}$, $\beta=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$
$\therefore \beta-\alpha=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}-\frac{-1-\sqrt{41}}{4}$
$=\frac{2\sqrt{41}}{4}=\frac{\sqrt{41}}{2}$

개념 05

유형 106 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 미지수의 값 구하기

이차방정식의 계수에 미지수가 있으면 다음의 순서로 구한다.
❶ 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.
❷ 구한 해를 주어진 해와 비교하여 미지수의 값을 구한다.

0828

이차방정식 $x^2+2x-a=0$의 해가 $x=-1\pm\sqrt{5}$일 때, 유리수 a의 값은?

① 2 ✓② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-a)}}{1}=-1\pm\sqrt{1+a}$
따라서 $1+a=5$이므로
$a=4$

0829

이차방정식 $3x^2+6x+a=0$의 해가 $x=b\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1
✓④ 2 ⑤ 3

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-3\times a}}{3}=\frac{-3\pm\sqrt{9-3a}}{3}=-1\pm\frac{\sqrt{9-3a}}{3}$
따라서 $-1=b$, $9-3a=6$이므로
$a=1$, $b=-1$
$\therefore a-b=1-(-1)=2$

0830

이차방정식 $ax^2-3x-3=0$의 근이 $x=\frac{3\pm\sqrt{b}}{4}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $a\neq0$)

① 33 ② 34 ✓③ 35
④ 36 ⑤ 37

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times a\times(-3)}}{2\times a}=\frac{3\pm\sqrt{9+12a}}{2a}$
따라서 $2a=4$, $9+12a=b$이므로
$a=2$, $b=9+12\times2=33$
$\therefore a+b=2+33=35$

개념 06

유형 107 괄호가 있는 이차방정식의 풀이

괄호가 있으면 괄호를 풀어 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 정리한다.

0831

이차방정식 $(x+1)(x-2)=x+6$의 두 근 중 자연수인 근은?

① $x=1$ ② $x=2$ ③ $x=3$
✓④ $x=4$ ⑤ $x=5$

$(x+1)(x-2)=x+6$에서 $x^2-x-2=x+6$
$x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$
따라서 자연수인 근은 $x=4$이다.

0832

이차방정식 $(x+3)(x-3)=8x$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① 8 ② 9 ✓③ 10
④ 11 ⑤ 12

$(x+3)(x-3)=8x$에서 $x^2-9=8x$
$x^2-8x-9=0$, $(x+1)(x-9)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=9$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-1$, $\beta=9$
$\therefore \beta-\alpha=9-(-1)=10$

0833

이차방정식 $(x-1)^2=-2(x-2)+1$의 두 근의 합은?

① -4 ② -2 ✓③ 0
④ 2 ⑤ 4

$(x-1)^2=-2(x-2)+1$에서 $x^2-2x+1=-2x+5$
$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은 $-2+2=0$

0834

이차방정식 $(x+2)^2+2=-x^2-9x$의 두 근의 곱을 구하시오. 3

$(x+2)^2+2=-x^2-9x$에서 $x^2+4x+6=-x^2-9x$
$2x^2+13x+6=0$, $(x+6)(2x+1)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$
따라서 두 근의 곱은 $-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=3$

정답과 풀이 55~56쪽

개념 06

유형 108 계수가 소수 또는 분수인 이차방정식의 풀이

(1) 계수가 소수인 경우 양변에 $10, 100, 1000, \cdots$과 같은 10의 거듭제곱을 곱한다.
(2) 계수가 분수인 경우 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.
(3) 계수에 소수와 분수가 모두 있는 경우 소수를 분수로 바꾼 후 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

0835

이차방정식 $0.2x^2+0.3x+0.1=0$의 두 근의 합은?

① -2　② $-\frac{3}{2}$　③ -1
④ $-\frac{1}{2}$　⑤ 0

$0.2x^2+0.3x+0.1=0$의 양변에 10을 곱하면 $2x^2+3x+1=0$
$(x+1)(2x+1)=0$　$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$
따라서 두 근의 합은 $-1+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{2}$

0836

이차방정식 $x^2-0.1x-0.3=0$의 두 근 중 양수인 근은?

① $x=\frac{1}{3}$　② $x=\frac{1}{2}$　③ $x=\frac{3}{5}$
④ $x=\frac{2}{3}$　⑤ $x=\frac{3}{4}$

$x^2-0.1x-0.3=0$의 양변에 10을 곱하면 $10x^2-x-3=0$
$(2x+1)(5x-3)=0$　$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{5}$
따라서 양수인 근은 $x=\frac{3}{5}$이다.

0837

이차방정식 $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $3\alpha\beta$의 값은?

① -5　② -3　③ -1
④ 3　⑤ 5

$\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}=0$의 양변에 6을 곱하면 $3x^2-2x-5=0$
$(x+1)(3x-5)=0$　$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{3}$
따라서 $\alpha=-1$, $\beta=\frac{5}{3}$ 또는 $\alpha=\frac{5}{3}$, $\beta=-1$이므로
$3\alpha\beta=3\times(-1)\times\frac{5}{3}=-5$

0838

이차방정식 $\frac{1}{2}x^2-0.3x-0.2=0$의 두 근 중 음수인 근을 구하시오. $x=-\frac{2}{5}$

$\frac{1}{2}x^2-0.3x-0.2=0$에서 $\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{10}x-\frac{1}{5}=0$
양변에 10을 곱하면 $5x^2-3x-2=0$
$(5x+2)(x-1)=0$　$\therefore x=-\frac{2}{5}$ 또는 $x=1$
따라서 음수인 근은 $x=-\frac{2}{5}$이다.

개념 06

유형 109 공통부분이 있는 이차방정식의 풀이

공통부분이 있는 이차방정식은 다음의 순서로 푼다.
❶ 공통부분을 A로 놓고, A에 대한 이차방정식으로 정리한다.
❷ 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 A의 값을 구한다.
❸ ❶의 식에 A의 값을 대입하여 x의 값을 구한다.

0839

이차방정식 $(x+3)^2-2(x+3)=0$의 두 근의 곱을 구하시오. 3

$x+3=A$로 놓으면 $A^2-2A=0$
$A(A-2)=0$　$\therefore A=0$ 또는 $A=2$
즉, $x+3=0$ 또는 $x+3=2$이므로
$x=-3$ 또는 $x=-1$
따라서 두 근의 곱은 $-3\times(-1)=3$

0840

이차방정식 $(x-1)^2=3(x-1)$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha-\beta$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① -7　② -6　③ -5
④ -4　⑤ -3

$x-1=A$로 놓으면 $A^2=3A$, $A^2-3A=0$
$A(A-3)=0$　$\therefore A=0$ 또는 $A=3$
즉, $x-1=0$ 또는 $x-1=3$이므로
$x=1$ 또는 $x=4$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=4$
$\therefore \alpha-\beta=1-4=-3$

0841

이차방정식 $(x+1)^2=2(x+1)+3$의 두 근의 합은?

① -4　② -2　③ 0
④ 2　⑤ 4

$x+1=A$로 놓으면 $A^2=2A+3$, $A^2-2A-3=0$
$(A+1)(A-3)=0$　$\therefore A=-1$ 또는 $A=3$
즉, $x+1=-1$ 또는 $x+1=3$이므로 $x=-2$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은 $-2+2=0$

0842

이차방정식 $2(x-2)^2+(x-2)-1=0$의 정수인 근은?

① $x=-2$　② $x=-1$　③ $x=1$
④ $x=2$　⑤ $x=3$

$x-2=A$로 놓으면 $2A^2+A-1=0$
$(A+1)(2A-1)=0$　$\therefore A=-1$ 또는 $A=\frac{1}{2}$
즉, $x-2=-1$ 또는 $x-2=\frac{1}{2}$이므로 $x=1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$
따라서 정수인 근은 $x=1$이다.

배운내용 점검하기

0843

다음 중 이차방정식을 모두 고르면? (정답 2개)

√① $2x^2-4x+2=-4x$

② $-x^2+x(x+1)=0$

③ $(x+3)(x-2)=x^2$

√④ $x-4=(x+4)(x-4)$

⑤ $x^2\left(\frac{1}{x}+1\right)$

① $2x^2-4x+2=-4x$에서 $2x^2+2=0$이므로 이차방정식이다.
② $-x^2+x(x+1)=0$에서 $-x^2+x^2+x=0$이므로 $x=0$, 즉 일차방정식이다.
③ $(x+3)(x-2)=x^2$에서 $x^2+x-6=x^2$이므로 $x-6=0$, 즉 일차방정식이다.
④ $x-4=(x+4)(x-4)$에서 $x-4=x^2-16$이므로 $-x^2+x+12=0$, 즉 이차방정식이다.
⑤ 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다.

0844 풍쌤 PICK

$8x^2-x+6=a(2x-1)^2$이 x에 대한 이차방정식이 되도록 하는 실수 a의 조건은?

① $a\neq-2$　② $a\neq-1$　③ $a\neq0$
④ $a\neq1$　√⑤ $a\neq2$

$8x^2-x+6=a(2x-1)^2$에서 $8x^2-x+6=a(4x^2-4x+1)$
$8x^2-x+6=4ax^2-4ax+a$
$\therefore (8-4a)x^2-(1-4a)x+6-a=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$8-4a\neq0$이어야 하므로 $a\neq2$

0845

다음 이차방정식 중 $x=-1$을 근으로 갖는 것은?

① $(x+2)^2=9$　② $x^2+5x+2=0$
√③ $x^2-x-2=0$　④ $x^2-3x-3=0$
⑤ $(x-1)(7x+3)=0$

① $(-1+2)^2=1\neq9$
② $(-1)^2+5\times(-1)+2=-2\neq0$
③ $(-1)^2-(-1)-2=0$
④ $(-1)^2-3\times(-1)-3=1\neq0$
⑤ $(-1-1)\{7\times(-1)+3\}=8\neq0$

0846

이차방정식 $x^2+3ax-4=0$의 한 근이 $x=4$일 때, 상수 a의 값은?

① -2　√② -1　③ 1
④ 2　⑤ 3

$x^2+3ax-4=0$에 $x=4$를 대입하면
$4^2+3a\times4-4=0$
$12a+12=0$　$\therefore a=-1$

0847

이차방정식 $2x^2+4x-7=0$의 한 근이 $x=m$일 때, m^2+2m의 값을 구하시오. $\frac{7}{2}$

$2x^2+4x-7=0$에 $x=m$을 대입하면
$2m^2+4m-7=0$
$2m^2+4m=7$　$\therefore m^2+2m=\frac{7}{2}$

0848

이차방정식 $(x+4)(2x-3)=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

√① -6　② -3　③ -1
④ 3　⑤ 6

$(x+4)(2x-3)=0$에서 $x=-4$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-4$, $\beta=\frac{3}{2}$
$\therefore \alpha\beta=-4\times\frac{3}{2}=-6$

0849

이차방정식 $3x^2-2x-1=0$의 두 근을 a, b라고 할 때, $3ax^2+4x-3b=0$의 해를 구하시오. (단, $a>b$)

$x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

$3x^2-2x-1=0$에서 $(3x+1)(x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$
이때 $a>b$이므로 $a=1$, $b=-\frac{1}{3}$
따라서 $3ax^2+4x-3b=0$, 즉 $3x^2+4x+1=0$에서
$(x+1)(3x+1)=0$　$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

0850

이차방정식 $ax^2-7x+3=0$의 해가 $x=3$ 또는 $x=b$일 때, ab의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) 1

$ax^2-7x+3=0$에 $x=3$을 대입하면
$a\times3^2-7\times3+3=0$
$9a-18=0$　$\therefore a=2$
즉, 주어진 방정식은 $2x^2-7x+3=0$이므로
$(2x-1)(x-3)=0$　$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 $b=\frac{1}{2}$이므로 $ab=2\times\frac{1}{2}=1$

0851 풍쌤 PICK

이차방정식 $x^2-x-2=0$의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $x^2-4x+a=0$의 한 근일 때, 상수 a의 값은?

✓① -5　② -4　③ -1
④ 2　⑤ 5

$x^2-x-2=0$에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
이때 작은 근은 $x=-1$이므로
$x^2-4x+a=0$에 $x=-1$을 대입하면
$(-1)^2-4\times(-1)+a=0$
$5+a=0$　$\therefore a=-5$

0852

두 이차방정식 $2x^2-3x+a=0$, $3x^2+bx+1=0$의 공통인 근이 $x=\frac{1}{2}$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-2b$의 의 값을 구하시오. 8

$2x^2-3x+a=0$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면 $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-3\times\frac{1}{2}+a=0$
$-1+a=0$　$\therefore a=1$
$3x^2+bx+1=0$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면 $3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+b\times\frac{1}{2}+1=0$
$\frac{7}{4}+\frac{1}{2}b=0$　$\therefore b=-\frac{7}{2}$
$\therefore a-2b=1-2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=8$

0853

다음 이차방정식 중 중근을 갖지 <u>않는</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $(x+3)^2=0$　② $9x^2+6x+1=0$
✓③ $4x^2-x-5=0$　④ $x(x-4)=-4$
✓⑤ $x^2=25$

③ $4x^2-x-5=0$에서 $(x+1)(4x-5)=0$　$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{4}$
⑤ $x^2=25$에서 $x^2-25=0$
$(x+5)(x-5)=0$　$\therefore x=-5$ 또는 $x=5$

0854

이차방정식 $x^2+12x+a=0$이 중근 $x=m$을 가질 때, $a+m$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 22　② 24　③ 26
④ 28　✓⑤ 30

$x^2+12x+a=0$이 중근을 가지므로
$a=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$
주어진 이차방정식은 $x^2+12x+36=0$이므로
$(x+6)^2=0$　$\therefore x=-6$
$\therefore m=-6$
$\therefore a+m=36+(-6)=30$

0855

이차방정식 $x^2+kx+\frac{9}{4}=0$이 중근을 갖도록 하는 음수 k의 값은?

① -12　② -9　③ -6
✓④ -3　⑤ -1

$x^2+kx+\frac{9}{4}=0$이 중근을 가지려면
$\frac{9}{4}=\left(\frac{k}{2}\right)^2$, $k^2=9$
$\therefore k=\pm3$
따라서 음수 k의 값은 -3이다.

0856

이차방정식 $(x-3)^2=5$의 해가 $x=a\pm\sqrt{b}$일 때, 정수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① 9　② 12　✓③ 15
④ 18　⑤ 21

$(x-3)^2=5$에서 $x-3=\pm\sqrt{5}$
$\therefore x=3\pm\sqrt{5}$
따라서 $a=3$, $b=5$이므로
$ab=3\times5=15$

0857

이차방정식 $(x-1)^2=a-3$이 근을 갖도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값은?

① -1　② 0　③ 1
④ 2　✓⑤ 3

$(x-1)^2=a-3$이 근을 가지려면
$a-3\ge0$이어야 하므로 $a\ge3$
따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 3이다.

0858

이차방정식 $2(x+3)^2=8-a$가 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 상수 a의 값의 범위를 구하시오. $a<8$

$2(x+3)^2=8-a$에서 $(x+3)^2=\frac{8-a}{2}$
이 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면
$\frac{8-a}{2}>0$이어야 하므로 $8-a>0$
$\therefore a<8$

0859

이차방정식 $x^2+12x+8=0$을 $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 34

$x^2+12x+8=0$에서 $x^2+12x=-8$
$x^2+12x+36=-8+36$, $(x+6)^2=28$
따라서 $a=6$, $b=28$이므로
$a+b=6+28=34$

0860

이차방정식 $x^2+6x+a=0$을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=-3\pm\sqrt{7}$이었다. 이때 유리수 a의 값은?

✓① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

$x^2+6x+a=0$에서 $x^2+6x=-a$
양변에 $\left(\frac{6}{2}\right)^2$을 더하면 $x^2+6x+9=9-a$
$(x+3)^2=9-a$, $x+3=\pm\sqrt{9-a}$
$\therefore x=-3\pm\sqrt{9-a}$
이때 이차방정식의 해가 $-3\pm\sqrt{7}$이므로
$9-a=7$ $\quad\therefore a=2$

0861

이차방정식 $3x^2-4x-1=0$의 해가 $x=\frac{a\pm\sqrt{b}}{3}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 9

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times(-1)}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{7}}{3}$
따라서 $a=2$, $b=7$이므로
$a+b=2+7=9$

0862

이차방정식 $2x^2-x-a=0$의 근이 $x=1\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$일 때, 상수 a의 값은?

✓① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-a)}}{2\times2}=\frac{1\pm\sqrt{1+8a}}{4}$
따라서 $1+8a=17$이므로
$a=2$

0863

이차방정식 $2(x+2)(x+1)=(x+2)^2$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $\beta>\alpha$)

① 1 ✓② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$2(x+2)(x+1)=(x+2)^2$에서 $2x^2+6x+4=x^2+4x+4$
$x^2+2x=0$, $x(x+2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=0$
이때 $\beta>\alpha$이므로 $\alpha=-2$, $\beta=0$
$\therefore \beta-\alpha=0-(-2)=2$

0864

이차방정식 $0.3x^2-\frac{3}{4}x-2.7=0$의 두 근의 차는?

① $\frac{11}{2}$ ② 6 ✓③ $\frac{13}{2}$
④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

$0.3x^2-\frac{3}{4}x-2.7=0$에서 $\frac{3}{10}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{27}{10}=0$
양변에 20을 곱하면 $6x^2-15x-54=0$
$2x^2-5x-18=0$, $(x+2)(2x-9)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{9}{2}$
따라서 두 근의 차는 $\frac{9}{2}-(-2)=\frac{13}{2}$

0865 풀쌤 PICK

이차방정식 $2(2x-1)^2+3(2x-1)+1=0$의 두 근 중 양수인 근은?

✓① $x=\frac{1}{4}$ ② $x=\frac{1}{2}$ ③ $x=\frac{3}{4}$
④ $x=1$ ⑤ $x=\frac{5}{4}$

$2x-1=A$로 놓으면 $2A^2+3A+1=0$
$(A+1)(2A+1)=0$ $\quad\therefore A=-1$ 또는 $A=-\frac{1}{2}$
즉, $2x-1=-1$ 또는 $2x-1=-\frac{1}{2}$이므로
$2x=0$ 또는 $2x=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=\frac{1}{4}$
따라서 양수인 근은 $x=\frac{1}{4}$이다.

0866

이차방정식 $\frac{(x+4)^2}{4}-\frac{(x+4)}{2}+\frac{1}{4}=0$의 해를 구하시오. $x=-3$

$x+4=A$로 놓으면 $\frac{A^2}{4}-\frac{A}{2}+\frac{1}{4}=0$
양변에 4를 곱하면 $A^2-2A+1=0$
$(A-1)^2=0$ $\quad\therefore A=1$
즉, $x+4=1$이므로
$x=-3$

2 이차방정식의 활용

개념 01 이차방정식의 근의 개수

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 개수는 b^2-4ac의 부호에 의해 결정된다.

(1) $b^2-4ac>0$이면 서로 다른 두 근을 갖는다. → 근이 2개

(2) $b^2-4ac=0$이면 중근을 갖는다. → 근이 1개

(3) $b^2-4ac<0$이면 근을 갖지 않는다. → 근이 0개

예

이차방정식	b^2-4ac의 부호	근의 개수
$x^2+4x+3=0$	$4^2-4\times1\times3=4>0$	2
$x^2+4x+4=0$	$4^2-4\times1\times4=0$	1
$x^2+4x+5=0$	$4^2-4\times1\times5=-4<0$	0

풍쌤의 오개념 체크

이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 근이 존재할 조건은

$\cancel{b^2-4ac<0}$　　$b^2-4ac\geq0$

개념 02 이차방정식 구하기

(1) 두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식: $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

예 두 근이 -1, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $(x+1)(x-2)=0$, 즉 $x^2-x-2=0$

(2) 중근이 α이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식: $a(x-\alpha)^2=0$

예 중근이 3이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은 $2(x-3)^2=0$, 즉 $2x^2-12x+18=0$

풍쌤의 오개념 체크

두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$\cancel{(x+\alpha)(x+\beta)=0}$　　$(x-\alpha)(x-\beta)=0$

개념 03 이차방정식의 활용

이차방정식의 활용 문제는 다음의 순서로 해결한다.

❶ 미지수 정하기: 문제의 뜻을 파악하고 구하려는 값을 x로 놓는다.

❷ 방정식 세우기: 문제의 뜻에 맞게 x에 대한 이차방정식을 세운다.

❸ 방정식 풀기: 이차방정식을 푼다.

❹ 확인하기: 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

> 참고 시간, 속력, 거리, 길이, 넓이, 부피 문제의 해는 양수이어야 하고 개수, 나이 문제의 해는 자연수이어야 한다.

풍쌤의 오개념 체크

~~방정식을 풀어서 구한 해는 모두 답이야.~~

방정식을 풀어서 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인해야 해.

개념으로 연습하기

01 이차방정식의 근의 개수

0867 이차방정식에 대하여 다음 표를 완성하시오.

$ax^2+bx+c=0$	b^2-4ac의 값	근의 개수
$x^2+3x+2=0$	1	2
$3x^2-4x+5=0$	-44	0
$4x^2+4x+1=0$	0	1

[0868~0871] 다음 이차방정식의 근의 개수를 구하시오.

0868 $x^2+5x+7=0$ 0

0869 $x^2-6x+3=0$ 2

0870 $4x^2-12x+9=0$ 1

0871 $3x^2+4=0$ 0

02 이차방정식 구하기

[0872~0877] 다음 조건을 만족시키는 x에 대한 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내시오.

0872 두 근이 1, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식 $x^2-3x+2=0$

0873 두 근이 -2, 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식 $x^2-x-6=0$

0874 두 근이 0, 4이고 x^2의 계수가 -1인 이차방정식 $-x^2+4x=0$

0875 중근이 $\frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 4인 이차방정식 $4x^2-4x+1=0$

0876 중근이 $-\frac{2}{3}$이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식 $3x^2+4x+\frac{4}{3}=0$

0877 중근이 5이고 x^2의 계수가 -2인 이차방정식 $-2x^2+20x-50=0$

03 이차방정식의 활용

0878 다음은 연속하는 두 짝수의 곱이 24일 때, 이 두 수를 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

❶ 미지수 정하기
연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라고 하자.

❷ 방정식 세우기
두 짝수의 곱이 24이므로
$\boxed{x(x+2)=24}$

❸ 방정식 풀기
방정식을 풀면 $x=\boxed{-6}$ 또는 $x=\boxed{4}$
이때 x는 자연수이므로 $x=\boxed{4}$
따라서 두 짝수는 $\boxed{4}$, $\boxed{6}$이다.

❹ 확인하기
$\boxed{4}\times\boxed{6}=24$이므로 구한 답은 문제의 뜻에 맞는다.

0879 연속하는 두 자연수의 곱이 56일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 연속하는 두 자연수 중 작은 수를 x라고 할 때, x에 대한 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내시오. $x^2+x-56=0$

(2) 연속하는 두 자연수를 구하시오. 7, 8

0880 지면에서 지면과 수직인 방향으로 초속 45 m로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이는 $(45t-5t^2)$ m라고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 쏘아 올린 물체가 지면에 떨어질 때의 높이를 구하시오. 0 m

(2) 쏘아 올린 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하시오. 9초

유형으로 도전하기

유형 110 이차방정식의 근의 개수

개념 01

중요

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 개수는 b^2-4ac의 부호에 의해 결정된다.

(1) $b^2-4ac>0$이면 근이 2개이다.
(2) $b^2-4ac=0$이면 근이 1개이다.
(3) $b^2-4ac<0$이면 근이 0개이다.

0881

다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것은?

① $x^2-x+1=0$ ✓② $x^2-3x+1=0$
③ $x^2-2x+5=0$ ④ $x^2-8x+16=0$
⑤ $2x^2+3=0$

① $(-1)^2-4\times1\times1=-3<0$이므로 근을 갖지 않는다.
② $(-3)^2-4\times1\times1=5>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ $(-2)^2-4\times1\times5=-16<0$이므로 근을 갖지 않는다.
④ $(-8)^2-4\times1\times16=0$이므로 중근을 갖는다.
⑤ $0^2-4\times2\times3=-24<0$이므로 근을 갖지 않는다.

0882

다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

① $x^2-1=0$ ② $x^2-4x+8=0$
③ $-x^2+x+2=0$ ✓④ $-x^2+2x-1=0$
⑤ $2x^2+3x+5=0$

① $0^2-4\times1\times(-1)=4>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
② $(-4)^2-4\times1\times8=-16<0$이므로 근을 갖지 않는다.
③ $1^2-4\times(-1)\times2=9>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
④ $2^2-4\times(-1)\times(-1)=0$이므로 중근을 갖는다
⑤ $3^2-4\times2\times5=-31<0$이므로 근을 갖지 않는다.

0883

다음 보기 중 근을 갖지 않는 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄹ, ㅁ

보기

ㄱ. $x^2-2x-1=0$ ㄴ. $2x^2+5=0$
ㄷ. $x^2+6x+7=0$ ㄹ. $3x^2+x+1=0$
ㅁ. $5x^2-4x+1=0$ ㅂ. $9x^2-6x+1=0$

ㄱ. $(-2)^2-4\times1\times(-1)=8>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄴ. $0^2-4\times2\times5=-40<0$이므로 근을 갖지 않는다.
ㄷ. $6^2-4\times1\times7=8>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄹ. $1^2-4\times3\times1=-11<0$이므로 근을 갖지 않는다.
ㅁ. $(-4)^2-4\times5\times1=-4<0$이므로 근을 갖지 않는다.
ㅂ. $(-6)^2-4\times9\times1=0$이므로 중근을 갖는다.

유형 111 근의 개수에 따른 미지수의 값의 범위 구하기

개념 01

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이

(1) 서로 다른 두 근을 갖는다. ➡ $b^2-4ac>0$
(2) 중근을 갖는다. ➡ $b^2-4ac=0$
(3) 근을 갖지 않는다. ➡ $b^2-4ac<0$

풍쌤의 Point 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이
(1) 근을 갖는다. ➡ $b^2-4ac\geq0$
(2) 근을 갖지 않는다. ➡ $b^2-4ac<0$

0884

이차방정식 $x^2+4x+k=0$이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 상수 k의 값이 될 수 없는 것은?

✓① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

$4^2-4\times1\times k<0$이어야 하므로
$16-4k<0$
$4k>16$ $\therefore k>4$

0885

이차방정식 $x^2+mx+4=0$이 중근을 갖도록 하는 양수 m의 값을 구하시오. 4

$m^2-4\times1\times4=0$이어야 하므로
$m^2-16=0$
$(m+4)(m-4)=0$ $\therefore m=-4$ 또는 $m=4$
따라서 구하는 양수 m의 값은 4이다.

0886

이차방정식 $x^2-6x+k+1=0$이 근을 갖지 않을 때, 상수 k의 값 또는 값의 범위는?

① $k<-8$ ② $k>-8$ ③ $k<8$
✓④ $k>8$ ⑤ $k\geq8$

$(-6)^2-4\times1\times(k+1)<0$이어야 하므로
$36-4k-4<0$
$32-4k<0$, $4k>32$
$\therefore k>8$

0887

이차방정식 $(k+1)x^2-8x+4=0$이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 자연수 k의 개수는?

① 1 ✓② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$(-8)^2-4\times(k+1)\times4>0$이어야 하므로
$64-16k-16>0$
$48-16k>0$, $48>16k$
$\therefore k<3$
따라서 자연수 k는 1, 2의 2개이다.

개념 02

유형 112 이차방정식 구하기

(1) x^2의 계수가 a이고 두 근이 α, β인 이차방정식
➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$
(2) x^2의 계수가 a이고 중근이 α인 이차방정식
➡ $a(x-\alpha)^2=0$

0888

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 1, 4일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오. $a=-5$, $b=4$

x^2의 계수가 1이고 두 근이 1, 4인 이차방정식은
$(x-1)(x-4)=0$이므로 $x^2-5x+4=0$
$\therefore a=-5$, $b=4$

0889

두 근이 -2, 5이고 x^2의 계수가 -1인 이차방정식이 $ax^2+bx+10=0$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 2

두 근이 -2, 5이고 x^2의 계수가 -1인 이차방정식은
$-(x+2)(x-5)=0$이므로 $-x^2+3x+10=0$
따라서 $a=-1$, $b=3$이므로
$a+b=-1+3=2$

0890

이차방정식 $2x^2+ax+b=0$이 중근 $x=3$을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

✓① -30　② -18　③ -12
④ -6　⑤ 6

x^2의 계수가 2이고 $x=3$을 중근으로 갖는 이차방정식은
$2(x-3)^2=0$이므로 $2x^2-12x+18=0$
따라서 $a=-12$, $b=18$이므로
$a-b=-12-18=-30$

0891

두 근이 -4, 1이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식이 $px^2+6x+q=0$일 때, p, q를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내시오. (단, p, q는 상수이다.) $x^2+6x-16=0$

두 근이 -4, 1이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x+4)(x-1)=0$이므로 $2x^2+6x-8=0$
$\therefore p=2$, $q=-8$
따라서 두 근이 -8, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+8)(x-2)=0$
$\therefore x^2+6x-16=0$

개념 03

유형 113 이차방정식의 활용 - 식이 주어질 때

식이 주어진 이차방정식의 활용 문제는 다음의 순서로 해결한다.
❶ 주어진 식을 이용하여 이차방정식을 세운다.
❷ 이차방정식을 풀어 문제의 조건에 맞는 해를 구한다.

0892

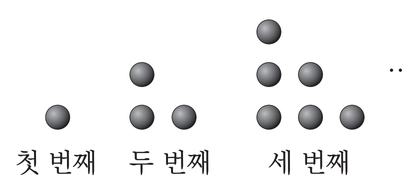
n각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$이다. 대각선의 개수가 20인 다각형은?

① 육각형　② 칠각형　✓③ 팔각형
④ 구각형　⑤ 십각형

대각형의 개수가 20인 다각형을 n각형이라고 하면 $\dfrac{n(n-3)}{2}=20$
$n^2-3n-40=0$, $(n+5)(n-8)=0$
$\therefore n=-5$ 또는 $n=8$
이때 $n>3$이므로 $n=8$
따라서 구하는 다각형은 팔각형이다.

0893

다음 그림과 같이 점을 찍어 모양을 만들 때, n번째에 찍은 점의 개수는 $\dfrac{n(n+1)}{2}$이다. 28개의 점을 찍은 것은 몇 번째인지 구하시오. 7번째



n번째에 찍은 점의 개수가 28이라고 하면 $\dfrac{n(n+1)}{2}=28$
$n^2+n-56=0$, $(n+8)(n-7)=0$
$\therefore n=-8$ 또는 $n=7$
이때 n은 자연수이므로 $n=7$
따라서 28개의 점을 찍은 것은 7번째이다.

0894

n명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\dfrac{n(n-1)}{2}$이다. 어떤 학생회의 회원 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수가 55일 때, 이 학생회의 회원 수는?

① 9　② 10　✓③ 11
④ 12　⑤ 13

n명 중 2명의 대표를 뽑는 경우의 수가 55라고 하면 $\dfrac{n(n-1)}{2}=55$
$n^2-n-110=0$, $(n+10)(n-11)=0$
$\therefore n=-10$ 또는 $n=11$
이때 $n>1$이므로 $n=11$
따라서 이 학생회의 회원은 모두 11명이다.

개념 03

유형 114 이차방정식의 활용 - 수

수에 대한 이차방정식의 활용 문제는 다음의 순서로 해결한다.
❶ 구하는 수를 미지수 x로 놓고 이차방정식을 세운다.
❷ 이차방정식을 풀어 문제의 조건에 맞는 해를 구한다.

풍쌤의 Point 두 수의 차가 p이면
두 수는 x, $x+p$ 또는 $x-p$, x

0895

차가 4인 두 자연수의 곱이 96일 때, 이 두 자연수를 구하시오. 8, 12

두 자연수를 x, $x+4$라고 하면 $x(x+4)=96$
$x^2+4x-96=0$, $(x+12)(x-8)=0$
$\therefore x=-12$ 또는 $x=8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 두 자연수는 8, 12이다.

0896

차가 7인 두 자연수의 곱이 78일 때, 두 자연수의 합은?

① 13 ② 15 ③ 17
✓④ 19 ⑤ 21

두 자연수를 x, $x+7$이라고 하면 $x(x+7)=78$
$x^2+7x-78=0$, $(x+13)(x-6)=0$
$\therefore x=-13$ 또는 $x=6$
이때 x는 자연수이므로 $x=6$
따라서 두 자연수는 6, 13이므로 구하는 합은 $6+13=19$

0897

어떤 자연수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2배 하였더니 제곱한 것보다 63만큼 작았다. 어떤 자연수는?

① 7 ② 8 ✓③ 9
④ 10 ⑤ 11

어떤 자연수를 x라고 하면 $2x=x^2-63$
$x^2-2x-63=0$, $(x+7)(x-9)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=9$
이때 x는 자연수이므로 $x=9$
따라서 어떤 자연수는 9이다.

0898

어떤 자연수에 그 수보다 3만큼 작은 수를 곱해야 할 것을 잘못하여 3만큼 큰 수를 곱하였더니 130이 되었다. 이때 바르게 계산한 값은?

① 60 ✓② 70 ③ 80
④ 90 ⑤ 100

어떤 자연수를 x라고 하면 3만큼 큰 수는 $x+3$이므로
$x(x+3)=130$
$x^2+3x-130=0$, $(x+13)(x-10)=0$
$\therefore x=-13$ 또는 $x=10$
이때 x는 자연수이므로 $x=10$
따라서 어떤 자연수는 10이고 10보다 3만큼 작은 수는 7이므로
바르게 계산한 값은 $10\times7=70$

개념 03

유형 115 이차방정식의 활용 - 연속하는 수

(1) 연속하는 두 정수: x, $x+1$ 또는 $x-1$, x
연속하는 세 정수: x, $x+1$, $x+2$ 또는 $x-1$, x, $x+1$
또는 $x-2$, $x-1$, x
(2) 연속하는 두 짝수(홀수): x, $x+2$ 또는 $x-2$, x
연속하는 세 짝수(홀수): $x-2$, x, $x+2$

0899

연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 145일 때, 이 두 자연수 중 작은 수는?

① 7 ✓② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라고 하면 $x^2+(x+1)^2=145$
$2x^2+2x-144=0$, $x^2+x-72=0$
$(x+9)(x-8)=0$ $\therefore x=-9$ 또는 $x=8$
이때 x는 자연수이므로 $x=8$
따라서 두 자연수는 8, 9이므로 이 중 작은 수는 8이다.

0900

연속하는 세 자연수 중 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이 세 자연수의 합을 구하시오. 12

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면 $(x+1)^2=(x-1)^2+x^2$
$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=4$
이때 $x>1$이므로 $x=4$
따라서 연속하는 세 자연수는 3, 4, 5이므로 구하는 합은 $3+4+5=12$

0901

연속하는 두 짝수의 제곱의 합이 52일 때, 이 두 짝수의 곱은?

✓① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라고 하면 $x^2+(x+2)^2=52$
$2x^2+4x-48=0$, $x^2+2x-24=0$
$(x+6)(x-4)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=4$
이때 x는 자연수이므로 $x=4$
따라서 연속하는 두 짝수는 4, 6이므로 구하는 곱은 $4\times6=24$

0902

연속하는 세 홀수 중 가장 큰 수의 제곱이 나머지 두 수의 제곱의 합보다 9만큼 작을 때, 이 세 홀수 중 가장 작은 수를 구하시오. 7

연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라고 하면 $(x+2)^2=(x-2)^2+x^2-9$
$x^2-8x-9=0$, $(x+1)(x-9)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=9$
이때 $x>2$이므로 $x=9$
따라서 연속하는 세 홀수는 7, 9, 11이므로 이 중 가장 작은 수는 7이다.

개념 03

유형 116 이차방정식의 활용 - 실생활

중요

이차방정식의 활용 문제는 다음의 순서로 해결한다.
❶ 미지수 정하기: 문제의 뜻을 파악하고 구하려는 값을 x로 놓는다.
❷ 방정식 세우기: x에 대한 이차방정식으로 나타낸다.
❸ 방정식 풀기: 이차방정식을 푼다.
❹ 확인하기: 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

0903

책상 위에 펼쳐진 책의 두 면의 쪽수를 곱하였더니 240이었다고 할 때, 이 두 면의 쪽수의 합은?

① 30 ② 31 ③ 32
④ 33 ⑤ 34

펼친 두 면의 쪽수를 x, $x+1$이라고 하면 $x(x+1)=240$
$x^2+x-240=0$, $(x+16)(x-15)=0$
$\therefore x=-16$ 또는 $x=15$
이때 x는 자연수이므로 $x=15$
따라서 두 면의 쪽수는 15, 16이므로 구하는 쪽수의 합은 $15+16=31$

0904

형은 동생보다 3세 많고, 동생의 나이의 제곱은 형의 나이의 10배보다 9세가 많다고 할 때, 동생의 나이를 구하시오. 13세

동생의 나이를 x세라고 하면 형의 나이는 $(x+3)$세이므로
$x^2=10(x+3)+9$, $x^2-10x-39=0$
$(x+3)(x-13)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=13$
이때 x는 자연수이므로 $x=13$
따라서 동생의 나이는 13세이다.

0905

사탕 150개를 학생들에게 남김없이 똑같이 나누어 주었다. 한 학생이 받은 사탕의 개수가 전체 학생 수보다 5만큼 크다고 할 때, 전체 학생 수는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

전체 학생 수를 x라고 하면 한 학생이 받은 사탕의 개수는 $x+5$이므로
$x(x+5)=150$, $x^2+5x-150=0$
$(x+15)(x-10)=0$ $\therefore x=-15$ 또는 $x=10$
이때 x는 자연수이므로 $x=10$
따라서 전체 학생 수는 10이다.

0906

어느 해 6월의 달력에서 같은 요일의 위, 아래에 있는 두 수를 곱하였더니 540이었다. 이때 두 수 중 작은 수를 구하시오. 20

두 수 중 작은 수를 x라고 하면 큰 수는 $x+7$이므로
$x(x+7)=540$, $x^2+7x-540=0$
$(x+27)(x-20)=0$ $\therefore x=-27$ 또는 $x=20$
이때 x는 자연수이므로 $x=20$
따라서 두 수는 20, 27이므로 이 중 작은 수는 20이다.

개념 03

유형 117 이차방정식의 활용 - 쏘아 올린 물체

주어진 높이에 대한 식을 이용하여 이차방정식을 세운 후 다음과 같은 내용에 주의하여 방정식의 해를 구한다.
(1) 시각 t는 $t\geq0$이다.
(2) 지면에서 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 높이가 h m인 경우는 물체가 올라갈 때와 내려올 때 두 번이다.
(단, 최고 높이는 제외한다.)
(3) 물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이다.

0907

지면에서 초속 60 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물로켓의 t초 후의 높이가 $(60t-5t^2)$ m라고 한다. 이 물로켓이 지면에 다시 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오. 12초

물로켓이 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로 $60t-5t^2=0$
$t^2-12t=0$, $t(t-12)=0$ $\therefore t=0$ 또는 $t=12$
이때 $t>0$이므로 $t=12$
따라서 쏘아 올린 물로켓이 지면에 다시 떨어지는 것은 12초 후이다.

0908

지면에서 초속 40 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이가 $(40t-5t^2)$ m라고 한다. 이 물체의 높이가 80 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오. 4초

물체의 높이가 80 m가 되는 때는 $40t-5t^2=80$
$t^2-8t+16=0$, $(t-4)^2=0$
$\therefore t=4$
따라서 물체의 높이가 80 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 4초 후이다.

0909

지면으로부터 50 m 높이에서 초속 15 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이가 $(50+15t-5t^2)$ m라고 한다. 이 물체가 지면에 다시 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오. 5초

물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로 $50+15t-5t^2=0$
$t^2-3t-10=0$, $(t+2)(t-5)=0$ $\therefore t=-2$ 또는 $t=5$
이때 $t>0$이므로 $t=5$
따라서 쏘아 올린 물체가 지면에 다시 떨어지는 것은 5초 후이다.

0910

지면으로부터 10 m의 높이에서 초속 30 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이가 $(10+30t-5t^2)$ m라고 한다. 이 물체의 높이가 처음으로 35 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오. 1초

물체의 높이가 35 m가 되는 때는 $10+30t-5t^2=35$
$t^2-6t+5=0$, $(t-1)(t-5)=0$
$\therefore t=1$ 또는 $t=5$
따라서 물체의 높이가 처음으로 35 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후이다.

유형으로 도전하기

중요

개념 03

유형 118 이차방정식의 활용 - 선분의 길이와 도형의 넓이

다음과 같은 넓이를 구하는 공식을 이용하여 이차방정식을 세운다.

(1) (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

(2) (직사각형의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)

(3) (사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$ {(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)} $\times$ (높이)

풍쌤의 Point 길이, 넓이, 부피 등은 항상 양수야.

0911

밑변의 길이가 높이보다 3 cm 더 긴 삼각형의 넓이가 9 cm^{2}일 때, 이 삼각형의 높이는?

✓① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

높이를 x cm라고 하면 밑변의 길이는 $(x+3)$ cm이므로 $\frac{1}{2}\times x\times(x+3)=9$

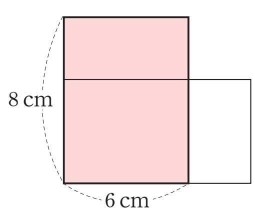
$x^2+3x-18=0$, $(x+6)(x-3)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=3$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 삼각형의 높이는 3 cm이다.

0912

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 8 cm인 직사각형의 가로의 길이를 x cm만큼 늘이고, 세로의 길이를 x cm만큼 줄였더니 그 넓이가 처음 직사각형의 넓이보다 3 cm^{2}만큼 줄었다고 한다. x의 값을 구하시오. 3



처음 직사각형의 넓이는 $6\times8=48$ (cm^2)

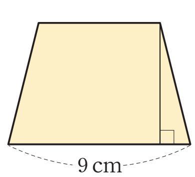
x cm만큼 늘인 가로의 길이는 $(6+x)$ cm이고 x cm만큼 줄인 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이므로 $(6+x)(8-x)=48-3$

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

0913

오른쪽 그림과 같이 아랫변의 길이는 9 cm이고 윗변의 길이와 높이가 같은 사다리꼴의 넓이가 45 cm^{2}일 때, 이 사다리꼴의 높이는?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ✓⑤ 6 cm

사다리꼴의 높이를 x cm라고 하면 윗변의 길이도 x cm이므로

$\frac{1}{2}\times(x+9)\times x=45$

$x^2+9x-90=0$, $(x+15)(x-6)=0$ $\therefore x=-15$ 또는 $x=6$

이때 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 사다리꼴의 높이는 6 cm이다.

개념 03

유형 119 이차방정식의 활용 - 원

다음과 같은 공식을 이용하여 이차방정식을 세운다.

원의 반지름의 길이가 x이면

(1) (원의 둘레의 길이)$=2\pi x$

(2) (원의 넓이)$=\pi x^2$

풍쌤의 Point 원의 반지름의 길이, 원의 넓이는 항상 양수야.

0914

어떤 원의 반지름의 길이를 4 cm만큼 늘였더니 그 넓이가 처음 원의 넓이의 4배가 되었다. 이때 처음 원의 반지름의 길이는?

① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
✓④ 4 cm ⑤ 5 cm

처음 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 새로 만든 원의 반지름의 길이는 $(x+4)$ cm이므로

$\pi(x+4)^2=4\pi x^2$

$3x^2-8x-16=0$, $(3x+4)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=4$

이때 $x>0$이므로 $x=4$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

0915

어떤 원의 반지름의 길이를 5 cm만큼 늘였더니 그 넓이가 처음 넓이의 2배보다 25π cm^{2}만큼 더 넓어졌다. 이때 처음 원의 반지름의 길이는 몇 cm인지 구하시오. **10 cm**

처음 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 새로 만든 원의 반지름의 길이는 $(x+5)$ cm이므로 $\pi(x+5)^2=2\pi x^2+25\pi$

$x^2-10x=0$, $x(x-10)=0$

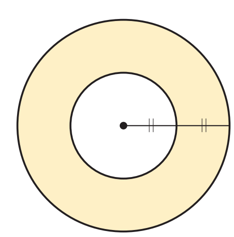
$\therefore x=0$ 또는 $x=10$

이때 $x>0$이므로 $x=10$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 10 cm이다.

0916

오른쪽 그림과 같이 큰 원의 반지름의 길이가 작은 원의 반지름의 길이의 2배일 때, 색칠한 부분의 넓이는 27π cm^{2}이다. 큰 원의 반지름의 길이는?



① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
✓④ 6 cm ⑤ 7 cm

작은 원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 큰 원의 반지름의 길이는 $2x$ cm이므로

$\pi(2x)^2-\pi x^2=27\pi$

$x^2-9=0$, $(x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

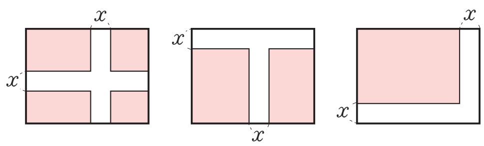
이때 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $2\times3=6$ (cm)

개념 03

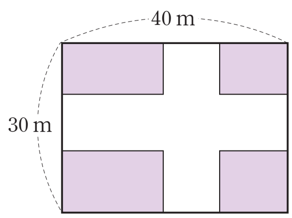
유형 120 이차방정식의 활용 - 도로의 폭

다음과 같은 직사각형에서 폭이 일정한 길을 만들었을 때 색칠한 부분의 넓이는 모두 같음을 이용해서 이차방정식을 푼다.



0917

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 40 m, 세로의 길이가 30 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 길을 만들었다. 길을 제외한 땅의 넓이가 600 m²일 때, 이 길의 폭은?

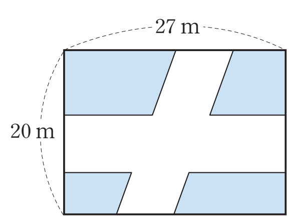


① 8 m ② 10 m ③ 12 m
④ 14 m ⑤ 16 m

길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(40-x)$ m, 세로의 길이가 $(30-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로 $(40-x)(30-x)=600$
$x^2-70x+600=0$, $(x-10)(x-60)=0$ $\therefore x=10$ 또는 $x=60$
이때 $0<x<30$이므로 $x=10$
따라서 길의 폭은 10 m이다.

0918

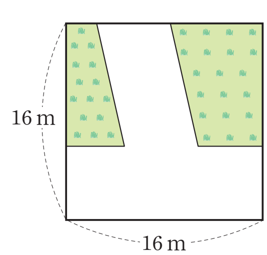
오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 27 m, 세로의 길이가 20 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 도로를 만들었다. 도로를 제외한 땅의 넓이가 260 m²일 때, 이 도로의 폭은 몇 m인지 구하시오. **7 m**



도로의 폭을 x m라고 하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(27-x)$ m, 세로의 길이가 $(20-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로 $(27-x)(20-x)=260$
$x^2-47x+280=0$, $(x-7)(x-40)=0$ $\therefore x=7$ 또는 $x=40$
이때 $0<x<20$이므로 $x=7$
따라서 도로의 폭은 7 m이다.

0919

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 16 m인 정사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 길을 만들었다. 길을 제외한 공원의 넓이가 100 m²일 때, 이 길의 폭은 몇 m인지 구하시오. **6 m**



길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 한 변의 길이가 $(16-x)$ m인 정사각형의 넓이와 같으므로 $(16-x)^2=100$
$16-x=\pm10$ $\therefore x=6$ 또는 $x=26$
이때 $0<x<16$이므로 $x=6$
따라서 길의 폭은 6 m이다.

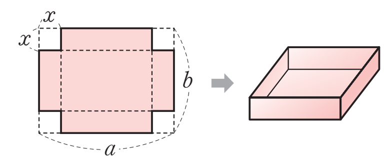
개념 03

유형 121 이차방정식의 활용 - 상자 만들기

다음 그림과 같이 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b인 직사각형 모양의 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 x인 정사각형을 잘라 내어 윗면이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들면

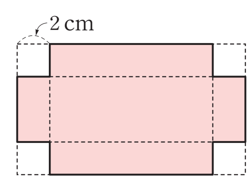
(1) (상자의 밑면의 가로의 길이)$=a-2x$
(상자의 밑면의 세로의 길이)$=b-2x$

(2) (직육면체의 부피)=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)



0920

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 세로의 길이보다 6 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형을 잘라내고 남은 종이로 윗면이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들었더니 부피가 80 cm³가 되었다. 이때 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이는?

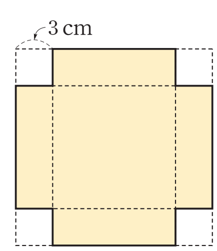


① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(x-6)$ cm이므로 상자의 가로의 길이는 $(x-4)$ cm, 세로의 길이는 $(x-10)$ cm, 높이는 2 cm이다.
$2(x-4)(x-10)=80$, $x^2-14=0$
$x(x-14)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=14$
이때 $x>10$이므로 $x=14$
따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이는 14 cm이다.

0921

오른쪽 그림과 같은 정사각형 모양의 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 3 cm인 정사각을 잘라내고 남은 종이로 윗면이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들었더니 부피가 300 cm³이 되었다. 이때 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 몇 cm인지 구하시오. **16 cm**



처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-6)$ cm인 정사각형이고, 상자의 높이는 3 cm이므로
$3(x-6)^2=300$
$(x-6)^2=100$, $x-6=\pm10$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=16$
이때 $x>6$이므로 $x=16$
따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 16 cm이다.

배운내용 점검하기

0922

다음 보기 중 근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. $x^2-x+3=0$　　ㄴ. $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=0$

ㄷ. $-5x^2+x=0$　　ㄹ. $8x^2+2x-1=0$

① ㄱ, ㄴ　② ㄴ, ㄷ　③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ　✓⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. $(-1)^2-4\times1\times3=-11<0$이므로 근을 갖지 않는다.
ㄴ. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2-4\times1\times\frac{1}{9}=0$이므로 중근을 갖는다.
ㄷ. $1^2-4\times(-5)\times0=1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄹ. $2^2-4\times8\times(-1)=36>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

0923

이차방정식 $x^2+2x+a=0$이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

✓① $a<1$　② $a=1$　③ $a>1$
④ $a<2$　⑤ $a>2$

$2^2-4\times1\times a>0$이어야 하므로
$4-4a>0$
$4a<4$　$\therefore a<1$

0924

이차방정식 $kx^2+3x+2=0$이 근을 가질 때, 다음 중 상수 k의 값이 될 수 없는 것은?

① -2　② -1　③ 0
④ 1　✓⑤ 2

$3^2-4\times k\times2\geq0$이어야 하므로
$9-8k\geq0$
$8k\leq9$　$\therefore k\leq\frac{9}{8}$

0925

이차방정식 $9x^2+(a+1)x+1=0$이 중근을 갖도록 하는 양수 a의 값은?

✓① 5　② 6　③ 7
④ 8　⑤ 9

$(a+1)^2-4\times9\times1=0$이어야 하므로
$a^2+2a+1-36=0$
$a^2+2a-35=0$, $(a+7)(a-5)=0$
$\therefore a=-7$ 또는 $a=5$
이때 a는 양수이므로 $a=5$

0926

두 근이 -3, 3이고 x^2의 계수가 -1인 이차방정식이 $ax^2+b=0$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 7　✓② 8　③ 9
④ 10　⑤ 11

두 근이 -3, 3이고 x^2의 계수가 -1인 이차방정식은
$-(x+3)(x-3)=0$이므로 $-x^2+9=0$
따라서 $a=-1$, $b=9$이므로
$a+b=-1+9=8$

0927

이차방정식 $4x^2+ax+b=0$이 중근 $x=-1$을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. 4

x^2의 계수가 4이고 $x=-1$을 중근으로 갖는 이차방정식은
$4(x+1)^2=0$이므로 $4x^2+8x+4=0$
따라서 $a=8$, $b=4$이므로
$a-b=8-4=4$

0928

1에서 n까지의 자연수의 합이 $\frac{n(n+1)}{2}$이다. 합이 36이 되려면 1부터 얼마까지의 자연수를 더해야 하는가?

① 5　② 6　③ 7
✓④ 8　⑤ 9

1부터 n까지의 자연수의 합을 36이라고 하면 $\frac{n(n+1)}{2}=36$
$n^2+n-72=0$, $(n+9)(n-8)=0$
$\therefore n=-9$ 또는 $n=8$
이때 n은 자연수이므로 $n=8$
따라서 합이 36이 되려면 1부터 8까지의 자연수를 더해야 한다.

0929

n명의 탁구 선수가 서로 한 번씩 경기를 하면 총경기 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$이다. 어떤 탁구 대회에서 총경기 수가 78일 때, 이 대회에 참가한 탁구 선수는 모두 몇 명인가?

① 12명　✓② 13명　③ 14명
④ 15명　⑤ 16명

n명의 탁구 선수가 경기한 총경기 수가 78이라고 하면 $\frac{n(n-1)}{2}=78$
$n^2-n-156=0$, $(n+12)(n-13)=0$
$\therefore n=-12$ 또는 $n=13$
이때 n은 자연수이므로 $n=13$
따라서 대회에 참가한 탁구 선수는 모두 13명이다.

0930

차가 6인 두 자연수의 곱이 135일 때, 이 두 자연수의 합은?

① 6 ② 9 ③ 15

④ 21 ✓⑤ 24

두 자연수를 x, $x+6$이라고 하면

$x(x+6)=135$

$x^2+6x-135=0$, $(x+15)(x-9)=0$

$\therefore x=-15$ 또는 $x=9$

이때 x는 자연수이므로 $x=9$

따라서 두 자연수는 9, 15이므로 구하는 합은 $9+15=24$

0931

어떤 자연수의 3배에 1을 더한 수는 어떤 자연수에서 1을 뺀 수의 제곱과 같다고 할 때, 어떤 자연수를 구하시오. 5

어떤 자연수를 x라고 하면

$3x+1=(x-1)^2$

$x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=5$

이때 x는 자연수이므로 $x=5$

따라서 어떤 자연수는 5이다.

0932

연속하는 두 짝수 중 작은 수의 제곱의 3배는 큰 수의 제곱보다 44만큼 크다고 할 때, 이 두 수의 곱을 구하시오. 48

연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라고 하면

$3x^2=(x+2)^2+44$

$2x^2-4x-48=0$, $x^2-2x-24=0$

$(x+4)(x-6)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 연속하는 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 곱은 $6\times8=48$

0933

연속하는 세 자연수 중 가장 큰 수의 제곱이 나머지 두 수의 제곱의 합보다 12만큼 작을 때, 이 세 자연수 중 가장 큰 수는?

① 4 ② 5 ③ 6

✓④ 7 ⑤ 8

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면

$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-12$

$x^2-4x-12=0$, $(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 연속하는 세 자연수는 5, 6, 7이므로 이 중 가장 큰 수는 7이다.

0934 풍쌤 PICK

민아와 현서가 50 m 달리기를 했다. 민아의 기록은 현서의 기록보다 4초 더 걸렸고, 민아의 기록의 제곱은 현서의 기록의 제곱에 3배보다 26초 빠르다고 할 때, 민아의 기록은?

① 7초 ② 8초 ③ 9초

④ 10초 ✓⑤ 11초

민아의 기록을 x초라고 하면 현서의 기록은 $(x-4)$초이므로

$x^2=3(x-4)^2-26$

$2x^2-24x+22=0$, $x^2-12x+11=0$

$(x-1)(x-11)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=11$

이때 $x>4$이므로 $x=11$

따라서 민아의 기록은 11초이다.

0935

연필 66자루를 학생들에게 남김없이 똑같이 나누어 주었다. 한 학생이 받은 연필의 개수가 전체 학생 수보다 5만큼 크다고 할 때, 전체 학생 수를 구하시오. 6

전체 학생 수를 x라고 하면 한 학생이 받은 연필의 개수는 $x+5$이므로

$x(x+5)=66$

$x^2+5x-66=0$, $(x+11)(x-6)=0$

$\therefore x=-11$ 또는 $x=6$

이때 x는 자연수이므로 $x=6$

따라서 전체 학생 수는 6이다.

0936 풍쌤 PICK

지면으로부터 100 m 높이에서 초속 40 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물로켓의 t초 후의 높이가 $(100+40t-5t^2)$ m라고 한다. 이 물로켓이 지면에 다시 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 2초 ② 4초 ③ 6초

④ 8초 ✓⑤ 10초

물로켓이 지면으로 떨어질 때의 높이는 0 m이므로

$100+40t-5t^2=0$

$t^2-8t-20=0$, $(t+2)(t-10)=0$

$\therefore t=-2$ 또는 $t=10$

이때 $t>0$이므로 $t=10$

따라서 쏘아 올린 물로켓이 지면에 다시 떨어지는 것은 10초 후이다.

0937

지면에서 초속 30 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 높이를 $(30t-5t^2)$ m라고 한다. 이 물체의 높이가 처음으로 25 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오. 1초

물체의 높이가 25 m가 될 때는 $30t-5t^2=25$

$t^2-6t+5=0$, $(t-1)(t-5)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=5$

따라서 물체의 높이가 처음으로 25 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후이다.

배운내용 점검하기

정답과 풀이 65~66쪽

0938

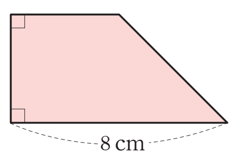
둘레의 길이가 30 cm이고 넓이가 56 cm^2인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이가 세로의 길이보다 길 때, 가로의 길이는?

① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
√④ 8 cm ⑤ 9 cm

직사각형의 둘레의 길이가 30 cm이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 15 cm이다.
이때 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(15-x)$ cm이므로
$x(15-x)=56$
$x^2-15x+56=0$, $(x-7)(x-8)=0$
$\therefore x=7$ 또는 $x=8$
이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 길므로 $x=8$
따라서 직사각형의 가로의 길이는 8 cm이다.

0939

오른쪽 그림과 같이 아랫변의 길이는 8 cm이고 윗변의 길이와 높이가 같은 사다리꼴의 넓이가 24 cm^2일 때, 이 사다리꼴의 높이는?

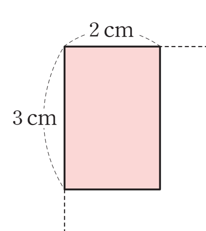


① 3 cm √② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

사다리꼴의 높이를 x cm라고 하면 윗변의 길이도 x cm이므로
$\frac{1}{2}\times(x+8)\times x=24$
$x^2+8x-48=0$, $(x+12)(x-4)=0$
$\therefore x=-12$ 또는 $x=4$
이때 $x>0$이므로 $x=4$
따라서 사다리꼴의 높이는 4 cm이다.

0940

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 2 cm, 세로의 길이가 3 cm인 직사각형의 가로와 세로의 길이를 똑같은 길이만큼 늘여서 넓이가 처음 넓이의 2배가 되는 직사각형을 만들려고 한다. 가로와 세로의 길이를 몇 cm씩 늘여야 하는지 구하시오. **1 cm**



처음 직사각형의 넓이는 $2\times3=6$ (cm^2)
가로의 길이와 세로의 길이를 각각 x cm만큼 늘였다고 하면 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(2+x)$ cm, 세로의 길이는 $(3+x)$ cm이므로
$(2+x)(3+x)=2\times6$
$x^2+5x-6=0$, $(x+6)(x-1)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=1$
이때 $x>0$이므로 $x=1$
따라서 가로와 세로의 길이를 1 cm씩 늘여야 한다.

0941

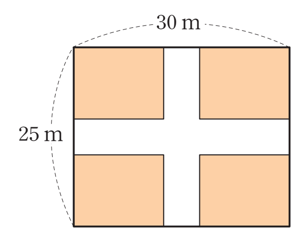
원기둥의 밑면인 원의 반지름의 길이가 원기둥의 높이의 2배이고 옆면의 넓이가 100π cm^2일 때, 이 원기둥의 부피는?

√① 500π cm^3 ② 505π cm^3 ③ 510π cm^3
④ 515π cm^3 ⑤ 520π cm^3

원기둥의 높이를 x cm라고 하면 밑면인 원의 반지름의 길이는 $2x$ cm이므로
$2\pi\times2x\times x=100\pi$
$x^2=25$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=5$
이때 $x>0$이므로 $x=5$
따라서 원기둥의 높이는 5 cm, 밑면인 원의 반지름의 길이는 $2\times5=10$(cm)이므로 원기둥의 부피는
$\pi\times10^2\times5=500\pi$ (cm^3)

0942

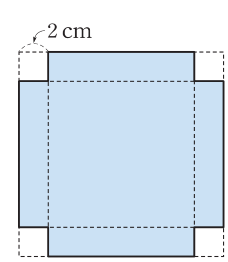
오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 30 m, 세로의 길이가 25 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 길을 만들었다. 길을 제외한 땅의 넓이가 500 m^2일 때, 이 길의 폭은 몇 m인지 구하시오. **5 m**



길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(30-x)$ m, 세로의 길이가 $(25-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로
$(30-x)(25-x)=500$
$x^2-55x+250=0$, $(x-5)(x-50)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=50$
이때 $0<x<25$이므로 $x=5$
따라서 길의 폭은 5 m이다.

0943 풍쌤 PICK

오른쪽 그림과 같은 정사각형 모양의 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형을 잘라내고 남은 종이로 윗면이 없는 직육면체 모양의 상자를 만들었더니 상자의 부피가 200 cm^3가 되었다. 이때 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 몇 cm인지 구하시오. **14 cm**



처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-4)$ cm인 정사각형이고, 상자의 높이는 2 cm이다.
$2(x-4)^2=200$
$(x-4)^2=100$, $x-4=\pm10$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=14$
이때 $x>4$이므로 $x=14$
따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 14 cm이다.

IV

이차함수

1 이차함수의 그래프 (1)

개념 01 이차함수

이차함수: 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 대한 이차식, 즉

$y=ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)

로 나타내어질 때, 이 함수를 x에 대한 이차함수라고 한다.

풍쌤의 오개념 체크

~~$y=3x-1$은 x에 대한 이차함수야.~~

$y=3x^2+x$는 x에 대한 이차함수야.

개념 02 이차함수 $y=x^2$의 그래프

(1) **이차함수 $y=x^2$의 그래프**

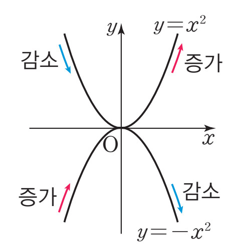
① 원점 $(0, 0)$을 지나고 아래로 볼록한 곡선이다.

② y축에 대하여 대칭이다.

③ $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

$x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

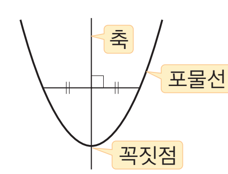
④ $y=-x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.



(2) **포물선:** 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선

① 포물선은 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 축이라고 한다.

② 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라고 한다.



풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=x^2$의 그래프는

~~x축에 대하여 대칭이야.~~

y축에 대하여 대칭이야.

개념 03 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

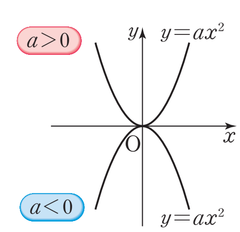
이차함수 $y=ax^2$의 그래프는

(1) 꼭짓점의 좌표: $(0, 0)$, 축의 방정식: $x=0$ (y축) ← y축에 대하여 대칭이다.

(2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.

(3) a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다. ← 그래프가 y축에 가까워진다.

(4) $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.



> 참고 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서
> ① a의 부호 ➡ 그래프의 모양을 결정한다. ② a의 절댓값 ➡ 그래프의 폭을 결정한다.

풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$이면

~~위로 볼록해.~~

아래로 볼록해.

01 이차함수

[0944~0947] 다음 중 이차함수인 것에는 ○표, 아닌 것에는 ×표를 ( ) 안에 써넣으시오.

0944 $y=\frac{1}{2}x^2-x+3$ (○)

0945 $y=\frac{2}{x^2}+3x$ (×)

0946 $y=4x-x^2$ (○)

0947 $y=x^2+2x-x^2$ (×)

[0948~0951] 다음에서 y를 x에 대한 식으로 나타내고, y가 x에 대한 이차함수인지 말하시오.

0948 자연수 x와 그 수보다 2만큼 큰 수와의 합 y

$y=2x+2$, 이차함수가 아니다.

0949 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이 y cm²

$y=x^2$, 이차함수이다.

0950 반지름의 길이가 x cm인 원의 넓이 y cm²

$y=\pi x^2$, 이차함수이다.

0951 밑변의 길이가 x cm, 높이가 6 cm인 삼각형의 넓이 y cm² $y=3x$, 이차함수가 아니다.

[0952~0955] 이차함수 $f(x)=x^2+x+7$에 대하여 다음 함숫값을 구하시오.

0952 $f(0)$ 7

0953 $f(1)$ 9

0954 $f(-2)$ 9

0955 $f(-3)$ 13

[0956~0957] 다음 이차함수에 대하여 $f(3)$의 값을 구하시오.

0956 $f(x)=2x^2-5x$ 3

0957 $f(x)=x^2+2x-9$ 6

02 이차함수 $y=x^2$의 그래프

[0958~0962] 다음은 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것에 ○표 하시오.

0958 원점을 지나고 (위, 아래)로 볼록한 곡선이다.

0959 (x, y)축에 대하여 대칭이다.

0960 $x<0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 (증가, 감소)한다.

0961 $x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 (증가, 감소)한다.

0962 $y=-x^2$의 그래프와 (x, y)축에 대하여 대칭이다.

03 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

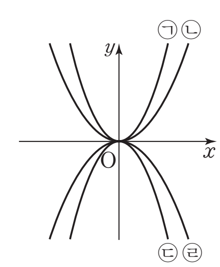
[0963~0965] 이차함수 $y=5x^2$의 그래프에 대하여 다음을 구하시오.

0963 꼭짓점의 좌표 (0, 0)

0964 축의 방정식 $x=0$

0965 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식 $y=-5x^2$

[0966~0969] 이차함수의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 이차함수 식에 알맞은 그래프를 고르시오.



0966 $y=x^2$ ㉠

0967 $y=-x^2$ ㉢

0968 $y=\frac{1}{2}x^2$ ㉡

0969 $y=-\frac{1}{2}x^2$ ㉣

개념 04 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

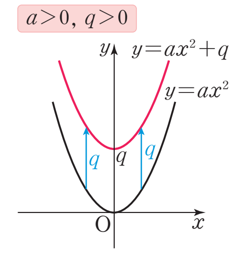
이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

① $q>0$이면 y축의 양의 방향(위쪽)으로 평행이동

② $q<0$이면 y축의 음의 방향(아래쪽)으로 평행이동

(2) 꼭짓점의 좌표: $(0, q)$, 축의 방정식: $x=0$ (y축) ← y축에 대하여 대칭이다.



풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면

$\cancel{y=ax^2-q}$ $y=ax^2+q$

개념 05 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

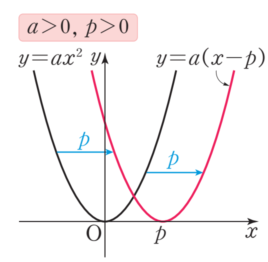
이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다.

① $p>0$이면 x축의 양의 방향(오른쪽)으로 평행이동

② $p<0$이면 x축의 음의 방향(왼쪽)으로 평행이동

(2) 꼭짓점의 좌표: $(p, 0)$, 축의 방정식: $x=p$



풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 축의 방정식은

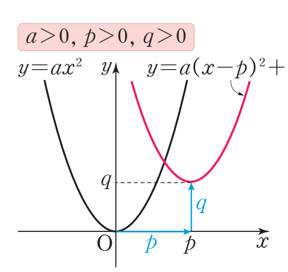
$\cancel{x=0}$ $x=p$

개념 06 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) 꼭짓점의 좌표: (p, q), 축의 방정식: $x=p$



풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 꼭짓점의 좌표는

$\cancel{(-p, q)}$ $\cancel{(p, -q)}$ (p, q)

개념으로 연습하기

04 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

[0970~0971] 다음 이차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하시오.

0970 $y=x^2$ [7] $y=x^2+7$

0971 $y=-2x^2$ [-4] $y=-2x^2-4$

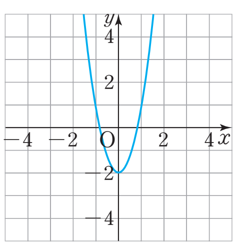
[0972~0973] 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하시오.

0972 $y=8x^2+3$ 꼭짓점의 좌표: $(0, 3)$, 축의 방정식: $x=0$

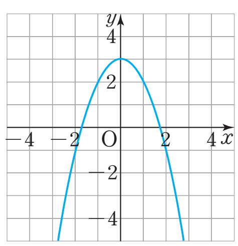
0973 $y=-\frac{1}{7}x^2-\frac{2}{7}$ 꼭짓점의 좌표: $\left(0, -\frac{2}{7}\right)$, 축의 방정식: $x=0$

[0974~0975] 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

0974 $y=3x^2-2$



0975 $y=-x^2+3$



05 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

[0976~0977] 다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하시오.

0976 $y=3x^2$ [5] $y=3(x-5)^2$

0977 $y=-x^2$ [-4] $y=-(x+4)^2$

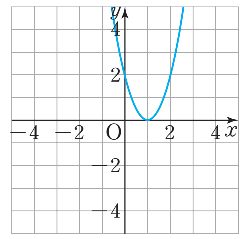
[0978~0979] 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하시오

0978 $y=-4(x+1)^2$ 꼭짓점의 좌표: $(-1, 0)$, 축의 방정식: $x=-1$

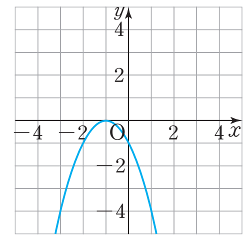
0979 $y=\frac{5}{6}\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$ 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$, 축의 방정식: $x=-\frac{1}{3}$

[0980~0981] 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

0980 $y=2(x-1)^2$



0981 $y=-(x+1)^2$



06 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

[0982~0984] 다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하시오.

0982 $y=5x^2$ [$p=3$, $q=4$] $y=5(x-3)^2+4$

0983 $y=-7x^2$ [$p=-2$, $q=1$] $y=-7(x+2)^2+1$

0984 $y=\frac{1}{2}x^2$ [$p=4$, $q=-3$] $y=\frac{1}{2}(x-4)^2-3$

[0985~0987] 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하시오.

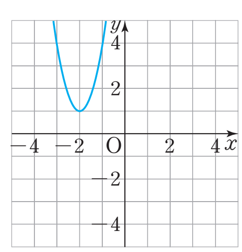
0985 $y=6(x-7)^2+2$ 꼭짓점의 좌표: $(7, 2)$, 축의 방정식: $x=7$

0986 $y=-2(x+3)^2-8$ 꼭짓점의 좌표: $(-3, -8)$
축의 방정식: $x=-3$

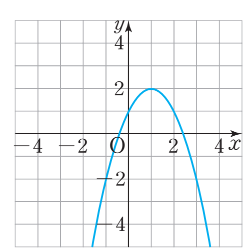
0987 $y=7\left(x+\frac{1}{5}\right)^2+\frac{3}{10}$ 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{1}{5}, \frac{3}{10}\right)$
축의 방정식: $x=-\frac{1}{5}$

[0988~0989] 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

0988 $y=3(x+2)^2+1$



0989 $y=-(x-1)^2+2$



유형으로 도전하기

개념 01

유형 122 이차함수의 뜻

y가 x에 대한 이차함수
➡ $y=$(x에 대한 이차식)
➡ $y=ax^2+bx+c$의 꼴 (a, b, c는 상수, $a\neq0$)

풍쌤의 Point a, b, c는 상수이고 $a\neq0$일 때
ax^2+bx+c ➡ 이차식
$ax^2+bx+c=0$ ➡ 이차방정식
$y=ax^2+bx+c$ ➡ 이차함수

0990

다음 중 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은?

① $y=x^2+x$　② $y=-3x^2+1$
③ $y=2-x^2$　④ $y=(1+x-x^2)-x^2$
√⑤ $y=2x^2-2(x^2+x+1)$

⑤ $y=2x^2-2(x^2+x+1)=2x^2-2x^2-2x-2=-2x-2$이므로 이차함수가 아니다.

0991

다음 보기 중 y가 x에 대한 이차함수인 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄹ

보기

ㄱ. $x^2+2x+3=0$　ㄴ. $x^2-y=0$
ㄷ. $x^2y=1$　ㄹ. $y=(x-1)^2$

ㄱ. 이차함수가 아니다.
ㄴ. $y=x^2$이므로 이차함수이다.
ㄷ. $y=\frac{1}{x^2}$에서 분모에 x가 있으므로 이차함수가 아니다.
ㄹ. $y=x^2-2x+1$이므로 이차함수이다.

0992

다음 중 y가 x에 대한 이차함수인 것은?

① 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 둘레의 길이 y cm
② 시속 60 km로 x시간 동안 달린 거리 y km
③ 연속한 두 자연수 x, $x+1$의 합 y
④ 한 개에 200 g인 상자 x개의 무게 y g
√⑤ 밑변의 길이가 $2x$ cm, 높이가 $3x$ cm인 삼각형의 넓이 y cm^2

① $y=4x$이므로 이차함수가 아니다.
② $y=60x$이므로 이차함수가 아니다.
③ $y=x+(x+1)=2x+1$이므로 이차함수가 아니다.
④ $y=200x$이므로 이차함수가 아니다.
⑤ $y=\frac{1}{2}\times2x\times3x=3x^2$이므로 이차함수이다.

중요　개념 01

유형 123 이차함수가 되는 조건

$y=ax^2+bx+c$가 x에 대한 이차함수가 되려면 $a\neq0$이어야 한다.

예 $y=(k-2)x^2+2x+1$이 이차함수가 되려면
$k-2\neq0$　$\therefore k\neq2$

0993

다음 중 $y=kx^2-3x^2$이 x에 대한 이차함수가 되도록 하는 실수 k의 조건은?

① $k\neq-3$　② $k\neq0$　√③ $k\neq3$
④ $k=-3$　⑤ $k=3$

$y=kx^2-3x^2=(k-3)x^2$
이 함수가 x에 대한 이차함수가 되려면
$k-3\neq0$　$\therefore k\neq3$

0994

$y=kx(x-1)-(x^2+2)$가 x에 대한 이차함수일 때, 다음 중 실수 k의 값이 될 수 없는 것은?

① -2　② -1　③ 0
√④ 1　⑤ 2

$y=kx(x-1)-(x^2+2)=kx^2-kx-x^2-2$
$=(k-1)x^2-kx-2$
이 함수가 x에 대한 이차함수이므로
$k-1\neq0$　$\therefore k\neq1$

0995

$y=k(k+2)x^2+x+1$이 x에 대한 이차함수일 때, 다음 중 실수 k의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

√① -2　② -1　√③ 0
④ 1　⑤ 2

$y=k(k+2)x^2+x+1$이 x에 대한 이차함수이므로
$k(k+2)\neq0$　$\therefore k\neq0$이고 $k\neq-2$

개념 01

유형 124 이차함수의 함숫값

이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에서 $f(k)$의 값
➡ $x=k$일 때의 함숫값
➡ x 대신 k를 대입했을 때의 $f(x)$의 값
➡ ak^2+bk+c

0996

이차함수 $f(x)=2x^2-3x+1$에 대하여 $f(-1)$의 값을 구하시오. 6

$f(-1)=2\times(-1)^2-3\times(-1)+1=6$

0997

이차함수 $f(x)=-2x^2-x+3$에 대하여 $2f(-2)$의 값은?

√① -6 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

$f(-2)=-2\times(-2)^2-(-2)+3=-3$
$\therefore 2f(-2)=2\times(-3)=-6$

0998

이차함수 $f(x)=-3x^2+4x-1$에 대하여 $f(0)+f(2)$의 값은?

√① -6 ② -5 ③ -4
④ -3 ⑤ -2

$f(0)=-3\times0^2+4\times0-1=-1$
$f(2)=-3\times2^2+4\times2-1=-5$
$\therefore f(0)+f(2)=-1-5=-6$

0999

이차함수 $f(x)=x^2+2$에 대하여 $f(2)-3f(-1)$의 값을 구하시오. -3

$f(2)=2^2+2=6$
$f(-1)=(-1)^2+2=3$
$\therefore f(2)-3f(-1)=6-3\times3=-3$

중요 개념 01

유형 125 함숫값이 주어질 때 미지수의 값 구하기

이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$에 대하여 $f(k)=p$이면 $x=k$를 $f(x)$에 대입한 값이 p이므로 $ak^2+bk+c=p$임을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

1000

다음은 이차함수 $f(x)=-3x^2+2x+a$에서 $f(2)=-3$일 때, 상수 a의 값을 구하는 과정이다. ☐ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$f(2)=-3\times\boxed{2}^2+2\times\boxed{2}+a=-3$이므로
$\boxed{-8}+a=-3 \quad \therefore a=\boxed{5}$

$f(2)=-3\times2^2+2\times2+a=-3$이므로
$-12+4+a=-3,\ -8+a=-3$
$\therefore a=5$

1001

이차함수 $f(x)=2x^2+ax+1$에서 $f(-1)=-1$일 때, 상수 a의 값은?

① 2 √② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

$f(-1)=2\times(-1)^2+a\times(-1)+1=-1$이므로
$2-a+1=-1,\ 3-a=-1$
$\therefore a=4$

1002

이차함수 $f(x)=ax^2-3x+4$에서 $f(1)=2$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. 1

$f(1)=a\times1^2-3\times1+4=2$이므로
$a-3+4=2,\ a+1=2$
$\therefore a=1$

1003

이차함수 $f(x)=-x^2-3x+2$에 대하여 $f(k)=-8$일 때, 양수 k의 값은?

① 1 √② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$f(k)=-k^2-3k+2=-8$이므로
$k^2+3k-10=0,\ (k+5)(k-2)=0$
$\therefore k=-5$ 또는 $k=2$
이때 k는 양수이므로 $k=2$

유형으로 도전하기

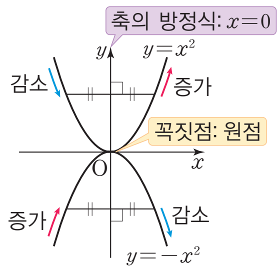
개념 02

유형 126 이차함수 $y=x^2$, $y=-x^2$의 그래프

(1) 꼭짓점의 좌표: $(0,\ 0)$

(2) 축의 방정식: $x=0$

(3) 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 아래로 볼록하고, 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 위로 볼록하다.



풍쌤의 Point 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이야.

1004

다음 중 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 원점을 지난다.

② 아래로 볼록한 포물선이다.

√③ 제3, 4사분면을 지난다.

④ 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 0)$이다.

⑤ $y=-x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

③ 제1사분면, 제2사분면을 지난다.

1005

다음 보기 중 이차함수 $y=-x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄹ

보기

ㄱ. 원점을 지나고 위로 볼록한 포물선이다.

ㄴ. x축에 대하여 대칭이다.

ㄷ. $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄹ. $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄴ. y축에 대하여 대칭이다.

ㄷ. $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

1006

다음 보기 중 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄹ

보기

ㄱ. 점 $(2,\ 2)$를 지난다.

ㄴ. 제1, 2사분면을 지난다.

ㄷ. x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄹ. 원점을 제외한 부분은 모두 x축보다 위쪽에 있다.

ㄱ. $x=2$일 때, $y=2^2=4$이므로 점 $(2,\ 4)$를 지난다.

ㄷ. $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

개념 03

유형 127 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 지나는 점

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(m,\ n)$을 지나면

➡ $n=am^2$

풍쌤의 Point $x=m$, $y=n$을 이차함수의 식에 대입하면 등식이 성립해!

1007

다음 중 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

√① $(-4,\ -8)$ ② $(-2,\ 2)$ ③ $(0,\ 0)$

④ $(2,\ 2)$ √⑤ $(4,\ 4)$

주어진 점의 좌표를 이차함수의 식에 각각 대입하면

① $-8\neq\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

⑤ $4\neq\frac{1}{2}\times4^2=8$

1008

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프가 점 $(-1,\ a)$, $\left(\frac{1}{2},\ b\right)$를 지날 때, $a+b$의 값을 구하시오. $-\frac{5}{2}$

$y=-2x^2$의 그래프가 점 $(-1,\ a)$를 지나므로

$a=-2\times(-1)^2=-2$

$y=-2x^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2},\ b\right)$를 지나므로

$b=-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{1}{2}$

$\therefore a+b=-2+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

1009

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지날 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 √③ $-\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지나므로

$-3=a\times3^2$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$

1010

이차함수 $f(x)=ax^2$의 그래프가 점 $(6,\ -9)$를 지날 때, $f(-2)$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 √② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

$f(x)=ax^2$의 그래프가 점 $(6,\ -9)$를 지나므로

$-9=a\times6^2$ $\therefore a=-\frac{1}{4}$

즉, $f(x)=-\frac{1}{4}x^2$이므로

$f(-2)=-\frac{1}{4}\times(-2)^2=-1$

개념 03

유형 128 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 모양

이차함수 $y=ax^2$에서

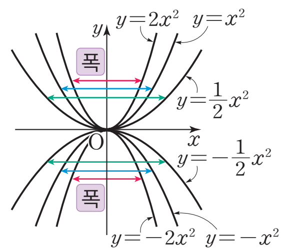
(1) a의 부호는 그래프의 볼록한 방향을 결정한다.

① $a>0$이면 아래로 볼록

② $a<0$이면 위로 볼록

(2) a의 절댓값의 크기는 그래프의 폭을 결정한다.

➡ $|a|$의 값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.



1011

다음 보기 중 이차함수의 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄹ

보기

ㄱ. $y=\frac{1}{2}x^2$　　ㄴ. $y=-2x^2$

ㄷ. $y=-\frac{3}{2}x^2$　　ㄹ. $y=3x^2$

그래프가 아래로 볼록한 것은 x^2의 계수가 양수이므로 ㄱ, ㄹ이다.

1012

다음 이차함수 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y=-4x^2$　② $y=-\frac{3}{2}x^2$　√③ $y=\frac{3}{4}x^2$

④ $y=x^2$　⑤ $y=5x^2$

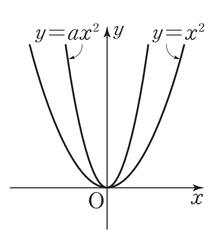
x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

$\left|\frac{3}{4}\right|<|1|<\left|-\frac{3}{2}\right|<|-4|<|5|$

따라서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

1013

두 이차함수 $y=ax^2$, $y=x^2$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?



① -2　② -1

③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{2}{3}$

√⑤ $\frac{4}{3}$

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록하면서 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로 $a>1$

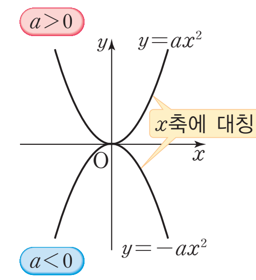
따라서 상수 a의 값이 될 수 있는 것은 ⑤이다.

개념 03

유형 129 이차함수 $y=ax^2$, $y=-ax^2$의 그래프의 관계

두 이차함수 $y=ax^2$, $y=-ax^2$과 같이 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 이차함수의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

풍쌤의 Point x축을 접는 선으로 하여 접으면 두 그래프가 완전히 포개지게 돼.



1014

다음 이차함수 중 이차함수 $y=\frac{5}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은?

√① $y=-\frac{5}{3}x^2$　② $y=-\frac{3}{5}x^2$　③ $y=-\frac{1}{3}x^2$

④ $y=3x^2$　⑤ $y=\frac{3}{5}x^2$

그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대이다.

따라서 $y=\frac{5}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 ①이다.

1015

다음 보기의 이차함수 중 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것끼리 짝 지으시오. ㄱ과 ㅂ, ㄴ과 ㅁ

보기

ㄱ. $y=-4x^2$　ㄴ. $y=-\frac{3}{2}x^2$　ㄷ. $y=-\frac{2}{3}x^2$

ㄹ. $y=\frac{1}{4}x^2$　ㅁ. $y=\frac{3}{2}x^2$　ㅂ. $y=4x^2$

그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

따라서 x축에 대하여 대칭인 것은 ㄱ과 ㅂ, ㄴ과 ㅁ이다.

1016

이차함수 $y=5x^2$의 그래프가 점 $(1, a)$를 지나고, 이차함수 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭일 때, $a-b$의 값은? (단, b는 상수이다.)

① 0　② 5　√③ 10

④ 15　⑤ 20

$y=5x^2$의 그래프가 점 $(1, a)$를 지나므로

$a=5\times1^2=5$

그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대이므로

$y=5x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 이차함수의 식은

$y=-5x^2$　　$\therefore b=-5$

$\therefore a-b=5-(-5)=10$

중요 개념 03

유형 130 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표: $(0, 0)$
(2) 축의 방정식: $x=0$
(3) $a>0$일 때 아래로 볼록하고, $a<0$일 때 위로 볼록하다.
(4) a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
(5) $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

1017

다음 중 이차함수 $y=2x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 원점을 지난다.
② y축에 대하여 대칭이다.
③ 점 $(2, 8)$을 지난다.
√④ $y=4x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
⑤ $y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

④ $|2|<|4|$이므로 $y=4x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

1018

다음 중 두 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$, $y=3x^2$의 그래프에 공통으로 해당하는 성질이 아닌 것은?

① 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$이다.
√② 축의 방정식은 $y=0$이다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
④ 제1, 2사분면을 지난다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

② 두 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 모두 $x=0$이다.

1019

다음 중 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 점 $(0, -4)$를 지난다.
② x축에 대하여 대칭이다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
④ $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
√⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

① $x=0$일 때, $y=-4\times0^2=0$이므로 점 $(0, 0)$을 지난다.
② y축에 대하여 대칭이다.
③ 위로 볼록한 포물선이다.
④ $y=4x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

개념 03

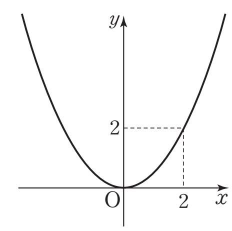
유형 131 이차함수의 식 구하기 - $y=ax^2$

원점을 꼭짓점으로 하고 y축을 축으로 하는 포물선의 식은 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓는다.
❷ ❶의 식에 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입하여 이차함수의 식을 구한다.

1020

오른쪽 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고, 점 $(2, 2)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하시오. $y=\frac{1}{2}x^2$



구하는 이차함수의 그래프의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2, 2)$를 지나므로
$2=a\times2^2 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

1021

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 두 점 $(1, -2)$, $(-3, b)$를 지난다고 할 때, $a-b$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -18 ② -2 ③ 2
√④ 16 ⑤ 18

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로
$-2=a\times1^2 \quad \therefore a=-2$
$y=-2x^2$의 그래프가 점 $(-3, b)$를 지나므로
$b=-2\times(-3)^2=-18$
$\therefore a-b=-2-(-18)=16$

1022

이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$이고 점 $(3, -6)$을 지날 때, $f(-2)$의 값은?

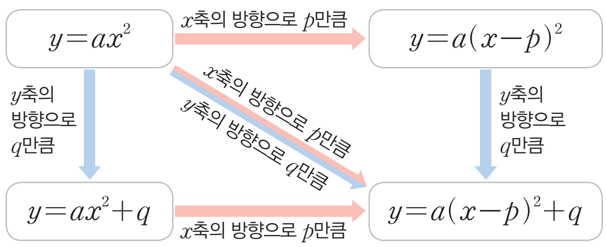
① -4 ② $-\frac{10}{3}$ √③ $-\frac{8}{3}$
④ -2 ⑤ $-\frac{4}{3}$

구하는 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(3, -6)$을 지나므로
$-6=a\times3^2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $f(x)=-\frac{2}{3}x^2$이므로
$f(-2)=-\frac{2}{3}\times(-2)^2=-\frac{8}{3}$

중요

개념 03

유형 132 이차함수 $y=ax^2$의 그래프의 평행이동



1023

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 식은?

① $y=-2x^2-3$ ② $y=2x^2+3$
③ $y=(x-2)^2-3$ ✓④ $y=(x-2)^2+3$
⑤ $y=(x+2)^2+3$

$y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 ④이다.

1024

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 점 $(2, -2)$를 지난다. 상수 a의 값을 구하시오. -1

$y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=ax^2+2$
이 그래프가 점 $(2, -2)$를 지나므로
$-2=a\times2^2+2$ $\therefore a=-1$

1025

다음 중 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 그래프의 식은?

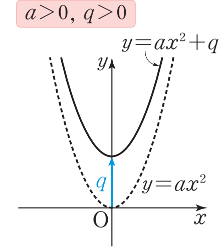
① $y=-\frac{3}{2}(x+2)^2-3$ ② $y=-\frac{2}{3}x^2+2$
③ $y=-\frac{2}{3}x^2$ ✓④ $y=\frac{2}{3}(x-3)^2$
⑤ $y=\frac{3}{2}(x+2)^2$

$y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 그래프의 식은 ④이다.

개념 04

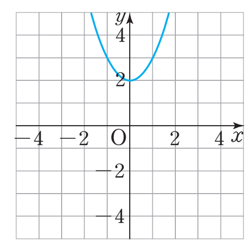
유형 133 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표: $(0, q)$
(3) 축의 방정식: $x=0$



1026

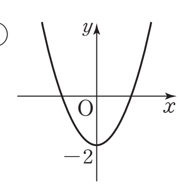
이차함수 $y=x^2+2$의 그래프를 다음 좌표평면 위에 그리고, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

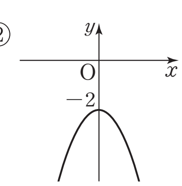


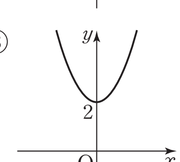
(1) $y=x^2$의 그래프를 $\boxed{y}$축의 방향으로 $\boxed{2}$만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{0}, \boxed{2})$이다.
(3) 축의 방정식은 $\boxed{x=0}$이다.
(4) $\boxed{\text{아래}}$로 볼록한 포물선이다.

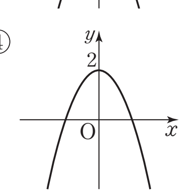
1027

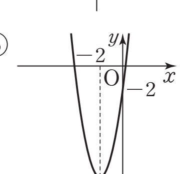
다음 중 이차함수 $y=2x^2-2$의 그래프로 알맞은 것은?

✓①


②


③


④


⑤


$y=2x^2-2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
이때 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$, 축의 방정식은 $x=0$이므로 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

개념 04

유형 134 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표: $(0, q)$
(2) 축의 방정식: $x=0$
(3) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.

1028

이차함수 $y=5x^2-2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$이다.
② 아래로 볼록한 포물선이다.
③ $y=5x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $y=5x^2+1$의 그래프와 폭이 같다.

③ $y=5x^2-2$의 그래프는 $y=5x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

1029

다음 보기 중 이차함수 $y=4x^2-1$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄹ

보기

ㄱ. 제1사분면과 제2사분면만을 지난다.
ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$이다.
ㄷ. $y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
ㄹ. 점 $(1, 3)$을 지난다.

ㄱ. 모든 사분면을 지난다.
ㄷ. $y=4x^2$을 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

1030

다음 중 이차함수 $y=-\frac{5}{7}x^2+3$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 모든 사분면을 지난다.
② y축에 대하여 대칭이다.
③ $x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
④ 축의 방정식은 $x=0$이다.
⑤ $y=-\frac{5}{7}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

③ $x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

개념 04

유형 135 이차함수의 식 구하기 - $y=ax^2+q$

꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.
❶ 구하는 식을 $y=ax^2+q$로 놓는다.
❷ ❶의 식에 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입하여 이차함수의 식을 구한다.

1031

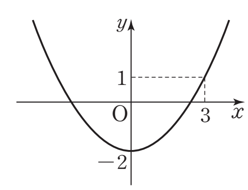
이차함수 $y=x^2$을 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프가 점 $(2, -3)$을 지날 때, 이 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은? (단, q는 상수이다.)

① $y=x^2-7$ ② $y=x^2-3$ ③ $y=x^2+2$
④ $y=x^2+3$ ⑤ $y=x^2+7$

$y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=x^2+q$
이 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로
$-3=2^2+q$ $\therefore q=-7$
따라서 이 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=x^2-7$

1032

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0, -2)$이고, 점 $(3, 1)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y=-3x^2-2$ ② $y=-\frac{1}{3}x^2-2$
③ $y=\frac{1}{3}x^2-2$ ④ $y=\frac{1}{3}x^2+2$
⑤ $y=3x^2+2$

꼭짓점의 좌표가 $(0, -2)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2-2$라고 하면 이 그래프가 점 $(3, 1)$을 지나므로
$1=a\times3^2-2$ $\therefore a=\frac{1}{3}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2-2$

1033

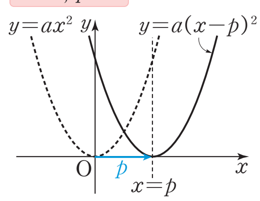
이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$이고 점 $(2, 0)$을 지날 때, $f(4)$의 값을 구하시오. -12

꼭짓점의 좌표가 $(0, 4)$이므로 $f(x)=ax^2+4$라고 하면 이 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로
$f(2)=a\times2^2+4=0$ $\therefore a=-1$
따라서 $f(x)=-x^2+4$이므로
$f(4)=-4^2+4=-12$

개념 05

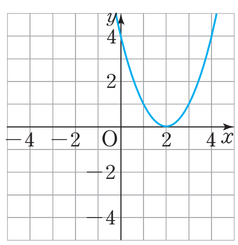
유형 136 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표: $(p, 0)$
(3) 축의 방정식: $x=p$



1034

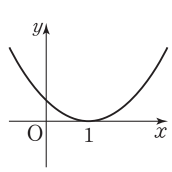
이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프를 다음 좌표평면 위에 그리고, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

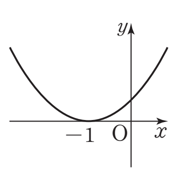


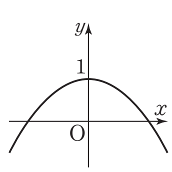
(1) $y=x^2$의 그래프를 $\boxed{x}$축의 방향으로 $\boxed{2}$만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{2}, \boxed{0})$이다.
(3) 축의 방정식은 $\boxed{x=2}$이다.
(4) $\boxed{\text{아래}}$로 볼록한 포물선이다.

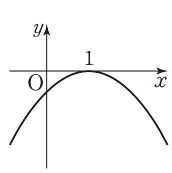
1035

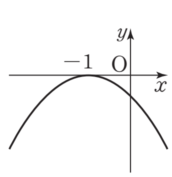
다음 중 이차함수 $y=-\dfrac{1}{2}(x+1)^2$의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다. 이때 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$, 축의 방정식은 $x=-1$이므로 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

개념 05

유형 137 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표: $(p, 0)$
(2) 축의 방정식: $x=p$
(3) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.

1036

이차함수 $y=2(x-1)^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$이다.
② 위로 볼록한 포물선이다.
③ $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
④ $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $y=2x^2+1$의 그래프와 폭이 같다.

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$이다.
② 아래로 볼록한 포물선이다.
③ $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
④ $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

1037

다음 보기 중 이차함수 $y=\dfrac{1}{3}(x-3)^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄷ

보기

ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$이다.
ㄴ. $y=\dfrac{1}{3}x^2$의 그래프와 폭이 같다.
ㄷ. 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다.
ㄹ. $x<3$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$이다.
ㄷ. 축의 방정식이 $x=3$이므로 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다.
ㄹ. $x<3$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

1038

이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위를 구하시오. $x>-5$

$y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x+5)^2$이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-5$이다.

유형으로 도전하기

개념 05

유형 138 이차함수의 식 구하기 - $y=a(x-p)^2$

꼭짓점의 좌표가 $(p,\ 0)$인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.
❶ 구하는 식을 $y=a(x-p)^2$으로 놓는다.
❷ ❶의 식에 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입하여 이차함수의 식을 구한다.

1039

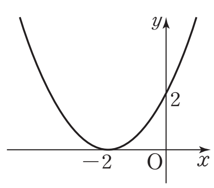
이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$일 때, 이 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하시오.

$y=-4(x-2)^2$

$y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-4(x-p)^2$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로 $p=2$
따라서 이 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=-4(x-2)^2$

1040

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이고, 점 $(0,\ 2)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ ② $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$
③ $y=2(x-2)^2$ ④ $y=2(x+2)^2$
⑤ $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 구하는 이차함수의 식을
$y=a(x+2)^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로
$2=a(0+2)^2$ $\therefore a=\frac{1}{2}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$

1041

직선 $x=-1$을 축으로 하고 x축에 접하는 이차함수의 그래프가 두 점 $(0,\ -3)$, $(-2,\ k)$를 지날 때, k의 값은?

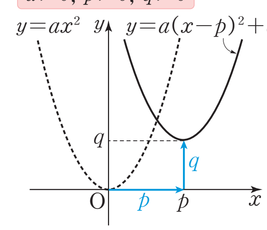
① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

직선 $x=-1$을 축으로 하고 x축에 접하므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$이다.
이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로
$-3=a(0+1)^2$ $\therefore a=-3$
따라서 이차함수의 식은 $y=-3(x+1)^2$이고 점 $(-2,\ k)$를 지나므로
$k=-3\times(-2+1)^2=-3$

개념 06

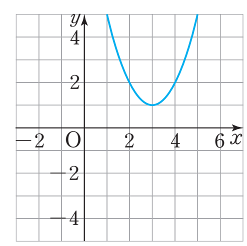
유형 139 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$
(3) 축의 방정식: $x=p$



1042

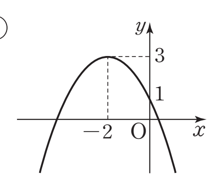
이차함수 $y=(x-3)^2+1$의 그래프를 다음 좌표평면 위에 그리고, ☐ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

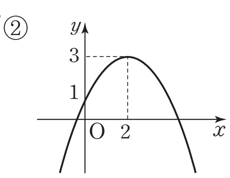


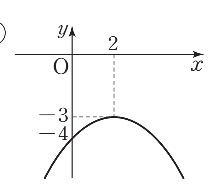
(1) $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $\boxed{3}$만큼, y축의 방향으로 $\boxed{1}$만큼 평행이동한 것이다.
(2) 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{3},\ \boxed{1})$이다.
(3) 축의 방정식은 $\boxed{x=3}$이다.
(4) [아래]로 볼록한 포물선이다.

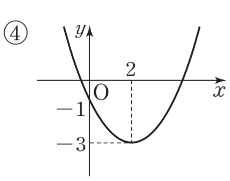
1043

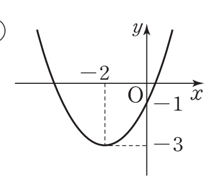
다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


③


④


⑤


$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
이때 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$, 축의 방정식은 $x=2$이므로 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

개념 06

유형 140 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표: (p, q)
(2) 축의 방정식: $x=p$
(3) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.

1044

이차함수 $y=3(x-4)^2+2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 2)$이다.
√② 축의 방정식은 $x=4$이다.
③ 위로 볼록한 포물선이다.
④ $x>4$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ $x<4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

① 꼭짓점의 좌표는 $(4, 2)$이다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
④ $x>4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $x<4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

1045

다음 보기 중 두 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$, $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-2$의 그래프에 공통으로 해당하는 성질을 모두 고르시오. ㄴ, ㄷ

보기

ㄱ. 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$이다.
ㄴ. 두 그래프의 폭이 같다.
ㄷ. 두 그래프는 평행이동하면 일치한다.

ㄴ. x^2의 계수의 절댓값이 같으므로 두 그래프의 폭이 같다.
ㄷ. $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것으로, 평행이동하면 두 그래프는 일치한다.

1046

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점이 제3사분면 위에 있다.
② 모든 사분면을 지난다.
③ 직선 $x=1$에 대하여 대칭이다.
④ 아래로 볼록한 포물선이다.
√⑤ $x<2$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

평행이동한 이차함수의 그래프의 식은 $y=-2(x-2)^2+1$
① 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$이므로 제1사분면 위에 있다.
② 제2사분면을 지나지 않는다.
③ 축의 방정식이 $x=2$이므로 직선 $x=2$에 대하여 대칭이다.
④ 위로 볼록한 그래프이다.

개념 06

유형 141 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 평행이동

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 다음의 순서로 구한다.
❶ x 대신 $x-m$을 대입, y 대신 $y-n$을 대입한다.
➡ $y-n=a(x-m-p)^2+q$
❷ ❶에서 구한 식을 $y=$(x에 대한 이차식)의 꼴로 정리한다.
➡ $y=a(x-m-p)^2+q+n$

1047

이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-6$의 그래프를 y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$의 그래프와 일치하였다. 이때 n의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6
√④ 8 ⑤ 10

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2-6$의 그래프를 y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2-6+n$
이 그래프와 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$의 그래프가 일치하므로
$-6+n=2$ $\quad\therefore n=8$

1048

이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동하였더니 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 일치하였다. 이때 m의 값을 구하시오. -2

$y=\frac{1}{3}(x-2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{3}(x-m-2)^2$
이 그래프와 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 일치하므로
$-m-2=0$ $\quad\therefore m=-2$

1049

이차함수 $y=2x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (a, b)이다. $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 √⑤ 2

$y=2x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x+1)^2+1+2$ $\quad\therefore y=2(x+1)^2+3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 3)$이므로 $a=-1$, $b=3$
$\therefore a+b=-1+3=2$

유형으로 도전하기

정답과 풀이 72~73쪽

중요 · 개념 06

유형 142 이차함수의 식 구하기 - $y=a(x-p)^2+q$

꼭짓점의 좌표가 (p, q)인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.

❶ 구하는 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

❷ ❶의 식에 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입하여 이차함수를 구한다.

1050

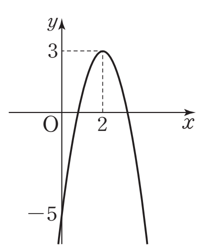
꼭짓점의 좌표가 $(-1, 5)$이고, 점 $(-2, 3)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

① $y=-2(x-1)^2-5$ ② $y=-2(x-1)^2+5$
③ $y=-2(x+1)^2-5$ ④ $y=-2(x+1)^2+5$
⑤ $y=2(x+1)^2+5$

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 5)$이므로 이차함수의 그래프의 식을
$y=a(x+1)^2+5$라고 하면 이 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로
$3=a(-2+1)^2+5$
$3=a+5$ $\therefore a=-2$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-2(x+1)^2+5$

1051

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$이고, 점 $(0, -5)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$라고 할 때, 상수 a, p, q에 대하여 $a+p+q$의 값을 구하시오. 3



꼭짓점의 좌표가 $(2, 3)$이므로 이차함수의 그래프의 식을
$y=a(x-2)^2+3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, -5)$를 지나므로
$-5=a(0-2)^2+3$
$4a=-8$ $\therefore a=-2$
따라서 이차함수의 식은 $y=-2(x-2)^2+3$이므로
$a=-2$, $p=2$, $q=3$
$\therefore a+p+q=-2+2+3=3$

1052

다음 중 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$이고 점 $(1, -3)$을 지나는 이차함수의 그래프 위의 점이 아닌 것은?

① $(-2, 18)$ ② $(-1, 9)$ ③ $(0, 2)$
④ $(1, 3)$ ⑤ $(2, -6)$

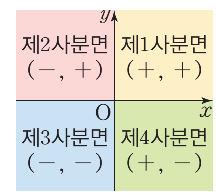
꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$이므로 이차함수의 그래프의 식을 $y=a(x-3)^2-7$이라고 하면 이 그래프가 점 $(1, -3)$을 지나므로
$-3=a(1-3)^2-7$, $-3=4a-7$ $\therefore a=1$
따라서 이차함수의 식은 $y=(x-3)^2-7$이므로 주어진 점의 좌표를 이차함수의 식에 대입하면
④ $3\neq(1-3)^2-7=-3$

중요 · 개념 06

유형 143 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 a, p, q의 부호

(1) 그래프의 모양
① 아래로 볼록 ➡ $a>0$
② 위로 볼록 ➡ $a<0$

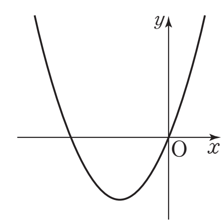
(2) 꼭짓점 (p, q)의 위치
① 제1사분면: $p>0$, $q>0$
② 제2사분면: $p<0$, $q>0$
③ 제3사분면: $p<0$, $q<0$
④ 제4사분면: $p>0$, $q<0$



풍쌤의 Point 꼭짓점 (p, q)가 x축 위에 있으면 $q=0$, y축 위에 있으면 $p=0$이야.

1053

이차함수 $y=2(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 p, q의 부호는?

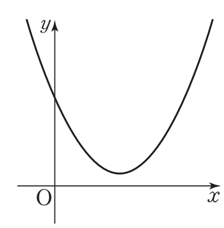


① $p<0$, $q<0$ ② $p<0$, $q=0$
③ $p<0$, $q>0$ ④ $p>0$, $q<0$
⑤ $p>0$, $q>0$

꼭짓점 (p, q)가 제3사분면 위에 있으므로
$p<0$, $q<0$

1054

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,
$a\square0$, $p\square0$, $q\square0$이다. $\square$ 안에 알맞은 부호를 차례대로 나타낸 것은? (단, a, p, q는 상수이다.)

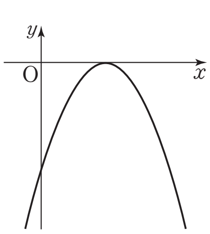


① $<$, $<$, $<$ ② $<$, $>$, $>$ ③ $>$, $<$, $>$
④ $>$, $>$, $<$ ⑤ $>$, $>$, $>$

그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
꼭짓점이 (p, q)가 제1사분면 위에 있으므로
$p>0$, $q>0$

1055

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, p, q의 부호를 구하시오.



$a<0$, $p>0$, $q=0$

그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점 (p, q)의 x좌표가 양수이고, x축 위에 있으므로
$p>0$, $q=0$

배운내용 점검하기

1056

다음 중 y가 x에 대한 이차함수인 것은?

① 한 개에 300원인 사탕 x개의 가격 y원

√② 밑변의 길이가 x cm, 높이가 x cm인 삼각형의 넓이 y cm^2

③ 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이 y cm

④ 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피 y cm^3

⑤ 한 변의 길이가 x cm인 정오각형의 둘레의 길이 y cm

① $y=300x$이므로 이차함수가 아니다.

② $y=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$이므로 이차함수이다.

③ $y=2\times\pi\times x=2x\pi$이므로 이차함수가 아니다.

④ $y=x^3$이므로 이차함수가 아니다.

⑤ $y=5x$이므로 이차함수가 아니다.

1057

$y=(2a-1)x^2+x-3$이 x에 대한 이차함수일 때, 다음 중 실수 a의 값이 될 수 없는 것은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0

√④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

$y=(2a-1)x^2+x-3$이 x에 대한 이차함수이므로

$2a-1\neq0$ $\therefore a\neq\frac{1}{2}$

1058

이차함수 $f(x)=-x^2+3x$에 대하여 $f(-1)+f(2)$의 값을 구하시오. -2

$f(-1)=-(-1)^2+3\times(-1)=-4$

$f(2)=-2^2+3\times2=2$

$\therefore f(-1)+f(2)=-4+2=-2$

1059

이차함수 $f(x)=2x^2+3x+a$에서 $f(2)=-2$일 때, 상수 a의 값은?

√① -16 ② -14 ③ -12

④ -10 ⑤ -8

$f(2)=2\times2^2+3\times2+a=-2$이므로

$8+6+a=-2$ $\therefore a=-16$

1060

다음 보기 중 이차함수 $y=-x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ

보기

ㄱ. 위로 볼록한 포물선이다.

ㄴ. 그래프가 제2, 4사분면을 지난다.

ㄷ. $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

ㄴ. 그래프가 제3, 4사분면을 지난다.

1061

이차함수 $y=3x^2$의 그래프가 점 $(k, 6k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오. (단, $k\neq0$) 2

$y=3x^2$의 그래프가 점 $(k, 6k)$를 지나므로

$6k=3k^2$

$3k^2-6k=0$, $3k(k-2)=0$

$k=0$ 또는 $k=2$

이때 $k\neq0$이므로 $k=2$

1062 풍쌤 PICK

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 두 점 $(-1, 2)$, $(2, b)$를 지날 때, $a+b$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -2 ② 1 ③ 4

④ 7 √⑤ 10

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로

$2=a\times(-1)^2$ $\therefore a=2$

$y=2x^2$의 그래프가 점 $(2, b)$를 지나므로

$b=2\times2^2=8$

$\therefore a+b=2+8=10$

1063

다음 이차함수 중 그래프가 위로 볼록하고 폭이 가장 좁은 것은?

√① $y=-\frac{5}{2}x^2$ ② $y=-x^2$ ③ $y=-\frac{2}{3}x^2$

④ $y=\frac{5}{3}x^2$ ⑤ $y=2x^2$

이차함수의 그래프가 위로 볼록한 것은 x^2의 계수가 음수이므로 ①, ②, ③이다.

이때 x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면

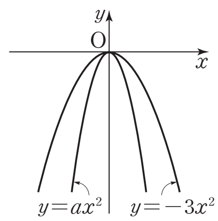
$\left|-\frac{2}{3}\right|<|-1|<\left|-\frac{5}{2}\right|$

따라서 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

배운내용 점검하기

1064 풍쌤 PICK

두 이차함수 $y=ax^2$, $y=-3x^2$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a의 값이 될 수 있는 것은?



✓① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하면서 $y=-3x^2$의 그래프보다 폭이 좁아야 하므로 $a<0$, $|a|>|-3|$
따라서 상수 a의 값이 될 수 있는 것은 ①이다.

1065

다음 중 $y=-\frac{2}{7}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은?

① $y=-7x^2$ ② $y=-\frac{7}{2}x^2$ ✓③ $y=\frac{2}{7}x^2$
④ $y=\frac{7}{2}x^2$ ⑤ $y=7x^2$

그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대이다.
따라서 $y=-\frac{2}{7}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 ③이다.

1066

다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{5}x^2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{5}, 0\right)$이다.
② x축에 대하여 대칭이다.
③ 점 $(5, -1)$을 지난다.
④ $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프와 y축에 대하여 대칭이다.
✓⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

① 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$이다.
② y축에 대하여 대칭이다.
③ $x=5$일 때, $y=-\frac{1}{5}\times5^2=-5$이므로 점 $(5, -5)$를 지난다.
④ $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

1067

원점을 꼭짓점으로 하고, 점 $(1, -2)$를 지나는 이차함수의 그래프의 식을 구하시오. $y=-2x^2$

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로
$-2=a\times1^2$ $\therefore a=-2$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-2x^2$이다.

1068

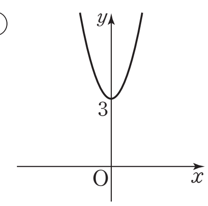
이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 점 $(2, k)$를 지난다. 이때 k의 값은?

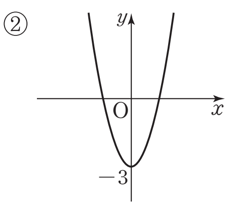
① -2 ② -1 ③ 0
✓④ 1 ⑤ 2

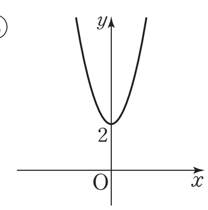
$y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 식은
$y=-3(x-1)^2+4$
이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로
$k=-3(2-1)^2+4=1$

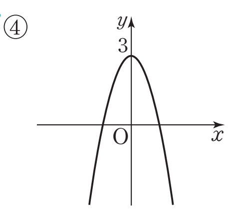
1069

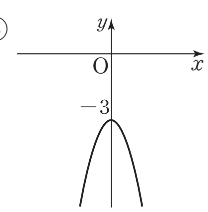
다음 중 이차함수 $y=-2x^2+3$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


③


✓④


⑤


$y=-2x^2+3$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.
이때 꼭짓점의 좌표가 $(0, 3)$, 축의 방정식은 $x=0$이므로 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

1070

다음 보기 중 이차함수 $y=-5x^2+2$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄷ

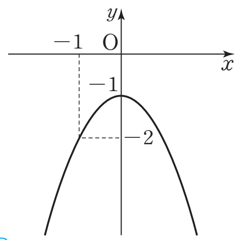
보기

ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$이다.
ㄴ. $y=5x^2$의 그래프와 폭이 같다.
ㄷ. 모든 사분면을 지난다.

ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, 2)$이다.

1071

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이고, 점 $(-1,\ -2)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 그래프의 식을 구하시오. $\boldsymbol{y=-x^2-1}$



꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 구하는 이차함수의 식을
$y=ax^2-1$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ -2)$를 지나므로
$-2=a\times(-1)^2-1 \qquad \therefore a=-1$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-x^2-1$

1072

이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위를 구하시오. $\boldsymbol{x<-1}$

$y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=4(x+1)^2$이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<-1$이다.

1073

직선 $x=1$을 축으로 하고 x축에 접하는 이차함수의 그래프가 두 점 $(-1,\ 16)$, $(2,\ k)$를 지날 때, k의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

직선 $x=1$을 축으로 하고 x축에 접하므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$이다.
이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ 16)$을 지나므로
$16=a(-1-1)^2 \qquad \therefore a=4$
따라서 이차함수의 식은 $y=4(x-1)^2$이고, 이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로
$k=4\times(2-1)^2=4$

1074

이차함수 $y=2(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오. **1**

$y=2(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x-2-1)^2-1 \qquad \therefore y=2(x-3)^2-1$
이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로
$k=2\times(2-3)^2-1=1$

1075

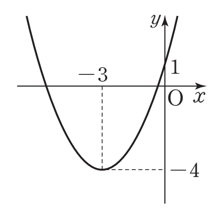
이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$이다.
② 축의 방정식은 $x=2$이다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
④ 모든 사분면을 지난다.
⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

평행이동한 이차함수의 그래프의 식은 $y=-4(x-1)^2+2$
① 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 2)$이다.
② 축의 방정식은 $x=1$이다.
③ 위로 볼록한 포물선이다.
④ 제1, 3, 4사분면을 지난다.

1076

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -4)$이고, 점 $(0,\ 1)$을 지나는 이차함수의 식은?



① $y=-\dfrac{5}{9}(x+3)^2-4$

② $y=-\dfrac{4}{9}(x+3)^2-4$

③ $y=\dfrac{4}{9}(x-3)^2-4$

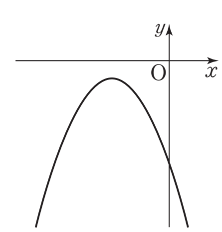
④ $y=\dfrac{5}{9}(x+3)^2-4$

⑤ $y=\dfrac{5}{9}(x+3)^2+4$

꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -4)$인 이차함수의 그래프의 식을
$y=a(x+3)^2-4$라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=a(0+3)^2-4 \qquad \therefore a=\dfrac{5}{9}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\dfrac{5}{9}(x+3)^2-4$이다.

1077 풍쌤 PICK

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, p, q의 부호를 구하시오. $\boldsymbol{a<0,\ p<0,\ q<0}$



그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제3사분면 위에 있으므로
$p<0,\ q<0$

2 이차함수의 그래프 (2)

개념 01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어 그린다.

$$\Rightarrow y=ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c \quad \leftarrow x^2\text{의 계수 }a\text{로 묶기}$$

$$=a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c \quad \leftarrow \text{괄호 안에서 }\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2\text{을 더하고 빼기}$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a} \quad \leftarrow y=(\text{완전제곱식})+(\text{상수항})\text{의 꼴로 정리하기}$$

(1) 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$, 축의 방정식: $x=-\frac{b}{2a}$

(2) y축과의 교점의 좌표: $(0,\ c)$ ← y절편은 c

> 참고 $y=ax^2+bx+c$의 꼴을 이차함수의 일반형, $y=a(x-p)^2+q$의 꼴을 이차함수의 표준형이라고 한다.

예 $y=2x^2+8x+3$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸면
$y=2(x^2+4x)+3=2(x^2+4x+4-4)+3=2(x+2)^2-5$
① 꼭짓점의 좌표: $(-2,\ -5)$, 축의 방정식: $x=-2$ ② y축과의 교점의 좌표: $(0,\ 3)$

풍쌤의 오개념 체크

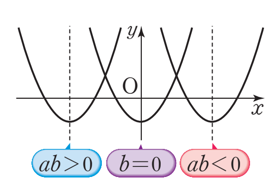
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 축의 방정식은

$\cancel{x=\frac{b}{2a}}$ $x=-\frac{b}{2a}$

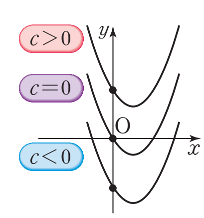
개념 02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

(1) **a의 부호:** 그래프의 모양에 따라 결정된다.
① 아래로 볼록 ➡ $a>0$
② 위로 볼록 ➡ $a<0$

(2) **b의 부호:** 축의 위치에 따라 결정된다.
① 축이 y축의 왼쪽에 위치 ➡ $ab>0$ (a, b는 같은 부호)
② 축이 y축과 일치 ➡ $b=0$
③ 축이 y축의 오른쪽에 위치 ➡ $ab<0$ (a, b는 다른 부호)



(3) **c의 부호:** y축과의 교점의 위치에 따라 결정된다.
① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 ➡ $c>0$
② y축과의 교점이 원점에 위치 ➡ $c=0$ ← 그래프가 원점을 지난다.
③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 ➡ $c<0$



풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 축이 y축의 왼쪽에 있으면

$\cancel{ab<0}$ $ab>0$

개념으로 연습하기

정답과 풀이 75쪽

01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

1078 이차함수 $y=x^2+2x-1$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음은 이차함수 $y=x^2+2x-1$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

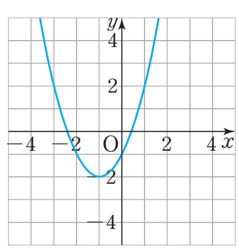
$$\begin{aligned} y&=x^2+2x-1 \\ &=(x^2+2x+\boxed{1}-\boxed{1})-1 \\ &=(x+\boxed{1})^2-\boxed{2} \end{aligned}$$

(2) 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하시오. $(-1, -2)$

(3) 그래프의 축의 방정식을 구하시오. $x=-1$

(4) 그래프와 y축의 교점의 좌표를 구하시오. $(0, -1)$

(5) 아래 좌표평면 위에 그래프를 그리시오.



[1079~1082] 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표, 축의 방정식, y축과의 교점의 좌표를 차례대로 구하시오.

1079 $y=x^2-8x+12$ $(4, -4)$, $x=4$, $(0, 12)$

1080 $y=2x^2+4x+5$ $(-1, 3)$, $x=-1$, $(0, 5)$

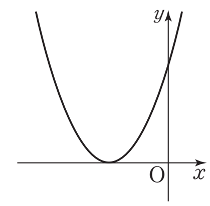
1081 $y=-x^2-6x+7$ $(-3, 16)$, $x=-3$, $(0, 7)$

1082 $y=-3x^2-12x+4$ $(-2, 16)$, $x=-2$, $(0, 4)$

02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

1083 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

(단, a, b, c는 상수이다.)



(1) 그래프가 아래로 볼록하므로

$a\boxed{>}0$

(2) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로

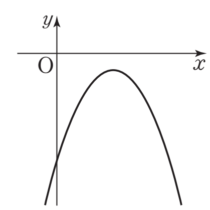
$ab\boxed{>}0$ $\therefore b\boxed{>}0$

(3) y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로

$c\boxed{>}0$

1084 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

(단, a, b, c는 상수이다.)



(1) 그래프가 위로 볼록하므로

$a\boxed{<}0$

(2) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab\boxed{<}0$ $\therefore b\boxed{>}0$

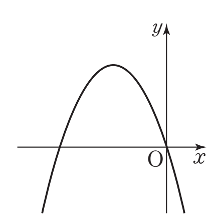
(3) y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로

$c\boxed{<}0$

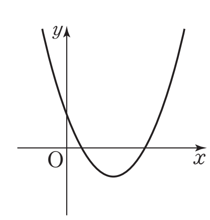
[1085~1086] 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, □ 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

(단, a, b, c는 상수이다.)

1085 $a\boxed{<}0$, $b\boxed{<}0$, $c\boxed{=}0$



1086 $a\boxed{>}0$, $b\boxed{<}0$, $c\boxed{>}0$



개념 03 이차함수의 식 구하기

(1) 꼭짓점 (p, q)와 그래프 위의 다른 한 점의 좌표를 알 때

❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

❷ 그래프 위의 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

(2) 축의 방정식 $x=p$와 그래프 위의 두 점의 좌표를 알 때

❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

❷ 그래프 위의 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, q의 값을 구한다.

(3) y축과의 교점 $(0, k)$와 그래프 위의 다른 두 점의 좌표를 알 때

❶ 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+k$로 놓는다.

❷ 그래프 위의 다른 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

(4) x축과의 교점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$과 그래프 위의 다른 한 점의 좌표를 알 때

❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓는다.

❷ 그래프 위의 다른 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

풍쌤의 오개념 체크

축이 $x=p$인 이차함수의 그래프의 식은

$y=a\cancel{(x+p)}^2+q$ $\qquad$ $y=a(x-p)^2+q$

개념 04 이차함수의 최댓값과 최솟값

(1) 함수의 최댓값과 최솟값

① 최댓값: 어떤 함수의 함숫값 중 가장 큰 값

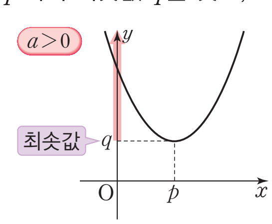
② 최솟값: 어떤 함수의 함숫값 중 가장 작은 값

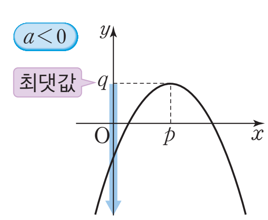
(2) 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$는

① $a>0$일 때, $x=p$에서 최솟값 q를 갖고, 최댓값은 없다.

② $a<0$일 때, $x=p$에서 최댓값 q를 갖고, 최솟값은 없다.





(3) 이차함수의 활용: 이차함수의 최댓값 또는 최솟값에 대한 활용 문제는 다음의 순서로 해결한다.

❶ 변수 정하기: 문제의 뜻을 파악하고 두 변수 x, y를 정한다.

❷ 함수의 식 세우기: 변수 x, y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

❸ 답 구하기: 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

❹ 확인하기: 구한 답이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

풍쌤의 오개념 체크

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$는 $a>0$일 때

$x=p$에서 ~~최댓값~~ q를 가져. $\qquad$ $x=p$에서 최솟값 q를 가져.

개념으로 연습하기

03 이차함수의 식 구하기

1087 다음은 꼭짓점의 좌표가 $(4, 1)$이고 점 $(2, 9)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-\boxed{4})^2+1$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2, 9)$를 지나므로
> $4a=\boxed{8}$ $\quad\therefore a=\boxed{2}$
> 따라서 구하는 이차함수의 식은
> $y=\boxed{2(x-4)^2+1}$

1088 다음은 축의 방정식이 $x=1$이고 두 점 $(4, 14)$, $(-1, 9)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-\boxed{1})^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(4, 14)$를 지나므로
> $\boxed{14}=9a+q$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
> 또 그래프가 점 $(-1, 9)$를 지나므로
> $\boxed{9}=4a+q$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
> ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\boxed{1}$, $q=\boxed{5}$
> 따라서 구하는 이차함수의 식은
> $y=\boxed{(x-1)^2+5}$

1089 다음은 y축과 점 $(0, 2)$에서 만나고 두 점 $(-1, 3)$, $(1, -1)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+\boxed{2}$라고 하면 이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로
> $a-b=\boxed{1}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
> 또 그래프가 점 $(1, -1)$을 지나므로
> $a+b=\boxed{-3}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
> ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\boxed{-1}$, $b=\boxed{-2}$
> 따라서 구하는 이차함수의 식은
> $y=\boxed{-x^2-2x+2}$

1090 다음은 x축과 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나고 점 $(2, -3)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

> 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+\boxed{1})(x-3)$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로
> $-3a=\boxed{-3}$ $\quad\therefore a=\boxed{1}$
> 따라서 구하는 이차함수의 식은
> $y=\boxed{(x+1)(x-3)}$

04 이차함수의 최댓값과 최솟값

1091 이차함수 $y=2x^2+4x+1$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

$y=2(x+1)^2-1$

(1) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내시오.

(2) 최댓값 또는 최솟값을 구하고 그때의 x의 값을 구하시오.

최솟값: -1, $x=-1$

1092 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x-1$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

(1) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내시오.

(2) 최댓값 또는 최솟값을 구하고 그때의 x의 값을 구하시오.

최댓값: 1, $x=2$

1093 차가 6인 두 수의 곱의 최솟값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

❶ 변수 정하기	두 수 중 작은 수를 x라고 하면 큰 수는 $\boxed{x+6}$이므로 두 수의 곱을 y라고 하면
❷ 함수 구하기	$y=\boxed{x(x+6)}=(x+\boxed{3})^2-9$
❸ 답 구하기	따라서 y는 $x=\boxed{-3}$일 때 최솟값 $\boxed{-9}$를 가지므로 구하는 두 수의 곱의 최솟값은 $\boxed{-9}$이다.

유형으로 도전하기

개념 01

유형 144 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기

이차함수 $y=ax^2+bx+c$는 다음 순서로 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타낸다.

❶ 이차항과 일차항의 계수를 x^2의 계수 a로 묶는다.

❷ 괄호 안에서 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더하고 뺀다.

❸ $y=$(완전제곱식)$+$(상수항)의 꼴로 정리한다.

1094

다음은 이차함수 $y=2x^2+8x-3$을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸는 과정이다. ㈎~㈒에 알맞은 수가 아닌 것은?

$$\begin{aligned} y&=2x^2+8x-3\\ &=2(x^2+4x)-3\\ &=2(x^2+\boxed{㈎}x+\boxed{㈏}-\boxed{㈐})-3\\ &=2(x+\boxed{㈑})^2-\boxed{㈒} \end{aligned}$$

① ㈎ 4　② ㈏ 4　③ ㈐ 4
④ ㈑ 2　√⑤ ㈒ 7

⑤ ㈒ 11

1095

이차함수 $y=3x^2+18x+7$을 $y=3(x-p)^2+q$의 꼴로 나타낸다고 할 때, 상수 p, q에 대하여 $p+q$의 값을 구하시오. -23

$y=3x^2+18x+7=3(x+3)^2-20$
따라서 $p=-3$, $q=-20$이므로
$p+q=-3-20=-23$

1096

이차함수 $y=4x^2-8x+7$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다. 이때 $a-p+q$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 2　② 4　√③ 6
④ 8　⑤ 10

$y=4x^2-8x+7=4(x-1)^2+3$
따라서 $y=4x^2-8x+7$의 그래프는 이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $a=4$, $p=1$, $q=3$
$\therefore a-p+q=4-1+3=6$

중요　개념 01

유형 145 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어 구한다.

(1) 꼭짓점의 좌표: (p, q)

(2) 축의 방정식: $x=p$

1097

이차함수 $y=-3x^2-12x+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

√① 14　② 15　③ 16
④ 17　⑤ 18

$y=-3x^2-12x+2=-3(x+2)^2+14$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 14)$이므로
y좌표는 14이다.

1098

이차함수 $y=2x^2+4x+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b)이고, 축의 방정식이 $x=c$일 때, $a+b+c$의 값은?

√① -3　② -1　③ 1
④ 3　⑤ 5

$y=2x^2+4x+1=2(x+1)^2-1$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$,
축의 방정식은 $x=-1$이므로 $a=-1$, $b=-1$, $c=-1$
$\therefore a+b+c=-1-1-1=-3$

1099

다음 이차함수 중 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은?

① $y=x^2+4$　② $y=6(x+4)^2-1$
③ $y=-7(x+1)^2-3$　④ $y=5x^2+10x-4$
√⑤ $y=x^2-8x+9$

각 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 다음과 같다.
① $x=0$　② $x=-4$　③ $x=-1$　④ $x=-1$　⑤ $x=4$

1100

이차함수 $y=x^2+ax-3$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하시오. (단, a는 상수이다.) $(-3, -12)$

$y=x^2+ax-3$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로
$4=1^2+a\times1-3$ $\therefore a=6$
즉, $y=x^2+6x-3$이므로
$y=x^2+6x-3=(x+3)^2-12$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -12)$이다.

1101

이차함수 $y=2x^2-12x+7$의 그래프와 $y=x^2+2ax-2$의 그래프의 꼭짓점이 일치할 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 √⑤ 3

$y=2x^2-12x+7=2(x-3)^2-11$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -11)$이다.
$y=x^2+2ax-2=(x-a)^2-a^2-2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a, -a^2-2)$이다.
이때 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로 $a=3$

1102

이차함수 $y=x^2-2ax+8$의 그래프의 축의 방정식이 $x=2$일 때, 상수 a의 값은?

① -4 ② -2 √③ 2
④ 4 ⑤ 6

$y=x^2-2ax+8=(x-a)^2-a^2+8$
따라서 이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=a$이므로 $a=2$

1103

이차함수 $y=2x^2-4ax+6$의 그래프와 $y=x^2+6x+10$의 그래프의 축이 일치할 때, 상수 a의 값을 구하시오. -3

$y=2x^2-4ax+6=2(x-a)^2-2a^2+6$
이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=a$이다.
$y=x^2+6x+10=(x+3)^2+1$
이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이다.
이때 두 이차함수의 그래프의 축이 일치하므로
$a=-3$

개념 01

유형 146 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 좌표축과 만나는 점

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가
(1) x축과 만나는 점의 x좌표 구하기
➡ $y=0$을 대입하여 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$을 풀어서 x의 값을 구한다.
(2) y축과 만나는 점의 y좌표 구하기
➡ $x=0$을 대입하여 y의 값을 구한다.

1104

이차함수 $y=2x^2+8x+5$의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는?

① -8 ② -5 ③ 2
√④ 5 ⑤ 8

$y=2x^2+8x+5$에 $x=0$을 대입하면
$y=5$
따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 5이다.

1105

이차함수 $y=x^2-3x+2$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 p, q라 하고, y축과 만나는 점의 좌표를 r이라고 할 때, $p+q-r$의 값을 구하시오. 1

$y=x^2-3x+2$에 $y=0$을 대입하면
$x^2-3x+2=0$
$(x-1)(x-2)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=2$
$y=x^2-3x+2$에 $x=0$을 대입하면
$y=2$
따라서 $p=1, q=2, r=2$ 또는 $p=2, q=1, r=2$이므로
$p+q-r=1+2-2=1$

1106

이차함수 $y=-x^2+3x+k$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(m, 0)$에서 만날 때, m의 값은? (단, k는 상수이다.)

√① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

$y=-x^2+3x+k$의 그래프가 x축과 점 $(-1, 0)$에서 만나므로
$-(-1)^2+3\times(-1)+k=0$, $-1-3+k=0$
$-4+k=0$ $\therefore k=4$
$y=-x^2+3x+4$에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+3x+4=0$
$-(x+1)(x-4)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
$\therefore m=4$

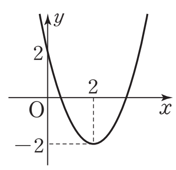
개념 01

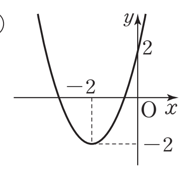
유형 147 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 그리기

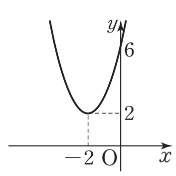
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 다음의 순서로 그린다.
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼다.
❷ 꼭짓점의 좌표 (p, q)를 표시한다.
❸ y축과의 교점의 좌표 $(0, c)$를 표시한다.
❹ $a>0$이면 아래로 볼록, $a<0$이면 위로 볼록인 포물선을 그린다.

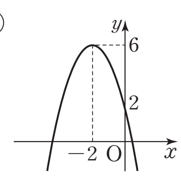
1107

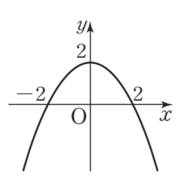
다음 중 이차함수 $y=x^2+4x+2$의 그래프로 알맞은 것은?

①


✓②


③


④


⑤


$y=x^2+4x+2=(x+2)^2-2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2)$, y축과의 교점의 좌표는 $(0, 2)$이고, 아래로 볼록하므로 그래프로 알맞은 것은 ②이다.

1108

다음 중 이차함수 $y=3x^2+6x+1$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하시오. 제4사분면

$y=3x^2+6x+1=3(x+1)^2-2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$, y축과의 교점의 좌표는 $(0, 1)$이고, 아래로 볼록하므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.

1109

다음 중 이차함수 $y=-x^2+6x-12$의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르시오. ㄷ, ㄹ

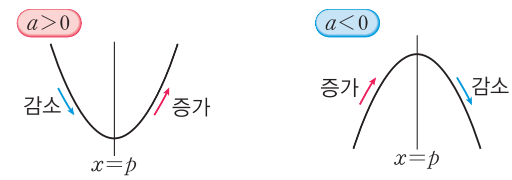
ㄱ. 제1사분면	ㄴ. 제2사분면
ㄷ. 제3사분면	ㄹ. 제4사분면

$y=-x^2+6x-12=-(x-3)^2-3$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -3)$, y축과의 교점의 좌표는 $(0, -12)$이고, 위로 볼록하므로 그래프는 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

개념 01

유형 148 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 증가, 감소

이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼 후 그래프의 축을 기준으로 x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가 또는 감소함을 확인한다.



1110

이차함수 $y=-3x^2+12x+1$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x<-3$ ② $x<-2$ ③ $x>-2$
✓④ $x<2$ ⑤ $x>3$

$y=-3x^2+12x+1=-3(x-2)^2+13$
이 이차함수의 그래프는 위로 볼록하고 축의 방정식이 $x=2$이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<2$이다.

1111

이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2+2x-1$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

✓① $x<-3$ ② $x>-3$ ③ $x<-1$
④ $x>-1$ ⑤ $x<1$

$y=\frac{1}{3}x^2+2x-1=\frac{1}{3}(x+3)^2-4$
이 이차함수의 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식이 $x=-3$이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다.

1112

이차함수 $y=x^2-2ax+14$에서 $x<4$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하고, $x>4$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 이때 상수 a의 값을 구하시오. 4

$y=x^2-2ax+14=(x-a)^2+14-a^2$
이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=a$
이때 $x=4$를 기준으로 y의 값의 증가와 감소가 바뀌므로 이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$이다.
$\therefore a=4$

중요 개념 01

유형 149 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 성질

(1) 꼭짓점의 좌표, 축의 방정식을 구하려면
➡ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼다.
(2) x축과의 교점의 x좌표를 구하려면
➡ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해를 구한다.
(3) y축과의 교점의 y좌표를 구하려면
➡ $y=ax^2+bx+c$에 $x=0$을 대입한다.
(4) 그래프가 지나는 사분면, 증가 또는 감소의 범위를 구하려면
➡ 그래프를 그린다.

1113

다음 중 이차함수 $y=-x^2+6x$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.
② 직선 $x=-3$에 대하여 대칭이다.
③ y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 3)$이다.
√④ x축과 두 점에서 만난다.
⑤ 모든 사분면을 지난다.

$y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$
① 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 9)$이다.　② 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다.
③ $y=-x^2+6x$에 $x=0$을 대입하면 $y=0$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.
⑤ 제2사분면은 지나지 않는다.

1114

다음 보기 중 이차함수 $y=-x^2-4x-3$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ

보기
ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 1)$이다.
ㄴ. 아래로 볼록한 그래프이다.
ㄷ. y축과의 교점의 y좌표는 -3이다.
ㄹ. $x<-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

$y=-x^2-4x-3=-(x+2)^2+1$
ㄴ. 위로 볼록한 그래프이다.
ㄹ. $x<-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

1115

이차함수 $y=x^2+2x+2$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 1)$이다.
② 축의 방정식은 $x=-1$이다.
√③ y축과의 교점의 y좌표는 1이다.
④ 아래로 볼록한 그래프이다.
⑤ $x>-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$y=x^2+2x+2=(x+1)^2+1$
③ $y=x^2+2x+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 y축과의 교점의 y좌표는 2이다.

개념 01

유형 150 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 평행이동

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 다음의 순서로 구한다.
❶ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼다.
❷ x 대신 $x-m$, y 대신 $y-n$을 대입하여 평행이동한 그래프의 식을 구한다.
➡ $y-n=a(x-m-p)^2+q$
$\therefore y=a(x-m-p)^2+q+n$

풍쌤의 Point 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하여도 그래프의 모양과 폭은 변하지 않아.

1116

다음 중 이차함수 $y=x^2-2x-1$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은?

① $y=(x-4)^2-3$　√② $y=(x-4)^2-1$
③ $y=(x-4)^2+1$　④ $y=(x+2)^2-3$
⑤ $y=(x+2)^2-3$

$y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$
이 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-1=(x-3-1)^2-2$
$\therefore y=(x-4)^2-1$

1117

이차함수 $y=-2x^2+12x-5$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-5,\ 12)$　② $(-5,\ 14)$　√③ $(5,\ 12)$
④ $(5,\ 14)$　⑤ $(5,\ 18)$

$y=-2x^2+12x-5=-2(x-3)^2+13$
이 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y+1=-2(x-2-3)^2+13$　$\therefore y=-2(x-5)^2+12$
따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(5,\ 12)$이다.

1118

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+8$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=ax^2+bx+c$와 일치한다. 이때 상수 a, b, c에 대하여 $2a+b+c$의 값은?

① 4　② 5　③ 6
√④ 7　⑤ 8

$y=\frac{1}{2}x^2+4x+8=\frac{1}{2}(x+4)^2$
이 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-2=\frac{1}{2}(x-2+4)^2$　$\therefore y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2=\frac{1}{2}x^2+2x+4$
따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$, $c=4$이므로 $2a+b+c=2\times\frac{1}{2}+2+4=7$

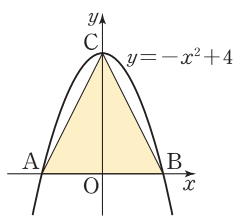
개념 01

유형 151 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 도형의 넓이

(1) 꼭짓점의 좌표를 구하려면
➡ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼다.
(2) x축과의 교점의 좌표를 구하려면
➡ $y=ax^2+bx+c$에 $y=0$을 대입한다.
(3) y축과의 교점의 좌표를 구하려면
➡ $y=ax^2+bx+c$에 $x=0$을 대입한다.

1119

오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=-x^2+4$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고 y축과 만나는 점을 C라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

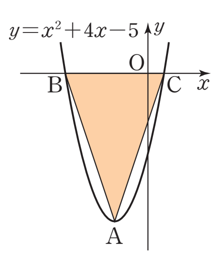


(1) 두 점 A, B의 좌표를 구하시오. A$(-2, 0)$, B$(2, 0)$
(2) 점 C의 좌표를 구하시오. C$(0, 4)$
(3) △ABC의 넓이를 구하시오. 8

(1) $y=-x^2+4$에 $y=0$을 대입하면 $-x^2+4=0$
$x^2=4$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=2$
$\therefore$ A$(-2, 0)$, B$(2, 0)$
(2) $y=-x^2+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$ $\therefore$ C$(0, 4)$
(3) $\overline{AB}=2-(-2)=4$, $\overline{CO}=4$ $\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

1120

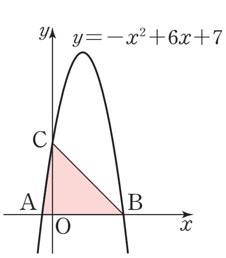
오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=x^2+4x-5$의 그래프의 꼭짓점을 A라 하고 그래프가 x축과 만나는 두 점을 각각 B, C라고 할 때, △ACB의 넓이를 구하시오. 27



$y=x^2+4x-5=(x^2+4x+4-4)-5=(x+2)^2-9$
$\therefore$ A$(-2, -9)$
$y=x^2+4x-5$에 $y=0$을 대입하면 $x^2+4x-5=0$
$(x+5)(x-1)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=1$
따라서 B$(-5, 0)$, C$(1, 0)$이므로 $\overline{BC}=1-(-5)=6$
$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times6\times|-9|=27$

1121

이차함수 $y=-x^2+6x+7$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고 y축과 만나는 점을 C라고 할 때, △ABC의 넓이를 구하시오. 28



$y=-x^2+6x+7$에 $y=0$을 대입하면 $-x^2+6x+7=0$
$x^2-6x-7=0$, $(x+1)(x-7)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$
따라서 A$(-1, 0)$, B$(7, 0)$이므로 $\overline{AB}=7-(-1)=8$
$y=-x^2+6x+7$에 $x=0$을 대입하면 $y=7$ $\therefore$ C$(0, 7)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times7=28$

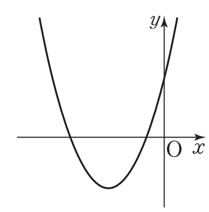
개념 02

유형 152 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

(1) 그래프의 모양
① 아래로 볼록 ➡ $a>0$
② 위로 볼록 ➡ $a<0$
(2) 축의 위치
① 축이 y축의 왼쪽에 위치 ➡ $ab>0$ (a, b는 같은 부호)
② 축이 y축과 일치 ➡ $b=0$
③ 축이 y축의 오른쪽에 위치 ➡ $ab<0$ (a, b는 다른 부호)
(3) y축과의 교점의 위치
① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 ➡ $c>0$
② y축과의 교점이 원점과 일치 ➡ $c=0$
③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 ➡ $c<0$

1122

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c의 부호는?

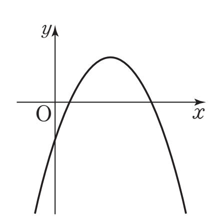


① $a>0$, $b>0$, $c>0$
② $a>0$, $b<0$, $c>0$
③ $a<0$, $b>0$, $c>0$
④ $a<0$, $b<0$, $c>0$
⑤ $a<0$, $b<0$, $c<0$

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
이때 $a>0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

1123

상수 a, b, c에 대하여 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

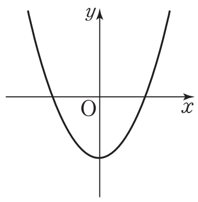


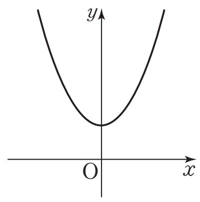
① $a>0$
② $ab>0$
③ $b>0$
④ $c>0$
⑤ $ac<0$

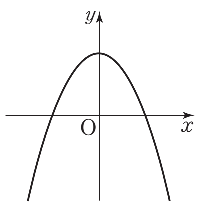
① 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$
② 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$
③ $a<0$, $ab<0$이므로 $b>0$
④ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$
⑤ $a<0$, $c<0$이므로 $ac>0$

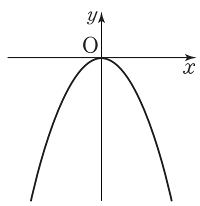
1124

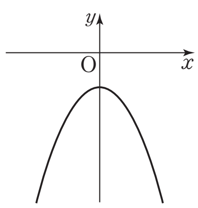
$a<0$, $b=0$, $c>0$일 때, 다음 중 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


③


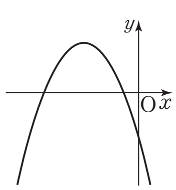
④


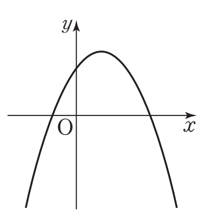
⑤


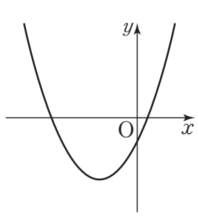
$a<0$이므로 이차함수의 그래프는 위로 볼록하다.
$a<0$, $b=0$에서 $ab=0$이므로 축은 y축과 일치한다.
$c>0$이므로 y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있다.
따라서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

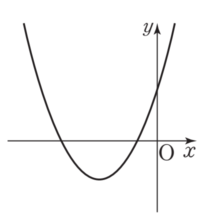
1125

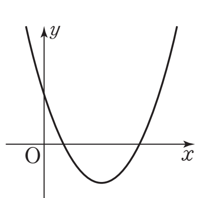
$a>0$, $b<0$, $c>0$일 때, 다음 중 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


③


④


⑤


$a>0$이므로 이차함수의 그래프는 아래로 볼록하다.
$a>0$, $b<0$에서 $ab<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.
$c>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

개념 03

중요

유형 153 이차함수의 식 구하기 (1) - 꼭짓점과 다른 한 점의 좌표를 알 때

꼭짓점의 좌표와 다른 한 점의 좌표를 알 때 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.

❶ 꼭짓점의 좌표가 (p, q)인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

❷ ❶의 식에 그래프 위의 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

1126

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$이고 점 $(-2, 0)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

① $y=-2x^2-12x-16$
② $y=-2x^2-12x+16$
③ $y=-2x^2+12x+16$
④ $y=2x^2+12x-16$
⑤ $y=2x^2+12x+16$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+2$라고 하면 이 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로
$0=a(-2+3)^2+2$
$0=a+2$　　$\therefore a=-2$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-2(x+3)^2+2=-2x^2-12x-16$

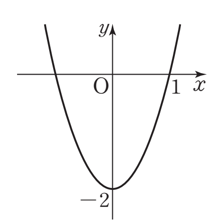
1127

꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$이고 y축과의 교점의 y좌표가 2인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y=ax^2+bx+c$일 때 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오. -3

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a(0-1)^2-3$, $2=a-3$　　$\therefore a=5$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=5(x-1)^2-3=5x^2-10x+2$이므로
$b=-10$, $c=2$
$\therefore a+b+c=5+(-10)+2=-3$

1128

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점이 y축 위에 있는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(1, 0)$을 지날 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값은?



① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

꼭짓점의 좌표가 $(0, -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-2$라고 하면 이 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로 $0=a\times1^2-2$
$a-2=0$　　$\therefore a=2$
따라서 이차함수의 식은 $y=2x^2-2$이므로
$b=0$, $c=-2$
$\therefore a+b-c=2+0-(-2)=4$

개념 03

유형 154 이차함수의 식 구하기 (2) - 축의 방정식과 두 점의 좌표를 알 때

축의 방정식과 두 점의 좌표를 알 때 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.

❶ 축의 방정식이 $x=p$인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

❷ ❶의 식에 그래프 위의 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, q의 값을 구한다.

1129

축의 방정식이 $x=2$이고 두 점 $(-1,\ -6)$, $(1,\ 2)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내시오. $y=-x^2+4x-1$

이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ -6)$을 지나므로

$-6=a(-1-2)^2+q$ $\quad\therefore 9a+q=-6$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로

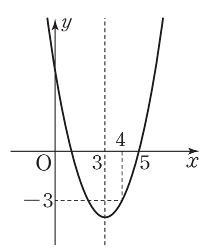
$2=a(1-2)^2+q$ $\quad\therefore a+q=2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x-2)^2+3=-x^2+4x-1$

1130

오른쪽 그림과 같이 축의 방정식이 $x=3$인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y=x^2-6x-5$
② $y=x^2-6x+5$
③ $y=x^2+6x-13$
④ $y=x^2+6x+5$
⑤ $y=x^2+6x+13$

이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(4,\ -3)$을 지나므로

$-3=a(4-3)^2+q$ $\quad\therefore a+q=-3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 이 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$0=a(5-3)^2+q$ $\quad\therefore 4a+q=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-4$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=(x-3)^2-4=x^2-6x+5$

1131

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 축의 방정식이 $x=-1$이고 두 점 $(-2,\ -3)$, $(1,\ 3)$을 지날 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b-c$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ -3)$을 지나므로

$-3=a(-2+1)^2+q$ $\quad\therefore a+q=-3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 이 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=a(1+1)^2+q$ $\quad\therefore 4a+q=3$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=-5$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2(x+1)^2-5=2x^2+4x-3$이므로

$a=2$, $b=4$, $c=-3$

$\therefore a+b-c=2+4-(-3)=9$

개념 03

유형 155 이차함수의 식 구하기 (3) - y축과의 교점과 다른 두 점의 좌표를 알 때

y축과의 교점과 다른 두 점의 좌표를 알 때 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.

❶ y축과 점 $(0,\ k)$에서 만나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+k$로 놓는다.

❷ ❶의 식에 그래프 위의 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

1132

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 y축과 점 $(0,\ 5)$에서 만나고 두 점 $(-1,\ 0)$, $(4,\ 5)$를 지날 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 y축과 점 $(0,\ 5)$에서 만나므로 $c=5$

즉, $y=ax^2+bx+5$의 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=a\times(-1)^2+b\times(-1)+5$ $\quad\therefore a-b=-5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 이 그래프가 점 $(4,\ 5)$를 지나므로 $5=a\times4^2+b\times4+5$

$16a+4b=0$ $\quad\therefore 4a+b=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=4$

$\therefore a+b+c=-1+4+5=8$

1133

세 점 $(0,\ -3)$, $(2,\ -3)$, $(3,\ -9)$를 지나는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-2,\ -1)$ ② $(-1,\ 1)$ ③ $(1,\ -1)$
④ $(1,\ 1)$ ⑤ $(2,\ -1)$

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로 $c=-3$

즉, $y=ax^2+bx-3$의 그래프가 점 $(2,\ -3)$을 지나므로 $-3=a\times2^2+b\times2-3$

$4a+2b=0$ $\quad\therefore 2a+b=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 이 그래프가 점 $(3,\ -9)$를 지나므로 $-9=a\times3^2+b\times3-3$

$9a+3b=-6$ $\quad\therefore 3a+b=-2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

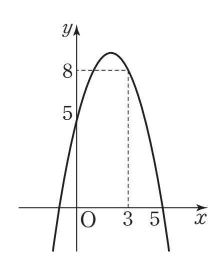
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=4$

$\therefore y=-2x^2+4x-3=-2(x-1)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -1)$이다.

1134

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a-b+c$의 값은?



① 0 ② 1
③ 2 ④ 3
⑤ 4

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 y축과 점 $(0,\ 5)$에서 만나므로 $c=5$

즉, $y=ax^2+bx+5$의 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로 $0=a\times5^2+b\times5+5$

$25a+5b=-5$ $\quad\therefore 5a+b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 이 그래프가 점 $(3,\ 8)$을 지나므로 $8=a\times3^2+b\times3+5$

$9a+3b=3$ $\quad\therefore 3a+b=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=4$

$\therefore a-b+c=-1-4+5=0$

개념 03

유형 156 이차함수의 식 구하기 (4) - x축과의 두 교점과 다른 한 점의 좌표를 알 때

x축과의 두 교점과 그래프 위의 한 점의 좌표를 알 때 이차함수의 식은 다음의 순서로 구한다.

❶ x축과 두 점 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$에서 만나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓는다.

❷ ❶의 식에 그래프 위의 한 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

1135

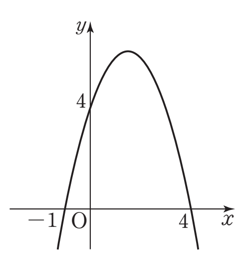
x축과 두 점 $(1,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나고 점 $(2,\ -4)$를 지나는 이차함수의 식은?

① $y=2x^2-10x-8$ √② $y=2x^2-10x+8$
③ $y=2x^2-8x-8$ ④ $y=2x^2+8x+8$
⑤ $y=2x^2+10x+8$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-4)$라고 하면 이 그래프가 점 $(2,\ -4)$를 지나므로
$-4=a(2-1)(2-4)$
$-2a=-4$ $\therefore a=2$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2(x-1)(x-4)=2x^2-10x+8$

1136

오른쪽 그림과 같은 이차함수의 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지날 때, k의 값은?



① 2 ② 4
√③ 6 ④ 8
⑤ 10

이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-4)$라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로
$4=a(0+1)(0-4)$
$4=-4a$ $\therefore a=-1$
따라서 이차함수의 식은 $y=-(x+1)(x-4)$이고, 이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로
$k=-(2+1)(2-4)=6$

1137

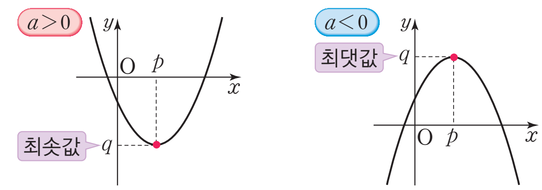
이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 모양이 같고, x축과의 두 교점의 좌표가 $(-2,\ 0)$, $(2,\ 0)$인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 꼭짓점의 좌표를 구하시오. $(0,\ -12)$

이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-2)$라고 하면 이 그래프가 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 모양이 같으므로 $a=3$
따라서 이차함수의 식은 $y=3(x+2)(x-2)=3x^2-12$이므로
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -12)$이다.

개념 04

유형 157 이차함수의 최댓값과 최솟값 (1)

이차함수의 최댓값 또는 최솟값은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼 후 구한다.



➡ 최솟값: $x=p$일 때 q
➡ 최댓값: 없다.

➡ 최솟값: 없다.
➡ 최댓값: $x=p$일 때 q

1138

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+5$가 $x=a$에서 최댓값 b를 갖는다. 이때 $a+b$의 값은?

√① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

$y=-\frac{1}{2}x^2-2x+5=-\frac{1}{2}(x+2)^2+7$
따라서 $x=-2$에서 최댓값 7을 가지므로
$a=-2$, $b=7$
$\therefore a+b=-2+7=5$

1139

다음 이차함수 중 최솟값이 가장 작은 것은?

① $y=x^2-2x-4$ ② $y=x^2-6x+1$
√③ $y=2x^2-8x-1$ ④ $y=2x^2+8x+3$
⑤ $y=4x^2-6$

① $y=x^2-2x-4=(x-1)^2-5$이므로 $x=1$일 때 최솟값 -5를 갖는다.
② $y=x^2-6x+1=(x-3)^2-8$이므로 $x=3$일 때 최솟값 -8을 갖는다.
③ $y=2x^2-8x-1=2(x-2)^2-9$이므로 $x=2$일 때 최솟값 -9를 갖는다.
④ $y=2x^2+8x+3=2(x+2)^2-5$이므로 $x=-2$일 때 최솟값 -5를 갖는다.
⑤ $x=0$일 때 최솟값 -6을 갖는다.

1140

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-3$의 최댓값을 M, 이차함수 $y=3x^2-6x+4$의 최솟값을 m이라고 할 때, $M+m$의 값은?

① 4 ② 5 √③ 6
④ 7 ⑤ 8

$y=-\frac{1}{2}x^2+4x-3=-\frac{1}{2}(x-4)^2+5$이므로 $x=4$일 때 최댓값 5를 갖는다.
$\therefore M=5$
$y=3x^2-6x+4=3(x-1)^2+1$이므로 $x=1$일 때 최솟값 1을 갖는다.
$\therefore m=1$
$\therefore M+m=5+1=6$

유형 158 이차함수의 최댓값과 최솟값 (2)

중요 개념 04

주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 식을 구하여 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼 후 최댓값과 최솟값을 구한다.

1141

이차함수 $y=x^2+kx+1$의 그래프가 점 $(-1, -2)$를 지날 때, 이 이차함수의 최솟값은? (단, k는 상수이다.)

① -5 ✓② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

$y=x^2+kx+1$의 그래프가 점 $(-1, -2)$를 지나므로
$-2=(-1)^2+k\times(-1)+1$
$-2=2-k$ $\therefore k=4$
따라서 이차함수의 식은 $y=x^2+4x+1=(x+2)^2-3$이므로 $x=-2$일 때 최솟값 -3을 갖는다.

1142

이차함수 $y=-x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만날 때, 이 이차함수의 최댓값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ✓⑤ 9

$y=-x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로
$y=-(x+4)(x-2)=-(x+1)^2+9$
따라서 $x=-1$일 때 최댓값 9를 갖는다.

1143

이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 최댓값을 구하시오. 3

$y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-4(x-1)^2+3$
따라서 $x=1$일 때 최댓값 3을 갖는다.

1144

평행이동하면 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 완전히 포갤 수 있고, 점 $(3, 5)$를 지나며 축의 방정식이 $x=2$인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ✓⑤ 2

평행이동하면 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 완전히 포갤 수 있고 축의 방정식이 $x=2$인 이차함수의 그래프의 식을 $y=3(x-2)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(3, 5)$를 지나므로 $5=3\times(3-2)^2+q$
$5=3+q$ $\therefore q=2$
따라서 이차함수의 식은 $y=3(x-2)^2+2$이므로 $x=2$일 때 최솟값 2를 갖는다.

유형 159 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 미지수의 값 구하기 (1)

개념 04

이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 미지수는 다음의 순서로 구한다.
❶ 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼다.
❷ $x=p$일 때 최댓값 또는 최솟값이 q임을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

1145

이차함수 $y=-2(x-3)^2+a$의 최댓값이 2이고, 이차함수 $y=3x^2+b$의 최솟값이 -3일 때, 상수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오. -6

$y=-2(x-3)^2+a$의 최댓값이 2이므로
$a=2$
$y=3x^2+b$의 최솟값이 -3이므로
$b=-3$
$\therefore ab=2\times(-3)=-6$

1146

이차함수 $y=x^2+6x+k-5$의 최솟값이 -15일 때, 상수 k의 값은?

① -5 ② -3 ✓③ -1
④ 1 ⑤ 3

$y=x^2+6x+k-5=(x+3)^2+k-14$
이 함수의 최솟값이 -15이므로
$k-14=-15$ $\therefore k=-1$

1147

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+2x+a+3$의 최솟값이 -4이고, 이 함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 b일 때, $b-a$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① 1 ✓② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

$y=\frac{1}{2}x^2+2x+a+3=\frac{1}{2}(x+2)^2+a+1$
이 함수의 최솟값이 -4이므로
$a+1=-4$ $\therefore a=-5$
따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2+2x-2$이므로 $x=0$을 대입하면
$y=-2$ $\therefore b=-2$
$\therefore b-a=-2-(-5)=3$

개념 04

유형 160 최댓값 또는 최솟값이 주어질 때 미지수의 값 구하기 (2)

(1) $x=p$에서 최솟값 q를 갖는 이차함수의 식
➡ 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q)
➡ $a>0$이므로 $y=a(x-p)^2+q$
(2) $x=p$에서 최댓값 q를 갖는 이차함수의 식
➡ 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q)
➡ $a<0$이므로 $y=a(x-p)^2+q$

1148

이차함수 $y=2x^2+ax+b$가 $x=1$에서 최솟값 3을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

√① -9 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 9

$y=2x^2+ax+b$가 $x=1$에서 최솟값 3을 가지므로
$y=2(x-1)^2+3=2x^2-4x+5$
따라서 $a=-4$, $b=5$이므로
$a-b=-4-5=-9$

1149

$x=-3$에서 최댓값 9를 갖고 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라고 할 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오. -7

$y=ax^2+bx+c$가 $x=-3$에서 최댓값 9를 가지므로
$y=a(x+3)^2+9$
이 그래프가 원점을 지나므로
$0=a(0+3)^2+9$
$9a+9=0$ $\therefore a=-1$
따라서 $y=-(x+3)^2+9=-x^2-6x$이므로
$b=-6$, $c=0$
$\therefore a+b+c=-1-6+0=-7$

1150

이차함수 $y=-4x^2+px+7$이 $x=-1$에서 최댓값 q를 가질 때, $p+q$의 값은? (단, p는 상수이다.)

① 1 ② 2 √③ 3
④ 4 ⑤ 5

$y=-4x^2+px+7$이 $x=-1$에서 최댓값 q를 가지므로
$y=-4(x+1)^2+q=-4x^2-8x-4+q$
따라서 $p=-8$이고 $-4+q=7$이므로 $q=11$
$\therefore p+q=-8+11=3$

개념 04

유형 161 이차함수의 활용 - 합 또는 차가 일정한 두 수의 곱

(1) 합이 a인 두 수
➡ 두 수를 x, $a-x$, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(a-x)$
(2) 차가 a인 두 수
➡ 두 수를 x, $x+a$, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+a)$

1151

합이 12인 두 수의 곱의 최댓값은?

① 12 ② 18 ③ 24
④ 30 √⑤ 36

두 수를 x, $12-x$라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(12-x)=-(x-6)^2+36$
따라서 y는 $x=6$일 때 최댓값 36을 가지므로 구하는 두 수의 곱의 최댓값은 36이다.

1152

합이 18인 두 수의 곱이 최대일 때, 두 수의 차를 구하시오. 0

두 수를 x, $18-x$라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(18-x)=-(x-9)^2+81$
따라서 y는 $x=9$일 때 최댓값 81을 가지므로 두 수의 곱이 최대일 때, 두 수는 모두 9이고 그 차는
$9-9=0$

1153

차가 8인 두 수의 곱의 최솟값을 구하시오. -16

두 수를 x, $x+8$이라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+8)=(x+4)^2-16$
따라서 y는 $x=-4$일 때 최솟값 -16을 가지므로 구하는 두 수의 곱의 최솟값은 -16이다.

1154

차가 10인 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수의 합은?

① -10 ② -5 √③ 0
④ 5 ⑤ 10

두 수를 x, $x+10$이라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+10)=(x+5)^2-25$
따라서 y는 $x=-5$일 때 최솟값 -25를 가지므로 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수는 -5, 5이고 그 합은
$5+(-5)=0$

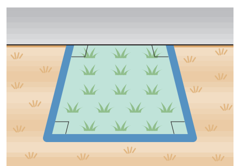
개념 04

중요 유형 162 이차함수의 활용 - 도형의 넓이

변의 길이를 x, 도형의 넓이를 y로 놓고 y를 x에 대한 식으로 나타낸 다음 이 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

1155

오른쪽 그림과 같이 벽과 길이가 20 m인 철망을 이용하여 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하시오.



(단, 철망의 두께는 생각하지 않는다.)

(1) 화단의 세로의 길이를 x m라고 할 때, 화단의 가로의 길이를 구하시오. $(20-2x)$ m

(2) 화단의 넓이를 y m^{2}라고 할 때, 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내시오. $y=-x^2+20x$

(3) 화단의 넓이의 최댓값을 구하시오. 100 m^2

(1) 화단의 세로의 길이를 x m라고 하면 화단의 가로의 길이는 $(20-2x)$ m이다.
(2) 화단의 넓이가 y m^{2}이므로
$y=x(20-x)=-x^2+20x$
(3) $y=-x^2+20x=-(x-10)^2+100$
따라서 y는 $x=10$일 때 최댓값 100을 가지므로 화단의 넓이의 최댓값은 100 m^{2}이다.

1156

둘레의 길이가 120 m인 직사각형 모양의 울타리의 넓이의 최댓값을 구하시오. 900 m^2

둘레의 길이가 120 m인 직사각형 모양의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 60 m이므로 가로의 길이를 x m라고 하면 세로의 길이는 $(60-x)$ m이다.
울타리의 넓이를 y m^{2}라고 하면
$y=x(60-x)=-(x-30)^2+900$
따라서 y는 $x=30$일 때 최댓값 900을 가지므로 울타리의 넓이의 최댓값은 900 m^{2}이다.

1157

한 변의 길이가 12 cm인 정사각형에서 가로의 길이는 x cm만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm만큼 늘여서 새로운 직사각형을 만들었다. 이때 새로 만든 직사각형의 넓이의 최댓값은?

① 90 cm^2 ② 108 cm^2 ③ 126 cm^2
④ 144 cm^2 ✓⑤ 162 cm^2

새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(12-x)$ cm, 세로의 길이는 $(12+2x)$ cm이므로 이 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면
$y=(12-x)(12+2x)=-2(x-3)^2+162$
따라서 y는 $x=3$일 때 최댓값 162를 가지므로 새로 만든 직사각형의 넓이의 최댓값은 162 cm^{2}이다.

개념 04

유형 163 이차함수의 활용 - 식이 주어진 경우

주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾼 후 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

1158

경민이가 지면으로부터 2 m 위에 설치된 로켓발사대에서 초속 20 m로 똑바로 위로 발사한 로켓의 x초 후의 높이를 y m라고 하면 $y=-5x^2+20x+2$인 관계가 성립한다. 발사한 로켓이 가장 높이 올라 갔을 때 지면으로부터의 높이는?

① 20 m ✓② 22 m ③ 24 m
④ 26 m ⑤ 28 m

$y=-5x^2+20x+2=-5(x-2)^2+22$
따라서 y는 $x=2$일 때 최댓값 22를 가지므로 로켓이 가장 높이 올라갔을 때 지면으로부터의 높이는 22 m이다.

1159

바닥에서 물을 쏘는 분수대가 있다. 분수대에서 물을 쏘아 올리면 x초 후의 물의 높이는 $(-5x^2+10x)$ m라고 한다. 이 분수대에서 쏘아 올린 물이 가장 높이 올라갔을 때 지면으로부터의 높이는 몇 m인지 구하시오. 5 m

$y=-5x^2+10x=-5(x-1)^2+5$
따라서 y는 $x=1$일 때 최댓값 5를 가지므로 물이 가장 높이 올라갔을 때 지면으로부터의 높이는 5 m이다.

1160

어느 상점에서 판매하는 제품의 판매 가격 x만 원과 판매 수익 y만 원 사이에 $y=-10x^2+80x$인 관계가 성립한다고 한다. 이 제품의 판매 수익의 최댓값은?

① 150만 원 ✓② 160만 원 ③ 170만 원
④ 180만 원 ⑤ 190만 원

$y=-10x^2+80x=-10(x-4)^2+160$
따라서 y는 $x=4$일 때 최댓값 160을 가지므로 이 제품의 판매 수익의 최댓값은 160만 원이다.

배운내용 점검하기

1161

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+2$를 $y=a(x-p)^2+q$로 나타낼 때, 상수 a, p, q에 대하여 $a+p+q$의 값을 구하시오. $\frac{5}{2}$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+2=\frac{1}{2}(x-2)^2$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $p=2$, $q=0$이므로

$a+p+q=\frac{1}{2}+2+0=\frac{5}{2}$

1162

이차함수 $y=x^2-2ax+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, b)$일 때, $a+b$의 값은? (단, a는 상수이다.)

① -11 ✓② -4 ③ 0
④ 4 ⑤ 11

$y=x^2-2ax+2=(x-a)^2-a^2+2$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3, b)$이므로 $a=3$
$b=-a^2+2=-3^2+2=-7$
$\therefore a+b=3+(-7)=-4$

1163

다음 이차함수 중 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은?

① $y=x^2+3$ ② $y=(x+2)^2+3$
③ $y=x^2+4x$ ✓④ $y=x^2-6x+2$
⑤ $y=-(x-1)^2+2$

각 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 다음과 같다.
① $x=0$ ② $x=-2$ ③ $x=-2$ ④ $x=3$ ⑤ $x=1$

1164

이차함수 $y=2x^2+3x-5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표를 각각 p, q라 하고, y축과 만나는 점의 y좌표를 r이라고 할 때, $p+q-r$의 값은?

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ✓③ $\frac{7}{2}$
④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

$y=2x^2+3x-5$에 $y=0$을 대입하면
$2x^2+3x-5=0$
$(2x+5)(x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=1$
$y=2x^2+3x-5$에 $x=0$을 대입하면
$y=-5$
따라서 $p=-\frac{5}{2}$, $q=1$, $r=-5$ 또는 $p=1$, $q=-\frac{5}{2}$, $r=-5$이므로
$\therefore p+q-r=1-\frac{5}{2}-(-5)=\frac{7}{2}$

1165

이차함수 $y=-3x^2+12x-7$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면 ✓② 제2사분면 ③ 제3사분면
④ 제4사분면 ⑤ 없다.

$y=-3x^2+12x-7=-3(x-2)^2+5$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 5)$, y축과의 교점의 좌표는 $(0, -7)$이고 위로 볼록하므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.

1166

$y=-\frac{1}{2}x^2+3x-4$의 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x<-3$ ② $x>-3$ ✓③ $x<3$
④ $x>3$ ⑤ $x<6$

$y=-\frac{1}{2}x^2+3x-4=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{1}{2}$
이 이차함수의 그래프는 위로 볼록하고 축의 방정식은 $x=3$이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<3$이다.

1167 풍쌤 PICK

다음 중 이차함수 $y=4x^2+8x+5$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

✓① 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$이다.
② 위로 볼록한 그래프이다.
③ y축과의 교점의 y좌표는 -5이다.
④ 모든 사분면을 지난다.
✓⑤ $x>-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$y=4x^2+8x+5=4(x+1)^2+1$
② 아래로 볼록한 그래프이다.
③ $y=4x^2+8x+5$에 $x=0$을 대입하면 $y=5$이므로 y축과의 교점의 y좌표는 5이다.
④ 제1, 2사분면을 지난다.

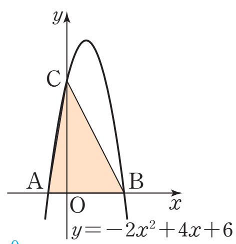
1168 풍쌤 PICK

이차함수 $y=-2x^2-8x-7$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하시오. $(1,\ 4)$

$y=-2x^2-8x-7=-2(x+2)^2+1$
이 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y-3=-2(x-3+2)^2+1$ $\quad\therefore y=-2(x-1)^2+4$
따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

1169

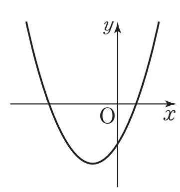
이차함수 $y=-2x^2+4x+6$의 그래프와 x축이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고 y축과의 교점을 C라고 할 때, $\triangle$ABC의 넓이를 구하시오. 12



$y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면 $-2x^2+4x+6=0$
$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 A$(-1,\ 0)$, B$(3,\ 0)$이므로 $\overline{AB}=3-(-1)=4$
$y=-2x^2+4x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$ $\quad\therefore$ C$(0,\ 6)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times6=12$

1170

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c의 부호는?



① $a>0,\ b>0,\ c>0$
✓② $a>0,\ b>0,\ c<0$
③ $a<0,\ b>0,\ c>0$
④ $a<0,\ b<0,\ c>0$
⑤ $a<0,\ b<0,\ c<0$

그래프의 모양이 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
$a>0$, $ab>0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

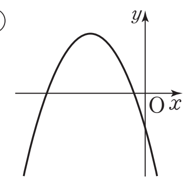
1171

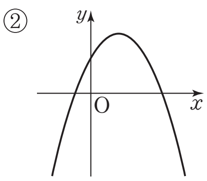
꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 3)$이고 점 $(2,\ -1)$을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y=ax^2+bx+c$일 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오. 2

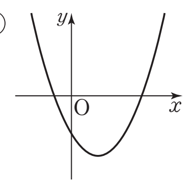
이차함수의 식을 $y=ax^2+3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=a\times2^2+3$, $-1=4a+3$ $\quad\therefore a=-1$
따라서 이차함수의 식은 $y=-x^2+3$이므로
$a=-1$, $b=0$, $c=3$
$\therefore a+b+c=-1+0+3=2$

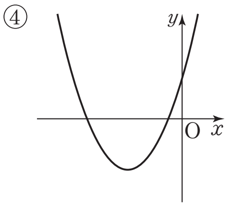
1172

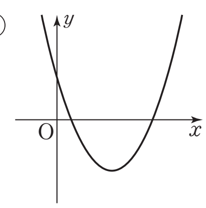
$a>0$, $b<0$, $c<0$일 때, 다음 중 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프로 알맞은 것은?

①


②


✓③


④


⑤


$a>0$이므로 이차함수의 그래프의 모양은 아래로 볼록하다.
$a>0$, $b<0$에서 $ab<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.
$c<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

1173

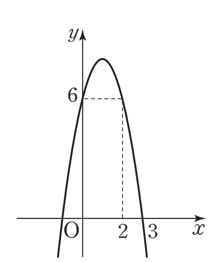
축의 방정식이 $x=-1$이고 두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ -5)$를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

① $y=-2x^2-4x-1$ ✓② $y=-2x^2-4x+1$
③ $y=-2x^2+4x+1$ ④ $y=2x^2-4x-1$
⑤ $y=2x^2-4x+1$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=a(0+1)^2+q$ $\quad\therefore a+q=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
또, 이 그래프가 점 $(1,\ -5)$를 지나므로
$-5=a(1+1)^2+q$ $\quad\therefore 4a+q=-5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $q=3$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-2(x+1)^2+3=-2x^2-4x+1$

1174

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오. 8



$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 y축과 점 $(0,\ 6)$에서 만나므로
$c=6$
즉, $y=ax^2+bx+6$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로
$0=a\times3^2+b\times3+6$, $9a+3b=-6$
$\therefore 3a+b=-2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
또, 이 그래프가 점 $(2,\ 6)$을 지나므로
$6=a\times2^2+b\times2+6$, $4a+2b=0$
$\therefore 2a+b=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=4$
$\therefore a+b+c=-2+4+6=8$

1175

x축과 두 점 $(-4,\ 0)$, $(-1,\ 0)$에서 만나고 점 $(-2,\ 6)$을 지나는 이차함수의 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오. -30

이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x+4)$라고 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로
$6=a(-2+1)\times(-2+4)$
$6=-2a$ $\quad\therefore a=-3$
따라서 이차함수의 식은 $y=-3(x+1)(x+4)$이고, 이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로
$k=-3\times(1+1)\times(1+4)=-30$

1176

이차함수 $y=-x^2+12x-35$가 $x=a$에서 최댓값 b를 갖는다. 이때 $a-b$의 값은?

√① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

$y=-x^2+12x-35=-(x-6)^2+1$
따라서 $x=6$에서 최댓값 1을 가지므로
$a=6,\ b=1$
$\therefore a-b=6-1=5$

1177

이차함수 $y=-2x^2+kx-3$의 그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지날 때, 이 이차함수의 최댓값은? (단, k는 상수이다.)

① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 √⑤ 5

$y=-2x^2+kx-3$의 그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지나므로
$5=-2\times2^2+k\times2-3$
$5=-11+2k$ $\quad\therefore k=8$
따라서 이차함수의 식은 $y=-2x^2+8x-3=-2(x-2)^2+5$이므로
$x=2$일 때 최댓값 5를 갖는다.

1178

이차함수 $y=-x^2-6x+k-15$의 최댓값이 8일 때, 상수 k의 값을 구하시오. 14

$y=-x^2-6x+k-15=-(x+3)^2+k-6$
이 함수의 최댓값이 8이므로
$k-6=8$ $\quad\therefore k=14$

1179

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$가 $x=3$에서 최솟값 $\frac{3}{2}$을 가질 때, 상수 $a,\ b$에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. 3

$y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$가 $x=3$에서 최솟값 $\frac{3}{2}$을 가지므로
$y=\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}x^2-3x+6$
따라서 $a=-3,\ b=6$이므로
$a+b=-3+6=3$

1180 풍쌤 PICK

합이 16인 두 수의 곱이 최대일 때, 두 수의 차는?

① -16 ② -8 ③ -4
√④ 0 ⑤ 4

두 수를 $x,\ 16-x$라 하고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(16-x)=-x^2+16x$
$=-(x-8)^2+64$
따라서 y는 $x=8$일 때 최댓값 64를 가지므로 두 수의 곱이 최대일 때, 두 수는 모두 8이고 그 차는
$8-8=0$

1181

밑변의 길이와 높이의 합이 40 cm인 삼각형의 넓이의 최댓값은?

① 160 cm^2 √② 200 cm^2 ③ 240 cm^2
④ 280 cm^2 ⑤ 320 cm^2

밑변의 길이를 x cm라고 하면 높이는 $(40-x)$ cm이므로
삼각형의 넓이를 $y\ \text{cm}^2$라고 하면
$y=\frac{1}{2}x(40-x)=-\frac{1}{2}x^2+20x$
$=-\frac{1}{2}(x-20)^2+200$
따라서 y는 $x=20$일 때 최댓값 200을 가지므로 삼각형의 넓이의 최댓값은 200 cm^2이다.

1182

지면으로부터 50 m의 높이의 건물 옥상에서 초속 20 m로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x초 후의 높이를 y m라고 하면 $y=-5x^2+20x+50$인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하시오. 70 m

$y=-5x^2+20x+50=-5(x-2)^2+70$
따라서 y는 $x=2$일 때 최댓값 70을 가지므로 가장 높이 올라갔을 때 지면으로부터의 높이는 70 m이다.

제곱근표 1

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343

제곱근표

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161

제곱근표 3

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987
16	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111
17	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231
18	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347
19	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908
35	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992
36	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075
37	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156
38	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237
39	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.301	6.309	6.317
40	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395
41	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473
42	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550
43	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626
44	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701
45	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775
46	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993
49	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064
50	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134
51	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204
52	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273
53	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342
54	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995

MEMO

MEMO

MEMO

MEMO

MEMO