최상위권을 향한
고난도 공략 프로젝트

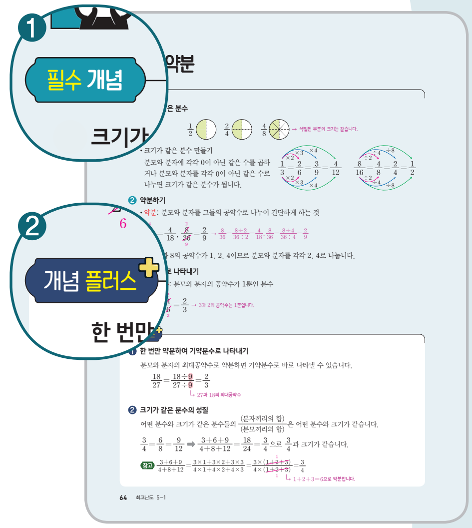
최고 난도

초등 수학 5-1

구성과 특징

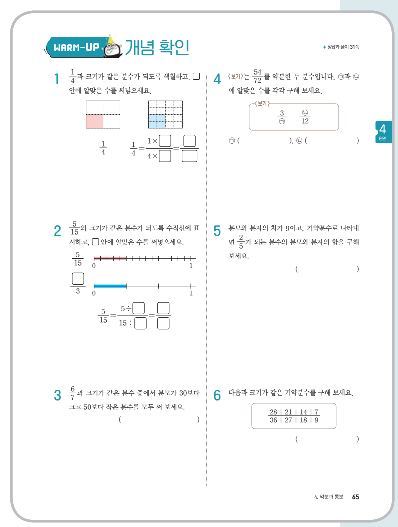
개념 학습

❶ 단원 내에서 학습해야 하는 필수 개념 제시
❷ 문제 해결력과 수학적 사고 능력을 키우는 확장된 개념 제시



1 WARM-UP 개념 확인

· 개념 학습을 바탕으로 한 필수 유형 문항 제시

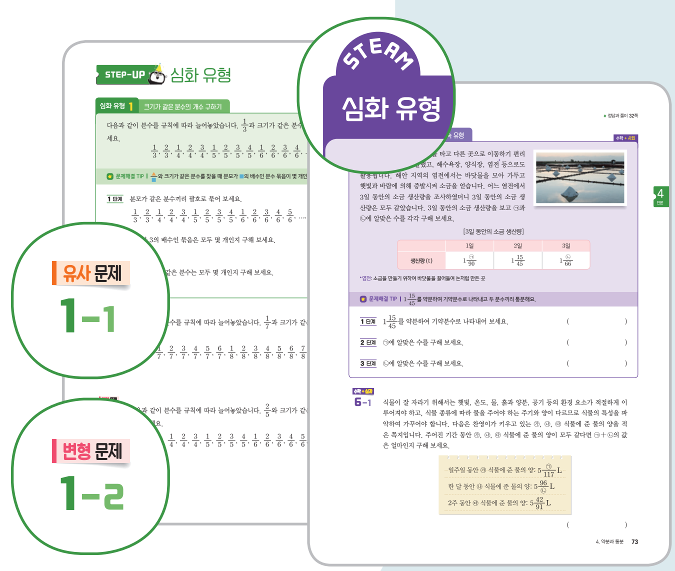


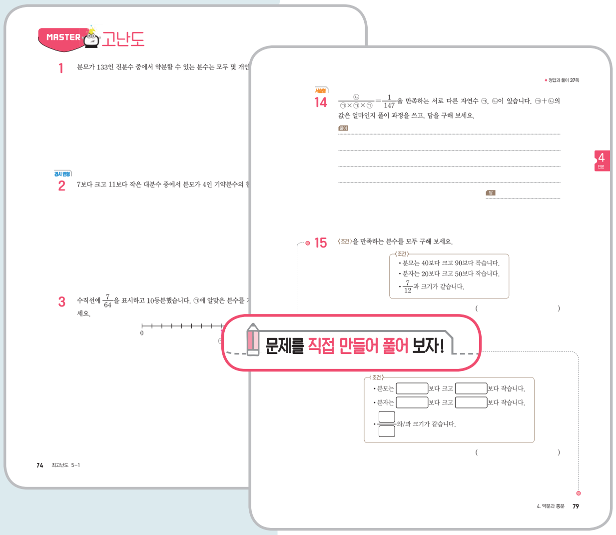
2 STEP-UP 심화 유형

· 단계적으로 문제를 해결하며 전략적으로 학습
· 주요 유형별 유사 문제 와 변형 문제 를 제시

STEAM [수학+과학]

· 생활 속에서 접할 수 있는 다른 과목과의 융합형 문항 제시





3 MASTER 고난도

· 경시 변형, 신경향, 서술형, 통합 교과 등 다양한 성격의 고난도 문항 제시

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

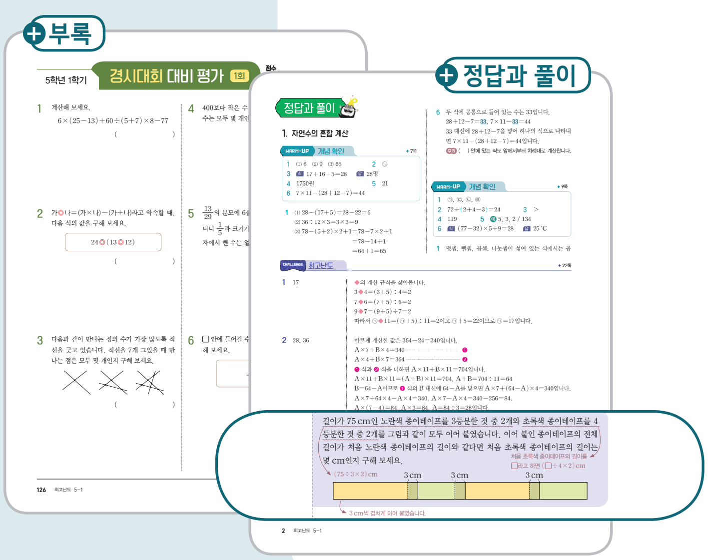
· 수학 문항을 직접 만들어 봄으로써, 출제자의 의도를 파악하며 수학적 사고 능력을 발현

4 CHALLENGE 최고난도

· 단원별로 엄선된 최고난도 수준의 문항을 제시
· 수학적 사고 능력과 문제 해결력을 극대화

창의·사고력

· 사고력을 자극하는 창의적인 문항 제시
· 토론 학습 구현 및 사고의 유연성 확장



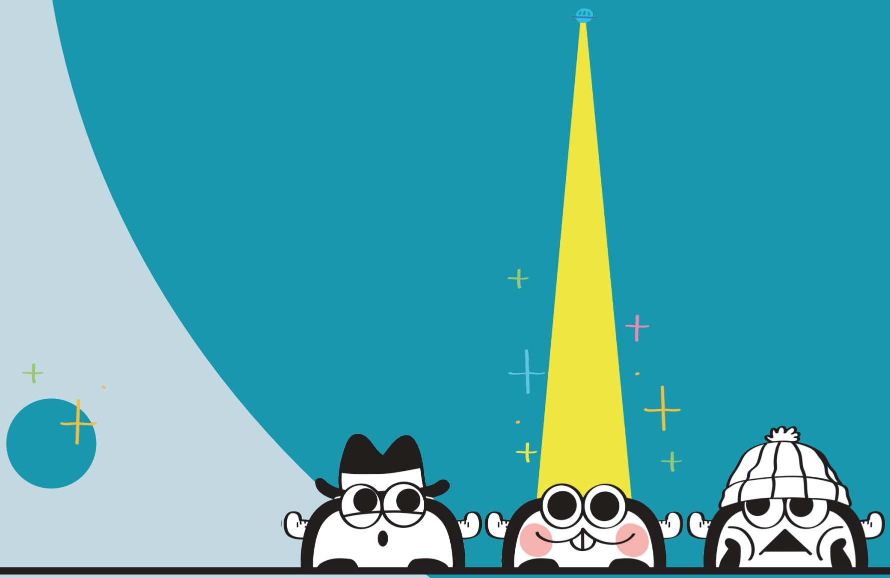
부록

· 학기별 경시대회 대비 평가 2회 제공

정답과 풀이

· 자세하고 다양한 풀이를 제공
· 첨삭을 통하여 문제의 해결 방향 및 방법 제시

차례



1

자연수의 혼합 계산

1 자연수의 혼합 계산(1)

필수 개념

❶ 덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식

앞에서부터 차례대로 계산합니다. (　　)가 있는 식에서는 (　　) 안을 먼저 계산합니다.

$18+21-11=39-11$
$=28$

$39-(9+18)+5=39-27+5$
$=12+5$
$=17$

❷ 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식

앞에서부터 차례대로 계산합니다. (　　)가 있는 식에서는 (　　) 안을 먼저 계산합니다.

$24\times3\div8=72\div8$
$=9$

$48\div(2\times4)\times3=48\div8\times3$
$=6\times3$
$=18$

❸ 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 섞여 있는 식

곱셈을 먼저 계산하고, (　　)가 있는 식에서는 (　　) 안을 먼저 계산합니다.

$8\times9+6-13=72+6-13$
$=78-13$
$=65$

$12\times(6+2)-3=12\times8-3$
$=96-3$
$=93$

개념 플러스

❶ 주어진 식에서 공통인 수를 찾아 수 대신 식을 넣어 하나의 식으로 만들기

$2+6=8$, $72\div8=9$ → 8 대신에 2+6을 넣습니다.

➡ $72\div(2+6)=9$

$25-8=17$, $86-2\times17+6=58$ → 17 대신에 25-8을 넣습니다.

➡ $86-2\times(25-8)+6=58$

주의 수를 대신하여 넣는 식은 순서가 바뀌지 않도록 (　　)로 묶습니다.

❷ 덧셈과 곱셈에 대한 계산 법칙

• 교환법칙: 덧셈 또는 곱셈에서 계산 순서를 바꾸어도 계산 결과가 같습니다.

$3+4=4+3$　　$2\times10=10\times2$

• 결합법칙: 세 수의 덧셈 또는 곱셈에서 어떤 두 수를 먼저 계산해도 계산 결과가 같습니다.

$\underbrace{\underbrace{(5+6)}_{11}+9}_{20}=\underbrace{5+\underbrace{(6+9)}_{15}}_{20}$　　$\underbrace{\underbrace{(7\times3)}_{21}\times2}_{42}=\underbrace{7\times\underbrace{(3\times2)}_{6}}_{42}$

• 분배법칙: 어떤 수에 두 수의 합을 곱한 값은 어떤 수와 두 수를 각각 곱한 것의 합과 같습니다.

$\underbrace{8\times\underbrace{(11+1)}_{12}}_{96}=\underbrace{\underbrace{8\times11}_{88}+\underbrace{8\times1}_{8}}_{96}$　　$\underbrace{\underbrace{(4+6)}_{10}\times2}_{20}=\underbrace{\underbrace{4\times2}_{8}+\underbrace{6\times2}_{12}}_{20}$

WARM-UP 개념 확인

1 계산해 보세요.

(1) $28-(17+5)=6$

(2) $36\div12\times3=9$

(3) $78-(5+2)\times2+1=65$

풀이 (1) $28-(17+5)=28-22=6$

(2) $36\div12\times3=3\times3=9$

(3) $78-(5+2)\times2+1=78-7\times2+1$
$=78-14+1$
$=64+1=65$

2 ( )가 없어도 계산 결과가 같은 식을 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ $64\div(2\times4)$
㉡ $12\times3\times(10\div2)$
㉢ $6\times14\div(7\times3)$

(㉡)

풀이 ㉠ $64\div(2\times4)=64\div8=8$
$64\div2\times4=32\times4=128$
㉡ $12\times3\times(10\div2)=12\times3\times5=36\times5=180$
$12\times3\times10\div2=36\times10\div2=360\div2=180$
㉢ $6\times14\div(7\times3)=6\times14\div21=84\div21=4$
$6\times14\div7\times3=84\div7\times3=12\times3=36$

주의 ( ) 앞에 ×가 있으면 ( )가 없어도 계산 결과가 같습니다.

3 시영이네 반에는 남학생이 17명, 여학생이 16명이 있습니다. 그중에서 동생이 있는 학생이 5명이라면 시영이네 반에서 동생이 없는 학생은 몇 명인지 하나의 식으로 나타내어 구해 보세요.

식 $17+16-5=28$

답 28명

풀이 (시영이네 반에서 동생이 없는 학생 수)
=(시영이네 반 학생 수)−(동생이 있는 학생 수)
$=17+16-5=33-5=28$(명)

4 공용자전거 1대를 1시간 동안 빌리는 대여료는 2100원입니다. 친구 6명이 자전거 5대를 1시간 동안 빌려 타고, 대여료를 똑같이 나누어 내려고 합니다. 한 사람이 내야 하는 돈은 얼마인지 구해 보세요.

(1750원)

풀이 (한 사람이 내야 하는 돈)
=(공용자전거 1대를 1시간 동안 빌리는 대여료)
×(빌린 자전거 수)÷(사람 수)
$=2100\times5\div6=10500\div6=1750$(원)

5 □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

$$5\times(\square-11)+22=72$$

(21)

풀이 계산을 거꾸로 하여 □ 안에 알맞은 수를 구합니다.

$5\times(\square-11)+22=72$

① ② ③

③ $72-22=50$이고,
② $50\div5=10$이므로
① $\square-11=10$입니다.

따라서 □ 안에 알맞은 수는 21입니다.

6 두 식을 하나의 식으로 나타내어 보세요.

$28+12-7=33$
$7\times11-33=44$

➡ $7\times11-(28+12-7)=44$

풀이 두 식에 공통으로 들어 있는 수는 33입니다.
$28+12-7=33$, $7\times11-33=44$
33 대신에 $28+12-7$을 넣어 하나의 식으로 나타내면
$7\times11-(28+12-7)=44$입니다.

주의 ( ) 안에 있는 식도 앞에서부터 차례대로 계산합니다.

2 자연수의 혼합 계산(2)

필수 개념

① 덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식

나눗셈을 먼저 계산하고, (　　)가 있는 식에서는 (　　) 안을 먼저 계산합니다.

$16 \div 2 + 6 - 1 = 8 + 6 - 1$
$= 14 - 1$
$= 13$

$20 \div (8-4) + 11 = 20 \div 4 + 11$
$= 5 + 11$
$= 16$

② 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식

곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, (　　)가 있는 식에서는 (　　) 안을 먼저 계산합니다.

$5 + 30 \div 6 \times 2 - 8 = 5 + 5 \times 2 - 8$
$= 5 + 10 - 8$
$= 15 - 8$
$= 7$

$4 + 24 \div (9-5) \times 3 = 4 + 24 \div 4 \times 3$
$= 4 + 6 \times 3$
$= 4 + 18$
$= 22$

개념 플러스

① 식이 성립하도록 (　　)로 묶기

$8+1\times12\div4-2=14$가 성립하도록 차례대로 (　　)로 묶어 계산합니다.

↳ (　　)가 없어도 먼저 계산하는 부분이므로 (　　)로 묶는 경우에서 제외합니다.

- $(8+1)\times12\div4-2=9\times12\div4-2=108\div4-2=27-2=25$ (×)
- $8+1\times(12\div4)-2=8+1\times3-2=8+3-2=11-2=9$ (×)
- $8+1\times12\div(4-2)=8+1\times12\div2=8+12\div2=8+6=14$ (○)

참고 두 수로 이루어진 부분을 (　　)로 묶어 보고 식이 성립하지 않으면 세 수로 이루어진 부분을 (　　)로 묶어 봅니다.

- $(8+1\times12)\div4-2=(8+12)\div4-2=20\div4-2=5-2=3$ (×)
- $8+1\times(12\div4-2)=8+1\times(3-2)=8+1\times1=8+1=9$ (×)

주의 (　　) 안에 있는 세 수로 이루어진 식도 계산 순서에 맞게 계산합니다.

② 계산 결과가 가장 큰(작은) 값이 되도록 식 만들기

- 계산 결과가 가장 큰 값이 되는 식 만들기
  ➡ 더하는(곱하는) 두 수는 크게, 빼는(나누는) 수는 작게 하기
- 계산 결과가 가장 작은 값이 되는 식 만들기
  ➡ 더하는(곱하는) 두 수는 작게, 빼는(나누는) 수는 크게 하기

주의 나누어지는 수가 나누는 수보다 커야 합니다.

1 계산 순서에 맞게 차례대로 기호를 써 보세요.

$$45 \div 9 + 6 \times 4 - 10$$

㉠ ㉡ ㉢ ㉣

(㉠, ㉢, ㉡, ㉣)

풀이 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산합니다.

$45 \div 9 + 6 \times 4 - 10$

① ② ③ ④

2 식이 성립하도록 ( )로 묶어 보세요.

$$72 \div (2 + 4 - 3) = 24$$

풀이 $72 \div 2$는 ( )가 없어도 먼저 계산하는 부분이므로 ( )로 묶는 경우에서 제외합니다.

$72 \div (2+4) - 3 = 72 \div 6 - 3 = 12 - 3 = 9$ (×)

$72 \div 2 + (4-3) = 72 \div 2 + 1 = 36 + 1 = 37$ (×)

두 수로 이루어진 부분을 ( )로 묶어 보고, 식이 성립하지 않으면 세 수로 이루어진 부분을 ( )로 묶어 봅니다.

$72 \div (2+4-3) = 72 \div (6-3) = 72 \div 3 = 24$ (○)

3 계산 결과를 비교하여 ○ 안에 >, =, < 중 알맞은 것을 써넣으세요.

$45 - (10+6) \div 4$ (>) $(55-7) \div 8 + 6$

풀이 $45 - (10+6) \div 4 = 45 - 16 \div 4 = 45 - 4 = 41$

$(55-7) \div 8 + 6 = 48 \div 8 + 6 = 6 + 6 = 12$

따라서 $45 - (10+6) \div 4 > (55-7) \div 8 + 6$입니다.

4 〈보기〉를 채원이는 계산 순서를 생각하지 않고 앞에서부터 계산하였고, 태준이는 계산 순서에 맞게 바르게 계산하였습니다. 채원이와 태준이가 계산한 계산 결과의 합을 구해 보세요.

〈보기〉

$$3 \times 29 + 3 - 16 \div 2$$

(119)

풀이 채원: $3 \times 29 + 3 - 16 \div 2 = 87 + 3 - 16 \div 2 = 90 - 16 \div 2$
$= 74 \div 2 = 37$

태준: $3 \times 29 + 3 - 16 \div 2 = 87 + 3 - 16 \div 2 = 87 + 3 - 8$
$= 90 - 8 = 82$

따라서 채원이와 태준이가 계산한 계산 결과의 합은 $37 + 82 = 119$입니다.

5 수 카드 2, 3, 5를 한 번씩 사용하여 다음 식을 만들려고 합니다. 계산 결과가 가장 큰 값이 되도록 식을 만들고, 계산하여 답을 구해 보세요. 예

$$68 \times (\boxed{5} + \boxed{3}) \div 4 - \boxed{2} = \boxed{134}$$

풀이 계산 결과가 가장 큰 값이 되려면 곱하는 두 수를 크게, 빼는 수를 작게 하여 식을 만듭니다.

따라서 68과 곱하는 수가 가장 큰 값이어야 하므로 곱하는 수는 $5+3$, 빼는 수는 2로 하여 식을 만들고 계산합니다.

$68 \times (5+3) \div 4 - 2 = 68 \times 8 \div 4 - 2 = 544 \div 4 - 2$
$= 136 - 2 = 134$

6 온도를 나타내는 단위에는 섭씨(°C)와 화씨(°F)가 있습니다. 화씨온도에서 32를 뺀 수에 5를 곱하고 9로 나누면 섭씨온도가 됩니다. 현재 기온이 77 °F일 때 섭씨온도로 나타내면 몇 도(°C)인지 하나의 식으로 나타내어 구해 보세요.

식 $(77-32) \times 5 \div 9 = 25$

답 25 °C

풀이 (섭씨온도)
=(화씨온도−32)×5÷9
$= (77-32) \times 5 \div 9 = 45 \times 5 \div 9 = 225 \div 9 = 25$(°C)

따라서 현재 기온을 섭씨온도로 나타내면 25 °C입니다.

주의 화씨온도에서 32를 뺀 부분을 먼저 계산해야 하므로 ( )로 묶어 나타냅니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 모르는 수를 □라고 하여 계산하기

어떤 수에 12를 더한 뒤 2를 곱한 값은 30과 6을 더한 값과 같았습니다. 어떤 수는 얼마인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | 어떤 수를 □라고 하여 식을 세워요.

1 단계 어떤 수를 □라고 하여 식을 세워 보세요.

풀이 어떤 수에 12를 먼저 더해야 하므로 ( )로 묶어 나타내고,
그 뒤에 2를 곱한 것을 식으로 나타내면 $(\square+12)\times2$입니다.
이 식이 30과 6을 더한 값과 같으므로 $(\square+12)\times2=30+6$입니다.

식 $(\square+12)\times2=30+6$

2 단계 식에서 계산 순서를 거꾸로 하여 □를 구해 보세요.

풀이 $(\square+12)\times2=30+6=36$, $\square+12=36\div2=18$, $\square=18-12=6$이므로 어떤 수는 6입니다.

(6)

유사 문제

1-1 어떤 수를 5로 나눈 몫에 6과 3의 곱을 더했더니 9와 5의 차에 27을 더한 값과 같았습니다. 어떤 수는 얼마인지 구해 보세요.

(65)

풀이 어떤 수를 □라고 하여 식을 세워 봅니다.
$\square\div5+6\times3=9-5+27$, $\square\div5+18=9-5+27=4+27=31$, $\square\div5=31-18=13$, $\square=13\times5=65$이므로 어떤 수는 65입니다.

변형 문제

1-2 97에서 어떤 수와 3의 곱을 빼야 하는데 잘못하여 97에 어떤 수를 더하고 4를 곱하였더니 420이 되었습니다. 바르게 계산한 값을 구해 보세요.

(73)

풀이 어떤 수를 □라고 하여 잘못 계산한 식을 세우면 $(97+\square)\times4=420$이고,
$97+\square=420\div4=105$, $\square=105-97=8$이므로 어떤 수는 8입니다.
따라서 바르게 계산하면 $97-8\times3=97-24=73$이므로 바르게 계산한 값은 73입니다.
주의 잘못 계산한 식으로 어떤 수를 먼저 구해야 합니다.

45+12÷4−8×2=32 (×), 45+12÷4×8−2=67 (×), 45−12÷4+8×2=58 (○), 45−12÷4×8+2=23 (×),
45×12÷4+8−2=141 (×), 45×12÷4−8+2=129 (×)
45+12−4×8÷2=41 (×), 45+12×4−8÷2=89 (×), 45−12+4×8÷2=49 (×), 45−12×4+8÷2 (×),
45×12+4−8÷2=540 (×), 45×12−4+8÷2=540 (×)
45+12×4÷8−2=49 (×), 45−12×4÷8+2=41 (×)

심화 유형 2 식이 성립하도록 +, −, ×, ÷ 넣기

식이 성립하도록 □ 안에 +, −, ×, ÷ 중 알맞은 것을 한 번씩 써넣으세요.

$$45 \square 12 \square 4 \square 8 \square 2=58$$

문제해결 TIP | ÷가 들어갈 수 있는 곳은 제한적이므로 먼저 생각해요.

1 단계 ÷가 들어갈 수 있는 곳을 먼저 찾아 ○표 하세요.

① (앞의 수)>(뒤의 수)이고 (앞의 수)÷(뒤의 수)가 나누어떨어지는 경우

$45 \boxed{\div} 12 \square 4 \square 8 \square 2=58$ (　)

$45 \square 12 \boxed{\div} 4 \square 8 \square 2=58$ (○)

$45 \square 12 \square 4 \square 8 \boxed{\div} 2=58$ (○)

② (앞의 수)<(뒤의 수)일 때 (앞앞의 수)와 (앞의 수)를 계산한 값이 (뒤의 수)로 나누어떨어지는 경우

$45 \square 12 \boxed{\times} 4 \boxed{\div} 8 \square 2=58$ (○)

풀이 (　)가 없는 식에서 (앞앞의 수)와 (앞의 수)를 계산한 값이 (뒤의 수)로 나누어떨어지려면 (앞앞의 수)와 (앞의 수)를 먼저 계산해야 하는 곱셈으로 계산해야 합니다.

2 단계 계산 결과가 58이 나오는 경우를 찾아 □ 안에 나머지 기호를 써넣으세요.

$$45 \boxed{-} 12 \boxed{\div} 4 \boxed{+} 8 \boxed{\times} 2=58$$

풀이 +, ×는 계산 결과가 커지고 −, ÷는 계산 결과가 작아짐을 생각하여 +, −, ×, ÷를 넣어 58이 나오는 경우를 찾습니다.

유사 문제

2-1

식이 성립하도록 □ 안에 +, −, ×, ÷ 중 알맞은 것을 한 번씩 써넣으세요.

$$60 \boxed{\div} 5 \boxed{+} 4 \boxed{\times} 3 \boxed{-} 2=22$$

풀이 ÷가 들어갈 수 있는 곳을 먼저 찾고, 남은 위치에 나머지 기호를 넣어 계산해 봅니다.
÷가 들어갈 수 있는 곳 ➡ $60 \boxed{\div} 5 \square 4 \square 3 \square 2=22$
60÷5+4−3×2=10 (×), 60÷5+4×3−2=22 (○), 60÷5−4+3×2=14 (×), 60÷5−4×3+2=2 (×),
60÷5×4+3−2=49 (×), 60÷5×4−3+2=47 (×)

변형 문제

2-2

식이 성립하도록 □ 안에 +, −, ×, ÷ 중 알맞은 것을 한 번씩 써넣으세요.

$$(4 \boxed{+} 4) \boxed{\times} (4 \boxed{-} 4 \boxed{\div} 4)=24$$

풀이 24가 두 수 $(4 \square 4)$와 $(4 \square 4 \square 4)$를 계산한 값이므로 두 수의 계산으로 24가 나올 수 있는 경우를 생각해 봅니다.
$(4 \square 4) \boxed{\div} (4 \square 4 \square 4)=24$ ➡ 24÷1, 48÷2, ...
이때 $(4 \square 4)$는 24보다 크게 만들 수 없으므로 식이 성립하지 않습니다.
$(4 \square 4) \boxed{\times} (4 \square 4 \square 4)=24$ ➡ 1×24, 2×12, 3×8, 4×6, 6×4, 8×3, 12×2, 24×1
이때 $(4 \square 4)$는 2, 3, 4, 6, 12, 24를 만들 수 없으므로 성립하는 경우는 1×24, 8×3입니다.
$\underbrace{(4 \boxed{\div} 4)}_{1} \boxed{\times} \underbrace{(4 \square 4 \square 4)}_{24}=24$ (×)
$\underbrace{(4 \boxed{+} 4)}_{8} \boxed{\times} \underbrace{(4 \boxed{-} 4 \boxed{\div} 4)}_{3}=24$ (○)

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 3 약속에 따라 식 세워 계산하기

㉠◎㉡=㉠×㉡+㉠-㉡이라고 약속할 때, 다음 식의 값을 구해 보세요.

(6◎9)◎21

문제해결 TIP | (　) 안의 식부터 약속한 식으로 나타내어 계산해요.

1 단계 (　) 안의 6◎9부터 약속한 식으로 계산한 값을 구해 보세요.

풀이 6◎9=6×9+6-9=54+6-9=60-9=51　(51)

2 단계 (　) 안을 계산해서 나온 수와 21을 약속한 식으로 계산한 값을 구해 보세요.

풀이 51◎21=51×21+51-21=1071+51-21=1122-21=1101　(1101)

유사 문제

3-1 ㉠◆㉡=㉠×2+㉡÷2라고 약속할 때, 다음 식의 값을 구해 보세요.

17◆(31◆12)

(68)

풀이 (　) 안의 31◆12부터 약속한 식으로 나타내어 계산합니다.
31◆12=31×2+12÷2=62+12÷2=62+6=68
17과 (　) 안을 계산해서 나온 수를 약속한 식으로 나타내어 계산합니다.
17◆68=17×2+68÷2=34+68÷2=34+34=68

변형 문제

3-2 ㉠▲㉡=㉠×㉡-㉠÷㉡이라고 약속할 때, □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

(24▲2)▲□=320

(9)

풀이 (　) 안의 24▲2부터 약속한 식으로 나타내어 계산합니다.
24▲2=24×2-24÷2=48-24÷2=48-12=36
36▲□=320이므로 약속한 식으로 나타내면 36×□-36÷□=320입니다. 36÷□가 나누어떨어져야 하므로 □가 될 수 있는 수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이고, 36×□는 320보다 커야 하므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 중 □가 될 수 있는 수는 9, 12, 18, 36입니다.
□=9로 하여 계산하면 36×9-36÷9=324-36÷9=324-4=320이므로 □ 안에 알맞은 수는 9입니다.

심화 유형 4 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수 구하기

$\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 큰 자연수를 구해 보세요.

$$4\times\square<36\div(3\times4)+22$$

문제해결 TIP | $>$ 또는 $<$를 $=$로 놓고 생각해요.

1 단계 $36\div(3\times4)+22$를 계산해 보세요.

풀이 $36\div(3\times4)+22=36\div12+22=3+22=25$

(25)

2 단계 $<$를 $=$로 놓고 계산해 보고, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수의 범위를 구해 보세요.

풀이 $4\times\square<25$에서 $<$를 $=$로 놓고 계산하면
$4\times\square=25$이고, $4\times6=24$, $4\times7=28$이므로
$4\times\square<25$일 때 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 7보다 작아야 합니다.

(7)보다 작은 수

3 단계 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 큰 자연수를 구해 보세요.

풀이 $4\times\square=25$일 때 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 7보다 작아야 하므로
$4\times\square<25$일 때 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 큰 자연수는 6입니다.

(6)

유사 문제

4-1 종이에 물감이 묻어 수가 보이지 않습니다. 보이지 않는 부분에 들어갈 수 있는 가장 큰 자연수를 구해 보세요.

 $-(10+5)\times2+6<100-(20\div5+6)\times3$

(93)

풀이 $100-(20\div5+6)\times3$을 먼저 계산하면 $100-(4+6)\times3=100-10\times3=100-30=70$입니다.
물감이 묻어 보이지 않는 수를 $\square$라고 하면 $\square-(10+5)\times2+6$이고, 이 식에서 계산할 수 있는 부분을 먼저 계산하면
$\square-(10+5)\times2+6=\square-15\times2+6=\square-30+6$입니다.
$<$를 $=$로 놓고 계산하면 $\square-30+6=70$, $\square-30=70-6=64$, $\square=64+30=94$이고, 물감이 묻어 보이지 않는 수가 94일 때 $=$이므로 $<$가 되려면 94보다 작은 수가 되어야 합니다.
따라서 94보다 작은 수 중에서 가장 큰 자연수는 93이므로 물감이 묻어 보이지 않는 부분에 들어갈 수 있는 가장 큰 자연수는 93입니다.

변형 문제

4-2 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$84\div(7+7)+6\times2<\square-(6+3)\times2+4<25$$

(6개)

풀이 $84\div(7+7)+6\times2$를 먼저 계산하면 $84\div(7+7)+6\times2=84\div14+6\times2=6+6\times2=6+12=18$입니다.
$\square-(6+3)\times2+4$에서 계산할 수 있는 부분을 먼저 계산하면 $\square-(6+3)\times2+4=\square-9\times2+4=\square-18+4$입니다.
앞의 두 식에서 $<$를 $=$로 놓고 계산하면 $18=\square-18+4$, $18-4=\square-18$, $14=\square-18$, $\square=14+18=32$이므로 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 32보다 큰 자연수입니다.
뒤의 두 식에서 $<$를 $=$로 놓고 계산하면 $\square-18+4=25$, $\square-18=25-4=21$, $\square=21+18=39$이므로 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 39보다 작은 자연수입니다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 32보다 크고 39보다 작은 33, 34, 35, 36, 37, 38로 모두 6개입니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 5 상황에 맞는 혼합 계산식 만들기

무게가 같은 사과 5개가 들어 있는 상자의 무게를 재어 보니 1260 g이었습니다. 이 상자에 무게가 같은 사과 2개를 더 넣은 후 상자의 무게를 재어 보니 1610 g이었습니다. 빈 상자의 무게는 몇 g인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | (빈 상자의 무게)=(물건을 담은 상자의 무게)−(물건의 무게)

1 단계 사과 1개의 무게는 몇 g인지 하나의 식으로 나타내어 보세요.

식 $(1610-1260)\div2=175$

풀이 (사과 2개의 무게)
=(사과 2개를 더 넣은 상자의 무게)−(사과 5개가 들어 있는 상자의 무게)$=1610-1260=350$ (g)
(사과 1개의 무게)$=(1610-1260)\div2=350\div2=175$ (g)

2 단계 사과 5개의 무게는 몇 g인지 하나의 식으로 나타내어 보세요.

식 $(1610-1260)\div2\times5=875$

풀이 (사과 5개의 무게)=(사과 1개의 무게)$\times5=(1610-1260)\div2\times5=175\times5=875$ (g)

3 단계 빈 상자의 무게는 몇 g인지 하나의 식으로 나타내어 구해 보세요.

식 $1260-(1610-1260)\div2\times5=385$ 답 385 g

풀이 (빈 상자의 무게)=(사과 5개가 들어 있는 상자의 무게)−(사과 5개의 무게)
$=1260-(1610-1260)\div2\times5=1260-875=385$ (g)
따라서 빈 상자의 무게는 385 g입니다.

유사 문제

5-1 똑같은 음료수 10개가 들어 있는 상자의 무게를 재어 보니 3 kg 465 g이었습니다. 상자에 들어 있던 음료수 2개를 뺀 후 상자의 무게를 재어 보니 3 kg 19 g이었습니다. 빈 상자의 무게는 몇 kg 몇 g인지 구해 보세요.

(1 kg 235 g)

풀이 3 kg 465 g=3465 g, 3 kg 19 g=3019 g으로 바꾸어 계산합니다.
(음료수 2개의 무게)=(음료수 10개가 들어 있는 상자의 무게)−(음료수 2개를 뺀 상자의 무게)$=3465-3019=446$ (g)
(음료수 1개의 무게)=(음료수 2개의 무게)$\div2=(3465-3019)\div2=446\div2=223$ (g)
(음료수 10개의 무게)=(음료수 1개의 무게)$\times10=(3465-3019)\div2\times10=223\times10=2230$ (g)
(빈 상자의 무게)=(음료수 10개가 들어 있는 상자의 무게)−(음료수 10개의 무게)
$=3465-(3465-3019)\div2\times10=3465-2230=1235$ (g)
따라서 빈 상자의 무게는 1235 g이므로 1 kg 235 g입니다.

변형 문제

5-2 선우네 반 학생은 37명입니다. 그중 8명씩 3모둠으로 피구를 하였고, 나머지 학생들은 다른 반 친구들 12명과 함께 티볼을 하였습니다. 티볼을 한 학생은 모두 몇 명인지 구해 보세요.

• 티볼: T자 모양 막대기 위에 놓인 공을 치는 경기

(25명)

풀이 선우네 반에서 티볼을 한 학생을 □명이라고 하여 식을 세웁니다.
(선우네 반 학생 수)=(선우네 반에서 피구를 한 학생 수)+(선우네 반에서 티볼을 한 학생 수)이므로 $37=8\times3+\square$, $\square=13$입니다.
선우네 반 학생 중 티볼을 한 학생은 13명이고, 다른 반 친구 12명과 함께 티볼을 하였으므로
(티볼을 한 학생 수)=(선우네 반에서 티볼을 한 학생 수)+(함께 티볼을 한 다른 반 친구 수)$=13+12=25$(명)입니다.
다른 풀이 (티볼을 한 학생 수)=(선우네 반 학생 수)−(선우네 반에서 피구를 한 학생 수)+(함께 티볼을 한 다른 반 친구 수)
$=37-(8\times3)+12=37-24+12=13+12=25$(명)

STEAM

심화 유형 6 자연수의 혼합 계산을 활용한 생활 속 유형

수학 + 과학

예린이는 과학 시간에 '불쾌지수'가 사람의 기분과 건강에 미치는 영향을 배웠습니다. 불쾌지수는 다음 식으로 계산할 수 있고, 예린이는 7월 오전과 오후 교실의 기온과 습구온도*를 조사하여 표로 나타내었습니다.

(불쾌지수)$=72\times$(기온$+$습구온도)$\div 100+41$

시간대	기온(°C)	습구온도(°C)
오전 9시	26	26
오후 2시	30	25

불쾌지수 범위	단계
80～	매우 불쾌
76～80	불쾌
69～75	약간 불쾌
～68	쾌적

오후 2시에 조사한 후 교실의 불쾌지수를 낮추기 위하여 기온은 5도 낮추고 습구온도는 3도 낮췄습니다. 예린이가 조사했을 때의 교실의 불쾌지수와 기온과 습구온도를 낮춘 후 교실의 불쾌지수를 각각 구하고, 두 불쾌지수를 비교하여 불쾌지수가 얼마나 낮아졌는지 구해 보세요.

*습구온도: 수분이 포함된 온도

문제해결 TIP | 자연수$\div$100을 하면 나누어지는 수인 자연수의 소수점을 왼쪽으로 2칸 옮긴 수가 됩니다.
예 $125\div100=1.25$

1 단계 오전 9시의 불쾌지수와 단계를 구해 보세요. 불쾌지수 (78.44), 단계 (불쾌)

풀이 (오전 9시의 불쾌지수)$=72\times(26+26)\div100+41=72\times52\div100+41=3744\div100+41=37.44+41=78.44$

2 단계 오후 2시의 불쾌지수와 단계를 구해 보세요. 불쾌지수 (80.6), 단계 (매우 불쾌)

풀이 (오후 2시의 불쾌지수)$=72\times(30+25)\div100+41=72\times55\div100+41=3960\div100+41=39.6+41=80.6$

3 단계 오후 2시의 기온은 5도 낮추고 습구온도는 3도 낮췄을 때의 불쾌지수를 구하고, 기온과 습구온도를 낮춘 후의 불쾌지수는 오후 2시의 불쾌지수보다 얼마나 낮아졌는지 구해 보세요.

불쾌지수 (74.84), 오후 2시의 불쾌지수보다 (5.76)만큼 낮아졌습니다.

풀이 기온: $30-5=25$(°C), 습구온도: $25-3=22$(°C)
(기온과 습구온도를 낮춘 후의 불쾌지수)$=72\times(25+22)\div100+41=72\times47\div100+41=3384\div100+41=33.84+41=74.84$
따라서 기온과 습구온도를 낮춘 후의 불쾌지수는 오후 2시의 불쾌지수보다 $80.6-74.84=5.76$만큼 낮아졌습니다.

수학 + 실과

6-1 주연이네 반에서 실과 시간에 요리 실습으로 카레를 만들려고 합니다. 주연이네 모둠은 15000원을 가지고 4명이 먹을 수 있는 카레를 만들기 위한 재료를 모두 구매했습니다. 재료를 구매하고 남은 돈은 얼마인지 구해 보세요.

재료	감자 4인분	양파 8인분	당근 1인분	돼지고기 1인분
가격	2400원	3600원	600원	1200원

(3600원)

풀이 각 재료별 4인분의 가격을 구하면 (양파 4인분의 가격)$=3600\div2=1800$(원), (당근 4인분의 가격)$=600\times4=2400$(원), (돼지고기 4인분의 가격)$=1200\times4=4800$(원)입니다.
각 재료별 4인분의 가격을 모두 더하면 $2400+1800+2400+4800=11400$(원)입니다.
따라서 15000원을 가지고 4명이 먹을 수 있는 카레를 만들기 위한 재료를 모두 구매하고 남은 돈은 $15000-11400=3600$(원)입니다.

다른 풀이 (남은 돈)$=$(가지고 있는 돈)$-$(각 재료별 4인분의 가격)
$=15000-(2400+3600\div2+600\times4+1200\times4)$
$=15000-(2400+1800+2400+4800)=15000-11400=3600$(원)

MASTER 고난도

신경향

1 8, 6, 4, 3, 2와 $+$, $-$, $\times$, $\div$, ( )를 모두 사용하여 계산 결과가 100에 가장 가까운 자연수가 되는 식을 만들고, 계산해 보세요. (단, ( )를 2번 사용해도 됩니다.)

($8\times(6+4)\div(3-2)=80$)
(또는 $(6+4)\times8\div(3-2)=80$)

풀이 계산 결과가 가장 큰 값을 구하여 100보다 큰지 작은지 확인합니다.
계산 결과가 가장 큰 값이 되려면 곱하는 두 수를 크게 하여 식을 만듭니다.
곱하는 두 수의 값이 가장 큰 경우는 $8\times(6+4)$이고, 나머지 3, 2, $-$, $\div$를 사용하여 식을 만들면 $3\div2$는 자연수가 될 수 없으므로 $(3-2)$입니다.
만든 식의 값은 $8\times(6+4)\div(3-2)=8\times10\div1=80\div1=80$이고, 계산 결과가 가장 큰 값이 100보다 작으므로 계산 결과가 100에 가장 가까운 식입니다.

경시 변형

2 〈보기〉에서 ◈의 계산 규칙을 찾아 □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

〈보기〉

2◈$3=3\times3$
4◈$5=5\times5\times5\times5$
6◈$4=4\times4\times4\times4\times4\times4$

$(5$◈$3-2$◈$6)+$□◈$5=332$

(3)

풀이 ㉠◈㉡은 ㉡을 ㉠번 곱하는 규칙입니다.
찾은 규칙으로 주어진 식에서 계산할 수 있는 부분을 먼저 계산하면
5◈3$=3\times3\times3\times3\times3=243$, 2◈6$=6\times6=36$이므로 5◈3$-$2◈6$=243-36=207$입니다.
(5◈3$-$2◈6)$+$□◈5$=207+$□◈5$=332$, □◈5$=332-207=125$
따라서 $5\times5\times5=125$이므로 □$=3$입니다.

3 □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

$152\div8-(3\times13-4\times\square)+5\times2=22$

(8)

풀이 $152\div8-(3\times13-4\times\square)+5\times2=22$에서 계산할 수 있는 부분을 먼저 계산합니다.
$152\div8-(3\times13-4\times\square)+5\times2=152\div8-(39-4\times\square)+5\times2$
$=19-(39-4\times\square)+5\times2$
$=19-(39-4\times\square)+10$
따라서 $19-(39-4\times\square)+10=22$이고, $19-(39-4\times\square)=22-10=12$, $39-4\times\square=19-12=7$,
$4\times\square=39-7=32$, $\square=32\div4=8$이므로 □ 안에 알맞은 수는 8입니다.

서술형

4 어느 미술관의 입장료는 3500원입니다. 10명이 넘으면 넘는 인원은 한 명당 입장료에서 500원씩 할인해 주고, 30명이 넘으면 넘는 인원은 한 명당 입장료에서 1000원씩 할인해 준다고 합니다. 미술관으로 체험 학습을 간 지민이네 반과 주호네 반의 입장료가 162500원이라면 두 반의 학생은 모두 몇 명인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

◆ 인원: 단체를 이루고 있는 사람들

풀이 예 (10명까지의 입장료)$=10\times3500=35000$(원),

(11명에서 30명까지의 입장료)$=20\times(3500-500)=20\times3000=60000$(원)이므로

(30명의 입장료)$=35000+60000=95000$(원)입니다. 두 반의 입장료가 30명의 입장료보다 많으므로

두 반의 입장료에서 30명의 입장료를 빼면 $162500-95000=67500$이고, 30명을 넘는 인원을 □명이

라 하면 □명의 입장료는 $\square\times(3500-1000)=\square\times2500=67500$(원)입니다.

$\square=67500\div2500=27$이므로 30명을 넘는 인원은 27명입니다.
따라서 두 반의 학생은 모두 $30+27=57$(명)입니다.

답 57명

채점 기준	비율
할인 기준을 이해하고, 10명까지의 입장료와 11명에서 30명까지의 입장료 구하기	40 %
30명을 넘는 인원의 입장료를 식으로 세우고 구하기	40 %
넘는 인원과 기준 인원을 더하여 두 반의 학생 수 구하기	20 %

5 아버지의 나이는 윤호의 나이의 4배보다 9살 더 많고, 할아버지의 나이는 아버지의 나이의 2배보다 5살 더 많다고 합니다. 할아버지의 나이가 95살이라면 윤호의 나이는 몇 살인지 구해 보세요.

(9살)

풀이 윤호의 나이를 □살이라고 하여 식을 세워 봅니다.
아버지의 나이는 윤호의 나이의 4배보다 9살 더 많으므로 (아버지의 나이)$=4\times\square+9$이고, 할아버지의 나이는 아버지의 나이의 2배보다 5살 더 많으므로 (할아버지의 나이)$=$(아버지의 나이)$\times2+5=(4\times\square+9)\times2+5$입니다.
할아버지의 나이가 95살이므로 (할아버지의 나이)$=(4\times\square+9)\times2+5=95$, $(4\times\square+9)\times2=95-5=90$,
$4\times\square+9=90\div2=45$, $4\times\square=45-9=36$, $\square=36\div4=9$입니다.
따라서 윤호의 나이는 9살입니다.

신경향

6 $\begin{pmatrix} ㉠ & ㉡ \\ ㉢ & ㉣ \end{pmatrix}$=㉠×㉣−㉡×㉢이라고 약속할 때, □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

$$\begin{pmatrix} 49 & 17 \\ 28 & \square \end{pmatrix}=161$$

(13)

풀이 주어진 수를 약속한 식으로 나타내어 계산합니다.

$\begin{pmatrix} 49 & 17 \\ 28 & \square \end{pmatrix}=49\times\square-17\times28=49\times\square-476=161$, $49\times\square=161+476=637$, $\square=637\div49=13$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 13입니다.

경시 변형

7 세 자연수 가, 나, 다가 〈조건〉을 만족할 때 가×나−다×다의 값을 구해 보세요.

(단, 가>나>다입니다.)

〈조건〉
- 가×나×다=720
- 가+나+다<30
- 나+다=14

(84)

풀이 나+다=14이고 나>다이므로 나, 다가 될 수 있는 수를 (나, 다)로 나타내면 (13, 1), (12, 2), (11, 3), (10, 4), (9, 5), (8, 6)입니다.

가×나×다=720이므로 두 수의 곱으로 720이 나누어떨어지는 (나, 다)는 (12, 2), (10, 4), (9, 5), (8, 6)이고,

이때, (가, 나, 다)를 구하면 (30, 12, 2), (18, 10, 4), (16, 9, 5), (15, 8, 6)입니다.

그중 가+나+다<30인 경우는 (15, 8, 6)이므로 가=15, 나=8, 다=6입니다.

따라서 가×나−다×다=15×8−6×6=120−6×6=120−36=84입니다.

8 수 카드 4, 5, 8을 한 번씩 사용하여 다음 식을 만들려고 합니다. 계산 결과가 가장 작은 값과 가장 큰 값의 합을 구해 보세요.

$$160\div\square-\square+\square\times4$$

(98)

풀이 계산 결과가 가장 작은 값이 되는 식을 만들려면 곱하는 두 수를 작게, 나누는 수를 크게 해야 하므로

160÷□에서 □는 가장 큰 수인 8, □×4에서 □는 가장 작은 수인 4이어야 합니다.

➡ 계산 결과가 가장 작은 값: 160÷8−5+4×4=20−5+4×4=20−5+16=15+16=31

계산 결과가 가장 큰 값이 되는 식을 만들려면 곱하는 두 수를 크게, 나누는 수를 작게 해야 하므로

160÷□에서 □는 가장 작은 수인 4, □×4에서 □는 가장 큰 수인 8이어야 합니다.

➡ 계산 결과가 가장 큰 값: 160÷4−5+8×4=40−5+8×4=40−5+32=35+32=67

따라서 계산 결과가 가장 작은 값과 가장 큰 값의 합은 31+67=98입니다.

서술형

9 똑같은 책 5권이 들어 있는 가방의 무게를 재어 보니 845 g이었습니다. 이 가방에 똑같은 책 4권을 더 넣은 후 가방의 무게를 재어 보니 1281 g이었다면 빈 가방의 무게는 몇 g인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

풀이 예 (책 4권의 무게)=(책 4권을 더 넣은 가방의 무게)−(책 5권이 들어 있는 가방의 무게)

=1281−845=436 (g)

(책 1권의 무게)=(책 4권의 무게)÷4=436÷4=109 (g)이므로

(빈 가방의 무게)=(책 5권이 들어 있는 가방의 무게)−(책 5권의 무게)

=845−109×5=845−545=300 (g)

따라서 빈 가방의 무게는 300 g입니다.

답 300 g

채점 기준	비율
책이 들어 있는 가방의 무게로 책 1권의 무게 구하기	60 %
빈 가방의 무게 구하기	40 %

다른 풀이 두 식을 세우고 식끼리 더하거나 빼서 답을 구합니다.

(책 5권과 4권의 무게)+(빈 가방의 무게)=1281 g
− (책 5권의 무게) +(빈 가방의 무게)= 845 g
(책 4권의 무게) = 436 g

(책 1권의 무게)=(책 4권의 무게)÷4=436÷4=109 (g)
(책 5권이 들어 있는 가방의 무게)=(책 1권의 무게)×5+(빈 가방의 무게)=109×5+(빈 가방의 무게)
=545+(빈 가방의 무게)=845 (g)
따라서 (빈 가방의 무게)=845−545=300 (g)입니다.

10 어떤 수에 18을 곱한 수에서 72를 6으로 나눈 몫을 빼고 3을 더해야 하는데 잘못하여 어떤 수에 18을 더한 수에 72를 6으로 나눈 몫을 곱하고 3을 뺐더니 249가 되었습니다. 바르게 계산한 값을 구해 보세요.

(45)

풀이 어떤 수를 □라고 하여 잘못 계산한 식을 세우면 (□+18)×(72÷6)−3=249이고,
(□+18)×(72÷6)=249+3, (□+18)×12=252, □+18=252÷12=21, □=21−18=3이므로
어떤 수는 3입니다.
따라서 바르게 계산하면 3×18−(72÷6)+3=3×18−12+3=54−12+3=42+3=45입니다.

11 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수를 모두 찾아 합을 구해 보세요.

$$\square \times 4 - 48 \div 3 < 8 + 84 \div (8+4)$$

(22)

풀이 계산할 수 있는 부분을 먼저 계산하여 식을 정리하면 $\square \times 4 - 48 \div 3 = \square \times 4 - 16$이고, $8+84 \div (8+4) = 8+84 \div 12 = 8+7 = 15$이므로 $\square \times 4 - 16 < 15$, $\square \times 4 < 31$입니다.
4를 곱한 값이 31보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이고, 이 중 4를 곱하고 16을 뺀 값이 0이거나 0보다 큰 경우는 4, 5, 6, 7입니다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 4, 5, 6, 7이므로 합은 $4+5+6+7=22$입니다.

참고 (1) 단위가 큰 경우에는 95×5천만$=475$천만 (kg)으로 하면 편하게 계산할 수 있습니다.
우리나라의 연간 음식물 쓰레기 배출량은 475만 t이므로 우리나라의 연간 배출되는 음식물 쓰레기 처리 비용은 20만$\times$475만$=$9500억 (원)입니다.

통합 교과 [수학 + 사회]

12 유엔 환경 계획(UNEP)이 집계한 세계 평균 1인당 연간 음식물 쓰레기 배출량은 79 kg이고, 우리나라 평균 1인당 연간 음식물 쓰레기 배출량은 95 kg입니다. 음식물 쓰레기 1 t을 처리하는 데 드는 비용은 20만 원이고 우리나라 인구가 5천만 명이라고 생각할 때 연간 배출되는 음식물 쓰레기 처리 비용은 얼마인지 구해 보세요.

(1) 우리나라의 연간 배출되는 음식물 쓰레기 처리 비용은 얼마인지 구해 보세요.

(950000000000원(또는 9500억 원))

(2) 우리나라 1인당 연간 음식물 쓰레기 배출량을 10 kg 줄이면 연간 배출되는 음식물 쓰레기 처리 비용은 얼마나 줄일 수 있는지 구해 보세요.

(100000000000원 (또는 1000억 원))

풀이 (1) 우리나라의 연간 음식물 쓰레기의 양은 $95 \times 50000000 = 4750000000$ (kg)이고, 1 t$=$1000 kg이므로 4750000 t입니다. 쓰레기 1 t을 처리하는 데 드는 비용이 20만 원이므로 우리나라의 연간 음식물 쓰레기 처리 비용은 $200000 \times 4750000 = 950000000000$(원)$=$9500억 (원)입니다.
(2) 우리나라의 연간 음식물 쓰레기 배출량은 $(95-10) \times 50000000 = 85 \times 50000000 = 4250000000$ (kg)이고, 4250000 t입니다. 쓰레기 1 t을 처리하는 데 드는 비용이 20만 원이므로 음식물 쓰레기 배출량을 10 kg 줄이면 연간 배출되는 음식물 쓰레기 처리 비용은 $200000 \times 4250000 = 850000000000$(원)$=$8500억 (원)입니다.
따라서 줄일 수 있는 금액은 9500억$-$8500억$=$1000억 (원)입니다.

신경향

13 무게가 같은 사과 5개를 바구니에 담아 무게를 재어 보니 2 kg 675 g이고, 사과 2개를 뺀 후 바구니의 무게를 재어 보니 2 kg 213 g이었습니다. 같은 바구니에 무게가 같은 귤 5개를 담고 무게를 재어 보니 1 kg 845 g이었다면 귤 1개의 무게는 몇 g인지 구해 보세요.

(65 g)

풀이 2 kg 675 g$=$2675 g, 2 kg 213 g$=$2213 g, 1 kg 845 g$=$1845 g으로 바꾸어 계산합니다.
(사과 2개의 무게)$=$(사과 5개를 담은 바구니의 무게)$-$(사과 2개를 뺀 바구니의 무게)$=2675-2213=462$ (g)
(사과 1개의 무게)$=$(사과 2개의 무게)$\div 2 = 462 \div 2 = 231$ (g)
(빈 바구니의 무게)$=$(사과 5개를 담은 바구니의 무게)$-$(사과 5개의 무게)
$=2675-231 \times 5 = 2675-1155 = 1520$ (g)
(귤 5개의 무게)$=$(귤 5개를 담은 바구니의 무게)$-$(빈 바구니의 무게)$=1845-1520=325$ (g)이므로
(귤 1개의 무게)$=$(귤 5개의 무게)$\div 5 = 325 \div 5 = 65$ (g)입니다.

채점 기준	비율
국도로 1시간 동안 간 거리를 □km라고 하여 고속도로로 1시간 동안 간 거리를 □로 나타내기	20 %
서울에서 부산까지 간 거리를 □를 사용하여 식 세우기	40 %
국도로 1시간 동안 간 거리 구하기	40 %

◆ 정답과 풀이 8쪽

서술형

14 시우네 가족이 자동차를 타고 서울에서 380 km 떨어진 부산까지 고속도로로 달리다가 차가 막혀 국도로 달려 도착했습니다. 고속도로로 2시간, 국도로 3시간 동안 갔고, 고속도로는 국도보다 1시간에 40 km씩 더 빠르게 갈 수 있다고 합니다. 국도로 1시간 동안 간 거리는 몇 km인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

◆국도: 나라에서 직접 관리하는 도로

풀이 예 국도로 1시간 동안 간 거리를 □km라고 하면 고속도로로 1시간 동안 간 거리는 (□+40) km입니다.

(서울에서 부산까지의 거리)=(고속도로로 2시간 동안 간 거리)+(국도로 3시간 동안 간 거리)

=(□+40)×2+□×3=380 (km)이고,

(□+40)×2+□×3=380, □×2+80+□×3=380, □×2+□×3=380−80=300,

□×(2+3)=300, □×5=300, □=300÷5=60이므로

국도로 1시간 동안 간 거리는 60 km입니다.

답 60 km

주의 (□+40)×2=□×2+40×2, □×(2+3)=□×2+□×3

15 〈보기〉와 같이 4개의 9와 +, −, ×, ÷, ( )를 사용하여 계산 결과가 1인 식을 2개 만들어 보세요.

(단, +, −, ×, ÷, ( )를 여러 번 사용하거나 모두 사용하지 않아도 됩니다.)

〈보기〉
(9+9)÷(9+9)=1

식 예 9−9+9÷9=1 , 예 (9÷9)×(9÷9)=1

풀이 2개의 9를 사용하여 식을 만들면 9+9=18, 9−9=0, 9×9=81, 9÷9=1이고, 이 식의 계산 결과를 이용하여 계산 결과가 1인 식을 만들면 1+0=1(또는 0+1=1), 1×1=1, 1÷1=1, 18÷18=1, 81÷81=1입니다.
계산한 두 수 대신 2개의 9를 사용하여 만든 식을 넣어 4개의 9를 사용한 식으로 만듭니다.
• 1+0=1 또는 0+1=1 ➡ 9÷9+9−9=1, 9−9+9÷9=1
• 1×1=1 ➡ (9÷9)×(9÷9)=1, 9÷9×9÷9=1
• ◆÷◆=1 ➡ (9÷9)÷(9÷9)=1, (9+9)÷(9+9)=1, (9×9)÷(9×9)=1

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

15-1 4개의 [예 2]와/과 +, −, ×, ÷, ( )를 사용하여 계산 결과가 [예 4]인 식을 2개 만들어 보세요.

(단, +, −, ×, ÷, ( )를 여러 번 사용하거나 모두 사용하지 않아도 됩니다.)

식 예 2×2+2−2=4 , 예 2+2×(2÷2)=4

풀이 예 2개의 2를 사용하여 식을 만들면 2+2=4, 2−2=0, 2×2=4, 2÷2=1이고, 이 식의 계산 결과를 이용하여 계산 결과가 4인 식을 만들면 4+0=4(또는 0+4=4), 4−0=4, 4×1=4(또는 1×4=4), 4÷1=4입니다.
계산한 두 수 대신 2개의 2를 사용하여 만든 식을 넣어 4개의 2를 사용한 식으로 만듭니다.

CHALLENGE 최고난도

1 다음 ◆의 규칙을 찾아 ㉠◆11=2에서 ㉠의 값을 구해 보세요.

$$3◆4=2$$
$$7◆6=2$$
$$9◆7=2$$

(17)

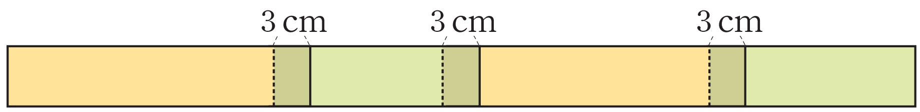
풀이 ◆의 계산 규칙을 찾아봅니다.
$3◆4=(3+5)\div4=2$
$7◆6=(7+5)\div6=2$
$9◆7=(9+5)\div7=2$
따라서 ㉠◆$11=($㉠$+5)\div11=2$이고 ㉠$+5=22$이므로 ㉠$=17$입니다.

2 두 수 A, B에 대해 $A\times7+B\times4$를 계산해야 하는데 잘못하여 $A\times4+B\times7$로 계산하였더니 바르게 계산한 값보다 24만큼 더 큰 수인 364가 되었습니다. A와 B를 각각 구해 보세요.

A (28), B (36)

풀이 바르게 계산한 값은 $364-24=340$입니다.
$A\times7+B\times4=340$ ·············· ①
$A\times4+B\times7=364$ ·············· ②
① 식과 ② 식을 더하면 $A\times11+B\times11=704$입니다.
$A\times11+B\times11=(A+B)\times11=704$, $A+B=704\div11=64$
$B=64-A$이므로 ① 식의 B 대신에 $64-A$를 넣으면 $A\times7+(64-A)\times4=340$입니다.
$A\times7+64\times4-A\times4=340$, $A\times7-A\times4=340-256=84$, $A\times(7-4)=84$, $A\times3=84$,
$A=84\div3=28$입니다.
따라서 $A=28$, $B=64-28=36$입니다.

3 길이가 75 cm인 노란색 종이테이프를 3등분한 것 중 2개와 초록색 종이테이프를 4등분한 것 중 2개를 그림과 같이 모두 이어 붙였습니다. 이어 붙인 종이테이프의 전체 길이가 처음 노란색 종이테이프의 길이와 같다면 처음 초록색 종이테이프의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



(68 cm)

풀이 처음 초록색 종이테이프의 길이를 $\square$ cm라고 하여 식을 세웁니다.
이어 붙인 노란색 종이테이프의 길이는 $(75\div3\times2)$ cm, 초록색 종이테이프의 길이는 $(\square\div4\times2)$ cm이고, 겹친 부분의 길이는 3 cm씩 세 군데이므로 (3×3) cm입니다. 이어 붙인 종이테이프의 전체 길이는 처음 노란색 종이테이프의 길이와 같으므로 (이어 붙인 종이테이프의 전체 길이)$=75\div3\times2+\square\div4\times2-3\times3=75$ (cm)입니다.

$75\div3\times2+\square\div4\times2-3\times3=25\times2+\square\div4\times2-3\times3$
$=50+\square\div4\times2-3\times3$
$=50+\square\div4\times2-9$

따라서 $50+\square\div4\times2-9=75$이고, $50+\square\div4\times2=75+9=84$, $\square\div4\times2=84-50=34$, $\square\div4=34\div2=17$, $\square=17\times4=68$이므로 처음 초록색 종이테이프의 길이는 68 cm입니다.

4 굵기가 일정한 통나무를 16도막으로 자르려고 합니다. 이 통나무를 한 번 자르는 데 6분이 걸리고 한 번 자르고 나서 3분씩 쉰다면 16도막으로 자르는 데 걸린 전체 시간은 모두 몇 시간 몇 분인지 구해 보세요. (단, 통나무를 겹쳐서 자르지 않습니다.)

(2시간 12분)

풀이 16도막으로 자르려면 15번을 잘라야 하고, 마지막 통나무를 자르면 쉬는 시간이 필요하지 않으므로 14번 쉽니다.
(걸린 전체 시간)$=$(자르는 데 걸린 시간)$+$(쉬는 시간)$=6\times15+3\times14=90+3\times14=90+42=132$(분)이고, 60분은 1시간이므로 132분$=$120분$+$12분$=$2시간 12분입니다.
따라서 통나무를 16도막으로 자르는 데 걸린 전체 시간은 모두 2시간 12분입니다.

참고 자르는 횟수와 쉬는 횟수를 표로 정리해서 알아봅니다.

도막의 수(도막)	2	3	4	5	…	16
자르는 횟수(번)	1	2	3	4	…	15
쉬는 횟수(번)	0	1	2	3	…	14

창의·사고력

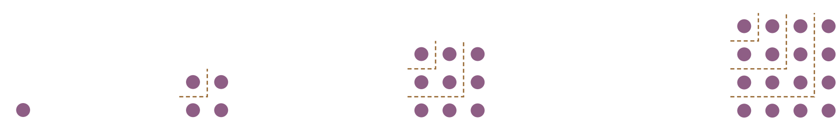
◆ 정답과 풀이 11쪽

모양을 이루는 수들

사고하기

점을 찍어 정다각형 모양으로 배열하였을 때의 점의 개수를 '다각수'라 하고, 만든 모양에 따라 삼각수, 사각수, ...라고 합니다. 어떤 규칙이 있는지 살펴보세요.

다음은 '사각수'를 나타낸 그림과 식입니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.



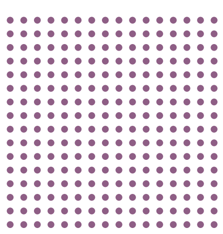
	1번째	2번째	3번째	4번째
그림				
가로×세로	1	$2\times2=4$	$3\times3=9$	$4\times4=\boxed{16}$
홀수의 합	1	$1+3=4$	$1+3+5=9$	$1+3+5+\boxed{7}=\boxed{16}$

풀이 4번째 사각수는 가로 점의 개수가 4개, 세로 점의 개수가 4개이므로 (가로)×(세로)$=4\times4=16$입니다.
그림에서 점선으로 나뉜 점의 개수를 보면 모두 홀수이므로 4번째 사각수는 홀수의 합 $1+3+5+7=16$입니다.

적용하기

16번째 사각수를 두 가지 식으로 나타내어 보세요.

그림



가로×세로

$16\times16=256$

홀수의 합

예 $1+3+5+7+9+\cdots+31=256$

풀이 16번째 사각수는 가로와 세로 점의 개수가 각각 16개이므로 (가로)×(세로)$=16\times16=256$입니다.
홀수의 합에서 마지막에 더해지는 수는 $16\times2-1=31$이므로 홀수의 합은 $1+3+5+7+9+\cdots+31=256$입니다.

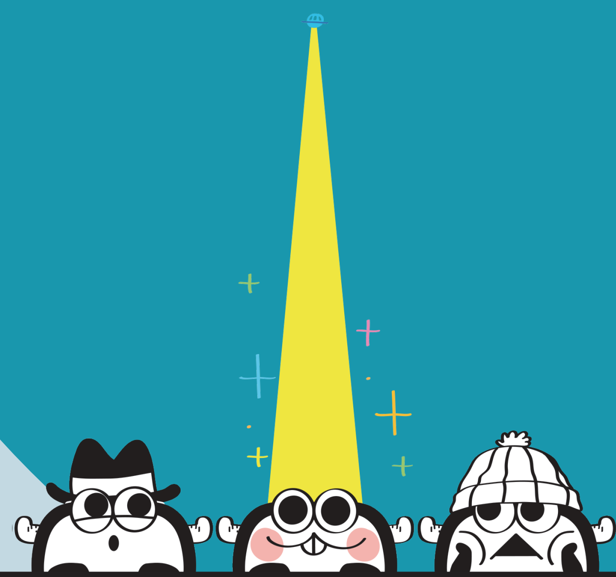
개념 Note

• 홀수의 합에서 마지막에 더해지는 수의 규칙

순서	1번째	2번째	3번째	4번째	5번째	…
마지막에 더해지는 수	1	3	5	7	9	…
사각수	1	4	9	16	25	…

⬇

규칙 1	$1\times2-1$	$2\times2-1$	$3\times2-1$	$4\times2-1$	$5\times2-1$	…
규칙 2	$1\div1+(1-1)$	$4\div2+(2-1)$	$9\div3+(3-1)$	$16\div4+(4-1)$	$25\div5+(5-1)$	…



2
약수와 배수

약수와 배수

필수 개념

① 약수와 배수

• 약수: 어떤 수를 나누어떨어지게 하는 수

$6 \div 1 = 6$
$6 \div 2 = 3$
$6 \div 3 = 2$
$6 \div 6 = 1$

↳ 6의 약수

• 배수: 어떤 수를 1배, 2배, 3배, ... 한 수

$7 \times 1 = 7$
$7 \times 2 = 14$
$7 \times 3 = 21$
$7 \times 4 = 28$
⋮

↳ 7의 배수

② 약수와 배수의 관계

● × ■ = ▲ ➡ ▲는 ●와 ■의 배수 / ●와 ■는 ▲의 약수

예 $3 \times 4 = 12$ ➡ 12는 3과 4의 배수 / 3과 4는 12의 약수

개념 플러스

① 주어진 범위 안의 수 중에서 배수의 개수 구하기

• 30부터 50까지의 수 중에서 6의 배수의 개수 구하기

30은 6의 배수이고 50은 6의 배수가 아닙니다.

30은 6의 배수입니다. ➡ $6 \times 5 = 30$

50보다 작고 50에 가장 가까운 6의 배수를 구합니다. ➡ $6 \times 8 = 48$

6의 배수의 개수는 $8 - 5 + 1 = 4$(개)입니다.

참고 (1부터 50까지의 수 중 6의 배수의 개수) − (1부터 29까지의 수 중 6의 배수의 개수)로도 구할 수 있습니다.

② 배수 판정법

• 2의 배수: 일의 자리 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수

• 3의 배수: 각 자리 숫자의 합이 3의 배수인 수 예 147 → $1+4+7=12$ ➡ 3의 배수

• 4의 배수: 끝의 두 자리 수가 00 또는 4의 배수인 수 예 1<u>00</u> ➡ 4의 배수, 5<u>76</u> ➡ 4의 배수

• 5의 배수: 일의 자리 숫자가 0 또는 5인 수

• 6의 배수: 2의 배수이면서 3의 배수인 수

예 972 → 일의 자리 숫자: 2 ➡ 2의 배수
→ 각 자리 숫자의 합: $9+7+2=18$ ➡ 3의 배수
➡ 6의 배수

• 9의 배수: 각 자리 숫자의 합이 9의 배수인 수

예 351 → $3+5+1=9$ ➡ 9의 배수, 594 → $5+9+4=18$ ➡ 9의 배수

1 72의 약수가 아닌 것을 모두 찾아 써 보세요.

3, 4, 5, 6, 18, 24, 32, 36, 72

(5, 32)

풀이 72의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72이므로 72의 약수가 아닌 것은 5, 32입니다.

2 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 60을 여러 수의 곱으로 나타내고, 60의 약수를 모두 구해 보세요.

$60=2\times30$
$=2\times5\times\boxed{6}$
$=2\times5\times\boxed{2}\times\boxed{3}$ (예)

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60)

풀이 $60=2\times30$
$=2\times5\times6$
$=2\times5\times2\times3$
60의 약수: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

3 두 수가 서로 약수와 배수의 관계인 것을 고르세요. (④)

① (18, 38) ② (12, 26)
③ (20, 42) ④ (48, 96)
⑤ (18, 76)

풀이 두 수 중에서 큰 수가 작은 수로 나누어떨어지는지 확인합니다.
① $38\div18=2\cdots2$ ② $26\div12=2\cdots2$
③ $42\div20=2\cdots2$ ④ $96\div48=2$
⑤ $76\div18=4\cdots4$

다른 풀이 두 수 중에서 작은 수에 어떤 수를 곱하여 큰 수가 나올 수 있는지 확인합니다.
① $18\times2=36$ (×) ② $12\times2=24$ (×)
③ $20\times2=40$ (×) ④ $48\times2=96$ (○)
⑤ $18\times4=72$ (×)

4 〈조건〉을 만족하는 수를 구해 보세요.

〈조건〉
- 30보다 작은 자연수입니다.
- 3의 배수입니다.
- 48의 약수입니다.
- 약수의 개수가 8개입니다.

(24)

풀이 48의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48
이 중에서 3의 배수는 3, 6, 12, 24, 48이고, 이 중 30보다 작은 수는 3, 6, 12, 24이며 약수의 개수가 8개인 수는 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24인 24입니다.

5 20부터 70까지의 수 중에서 3의 배수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(17개)

풀이 20보다 큰 수 중에서 가장 작은 3의 배수는 21이고, 70보다 작은 수 중에서 가장 큰 3의 배수는 69입니다.
$3\times7=21$, $3\times23=69$
따라서 20부터 70까지의 수 중에서 3의 배수는 모두 $23-7+1=17$(개)입니다.

6 7의 배수인 어떤 수의 약수를 모두 더했더니 32가 되었습니다. 어떤 수를 구해 보세요.

(21)

풀이 7의 배수: 7, 14, 21, 28, 35, 42, ...
약수의 합이 32이므로 어떤 수는 32보다 큰 수가 될 수 없습니다.
7의 약수: 1, 7 ➡ 약수의 합: 8 (×)
14의 약수: 1, 2, 7, 14 ➡ 약수의 합: 24 (×)
21의 약수: 1, 3, 7, 21 ➡ 약수의 합: 32 (○)
따라서 어떤 수는 21입니다.

2 공약수와 공배수

필수 개념

① 공약수와 최대공약수

- 공약수: 두 수의 공통된 약수
- 최대공약수: 두 수의 공약수 중에서 가장 큰 수

24와 36의 최대공약수 구하기

방법 1 곱셈식을 이용하여 구하기

$24=2\times2\times2\times3$

$36=2\times2\times3\times3$

➡ 최대공약수: $2\times2\times3=12$

방법 2 공약수를 이용하여 구하기

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 36 \\ 2 & 12 & 18 \\ 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

24와 36의 공약수 → 2

12와 18의 공약수 → 2

6과 9의 공약수 → 3

➡ 최대공약수: $2\times2\times3=12$

참고 두 수의 최대공약수의 약수는 두 수의 공약수와 같습니다.

② 공배수와 최소공배수

- 공배수: 두 수의 공통된 배수
- 최소공배수: 두 수의 공배수 중에서 가장 작은 수

12와 18의 최소공배수 구하기

방법 1 곱셈식을 이용하여 구하기

$12=2\times2\times3$

$18=2\times3\times3$

➡ 최소공배수: $2\times3\times2\times3=36$

방법 2 공약수를 이용하여 구하기

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 18 \\ 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

12와 18의 공약수 → 2

6과 9의 공약수 → 3

➡ 최소공배수: $2\times3\times2\times3=36$

공약수와 나머지 수를 모두 곱합니다.

참고 두 수의 최소공배수의 배수는 두 수의 공배수와 같습니다.

개념 플러스

① 세 수의 최대공약수, 최소공배수 구하기

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 18 & 24 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 2 & 2 & \boxed{3} & 4 \\ \hline & 1 & \boxed{3} & 2 \end{array}$$

① 세 수의 공약수로 나눕니다.

② 두 수의 공약수로 나눕니다.

③ 두 수만 공약수가 있는 경우, 공약수가 없는 수는 그대로 내려 씁니다.

④ 더 이상 나눌 수 없을 때까지 나눕니다.

➡ 최대공약수: $2\times3=6$

➡ 최소공배수: $2\times3\times2\times1\times3\times2=72$

WARM-UP 개념 확인

1 세 사람 중에서 <u>잘못</u> 말한 사람을 찾아 이름을 써 보세요.

> 건우: 27과 45의 공약수 중에서 가장 작은 수는 1이야.
> 나연: 27과 45의 공약수는 두 수를 모두 나누어떨어지게 할 수 있어.
> 명호: 27과 45의 공약수 중에서 가장 큰 수는 3이야.

(명호)

풀이 27의 약수는 1, 3, 9, 27이고, 45의 약수는 1, 3, 5, 9, 15, 45입니다.
따라서 27과 45의 공약수는 1, 3, 9이고 그중에서 가장 큰 수는 9이므로 잘못 말한 사람은 명호입니다.

2 두 수의 공약수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

> 252 198

(6개)

풀이 두 수의 최대공약수를 구합니다.
$252=2\times 2\times 3\times 3\times 7$, $198=2\times 3\times 3\times 11$
➡ 최대공약수: $2\times 3\times 3=18$
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수와 같으므로 18의 약수인 1, 2, 3, 6, 9, 18로 모두 6개입니다.

3 두 수의 공배수 중에서 가장 큰 두 자리 수를 구해 보세요.

> 10 15

(90)

풀이 $\begin{array}{r|rr} 5 & 10 & 15 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$ ➡ 최소공배수: $5\times 2\times 3=30$
두 수의 최소공배수의 배수는 두 수의 공배수와 같으므로 두 수의 공배수는 30의 배수인 30, 60, 90, 120, ...입니다.
따라서 두 수의 공배수 중에서 가장 큰 두 자리 수는 90입니다.

4 연필 84자루와 공책 72권을 최대한 많은 사람들에게 남김없이 똑같이 나누어 주려고 합니다. 최대 몇 명에게 나누어 줄 수 있는지 구해 보세요.

(12명)

풀이 최대한 많은 사람들에게 남김없이 똑같이 나누어 주어야 하므로 84와 72의 최대공약수를 구합니다.
$84=2\times 2\times 3\times 7$
$72=2\times 2\times 2\times 3\times 3$
➡ 최대공약수: $2\times 2\times 3=12$
따라서 최대 12명에게 나누어 줄 수 있습니다.

5 유기견 보호 센터에서 유미는 10일마다 봉사 활동을 하고, 재현이는 12일마다 봉사 활동을 합니다. 오늘 유미와 재현이가 유기견 보호 센터에서 만났다면 처음으로 다시 만나는 날은 며칠 후인지 구해 보세요.

(60일 후)

풀이 두 사람이 유기견 보호 센터에서 봉사 활동을 가서 만나는 날은 10일과 12일의 최소공배수만큼의 날이 지날 때입니다.
$\begin{array}{r|rr} 2 & 10 & 12 \\ \hline & 5 & 6 \end{array}$ ➡ 최소공배수: $2\times 5\times 6=60$
따라서 유미와 재현이가 처음으로 다시 만나는 날은 60일 후입니다.

6 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 구하는 과정입니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 세 수의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구해 보세요.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 36 & 60 & 72 \\ \hline 3 & 18 & 30 & 36 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 12 \\ \hline \boxed{3} & 3 & 5 & 6 \\ \hline & \boxed{1} & \boxed{5} & \boxed{2} \end{array}$$

최대공약수 (12)
최소공배수 (360)

풀이 세 수 36, 60, 72의 공약수로 나누고, 세 수를 나눌 수 없으면 두 수 3, 6만 공약수 3으로 나누고, 공약수가 없는 수 5는 그대로 내려 씁니다.
➡ 최대공약수: $2\times 3\times 2=12$
최소공배수: $2\times 3\times 2\times 3\times 1\times 5\times 2=360$

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 배수 판정하기

다음 네 자리 수가 3의 배수일 때 ●에 알맞은 숫자를 모두 구해 보세요.

82●3

문제해결 TIP | 3의 배수인 수는 각 자리 숫자의 합이 3의 배수예요.

1 단계 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

82●3이 3의 배수가 되려면 각 자리 숫자의 합인 $\boxed{8}+\boxed{2}+●+\boxed{3}=\boxed{13}+●$가 3의 배수이어야 합니다.

풀이 3의 배수인 수는 각 자리 숫자의 합이 3의 배수입니다.
따라서 82●3이 3의 배수가 되려면 각 자리 숫자의 합인 8+2+●+3=13+●가 3의 배수이어야 합니다.

2 단계 ●에 알맞은 숫자를 모두 구해 보세요.

(2, 5, 8)

풀이 ●에 알맞은 숫자는 0부터 9까지이고, 13+●의 값이 3의 배수 15, 18, 21, 24, 27, ...인 ●를 찾아보면 13+2=15, 13+5=18, 13+8=21이므로 ●에 알맞은 숫자는 2, 5, 8입니다.

유사 문제

1-1 다음 네 자리 수가 9의 배수일 때 □ 안에 들어갈 수 있는 숫자의 합을 구해 보세요.

432□

(9)

풀이 432□가 9의 배수가 되려면 각 자리 숫자의 합인 4+3+2+□=9+□가 9의 배수이어야 합니다.
□ 안에 들어갈 수 있는 숫자는 0부터 9까지이고, 9+□의 값이 9의 배수가 되는 □를 찾아보면
9+0=9, 9+9=18이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 숫자는 0, 9입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 숫자의 합은 0+9=9입니다.

변형 문제

1-2 네 자리 수가 적힌 종이의 일부가 찢어져서 보이지 않습니다. 이 수가 5의 배수이면서 9의 배수라면, 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 수를 구해 보세요.

6　　5

(6975)

풀이 네 자리 수를 6□△5라고 하면 일의 자리 숫자가 5이므로 이 수는 5의 배수이고, 6□△5가 9의 배수가 되려면 각 자리 숫자의 합인 6+□+△+5=11+□+△가 9의 배수이어야 합니다.
□와 △가 될 수 있는 숫자는 0부터 9까지이고, 11+□+△가 9의 배수가 되는 경우는 11+□+△=18, 11+□+△=27이므로 □+△=7, □+△=16입니다.
□, △가 될 수 있는 수를 (□, △)로 나타내면 (0, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), (7, 0), (7, 9), (8, 8), (9, 7)입니다. 이 중에서 가장 큰 네 자리 수가 되는 것은 (9, 7)이므로 6975입니다.

다른 풀이 5의 배수이면서 9의 배수가 되어야 하므로 5와 9의 최소공배수인 45의 배수인 수를 찾습니다.
그중에서 천의 자리가 6이고 일의 자리가 5인 수 중에서 가장 큰 수를 구하면 45×155=6975입니다.

심화 유형 2 최대공약수와 최소공배수의 곱을 이용하여 모르는 수 구하기

어떤 수와 60의 최대공약수는 12이고, 최소공배수는 120입니다. 어떤 수를 구해 보세요.

문제해결 TIP | (두 수의 곱)=(두 수의 최대공약수)×(두 수의 최소공배수)

1 단계 어떤 수를 □라고 하고, 최대공약수와 최소공배수를 이용하여 식을 세워 보세요.

풀이 두 수의 곱은 두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같습니다. (□×60=12×120)

2 단계 어떤 수를 구해 보세요.

풀이 □×60=12×120=1440, □=1440÷60=24 (24)

3 단계 어떤 수를 다른 방법으로 구한 것입니다. 각 기호에 알맞은 수를 찾고, 어떤 수 □를 구해 보세요.

㉮) □ 60
㉯ ㉰

㉮ (12), ㉯ (2),
㉰ (5), □ (24)

풀이 최대공약수가 12이므로 ㉮=12이고, ㉰=60÷㉮=60÷12=5입니다.
12) □ 60 최소공배수는 12×㉯×5=120이므로 ㉯×5=10, ㉯=2입니다.
㉯ 5 따라서 □=12×㉯이므로 □=12×2=24입니다.

유사 문제

2-1 어떤 수와 36의 최대공약수는 18이고, 최소공배수는 270입니다. 어떤 수의 약수의 합을 구해 보세요.

(240)

풀이 어떤 수를 □라고 하여 식을 세웁니다.
두 수의 곱은 두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같으므로 □×36=18×270=4860, □=4860÷36=135입니다.
135의 약수는 1, 3, 5, 9, 15, 27, 45, 135이므로 어떤 수의 약수의 합은 1+3+5+9+15+27+45+135=240입니다.

변형 문제

2-2 두 수 ■와 ▲의 공약수 중에서 세 번째로 큰 수를 구해 보세요.

- ■×▲=4500
- ■와 ▲의 최소공배수는 300입니다.

(3)

풀이 두 수의 곱은 두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같으므로
■×▲=4500=(최대공약수)×300, (최대공약수)=4500÷300=15입니다.
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 두 수의 최대공약수 15의 약수는 1, 3, 5, 15이고, 이 중에서 세 번째로 큰 수는 3입니다.

심화 유형 3 약수와 배수의 관계인 두 수 구하기

두 수가 약수와 배수의 관계일 때 ㉠이 될 수 있는 두 자리 수를 모두 구해 보세요.

36	㉠

문제해결 TIP | ㉠을 36의 약수일 때와 36의 배수일 때로 나누어 생각해요.

1 단계 ㉠이 36의 약수일 때 ㉠이 될 수 있는 두 자리 수를 모두 구해 보세요.

풀이 36의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이고, 이 중에서 두 자리 수는 12, 18, 36입니다. (12, 18, 36)

2 단계 ㉠이 36의 배수일 때 ㉠이 될 수 있는 두 자리 수를 모두 구해 보세요.

풀이 36의 배수는 36, 72, 108, ...이고, 이 중에서 두 자리 수는 36, 72입니다. (36, 72)

3 단계 ㉠이 될 수 있는 두 자리 수를 모두 구해 보세요.

풀이 ㉠이 36의 약수일 때와 36의 배수일 때 구한 ㉠이 될 수 있는 수는 12, 18, 36, 72입니다. (12, 18, 36, 72)

유사 문제

3-1 두 수는 약수와 배수의 관계입니다. ㉠이 150보다 작고 한 자리 수가 아닐 때 ㉠이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

㉠	24

(7개)

풀이 ㉠이 24의 약수일 때 24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고, 이 중에서 한 자리 수가 아닌 수는 12, 24입니다.
㉠이 24의 배수일 때 24의 배수는 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, ...이고, 이 중에서 150보다 작고 한 자리 수가 아닌 수는 24, 48, 72, 96, 120, 144입니다.
따라서 ㉠이 될 수 있는 수는 12, 24, 48, 72, 96, 120, 144로 모두 7개입니다.

변형 문제

3-2 〈조건〉을 만족하는 수 ■를 구해 보세요.

〈조건〉
- ■와 72는 약수와 배수의 관계입니다.
- ■와 72의 최소공배수는 216입니다.

(216)

풀이 ■가 72의 약수일 때 72의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72이고, 이 중에서 ■와 72의 최소공배수가 216이 되는 수는 없습니다.
■가 72의 배수일 때 72의 배수는 72, 144, 216, 288, ...이고, 이 중에서 ■와 72의 최소공배수가 216이 되는 수는 216입니다.

다른 풀이 ■를 72의 약수라고 생각하면 ■와 72의 최소공배수는 72이므로 ■는 72의 약수가 아니고 72의 배수입니다.

72) ■ 72
　　 ㉮ 1 ➡ 최소공배수: $72 \times ㉮ \times 1 = 216$

따라서 $㉮ = 216 \div 72 = 3$이고, $■ = 72 \times ㉮ = 72 \times 3 = 216$입니다.

심화 유형 4 나머지가 있는 어떤 수 구하기

102와 180을 어떤 수로 나누면 나머지는 각각 6과 4입니다. 어떤 수가 될 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

문제해결 TIP | 102와 180에서 각각의 나머지를 뺀 수를 어떤 수로 나누면 나누어떨어져요.

1 단계 어떤 수로 나누어떨어지는 두 수를 구해 보세요.

풀이 102－6＝96, 180－4＝176이므로 어떤 수로 나누어떨어지는 두 수는 96, 176입니다. (96, 176)

2 단계 두 수를 나누어떨어지게 하는 수는 두 수의 공약수입니다. **1 단계**에서 구한 두 수의 공약수를 모두 구해 보세요.

풀이 두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수와 같습니다.
96＝2×2×2×2×2×3, 176＝2×2×2×2×11이므로 두 수의 최대공약수는 2×2×2×2＝16이고, 두 수의 공약수는 최대공약수 16의 약수인 1, 2, 4, 8, 16입니다.

(1, 2, 4, 8, 16)

3 단계 공약수 중에서 어떤 수가 될 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

풀이 어떤 수는 나머지인 6보다 커야 하므로 두 수의 공약수 중에서 어떤 수가 될 수 있는 수는 8, 16입니다.

(8, 16)

유사 문제

4-1

116과 130을 어떤 수로 나누면 나머지는 모두 4입니다. 어떤 수가 될 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

(7, 14)

풀이 116－4＝112, 130－4＝126이므로 어떤 수로 나누어떨어지는 두 수는 112, 126입니다.
두 수를 나누어떨어지게 하는 수는 두 수의 공약수이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같습니다.
112＝2×2×2×2×7, 126＝2×3×3×7이므로 두 수의 최대공약수는 2×7＝14이고, 두 수의 공약수는 최대공약수 14의 약수인 1, 2, 7, 14입니다.
따라서 어떤 수는 나머지인 4보다 커야 하므로 두 수의 공약수 중에서 어떤 수가 될 수 있는 수는 7, 14입니다.

변형 문제

4-2

455와 752를 어떤 수로 나누면 나머지는 각각 5와 2입니다. 어떤 수가 될 수 있는 수 중에서 두 자리 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(6개)

풀이 455－5＝450, 752－2＝750이므로 어떤 수로 나누어떨어지는 두 수는 450, 750입니다.
두 수를 나누어떨어지게 하는 수는 두 수의 공약수이고, 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같습니다.
450＝2×3×3×5×5, 750＝2×3×5×5×5이므로 두 수의 최대공약수는 2×3×5×5＝150이고, 두 수의 공약수는 최대공약수 150의 약수인 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150입니다.
따라서 어떤 수는 나머지인 5보다 큰 두 자리 수이어야 하므로 어떤 수가 될 수 있는 수는 10, 15, 25, 30, 50, 75로 모두 6개입니다.

심화 유형 5 최소공배수 활용하기

어느 역에서 KTX는 32분마다 출발하고, 새마을호는 48분마다 출발한다고 합니다. 오후 1시 30분에 두 열차가 동시에 출발했다면 다음번에 동시에 출발하는 시각은 오후 몇 시 몇 분인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | 32와 48의 최소공배수만큼의 시간이 지날 때마다 두 열차가 동시에 출발해요.

1 단계 두 열차는 몇 분마다 동시에 출발하는지 구해 보세요.

2) 32 48
2) 16 24
2) 8 12
2) 4 6
2 3

➡ 최소공배수: $2\times2\times2\times2\times2\times3=96$

(96분)

풀이 KTX는 32분마다, 새마을호는 48분마다 출발하므로 32와 48의 최소공배수만큼의 시간이 지날 때마다 두 열차가 동시에 출발합니다.

2 단계 다음번에 두 열차가 동시에 출발하는 시각은 오후 몇 시 몇 분인지 구해 보세요.

(오후 3시 6분)

풀이 (다음번에 두 열차가 동시에 출발하는 시각)＝오후 1시 30분＋96분＝오후 1시 30분＋1시간 36분＝오후 3시 6분

유사 문제

5-1

어느 버스 터미널에서 광주행 버스는 24분마다 출발하고, 전주행 버스는 18분마다 출발한다고 합니다. 오전 9시에 두 버스가 동시에 출발했다면 오후 1시 이후에 두 버스가 동시에 출발하는 가장 빠른 시각은 오후 몇 시 몇 분인지 구해 보세요.

(오후 1시 48분)

풀이 광주행 버스는 24분마다, 전주행 버스는 18분마다 출발하므로 24와 18의 최소공배수만큼의 시간이 지날 때마다 두 버스가 동시에 출발합니다.

2) 24 18
3) 12 9
4 3 ➡ 최소공배수: $2\times3\times4\times3=72$

두 버스는 72분＝1시간 12분마다 동시에 출발하므로 출발 시각은 오전 9시, 오전 10시 12분, 오전 11시 24분, 오후 12시 36분, 오후 1시 48분, ...이므로 오후 1시 이후에 두 버스가 동시에 출발하는 가장 빠른 시각은 오후 1시 48분입니다.

변형 문제

5-2

가로가 12 cm, 세로가 20 cm인 직사각형 모양 종이를 이어 붙여 가장 작은 정사각형 모양 작품을 만들려고 합니다. 필요한 직사각형 모양 종이는 모두 몇 장인지 구해 보세요.

(15장)

풀이 만들 수 있는 가장 작은 정사각형 모양 작품의 한 변의 길이는 직사각형 모양 종이의 가로와 세로의 최소공배수입니다.

2) 12 20
2) 6 10
3 5 ➡ 최소공배수: $2\times2\times3\times5=60$

만들 수 있는 가장 작은 정사각형 모양 작품의 한 변의 길이는 60 cm이므로
직사각형 모양 종이는 가로로 $60\div12=5$(장), 세로로 $60\div20=3$(장)이 필요합니다.
따라서 필요한 직사각형 모양 종이는 모두 $5\times3=15$(장)입니다.

◆ 정답과 풀이 13쪽

STEAM

심화 유형 6 최소공배수를 활용한 생활 속 유형

수학 + 과학

매미는 땅속에서 오랜 시간을 보내다가 일정한 해에 땅 위로 올라오고, 천적도 일정한 해에 나타나서 매미를 잡아먹는다고 합니다. 17년마다 땅 위로 올라오는 매미, 18년마다 땅 위로 올라오는 매미가 3년과 4년마다 나타나는 천적을 만나는 주기는 각각 몇 년인지 구하고, 어느 매미가 천적과 더 적게 만나는지 구해 보세요.

*천적: 어떤 생물에게 해를 끼치거나 잡아먹는 생물

문제해결 TIP | 매미가 땅 위로 올라오는 주기와 천적이 나타나는 주기의 최소공배수를 구해요.

1 단계 17년마다 땅 위로 올라오는 매미가 천적과 만나는 주기를 각각 구해 보세요.

3년마다 나타나는 천적과 $\boxed{51}$ 년마다, 4년마다 나타나는 천적과 $\boxed{68}$ 년마다 만납니다.

풀이 매미와 천적이 만나는 주기는 두 수의 최소공배수로 구할 수 있습니다.
17과 3의 최소공배수: $17\times3=51$ ➡ 3년마다 나타나는 천적과 만나는 주기: 51년
17과 4의 최소공배수: $17\times4=68$ ➡ 4년마다 나타나는 천적과 만나는 주기: 68년

2 단계 18년마다 땅 위로 올라오는 매미가 천적과 만나는 주기를 각각 구해 보세요.

3년마다 나타나는 천적과 $\boxed{18}$ 년마다, 4년마다 나타나는 천적과 $\boxed{36}$ 년마다 만납니다.

풀이 매미와 천적이 만나는 주기는 두 수의 최소공배수로 구할 수 있습니다.
$3\,\underline{)\ 18\quad 3}$ ➡ 최소공배수: $3\times6\times1=18$
$\quad\ 6\quad 1$ ➡ 3년마다 나타나는 천적과 만나는 주기: 18년
$2\,\underline{)\ 18\quad 4}$ ➡ 최소공배수: $2\times9\times2=36$
$\quad\ 9\quad 2$ ➡ 4년마다 나타나는 천적과 만나는 주기: 36년

3 단계 어느 매미가 천적과 더 적게 만나는지 구해 보세요.

땅 위로 (17)년마다 올라오는 매미

참고 미국 일부 지역에 사는 매미는 17년 주기로 한꺼번에 땅 위로 올라오는데, 이 매미가 나타나는 주기는 천적을 적게 만나서 생존하기 위해 진화한 결과라는 가설이 있습니다.

수학 + 사회

6-1 어느 축제 무대에서 축제가 시작된 후 빨간색 조명은 15분마다 켜지고, 파란색 조명은 18분마다 켜지고, 초록색 조명은 30분마다 켜집니다. 빨간색, 파란색, 초록색 조명이 동시에 켜지는 순간이 무대가 가장 밝은 순간이고, 축제가 3시간 10분 동안 진행되었다면 무대가 가장 밝은 순간은 몇 번 있었는지 구해 보세요. (단, 모든 조명은 켜지고 바로 꺼지는 것으로 생각합니다.)

(2번)

풀이 세 개의 조명이 동시에 켜지는 순간이 무대가 가장 밝은 순간이므로 15, 18, 30의 최소공배수를 구합니다.
$3\,\underline{)\ 15\quad 18\quad 30}$
$5\,\underline{)\ \ 5\quad\ 6\quad 10}$
$2\,\underline{)\ \ 1\quad\ 6\quad\ 2}$
$\quad\ \ 1\quad\ 3\quad\ 1$ ➡ 최소공배수: $3\times5\times2\times1\times3\times1=90$
세 개의 조명은 90분=1시간 30분마다 동시에 켜지므로 무대가 가장 밝은 순간은 축제가 시작된 후 1시간 30분 뒤, 3시간 뒤입니다.
따라서 무대가 가장 밝은 순간은 축제가 진행되는 3시간 10분 동안 2번 있었습니다.

MASTER 고난도

1 《★》은 ★의 약수의 개수를 나타냅니다. 《《96》＋《252》》의 값을 구해 보세요.

(8)

풀이 96의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96이므로 《96》＝12입니다.
252의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 21, 28, 36, 42, 63, 84, 126, 252이므로 《252》＝18입니다.
《《96》＋《252》》＝《12＋18》＝《30》
30의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30이므로 《30》＝8입니다.

신경향

2 세 수의 최소공배수는 3960입니다. ㉮의 값을 구해 보세요.

$6\times$㉮	$5\times$㉮	$11\times$㉮

(12)

풀이
㉮) $6\times$㉮ $5\times$㉮ $11\times$㉮
6 5 11 ➡ 최소공배수: ㉮$\times6\times5\times11=3960$

㉮$\times6\times5\times11=3960$, ㉮$\times330=3960$, ㉮$=3960\div330=12$

경시 변형

3 100보다 작은 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수를 ㉠이라고 할 때 ㉠이 될 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

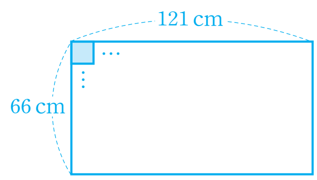
(4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81)

풀이 약수의 개수가 3개인 수 ㉠의 약수는 1, ■, ㉠이고, 1과 ㉠ 외의 약수가 하나이므로 ■×■＝㉠이어야 합니다.
100보다 작은 수 중에서 ㉠이 될 수 있는 수의 형태는 $2\times2=4$, $3\times3=9$, $4\times4=16$, $5\times5=25$, $6\times6=36$, $7\times7=49$, $8\times8=64$, $9\times9=81$입니다.
따라서 100보다 작은 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81입니다.

4 가로가 121 cm, 세로가 66 cm인 직사각형 모양 색종이가 있습니다. 이 색종이를 크기가 같은 정사각형 모양 여러 개로 남긴 부분 없이 자르려고 합니다. 가장 큰 정사각형으로 자르면 만들어지는 정사각형 모양은 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(66개)

풀이 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 직사각형 모양 색종이의 가로와 세로의 최대공약수입니다.



$$\begin{array}{r|rr} 11 & 121 & 66 \\ \hline & 11 & 6 \end{array}$$

➡ 최대공약수: 11

만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이가 11 cm입니다. 한 변의 길이가 11 cm인 정사각형은 직사각형 모양 색종이에서 가로로 $121 \div 11 = 11$(개), 세로로 $66 \div 11 = 6$(개) 만들어집니다.

따라서 만들어지는 정사각형 모양은 모두 $11 \times 6 = 66$(개)입니다.

서술형

5 주원이 아버지의 나이는 지금부터 5년 후에는 9의 배수가 되고, 8년 후에는 11의 배수가 된다고 합니다. 지금 주원이 아버지의 나이가 40살보다 많고 60살보다 적다면 지금 주원이 아버지의 나이는 몇 살인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

풀이 예 5년 후 주원이 아버지의 나이는 9의 배수이고 45보다 크고 65보다 작은 수이므로 54살, 63살이 될 수 있고, 지금 나이를 구하기 위해 5를 빼면 49살, 58살이 될 수 있습니다.

8년 후 주원이 아버지의 나이는 11의 배수이고 48보다 크고 68보다 작은 수이므로 55살, 66살이 될 수 있고, 지금 나이를 구하기 위해 8을 빼면 47살, 58살이 될 수 있습니다.

따라서 지금 주원이 아버지의 나이는 58살입니다.

답 58살

채점 기준	비율
지금 나이의 조건과 5년 후 나이의 배수 관계로 지금 될 수 있는 나이 구하기	40 %
지금 나이의 조건과 8년 후 나이의 배수 관계로 지금 될 수 있는 나이 구하기	40 %
두 경우에서 공통된 지금 될 수 있는 나이 구하기	20 %

MASTER 고난도

신경향

6 1부터 200까지의 자연수를 〈보기〉와 같이 연속한 5개의 수의 합으로 나타낼 때, 5개의 수의 합이 20의 배수가 되는 것은 모두 몇 가지인지 구해 보세요.

〈보기〉

$(1+2+3+4+5)$, $(2+3+4+5+6)$, $(3+4+5+6+7)$,
$(4+5+6+7+8)$, $(5+6+7+8+9)$, $(6+7+8+9+10)$,
$\cdots$, $(196+197+198+199+200)$

(49가지)

풀이 연속하는 5개의 수의 합으로 나타낸 식에서 가운데 수를 □라고 하면
$(\square-2)+(\square-1)+\square+(\square+1)+(\square+2)=\square\times5$이므로 연속하는 5개의 수의 합은 5의 배수입니다.
$\square\times5$가 20의 배수가 되려면 □는 4의 배수가 되어야 합니다.
따라서 1부터 200까지의 수 중에서 4의 배수가 되는 것은 $200\div4=50$(개)이고, □는 3부터 198까지의 수이므로 모두 49가지입니다.

주의 □는 연속하는 5개의 수의 합으로 나타낸 식에서 가운데 수이므로 1, 2와 199, 200은 제외합니다.

경시 변형

7 톱니 수가 24개, 36개, 48개인 세 개의 톱니바퀴가 맞물려 돌아가고 있습니다. 톱니 수가 48개인 톱니바퀴가 한 바퀴 도는 데 1분 31초 걸린다고 합니다. 세 개의 톱니바퀴가 처음으로 원래 위치로 돌아오는 데 걸리는 시간은 몇 초인지 구해 보세요.

(273초)

풀이 톱니 수가 각각 24개, 36개, 48개이므로 24, 36, 48의 최소공배수만큼의 톱니가 돌아갈 때마다 세 개의 톱니바퀴가 원래 위치로 돌아옵니다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 36 & 48 \\ \hline 2 & 12 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 12 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

➡ 최소공배수: $2\times2\times3\times2\times1\times3\times2=144$

144개의 톱니가 돌아가야 원래 위치로 돌아오므로 톱니 수가 48개인 톱니바퀴는 $144\div48=3$(바퀴) 돌아야 원래 위치로 돌아옵니다.
따라서 한 바퀴 도는 데 1분 31초$=91$초가 걸리므로 세 개의 톱니바퀴가 처음으로 원래 위치로 돌아오는 데 걸리는 시간은 $91\times3=273$(초)입니다.

8 어떤 수를 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 11로 나누면 9가 남습니다. 어떤 수 중에서 가장 작은 수를 구해 보세요.

(262)

풀이 나머지가 나누는 수보다 각각 2만큼 더 작으므로 어떤 수는 6, 8, 11의 공배수보다 2만큼 더 작은 수입니다.
가장 작은 수를 구해야 하므로 6, 8, 11의 최소공배수에서 2를 뺍니다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 6 & 8 & 11 \\ \hline & 3 & 4 & 11 \end{array}$$

➡ 최소공배수: $2\times3\times4\times11=264$

따라서 최소공배수가 264이므로 어떤 수 중에서 가장 작은 수는 $264-2=262$입니다.

9 영화관에 있는 ㉮ 광고판은 5초 동안 켜졌다가 1초 동안 꺼지고, ㉯ 광고판은 8초 동안 켜졌다가 2초 동안 꺼집니다. 두 광고판이 오전 10시에 첫 번째로 동시에 켜졌다면 50번째로 동시에 켜지는 시각은 오전 몇 시 몇 분 몇 초인지 구해 보세요.

(오전 10시 24분 30초)

풀이 ㉮ 광고판은 5초+1초=6초마다, ㉯ 광고판은 8초+2초=10초마다 다시 켜지므로 6과 10의 최소공배수만큼의 시간이 지날 때마다 두 광고판이 동시에 켜집니다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 6 & 10 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$$

➡ 최소공배수: $2\times3\times5=30$

첫 번째로 동시에 켜지는 시각: 0초(오전 10시)

두 번째로 동시에 켜지는 시각: 30초 후

세 번째로 동시에 켜지는 시각: $30\times2=60$(초 후)

⋮

50번째로 동시에 켜지는 시각: $30\times49=1470$(초 후)

따라서 두 광고판이 50번째로 동시에 켜지는 시각은 오전 10시에서 1470초=24분 30초 후인 오전 10시 24분 30초입니다.

서술형

10 가로가 96 m, 세로가 72 m인 직사각형 모양 공원의 가장자리에 나무를 같은 간격으로 심으려고 합니다. 네 모퉁이에는 반드시 나무가 있어야 하고 심는 나무의 수를 가장 적게 한다면 심어야 하는 나무는 몇 그루인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

(단, 나무의 두께는 생각하지 않습니다.)

풀이 예 심는 나무의 수를 가장 적게 하려면 나무 사이의 간격을 최대한 길게 해야 하므로 공원의 가로와 세로인 96과 72의 최대공약수를 구해야 합니다. 최대공약수가 24이므로 나무 사이의 간격을 24 m로 해야 나무를 가장 적게 심을 수 있습니다.

따라서 (공원의 가장자리)$=96+72+96+72=336$ (m)이므로 심어야 할 나무의 수는 (공원의 가장자리)÷(나무 간격)$=336\div24=14$(그루)입니다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 96 & 72 \\ \hline 2 & 48 & 36 \\ \hline 2 & 24 & 18 \\ \hline 3 & 12 & 9 \\ \hline & 4 & 3 \end{array}$$

➡ 최대공약수: $2\times2\times2\times3=24$

답 14그루

채점 기준	비율
간격을 최대한 길게 하여 나무를 심는 의미를 이해하고, 두 수의 최대공약수를 이용하여 간격 구하기	40 %
직사각형 모양 공원의 가장자리 구하기	20 %
심어야 하는 나무의 수 구하기	40 %

11 〈조건〉을 만족하는 두 수를 구해 보세요.

〈조건〉
- 두 수의 합은 286입니다.
- 두 수의 최대공약수는 22이고, 최소공배수는 880입니다.

(110 , 176)

풀이 두 수의 최대공약수가 22이면 두 수는 모두 22의 배수이므로
두 수를 $22\times$㉮와 $22\times$㉯로 나타낼 수 있습니다.
두 수의 합은 $22\times$㉮$+22\times$㉯$=22\times($㉮$+$㉯$)=286$이므로 ㉮$+$㉯$=286\div22=13$입니다.

22) 22×㉮ 22×㉯
　　　㉮　　㉯ ➡ 최대공약수: 22, 최소공배수: $22\times$㉮$\times$㉯$=880$

$22\times$㉮$\times$㉯$=880$이고 ㉮$\times$㉯$=880\div22=40$이므로 ㉮$\times$㉯$=40$을 만족하는 수 중에서 ㉮$+$㉯$=13$을 만족하는 수를 찾습니다.
㉮, ㉯가 될 수 있는 수를 (㉮, ㉯)로 나타내면 (1, 40), (2, 20), (4, 10), (5, 8)입니다.
(1, 40) → 1+40=41(×), (2, 20) → 2+20=22(×),
(4, 10) → 4+10=14(×), (5, 8) → 5+8=13(○)
따라서 ㉮, ㉯가 5, 8이므로 두 수는 $22\times5=110$, $22\times8=176$입니다.

통합 교과 [수학 + 과학]

12 행성이 태양의 주위를 주기적으로 도는 것을 공전이라 하고, 행성이 스스로 고정된 축을 중심으로 회전하는 것을 자전이라고 합니다. 다음은 태양계 행성 중 목성, 천왕성의 공전 주기를 나타낸 표입니다. 태양, 목성, 천왕성이 2026년에 일직선이 되었다면 다음번에 처음으로 같은 자리에서 일직선이 되는 때는 몇 년인지 구해 보세요.

행성	목성	천왕성
공전 주기	12년	84년

(2110년)

풀이 목성의 공전 주기는 12년이고, 천왕성의 공전 주기는 84년이므로 태양, 목성, 천왕성이 다음번에 처음으로 같은 자리에서 일직선이 되는 때는 12와 84의 최소공배수만큼의 시간이 지난 후입니다.

2) 12 84
2) 6 42
3) 3 21
　　1 7 ➡ 최소공배수: $2\times2\times3\times1\times7=84$

따라서 태양, 목성, 천왕성이 다음번에 처음으로 같은 자리에서 일직선이 되는 때는 84년 후이므로 $2026+84=2110$(년)입니다.

신경향

13 인천 공항에서 출발하는 방콕행 비행기는 2시간 30분마다 있고, 호치민행 비행기는 3시간 45분마다 있습니다. 어느 날 오전 7시에 인천 공항에서 두 비행기가 동시에 출발했다면 이날 오전 7시부터 오후 11시까지 두 비행기가 동시에 출발하는 횟수는 모두 몇 번인지 구해 보세요.

(3번)

풀이 방콕행 비행기의 출발 간격은 2시간 30분=150분이고, 호치민행 비행기의 출발 간격은 3시간 45분=225분이므로 150과 225의 최소공배수만큼의 시간이 지날 때마다 두 비행기가 동시에 출발합니다.

3) 150 225
5) 50 75
5) 10 15
　　2 3 ➡ 최소공배수: $3\times5\times5\times2\times3=450$

두 비행기는 450분=7시간 30분마다 동시에 출발하므로 이날 오전 7시부터 두 비행기가 동시에 출발한 횟수는 오전 7시, 오후 2시 30분(14시 30분), 오후 10(22시)로 모두 3번입니다.

주의 오전 7시부터이므로 오전 7시를 포함해야 합니다.

서술형

14 6의 배수인 네 자리 수 8㉠㉡6을 만들려고 합니다. ㉡이 ㉠보다 4만큼 더 클 때 만들 수 있는 수를 구하는 풀이 과정을 쓰고, 답을 모두 구해 보세요.

풀이 예 8㉠㉡6이 6의 배수이므로 2의 배수이면서 3의 배수이어야 합니다. 일의 자리 숫자가 6이므로 2의 배수이고, $8+㉠+㉡+6$이 3의 배수가 되어야 합니다.

$㉡=㉠+4$이므로 $8+㉠+㉡+6=8+㉠+(㉠+4)+6=8+㉠+㉠+4+6=㉠\times2+18$이고, 18이 3의 배수이므로 $㉠\times2$는 0 또는 3의 배수입니다. ㉠이 될 수 있는 수는 0, 3, 6, 9이고, ㉠과 ㉡은 한 자리수이므로 ㉠, ㉡이 될 수 있는 수를 (㉠, ㉡)으로 나타내면 (0, 4), (3, 7)입니다.

따라서 만들 수 있는 수는 8046, 8376입니다.

답 8046, 8376

채점 기준	비율
6의 배수가 되기 위한 조건 알기	30 %
주어진 조건으로 ㉠, ㉡이 될 수 있는 경우 찾기	50 %
㉠, ㉡이 한 자리 수인 것을 알고 만들 수 있는 6의 배수인 네 자리 수 8㉠㉡6 모두 구하기	20 %

15 수 카드 5장을 한 번씩 사용하여 다섯 자리 수를 만들려고 합니다. 만든 다섯 자리 수 중에서 6과 4로 나누어떨어지는 가장 큰 수를 구해 보세요.

6 7 3 9 8

(98736)

풀이 어떤 수가 6으로 나누어떨어지려면 6의 배수이어야 하므로 2의 배수이면서 3의 배수이어야 하고, 수 카드 5장 숫자의 합이 $6+7+3+9+8=33$으로 3의 배수이므로 일의 자리 숫자가 6, 8인 수로 만듭니다. ➡ _ _ _ _ 6, _ _ _ _ 8

어떤 수가 4로 나누어떨어지려면 4의 배수이어야 하므로 끝의 두 자리 수가 00 또는 4의 배수인 수로 만듭니다.

➡ _ _ _ 36, _ _ _ 68, _ _ _ 76, _ _ _ 96

가장 큰 수를 만들어야 하므로 큰 수를 앞에서부터 차례대로 놓습니다. ➡ 9 8 7 3 6

따라서 만들 수 있는 가장 큰 수는 98736입니다.

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

15-1 수 카드 5장을 한 번씩 사용하여 다섯 자리 수를 만들려고 합니다. 만든 다섯 자리 수 중에서 예 2 와/과 예 5 (으)로 나누어떨어지는 가장 (큰 / 작은) 수를 구해 보세요.

예 1 2 0 5 4

(12450)

풀이 예 어떤 수가 2로 나누어떨어지려면 2의 배수이어야 하므로 일의 자리 숫자가 0, 2, 4인 수로 만듭니다.

➡ _ _ _ _ 0, _ _ _ _ 2, _ _ _ _ 4

어떤 수가 5로 나누어떨어지려면 5의 배수이어야 하므로 일의 자리 숫자가 0 또는 5인 수로 만들어야 하고, 그중에서 2의 배수가 되려면 일의 자리 숫자는 0인 수로 만듭니다. ➡ _ _ _ _ 0

가장 작은 수를 만들어야 하므로 작은 수를 앞에서부터 차례대로 놓습니다. ➡ 1 2 4 5 0

따라서 만들 수 있는 가장 작은 수는 12450입니다.

CHALLENGE 최고난도

1 다섯 자리 수 ㉠23★0은 2의 배수, 5의 배수, 9의 배수입니다. ㉠이 될 수 있는 숫자를 모두 구해 보세요.

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

풀이 주어진 수의 일의 자리 숫자는 0이므로 2의 배수와 5의 배수입니다.
주어진 수가 9의 배수가 되려면 ㉠+2+3+★+0=5+㉠+★이 9의 배수이어야 합니다.
㉠, ★이 될 수 있는 수를 (㉠, ★)로 나타내면
• 5+㉠+★=9, ㉠+★=4 → (㉠, ★)은 (1, 3), (2, 2), (3, 1), (4, 0)
• 5+㉠+★=18, ㉠+★=13 → (㉠, ★)은 (4, 9), (5, 8), (6, 7), (7, 6), (8, 5), (9, 4)
• 5+㉠+★=27, ㉠+★=22 → 한 자리 수끼리의 합은 22가 될 수 없습니다.
따라서 ㉠이 될 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9입니다.

주의 다섯 자리 수이므로 ㉠은 0이 될 수 없습니다.

참고 2의 배수: 일의 자리 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수
5의 배수: 일의 자리 숫자가 0 또는 5인 수
9의 배수: 각 자리 숫자의 합이 9의 배수인 수

2 두 자리 수인 ㉠이 있습니다. ㉠의 약수인 한 자리 수 ㉡을 ㉠에 더하였더니 80이었다면 ㉠이 될 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

(72, 75, 76, 78, 79)

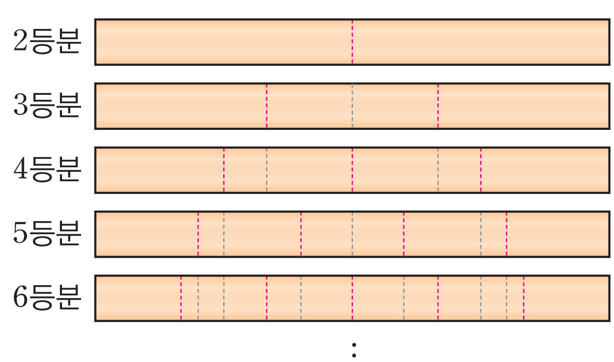
풀이 ㉠+㉡=80과 ㉡이 한 자리 수인 것을 이용하여 ㉠이 될 수 있는 수를 구합니다.
• ㉡=1 → ㉠=80−1=79, 1은 79의 약수입니다.
• ㉡=2 → ㉠=80−2=78, 2는 78의 약수입니다.
• ㉡=3 → ㉠=80−3=77, 3은 77의 약수가 아닙니다.
• ㉡=4 → ㉠=80−4=76, 4는 76의 약수입니다.
• ㉡=5 → ㉠=80−5=75, 5는 75의 약수입니다.
• ㉡=6 → ㉠=80−6=74, 6은 74의 약수가 아닙니다.
• ㉡=7 → ㉠=80−7=73, 7은 73의 약수가 아닙니다.
• ㉡=8 → ㉠=80−8=72, 8은 72의 약수입니다.
• ㉡=9 → ㉠=80−9=71, 9는 71의 약수가 아닙니다.
따라서 ㉠이 될 수 있는 수는 72, 75, 76, 78, 79입니다.

3 ㉮, ㉯, ㉰는 5부터 30까지의 자연수 중에서 서로 다른 수이고, ㉮와 ㉯는 ㉰의 약수입니다. $(㉰\div㉯)\times㉮=36$일 때, ㉮, ㉯, ㉰가 될 수 있는 수를 (㉮, ㉯, ㉰)로 모두 나타내어 보세요.

((6, 5, 30), (12, 8, 24))

풀이 $(㉰\div㉯)\times㉮=36$이므로 ㉮는 5부터 30까지의 자연수이고, 36의 약수입니다.
36의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이고, 이 중에서 ㉮가 될 수 있는 수는 6, 9, 12, 18입니다.
$(㉰\div㉯)\times㉮=36$, $㉰\div㉯=36\div㉮$, ㉮에 6, 9, 12, 18을 넣어 될 수 있는 경우를 구합니다.
• $㉮=6 \rightarrow ㉰\div㉯=36\div6=6$, $㉰=㉯\times6 \rightarrow$ (㉮, ㉯, ㉰)는 (6, 5, 30)
➡ 6과 5는 30의 약수입니다.
• $㉮=9 \rightarrow ㉰\div㉯=36\div9=4$, $㉰=㉯\times4 \rightarrow$ (㉮, ㉯, ㉰)는 (9, 5, 20), (9, 6, 24), (9, 7, 28)
➡ ㉮와 ㉯가 ㉰의 약수인 경우가 없습니다.
• $㉮=12 \rightarrow ㉰\div㉯=36\div12=3$, $㉰=㉯\times3 \rightarrow$ (㉮, ㉯, ㉰)는 (12, 5, 15), (12, 6, 18), (12, 7, 21), (12, 8, 24), (12, 9, 27)
➡ 12와 8은 24의 약수입니다.
• $㉮=18 \rightarrow ㉰\div㉯=36\div18=2$, $㉰=㉯\times2$
→ (㉮, ㉯, ㉰)는 (18, 5, 10), (18, 6, 12), ..., (18, 9, 18), ..., (18, 14, 28), (18, 15, 30)
➡ 18과 9는 18의 약수이지만 ㉮, ㉯, ㉰는 서로 다른 수이므로 ㉮, ㉯, ㉰가 될 수 없습니다.
따라서 ㉮, ㉯, ㉰가 될 수 있는 수를 (㉮, ㉯, ㉰)로 모두 나타내면 (6, 5, 30), (12, 8, 24)입니다.

4 종이테이프 위에 2등분하는 점선을 긋고, 다시 처음 종이테이프의 길이를 3등분, 4등분, 5등분하는 점선을 계속 그어서 50등분하는 점선까지 그으려고 합니다. 50등분하는 점선을 그을 때 새로 그어야 하는 점선은 모두 몇 개인지 구해 보세요.



(20개)

풀이 종이테이프를 6등분하는 경우 6의 약수인 2, 3만큼 등분할 때 종이테이프에 이미 점선이 그어져 있습니다.
50등분하는 경우에도 50의 약수만큼 등분할 때 종이테이프에 이미 그어져 있으므로 이미 그어진 점선은 제외하고 새로 점선을 그어야 합니다.
50의 약수는 1, 2, 5, 10, 25, 50이고 50보다 작은 수 중에서 2의 배수는 24개, 5의 배수는 9개, 10의 배수는 4개입니다.
50등분하는 점선을 그을 때 새로 그어야 하는 점선은 50등분하는 점선 49개에서 2의 배수 24개와 5의 배수 9개를 빼고, 10의 배수는 2의 배수와 5의 배수에서 2번 제외되므로 10의 배수 4개를 한 번 더합니다.
따라서 새로 그어야 하는 점선은 $49-24-9+4=20$(개)입니다.

창의·사고력

◆ 정답과 풀이 21쪽

카이사르 암호

사고하기

고대 로마 시대 율리우스 카이사르(시저)는 로마를 위한 전쟁에서 거듭 승리하며 사람들의 인기를 얻었습니다. 그에 따라 카이사르를 다치게 하려는 사람들도 많아져 카이사르의 가족들은 암호를 사용하여 카이사르를 지키려고 했습니다.

다음은 카이사르의 가족들이 카이사르에게 보낸 암호문입니다.

카이사르 암호 알파벳을 암호키만큼 오른쪽으로 이동하여 만든 암호

EH FDUHIXO IRU DVVDVVLQDWRU

암호키 3

(1) 빈칸에 알맞은 알파벳을 써넣으세요.

원문자	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
대체 문자	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
원문자	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
대체 문자	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

풀이 대체 문자는 원문자를 오른쪽으로 3만큼 이동한 것입니다.

(2) 카이사르가 받은 메시지는 무엇인지 알파벳으로 써서 암호문을 풀어 보세요.

(BE CAREFUL FOR ASSASSINATOR)

풀이 대체 문자에서 왼쪽으로 3만큼 이동하면 원문자를 알 수 있습니다.

참고 BE CAREFUL: 조심하다
ASSASSINATOR: 암살자

개념 Note

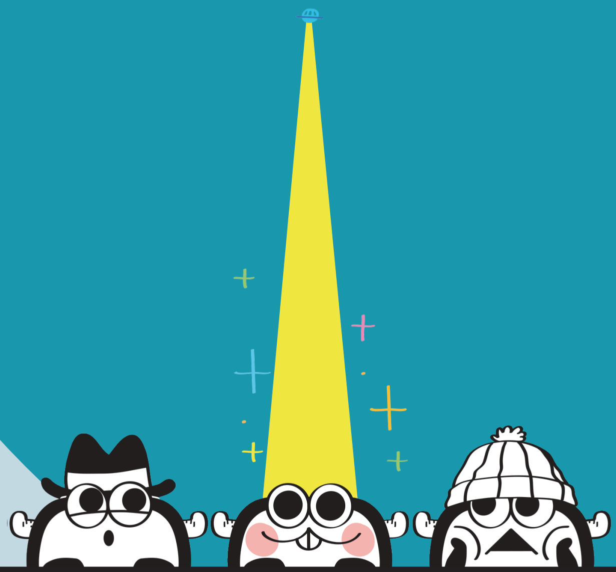
현대에는 암호를 만들 때 큰 두 '소수'를 곱하는 원리를 이용합니다. 여기서 소수란, 1보다 큰 수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수입니다. 큰 소수 두 개를 곱하는 것은 쉽지만, 곱한 값을 보고 곱해진 두 소수를 찾는 것은 어려워 암호로 많이 사용된다고 합니다.

• 다음 암호를 풀어 봅시다.

암호키 187

암호 암호키를 나누어떨어지게 하는 소수의 합

소수는 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...이고, 이 중에서 187을 나누어떨어지게 하는 소수는 11이므로 암호키를 나누어떨어지게 하는 두 소수는 11과 $187 \div 11 = 17$입니다.
따라서 암호는 $11 + 17 = 28$입니다.



3

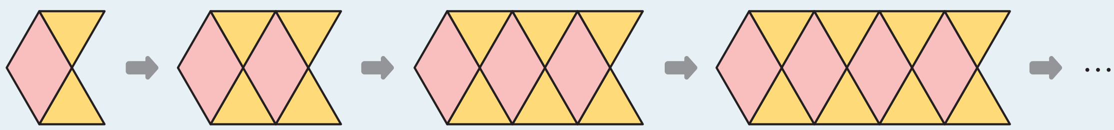
대응 관계

두 양 사이의 관계

필수 개념

❶ 대응 관계 알아보기

• 대응 관계: 한 양이 변함에 따라 다른 양이 일정하게 변할 때 두 양 사이의 관계



① 표를 이용하여 사각형의 수와 삼각형의 수 사이의 관계 알아보기

사각형의 수(개)	1	2	3	4	…
삼각형의 수(개)	2	4	6	8	…

• 사각형의 수가 1개씩 늘어날 때마다 삼각형의 수는 2개씩 늘어납니다.

• 삼각형의 수는 사각형의 수의 2배씩 늘어납니다.

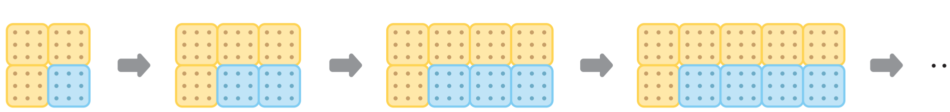
② 사각형의 수와 삼각형의 수 사이의 대응 관계 알아보기

• 삼각형의 수는 사각형의 수의 2배입니다.

• 사각형의 수는 삼각형의 수의 반입니다.

개념 플러스

❶ 규칙적인 배열에서 대응 관계 알아보기



① 표를 이용하여 파란색 사각판의 수와 노란색 사각판의 수 사이의 관계 알아보기

파란색 사각판의 수(개)	1	2	3	4	…
노란색 사각판의 수(개)	3	4	5	6	…

• 파란색 사각판의 수는 1개, 2개, 3개, 4개, …로 1개씩 늘어납니다.

• 노란색 사각판의 수는 3개, 4개, 5개, 6개, …로 1개씩 늘어납니다.

② 파란색 사각판의 수와 노란색 사각판의 수 사이의 대응 관계 알아보기

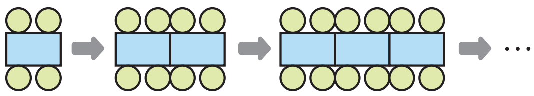
• 파란색 사각판의 수에 2를 더하면 노란색 사각판의 수와 같습니다.

• 노란색 사각판의 수에서 2를 빼면 파란색 사각판의 수와 같습니다.

WARM-UP 개념 확인

◆ 정답과 풀이 22쪽

[1-3] 도형의 배열을 보고 물음에 답하세요.



1 사각형의 수와 원의 수 사이의 대응 관계를 찾아 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

- 사각형이 5개일 때 필요한 원은 $\boxed{20}$개입니다.
- 사각형이 10개일 때 필요한 원은 $\boxed{40}$개입니다.

풀이 사각형 1개마다 원이 4개씩 필요하므로 사각형이 5개일 때 필요한 원은 $5 \times 4 = 20$(개), 사각형이 10일 때 필요한 원은 $10 \times 4 = 40$(개)입니다.

2 원이 96개일 때 사각형은 몇 개 필요한지 구해 보세요.

(24개)

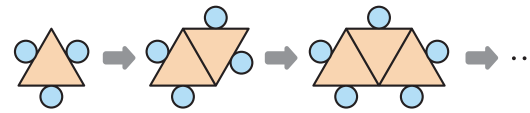
풀이 원 4개마다 사각형이 1개씩 필요하므로 원이 96개일 때 필요한 사각형은 $96 \div 4 = 24$(개)입니다.

3 사각형의 수와 원의 수 사이의 대응 관계를 써 보세요.

예 사각형의 수가 1개씩 늘어날 때마다 원의 수는 4개씩 늘어납니다.

다른 풀이 • 원의 수는 사각형의 수의 4배씩 늘어납니다.
• 원의 수는 사각형의 수의 4배입니다.

4 도형의 배열을 보고 표를 이용하여 삼각형의 수와 원의 수 사이의 대응 관계를 알아보려고 합니다. 표를 완성하고, 원이 32개일 때 삼각형은 몇 개 필요한지 구해 보세요.

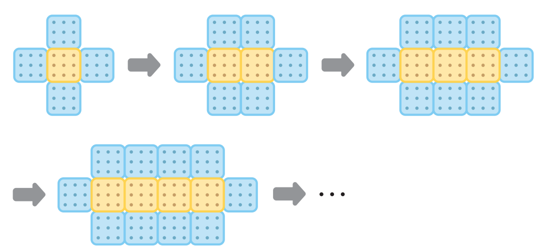


삼각형의 수(개)	1	2	3	…
원의 수(개)	3	4	5	…

(30개)

풀이 삼각형이 1개, 2개, 3개일 때 원은 각각 3개, 4개, 5개이므로 원의 수는 삼각형의 수보다 2개 더 많습니다. 또는 삼각형의 수는 원의 수보다 2개 더 적습니다.
따라서 원이 32개일 때 필요한 삼각형은 $32 - 2 = 30$(개)입니다.

[5-6] 파란색 사각판과 노란색 사각판으로 규칙적인 배열을 만들고 있습니다. 물음에 답하세요.



5 노란색 사각판을 10개 만드는 데 파란색 사각판은 몇 개 필요한지 구해 보세요.

(22개)

풀이

노란색 사각판의 수(개)	1	2	3	4	…
파란색 사각판의 수(개)	4 (2+2)	6 (2+4)	8 (2+6)	10 (2+8)	…

노란색 사각판이 10개일 때 파란색 사각판은 위아래 $10 \times 2 = 20$(개)와 양옆 2개로 22개가 필요합니다.

6 파란색 사각판의 수와 노란색 사각판의 수 사이의 대응 관계를 써 보세요.

예 파란색 사각판의 수는 노란색 사각판의 수의 2배보다 2개 더 많습니다.

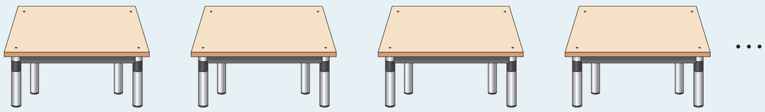
풀이 노란색 사각판이 1개씩 늘어날 때마다 노란색 사각판의 양옆에 있는 파란색 사각판의 수는 변하지 않고, 노란색 사각판의 위아래에 있는 파란색 사각판은 2개씩 늘어납니다.

2 대응 관계를 식으로 나타내기

필수 개념

❶ 대응 관계를 식으로 나타내기

두 양 사이의 대응 관계를 식으로 간단하게 나타낼 때는 각 양을 ■, ▲, ● 등과 같은 기호로 표현할 수 있습니다.



① 표를 이용하여 책상의 수와 책상 다리의 수 사이의 관계 알아보기

책상의 수(개)	1	2	3	4	…
책상 다리의 수(개)	4	8	12	16	…

• 책상의 수가 1개씩 늘어날 때마다 책상 다리의 수는 4개씩 늘어납니다.

➡ 책상 다리의 수는 책상의 수의 4배씩 늘어납니다.

② 책상의 수와 책상 다리의 수 사이의 대응 관계를 식으로 나타내기

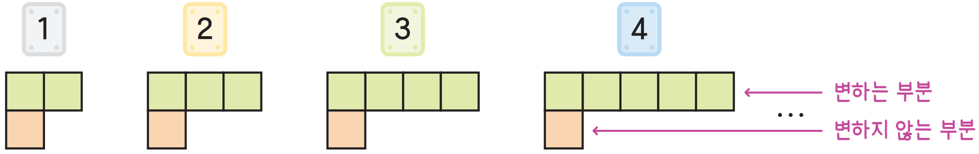
• 책상 다리의 수는 책상의 수의 4배입니다.

➡ (책상의 수)×4=(책상 다리의 수) 또는 (책상 다리의 수)÷4=(책상의 수)

• 책상의 수: ■, 책상 다리의 수: ▲ ➡ ■×4=▲ 또는 ▲÷4=■

개념 플러스

❶ 배열 순서와 사각형 조각의 수 사이의 대응 관계를 식으로 나타내기



① 표를 이용하여 배열 순서와 사각형 조각의 수 사이의 관계 알아보기

배열 순서	1	2	3	4	…
사각형 조각의 수(개)	3 (2+1)	4 (3+1)	5 (4+1)	6 (5+1)	…

• 배열 순서가 1씩 늘어날 때마다 사각형 조각의 수는 1개씩 늘어납니다.

② 배열 순서와 사각형 조각의 수 사이의 대응 관계를 식으로 나타내기

• 사각형 조각의 수는 배열 순서보다 2만큼 더 많습니다.

➡ (배열 순서)+2=(사각형 조각의 수) 또는 (사각형 조각의 수)−2=(배열 순서)

• 배열 순서: ■, 사각형 조각의 수: ▲ ➡ ■+2=▲ 또는 ▲−2=■

WARM-UP 개념 확인

◆ 정답과 풀이 22쪽

1 어느 색연필 한 자루의 가격은 1200원입니다. 색연필의 수와 색연필의 가격 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성하고, ☐ 안에 알맞은 수나 말을 써넣으세요.

색연필의 수(자루)	1	2	3	4	…
색연필의 가격(원)	1200	2400	3600	4800	…

(색연필의 수)×$\boxed{1200}$=($\boxed{\text{색연필의 가격}}$)

풀이 색연필의 가격은 색연필의 수의 1200배이므로 (색연필의 수)×1200=(색연필의 가격)입니다.

2 그림을 보고 탁자의 수를 ◎, 의자의 수를 ▲라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

식 ◎×2=▲(또는 ▲÷2=◎)

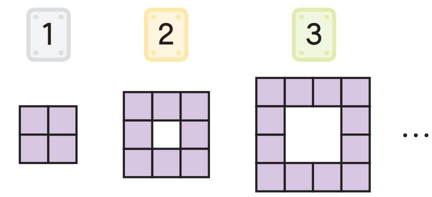
풀이 의자의 수는 탁자의 수의 2배이므로 ◎×2=▲ 또는 ▲÷2=◎입니다.

3 2010년에 서진이는 9살이었고, 2013년에 서진이 어머니의 나이는 41살이었습니다. 서진이 어머니가 65살이 되는 해에 서진이는 몇 살인지 구해 보세요.

(36살)

풀이 서진이는 2010년에 9살이었으므로 2013년에는 12살입니다. 서진이가 12살일 때 어머니는 41살이므로 어머니의 나이와 서진이의 나이 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 (어머니의 나이)−29=(서진이의 나이)입니다. 따라서 어머니가 65살이 되는 해에 서진이는 65−29=36(살)입니다.

4 사각형 조각으로 규칙적인 배열을 만들고 있습니다. 배열 순서와 사각형 조각의 수 사이의 대응 관계를 알아보고 ☐ 안에 알맞은 수나 말을 써넣으세요.

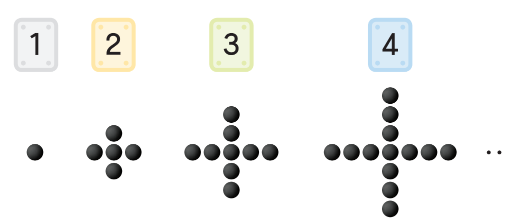


(배열 순서)×$\boxed{4}$=($\boxed{\text{사각형 조각의 수}}$)

풀이 사각형 조각의 수는 배열 순서의 4배이므로 (배열 순서)×4=(사각형 조각의 수)입니다.

[5-6] 바둑돌의 배열을 보고 표를 이용하여 배열 순서와 바둑돌의 수 사이의 대응 관계를 알아보려고 합니다. 물음에 답하세요.

5 배열 순서를 ▲, 바둑돌의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성하고, 식으로 나타내어 보세요.



▲	1	2	3	4	5	…
■	1	5	9	13	17	…

식 ▲×4−3=■(또는 (■+3)÷4=▲)

풀이 배열 순서가 1씩 늘어날 때마다 바둑돌은 4개씩 늘어납니다. 1×4−3=1, 2×4−3=5, 3×4−3=9이므로 ▲×4−3=■이고, ▲=4이면 ■=4×4−3=13, ▲=5이면 ■=5×4−3=17입니다.

6 바둑돌을 같은 규칙으로 1째부터 6째까지 차례대로 만들려면 바둑돌은 모두 몇 개 필요한지 구해 보세요.

(66개)

풀이 6째 바둑돌의 수는 6×4−3=21입니다. 따라서 바둑돌을 같은 규칙으로 1째부터 6째까지 차례대로 만들 때 필요한 바둑돌은 모두 1+5+9+13+17+21=66(개)입니다.

다른 풀이 1째 배열부터 6째 배열까지의 바둑돌을 모두 더해야 하므로 (1+2+3+4+5+6)×4−3×6 =84−18=66(개)입니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 두 수 사이의 대응 관계

민우와 지원이가 대응 관계 알아맞히기 놀이를 하고 있습니다. 민우가 4라고 말하면 지원이는 13이라고 답하고, 민우가 8이라고 말하면 지원이는 17이라고 답합니다. 또 민우가 15라고 말하면 지원이는 24라고 답합니다. 민우가 32라고 말하면 지원이는 어떤 수를 답해야 하는지 구해 보세요.

문제해결 TIP | 표를 이용하여 민우가 말하는 수와 지원이가 답하는 수 사이의 대응 관계를 생각해요.

1 단계 민우가 말하는 수와 지원이가 답하는 수 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성해 보세요.

민우가 말하는 수	4	8	15
지원이가 답하는 수	13	17	24

2 단계 민우가 말하는 수를 ■, 지원이가 답하는 수를 ▲라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

식 ■+9=▲
(또는 ▲−9=■)

풀이 민우가 말하는 수에 9를 더하면 지원이가 답하는 수이므로 ■+9=▲ 또는 ▲−9=■입니다.

3 단계 민우가 32라고 말하면 지원이는 어떤 수를 답해야 하는지 구해 보세요.

(41)

풀이 ■=32이면 ▲=32+9=41이므로 민우가 32라고 말하면 지원이가 답해야 하는 수는 41입니다.

유사 문제

1-1 현규와 소진이가 수 카드를 이용하여 대응 관계 알아맞히기 놀이를 하고 있습니다. 현규가 3 을 내면 소진이는 11 을 내고, 현규가 7 과 12 를 내면 소진이는 각각 15 와 20 을 냅니다. 현규가 21 을 냈다면 소진이는 어떤 수가 쓰인 카드를 내야 하는지 구해 보세요.

(29)

풀이 현규가 낸 수 카드의 수를 ★, 소진이가 낸 수 카드의 수를 ◆라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 표로 나타내면 다음과 같습니다.

★	3	7	12
◆	11	15	20

현규가 낸 수 카드의 수에 8을 더하면 소진이가 낸 수 카드의 수이므로 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ★+8=◆입니다.
따라서 현규가 21이 쓰인 수 카드를 냈다면 소진이는 21+8=29가 쓰인 수 카드를 내야 합니다.

변형 문제

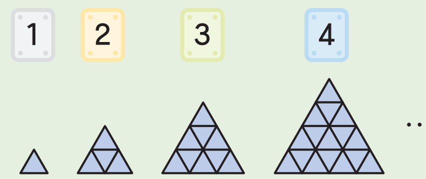
1-2 어떤 수를 입력하면 그 수와 대응 관계인 수가 나오는 기계가 있습니다. 기계에 3, 6, 9를 차례대로 입력했더니 차례대로 8, 35, 80이 나왔다면 10을 입력하면 어떤 수가 나오는지 구해 보세요.

(99)

풀이 $3 \rightarrow 8=3\times3-1$, $6 \rightarrow 35=6\times6-1$, $9 \rightarrow 80=9\times9-1$이므로
기계에 입력하는 수가 ■라면 나오는 수는 ■×■−1입니다.
따라서 기계에 10을 입력하면 나오는 수는 $10\times10-1=99$입니다.

심화 유형 2 배열 순서와 도형의 수 사이의 대응 관계 찾기

오른쪽과 같이 배열 순서에 따라 삼각형 조각을 규칙적으로 늘어놓고 있습니다. 15째에 놓이는 삼각형 조각은 몇 개인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 배열 순서와 삼각형 조각의 수 사이의 대응 관계를 생각해요.

1 단계 배열 순서와 삼각형 조각의 수 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성해 보세요.

배열 순서	1	2	3	4	5	…
삼각형 조각의 수(개)	1	4	9	16	25	…

2 단계 배열 순서를 ■, 삼각형 조각의 수를 ▲라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

식 ■×■=▲

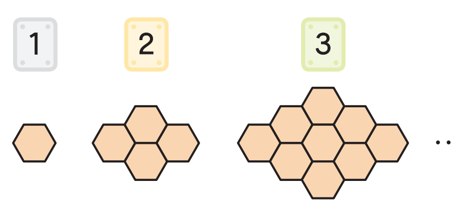
풀이 1×1=1, 2×2=4, 3×3=9, 4×4=16, 5×5=25, ...이므로 ■×■=▲입니다.

3 단계 15째에 놓이는 삼각형 조각은 몇 개인지 구해 보세요. (225개)

풀이 ■=15이면 ▲=15×15=225이므로 15째에 놓이는 삼각형 조각은 225개입니다.

유사 문제

2-1 오른쪽과 같이 배열 순서에 따라 육각형 조각을 규칙적으로 늘어놓고 있습니다. 20째에 놓이는 육각형 조각은 몇 개인지 구해 보세요.



(400개)

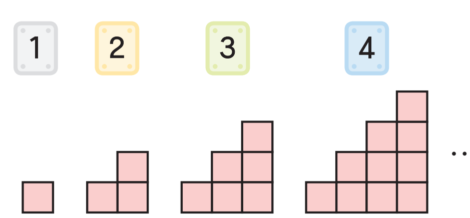
풀이

배열 순서	1	2	3	…
육각형 조각의 수(개)	1	4	9	…

1×1=1, 2×2=4, 3×3=9, 4×4=16, ...이므로 배열 순서를 ★, 육각형 조각의 수를 ◆라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ★×★=◆입니다.
따라서 20째에 놓이는 육각형 조각의 수는 배열 순서가 20이므로 20×20=400(개)입니다.

변형 문제

2-2 오른쪽과 같이 배열 순서에 따라 사각형 조각을 규칙적으로 늘어놓고 있습니다. 사각형 조각이 66개 놓이는 모양은 몇째인지 구해 보세요.



(11째)

풀이

배열 순서	1	2	3	4	…
사각형 조각의 수(개)	1	3 (1+2)	6 (1+2+3)	10 (1+2+3+4)	…

배열 순서를 ▲, 사각형 조각의 수를 ■라고 할 때 ■는 1부터 ▲까지의 자연수를 모두 더한 수입니다.

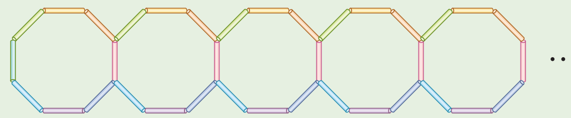
배열 순서	…	9	10	11	…
사각형 조각의 수(개)	…	45 (1+2+3+…+9)	55 (1+2+3+…+10)	66 (1+2+3+…+11)	…

따라서 사각형 조각이 66개 놓이는 모양은 11째입니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 3 모양의 수와 늘어나는 수 사이의 대응 관계 찾기

그림과 같이 수수깡으로 정팔각형을 만들고 있습니다. 정팔각형 20개를 만드는 데 필요한 수수깡은 몇 개인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 한 변이 맞닿게 정팔각형을 만들면 필요한 수수깡의 수는 $(8-1)$개씩 늘어나요.

1 단계 정팔각형의 수와 수수깡의 수 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성해 보세요.

정팔각형의 수(개)	1	2	3	4	5	…
수수깡의 수(개)	8	15	22	29	36	…

2 단계 정팔각형의 수를 ▲, 수수깡의 수를 ◆라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

풀이 정팔각형이 1개씩 늘어날 때마다 수수깡은 7개씩 늘어납니다.
$1+1\times7=8$, $1+2\times7=15$, $1+3\times7=22$, $1+4\times7=29$,
$1+5\times7=36$, ...이므로 1+▲×7=◆ 또는 (◆−1)÷7=▲입니다.

식 1+▲×7=◆
(또는 (◆−1)÷7=▲)

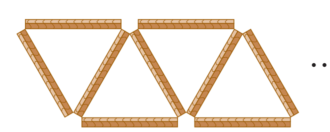
3 단계 정팔각형 20개를 만드는 데 필요한 수수깡은 몇 개인지 구해 보세요.

(141개)

풀이 ▲=20이면 ◆=$1+20\times7=1+140=141$이므로 정팔각형 20개를 만드는 데 필요한 수수깡은 141개입니다.

유사 문제

3-1 그림과 같이 막대로 정삼각형을 만들고 있습니다. 막대 43개로 만들 수 있는 정삼각형은 몇 개인지 구해 보세요.



(21개)

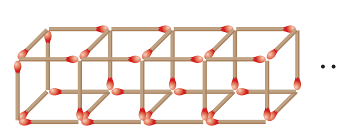
풀이

정삼각형의 수(개)	1	2	3	4	…
막대의 수(개)	3	5	7	9	…

정삼각형이 1개씩 늘어날 때마다 막대는 2개씩 늘어납니다. 정삼각형의 수를 ▲, 막대의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계는
$1+1\times2=3$, $1+2\times2=5$, $1+3\times2=7$, $1+4\times2=9$, ...이므로 식으로 나타내면 1+▲×2=■ 또는 (■−1)÷2=▲입니다.
따라서 ■=43이면 ▲=$(43-1)\div2=42\div2=21$이므로 막대 43개로 만들 수 있는 정삼각형은 21개입니다.

변형 문제

3-2 그림과 같이 성냥개비로 상자 모양을 만들고 있습니다. 상자 모양 15개를 만드는 데 필요한 성냥개비는 몇 개인지 구해 보세요.



(124개)

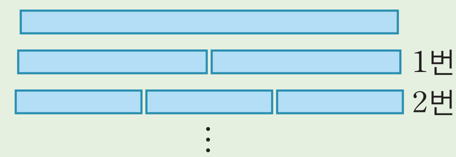
풀이

상자 모양의 수(개)	1	2	3	4	…
성냥개비의 수(개)	12	20	28	36	…

상자 모양이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 8개씩 늘어납니다. 상자 모양의 수를 ■, 성냥개비의 수를 ★이라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계는
$4+1\times8=12$, $4+2\times8=20$, $4+3\times8=28$, $4+4\times8=36$, ...이므로 식으로 나타내면 4+■×8=★ 또는 (★−4)÷8=■입니다.
따라서 ■=15이면 ★=$4+15\times8=4+120=124$이므로 상자 모양 15개를 만드는 데 필요한 성냥개비는 124개입니다.

심화 유형 4 자른 횟수와 도막의 수 사이의 대응 관계 찾기

오른쪽과 같은 방법으로 색 테이프를 자르려고 합니다. 잘린 색 테이프가 30도막이 되려면 색 테이프를 몇 번 잘라야 하는지 구해 보세요. (단, 색 테이프를 겹쳐서 자르지 않습니다.)



3 단원

문제해결 TIP | 도막의 수는 자른 횟수보다 1만큼 큰 수예요.

1 단계 자른 횟수와 색 테이프의 도막의 수 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성해 보세요.

자른 횟수(번)	1	2	3	4	⋯
도막의 수(도막)	2	3	4	5	⋯

2 단계 자른 횟수를 ★, 도막의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

풀이 색 테이프를 1번씩 자를 때마다 색 테이프는 1도막씩 늘어납니다.
$1+1=2$, $2+1=3$, $3+1=4$, $4+1=5$, ...이므로
★$+1=$■ 또는 ■$-1=$★입니다.

식 ★$+1=$■
(또는 ■$-1=$★)

3 단계 색 테이프가 30도막이 되려면 색 테이프를 몇 번 잘라야 하는지 구해 보세요.

풀이 ■$=30$이면 ★$=30-1=29$이므로 색 테이프가 30도막이 되려면 색 테이프를 29번 잘라야 합니다.

(29번)

유사 문제

4-1

통나무를 한 번 자르는 데 4분이 걸린다고 합니다. 이 통나무를 쉬지 않고 12도막으로 자르는 데 걸리는 시간은 모두 몇 분인지 구해 보세요. (단, 통나무를 겹쳐서 자르지 않습니다.)

(44분)

풀이

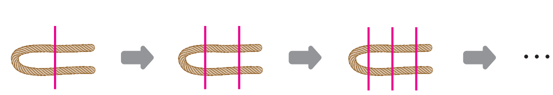
자른 횟수(번)	1	2	3	4	⋯
도막의 수(도막)	2	3	4	5	⋯

통나무를 1번씩 자를 때마다 통나무는 1도막씩 늘어납니다. $1+1=2$, $2+1=3$, $3+1=4$, $4+1=5$, ...이므로 (자른 횟수)$+1=$(도막의 수)입니다.
통나무를 12도막으로 자르려면 $12-1=11$이므로 11번 잘라야 하고, 한 번 자르는 데 4분이 걸리므로 쉬지 않고 12도막으로 자르는 데 걸리는 시간은 모두 $4\times11=44$(분)입니다.

변형 문제

4-2

다음과 같은 방법으로 실을 잘라 여러 도막으로 나누려고 합니다. 실이 39도막이 되려면 실을 몇 번 잘라야 하는지 구해 보세요. (단, 실을 겹쳐서 자르지 않습니다.)



(19번)

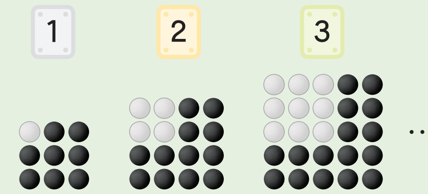
풀이

자른 횟수(번)	1	2	3	4	⋯
도막의 수(도막)	3	5	7	9	⋯

실을 1번씩 자를 때마다 실은 2도막씩 늘어납니다. $1+1\times2=3$, $1+2\times2=5$, $1+3\times2=7$, $1+4\times2=9$, ...이므로 $1+$(자른 횟수)$\times2=$(도막의 수)입니다. 자른 횟수를 ▲, 도막의 수를 ■라고 하면 $1+$▲$\times2=$■ 또는 (■-1)$\div2=$▲입니다.
따라서 ■$=39$이면 ▲$=(39-1)\div2=38\div2=19$이므로 실이 39도막이 되려면 실을 19번 잘라야 합니다.

심화 유형 5 모양의 배열에서 두 개의 대응 관계 찾기

오른쪽과 같이 바둑돌을 규칙적으로 배열하고 있습니다. 9째에 놓일 흰색 바둑돌의 수와 검은색 바둑돌의 수의 차는 몇 개인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | (흰색 바둑돌의 수)=(배열 순서)×(배열 순서), (검은색 바둑돌의 수)=(배열 순서+1)×4

1 단계 배열 순서, 흰색 바둑돌의 수, 검은색 바둑돌의 수 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성해 보세요.

배열 순서	1	2	3	…
흰색 바둑돌의 수(개)	1	4	9	…
검은색 바둑돌의 수(개)	8	12	16	…

2 단계 배열 순서를 ★, 흰색 바둑돌의 수를 ◎, 검은색 바둑돌의 수를 ▲라고 할 때 □ 안에 알맞은 기호나 수를 써서 대응 관계를 완성해 보세요.

$\boxed{\star}\times\boxed{\star}=◎$, $(\boxed{\star}+1)\times\boxed{4}=▲$

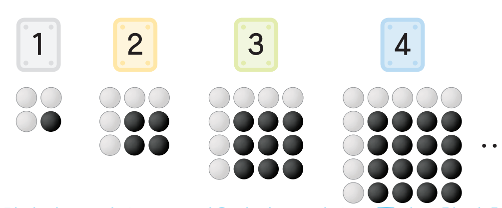
풀이 흰색 바둑돌의 수는 $1\times1=1$, $2\times2=4$, $3\times3=9$, ...이므로 ★×★=◎입니다.
검은색 바둑돌의 수는 $(1+1)\times4=8$, $(2+1)\times4=12$, $(3+1)\times4=16$, ...이므로 (★+1)×4=▲입니다.

3 단계 9째에 놓일 흰색 바둑돌의 수와 검은색 바둑돌의 수의 차를 구해 보세요. (41개)

풀이 ★=9이면 ◎=9×9=81이므로 흰색 바둑돌의 수는 81개이고, ▲=(9+1)×4=10×4=40이므로 검은색 바둑돌의 수는 40개입니다.
따라서 9째에 놓일 흰색 바둑돌의 수와 검은색 바둑돌의 수의 차는 81−40=41(개)입니다.

유사 문제

5-1 오른쪽과 같이 바둑돌을 규칙적으로 배열하고 있습니다. 10째에 놓일 검은색 바둑돌의 수와 32째에 놓일 흰색 바둑돌의 수의 차는 몇 개인지 구해 보세요. (35개)



풀이

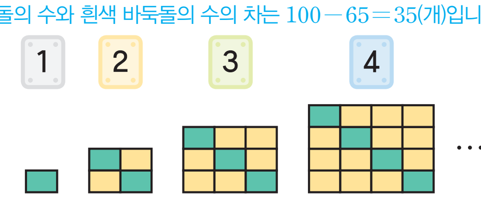
배열 순서	1	2	3	4	…
흰색 바둑돌의 수(개)	3	5	7	9	…
검은색 바둑돌의 수(개)	1	4	9	16	…

배열 순서를 ★, 흰색 바둑돌의 수를 ▲, 검은색 바둑돌의 수를 ■라고 할 때 찾을 수 있는 대응 관계는 1+★×2=▲, ★×★=■입니다. ★=10이면 ■=10×10=100이므로 10째에 놓일 검은색 바둑돌의 수는 100개이고, ★=32이면 ▲=1+32×2=65이므로 32째에 놓일 흰색 바둑돌의 수는 65개입니다.
따라서 검은색 바둑돌의 수와 흰색 바둑돌의 수의 차는 100−65=35(개)입니다.

변형 문제

5-2 오른쪽과 같이 사각형 조각을 규칙적으로 붙이려고 합니다. 11째에 붙일 초록색 사각형 조각의 수와 노란색 사각형 조각의 수의 차는 몇 개인지 구해 보세요.

(99개)



풀이

배열 순서	1	2	3	4	…
초록색 사각형 조각의 수(개)	1	2	3	4	…
노란색 사각형 조각의 수(개)	0 (1−1)	2 (4−2)	6 (9−3)	12 (16−4)	…

배열 순서를 ★, 초록색 사각형 조각의 수를 ◎, 노란색 사각형 조각의 수를 ▲라고 할 때 찾을 수 있는 대응 관계는 ◎=★, ★×★−◎=▲입니다.
★=11이면 ◎=11이므로 11째에 붙일 초록색 사각형 조각의 수는 11개이고, ▲=11×11−11=110이므로 11째에 붙일 노란색 사각형 조각의 수는 110개입니다.
따라서 11째에 붙일 초록색 사각형 조각의 수와 노란색 사각형 조각의 수의 차는 110−11=99(개)입니다.

◆ 정답과 풀이 23쪽

STEAM

심화 유형 6 대응 관계를 활용한 생활 속 유형

수학 + 사회

소율이는 사회 수업에서 국토의 위치와 경도*를 배우고, 경도 차이에 따라 시간 차이(시차)가 생겨 도시마다 시각이 다르다는 것을 알게 되었습니다. 지구는 24시간 동안 360°를 자전하므로 경도 15°마다 1시간의 시차가 생기고, 런던을 기준으로 해서 동쪽으로 갈수록 시간이 빨라진다고 합니다. 동쪽 경도와 시차 사이의 대응 관계를 기호를 사용한 식으로 나타내고, 런던이 오후 3시일 때 런던을 기준으로 동쪽 경도 90°인 지역은 오후 몇 시인지 구해 보세요.

*경도: 지구상의 위치를 나타내는 좌표의 하나로 지구의 남극과 북극을 지나는 세로로 그어진 선

문제해결 TIP | 런던을 기준으로 동쪽 지역은 시간이 빠르므로 시차만큼의 시간을 더해요.

1 단계 동쪽 경도와 시차 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성해 보세요.

동쪽 경도(°)	0	15	30	45	…
시차(시간)	0	1	2	3	…

2 단계 동쪽 경도를 ■(°), 시차를 ▲(시간)이라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

풀이 동쪽 경도가 15°씩 늘어날 때마다 시차는 1시간씩 늘어납니다.
경도 15°마다 1시간의 시차가 있으므로 ■÷15=▲ 또는 ▲×15=■입니다.

식 ■÷15=▲ (또는 ▲×15=■)

3 단계 런던이 오후 3시일 때 런던을 기준으로 동쪽 경도 90°인 지역은 오후 몇 시인지 구해 보세요.

풀이 ■=90이면 ▲=90÷15=6이므로 런던을 기준으로 동쪽 경도 90°인 지역과의 시차는 6시간입니다.
따라서 런던이 오후 3시일 때 런던을 기준으로 동쪽 경도 90°인 지역은 오후 3시+6시간=오후 9시입니다.

(오후 9시)

수학 + 과학

6-1 빛은 1초에 약 30만 km를 이동하는 반면, 소리는 1초에 약 340 m를 이동하기 때문에 벼락이 칠 때 불빛은 거의 즉시 보이지만 천둥소리는 늦게 들립니다. 벼락이 친 순간과 천둥소리를 들은 순간의 시간 차이(■)와 벼락이 떨어진 곳까지의 거리(▲) 사이의 대응 관계를 기호를 사용한 식으로 나타내고, 천둥소리가 벼락이 친 것보다 9초 늦게 들렸다면 벼락이 떨어진 곳까지의 거리는 약 몇 km 몇 m인지 구해 보세요.

식 340×■=▲(또는 ▲÷340=■)

약 (3 km 60 m)

풀이

벼락과 천둥소리의 시간 차이(초)	1	2	3	4	…
벼락이 떨어진 곳까지의 거리(m)	340	680	1020	1360	…

벼락과 천둥소리의 시간 차이를 ■(초), 벼락이 떨어진 곳까지의 거리를 ▲(m)라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 340×■=▲ 또는 ▲÷340=■입니다. ■=9이면 ▲=340×9=3060이므로 벼락이 떨어진 곳까지의 거리는 약 3060 m입니다.
따라서 천둥소리가 벼락이 친 것보다 9초 늦게 들렸다면 벼락이 떨어진 곳까지의 거리는 약 3060 m=3 km 60 m입니다.

MASTER 고난도

신경향

1 민지와 원우가 대응 관계 알아맞히기 놀이를 하고 있습니다. 민지가 2라고 말하면 원우는 9라고 답하고, 민지가 4라고 말하면 원우는 19라고 답합니다. 또 민지가 5라고 말하면 원우는 24라고 답합니다. 민지가 3이라고 말하면 원우는 ★이라고 답할 때, 민지가 다시 ★이라고 말하면 원우는 어떤 수를 답해야 하는지 구해 보세요.

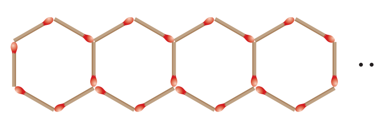
(69)

풀이

민지가 말하는 수	2	4	5	3	…
원우가 답하는 수	9	19	24	★	…

민지가 말하는 수를 ■, 원우가 답하는 수를 ▲라고 할 때 $2\times5-1=9$, $4\times5-1=19$, $5\times5-1=24$, ...이므로 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ■$\times5-1=$▲입니다. ■$=3$이면 ▲$=3\times5-1=14$이므로 ★$=14$이고, 민지가 14라고 말하면 원우가 답해야 하는 수는 $14\times5-1=69$입니다.

2 그림과 같이 성냥개비를 사용하여 정육각형 모양을 만들고 있습니다. 정육각형의 수를 ■, 성냥개비의 수를 ★라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 기호를 사용한 식으로 나타내고, 성냥개비 451개로 만들 수 있는 정육각형은 몇 개인지 구해 보세요.



식 예 $1+$■$\times5=$★(또는 (★-1)$\div5=$■) (90개)

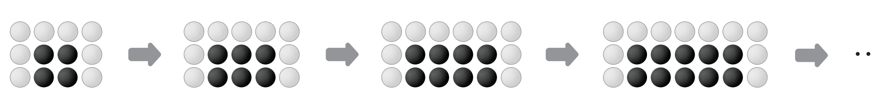
풀이

정육각형의 수(개)	1	2	3	4	…
성냥개비의 수(개)	6	11	16	21	…

정육각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 5개씩 늘어납니다. $1+1\times5=6$, $1+2\times5=11$, $1+3\times5=16$, $1+4\times5=21$, ...이므로 정육각형의 수를 ■, 성냥개비의 수를 ★이라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 $1+$■$\times5=$★ 또는 (★-1)$\div5=$■입니다. ★$=451$이면 ■$=(451-1)\div5=90$이므로 성냥개비 451개로 만들 수 있는 정육각형은 90개입니다.

경시 변형

3 다음과 같이 바둑돌을 규칙적으로 배열하고 있습니다. 표를 완성하고 흰색 바둑돌이 20개 놓일 때 검은색 바둑돌은 몇 개 놓이는지 구해 보세요.



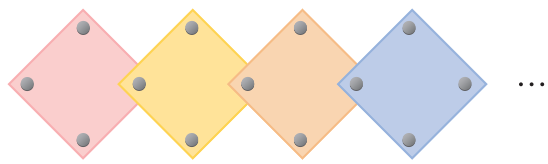
흰색 바둑돌의 수(개)	8	9	10	11	…
검은색 바둑돌의 수(개)	4	6	8	10	…

(28개)

풀이 양 끝에 있는 흰색 바둑돌 3개씩 6개는 변하지 않고, 흰색 바둑돌이 1개씩 늘어날 때 검은색 바둑돌은 2개씩 늘어납니다. $(8-6)\times2=4$, $(9-6)\times2=6$, $(10-6)\times2=8$, $(11-6)\times2=10$, ...이므로 흰색 바둑돌의 수를 ▲, 검은색 바둑돌의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 (▲-6)$\times2=$■ 또는 ■$\div2+6=$▲입니다.
따라서 흰색 바둑돌이 20개 놓일 때 검은색 바둑돌은 $(20-6)\times2=28$(개) 놓입니다.

서술형

4 알림판에 둥근 자석을 사용하여 색종이를 겹치게 이어 붙이려고 합니다. 문구점에서 파는 둥근 자석은 한 개에 200원이고, 색종이는 5장씩 한 묶음에 350원입니다. 문구점에서 둥근 자석과 색종이를 사서 색종이 22장을 붙이려면 적어도 얼마가 필요한지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.



풀이 예)

색종이의 수(장)	1	2	3	4	…
둥근 자석의 수(개)	4	7	10	13	…

색종이의 수를 ■, 둥근 자석의 수를 ●라고 할 때 $1+1\times3=4$, $1+2\times3=7$, $1+3\times3=10$,

$1+4\times3=13$, ...이므로 $1+■\times3=●$ 또는 $(●-1)\div3=■$입니다.

■$=22$이면 ●$=1+22\times3=67$이므로 색종이 22장을 붙이려면 둥근 자석은 67개 필요합니다.

색종이는 한 묶음에 5장씩이고 $22\div5=4 \cdots 2$이므로 색종이 22장을 붙이려면 5묶음을 사야 합니다.

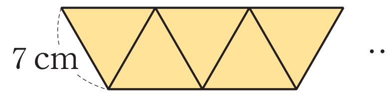
따라서 둥근 자석 67개와 색종이 5묶음을 사야 하므로 적어도

$200\times67+350\times5=13400+1750=15150$(원)이 필요합니다.

답 15150원

채점 기준	비율
색종이의 수와 둥근 자석의 수 사이의 대응 관계 알아보기	30 %
색종이 22장을 붙이는 데 필요한 둥근 자석의 수와 사야 할 색종이 묶음의 수 구하기	50 %
필요한 돈은 적어도 얼마인지 구하기	20 %

5 그림과 같이 한 변의 길이가 7 cm인 정삼각형을 겹치지 않게 이어 붙이고 있습니다. 정삼각형 51개를 이어 붙인 도형의 가장 바깥쪽에 있는 변의 길이의 합은 몇 cm인지 구해 보세요.



(371 cm)

풀이

정삼각형의 수(개)	1	2	3	4	…
변의 수(개)	3	4	5	6	…
변의 길이의 합(cm)	21	28	35	42	…

정삼각형이 1개씩 늘어날 때마다 가장 바깥쪽에 있는 변의 수는 1개씩 늘어나므로 변의 길이의 합은 7 cm씩 늘어납니다.
정삼각형의 수를 ▲, 가장 바깥쪽에 있는 변의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ▲$+2=$■입니다. ▲$=51$이면 ■$=51+2=53$이므로 정삼각형 51개를 이어 붙였을 때 가장 바깥쪽에 있는 변은 53개입니다.
따라서 가장 바깥쪽에 있는 변의 길이의 합은 $7\times53=371$ (cm)입니다.

6 통나무를 한 번 자르는 데 12분이 걸리고, 한 번 자를 때마다 4분씩 쉰다고 합니다. 이 통나무를 겹치지 않고 33도막으로 자르는 데 걸리는 시간은 몇 시간 몇 분인지 구해 보세요. (단, 마지막 도막을 자른 뒤에는 쉬지 않습니다.)

(8시간 28분)

풀이

자른 횟수(번)	1	2	3	4	…
도막의 수(도막)	2	3	4	5	…
쉬는 횟수(번)	0	1	2	3	…

통나무를 1번씩 자를 때마다 통나무는 1도막씩 늘어나고, 쉬는 횟수는 마지막 도막을 자른 뒤에는 쉬지 않으므로 도막의 수보다 2만큼 더 적습니다. 통나무를 33도막으로 자르려면 자른 횟수는 $33-1=32$(번)이고, 쉬는 횟수는 $33-2=31$(번)입니다.
통나무를 한 번 자르는 데 12분이 걸리고, 한 번 자를 때마다 4분씩 쉬므로 통나무를 33도막으로 자르는 데 걸리는 시간은 $12\times32+4\times31=384+124=508$(분)이므로 508분=8시간 28분입니다.

통합 교과 [수학 + 실과]

7 열량(kcal)은 우리가 음식에서 얻는 에너지의 양이고, 우리 몸은 열량을 소모하여 활동하고 체온을 일정하게 유지합니다. 피자 1조각을 먹을 때 얻는 열량은 360 kcal, 30분 동안 5 km를 달릴 때 소모되는 열량은 300 kcal입니다. 같은 빠르기로 달리는 시간을 ■(분), 소모되는 열량을 ▲(kcal)라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내고, 해진이가 피자 3조각을 먹고 얻은 열량을 모두 소모하려면 적어도 몇 분 동안 달려야 하는지 구해 보세요.

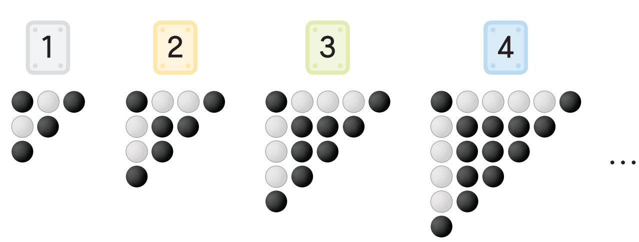
식 $10\times$■$=$▲(또는 ▲$\div10=$■) (108분)

풀이

달리는 시간(분)	30	60	90	…
소모되는 열량(kcal)	300	600	900	…

5 km를 30분 동안 달릴 때 소모되는 열량은 300 kcal이므로 1분 동안 달릴 때 소모되는 열량은 $300\div30=10$ (kcal)입니다.
시간을 ■(분), 소모되는 열량을 ▲(kcal)라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 $10\times$■$=$▲ 또는 ▲$\div10=$■입니다. 피자 1조각을 먹을 때 얻는 열량은 360 kcal이므로 피자 3조각을 먹을 때 얻는 열량은 $360\times3=1080$ (kcal)입니다.
따라서 피자 3조각을 먹고 얻은 열량 1080 kcal를 모두 소모하려면 적어도 $1080\div10=108$(분) 동안 달려야 합니다.

8 다음과 같이 바둑돌을 규칙적으로 배열하고 있습니다. 6째에 놓일 흰색 바둑돌의 수가 ▲개, 8째에 놓일 검은색 바둑돌의 수가 ★개일 때 ▲+★의 값을 구해 보세요.



(51)

풀이

배열 순서	1	2	3	4	…
흰색 바둑돌의 수(개)	2	4	6	8	…
검은색 바둑돌의 수(개)	4 (3+1)	6 (3+3) 1+2	9 (3+6) 1+2+3	13 (3+10) 1+2+3+4	…

삼각형 모양으로 보았을 때 꼭짓점 위치에 있는 검은색 바둑돌 3개는 변하지 않고, 흰색 바둑돌이 2개씩 늘어날 때 검은색 바둑돌의 수는 변하지 않는 3개와 1부터 배열 순서까지의 수를 더한 수만큼씩 늘어납니다.
6째에 놓일 흰색 바둑돌의 수는 (배열 순서)×2이므로 ▲$=6\times2=12$(개)이고,
8째에 놓일 검은색 바둑돌의 수는 ★$=3+(1+2+3+\cdots+8)=3+36=39$(개)입니다.
따라서 ▲+★$=12+39=51$입니다.

채점 기준	비율
민재가 먼저 걸어간 거리 구하기	20 %
누나가 걸어간 거리와 민재가 걸어간 거리 사이의 대응 관계 알아보기	40 %
누나가 출발한 지 몇 분 후에 민재와 만날 수 있는지 구하기	40 %

◆ 정답과 풀이 27쪽

3 단원

서술형

9 민재는 도서관에 가기 위해 집에서 먼저 출발했고, 민재가 출발한 지 15분 후에 누나도 도서관에 가기 위해 집에서 출발했습니다. 민재는 1분에 50 m씩 걸어가고, 누나는 1분에 80 m씩 빠르게 걸어갔다면 누나가 출발한 지 몇 분 후에 민재를 만날 수 있는지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

(단, 민재와 누나가 도서관에 가는 길은 같습니다.)

풀이 예 민재가 집에서 출발하여 15분 동안 걸어간 거리는 $50 \times 15 = 750$ (m)입니다.

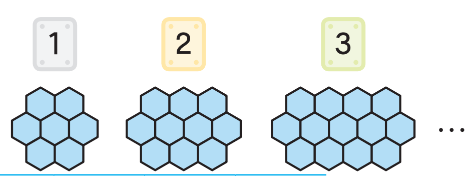
누나가 걸어간 시간(분)	1	2	3	4	…
누나가 걸어간 거리(m)	80	160	240	320	
민재가 걸어간 거리(m)	800 (750+50)	850 (750+100)	900 (750+150)	950 (750+200)	…

누나가 걸어간 시간을 ■라고 할 때 누나가 걸어간 거리는 $80 \times$ ■, 민재가 걸어간 거리는 $750 + 50 \times$ ■입니다. 누나와 민재가 만나려면 누나와 민재 사이의 거리가 같아야 하므로 $80 \times$ ■ $= 750 + 50 \times$ ■이고, $80 \times$ ■ $- 50 \times$ ■ $= (80 - 50) \times$ ■ $= 30 \times$ ■ $= 750$, ■ $= 25$입니다.

따라서 누나가 출발한 지 25분 후에 민재를 만날 수 있습니다.

답 25분 후

10 그림과 같이 정육각형 모양의 스티커를 겹치지 않게 규칙적으로 이어 붙이고 있습니다. 16째에 붙이는 스티커의 수는 5째에 붙이는 스티커의 수보다 몇 장 더 많은지 구해 보세요.



(33장)

풀이

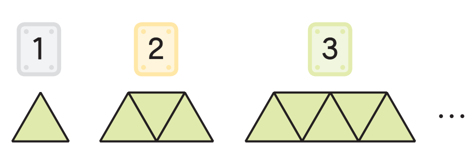
배열 순서	1	2	3	…
스티커의 수(장)	7	10	13	…

$4+1\times3=7$, $4+2\times3=10$, $4+3\times3=13$, ...이므로 배열 순서를 ■, 스티커의 수를 ◆라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 $4+$■$\times 3=$◆입니다. 16째에 붙이는 스티커는 $4+16\times3=52$(장)이고, 5째에 붙이는 스티커는 $4+5\times3=19$(장)입니다.

따라서 16째에 붙이는 스티커의 수는 5째에 붙이는 스티커의 수보다 $52-19=33$(장) 더 많습니다.

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

10-1 그림과 같이 정삼각형 모양의 스티커를 겹치지 않게 규칙적으로 이어 붙이고 있습니다. 예 12 째에 붙이는 스티커의 수는 예 8 째에 붙이는 스티커의 수보다 몇 장 더 많은지 구해 보세요.



(8장)

풀이 예

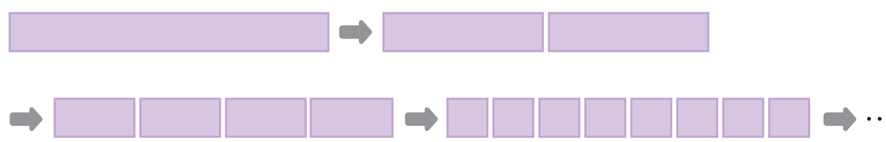
배열 순서	1	2	3	…
스티커의 수(장)	1	3	5	…

$1\times2-1=1$, $2\times2-1=3$, $3\times2-1=5$, ...이므로 배열 순서를 ■, 스티커의 수를 ◆라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ■$\times 2-1=$◆입니다. 12째에 붙이는 스티커는 $12\times2-1=23$(장)이고, 8째에 붙이는 스티커는 $8\times2-1=15$(장)입니다.

따라서 12째에 붙이는 스티커의 수는 8째에 붙이는 스티커의 수보다 $23-15=8$(장) 더 많습니다.

CHALLENGE 최고난도

1 색 테이프를 반으로 자르고, 나누어진 두 도막의 색 테이프를 다시 반으로 자르는 것을 반복했습니다. 이 과정을 9번 했을 때 한 도막의 길이가 4 cm였다면 처음 색 테이프의 길이는 몇 m 몇 cm인지 구해 보세요.



(20 m 48 cm)

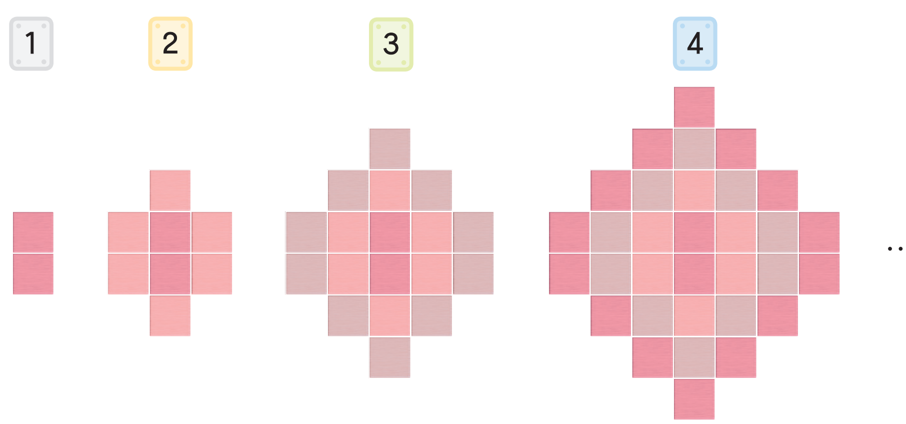
풀이

횟수(번)	1	2	3	4	···
도막의 수(도막)	2	4	8	16	···

×2 ×2 ×2

도막의 수는 바로 앞의 도막의 수의 2배입니다. 횟수를 ★이라고 할 때 ★번 한 도막의 수는 2를 ★번 곱한 수입니다.
★=9이면 색 테이프의 도막의 수는 2×2×2×2×2×2×2×2×2=512(도막)입니다.
9번 했을 때 생긴 512도막 중에서 한 도막의 길이가 4 cm이므로 처음 색 테이프의 길이는 4×512=2048 (cm)이고, 2048 cm=20 m 48 cm입니다.

2 그림과 같이 정사각형 모양인 타일을 규칙적으로 늘어놓고 있습니다. 정사각형 모양인 타일의 수가 150장에 가장 가까운 것은 몇째인지 구해 보세요.



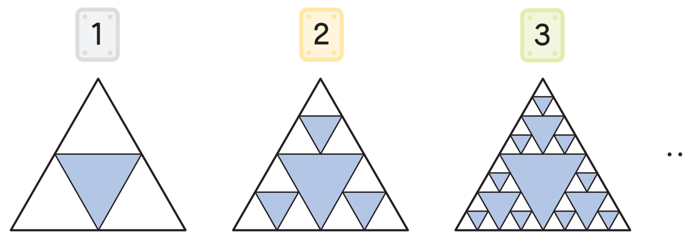
(9째)

풀이

배열 순서	1	2	3	4	···
타일의 수(장)	2	8	18	32	···

2×1=2×1×1=2, 2×4=2×2×2=8, 2×9=2×3×3=18, 2×16=2×4×4=32, ...이므로 배열 순서를 ★, 정사각형 모양인 타일의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 2×★×★=■입니다.
★=8이면 ■=2×8×8=128이므로 8째 타일의 수는 128장이고, ★=9이면 ■=2×9×9=162이므로 9째 타일의 수는 162장입니다. 150−128=22, 162−150=12이므로 정사각형 모양인 타일의 수가 150장에 가장 가까운 수는 162장이므로 9째입니다.

3 정삼각형의 각 변의 가운데에 점을 찍고, 그 점들을 이어 만든 정삼각형 중에서 가운데 정삼각형에 색칠하는 것을 반복했습니다. 5째 그림에서 색칠된 정삼각형은 몇 개인지 구해 보세요.



(121개)

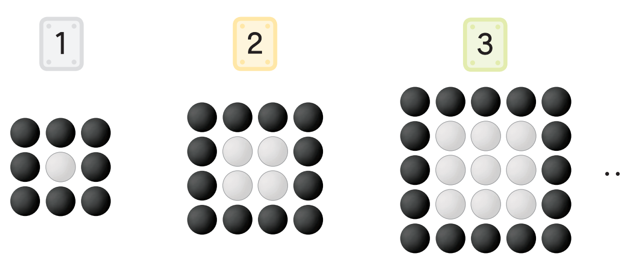
풀이

배열 순서	1	2	3	4	…
새로 색칠한 정삼각형의 수(개)	1	3	9	27	…

×3 ×3 ×3

새로 색칠한 정삼각형의 수는 바로 앞에 색칠한 정삼각형의 수의 3배입니다. 배열 순서대로 새로 색칠한 정삼각형은 1개, 3개, (3×3)개, $(3\times3\times3)$개, ...이므로 5째에서 새로 색칠한 정삼각형은 $(3\times3\times3\times3)$개입니다.
따라서 5째 그림에서 색칠된 정삼각형은
$1+3+(3\times3)+(3\times3\times3)+(3\times3\times3\times3)=1+3+9+27+81=121$(개)입니다.

4 다음과 같이 흰색 바둑돌과 검은색 바둑돌을 규칙적으로 배열하여 정사각형 모양을 만들고 있습니다. 흰색 바둑돌의 수와 검은색 바둑돌의 수의 차가 73개인 정사각형 모양은 몇째인지 구해 보세요.



(11째)

풀이

배열 순서	1	2	3	4	5	…
흰색 바둑돌의 수(개)	1	4	9	16	25	…
검은색 바둑돌의 수(개)	8	12	16	20	24	…

흰색 바둑돌의 수는 $1\times1=1$, $2\times2=4$, $3\times3=9$, $4\times4=16$, ...이고, 검은색 바둑돌의 수는 $2\times4=8$, $3\times4=12$, $4\times4=16$, $5\times4=20$, ...입니다. 배열 순서를 ★, 흰색 바둑돌의 수를 ▲, 검은색 바둑돌의 수를 ■라고 할 때 대응 관계를 식으로 나타내면 ★×★=▲, (★+1)×4=■입니다.
▲와 ■의 차가 73인 정사각형 모양에서 ▲>■ 이므로 ▲−■=★×★−(★+1)×4=73입니다.
★=11이면 $11\times11-(11+1)\times4=121-48=73$이므로 흰색 바둑돌의 수와 검은색 바둑돌의 수의 차가 73개인 정사각형 모양은 11째입니다.

창의·사고력

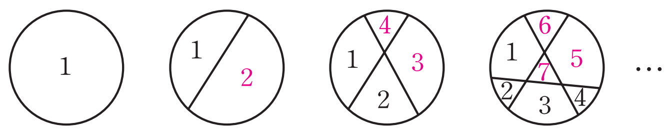
◆ 정답과 풀이 30쪽

평면도형을 부분으로 나누기

사고하기

고대 수학자들은 도형에 직선을 그어 여러 부분으로 나누고 다시 배치하면서 넓이를 비교하거나 새로운 도형을 만드는 방법을 발전시켰습니다.

평면도형을 나눈 부분의 수가 최대가 되도록 직선을 그으려면 직선끼리 만나서 생기는 점의 수가 최대가 되어야 합니다. 점의 수가 최대가 되려면 새로 긋는 직선이 그어져 있는 직선들과 모두 만나야 합니다.



직선의 수를 ★, 부분의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 나타내는 표를 완성하고, 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내어 보세요.

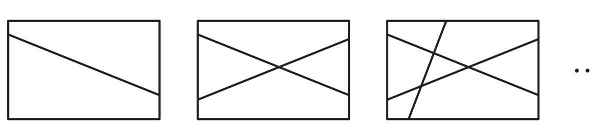
직선의 수(★)	0	1	2	3	4	5	…
부분의 수(■)	1	2	4	7	11	16	…

+1 +2 +3 +$\boxed{4}$ +$\boxed{5}$

식 ■ $= \boxed{1} + (1 + \boxed{2} + \boxed{3} + \cdots +$ ★$)$

적용하기

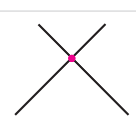
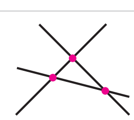
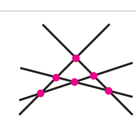
직사각형을 나눈 부분의 수가 최대가 되도록 직선을 그었습니다. 직선을 10개 그었을 때 직사각형을 나눈 부분의 수는 몇 개인지 구해 보세요.



(56개)

풀이 직선의 수를 ★, 부분의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ■$=1+(1+2+3+\cdots+$★$)$이므로 ★$=10$이면 ■$=1+(1+2+3+\cdots+10)=1+55=56$입니다.
따라서 직선을 10개 그었을 때 직사각형을 나눈 부분의 수는 최대 56개입니다.

개념 Note

직선의 수	2개	3개	4개
그림			
점의 수	1개	3개(1+2)	6개(1+2+3)

4

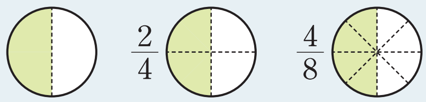
약분과 통분

1 약분

필수 개념

① 크기가 같은 분수

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$



→ 색칠된 부분의 크기는 같습니다.

• 크기가 같은 분수 만들기
분모와 분자에 각각 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 분모와 분자를 각각 0이 아닌 같은 수로 나누면 크기가 같은 분수가 됩니다.

$$\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$$

×2, ×3, ×4

$$\frac{8}{16}=\frac{4}{8}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

÷2, ÷4, ÷8

② 약분하기

• 약분: 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누어 간단하게 하는 것

$$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{18}{\cancel{36}}}=\frac{4}{18},\ \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{9}{\cancel{36}}}=\frac{2}{9}$$ → $\frac{8}{36}=\frac{8\div2}{36\div2}=\frac{4}{18}$, $\frac{8}{36}=\frac{8\div4}{36\div4}=\frac{2}{9}$

➡ 36과 8의 공약수가 1, 2, 4이므로 분모와 분자를 각각 2, 4로 나눕니다.

③ 기약분수로 나타내기

• 기약분수: 분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수

$$\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{6}{\cancel{24}}}=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2}{3}$$ → 3과 2의 공약수는 1뿐입니다.

개념 플러스

① 한 번만 약분하여 기약분수로 나타내기

분모와 분자의 최대공약수로 약분하면 기약분수로 바로 나타낼 수 있습니다.

$$\frac{18}{27}=\frac{18\div9}{27\div9}=\frac{2}{3}$$

↳ 27과 18의 최대공약수

② 크기가 같은 분수의 성질

어떤 분수와 크기가 같은 분수들의 $\frac{(\text{분자끼리의 합})}{(\text{분모끼리의 합})}$은 어떤 분수와 크기가 같습니다.

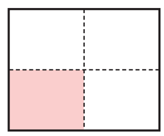
$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}$ ➡ $\frac{3+6+9}{4+8+12}=\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$으로 $\frac{3}{4}$과 크기가 같습니다.

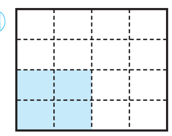
참고 $\frac{3+6+9}{4+8+12}=\frac{3\times1+3\times2+3\times3}{4\times1+4\times2+4\times3}=\frac{3\times(\overset{1}{\cancel{1+2+3}})}{4\times(\underset{1}{\cancel{1+2+3}})}=\frac{3}{4}$

↳ 1+2+3=6으로 약분합니다.

WARM-UP 개념 확인

1 $\frac{1}{4}$과 크기가 같은 분수가 되도록 색칠하고, □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

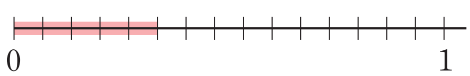


예


$\frac{1}{4}$ $\qquad \frac{1}{4}=\frac{1\times\boxed{4}}{4\times\boxed{4}}=\frac{\boxed{4}}{\boxed{16}}$

풀이 $\frac{1}{4}=\frac{1\times4}{4\times4}=\frac{4}{16}$

2 $\frac{5}{15}$와 크기가 같은 분수가 되도록 수직선에 표시하고, □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

$\frac{5}{15}$


$\frac{\boxed{1}}{3}$ 예


$\frac{5}{15}=\frac{5\div\boxed{5}}{15\div\boxed{5}}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}$

풀이 $\frac{5}{15}=\frac{5\div5}{15\div5}=\frac{1}{3}$

3 $\frac{6}{7}$과 크기가 같은 분수 중에서 분모가 30보다 크고 50보다 작은 분수를 모두 써 보세요.

($\frac{30}{35}$, $\frac{36}{42}$, $\frac{42}{49}$)

풀이 $\frac{6}{7}=\frac{12}{14}=\frac{18}{21}=\frac{24}{28}=\frac{30}{35}=\frac{36}{42}=\frac{42}{49}=\frac{48}{56}=\cdots$
이므로 분모가 30보다 크고 50보다 작은 분수는
$\frac{30}{35}$, $\frac{36}{42}$, $\frac{42}{49}$입니다.

4 〈보기〉는 $\frac{54}{72}$를 약분한 두 분수입니다. ㉠과 ㉡에 알맞은 수를 각각 구해 보세요.

〈보기〉

$\frac{3}{㉠}$ $\qquad \frac{㉡}{12}$

㉠ (4), ㉡ (9)

풀이 $\frac{54}{72}=\frac{54\div18}{72\div18}=\frac{3}{4}$이므로 ㉠$=4$입니다.
$\frac{54}{72}=\frac{54\div6}{72\div6}=\frac{9}{12}$이므로 ㉡$=9$입니다.

5 분모와 분자의 차가 9이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{2}{5}$가 되는 분수의 분모와 분자의 합을 구해 보세요.

(21)

풀이 $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}=\frac{10}{25}=\cdots$ 중에서 분모와 분자의 차가 9인 분수는 $\frac{6}{15}$입니다.
따라서 분모와 분자의 합은 $15+6=21$입니다.

다른 풀이 $\frac{2}{5}$에서 분모와 분자의 차가 3이므로 분모와 분자의 차가 9이려면 분모와 분자에 각각 3을 곱하면 됩니다.
따라서 $\frac{2}{5}=\frac{2\times3}{5\times3}=\frac{6}{15}$이므로 분모와 분자의 합은 $15+6=21$입니다.

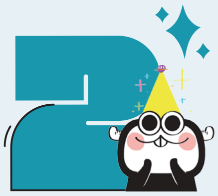
6 다음과 크기가 같은 기약분수를 구해 보세요.

$$\frac{28+21+14+7}{36+27+18+9}$$

($\frac{7}{9}$)

풀이 $\frac{28+21+14+7}{36+27+18+9}=\frac{70}{90}=\frac{7}{9}$입니다.

다른 풀이 $\frac{28+21+14+7}{36+27+18+9}=\frac{7\times(\cancel{4+3+2+1})^{1}}{9\times(\cancel{4+3+2+1})_{1}}=\frac{7}{9}$



2 통분

필수 개념

① 통분하기

• 통분: 분모가 다른 분수들의 분모를 같게 하는 것

• 공통분모: 통분한 분모

↳ 공통분모가 될 수 있는 수: 두 분모의 공배수

방법 1 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분하기 → 공통분모를 쉽게 구할 수 있습니다.

$$\left(\frac{1}{6}, \frac{3}{4}\right) \Rightarrow \left(\frac{1\times4}{6\times4}, \frac{3\times6}{4\times6}\right) \Rightarrow \left(\frac{4}{24}, \frac{18}{24}\right)$$

방법 2 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분하기 → 공통분모가 가장 작아 계산이 간단합니다.

$$\left(\frac{1}{6}, \frac{3}{4}\right) \Rightarrow \left(\frac{1\times2}{6\times2}, \frac{3\times3}{4\times3}\right) \Rightarrow \left(\frac{2}{12}, \frac{9}{12}\right)$$

② 분수의 크기 비교

• 두 분수 $\frac{4}{9}$, $\frac{8}{15}$의 크기 비교

통분한 후 크기를 비교합니다.

$$\left(\frac{4}{9}, \frac{8}{15}\right)=\left(\frac{4\times5}{9\times5}, \frac{8\times3}{15\times3}\right)=\left(\frac{20}{45}, \frac{24}{45}\right) \Rightarrow \frac{20}{45}<\frac{24}{45} \Rightarrow \frac{4}{9}<\frac{8}{15}$$

• 세 분수 $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$의 크기 비교

방법 1 두 분수씩 통분하여 차례대로 비교하기

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{6}\right)=\left(\frac{3}{12}, \frac{10}{12}\right) \Rightarrow \frac{1}{4}<\frac{5}{6}$$

$$\left(\frac{5}{6}, \frac{3}{10}\right)=\left(\frac{25}{30}, \frac{9}{30}\right) \Rightarrow \frac{5}{6}>\frac{3}{10}$$

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{10}\right)=\left(\frac{5}{20}, \frac{6}{20}\right) \Rightarrow \frac{1}{4}<\frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}<\frac{3}{10}<\frac{5}{6}$$

방법 2 세 분모의 최소공배수를 공통분모로 통분하여 비교하기

$$\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{10}\right)=\left(\frac{15}{60}, \frac{50}{60}, \frac{18}{60}\right) \Rightarrow \frac{1}{4}<\frac{3}{10}<\frac{5}{6}$$

③ 분수와 소수의 크기 비교

• $\frac{4}{5}$와 0.7의 크기 비교

방법 1 분수를 소수로 나타내어 크기 비교하기

$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=0.8$이므로 $0.8>0.7 \Rightarrow \frac{4}{5}>0.7$

방법 2 소수를 분수로 나타내어 크기 비교하기

$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}$, $0.7=\frac{7}{10}$이므로 $\frac{8}{10}>\frac{7}{10} \Rightarrow \frac{4}{5}>0.7$

WARM-UP 개념 확인

1 두 분수를 통분하려고 합니다. 공통분모가 될 수 있는 수 중에서 300보다 작은 수를 모두 구해 보세요.

$$\frac{4}{15},\ \frac{7}{18}$$

(90, 180, 270)

풀이 공통분모는 두 분모의 공배수입니다. 15와 18의 공배수는 15와 18의 최소공배수인 90의 배수입니다.
따라서 90의 배수인 90, 180, 270, 360, ... 중에서 300보다 작은 수는 90, 180, 270입니다.

2 두 분수를 다음과 같이 통분하였습니다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 수를 구해 보세요.

$$\left(\frac{7}{㉠},\ \frac{11}{15}\right) \Rightarrow \left(\frac{35}{45},\ \frac{㉡}{㉢}\right)$$

㉠ (9)
㉡ (33)
㉢ (45)

풀이 공통분모가 45인 분수로 통분하였으므로 ㉢$=45$입니다.
$\frac{35}{45}=\frac{35\div5}{45\div5}=\frac{7}{9}$이므로 ㉠$=9$입니다.
$\frac{11}{15}=\frac{11\times3}{15\times3}=\frac{33}{45}$이므로 ㉡$=33$입니다.

3 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 두 기약분수를 통분하였더니 다음과 같았습니다. 통분하기 전의 두 분수를 구해 보세요.

$$\frac{27}{36},\ \frac{20}{36}$$

($\frac{3}{4}$, $\frac{5}{9}$)

풀이 통분하기 전의 두 기약분수를 구하려면 두 분수의 분모와 분자의 최대공약수로 각 분수의 분모와 분자를 각각 나눕니다.
$\frac{27}{36}$에서 36과 27의 최대공약수인 9로 분모와 분자를 각각 나누면
$\frac{27}{36}=\frac{27\div9}{36\div9}=\frac{3}{4}$입니다.
$\frac{20}{36}$에서 36과 20의 최대공약수인 4로 분모와 분자를 각각 나누면
$\frac{20}{36}=\frac{20\div4}{36\div4}=\frac{5}{9}$입니다.
따라서 통분하기 전의 두 기약분수는 $\frac{3}{4}$과 $\frac{5}{9}$입니다.

다른 풀이 세 분수는 분모와 분자의 차가 모두 2이므로 분모가 클수록 더 큰 분수입니다.

◆ 정답과 풀이 31쪽

$\left(\frac{3}{5},\ \frac{15}{17},\ \frac{9}{11}\right)=\left(1-\frac{2}{5},\ 1-\frac{2}{17},\ 1-\frac{2}{11}\right)$이고
$\frac{2}{5}>\frac{2}{11}>\frac{2}{17}$이므로 $1-\frac{2}{5}<1-\frac{2}{11}<1-\frac{2}{17}$입니다.

4 세 분수의 크기를 비교하여 큰 분수부터 차례대로 써 보세요.

$$\frac{3}{5},\ \frac{15}{17},\ \frac{9}{11}$$

($\frac{15}{17}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{3}{5}$)

풀이 두 분수씩 통분하여 차례대로 비교합니다.
$\left(\frac{3}{5},\ \frac{15}{17}\right)=\left(\frac{51}{85},\ \frac{75}{85}\right) \Rightarrow \frac{3}{5}<\frac{15}{17}$
$\left(\frac{15}{17},\ \frac{9}{11}\right)=\left(\frac{165}{187},\ \frac{153}{187}\right) \Rightarrow \frac{15}{17}>\frac{9}{11}$
$\left(\frac{3}{5},\ \frac{9}{11}\right)=\left(\frac{33}{55},\ \frac{45}{55}\right) \Rightarrow \frac{3}{5}<\frac{9}{11}$
따라서 $\frac{15}{17}>\frac{9}{11}>\frac{3}{5}$입니다.

5 분수와 소수의 크기를 비교하여 큰 수부터 차례대로 써 보세요.

$$4.47,\ 4\frac{4}{5},\ 3.5,\ 3\frac{3}{4}$$

($4\frac{4}{5}$, 4.47, $3\frac{3}{4}$, 3.5)

풀이 분수를 소수로 나타내면
$4\frac{4}{5}=4\frac{8}{10}=4.8$, $3\frac{3}{4}=3\frac{75}{100}=3.75$입니다.
따라서 $4.8>4.47>3.75>3.5$이므로
$4\frac{4}{5}>4.47>3\frac{3}{4}>3.5$입니다.

6 물이 ㉮ 물병에 $\frac{2}{5}$ L, ㉯ 물병에 $\frac{3}{10}$ L, ㉰ 물병에 $\frac{6}{25}$ L 들어 있습니다. 물이 적게 든 물병부터 차례대로 기호를 써 보세요.

(㉰, ㉯, ㉮)

풀이 $\left(\frac{2}{5},\ \frac{3}{10},\ \frac{6}{25}\right)=\left(\frac{20}{50},\ \frac{15}{50},\ \frac{12}{50}\right)$이므로
$\frac{6}{25}<\frac{3}{10}<\frac{2}{5}$입니다.
따라서 물이 적게 든 물병부터 차례대로 기호를 쓰면 ㉰, ㉯, ㉮입니다.

다른 풀이 분자를 같게 하여 분수의 크기를 비교합니다.
$\left(\frac{2}{5},\ \frac{3}{10},\ \frac{6}{25}\right)=\left(\frac{2\times3}{5\times3},\ \frac{3\times2}{10\times2},\ \frac{6}{25}\right)$
$=\left(\frac{6}{15},\ \frac{6}{20},\ \frac{6}{25}\right)$
분자가 같을 때 분모가 클수록 작은 수이므로
$\frac{6}{25}<\frac{3}{10}<\frac{2}{5}$입니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 크기가 같은 분수의 개수 구하기

다음과 같이 분수를 규칙에 따라 늘어놓았습니다. $\frac{1}{3}$과 크기가 같은 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \cdots, \frac{199}{200}$$

문제해결 TIP | $\frac{▲}{■}$와 크기가 같은 분수를 찾을 때 분모가 ■의 배수인 분수 묶음이 몇 개인지 구해요.

1 단계 분모가 같은 분수끼리 괄호로 묶어 보세요.

$$\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \left(\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}\right), \cdots, \left(\frac{1}{200}, \frac{2}{200}, \cdots, \frac{199}{200}\right)$$

2 단계 분모가 3의 배수인 묶음은 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(66개)

풀이 200까지의 수 중에서 3의 배수는 $200 \div 3 = 66 \cdots 2$로 66개입니다.
따라서 분모가 3의 배수인 묶음은 모두 66개입니다.

3 단계 $\frac{1}{3}$과 크기가 같은 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(66개)

풀이 $\frac{1}{3}$과 크기가 같은 분수는 $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \ldots$과 같이 분모가 3의 배수인 묶음에 1개씩 있으므로
$\frac{1}{3}$과 크기가 같은 분수는 $\frac{1\times1}{3\times1}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{1\times3}{3\times3}=\cdots=\frac{1\times66}{3\times66}$으로 모두 66개입니다.

유사 문제

1-1 다음과 같이 분수를 규칙에 따라 늘어놓았습니다. $\frac{1}{7}$과 크기가 같은 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{9}, \cdots, \frac{399}{400}$$

(57개)

풀이 분모가 같은 분수끼리 묶을 때 분모가 7의 배수인 묶음은 $400 \div 7 = 57 \cdots 1$이므로 모두 57개입니다.
$\frac{1}{7}$과 크기가 같은 분수는 $\frac{1}{7}, \frac{2}{14}, \frac{3}{21}, \ldots$과 같이 분모가 7의 배수인 묶음에 1개씩 있으므로 $\frac{1}{7}$과 크기가 같은 분수는
$\frac{1\times1}{7\times1}=\frac{1\times2}{7\times2}=\frac{1\times3}{7\times3}=\cdots=\frac{1\times57}{7\times57}$로 모두 57개입니다.

변형 문제

1-2 다음과 같이 분수를 규칙에 따라 늘어놓았습니다. $\frac{2}{5}$와 크기가 같은 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \cdots, \frac{149}{150}$$

(30개)

풀이 분모가 같은 분수끼리 묶을 때 분모가 5의 배수인 묶음은 모두 $150 \div 5 = 30$(개)입니다.
$\frac{2}{5}$와 크기가 같은 분수는 $\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \ldots$과 같이 분모가 5의 배수인 묶음에 1개씩 있으므로 크기가 같은 분수는
$\frac{2\times1}{5\times1}=\frac{2\times2}{5\times2}=\frac{2\times3}{5\times3}=\cdots=\frac{2\times30}{5\times30}$으로 모두 30개입니다.

심화 유형 2 기약분수로 나타내기 전의 분수 구하기

분모와 분자의 합이 136이고, 약분하여 기약분수로 나타내면 $\frac{5}{12}$가 되는 분수를 구해 보세요.

문제해결 TIP | 약분하기 전의 분수의 분모와 분자의 합은 기약분수의 분모와 분자의 합의 몇 배인지 생각해 보세요.

1 단계 $\frac{5}{12}$의 분모와 분자의 합을 구해 보세요.

(17)

풀이 $12+5=17$

2 단계 136은 $\frac{5}{12}$의 분모와 분자의 합의 몇 배인지 구해 보세요.

(8배)

풀이 $136 \div 17=8$이므로 8배입니다.

3 단계 2 단계에서 구한 내용을 이용하여 약분하기 전의 분수를 구해 보세요.

($\frac{40}{96}$)

풀이 $\frac{5}{12}$와 크기가 같은 분수 중에서 분모와 분자의 합이 136인 분수는 $\frac{5}{12}$의 분모와 분자에 각각 8을 곱하여 구할 수 있습니다.
따라서 약분하기 전의 분수는 $\frac{5 \times 8}{12 \times 8}=\frac{40}{96}$입니다.

유사 문제

2-1 분모와 분자의 차가 60이고, 약분하여 기약분수로 나타내면 $\frac{11}{23}$이 되는 분수를 구해 보세요.

($\frac{55}{115}$)

풀이 $\frac{11}{23}$의 분모와 분자의 차는 $23-11=12$이고, $60 \div 12=5$이므로 60은 $\frac{11}{23}$의 분모와 분자의 차의 5배입니다. $\frac{11}{23}$과 크기가 같은 분수 중에서 분모와 분자의 차가 60인 분수는 $\frac{11}{23}$의 분모와 분자에 각각 5를 곱하여 구할 수 있습니다.
따라서 약분하기 전의 분수는 $\frac{11 \times 5}{23 \times 5}=\frac{55}{115}$입니다.

변형 문제

2-2 분수 $\frac{㉠}{㉡}$이 〈조건〉을 만족할 때, ㉠과 ㉡의 차를 구해 보세요.

〈조건〉
- 분수 $\frac{㉠}{㉡}$을 ㉠과 ㉡의 최대공약수로 약분하면 $\frac{6}{11}$입니다.
- ㉠과 ㉡의 합은 272입니다.

(80)

풀이 ㉠과 ㉡의 최대공약수를 □라고 하면 $\frac{㉠}{㉡}=\frac{6 \times □}{11 \times □}$이므로 ㉠$=6 \times □$, ㉡$=11 \times □$입니다. ㉠과 ㉡의 합이 272이므로
㉠$+$㉡$=6 \times □+11 \times □=(6+11) \times □=17 \times □=272$, $□=272 \div 17=16$입니다.
따라서 ㉠$=6 \times □=6 \times 16=96$, ㉡$=11 \times □=11 \times 16=176$이므로 ㉠과 ㉡의 차는 $176-96=80$입니다.

다른 풀이 ㉠과 ㉡의 최대공약수를 □라고 하면 $□=16$이고, ㉠과 ㉡의 차는
㉡$-$㉠$=11 \times □-6 \times □=(11-6) \times □=5 \times □$이므로 $5 \times 16=80$입니다.

심화 유형 3 통분하기 전의 기약분수 구하기

두 기약분수를 다음과 같이 통분하였습니다. 통분하기 전의 두 기약분수를 구해 보세요.

$$\left(\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}\right) \Rightarrow \left(\frac{78}{195}, \frac{130}{195}\right)$$

문제해결 TIP | 분모와 분자의 최대공약수로 약분하면 기약분수로 바로 나타낼 수 있어요.

1 단계 통분한 두 분수 $\frac{78}{195}$, $\frac{130}{195}$에서 분모와 분자의 최대공약수를 각각 써 보세요.

$\frac{78}{195} \Rightarrow$ (39), $\frac{130}{195} \Rightarrow$ (65)

풀이 $\frac{78}{195} \Rightarrow$ 195와 78의 최대공약수: 39, $\frac{130}{195} \Rightarrow$ 195와 130의 최대공약수: 65

2 단계 두 분수의 분모와 분자의 최대공약수로 각각 약분하여 통분하기 전의 두 기약분수를 구해 보세요.

풀이 $\frac{78}{195}=\frac{78 \div 39}{195 \div 39}=\frac{2}{5}$, $\frac{130}{195}=\frac{130 \div 65}{195 \div 65}=\frac{2}{3}$

($\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$)

유사 문제

3-1 두 기약분수를 다음과 같이 통분하였습니다. 통분하기 전의 두 기약분수를 구해 보세요.

$$\left(\frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square}\right) \Rightarrow \left(\frac{84}{154}, \frac{143}{154}\right)$$

($\frac{6}{11}$, $\frac{13}{14}$)

풀이 통분한 두 분수 $\frac{84}{154}$, $\frac{143}{154}$에서 분모와 분자의 최대공약수를 각각 구합니다.

$\frac{84}{154} \Rightarrow$ 154와 84의 최대공약수: 14, $\frac{143}{154} \Rightarrow$ 154와 143의 최대공약수: 11

각각의 분모와 분자의 최대공약수로 약분하여 통분하기 전의 두 기약분수를 구하면

$\frac{84}{154}=\frac{84 \div 14}{154 \div 14}=\frac{6}{11}$, $\frac{143}{154}=\frac{143 \div 11}{154 \div 11}=\frac{13}{14}$입니다.

따라서 통분하기 전의 두 기약분수는 $\frac{6}{11}$, $\frac{13}{14}$입니다.

변형 문제

3-2 세 분수 $\frac{32}{■}$, $\frac{24}{▲}$, $\frac{66}{★}$을 약분하여 기약분수로 나타낸 후 통분하였더니 다음과 같았습니다. 세 분모의 합 ■+▲+★의 값을 구해 보세요.

$$\left(\frac{32}{■}, \frac{24}{▲}, \frac{66}{★}\right) \Rightarrow \left(\frac{64}{140}, \frac{80}{140}, \frac{110}{140}\right)$$

(196)

풀이 통분한 분수를 각각 기약분수로 나타내면 $\left(\frac{64}{140}, \frac{80}{140}, \frac{110}{140}\right) \Rightarrow \left(\frac{16}{35}, \frac{4}{7}, \frac{11}{14}\right)$입니다.

$\frac{32}{■}=\frac{16}{35}=\frac{16 \times 2}{35 \times 2}=\frac{32}{70}$이므로 ■=70, $\frac{24}{▲}=\frac{4}{7}=\frac{4 \times 6}{7 \times 6}=\frac{24}{42}$이므로 ▲=42,

$\frac{66}{★}=\frac{11}{14}=\frac{11 \times 6}{14 \times 6}=\frac{66}{84}$이므로 ★=84입니다.

따라서 ■+▲+★=70+42+84=196입니다.

심화 유형 4 ■보다 크고 ●보다 작은 분수 중에서 조건에 맞는 분수 구하기

$\frac{3}{10}$보다 크고 $\frac{12}{25}$보다 작은 분수 중에서 분모가 50인 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | 50을 공통분모로 하여 두 분수를 통분해요.

1 단계 50을 공통분모로 하여 $\frac{3}{10}$과 $\frac{12}{25}$를 통분해 보세요.

($\frac{15}{50}$, $\frac{24}{50}$)

풀이 $\left(\frac{3}{10}, \frac{12}{25}\right) \Rightarrow \left(\frac{3\times5}{10\times5}, \frac{12\times2}{25\times2}\right) \Rightarrow \left(\frac{15}{50}, \frac{24}{50}\right)$

2 단계 분모가 50인 분수를 $\frac{\square}{50}$라고 할 때 $\frac{3}{10}<\frac{\square}{50}<\frac{12}{25}$에서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수를 모두 구해 보세요.

(16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23)

풀이 $\frac{3}{10}<\frac{\square}{50}<\frac{12}{25} \Rightarrow \frac{15}{50}<\frac{\square}{50}<\frac{24}{50} \Rightarrow 15<\square<24$
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 16부터 23까지의 자연수입니다.

3 단계 $\frac{3}{10}$보다 크고 $\frac{12}{25}$보다 작은 분수 중에서 분모가 50인 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(8개)

풀이 $\frac{16}{50}, \frac{17}{50}, \frac{18}{50}, \frac{19}{50}, \frac{20}{50}, \frac{21}{50}, \frac{22}{50}, \frac{23}{50}$으로 모두 8개입니다.

유사 문제

4-1

$\frac{2}{9}$보다 크고 $\frac{7}{15}$보다 작은 분수 중에서 분모가 45인 기약분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(6개)

풀이 45를 공통분모로 하여 통분하면 $\left(\frac{2}{9}, \frac{7}{15}\right) \Rightarrow \left(\frac{2\times5}{9\times5}, \frac{7\times3}{15\times3}\right) \Rightarrow \left(\frac{10}{45}, \frac{21}{45}\right)$입니다. 분모가 45인 분수를 $\frac{\square}{45}$라고 할 때
$\frac{2}{9}<\frac{\square}{45}<\frac{7}{15} \Rightarrow \frac{10}{45}<\frac{\square}{45}<\frac{21}{45} \Rightarrow 10<\square<21$이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 11부터 20까지의 자연수입니다.
구해야 하는 분수는 기약분수이고 $\frac{11}{45}, \frac{12}{45}, \cdots, \frac{20}{45}$ 중에서 기약분수는 $\frac{11}{45}, \frac{13}{45}, \frac{14}{45}, \frac{16}{45}, \frac{17}{45}, \frac{19}{45}$로 모두 6개입니다.

변형 문제

4-2

분자가 3인 분수 중에서 〈조건〉을 만족하는 기약분수를 구해 보세요.

〈조건〉

$$\frac{2}{3}<\frac{3}{\square}<\frac{12}{13}$$

($\frac{3}{4}$)

풀이 분자 2, 3, 12의 최소공배수가 12이므로 세 분수를 분자가 12인 분수로 나타내면
$\frac{2}{3}<\frac{3}{\square}<\frac{12}{13} \Rightarrow \frac{12}{18}<\frac{12}{\square\times4}<\frac{12}{13}$입니다.
분자가 같으면 분모가 작을수록 큰 수이므로 $18>\square\times4>13$이고, □ 안에 들어갈 수 있는 수는 4입니다.
따라서 조건을 만족하는 기약분수는 $\frac{3}{4}$입니다.

심화 유형 5 분수와 소수의 크기를 비교하여 조건에 맞는 수 구하기

0.71보다 크고 $\frac{3}{4}$보다 작은 소수 두 자리 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | 분수를 소수로 나타내어 크기를 비교해요.

1 단계 $\frac{3}{4}$을 소수로 나타내어 보세요.

풀이 $\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=0.75$

(0.75)

2 단계 0.71보다 크고 $\frac{3}{4}$보다 작은 소수 두 자리 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

풀이 0.71보다 크고 $\frac{3}{4}=0.75$보다 작은 소수 두 자리 수는 0.72, 0.73, 0.74로 모두 3개입니다.

(3개)

유사 문제

5-1 1부터 9까지의 자연수 중에서 □ 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

$$5\frac{1}{8}<5.\square2<\frac{11}{2}$$

(2, 3, 4)

풀이 $5\frac{1}{8}=5\frac{125}{1000}=5.125$, $\frac{11}{2}=\frac{55}{10}=5.5$이므로 $5.125<5.\square2<5.5$입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 3, 4입니다.

다른 풀이 $5\frac{1}{8}=5\frac{125}{1000}$, $5.\square2=5\frac{\square2}{100}=5\frac{\square20}{1000}$, $\frac{11}{2}=5\frac{1}{2}=5\frac{500}{1000}$이므로
$5\frac{125}{1000}<5\frac{\square20}{1000}<5\frac{500}{1000}$ ➡ $125<\square20<500$입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 3, 4입니다.

변형 문제

5-2 □ 안에 들어갈 수 있는 수 중에서 분모가 20인 기약분수를 구해 보세요.

$$0.32<\square<\frac{11}{25}$$

($\frac{7}{20}$)

풀이 $0.32=\frac{32}{100}$, $\frac{11}{25}=\frac{44}{100}$
분모가 20인 분수를 $\frac{★}{20}$이라고 할 때 $\frac{32}{100}<\frac{★}{20}<\frac{44}{100}$ ➡ $\frac{32}{100}<\frac{★\times5}{100}<\frac{44}{100}$ ➡ $32<★\times5<44$이므로
★이 될 수 있는 수는 7, 8입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 $\frac{7}{20}$, $\frac{8}{20}$이고, 이 중에서 분모가 20인 기약분수는 $\frac{7}{20}$입니다.

◆ 정답과 풀이 32쪽

STEAM

심화 유형 6 약분을 활용한 생활 속 유형

수학 + 사회

우리나라의 해안 지역은 배를 타고 다른 곳으로 이동하기 편리하여 항구 도시가 발달했고, 해수욕장, 양식장, 염전* 등으로도 활용됩니다. 해안 지역의 염전에서는 바닷물을 모아 가두고 햇빛과 바람에 의해 증발시켜 소금을 얻습니다. 어느 염전에서 3일 동안의 소금 생산량을 조사하였더니 3일 동안의 소금 생산량은 모두 같았습니다. 3일 동안의 소금 생산량을 보고 ㉠과 ㉡에 알맞은 수를 각각 구해 보세요.

[3일 동안의 소금 생산량]

	1일	2일	3일
생산량 (t)	$1\frac{㉠}{90}$	$1\frac{15}{45}$	$1\frac{㉡}{66}$

*염전: 소금을 만들기 위하여 바닷물을 끌어들여 논처럼 만든 곳

문제해결 TIP | $1\frac{15}{45}$를 약분하여 기약분수로 나타내고 두 분수끼리 통분해요.

1 단계 $1\frac{15}{45}$를 약분하여 기약분수로 나타내어 보세요. ($1\frac{1}{3}$)

풀이 45와 15의 최대공약수 15로 약분하면 $1\frac{15}{45}=1\frac{1}{3}$입니다.

2 단계 ㉠에 알맞은 수를 구해 보세요. (30)

풀이 $1\frac{1}{3}=1\frac{1\times30}{3\times30}=1\frac{30}{90}$이고, $1\frac{30}{90}=1\frac{㉠}{90}$이므로 ㉠$=30$입니다.

3 단계 ㉡에 알맞은 수를 구해 보세요. (22)

풀이 $1\frac{1}{3}=1\frac{1\times22}{3\times22}=1\frac{22}{66}$이고, $1\frac{22}{66}=1\frac{㉡}{66}$이므로 ㉡$=22$입니다.

수학 + 실과

6-1 식물이 잘 자라기 위해서는 햇빛, 온도, 물, 흙과 양분, 공기 등의 환경 요소가 적절하게 이루어져야 하고, 식물 종류에 따라 물을 주어야 하는 주기와 양이 다르므로 식물의 특성을 파악하여 가꾸어야 합니다. 다음은 찬영이가 키우고 있는 ㉮, ㉯, ㉰ 식물에 준 물의 양을 적은 쪽지입니다. 주어진 기간 동안 ㉮, ㉯, ㉰ 식물에 준 물의 양이 모두 같다면 ㉠+㉡의 값은 얼마인지 구해 보세요.

일주일 동안 ㉮ 식물에 준 물의 양: $5\frac{㉠}{117}$ L

한 달 동안 ㉯ 식물에 준 물의 양: $5\frac{96}{㉡}$ L

2주 동안 ㉰ 식물에 준 물의 양: $5\frac{42}{91}$ L

(262)

풀이 ㉰ 식물에 준 물의 양 $5\frac{42}{91}$ L를 기약분수로 나타내면 91과 42의 최대공약수 7로 약분하여 $5\frac{42}{91}=5\frac{6}{13}$입니다. $117\div13=9$이고, $5\frac{6}{13}=5\frac{6\times9}{13\times9}=5\frac{54}{117}=5\frac{㉠}{117}$이므로 ㉠$=54$입니다.
$96\div6=16$이고, $5\frac{6}{13}=5\frac{6\times16}{13\times16}=5\frac{96}{208}=5\frac{96}{㉡}$이므로 ㉡$=208$입니다.
따라서 ㉠+㉡$=54+208=262$입니다.

MASTER 고난도

1 분모가 133인 진분수 중에서 약분할 수 있는 분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(24개)

풀이 $133=7\times19$이므로 133은 7의 배수도 되고 19의 배수도 됩니다. 약분할 수 있는 분수는 분모와 분자의 공약수로 분모와 분자를 나눌 수 있는 분수이므로 분자가 7의 배수이거나 19의 배수입니다. 분자가 될 수 있는 수 1, 2, 3, ..., 132 중에서 7의 배수의 개수는 $132\div7=18\cdots6$이므로 18개, 19의 배수의 개수는 $132\div19=6\cdots18$이므로 6개입니다.
따라서 분모가 133인 진분수 중에서 약분할 수 있는 분수는 모두 $18+6=24$(개)입니다.

참고 약분할 수 있는 분수는 분모와 분자가 1이 아닌 공약수를 가져야 하므로 분모 133의 약수를 구하여 분자가 그 약수의 배수인 분수를 찾습니다.

경시 변형

2 7보다 크고 11보다 작은 대분수 중에서 분모가 4인 기약분수의 합을 구해 보세요.

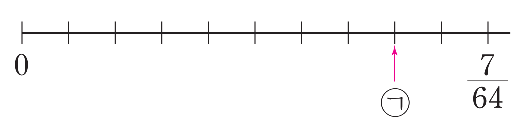
(72)

풀이 분모가 4인 기약분수는 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$이므로 7보다 크고 11보다 작은 대분수 중에서 분모가 4인 기약분수는 $7\frac{1}{4}$, $7\frac{3}{4}$, $8\frac{1}{4}$, $8\frac{3}{4}$, $9\frac{1}{4}$, $9\frac{3}{4}$, $10\frac{1}{4}$, $10\frac{3}{4}$입니다.

$$7\frac{1}{4}+7\frac{3}{4}+8\frac{1}{4}+8\frac{3}{4}+9\frac{1}{4}+9\frac{3}{4}+10\frac{1}{4}+10\frac{3}{4}$$
$$=(7+7)+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)+(8+8)+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)+(9+9)+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)+(10+10)+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)$$
$$=14+1+16+1+18+1+20+1=72$$

참고 대분수를 자연수 부분과 분수 부분으로 나누어 생각해 봅니다. 분모가 4인 분수 중 기약분수는 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$이므로 분수 부분의 합은 $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$입니다.

3 수직선에 $\frac{7}{64}$을 표시하고 10등분했습니다. ㉠에 알맞은 분수를 기약분수로 나타내어 보세요.



($\frac{7}{80}$)

풀이 작은 눈금 10칸의 크기가 $\frac{7}{64}$이고 $\frac{7}{64}=\frac{70}{640}$이므로 작은 눈금 한 칸의 크기는 $\frac{7}{640}$입니다. ㉠은 작은 눈금 8칸이므로 ㉠$=\frac{56}{640}$이고 640과 56의 최대공약수 8로 약분하여 기약분수로 나타내면 $\frac{56}{640}=\frac{56\div8}{640\div8}=\frac{7}{80}$입니다.

서술형

4 두 진분수의 크기가 같을 때 분자가 될 수 있는 수를 (㉠, ㉡)으로 나타내려고 합니다. 나타낼 수 있는 (㉠, ㉡)은 모두 몇 가지인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

$$\frac{㉠}{16}, \frac{㉡}{40}$$

풀이 예 16과 40의 최소공배수 80을 공통분모로 하여 두 분수를 통분하면 $\frac{㉠}{16}=\frac{㉠\times5}{16\times5}=\frac{㉠\times5}{80}$, $\frac{㉡}{40}=\frac{㉡\times2}{40\times2}=\frac{㉡\times2}{80}$ 입니다. $\frac{㉠}{16}$과 $\frac{㉡}{40}$은 진분수이므로 ㉠<16, ㉡<40이고 두 분수의 크기가 같으므로 $\frac{㉠\times5}{80}=\frac{㉡\times2}{80}$, ㉠$\times5=$㉡$\times2$입니다. ㉠은 2의 배수이므로 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14가 될 수 있고, 이 중에서 ㉠$\times5=$㉡$\times2$를 만족하는 ㉠, ㉡이 될 수 있는 수를 (㉠, ㉡)으로 나타내면 (2, 5), (4, 10), (6, 15), (8, 20), (10, 25), (12, 30), (14, 35)이므로 나타낼 수 있는 (㉠, ㉡)은 모두 7가지입니다.

답 7가지

채점 기준	비율
16과 40의 최소공배수를 찾아 두 분수 통분하기	30 %
두 분수가 진분수인 것과 크기가 같다는 점을 이용하여 (㉠, ㉡)으로 나타내기	50 %
나타낼 수 있는 (㉠, ㉡)이 모두 몇 가지인지 구하기	20 %

5 $\frac{32}{57}$의 분모에 27을 더하고, 분자에서 어떤 수를 뺐더니 $\frac{1}{4}$과 크기가 같은 분수가 되었습니다. 분자에서 뺀 어떤 수를 구해 보세요.

(11)

풀이 분자에서 뺀 어떤 수를 □라고 하면 $\frac{32-□}{57+27}=\frac{32-□}{84}$입니다. $\frac{32-□}{84}$은 $\frac{1}{4}$과 크기가 같은 분수이므로

$\frac{1}{4}=\frac{1\times21}{4\times21}=\frac{21}{84}=\frac{32-□}{84}$입니다.

따라서 $32-□=21$, $□=32-21=11$이므로 분자에서 뺀 어떤 수는 11입니다.

신경향

6 분모와 분자가 각각 1씩 커지는 분수를 차례대로 나열하였습니다. $\frac{8}{11}$과 크기가 같은 분수는 몇째인지 구해 보세요.

$$\frac{7}{25}, \frac{8}{26}, \frac{9}{27}, \frac{10}{28}, \cdots$$

(42째)

풀이 분모와 분자가 각각 1씩 커지는 분수의 나열에서 분수의 분모와 분자의 차는 18로 항상 같습니다.

$\frac{8}{11}$과 크기가 같은 분수를 $\frac{8\times\square}{11\times\square}$라고 하면 $11\times\square-8\times\square=18$, $(11-8)\times\square=18$, $3\times\square=18$, $\square=6$입니다.

따라서 $\frac{8}{11}$과 크기가 같은 분수는 $\frac{8\times\square}{11\times\square}=\frac{8\times6}{11\times6}=\frac{48}{66}$이고 분자에서 6을 뺀 수가 나열 순서이므로 $48-6=42$(째)입니다.

다른 풀이 $\frac{8}{11}$의 분모와 분자의 차는 $11-8=3$이고, 나열된 분수의 분모와 분자의 차 18은 3의 6배이므로 $\frac{8}{11}$과 크기가 같은 분수는 $\frac{8\times6}{11\times6}=\frac{48}{66}$입니다.

따라서 분자에서 6을 뺀 수가 나열 순서이므로 $\frac{8}{11}$과 크기가 같은 분수는 42째입니다.

7 〈조건〉을 만족하는 분수를 모두 구해 보세요.

〈조건〉
- $\frac{5}{7}$보다 크고 $\frac{12}{13}$보다 작은 분수입니다.
- 분자가 15인 기약분수입니다.

($\frac{15}{17}$, $\frac{15}{19}$)

풀이 분자가 15인 분수를 $\frac{15}{\square}$라고 하면 $\frac{5}{7}<\frac{15}{\square}<\frac{12}{13}$입니다.

5, 15, 12의 최소공배수가 60이므로 분자를 60으로 나타내면 $\frac{5\times12}{7\times12}<\frac{15\times4}{\square\times4}<\frac{12\times5}{13\times5}$ ➡ $\frac{60}{84}<\frac{60}{\square\times4}<\frac{60}{65}$입니다.

분자가 같으면 분모가 작을수록 큰 수이므로 $84>\square\times4>65$이고, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 17, 18, 19, 20입니다.

이 중에서 기약분수인 $\frac{15}{\square}$는 $\frac{15}{17}$, $\frac{15}{19}$입니다.

경시 변형

8 ■와 ▲가 서로 다른 자연수이고 다음 두 식을 모두 만족할 때 ■－▲의 값을 구해 보세요.

$$\frac{▲+3}{■+6}=\frac{1}{5}, \frac{▲+2}{■+12}=\frac{1}{6}$$

(45)

풀이 ■＋6은 (▲＋3)의 5배이므로 ■＋6＝▲＋▲＋▲＋▲＋▲＋15이고,
■＋12는 (▲＋2)의 6배이므로 ■＋12＝▲＋▲＋▲＋▲＋▲＋▲＋12입니다.
■＋12＝(▲＋▲＋▲＋▲＋▲＋15)＋▲－3 ➡ ■＋12＝■＋6＋▲－3, 12－6＋3＝▲, ▲＝9
■＋6＝9＋9＋9＋9＋9＋15＝60, ■＝60－6＝54
따라서 ▲＝9, ■＝54이므로 ■－▲＝54－9＝45입니다.

서술형

9 수 카드 4장 중에서 2장을 골라 만들 수 있는 진분수 중에서 56을 공통분모로 하여 통분할 수 있는 진분수를 모두 구하려고 합니다. 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

3　5　7　8

풀이 예 $56=7\times8$이므로 56을 공통분모로 하여 통분하려면 분모가 7 또는 8의 약수이어야 합니다.

수 카드 중에서 7의 약수는 7뿐이고, 8의 약수는 8뿐이므로 분모가 7과 8인 진분수를 만듭니다.

따라서 56을 공통분모로 하여 통분할 수 있는 진분수는 $\frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$입니다.

답 $\frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$

채점 기준	비율
56을 공통분모로 하여 통분할 수 있는 분수의 분모를 수 카드에서 찾기	50 %
56을 공통분모로 하여 통분할 수 있는 진분수 모두 구하기	50 %

4 단원

10 ㉠과 ㉡이 서로 다른 자연수일 때 $\frac{1+2+3+\cdots+㉠}{1+2+3+\cdots+㉡}$을 기약분수로 나타내면 $\frac{15}{17}$입니다. 다음을 만족할 때 ㉠+㉡의 값을 구해 보세요.

$230<(1+2+3+\cdots+㉠)+(1+2+3+\cdots+㉡)<270$

(31)

풀이 $\frac{1+2+3+\cdots+㉠}{1+2+3+\cdots+㉡}$을 기약분수로 나타내면 $\frac{15}{17}$이므로 $\frac{15}{17}$의 분모와 분자에 각각 0이 아닌 수 ■를 곱하여 나타낼 수 있습니다. $\frac{1+2+3+\cdots+㉠}{1+2+3+\cdots+㉡}=\frac{15\times■}{17\times■}$이고, 분모와 분자의 합은 $17\times■+15\times■=(17+15)\times■=32\times■$이므로
$(1+2+3+\cdots+㉠)+(1+2+3+\cdots+㉡)$은 32의 배수입니다.
32의 배수 중에서 230보다 크고 270보다 작은 수는 $32\times8=256$이므로 ■=8입니다.
$1+2+3+\cdots+㉠=15\times8=120$에서 $1+2+3+\cdots+15=120$이므로 ㉠=15이고,
$1+2+3+\cdots+㉡=17\times8=136$에서 $1+2+3+\cdots+16=136$이므로 ㉡=16입니다.
따라서 ㉠+㉡=15+16=31입니다.

참고 1부터 10까지의 합 ➡ $1+2+3+\cdots+8+9+10=11\times5=55$

11
11
11

11

수 카드 5장 중에서 2장을 골라 진분수를 만들려고 합니다. 만들 수 있는 진분수 중에서 $\frac{5}{6}$보다 작은 기약분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

2 1 6 7 3

(7개)

풀이 수 카드 2장을 골라 만들 수 있는 진분수는 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$입니다.

분자가 분모보다 1만큼 더 작은 진분수는 분모가 클수록 큰 분수이므로 $\frac{5}{6}$보다 큰 분수는 $\frac{6}{7}$입니다.

따라서 만들 수 있는 진분수 중에서 $\frac{5}{6}$보다 작은 기약분수는 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$으로 모두 7개입니다.

통합 교과 [수학 + 과학]

12

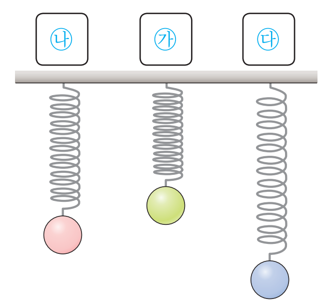
용수철은 가해진 힘의 크기에 따라 길이가 일정하게 늘어나거나 줄어드는 탄성을 가집니다. 다음과 같이 무게가 다른 쇠구슬 3개를 용수철에 각각 매달았을 때 〈보기〉에 제시된 쇠구슬의 무게를 보고 알맞은 쇠구슬을 찾아 □ 안에 기호를 써넣으세요.

〈보기〉

㉮ 쇠구슬의 무게: $\frac{43}{21}$ kg

㉯ 쇠구슬의 무게: $2\frac{8}{35}$ kg

㉰ 쇠구슬의 무게: $\frac{53}{18}$ kg



풀이 $\frac{43}{21}=2\frac{1}{21}$, $\frac{53}{18}=2\frac{17}{18}$이고 세 대분수의 자연수 부분이 모두 2이므로 세 진분수 $\frac{1}{21}$, $\frac{8}{35}$, $\frac{17}{18}$의 크기를 비교합니다.

$\left(\frac{1}{21}, \frac{8}{35}\right)=\left(\frac{5}{105}, \frac{24}{105}\right)$이므로 $\frac{1}{21}<\frac{8}{35}$이고, $\frac{8}{35}<\frac{8}{18}<\frac{17}{18}$이므로 $\frac{8}{35}<\frac{17}{18}$입니다.

➡ $\frac{1}{21}<\frac{8}{35}<\frac{17}{18}$

따라서 $\frac{43}{21}<2\frac{8}{35}<\frac{53}{18}$이고 ㉮<㉯<㉰이므로 용수철이 많이 늘어난 것부터 차례대로 ㉰, ㉯, ㉮입니다.

참고 두 분수씩 통분하여 차례대로 비교할 수도 있지만, 두 분수의 분모가 같은 경우와 분자가 같은 경우를 활용하여 더 간단하게 분수의 크기를 비교할 수 있습니다.

신경향

13

다음과 같이 분수를 규칙에 따라 늘어놓았습니다. 기약분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{54}, \frac{2}{52}, \frac{3}{50}, \frac{4}{48}, \cdots$$

(12개)

풀이 나열된 분수는 분모가 2씩 작아지고, 분자가 1씩 커지는 규칙이 있습니다.

짝수째에 놓인 분수는 분모와 분자가 모두 2의 배수이어서 약분을 할 수 있으므로 기약분수가 아닙니다.

홀수째에 놓인 분수는 $\frac{1}{54}$, $\frac{3}{50}$, $\frac{5}{46}$, $\frac{7}{42}$, $\frac{9}{38}$, $\frac{11}{34}$, $\frac{13}{30}$, $\frac{15}{26}$, $\frac{17}{22}$, $\frac{19}{18}$, $\frac{21}{14}$, $\frac{23}{10}$, $\frac{25}{6}$, $\frac{27}{2}$이고, 이 중에서 약분할 수 없는 분수는 $\frac{1}{54}$, $\frac{3}{50}$, $\frac{5}{46}$, $\frac{9}{38}$, $\frac{11}{34}$, $\frac{13}{30}$, $\frac{15}{26}$, $\frac{17}{22}$, $\frac{19}{18}$, $\frac{23}{10}$, $\frac{25}{6}$, $\frac{27}{2}$입니다.

따라서 기약분수는 모두 12개입니다.

서술형

14 $\dfrac{㉡}{㉠\times㉠\times㉠}=\dfrac{1}{147}$을 만족하는 서로 다른 자연수 ㉠, ㉡이 있습니다. ㉠+㉡의 값은 얼마인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

풀이 예 $\dfrac{1}{147}$에서 분모 147은 $147=3\times7\times7$로 나타낼 수 있으므로 분모를 ㉠×㉠×㉠ 형태로 나타내려면 분모와 분자에 각각 $3\times3\times7$을 곱하여 같은 수 3개의 곱이 되도록 만듭니다.

$\dfrac{1}{147}=\dfrac{1\times3\times3\times7}{3\times7\times7\times3\times3\times7}=\dfrac{1\times3\times3\times7}{(3\times7)\times(3\times7)\times(3\times7)}$이므로 ㉠은 $3\times7=21$이고,

㉡은 $1\times3\times3\times7=63$입니다.

따라서 ㉠+㉡의 값은 $21+63=84$입니다.

답 84

채점 기준	비율
분모 147을 곱의 형태로 나타내기	20 %
똑같은 수를 세 번 곱한 형태로 분모를 나타내는 방법 생각하고 나타내기	40 %
㉠과 ㉡을 각각 구하고 ㉠+㉡의 값 구하기	40 %

15 〈조건〉을 만족하는 분수를 모두 구해 보세요.

〈조건〉
- 분모는 40보다 크고 90보다 작습니다.
- 분자는 20보다 크고 50보다 작습니다.
- $\dfrac{7}{12}$과 크기가 같습니다.

($\dfrac{28}{48}$, $\dfrac{35}{60}$, $\dfrac{42}{72}$, $\dfrac{49}{84}$)

풀이 구해야 하는 분수는 $\dfrac{7}{12}$과 크기가 같으므로 $\dfrac{7\times■}{12\times■}$라고 놓을 수 있습니다.
분모가 40보다 크고 90보다 작으므로 $40<12\times■<90$에서 ■는 4, 5, 6, 7이고, 분자가 20보다 크고 50보다 작으므로 $20<7\times■<50$에서 ■는 3, 4, 5, 6, 7입니다.
따라서 분모와 분자에 대한 조건을 모두 만족하는 ■는 4, 5, 6, 7이므로 조건을 만족하는 분수는 $\dfrac{28}{48}$, $\dfrac{35}{60}$, $\dfrac{42}{72}$, $\dfrac{49}{84}$입니다.

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

15-1 〈조건〉을 만족하는 분수를 모두 구해 보세요.

〈조건〉
- 분모는 [예 80]보다 크고 [예 100]보다 작습니다.
- 분자는 [예 20]보다 크고 [예 40]보다 작습니다.
- $\dfrac{\boxed{예\ 3}}{\boxed{예\ 8}}$와/과 크기가 같습니다.

($\dfrac{33}{88}$, $\dfrac{36}{96}$)

풀이 예 구해야 하는 분수는 $\dfrac{3}{8}$과 크기가 같으므로 $\dfrac{3\times■}{8\times■}$라고 놓을 수 있습니다.
분모가 80보다 크고 100보다 작으므로 $80<8\times■<100$에서 ■는 11, 12이고, 분자가 20보다 크고 40보다 작으므로 $20<3\times■<40$에서 ■는 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13입니다.
따라서 분모에 대한 조건과 분자에 대한 조건을 모두 만족하는 ■는 11, 12이므로 조건을 만족하는 분수는 $\dfrac{33}{88}$, $\dfrac{36}{96}$입니다.

CHALLENGE 최고난도

1 $\frac{1}{6}$과 $\frac{1}{4}$ 사이에 기약분수 4개를 넣어 통분하였더니 6개의 분수의 분자가 연속된 자연수가 되었습니다. 기약분수 4개를 모두 구해 보세요.

($\frac{11}{60}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{13}{60}$, $\frac{7}{30}$)

풀이 $\frac{1}{6}$과 $\frac{1}{4}$을 통분하였을 때 분자의 차가 5인 경우를 구합니다.

$\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right) \Rightarrow \left(\frac{2}{12}, \frac{3}{12}\right) \Rightarrow \left(\frac{4}{24}, \frac{6}{24}\right) \Rightarrow \left(\frac{6}{36}, \frac{9}{36}\right) \Rightarrow \left(\frac{8}{48}, \frac{12}{48}\right) \Rightarrow \left(\frac{10}{60}, \frac{15}{60}\right)$

$\frac{10}{60}$과 $\frac{15}{60}$ 사이에 $\frac{11}{60}$, $\frac{12}{60}$, $\frac{13}{60}$, $\frac{14}{60}$를 넣으면 6개의 분수의 분자가 10부터 15까지 연속된 자연수가 됩니다.

따라서 $\frac{11}{60}$, $\frac{12}{60}$, $\frac{13}{60}$, $\frac{14}{60}$를 각각 기약분수로 나타내면 $\frac{11}{60}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{13}{60}$, $\frac{7}{30}$입니다.

2 크기가 작은 분수부터 차례대로 늘어놓았습니다. ■와 ▲에 알맞은 수 중에서 가장 큰 수를 구하여 ■+▲의 값을 구해 보세요.

$\frac{4}{5}$, $\frac{13}{■}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{11}{▲}$, $\frac{19}{6}$

(20)

풀이 $\frac{4}{5}<\frac{13}{■}<\frac{5}{2}$에서 $\frac{4}{5}=0.8$, $\frac{5}{2}=2.5$이므로 $\frac{13}{■}$은 0.8보다 크고 2.5보다 작습니다.

■=5이면 $\frac{13}{5}\left(=\frac{26}{10}\right)>\frac{5}{2}\left(=\frac{25}{10}\right)$이고, ■=6이면 $\frac{13}{6}<\frac{5}{2}\left(=\frac{15}{6}\right)$이므로 ■는 5보다 커야 합니다.

■=16이면 $\frac{4}{5}\left(=\frac{64}{80}\right)<\frac{13}{16}\left(=\frac{65}{80}\right)$이고, ■=17이면 $\frac{4}{5}\left(=\frac{68}{85}\right)>\frac{13}{17}\left(=\frac{65}{85}\right)$이므로 ■는 17보다 작아야 합니다.

➡ ■에 알맞은 수 중에서 가장 큰 수는 16입니다.

$\frac{5}{2}<\frac{11}{▲}<\frac{19}{6}$에서 $\frac{11}{▲}$은 2.5보다 크고 $3\frac{1}{6}$보다 작습니다.

▲=3이면 $\frac{11}{3}\left(=\frac{22}{6}\right)>\frac{19}{6}$이고, ▲=4이면 $\frac{11}{4}\left(=\frac{33}{12}\right)<\frac{19}{6}\left(=\frac{38}{12}\right)$이므로 ▲는 3보다 커야 합니다.

▲=5이면 $\frac{5}{2}\left(=\frac{25}{10}\right)>\frac{11}{5}\left(=\frac{22}{10}\right)$이고, ▲=4이면 $\frac{5}{2}\left(=\frac{10}{4}\right)<\frac{11}{4}$이므로 ▲는 5보다 작아야 합니다.

➡ ▲에 알맞은 수 중에서 가장 큰 수는 4입니다.

따라서 ■+▲의 값은 16+4=20입니다.

3 수 카드 5장 중에서 2장을 골라 진분수를 만들려고 합니다. 만들 수 있는 진분수 중에서 $\frac{1}{2}$보다 크고 $\frac{5}{7}$보다 작은 진분수를 모두 구해 보세요.

2 3 5 6 9

($\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$)

풀이 수 카드 2장을 골라 만들 수 있는 진분수는 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$이고,

이 중에서 $\frac{1}{2}$보다 큰 분수는 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$입니다. 5개의 분수 중에서 $\frac{5}{7}$보다 작은 수를 구합니다.

$\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{7}\right) \Rightarrow \left(\frac{14}{21}, \frac{15}{21}\right) \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{7}$

$\left(\frac{3}{5}, \frac{5}{7}\right) \Rightarrow \left(\frac{21}{35}, \frac{25}{35}\right) \Rightarrow \frac{3}{5} < \frac{5}{7}$

$\left(\frac{5}{6}, \frac{5}{7}\right) \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{5}{7}$

$\left(\frac{5}{9}, \frac{5}{7}\right) \Rightarrow \frac{5}{9} < \frac{5}{7}$

$\left(\frac{6}{9}, \frac{5}{7}\right) \Rightarrow \left(\frac{42}{63}, \frac{45}{63}\right) \Rightarrow \frac{6}{9} < \frac{5}{7}$

따라서 만들 수 있는 진분수 중에서 $\frac{1}{2}$보다 크고 $\frac{5}{7}$보다 작은 진분수는 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$입니다.

참고 $\frac{1}{2}$보다 큰 분수는 (분자)$\times$2$>$(분모)이고, 분자가 같은 분수는 분모가 작을수록 큰 수입니다.

4 1보다 작은 분수 중에서 분모가 3×▲인 기약분수의 개수를 ▲개라고 할 때, 1부터 15까지의 자연수 중에서 ▲가 될 수 있는 수를 모두 구해 보세요.

(2, 4, 6, 8, 12)

풀이 1보다 작은 분수는 진분수이므로 분모가 3×▲인 진분수는 $\frac{1}{3\times▲}$, $\frac{2}{3\times▲}$, ..., $\frac{3\times▲-1}{3\times▲}$입니다. 분모가 3×▲인 기약분수의 개수가 ▲개가 되려면 분모가 3×▲인 전체 진분수 중에서 약분되지 않는 분수가 ▲개이어야 합니다.
전체 진분수 중에서 약분이 되는 분수가 절반보다 많아야 하므로 ▲가 될 수 있는 수를 짝수라고 하여 기약분수의 개수를 구해 봅니다.

▲가 될 수 있는 수	분모	진분수	기약분수	기약분수의 개수(개)
2	$3\times2=6$	$\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$	2
4	$3\times4=12$	$\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, ..., $\frac{11}{12}$	$\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$	4
6	$3\times6=18$	$\frac{1}{18}$, $\frac{2}{18}$, ..., $\frac{17}{18}$	$\frac{1}{18}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{17}{18}$	6
8	$3\times8=24$	$\frac{1}{24}$, $\frac{2}{24}$, ..., $\frac{23}{24}$	$\frac{1}{24}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{19}{24}$, $\frac{23}{24}$	8
10	$3\times10=30$	$\frac{1}{30}$, $\frac{2}{30}$, ..., $\frac{29}{30}$	$\frac{1}{30}$, $\frac{7}{30}$, $\frac{11}{30}$, $\frac{13}{30}$, $\frac{17}{30}$, $\frac{19}{30}$, $\frac{23}{30}$, $\frac{29}{30}$	8
12	$3\times12=36$	$\frac{1}{36}$, $\frac{2}{36}$, ..., $\frac{35}{36}$	$\frac{1}{36}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{7}{36}$, $\frac{11}{36}$, $\frac{13}{36}$, $\frac{17}{36}$, $\frac{19}{36}$, $\frac{23}{36}$, $\frac{25}{36}$, $\frac{29}{36}$, $\frac{31}{36}$, $\frac{35}{36}$	12
14	$3\times14=42$	$\frac{1}{42}$, $\frac{2}{42}$, ..., $\frac{41}{42}$	$\frac{1}{42}$, $\frac{5}{42}$, $\frac{11}{42}$, $\frac{13}{42}$, $\frac{17}{42}$, $\frac{19}{42}$, $\frac{23}{42}$, $\frac{25}{42}$, $\frac{29}{42}$, $\frac{31}{42}$, $\frac{37}{42}$, $\frac{41}{42}$	12

따라서 ▲가 될 수 있는 수는 2, 4, 6, 8, 12입니다.

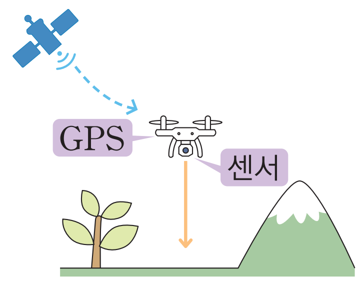
창의·사고력

◆ 정답과 풀이 40쪽

드론의 이동 거리

사고하기

드론은 조종하는 사람이 타지 않고 원격 조종하여 하늘을 자유롭게 날아다니는 무인 비행 물체입니다. 처음에 군사 목적으로 만들어졌는데 지금은 사진 촬영, 배달, 농사, 과학 탐사 등 다양한 분야에서 사용되고 있습니다. 드론은 프로펠러를 이용하여 하늘에 떠서 움직이고, GPS와 센서로 방향과 위치를 알아서 조종할 수 있습니다.



적용하기

가 드론, 나 드론, 다 드론이 GPS와 센서로 정확한 위치를 측정하며 비행하고 있습니다. 드론이 목표 지점까지 이동한 거리가 다음과 같을 때 이동 거리가 먼 차례대로 기호를 써 보세요.

가 드론

$\frac{31}{24}$ km

나 드론

1.75 km

다 드론

$\frac{23}{16}$ km

(나, 다, 가)

풀이 소수를 분수로 나타내면 $1.75=\frac{175}{100}=\frac{7}{4}$입니다.

$\left(\frac{31}{24}, 1.75\right) \Rightarrow \left(\frac{31}{24}, \frac{7}{4}\right) \Rightarrow \left(\frac{31}{24}, \frac{42}{24}\right) \Rightarrow \frac{31}{24}<1.75$

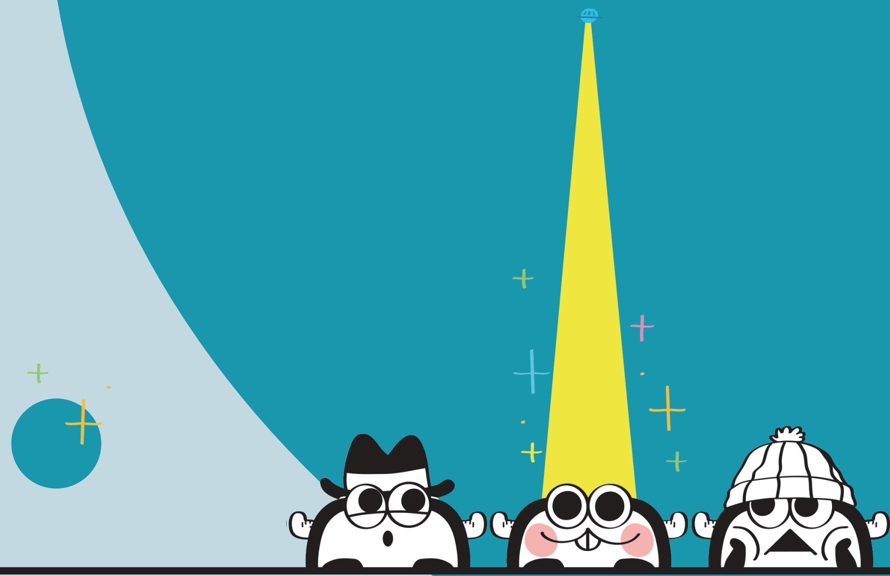
$\left(1.75, \frac{23}{16}\right) \Rightarrow \left(\frac{7}{4}, \frac{23}{16}\right) \Rightarrow \left(\frac{28}{16}, \frac{23}{16}\right) \Rightarrow 1.75>\frac{23}{16}$

$\left(\frac{31}{24}, \frac{23}{16}\right) \Rightarrow \left(\frac{62}{48}, \frac{69}{48}\right) \Rightarrow \frac{31}{24}<\frac{23}{16}$

따라서 $1.75>\frac{23}{16}>\frac{31}{24}$이므로 이동한 거리가 먼 차례대로 기호를 쓰면 나, 다, 가입니다.

개념 Note

- 분수와 소수의 크기 비교하기
  - 방법 1 분수를 소수로 나타내어 크기 비교하기
  - 방법 2 소수를 분수로 나타내어 크기 비교하기
- 세 분수의 크기 비교하기
  - 방법 1 두 분수씩 통분하여 비교하기
  - 방법 2 세 분모의 최소공배수를 공통분모로 통분하여 비교하기



5

분수의 덧셈과 뺄셈

분수의 덧셈

필수 개념

① 분모가 다른 진분수의 덧셈

예 $\frac{7}{10}+\frac{3}{4}$

방법 1 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분한 후 계산하기

약분하여 기약분수로 나타내기

$$\frac{7}{10}+\frac{3}{4}=\frac{7\times4}{10\times4}+\frac{3\times10}{4\times10}=\frac{28}{40}+\frac{30}{40}=\frac{58}{40}=1\frac{18}{40}=1\frac{9}{20}$$

분수끼리의 합이 가분수이면 대분수로 나타내기

방법 2 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분한 후 계산하기

$$\frac{7}{10}+\frac{3}{4}=\frac{7\times2}{10\times2}+\frac{3\times5}{4\times5}=\frac{14}{20}+\frac{15}{20}=\frac{29}{20}=1\frac{9}{20}$$

10과 4의 최소공배수: 20

② 분모가 다른 대분수의 덧셈

예 $2\frac{1}{3}+1\frac{4}{5}$

방법 1 자연수는 자연수끼리, 분수는 분수끼리 계산하기

$$2\frac{1}{3}+1\frac{4}{5}=2\frac{5}{15}+1\frac{12}{15}=(2+1)+\left(\frac{5}{15}+\frac{12}{15}\right)$$

$$=3+\frac{17}{15}=3+1\frac{2}{15}=4\frac{2}{15}$$

분수끼리의 합이 가분수이면 대분수로 나타내기

방법 2 대분수를 가분수로 나타내어 계산하기

$$2\frac{1}{3}+1\frac{4}{5}=\frac{7}{3}+\frac{9}{5}=\frac{35}{15}+\frac{27}{15}=\frac{62}{15}=4\frac{2}{15}$$

개념 플러스

① 시간을 분수로 나타내어 계산하기

- 1일=24시간 ➡ 1시간=$\frac{1}{24}$일, 1시간=60분 ➡ 1분=$\frac{1}{60}$시간, 1분=60초 ➡ 1초=$\frac{1}{60}$분

예
- 2일 15시간=2일+$\frac{15}{24}$일=2$\frac{15}{24}$일=2$\frac{5}{8}$일
- 1시간 45분=1시간+$\frac{45}{60}$시간=1$\frac{45}{60}$시간=1$\frac{3}{4}$시간
- 10분 36초=10분+$\frac{36}{60}$분=10$\frac{36}{60}$분=10$\frac{3}{5}$분

WARM-UP 개념 확인

◆ 정답과 풀이 41쪽

1 계산이 틀린 것을 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}=\frac{31}{35}$

㉡ $\frac{1}{12}+\frac{3}{4}=\frac{5}{6}$

㉢ $\frac{6}{7}+\frac{5}{6}=\frac{29}{42}$

(㉢)

풀이 ㉠ $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}=\frac{21}{35}+\frac{10}{35}=\frac{31}{35}$

㉡ $\frac{1}{12}+\frac{3}{4}=\frac{1}{12}+\frac{9}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

㉢ $\frac{6}{7}+\frac{5}{6}=\frac{36}{42}+\frac{35}{42}=\frac{71}{42}=1\frac{29}{42}$

2 □ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구해 보세요.

$\frac{1}{3}+\frac{1}{9}<\frac{\square}{18}$

(9)

풀이 $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{3}{9}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}=\frac{8}{18}$이고, $\frac{8}{18}<\frac{\square}{18}$이므로 $8<\square$입니다.

따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수는 9입니다.

3 $2\frac{1}{4}$과 $\frac{3}{5}$의 합은 $\frac{1}{60}$이 몇 개인지 구해 보세요.

(171개)

풀이 $2\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{9}{4}+\frac{3}{5}=\frac{45}{20}+\frac{12}{20}=\frac{57}{20}=\frac{171}{60}$

따라서 $2\frac{1}{4}$과 $\frac{3}{5}$의 합은 $\frac{1}{60}$이 171개인 수입니다.

4 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$\frac{\square}{6}+\frac{11}{15}<2$

(7개)

풀이 $\frac{\square}{6}+\frac{11}{15}=\frac{\square\times5}{30}+\frac{22}{30}=\frac{\square\times5+22}{30}$

$2=\frac{60}{30}$이고 $\frac{\square\times5+22}{30}<\frac{60}{30}$이므로 $\square\times5+22<60$, $\square\times5<38$입니다.

따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7로 모두 7개입니다.

5 $5\frac{4}{5}$와 $2\frac{13}{30}$의 합보다 작은 자연수 중에서 1보다 큰 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(7개)

풀이 $5\frac{4}{5}+2\frac{13}{30}=5\frac{24}{30}+2\frac{13}{30}=(5+2)+\left(\frac{24}{30}+\frac{13}{30}\right)$

$=7+\frac{37}{30}=7+1\frac{7}{30}=8\frac{7}{30}$

구해야 하는 자연수를 □라고 하면 $1<\square<8\frac{7}{30}$이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8로 모두 7개입니다.

6 방과 후 요리 교실에서 빵을 만드는 데 밀가루를 어제는 $7\frac{5}{8}$ kg 사용하였고, 오늘은 어제보다 $1\frac{3}{4}$ kg 더 사용하였습니다. 어제와 오늘 사용한 밀가루는 모두 몇 kg인지 구해 보세요.

(17 kg)

풀이 (오늘 사용한 밀가루의 양)

$=7\frac{5}{8}+1\frac{3}{4}=(7+1)+\left(\frac{5}{8}+\frac{6}{8}\right)$

$=8+\frac{11}{8}=8+1\frac{3}{8}=9\frac{3}{8}$ (kg)

따라서 어제와 오늘 사용한 밀가루는 모두

$7\frac{5}{8}+9\frac{3}{8}=(7+9)+\left(\frac{5}{8}+\frac{3}{8}\right)=16+\frac{8}{8}=17$ (kg)입니다.

2 분수의 뺄셈

필수 개념

① 분모가 다른 진분수의 뺄셈

예 $\frac{8}{9}-\frac{5}{6}$

방법 1 두 분모의 곱을 공통분모로 하여 통분한 후 계산하기

$$\frac{8}{9}-\frac{5}{6}=\frac{8\times6}{9\times6}-\frac{5\times9}{6\times9}=\frac{48}{54}-\frac{45}{54}=\frac{3}{54}=\frac{1}{18}$$

약분하여 기약분수로 나타내기

방법 2 두 분모의 최소공배수를 공통분모로 하여 통분한 후 계산하기

$$\frac{8}{9}-\frac{5}{6}=\frac{8\times2}{9\times2}-\frac{5\times3}{6\times3}=\frac{16}{18}-\frac{15}{18}=\frac{1}{18}$$

9와 6의 최소공배수: 18

② 분모가 다른 대분수의 뺄셈

예 $4\frac{2}{5}-1\frac{6}{7}$

방법 1 자연수는 자연수끼리, 분수는 분수끼리 계산하기

$$4\frac{2}{5}-1\frac{6}{7}=4\frac{14}{35}-1\frac{30}{35}=3\frac{49}{35}-1\frac{30}{35}=(3-1)+\left(\frac{49}{35}-\frac{30}{35}\right)=2\frac{19}{35}$$

분수끼리 뺄 수 없을 때는 자연수에서 1을 받아내림하여 가분수로 나타내기

방법 2 대분수를 가분수로 나타내어 계산하기

$$4\frac{2}{5}-1\frac{6}{7}=\frac{22}{5}-\frac{13}{7}=\frac{154}{35}-\frac{65}{35}=\frac{89}{35}=2\frac{19}{35}$$

개념 플러스

① 세 분수의 덧셈과 뺄셈

예 $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}+\frac{1}{12}$ → **주의** 뺄셈이 섞인 식은 계산 순서가 달라지면 계산 결과가 달라질 수 있습니다.

방법 1 앞에서부터 두 분수씩 차례대로 계산하기

$$\frac{5}{6}-\frac{4}{9}+\frac{1}{12}=\left(\frac{15}{18}-\frac{8}{18}\right)+\frac{1}{12}=\frac{7}{18}+\frac{1}{12}=\frac{14}{36}+\frac{3}{36}=\frac{17}{36}$$

방법 2 세 분수를 한꺼번에 통분하여 계산하기

$$\frac{5}{6}-\frac{4}{9}+\frac{1}{12}=\frac{5\times6}{6\times6}-\frac{4\times4}{9\times4}+\frac{1\times3}{12\times3}=\frac{30}{36}-\frac{16}{36}+\frac{3}{36}=\frac{17}{36}$$

참고 세 분모 6, 9, 12의 최소공배수 36을 공통분모로 하여 통분한 후 계산합니다.

◆ 정답과 풀이 41쪽

1 계산 결과가 가장 큰 것을 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$ ㉡ $\frac{2}{3}-\frac{2}{9}$ ㉢ $\frac{7}{9}-\frac{11}{15}$

(㉡)

풀이 ㉠ $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=\frac{2}{15}$

㉡ $\frac{2}{3}-\frac{2}{9}=\frac{6}{9}-\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

㉢ $\frac{7}{9}-\frac{11}{15}=\frac{35}{45}-\frac{33}{45}=\frac{2}{45}$

$\left(\frac{2}{15}, \frac{4}{9}, \frac{2}{45}\right)$ ➡ $\left(\frac{6}{45}, \frac{20}{45}, \frac{2}{45}\right)$ ➡ ㉡>㉠>㉢

2 ㉠에 알맞은 수를 기약분수로 나타내어 보세요.

$$\boxed{㉠} \xrightarrow{+3\frac{5}{12}} \boxed{㉡} \xrightarrow{+2\frac{7}{15}} \boxed{9\frac{3}{10}}$$

($3\frac{5}{12}$)

풀이 계산 순서를 거꾸로 하여 ㉡을 구한 후 ㉠을 구합니다.

㉡$=9\frac{3}{10}-2\frac{7}{15}=9\frac{9}{30}-2\frac{14}{30}=8\frac{39}{30}-2\frac{14}{30}$

$=6\frac{25}{30}=6\frac{5}{6}$

㉠$=$㉡$-3\frac{5}{12}=6\frac{5}{6}-3\frac{5}{12}=6\frac{10}{12}-3\frac{5}{12}=3\frac{5}{12}$

3 〈보기〉의 분수 중 가장 큰 분수에서 나머지 두 분수를 뺀 값을 기약분수로 나타내어 보세요.

〈보기〉
$\frac{63}{20}$ $3\frac{7}{16}$ $\frac{3}{40}$

($\frac{17}{80}$)

풀이 $\left(\frac{63}{20}, 3\frac{7}{16}, \frac{3}{40}\right)$ ➡ $\left(3\frac{3}{20}, 3\frac{7}{16}, \frac{3}{40}\right)$

➡ $\left(3\frac{12}{80}, 3\frac{35}{80}, \frac{6}{80}\right)$

$3\frac{35}{80}>3\frac{12}{80}>\frac{6}{80}$이므로 가장 큰 분수는 $3\frac{35}{80}$입니다.

따라서 $3\frac{35}{80}-3\frac{12}{80}-\frac{6}{80}=\frac{35-12-6}{80}=\frac{17}{80}$입니다.

4 □ 안에 알맞은 수를 기약분수로 나타내어 보세요.

$$4\frac{9}{10}-2\frac{1}{4}+\square=5\frac{8}{15}$$

($2\frac{53}{60}$)

풀이 $4\frac{9}{10}-2\frac{1}{4}+\square=5\frac{8}{15}$, $4\frac{18}{20}-2\frac{5}{20}+\square=5\frac{8}{15}$,

$2\frac{13}{20}+\square=5\frac{8}{15}$,

$\square=5\frac{8}{15}-2\frac{13}{20}=5\frac{32}{60}-2\frac{39}{60}$

$=4\frac{92}{60}-2\frac{39}{60}=2\frac{53}{60}$

5 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수들의 합을 구해 보세요.

$$\frac{2}{3}-\frac{7}{15}<\frac{1}{\square}$$

(10)

풀이 $\frac{2}{3}-\frac{7}{15}=\frac{10}{15}-\frac{7}{15}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$이고, $\frac{1}{5}<\frac{1}{\square}$이므로 $5>\square$입니다.

따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이므로 합은 $1+2+3+4=10$입니다.

주의 단위분수는 분모가 작을수록 큰 수입니다.

6 수호와 동생이 어제와 오늘 이틀 동안 마신 우유의 양을 나타낸 표입니다. 이틀 동안 누가 우유를 몇 L 더 많이 마셨는지 기약분수로 나타내어 보세요.

	어제	오늘
수호	$1\frac{5}{16}$ L	$\frac{11}{20}$ L
동생	$\frac{13}{10}$ L	$\frac{7}{8}$ L

(동생), ($\frac{5}{16}$ L)

풀이 이틀 동안 수호가 마신 우유의 양은

$1\frac{5}{16}+\frac{11}{20}=1\frac{25}{80}+\frac{44}{80}=1\frac{69}{80}$ (L)이고, 동생이 마신 우유의 양은 $\frac{13}{10}+\frac{7}{8}=\frac{52}{40}+\frac{35}{40}=\frac{87}{40}=2\frac{7}{40}$ (L)입니다.

따라서 이틀 동안 동생이 우유를

$2\frac{7}{40}-1\frac{69}{80}=2\frac{14}{80}-1\frac{69}{80}=1\frac{94}{80}-1\frac{69}{80}=\frac{25}{80}=\frac{5}{16}$ (L)

더 많이 마셨습니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수 구하기

□ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{6}-\frac{1}{8}<\frac{1}{\square}<1$$

문제해결 TIP | 단위분수는 분모가 작을수록 큰 수예요.

1 단계 $\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$을 계산해 보세요.

($\frac{1}{24}$)

풀이 $\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{4}{24}-\frac{3}{24}=\frac{1}{24}$

2 단계 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(22개)

풀이 단위분수는 분모가 작을수록 큰 수이므로 $\frac{1}{24}<\frac{1}{\square}<1$에서 분모끼리 비교하면 $24>\square>1$입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 2부터 23까지이므로 모두 $23-2+1=22$(개)입니다.

유사 문제

1-1 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{5}-\frac{3}{20}<\frac{1}{\square}<\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$$

(13개)

풀이 $\frac{1}{5}-\frac{3}{20}=\frac{4}{20}-\frac{3}{20}=\frac{1}{20}$, $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$
단위분수는 분모가 작을수록 큰 수이므로 $\frac{1}{20}<\frac{1}{\square}<\frac{1}{6}$에서 분모끼리 비교하면 $20>\square>6$입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 7부터 19까지의 자연수이므로 모두 $19-7+1=13$(개)입니다.

변형 문제

1-2 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{5}{6}-\frac{\square}{16}>\frac{1}{3}-\frac{1}{12}$$

(9개)

풀이 $\frac{5}{6}-\frac{\square}{16}=\frac{40}{48}-\frac{\square\times3}{48}=\frac{40-\square\times3}{48}$, $\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{4}{12}-\frac{1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$
$\frac{40-\square\times3}{48}>\frac{1}{4}$, $\frac{40-\square\times3}{48}>\frac{12}{48}$, $40-\square\times3>12$, $\square\times3<40-12$, $\square\times3<28$
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 1부터 9까지이므로 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9로 모두 9개입니다.

심화 유형 2 시간의 합과 차 구하기

가 지역에서 나 지역까지 갈 때 기차를 $3\frac{7}{10}$시간 타고, 버스를 $1\frac{2}{3}$시간 탔습니다. 기차와 버스를 탄 시간은 모두 몇 시간 몇 분인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | ★분$=\frac{★}{60}$시간을 이용하여 시간을 분으로 나타내요.

1 단계 기차와 버스를 탄 시간은 모두 몇 시간인지 구해 보세요.

풀이 $3\frac{7}{10}+1\frac{2}{3}=3\frac{21}{30}+1\frac{20}{30}=(3+1)+\left(\frac{21}{30}+\frac{20}{30}\right)=4+\frac{41}{30}=4+1\frac{11}{30}=5\frac{11}{30}$(시간) ($5\frac{11}{30}$시간)

2 단계 기차와 버스를 탄 시간은 모두 몇 시간 몇 분인지 구해 보세요.

풀이 $\frac{11}{30}=\frac{22}{60}$이고 $\frac{22}{60}$시간$=22$분이므로 기차와 버스를 탄 시간은 모두 5시간 22분입니다. (5시간 22분)

유사 문제

2-1 지민이와 서준이가 토요일과 일요일에 운동한 시간을 나타낸 것입니다. 이틀 동안 누가 몇 시간 더 많이 운동했는지 구해 보세요. (단, 운동한 시간은 기약분수로 나타냅니다.)

이름 \ 요일	토요일	일요일
지민	$2\frac{1}{12}$시간	50분
서준	1시간 15분	$1\frac{8}{15}$시간

풀이 50분은 $\frac{50}{60}$시간$=\frac{5}{6}$시간, 15분은 $\frac{15}{60}$시간$=\frac{1}{4}$시간입니다. (지민), ($\frac{2}{15}$시간)

이틀 동안 지민이는 $2\frac{1}{12}+\frac{5}{6}=2\frac{1}{12}+\frac{10}{12}=2\frac{11}{12}$(시간),

서준이는 $1\frac{1}{4}+1\frac{8}{15}=1\frac{15}{60}+1\frac{32}{60}=2\frac{47}{60}$(시간) 운동했습니다.

따라서 $\left(2\frac{11}{12}, 2\frac{47}{60}\right) \Rightarrow \left(2\frac{55}{60}, 2\frac{47}{60}\right) \Rightarrow 2\frac{11}{12}>2\frac{47}{60}$이므로

이틀 동안 지민이가 $2\frac{11}{12}-2\frac{47}{60}=2\frac{55}{60}-2\frac{47}{60}=\frac{8}{60}=\frac{2}{15}$(시간) 더 많이 운동했습니다.

변형 문제

2-2 굵기가 일정한 통나무를 6도막으로 자르려고 합니다. 이 통나무를 한 번 자르는 데 $5\frac{3}{4}$분이 걸리고, 한 번 자르고 나서 $2\frac{1}{3}$분씩 쉰다면, 이 통나무를 6도막으로 자르는 데 걸리는 시간은 모두 몇 분 몇 초인지 구해 보세요. (단, 통나무를 겹쳐서 자르지 않습니다.)

(38분 5초)

풀이 통나무를 6도막으로 자르려면 5번을 잘라야 하고, 마지막 통나무를 자르면 쉬는 시간이 필요하지 않으므로 4번을 쉽니다.

(5번 자르는 데 걸리는 시간)$=5\frac{3}{4}+5\frac{3}{4}+5\frac{3}{4}+5\frac{3}{4}+5\frac{3}{4}=25+\frac{15}{4}=25+3\frac{3}{4}=28\frac{3}{4}$(분)

(4번 쉬는 시간)$=2\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}=8+\frac{4}{3}=8+1\frac{1}{3}=9\frac{1}{3}$(분)

따라서 통나무를 6도막으로 자르는 데 걸리는 시간은 모두 $28\frac{3}{4}+9\frac{1}{3}=28\frac{9}{12}+9\frac{4}{12}=37\frac{13}{12}=38\frac{1}{12}=38\frac{5}{60}$(분)이므로 38분 5초입니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 3 정해진 약속대로 계산하기

기호 ⊙를 가⊙나=가−나+가라고 약속할 때 $3\frac{11}{18}$ ⊙ $2\frac{8}{15}$을 계산하여 기약분수로 나타내어 보세요.

문제해결 TIP | 두 분수를 약속에 따라 식을 세워 계산해요.

1 단계 기호 ⊙의 약속에 따라 $3\frac{11}{18}$ ⊙ $2\frac{8}{15}$을 구하는 식을 세워 보세요.

풀이 가⊙나=가−나+가이므로 $3\frac{11}{18}$⊙$2\frac{8}{15}=3\frac{11}{18}-2\frac{8}{15}+3\frac{11}{18}$ ($3\frac{11}{18}-2\frac{8}{15}+3\frac{11}{18}$)

2 단계 $3\frac{11}{18}$ ⊙ $2\frac{8}{15}$을 계산하여 기약분수로 나타내어 보세요.

풀이 $3\frac{11}{18}-2\frac{8}{15}+3\frac{11}{18}=3\frac{55}{90}-2\frac{48}{90}+3\frac{55}{90}=(3-2+3)+\left(\frac{55}{90}-\frac{48}{90}+\frac{55}{90}\right)=4\frac{62}{90}=4\frac{31}{45}$ ($4\frac{31}{45}$)

유사 문제

3-1 기호 ◆를 가◆나=나−(가−나)라고 약속할 때 다음을 계산하여 기약분수로 나타내어 보세요.

$$5\frac{2}{9}◆3\frac{7}{12}$$

($1\frac{17}{18}$)

풀이 $5\frac{2}{9}◆3\frac{7}{12}=3\frac{7}{12}-\left(5\frac{2}{9}-3\frac{7}{12}\right)=3\frac{7}{12}-\left(5\frac{8}{36}-3\frac{21}{36}\right)=3\frac{7}{12}-\left(4\frac{44}{36}-3\frac{21}{36}\right)=3\frac{7}{12}-1\frac{23}{36}$
$=3\frac{21}{36}-1\frac{23}{36}=2\frac{57}{36}-1\frac{23}{36}=1\frac{34}{36}=1\frac{17}{18}$

변형 문제

3-2 기호 [ ]를 $\left[4\frac{1}{5}\right]=4$, $\left[4\frac{3}{5}\right]=5$와 같이 [ ] 안의 수와 가장 가까운 자연수를 나타내는 것으로 약속할 때 다음을 구해 보세요.

$$\left[5\frac{5}{6}+2\frac{1}{5}\right]+\left[3\frac{1}{4}-1\frac{3}{10}\right]-\left[6\frac{5}{12}-4\frac{4}{15}+1\frac{13}{30}\right]$$

(6)

풀이 $\left[5\frac{5}{6}+2\frac{1}{5}\right]=\left[5\frac{25}{30}+2\frac{6}{30}\right]=\left[7\frac{31}{30}\right]=\left[8\frac{1}{30}\right]=8$
$\left[3\frac{1}{4}-1\frac{3}{10}\right]=\left[3\frac{5}{20}-1\frac{6}{20}\right]=\left[2\frac{25}{20}-1\frac{6}{20}\right]=\left[1\frac{19}{20}\right]=2$
$\left[6\frac{5}{12}-4\frac{4}{15}+1\frac{13}{30}\right]=\left[6\frac{25}{60}-4\frac{16}{60}+1\frac{26}{60}\right]=\left[3\frac{35}{60}\right]=4$
따라서 $\left[5\frac{5}{6}+2\frac{1}{5}\right]+\left[3\frac{1}{4}-1\frac{3}{10}\right]-\left[6\frac{5}{12}-4\frac{4}{15}+1\frac{13}{30}\right]=8+2-4=6$입니다.

심화 유형 4 어떤 수를 구하여 바르게 계산하기

$6\frac{7}{9}$에서 어떤 수를 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $10\frac{4}{15}$가 되었습니다. 바르게 계산한 값을 기약분수로 나타내어 보세요.

문제해결 TIP | 잘못 계산한 식을 세워 어떤 수를 구해요.

1 단계 어떤 수를 □라고 하여 잘못 계산한 식을 세워 보세요.

풀이 어떤 수를 □라고 하면 $6\frac{7}{9}+\square=10\frac{4}{15}$입니다.

($6\frac{7}{9}+\square=10\frac{4}{15}$)

2 단계 어떤 수를 구해 보세요.

풀이 $\square=10\frac{4}{15}-6\frac{7}{9}=10\frac{12}{45}-6\frac{35}{45}=9\frac{57}{45}-6\frac{35}{45}=3\frac{22}{45}$

($3\frac{22}{45}$)

3 단계 바르게 계산한 값을 기약분수로 나타내어 보세요.

풀이 $6\frac{7}{9}-3\frac{22}{45}=6\frac{35}{45}-3\frac{22}{45}=3\frac{13}{45}$

($3\frac{13}{45}$)

유사 문제

4-1 어떤 수에 $1\frac{11}{24}$을 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 $3\frac{13}{18}$이 되었습니다. 바르게 계산한 값을 기약분수로 나타내어 보세요.

($6\frac{23}{36}$)

풀이 어떤 수를 □라고 하면 $\square-1\frac{11}{24}=3\frac{13}{18}$입니다.

$\square=3\frac{13}{18}+1\frac{11}{24}=3\frac{52}{72}+1\frac{33}{72}=4\frac{85}{72}=5\frac{13}{72}$이므로 어떤 수는 $5\frac{13}{72}$입니다.

따라서 바르게 계산하면 $5\frac{13}{72}+1\frac{11}{24}=5\frac{13}{72}+1\frac{33}{72}=6\frac{46}{72}=6\frac{23}{36}$입니다.

변형 문제

4-2 어떤 수에서 $2\frac{1}{3}$을 빼고 $1\frac{4}{5}$를 더해야 할 것을 잘못하여 어떤 수에 $2\frac{1}{3}$을 더하고 $1\frac{4}{5}$를 뺐더니 $6\frac{7}{30}$이 되었습니다. 바르게 계산한 값을 기약분수로 나타내어 보세요.

($5\frac{1}{6}$)

풀이 어떤 수를 □라고 하면 $\square+2\frac{1}{3}-1\frac{4}{5}=6\frac{7}{30}$입니다.

$\square=6\frac{7}{30}+1\frac{4}{5}-2\frac{1}{3}=6\frac{7}{30}+1\frac{24}{30}-2\frac{10}{30}=7\frac{31}{30}-2\frac{10}{30}=5\frac{21}{30}=5\frac{7}{10}$이므로 어떤 수는 $5\frac{7}{10}$입니다.

따라서 바르게 계산하면 $5\frac{7}{10}-2\frac{1}{3}+1\frac{4}{5}=5\frac{21}{30}-2\frac{10}{30}+1\frac{24}{30}=3\frac{11}{30}+1\frac{24}{30}=4\frac{35}{30}=5\frac{5}{30}=5\frac{1}{6}$입니다.

심화 유형 5 전체를 1로 생각하여 계산하기

준희네 반은 텃밭 전체의 $\frac{3}{8}$에 무를 심고, 텃밭 전체의 $\frac{2}{5}$에 배추를 심었습니다. 무와 배추를 심고 남은 텃밭은 전체의 몇 분의 몇인지 기약분수로 나타내어 보세요.

문제해결 TIP | 전체를 1이라 하고 1에서 주어진 부분을 빼면 남은 부분이 전체의 얼마인지 알 수 있어요.

1 단계 텃밭 전체를 1이라고 할 때 무와 배추를 심은 텃밭은 전체의 몇 분의 몇인지 기약분수로 나타내어 보세요.

풀이 텃밭 전체를 1이라고 할 때 무와 배추를 심은 부분은 텃밭 전체의 $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}=\frac{15}{40}+\frac{16}{40}=\frac{31}{40}$입니다.

($\frac{31}{40}$)

2 단계 무와 배추를 심고 남은 텃밭은 전체의 몇 분의 몇인지 기약분수로 나타내어 보세요.

풀이 텃밭 전체 1에서 무와 배추를 심은 부분을 빼면 $1-\frac{31}{40}=\frac{40}{40}-\frac{31}{40}=\frac{9}{40}$이므로 남은 부분은 텃밭 전체의 $\frac{9}{40}$입니다.

($\frac{9}{40}$)

유사 문제

5-1 미술 시간에 색종이로 만들기를 했습니다. 1모둠은 색종이 전체의 $\frac{4}{15}$, 2모둠은 색종이 전체의 $\frac{3}{10}$, 3모둠은 색종이 전체의 $\frac{1}{6}$을 사용했습니다. 사용하고 남은 색종이는 전체의 몇 분의 몇인지 기약분수로 나타내어 보세요.

($\frac{4}{15}$)

풀이 색종이 전체를 1이라고 할 때 세 모둠이 사용한 색종이는 전체의 $\frac{4}{15}+\frac{3}{10}+\frac{1}{6}=\frac{8}{30}+\frac{9}{30}+\frac{5}{30}=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$입니다.
색종이 전체 1에서 세 모둠이 사용한 색종이를 빼면 $1-\frac{11}{15}=\frac{15}{15}-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$이므로 사용하고 남은 색종이는 전체의 $\frac{4}{15}$입니다.

변형 문제

5-2 수지네 반에서 야구를 좋아하는 학생은 전체의 $\frac{5}{12}$, 농구를 좋아하는 학생은 전체의 $\frac{4}{9}$, 야구와 농구를 모두 좋아하지 않는 학생은 전체의 $\frac{2}{9}$입니다. 야구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 전체의 몇 분의 몇인지 기약분수로 나타내어 보세요.

($\frac{1}{12}$)

풀이 수지네 반 학생 전체를 1이라고 하고 야구와 농구를 모두 좋아하는 학생을 전체의 □라고 할 때 야구와 농구를 모두 좋아하지 않는 학생은 전체의 $\frac{2}{9}$이므로 야구 또는 농구를 좋아하는 학생은 전체의 $\left(\frac{5}{12}+\frac{4}{9}\right)-\square=1-\frac{2}{9}$입니다.
$\frac{5}{12}+\frac{4}{9}=\frac{15}{36}+\frac{16}{36}=\frac{31}{36}$이므로 $\frac{31}{36}-\square=\frac{7}{9}$, $\square=\frac{31}{36}-\frac{7}{9}=\frac{31}{36}-\frac{28}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$입니다.
따라서 야구와 농구를 모두 좋아하는 학생은 전체의 $\frac{1}{12}$입니다.

STEAM

심화 유형 6 분수의 덧셈과 뺄셈을 활용한 생활 속 유형

수학 + 음악

명호는 음악 시간에 한 마디 안에 4분음표가 4개 들어갈 만큼의 길이를 뜻하는 $\frac{4}{4}$박자에 대해 배웠습니다. 악보에 쓰이는 여러 음표와 각 음표가 나타내는 박자는 오른쪽 표와 같고, 명호가 아래 $\frac{4}{4}$박자 악보의 빈칸에 음표 1개씩 넣어 완성하려고 합니다. ㉠과 ㉡에 들어갈 음표는 무엇인지 각각 그려 보세요.

음표	박자	음표	박자
𝅗𝅥 2분음표	2박자	𝅗𝅥. 점2분음표	3박자
♩ 4분음표	1박자	♩. 점4분음표	$1\frac{1}{2}$박자
♪ 8분음표	$\frac{1}{2}$박자	♪. 점8분음표	$\frac{3}{4}$박자
𝅘𝅥𝅯 16분음표	$\frac{1}{4}$박자	𝅘𝅥𝅯. 점16분음표	$\frac{3}{8}$박자

문제해결 TIP | 한 마디에 쓰인 음표가 모두 몇 박자인지 합을 계산하고 남은 박자를 구해요.

1 단계 ㉠과 ㉡이 있는 마디에서 이미 쓰인 음표의 박자의 합을 각각 구해 보세요.

㉠이 있는 마디 ($3\frac{1}{4}$박자), ㉡이 있는 마디 ($2\frac{1}{2}$박자)

풀이 ㉠이 있는 마디: ♩+♩+♩+♪. $=1+1+1+\frac{1}{4}=3\frac{1}{4}$(박자)

㉡이 있는 마디: ♪+♪+♪+♪+♪ $=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$(박자)

2 단계 ㉠과 ㉡에 들어갈 박자를 각각 구해 보세요.

㉠ ($\frac{3}{4}$박자), ㉡ ($1\frac{1}{2}$박자)

풀이 한 마디에는 4분음표가 4개가 들어가고 ㉠이 있는 마디에서 이미 쓰인 음표의 박자는 $3\frac{1}{4}$박자이므로

㉠$=4-3\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$(박자), ㉡이 있는 마디에서 이미 쓰인 음표의 박자는 $2\frac{1}{2}$박자이므로 ㉡$=4-2\frac{1}{2}=\frac{8}{2}-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$(박자)입니다.

3 단계 ㉠과 ㉡에 들어갈 음표는 무엇인지 각각 그려 보세요.

㉠ (♪.), ㉡ (♩.)

풀이 ㉠은 $\frac{3}{4}$박자이므로 음표는 ♪.이고, ㉡은 $1\frac{1}{2}$박자이므로 음표는 ♩.입니다.

수학 + 실과

6-1 지원이네 반은 실과 시간에 건강한 간식 만들기로 달걀 감자샌드위치를 만들었습니다. 찬물에 달걀을 넣어 물이 끓기까지 $\frac{1}{12}$시간 걸렸고, 물이 끓은 후 뚜껑을 덮어 $\frac{1}{5}$시간 더 끓여 달걀을 삶았습니다. 감자를 찌는 데 $\frac{1}{3}$시간 걸렸다면 달걀을 삶는 데 걸린 시간과 감자를 찌는 데 걸린 시간을 합하면 모두 몇 분인지 구해 보세요.

(37분)

풀이 (달걀을 삶는 데 걸린 시간)$=\frac{1}{12}+\frac{1}{5}=\frac{5}{60}+\frac{12}{60}=\frac{17}{60}$(시간), (감자를 찌는 데 걸린 시간)$=\frac{1}{3}$시간

따라서 걸린 시간을 모두 합하면 $\frac{17}{60}+\frac{1}{3}=\frac{17}{60}+\frac{20}{60}=\frac{37}{60}$(시간)이므로 37분입니다.

5 단원

MASTER 고난도

1 서로 다른 자연수 ㉠과 ㉡이 다음 식을 만족할 때 ㉠+㉡의 값을 구해 보세요.

$$\frac{㉠}{15}+\frac{㉡}{4}=\frac{49}{60}$$

(4)

풀이 $\frac{㉠}{15}+\frac{㉡}{4}=\frac{49}{60}$ ➡ $\frac{㉠\times4}{60}+\frac{㉡\times15}{60}=\frac{49}{60}$ ➡ $㉠\times4+㉡\times15=49$

$㉡\times15$에서 곱해지는 수가 더 크므로 ㉡에 1부터 차례대로 넣어 봅니다.

$㉡=1$일 때 $㉠=\frac{34}{4}$, $㉡=2$일 때 $㉠=\frac{19}{4}$이므로 ㉠이 자연수라는 조건을 만족하지 않습니다.

$㉡=3$일 때 $㉠=1$이므로 ㉠과 ㉡이 자연수라는 조건을 만족합니다.

$㉡=4$ 또는 $㉡>4$일 때 $㉡\times15>49$이므로 $㉠\times4+㉡\times15=49$를 만족하는 자연수가 없습니다.

따라서 $㉠=1$, $㉡=3$이므로 $㉠+㉡=1+3=4$입니다.

2 혜원, 민우, 승민이의 가방의 무게를 각각 재었습니다. 혜원이의 가방은 $4\frac{1}{5}$ kg이고, 민우의 가방은 혜원이의 가방보다 $\frac{7}{8}$ kg 더 가볍고, 승민이의 가방은 민우의 가방보다 $1\frac{3}{10}$ kg 더 무겁습니다. 승민이의 가방은 몇 kg인지 기약분수로 나타내어 보세요.

($4\frac{5}{8}$ kg)

풀이 민우의 가방은 혜원이의 가방보다 $\frac{7}{8}$ kg 더 가벼우므로

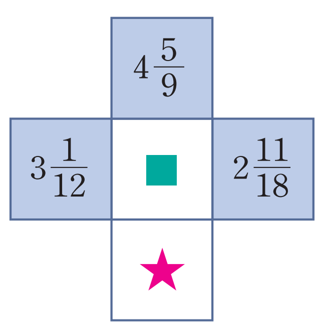
(민우의 가방 무게)$=4\frac{1}{5}-\frac{7}{8}=4\frac{8}{40}-\frac{35}{40}=3\frac{48}{40}-\frac{35}{40}=3\frac{13}{40}$ (kg)입니다.

승민이의 가방은 민우의 가방보다 $1\frac{3}{10}$ kg 더 무거우므로

(승민이의 가방 무게)$=3\frac{13}{40}+1\frac{3}{10}=3\frac{13}{40}+1\frac{12}{40}=4\frac{25}{40}=4\frac{5}{8}$ (kg)입니다.

경시 변형

3 가로에 있는 세 수의 합과 세로에 있는 세 수의 합이 같을 때 ★에 알맞은 수를 기약분수로 나타내어 보세요.



($1\frac{5}{36}$)

풀이 가로와 세로의 세 수의 합이 같으므로 $3\frac{1}{12}+■+2\frac{11}{18}=4\frac{5}{9}+■+★$입니다.

$3\frac{1}{12}+2\frac{11}{18}=4\frac{5}{9}+★$, $★=3\frac{1}{12}+2\frac{11}{18}-4\frac{5}{9}=3\frac{3}{36}+2\frac{22}{36}-4\frac{20}{36}=5\frac{25}{36}-4\frac{20}{36}=1\frac{5}{36}$

참고 ■는 가로와 세로에 모두 있으므로 ■를 제외한 가로와 세로의 나머지 두 수끼리의 합은 같습니다.

서술형

4 5 L 들이의 주전자에 들어 있던 물 $2\frac{3}{8}$ L 중에서 0.75 L를 사용하고, $1\frac{7}{12}$ L를 주전자에 다시 부었습니다. 5 L 들이의 주전자를 가득 채우려면 물을 몇 L 더 부어야 하는지 기약분수로 나타내는 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

풀이 예 소수를 분수로 나타내면 $0.75\text{ L}=\frac{75}{100}\text{ L}=\frac{3}{4}$ L이므로 주전자에 남아 있는 물의 양은

$2\frac{3}{8}-\frac{3}{4}+1\frac{7}{12}=1\frac{11}{8}-\frac{6}{8}+1\frac{7}{12}=1\frac{5}{8}+1\frac{7}{12}=1\frac{15}{24}+1\frac{14}{24}=2\frac{29}{24}=3\frac{5}{24}$ (L)입니다.

따라서 5 L 들이의 주전자를 가득 채우려면 물을 $5-3\frac{5}{24}=4\frac{24}{24}-3\frac{5}{24}=1\frac{19}{24}$ (L) 더 부어야 합니다.

답 $1\frac{19}{24}$ L

채점 기준	비율
주전자에 남아 있는 물의 양 구하기	60 %
5 L 들이의 주전자를 가득 채우기 위해 더 부어야 하는 물의 양 구하기	40 %

다른 풀이 (승민이의 가방 무게)=(민우의 가방 무게)$+1\frac{3}{10}$=(혜원이의 가방 무게)$-\frac{7}{8}+1\frac{3}{10}$

$=4\frac{1}{5}-\frac{7}{8}+1\frac{3}{10}=4\frac{8}{40}-\frac{35}{40}+1\frac{12}{40}=3\frac{48}{40}-\frac{35}{40}+1\frac{12}{40}=4\frac{25}{40}=4\frac{5}{8}$ (kg)

5 무게가 같은 멜론 9통이 들어 있는 상자의 무게를 재었더니 $26\frac{1}{8}$ kg이었습니다. 이 멜론 3통의 무게가 $7\frac{4}{5}$ kg이라면 상자만의 무게는 몇 kg인지 기약분수로 나타내어 보세요.

($2\frac{29}{40}$ kg)

풀이 멜론 3통의 무게가 $7\frac{4}{5}$ kg이므로 멜론 9통의 무게는 멜론 3통의 무게를 3번 더하여 구할 수 있습니다.

(멜론 9통의 무게)$=7\frac{4}{5}+7\frac{4}{5}+7\frac{4}{5}=21\frac{12}{5}=23\frac{2}{5}$ (kg)

(상자만의 무게)=(멜론 9통이 들어 있는 상자의 무게)−(멜론 9통의 무게)

$=26\frac{1}{8}-23\frac{2}{5}=26\frac{5}{40}-23\frac{16}{40}=25\frac{45}{40}-23\frac{16}{40}=2\frac{29}{40}$ (kg)

신경향

6 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$4\frac{2}{5}+\frac{\square}{9}-1\frac{4}{15}<4$$

(7개)

풀이 $4\frac{2}{5}+\frac{\square}{9}-1\frac{4}{15}=\frac{22}{5}+\frac{\square}{9}-\frac{19}{15}=\frac{198}{45}+\frac{\square\times5}{45}-\frac{57}{45}=\frac{198+\square\times5-57}{45}$이므로

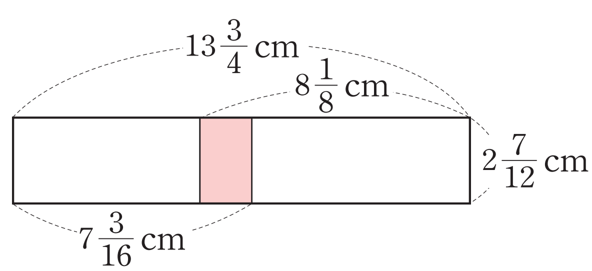
$\frac{198+\square\times5-57}{45}<\frac{180}{45}$입니다.

$198+\square\times5-57<180$, $198+\square\times5<180+57$, $\square\times5<237-198$, $\square\times5<39$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이므로 모두 7개입니다.

경시 변형

7 그림에서 색칠한 직사각형의 네 변의 길이의 합은 몇 cm인지 기약분수로 나타내어 보세요.



($8\frac{7}{24}$ cm)

풀이 색칠한 직사각형의 짧은 변의 길이는

$\left(7\frac{3}{16}+8\frac{1}{8}\right)-13\frac{3}{4}=\left(7\frac{3}{16}+8\frac{2}{16}\right)-13\frac{3}{4}=15\frac{5}{16}-13\frac{3}{4}=15\frac{5}{16}-13\frac{12}{16}$

$=14\frac{21}{16}-13\frac{12}{16}=1\frac{9}{16}$ (cm)입니다.

따라서 색칠한 직사각형의 긴 변의 길이는 $2\frac{7}{12}$ cm이므로 네 변의 길이의 합은

$\left(1\frac{9}{16}+1\frac{9}{16}\right)+\left(2\frac{7}{12}+2\frac{7}{12}\right)=2\frac{18}{16}+4\frac{14}{12}=3\frac{1}{8}+5\frac{1}{6}=3\frac{3}{24}+5\frac{4}{24}=8\frac{7}{24}$ (cm)입니다.

8 ㉮ 병과 ㉯ 병에 주스가 담겨 있습니다. ㉮ 병에 담겨 있던 주스 $6\frac{1}{5}$ L 중에서 $1\frac{5}{8}$ L를 ㉯ 병으로 옮겨 담았더니 두 병에 담긴 주스의 양이 같아졌습니다. 처음 ㉯ 병에 담겨 있던 주스는 몇 L인지 기약분수로 나타내어 보세요.

($2\frac{19}{20}$ L)

풀이 처음 ㉯ 병에 담겨 있던 주스의 양을 $\square$L라고 하면 $6\frac{1}{5}-1\frac{5}{8}=\square+1\frac{5}{8}$입니다.

$\square=6\frac{1}{5}-1\frac{5}{8}-1\frac{5}{8}=6\frac{8}{40}-1\frac{25}{40}-1\frac{25}{40}=5\frac{48}{40}-1\frac{25}{40}-1\frac{25}{40}=4\frac{23}{40}-1\frac{25}{40}$

$=3\frac{63}{40}-1\frac{25}{40}=2\frac{38}{40}=2\frac{19}{20}$

따라서 처음 ㉯ 병에 담겨 있던 주스는 $2\frac{19}{20}$ L입니다.

서술형

9 수 카드 6장을 한 번씩 모두 사용하여 만든 두 대분수의 합이 가장 클 때 그 합은 얼마인지 기약분수로 나타내려고 합니다. 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

2 4 5 7 8 9

풀이 예 수 카드에서 가장 큰 수 9와 두 번째로 큰 수인 8이 각 대분수의 자연수 부분이어야 합니다.

나머지 수 카드로 만들 수 있는 진분수는 $\frac{2}{4}$와 $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{5}$와 $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{7}$와 $\frac{4}{5}$이고

$\frac{2}{4}+\frac{5}{7}=\frac{14}{28}+\frac{20}{28}=\frac{34}{28}=1\frac{3}{14}$, $\frac{2}{5}+\frac{4}{7}=\frac{14}{35}+\frac{20}{35}=\frac{34}{35}$,

$\frac{2}{7}+\frac{4}{5}=\frac{10}{35}+\frac{28}{35}=\frac{38}{35}=1\frac{3}{35}$이므로 분수 부분의 합이 클 때는 $1\frac{3}{14}$입니다.

따라서 만든 두 대분수의 합이 가장 클 때의 합은 $(9+8)+\left(\frac{2}{4}+\frac{5}{7}\right)=17+1\frac{3}{14}=18\frac{3}{14}$입니다.

답 $18\frac{3}{14}$

채점 기준	비율
두 대분수의 합이 가장 클 때의 자연수 부분이 될 수 있는 수 카드 찾기	40 %
두 대분수의 합이 가장 클 때의 분수 부분이 될 수 있는 수 카드 찾기	40 %
두 대분수의 합이 가장 클 때의 합 구하기	20 %

10 □ 안에 들어갈 수 있는 분수 중에서 분모가 1보다 큰 단위분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{9}<\square$$

(6개)

풀이 $\frac{1}{4}-\frac{1}{9}=\frac{9}{36}-\frac{4}{36}=\frac{5}{36}$이고 단위분수의 분모를 ■라고 하면 $\frac{5}{36}<\frac{1}{■}$입니다.

■>1이므로 ■에 2부터 넣어 $\frac{5}{36}<\frac{1}{■}$을 만족하는 경우를 구합니다.

- ■=2일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{2}\right) ➡ \left(\frac{5}{36}, \frac{18}{36}\right) ➡ \frac{5}{36}<\frac{1}{2}$
- ■=3일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{3}\right) ➡ \left(\frac{5}{36}, \frac{12}{36}\right) ➡ \frac{5}{36}<\frac{1}{3}$
- ■=4일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{4}\right) ➡ \left(\frac{5}{36}, \frac{9}{36}\right) ➡ \frac{5}{36}<\frac{1}{4}$
- ■=5일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{5}\right) ➡ \left(\frac{25}{180}, \frac{36}{180}\right) ➡ \frac{5}{36}<\frac{1}{5}$
- ■=6일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{6}\right) ➡ \left(\frac{5}{36}, \frac{6}{36}\right) ➡ \frac{5}{36}<\frac{1}{6}$
- ■=7일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{7}\right) ➡ \left(\frac{35}{252}, \frac{36}{252}\right) ➡ \frac{5}{36}<\frac{1}{7}$
- ■=8일 때 $\left(\frac{5}{36}, \frac{1}{8}\right) ➡ \left(\frac{10}{72}, \frac{9}{72}\right) ➡ \frac{5}{36}>\frac{1}{8}$

분모가 8과 같거나 8보다 큰 단위분수는 $\frac{1}{4}-\frac{1}{9}$보다 작습니다.

따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 단위분수는 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$로 모두 6개입니다.

11 ☐ 안에 들어갈 수 있는 자연수를 모두 구해 보세요.

$$2\frac{1}{4}<2\frac{1}{16}+\frac{\square}{8}<3\frac{1}{6}$$

(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)

풀이 $2\frac{1}{4}<2\frac{1}{16}+\frac{\square}{8}<3\frac{1}{6}$에서 48을 공통분모로 하여 통분하면 $2\frac{12}{48}<2\frac{3}{48}+\frac{\square\times6}{48}<3\frac{8}{48}$입니다.

$2\frac{12}{48}<2\frac{3}{48}+\frac{\square\times6}{48}<3\frac{8}{48}$, $2\frac{12}{48}-2\frac{3}{48}<\frac{\square\times6}{48}<3\frac{8}{48}-2\frac{3}{48}$, $\frac{9}{48}<\frac{\square\times6}{48}<1\frac{5}{48}$,

$\frac{9}{48}<\frac{\square\times6}{48}<\frac{53}{48}$, $9<\square\times6<53$

따라서 ☐ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8입니다.

통합 교과 [수학 + 미술]

12 미술 시간에 점토의 특징을 활용하여 일현이는 흙가래를 쌓는 방법으로, 지유는 점토를 공 모양으로 빚는 방법으로, 서진이는 점토를 밀대로 밀어 평평한 판을 만드는 방법으로 도자기를 만들었습니다. 일현이와 지유가 사용한 점토의 무게의 합은 $4\frac{2}{45}$ kg, 지유와 서진이가 사용한 점토의 무게의 합은 $3\frac{4}{5}$ kg, 3명이 사용한 점토의 무게의 합은 $6\frac{1}{15}$ kg입니다. 일현, 지유, 서진이가 사용한 점토의 무게는 각각 몇 kg인지 기약분수로 나타내어 보세요.

• 흙가래: 도자기를 만드는 데 쓰는 가래떡처럼 만든 흙덩이

일현 ($2\frac{4}{15}$ kg), 지유 ($1\frac{7}{9}$ kg), 서진 ($2\frac{1}{45}$ kg)

풀이 (서진이가 사용한 점토의 무게)

=(3명이 사용한 점토의 무게의 합)−(일현이와 지유가 사용한 점토의 무게의 합)

$=6\frac{1}{15}-4\frac{2}{45}=6\frac{3}{45}-4\frac{2}{45}=2\frac{1}{45}$ (kg)

(지유가 사용한 점토의 무게)$=3\frac{4}{5}-2\frac{1}{45}=3\frac{36}{45}-2\frac{1}{45}=1\frac{35}{45}=1\frac{7}{9}$ (kg)

(일현이가 사용한 점토의 무게)$=4\frac{2}{45}-1\frac{7}{9}=3\frac{47}{45}-1\frac{35}{45}=2\frac{12}{45}=2\frac{4}{15}$ (kg)

신경향

13 규칙을 찾아 분수의 합을 기약분수로 나타내어 보세요.

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3\times3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3\times3\times3\times3}$$

($\frac{364}{729}$)

풀이 $\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}=\frac{4}{3\times3}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}=\frac{13}{27}=\frac{13}{3\times3\times3}$

$\frac{1}{3}+\frac{1}{3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3}+\frac{1}{3\times3\times3\times3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}=\frac{40}{81}=\frac{40}{3\times3\times3\times3}$

규칙을 찾으면 분수의 합은 맨 끝에 더하는 분수의 분모를 분모로 하고, (분모−1)÷2를 분자로 하는 분수입니다.

따라서 주어진 식을 계산한 값의 분모는 맨 끝에 더하는 분수의 분모인 3×3×3×3×3×3=729이고, 분자는 (729−1)÷2=728÷2=364이므로 $\frac{364}{729}$입니다.

채점 기준	비율
$\frac{★}{6}$과 $\frac{★}{9}$의 크기 비교하기	30 %
$\frac{★}{6}+\frac{10}{27}$과 $\frac{★}{9}-\frac{1}{6}$의 크기를 비교하여 $\left\langle \frac{★}{6}+\frac{10}{27}, \frac{★}{9}-\frac{1}{6} \right\rangle$의 값 구하기	50 %
★의 값 구하기	20 %

◆ 정답과 풀이 47쪽

서술형

14 기호 < >는 <2, 3>=2, <7, 5>=5와 같이 < > 안의 서로 다른 두 수 중 작은 수를 나타내는 것으로 약속할 때 다음 식에서 ★의 값을 구하려고 합니다. 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.

$$\left\langle \frac{★}{6}+\frac{10}{27}, \frac{★}{9}-\frac{1}{6} \right\rangle=\frac{13}{18}$$

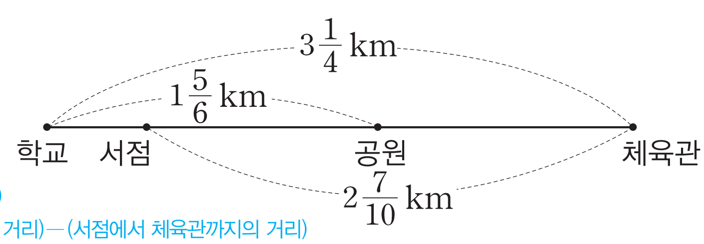
풀이 예 분자가 같을 때 분모가 작을수록 큰 수이므로 $\frac{★}{6}>\frac{★}{9}$이고, 더하는 수와 빼는 수의 크기와 상관없이 더 큰 수인 $\frac{★}{6}$에 더하고 더 작은 수인 $\frac{★}{9}$에서 뺐으므로 $\frac{★}{6}+\frac{10}{27}>\frac{★}{9}-\frac{1}{6}$입니다.

기호 < >는 두 수 중 작은 수를 나타내므로 $\left\langle \frac{★}{6}+\frac{10}{27}, \frac{★}{9}-\frac{1}{6} \right\rangle=\frac{★}{9}-\frac{1}{6}$입니다.

따라서 $\frac{★\times2}{18}-\frac{3}{18}=\frac{13}{18}$, ★×2−3=13, ★×2=13+3=16, ★=16÷2=8입니다.

답 8

15 학교에서 공원까지는 $1\frac{5}{6}$ km, 학교에서 체육관까지는 $3\frac{1}{4}$ km입니다. 서점에서 체육관까지의 거리가 $2\frac{7}{10}$ km일 때, 서점에서 공원까지의 거리는 몇 km인지 기약분수로 나타내어 보세요.



풀이 (학교에서 서점까지의 거리)

=(학교에서 체육관까지의 거리)−(서점에서 체육관까지의 거리)

$=3\frac{1}{4}-2\frac{7}{10}=3\frac{5}{20}-2\frac{14}{20}=2\frac{25}{20}-2\frac{14}{20}=\frac{11}{20}$ (km)

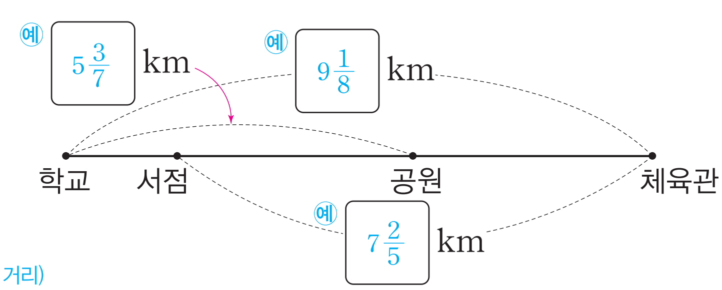
(서점에서 공원까지의 거리)=(학교에서 공원까지의 거리)−(학교에서 서점까지의 거리)

$=1\frac{5}{6}-\frac{11}{20}=1\frac{50}{60}-\frac{33}{60}=1\frac{17}{60}$ (km)

($1\frac{17}{60}$ km)

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

15-1 서점에서 공원까지의 거리는 몇 km인지 기약분수로 나타내어 보세요.



풀이 예 (학교에서 서점까지의 거리)

=(학교에서 체육관까지의 거리)−(서점에서 체육관까지의 거리)

$=9\frac{1}{8}-7\frac{2}{5}=9\frac{5}{40}-7\frac{16}{40}=8\frac{45}{40}-7\frac{16}{40}=1\frac{29}{40}$ (km)

(서점에서 공원까지의 거리)=(학교에서 공원까지의 거리)−(학교에서 서점까지의 거리)

$=5\frac{3}{7}-1\frac{29}{40}=5\frac{120}{280}-1\frac{203}{280}=4\frac{400}{280}-1\frac{203}{280}=3\frac{197}{280}$ (km)

($3\frac{197}{280}$ km)

5 단원

CHALLENGE 최고난도

1 다음과 같이 분수를 규칙에 따라 늘어놓았습니다. 15째 수와 30째 수의 합은 얼마인지 기약분수로 나타내어 보세요.

$$\frac{1}{8},\ \frac{3}{4},\ 1\frac{3}{8},\ 2,\ 2\frac{5}{8},\ 3\frac{1}{4},\ \ldots$$

($27\frac{1}{8}$)

풀이 대분수를 가분수로 바꾸고 공통분모를 8로 하여 통분한 후 규칙을 찾아봅니다.

$\frac{1}{8},\ \frac{3}{4}=\frac{6}{8},\ 1\frac{3}{8}=\frac{11}{8},\ 2=\frac{16}{8},\ 2\frac{5}{8}=\frac{21}{8},\ 3\frac{1}{4}=\frac{13}{4}=\frac{26}{8},\ \ldots$

늘어놓은 분수들은 분모가 8로 같고 분자가 5씩 커지는 규칙입니다.

15째 수의 분자는 첫째 분수의 분자보다 $5\times(15-1)=5\times14=70$만큼 더 크고,

30째 수의 분자는 첫째 분수의 분자보다 $5\times(30-1)=5\times29=145$만큼 더 큽니다.

➡ 15째 수: $\frac{1+70}{8}=\frac{71}{8}=8\frac{7}{8}$, 30째 수: $\frac{1+145}{8}=\frac{146}{8}=\frac{73}{4}=18\frac{1}{4}$

따라서 15째 수와 30째 수의 합은 $8\frac{7}{8}+18\frac{1}{4}=8\frac{7}{8}+18\frac{2}{8}=26\frac{9}{8}=27\frac{1}{8}$입니다.

2 ㉠과 ㉡이 4부터 13까지의 자연수 중 하나일 때 〈조건〉을 만족하는 $\frac{㉠}{㉡}$이 될 수 있는 서로 다른 분수를 모두 구해 보세요.

〈조건〉

- ㉡<㉠
- $\frac{㉠}{㉡}+\frac{㉡}{㉠}>3$

($\frac{11}{4},\ \frac{12}{4},\ \frac{13}{4}$)

풀이 ㉡<㉠이므로 $\frac{㉡}{㉠}<1$이고, $\frac{㉠}{㉡}+\frac{㉡}{㉠}$이 3보다 커야 하므로 $\frac{㉠}{㉡}$은 2보다는 커야 합니다. ㉠과 ㉡이 4부터 13까지의 자연수 중 하나이므로 $\frac{㉠}{㉡}$이 2보다 큰 분수는 $\frac{9}{4},\ \frac{10}{4},\ \frac{11}{4},\ \frac{12}{4},\ \frac{13}{4},\ \frac{11}{5},\ \frac{12}{5},\ \frac{13}{5},\ \frac{13}{6}$이고, 이 중 $\frac{12}{4},\ \frac{13}{4}$은 3과 같거나 3보다 크므로 $\frac{㉠}{㉡}+\frac{㉡}{㉠}$이 항상 3보다 큽니다. 합이 항상 3보다 큰 경우 외에 $\frac{㉠}{㉡}+\frac{㉡}{㉠}$이 3보다 큰 경우가 더 있는지 차례대로 계산해 봅니다.

- $\frac{9}{4}+\frac{4}{9}=\frac{81}{36}+\frac{16}{36}=\frac{97}{36}=2\frac{25}{36}<3$
- $\frac{10}{4}+\frac{4}{10}=\frac{50}{20}+\frac{8}{20}=\frac{58}{20}=2\frac{9}{10}<3$
- $\frac{11}{4}+\frac{4}{11}=\frac{121}{44}+\frac{16}{44}=\frac{137}{44}=3\frac{5}{44}>3$
- $\frac{11}{5}+\frac{5}{11}=\frac{121}{55}+\frac{25}{55}=\frac{146}{55}=2\frac{36}{55}<3$
- $\frac{12}{5}+\frac{5}{12}=\frac{144}{60}+\frac{25}{60}=\frac{169}{60}=2\frac{49}{60}<3$
- $\frac{13}{5}+\frac{5}{13}=\frac{169}{65}+\frac{25}{65}=\frac{194}{65}=2\frac{64}{65}<3$
- $\frac{13}{6}+\frac{6}{13}=\frac{169}{78}+\frac{36}{78}=\frac{205}{78}=2\frac{49}{78}<3$

따라서 조건을 만족하는 서로 다른 분수 $\frac{㉠}{㉡}$은 $\frac{11}{4},\ \frac{12}{4},\ \frac{13}{4}$입니다.

3 상자에 들어 있는 딱지를 세 사람이 나누어 가지려고 합니다. 상자에 있는 딱지 중에서 아연이는 전체의 $\frac{1}{8}$보다 3장 더 적게 가졌고, 철수는 전체의 $\frac{1}{12}$보다 5장 더 많이 가졌고, 규민이는 아연이보다 4장 더 많이 가졌습니다. 나누어 가진 후 상자에 남아 있는 딱지가 29장이었다면 처음 상자에 들어 있던 딱지는 몇 장인지 구해 보세요.

(48장)

풀이 나누어 가진 딱지의 수는 아연이가 $\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}\right)-3$, 철수가 $\left(\text{전체의 } \frac{1}{12}\right)+5$, 규민이가 $\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}\right)-3+4$이고,

규민이가 가진 딱지의 수는 $\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}\right)-3+4=\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}\right)+1$이므로 세 사람이 가진 딱지의 수는 모두

$$\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}\right)-3+\left(\text{전체의 } \frac{1}{12}\right)+5+\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}\right)+1=\left(\text{전체의 } \frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{8}\right)+3$$
$$=\left(\text{전체의 } \frac{3}{24}+\frac{2}{24}+\frac{3}{24}\right)+3=\left(\text{전체의 } \frac{8}{24}\right)+3$$
$$=\left(\text{전체의 } \frac{1}{3}\right)+3$$

나누어 가진 후 상자에 남아 있는 딱지가 29장이므로 (전체)$=\left(\text{전체의 } \frac{1}{3}\right)+3+29$이고,

(전체)$-\left(\text{전체의 } \frac{1}{3}\right)=\left(\text{전체의 } \frac{2}{3}\right)=32$이므로 $\left(\text{전체의 } \frac{1}{3}\right)=32\div 2=16$입니다.

따라서 처음 상자에 들어 있던 딱지는 $16\times 3=48$(장)입니다.

4 ㉮ 수도관과 ㉯ 수도관은 일정한 양의 물이 들어오고, ㉰ 수도관은 일정한 양의 물이 빠져나갑니다. 비어 있는 물탱크에 물을 가득 채우는 데 ㉮ 수도관으로만 채우면 20시간이 걸리고, ㉯ 수도관으로만 채우면 30시간이 걸립니다. 물탱크에 가득 채워진 물을 ㉰ 수도관으로 모두 빼내면 60시간이 걸립니다. 비어 있는 물탱크에 물을 ㉮ 수도관과 ㉯ 수도관으로 채우면서 ㉰ 수도관으로 동시에 뺄 때, 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구해 보세요.

(15시간)

풀이 비어 있는 물탱크에 물을 가득 채우는 데 ㉮ 수도관은 20시간이 걸리므로 1시간 동안 전체의 $\frac{1}{20}$만큼 채울 수 있고, ㉯ 수도관은 30시간이 걸리므로 1시간 동안 전체의 $\frac{1}{30}$만큼 채울 수 있습니다. 물탱크에 가득 채워진 물을 ㉰ 수도관으로 모두 빼는 데 60시간이 걸리므로 1시간 동안 전체의 $\frac{1}{60}$만큼 뺄 수 있습니다. 1시간 동안 ㉮ 수도관, ㉯ 수도관, ㉰ 수도관으로 채울 수 있는 물의 양은 전체의 $\frac{1}{20}+\frac{1}{30}-\frac{1}{60}=\frac{3}{60}+\frac{2}{60}-\frac{1}{60}=\frac{4}{60}=\frac{1}{15}$입니다.

따라서 세 개의 수도관으로 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간은 15시간입니다.

창의·사고력

◆ 정답과 풀이 50쪽

서로 다른 단위분수의 합으로 나타내기

사고하기

기원전 약 1650년경 작성된 『린드 파피루스(Rhind Papyrus)』에는 곡물이나 토지 분배와 같이 여러 사람에게 공평하게 나누는 실생활 문제를 해결하기 위해 분수를 단위분수의 합으로 나타내는 표가 실려 있습니다.

단위분수는 분자가 1인 분수입니다. 고대 이집트인들은 다음 표와 같이 분수를 서로 다른 단위분수의 합으로 나타내었습니다. 어떤 방법으로 나타내었는지 살펴보세요.

분수	단위분수의 합으로 나타내기
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$
$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$
$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$
⋮	⋮

적용하기

$\frac{5}{7}$를 서로 다른 단위분수의 합으로 나타내려고 합니다. □ 안에 들어갈 수를 큰 수부터 차례대로 써 보세요.

$$\frac{5}{7}=\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}$$

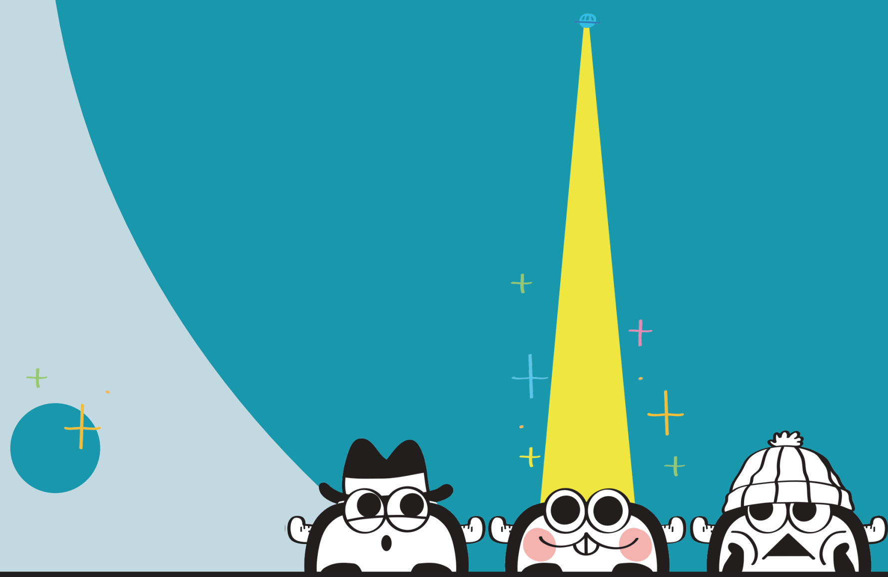
(14, 7, 2)

풀이 분모 7의 약수는 1, 7입니다.
분자 5를 7의 약수의 합으로 나타낼 수 없으므로 $\frac{5}{7}$와 크기가 같은 분수인 $\frac{5}{7}=\frac{10}{14}$으로 생각해 봅니다.
분모 14의 약수는 1, 2, 7, 14이므로 분자 10을 14의 약수로 나타내면 10=1+2+7입니다.
따라서 $\frac{5}{7}=\frac{10}{14}=\frac{1+2+7}{14}=\frac{1}{14}+\frac{2}{14}+\frac{7}{14}=\frac{1}{14}+\frac{1}{7}+\frac{1}{2}$이므로 □ 안에 들어갈 수를 큰 수부터 차례대로 나타내면 14, 7, 2입니다.

개념 Note

- 분수를 서로 다른 단위분수의 합으로 나타내기
  ① 분모의 약수 중에서 합이 분자와 같은 약수 찾기
  ② 찾은 약수로 덧셈식 세우기
  ③ 약분하여 서로 다른 단위분수의 합으로 나타내기

예 $\frac{5}{12}$ ➡ 분모 12의 약수: 1, 2, 3, 4, 6, 12
➡ $\frac{5}{12}=\frac{1}{12}+\frac{4}{12}=\frac{1}{12}+\frac{1}{3}$
또는 $\frac{5}{12}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$



6

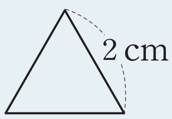
다각형의 둘레와 넓이

1 다각형의 둘레

필수 개념

① 정다각형의 둘레

• (정다각형의 둘레)=(한 변의 길이)×(변의 수)

예 

(정삼각형의 둘레)=(한 변의 길이)×3=2×3=6 (cm)

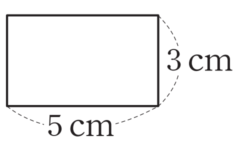
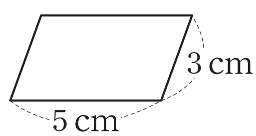
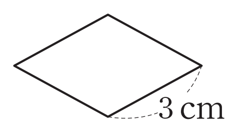
↳ 정삼각형의 변의 수

② 사각형의 둘레

• (직사각형의 둘레)=(가로)+(세로)+(가로)+(세로)
=(가로+세로)×2

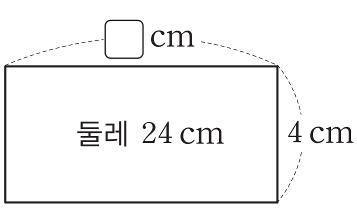
• (평행사변형의 둘레)=(한 변의 길이)×2+(다른 한 변의 길이)×2
=(한 변의 길이+다른 한 변의 길이)×2

• (마름모의 둘레)=(한 변의 길이)×4

직사각형	평행사변형	마름모
		
5+3+5+3=16 (cm) (5+3)×2=16 (cm)	5+3+5+3=16 (cm) (5+3)×2=16 (cm)	3+3+3+3=12 (cm) 3×4=12 (cm)

개념 플러스

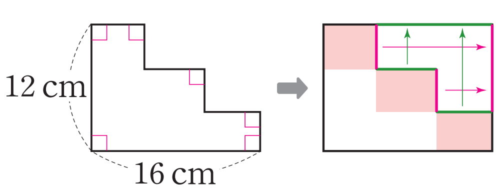
① 둘레를 이용하여 직사각형의 한 변의 길이 구하기



$24=\square+4+\square+4$
$=(\square+4)\times 2$
$24\div 2=\square+4$
$12=\square+4$
$12-4=\square$
$8=\square$

(직사각형의 둘레)
=(가로+세로)×2

② 직각으로 이루어진 도형의 둘레 구하기

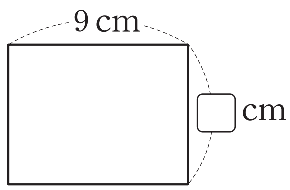


(도형의 둘레)=(직사각형의 둘레)
=16+12+16+12
=(16+12)×2
=56 (cm)

WARM-UP 개념 확인

◆ 정답과 풀이 51쪽

1 다음 직사각형의 둘레가 32 cm일 때 세로는 몇 cm인지 구해 보세요.



(7 cm)

풀이 (직사각형의 둘레)=(가로+세로)×2이므로
32=9+□+9+□=(9+□)×2
32÷2=9+□
16=9+□
16−9=□
7=□
따라서 직사각형의 세로는 7 cm입니다.

2 둘레가 짧은 도형부터 차례대로 기호를 써 보세요.

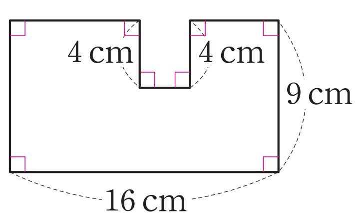
> ㉠ 한 변의 길이가 16 cm인 정삼각형
> ㉡ 한 변의 길이가 8 cm인 마름모
> ㉢ 가로와 세로의 합이 22 cm인 정사각형

(㉡, ㉢, ㉠)

풀이 ㉠ (둘레)=16×3=48 (cm)
㉡ (둘레)=8×4=32 (cm)
㉢ (둘레)=(가로+세로)×2이므로 (둘레)=22×2=44 (cm)
따라서 둘레가 짧은 도형부터 차례대로 ㉡, ㉢, ㉠입니다.

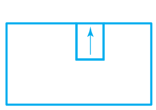
다른 풀이 ㉢ 정사각형은 네 변의 길이가 같으므로 한 변의 길이는 22÷2=11 (cm)이고 둘레는 44 cm입니다.

3 다음 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.



(58 cm)

풀이



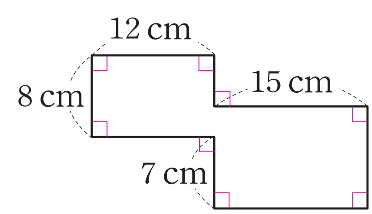
변을 평행하게 이동하면 직사각형과 선분 2개인 도형이므로 직사각형의 둘레 16+9+16+9와 선분 2개의 길이 4+4를 더하면 도형의 둘레가 됩니다.
따라서 도형의 둘레는
(16+9+16+9)+(4+4)=50+8=58 (cm)입니다.

4 길이가 96 cm인 철사를 구부려 직사각형을 1개 만들었습니다. 만든 직사각형의 가로는 세로보다 6 cm 더 길다면 직사각형의 가로는 몇 cm인지 구해 보세요. (단, 철사는 겹치거나 남는 부분이 없습니다.)

(27 cm)

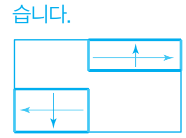
풀이 직사각형의 세로를 □cm라고 하면 가로는 (□+6) cm이고, 직사각형의 둘레가 96 cm이므로 96=(□+6+□)×2,
48=□+6+□, 42=□+□, □=21입니다.
따라서 직사각형의 가로는 21+6=27 (cm)입니다.

5 다음 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.



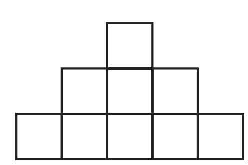
(84 cm)

풀이 변을 평행하게 이동하면 도형의 둘레는 큰 직사각형의 둘레와 같습니다.



(가로)=12+15=27 (cm)
(세로)=8+7=15 (cm)
(직사각형의 둘레)=(27+15)×2
=42×2=84 (cm)

6 정사각형을 겹치지 않게 이어 붙여서 만든 도형의 둘레가 96 cm일 때 정사각형의 한 변의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



(6 cm)

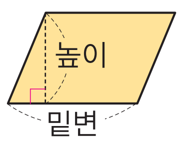
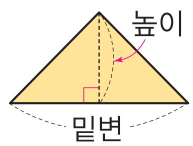
풀이 정사각형의 모든 변의 길이는 같습니다.
만든 도형의 둘레는 정사각형의 변 16개의 길이와 같으므로
정사각형의 한 변의 길이는 96÷16=6 (cm)입니다.

6 단원

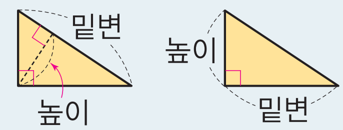
2 다각형의 넓이

필수 개념

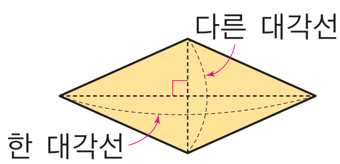
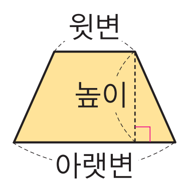
① 평행사변형과 삼각형의 넓이

평행사변형	삼각형
	
(평행사변형의 넓이) =(밑변의 길이)×(높이)	(삼각형의 넓이) =(밑변의 길이)×(높이)÷2

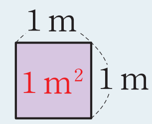
• 어느 변을 밑변으로 정하느냐에 따라 높이도 정해집니다.



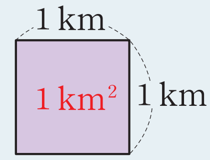
② 마름모와 사다리꼴의 넓이

마름모	사다리꼴
	
(마름모의 넓이) =(한 대각선의 길이) ×(다른 대각선의 길이)÷2	(사다리꼴의 넓이) =(윗변의 길이+아랫변의 길이) ×(높이)÷2

③ 넓이의 단위

• 

한 변의 길이가 1 m인 정사각형의 넓이

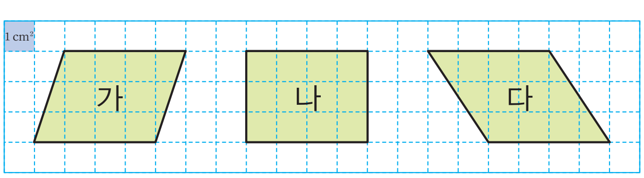
• 

한 변의 길이가 1 km인 정사각형의 넓이

개념 플러스

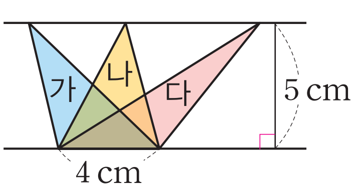
① 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 다각형의 넓이 구하기

• 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 평행사변형은 모양이 달라도 넓이는 모두 같습니다.



(평행사변형 가의 넓이)$=4\times3=12\,(\mathrm{cm}^2)$
(평행사변형 나의 넓이)$=4\times3=12\,(\mathrm{cm}^2)$
(평행사변형 다의 넓이)$=4\times3=12\,(\mathrm{cm}^2)$

• 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 삼각형은 모양이 달라도 넓이는 모두 같습니다.



(삼각형 가의 넓이)$=4\times5\div2=10\,(\mathrm{cm}^2)$
(삼각형 나의 넓이)$=4\times5\div2=10\,(\mathrm{cm}^2)$
(삼각형 다의 넓이)$=4\times5\div2=10\,(\mathrm{cm}^2)$

WARM-UP 개념 확인

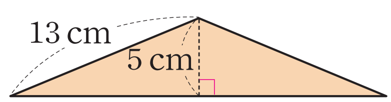
◆ 정답과 풀이 51쪽

1 넓이가 $84\,cm^2$인 평행사변형의 밑변의 길이가 12 cm일 때 높이는 몇 cm인지 구해 보세요.

(7 cm)

풀이 (평행사변형의 넓이)=(밑변의 길이)×(높이)이므로 높이를 □cm라고 하면 84=12×□, □=7입니다.
따라서 평행사변형의 높이는 7 cm입니다.

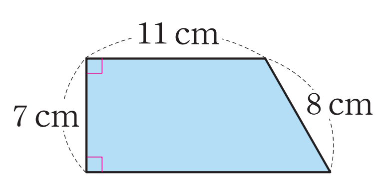
2 이등변삼각형의 둘레가 50 cm일 때 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



($60\,cm^2$)

풀이 이등변삼각형의 둘레를 이용하여 밑변의 길이를 구합니다.
밑변의 길이를 □cm라고 하면 50=13+13+□이므로 □=24입니다.
따라서 이등변삼각형의 넓이는 $24\times5\div2=60\,(cm^2)$입니다.

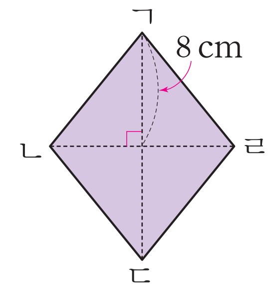
3 사다리꼴의 둘레가 41 cm일 때 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



($91\,cm^2$)

풀이 사다리꼴의 둘레를 이용하여 사다리꼴의 아랫변의 길이를 구합니다. 아랫변의 길이를 □cm라고 하면 41=11+7+8+□이므로 □=15입니다.
따라서 사다리꼴의 넓이는 $(11+15)\times7\div2=91\,(cm^2)$입니다.

4 마름모의 넓이가 $104\,cm^2$일 때 선분 ㄴㄹ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



(13 cm)

풀이 선분 ㄱㄷ은 마름모의 한 대각선으로 2×8=16 (cm)이고, 선분 ㄴㄹ은 마름모의 다른 대각선입니다.
(마름모의 넓이)=(한 대각선의 길이)×(다른 대각선의 길이)÷2이고 선분 ㄴㄹ의 길이를 □cm라고 하면 104=16×□÷2이므로 □=13입니다.
따라서 선분 ㄴㄹ의 길이는 13 cm입니다.

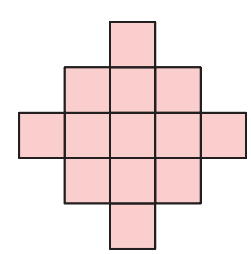
참고 마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분합니다.

5 세로가 가로보다 더 긴 직사각형이 있습니다. 이 직사각형의 둘레가 30 cm이고, 넓이가 $56\,cm^2$일 때 직사각형의 가로와 세로는 각각 몇 cm인지 구해 보세요.

가로 (7 cm), 세로 (8 cm)

풀이 직사각형의 둘레는 (가로+세로)×2=30 (cm)이므로 (가로)+(세로)=15 (cm)입니다.
합이 15이고 곱이 56인 두 수를 구하면 7과 8이고, 세로가 가로보다 더 길다고 하였으므로 세로가 8 cm, 가로가 7 cm입니다.

6 정사각형을 겹치지 않게 이어 붙여서 만든 도형의 넓이가 $325\,cm^2$일 때 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.



(100 cm)

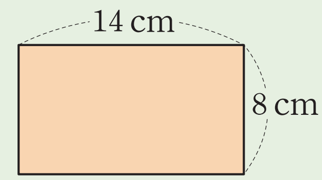
풀이 정사각형 13개로 만든 도형이므로 정사각형 한 개의 넓이는 $325\div13=25\,(cm^2)$이고, 25=5×5이므로 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm입니다.
만든 도형의 둘레는 정사각형의 변 20개의 길이와 같으므로 5×20=100 (cm)입니다.

6 단원

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 변의 길이를 늘인 도형의 넓이 구하기

오른쪽 직사각형의 가로와 세로를 각각 2배씩 늘이면 넓이는 늘이기 전 직사각형의 넓이의 몇 배가 되는지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 직사각형의 한 변의 길이를 2배 늘이면 넓이는 4배가 돼요.

1 단계 늘이기 전 직사각형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요. ($112\ cm^2$)

풀이 늘이기 전 직사각형의 넓이는 $14 \times 8 = 112\ (cm^2)$입니다.

2 단계 가로와 세로를 각각 2배씩 늘인 직사각형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 늘인 가로: $14 \times 2 = 28\ (cm)$, 늘인 세로: $8 \times 2 = 16\ (cm)$
늘인 직사각형의 넓이는 $28 \times 16 = 448\ (cm^2)$입니다.

($448\ cm^2$)

3 단계 직사각형의 각 변을 2배 늘이면 넓이는 늘이기 전 직사각형의 넓이의 몇 배가 되는지 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

늘이기 전 직사각형의 넓이
(가로)×(세로)

늘인 직사각형의 넓이
(가로)×2×(세로)×2
=(가로)×(세로)×$\boxed{4}$

➡ 직사각형의 각 변을 2배 늘이면 넓이는 늘이기 전 직사각형의 넓이의 $\boxed{4}$배가 됩니다.

유사 문제

1-1 세로가 16 cm이고, 넓이가 64 cm^2인 직사각형이 있습니다. 가로만 4배 늘이면 직사각형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

($256\ cm^2$)

풀이 직사각형의 넓이는 (가로)×(세로)이고, 가로만 4배 늘이면 직사각형의 넓이는
(가로)×4×(세로)이므로 늘이기 전 직사각형의 넓이의 4배가 됩니다.
따라서 늘인 직사각형의 넓이는 $64 \times 4 = 256\ (cm^2)$입니다.

다른 풀이 직사각형의 가로를 □ cm라고 하면 64=□×16, □=4이므로 늘인 직사각형의 가로는 $4 \times 4 = 16$ (cm)입니다.
따라서 늘인 직사각형의 넓이는 $16 \times 16 = 256\ (cm^2)$입니다.

변형 문제

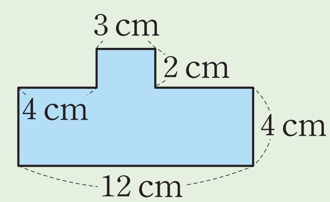
1-2 넓이가 90 cm^2인 마름모의 두 대각선의 길이를 각각 2배씩 늘였습니다. 늘인 마름모의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

($360\ cm^2$)

풀이 마름모의 넓이는 (한 대각선의 길이)×(다른 대각선의 길이)÷2이고, 두 대각선의 길이를 각각 2배씩 늘이면 마름모의 넓이는
(한 대각선의 길이)×2×(다른 대각선의 길이)×2÷2이므로 늘이기 전 마름모의 넓이의 4배가 됩니다.
따라서 늘인 마름모의 넓이는 $90 \times 4 = 360\ (cm^2)$입니다.

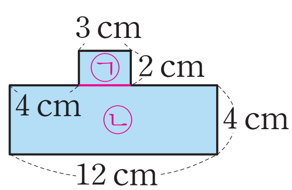
심화 유형 2 다각형의 넓이를 이용하여 도형의 넓이 구하기

직각으로 이루어진 오른쪽 도형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 넓이를 구할 수 있는 도형으로 나누거나 선을 추가해서 넓이를 구해요.

1 단계 여러 직사각형으로 나누어 각 직사각형의 넓이를 구하려고 합니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.



직사각형 ㉠의 넓이: $\boxed{3} \times \boxed{2} = \boxed{6}$ (cm^2)

직사각형 ㉡의 넓이: $\boxed{12} \times \boxed{4} = \boxed{48}$ (cm^2)

풀이 직사각형 ㉠의 넓이: $3 \times 2 = 6$ (cm^2), 직사각형 ㉡의 넓이: $12 \times 4 = 48$ (cm^2)

2 단계 도형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

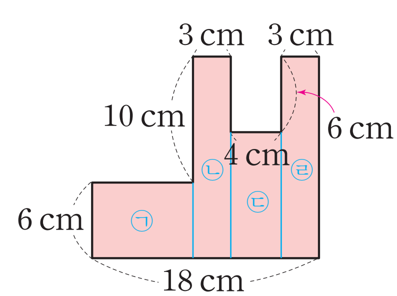
풀이 도형의 넓이는 직사각형 ㉠과 ㉡의 넓이의 합이므로 $6 + 48 = 54$ (cm^2)입니다.

($54\ cm^2$)

유사 문제

2-1

직각으로 이루어진 오른쪽 도형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



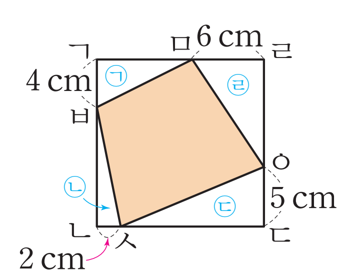
($184\ cm^2$)

풀이 여러 직사각형의 넓이의 합으로 생각하여 도형의 넓이를 구합니다.
직사각형 ㉠의 넓이: $(18-3-4-3) \times 6 = 8 \times 6 = 48$ (cm^2),
직사각형 ㉡의 넓이: $3 \times (6+10) = 3 \times 16 = 48$ (cm^2),
직사각형 ㉢의 넓이: $4 \times (16-6) = 4 \times 10 = 40$ (cm^2),
직사각형 ㉣의 넓이: $3 \times (6+10) = 3 \times 16 = 48$ (cm^2)
따라서 도형의 넓이는 $48+48+40+48 = 184$ (cm^2)입니다.

변형 문제

2-2

오른쪽 사각형 ㄱㄴㄷㄹ은 한 변의 길이가 14 cm인 정사각형입니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

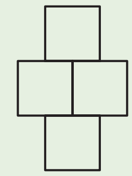


($113\ cm^2$)

풀이 정사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이 $14 \times 14 = 196$ (cm^2)에서 4개의 삼각형의 넓이를 각각 구하여 빼서 색칠한 부분의 넓이를 구합니다.
삼각형 ㉠의 넓이: $(14-6) \times 4 \div 2 = 16$ (cm^2), 삼각형 ㉡의 넓이: $2 \times (14-4) \div 2 = 10$ (cm^2),
삼각형 ㉢의 넓이: $(14-2) \times 5 \div 2 = 30$ (cm^2), 삼각형 ㉣의 넓이: $6 \times (14-5) \div 2 = 27$ (cm^2)
삼각형 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 넓이의 합은 $16+10+30+27 = 83$ (cm^2)이므로 색칠한 부분의 넓이는 $196-83 = 113$ (cm^2)입니다.

심화 유형 3 정다각형의 둘레 활용하기

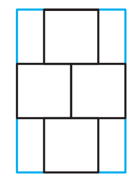
한 변의 길이가 5 cm인 정사각형 4개를 오른쪽과 같이 겹치지 않게 이어 붙였습니다. 이어 붙인 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 정사각형을 이어 붙였으므로 만든 도형은 직각으로 이루어져 있어요.

1 단계 변을 평행하게 이동하여 직사각형 모양을 만들어 보세요.

풀이 직각으로 이루어진 도형이므로 변을 평행하게 이동하여 생각할 수 있습니다.



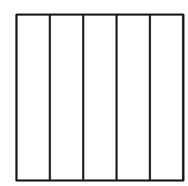
2 단계 이어 붙인 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.

(50 cm)

풀이 만든 직사각형의 가로는 $5\times2=10$ (cm), 세로는 $5\times3=15$ (cm)이므로 이어 붙인 도형의 둘레는 50 cm입니다.

유사 문제

3-1 오른쪽은 정사각형을 똑같은 직사각형 5개로 나눈 것입니다. 가장 작은 직사각형 한 개의 둘레가 24 cm일 때 정사각형의 한 변의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.

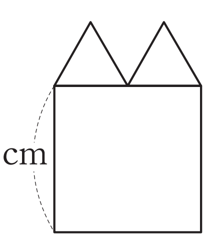


(10 cm)

풀이 가장 작은 직사각형의 짧은 한 변의 길이를 □ cm라고 하면 세로는 □$\times$5입니다.
가장 작은 직사각형의 둘레는 (□$+$□$\times5$)$\times2=24$이므로 □$+$□$\times5=12$, □$\times6=12$, □$=2$입니다.
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $2\times5=10$ (cm)입니다.

변형 문제

3-2 오른쪽은 정사각형 1개와 크기가 같은 정삼각형 2개로 이루어진 도형입니다. 이 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.



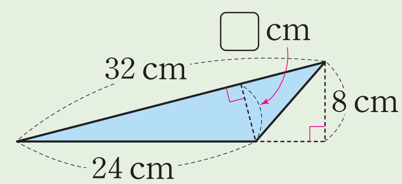
(90 cm)

풀이 (정삼각형의 한 변의 길이)$\times2=$(정사각형의 한 변의 길이)이므로 (정삼각형의 한 변의 길이)$\times2=18$ (cm), 정삼각형의 한 변의 길이는 9 cm입니다.
따라서 도형의 둘레는 정삼각형의 변 4개와 정사각형의 변 3개로 이루어져 있으므로 $9\times4+18\times3=36+54=90$ (cm)입니다.

◆ 정답과 풀이 52쪽

심화 유형 4 도형의 넓이를 이용하여 선분의 길이 구하기

□ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.



문제해결 TIP | 어느 변을 밑변으로 정하느냐에 따라 높이도 정해져요.

1 단계 밑변의 길이가 24 cm인 삼각형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 삼각형의 넓이는 (밑변의 길이) × (높이) ÷ 2이고, 밑변의 길이가 24 cm일 때 높이는 8 cm이므로 삼각형의 넓이는 24 × 8 ÷ 2 = 96 (cm^2)입니다.

(96 cm^2)

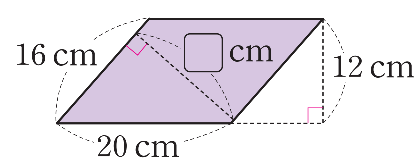
2 단계 밑변의 길이가 32 cm인 삼각형의 넓이를 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

풀이 밑변의 길이가 32 cm인 삼각형의 높이가 □ cm이므로 넓이를 이용하면 96 = 32 × □ ÷ 2, 192 = 32 × □, □ = 6입니다.

(6)

유사 문제

4-1 □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.

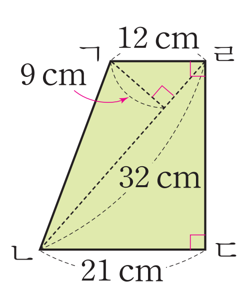


(15)

풀이 평행사변형의 넓이는 (밑변의 길이) × (높이)이고, 밑변의 길이가 20 cm일 때 높이가 12 cm이므로 평행사변형의 넓이는 20 × 12 = 240 (cm^2)입니다.
밑변의 길이가 16 cm일 때 높이가 □ cm이므로 넓이를 이용하면 240 = 16 × □, □ = 15입니다.
따라서 밑변의 길이가 16 cm일 때 높이는 15 cm입니다.

변형 문제

4-2 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



(396 cm^2)

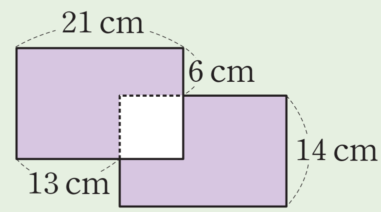
풀이 (삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이) = 32 × 9 ÷ 2 = 144 (cm^2)이고, 삼각형 ㄱㄴㄹ의 밑변의 길이가 12 cm일 때 높이인 선분 ㄷㄹ의 길이를 □ cm라고 하면 12 × □ ÷ 2 = 144, 12 × □ = 288, □ = 24입니다.
따라서 (사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이) = (12 + 21) × 24 ÷ 2 = 396 (cm^2)입니다.

다른 풀이 (사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이) = (삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이) + (삼각형 ㄹㄴㄷ의 넓이)
= 32 × 9 ÷ 2 + 21 × 24 ÷ 2
= 144 + 252 = 396 (cm^2)

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 5 겹쳐서 만든 도형의 넓이 구하기

오른쪽과 같이 크기가 같은 직사각형 2개를 겹쳐 도형을 만들었습니다. 겹친 부분이 직사각형일 때 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 색칠한 부분은 직사각형 1개에서 겹친 부분을 뺀 부분 2개와 같아요.

1 단계 직사각형 1개의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 (직사각형 1개의 넓이) $= 21 \times 14 = 294\ (cm^2)$

($294\ cm^2$)

2 단계 겹친 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 직사각형의 넓이는 (가로)×(세로)이므로 겹친 부분의 넓이는 $(21-13)\times(14-6)=8\times8=64\ (cm^2)$입니다.

($64\ cm^2$)

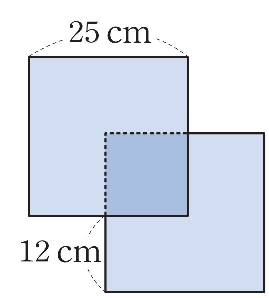
3 단계 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 (색칠한 부분의 넓이)=(직사각형 1개의 넓이−겹친 부분의 넓이)×2로 구할 수 있습니다.
따라서 (색칠한 부분의 넓이) $=(294-64)\times2=460\ (cm^2)$입니다.

($460\ cm^2$)

유사 문제

5-1 오른쪽과 같이 크기가 같은 정사각형 2개를 겹쳐 도형을 만들었습니다. 겹친 부분이 정사각형일 때 도형 전체의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

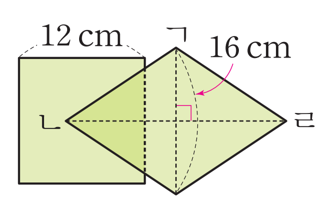


($1081\ cm^2$)

풀이 정사각형 1개의 넓이는 $25\times25=625\ (cm^2)$, 겹친 부분의 한 변의 길이가 $25-12=13\ (cm)$이고 정사각형이므로 겹친 부분의 넓이는 $13\times13=169\ (cm^2)$입니다.
도형 전체의 넓이는 정사각형 2개의 넓이의 합에서 겹친 부분의 넓이를 빼서 구할 수 있습니다.
따라서 (도형 전체의 넓이) $=625\times2-169=1081\ (cm^2)$입니다.

변형 문제

5-2 오른쪽과 같이 한 변이 12 cm인 정사각형과 마름모를 겹쳐 도형을 만들었습니다. 마름모의 넓이는 겹친 부분 넓이의 4배이고, 정사각형의 넓이는 겹친 부분의 넓이의 3배일 때 선분 ㄴㄹ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.

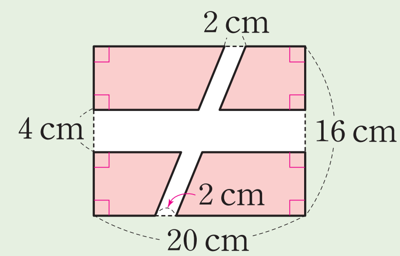


(24 cm)

풀이 (정사각형의 넓이) $=12\times12=144\ (cm^2)$이고, (정사각형의 넓이)=(겹친 부분의 넓이)×3이므로 겹친 부분의 넓이는 $144\div3=48\ (cm^2)$입니다.
(마름모의 넓이)=(겹친 부분의 넓이)×4이므로 마름모의 넓이는 $48\times4=192\ (cm^2)$입니다.
선분 ㄴㄹ의 길이를 $\square$ cm라고 하면 (마름모의 넓이) $=\square\times16\div2=192$, $\square\times16=384$, $\square=24$입니다.
따라서 선분 ㄴㄹ의 길이는 24 cm입니다.

심화 유형 6 폭을 일정하게 잘라 낸 부분의 넓이 구하기

오른쪽은 직사각형 모양의 종이를 폭이 일정하게 잘라 낸 것입니다. 잘라 내고 남은 종이의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | 잘라 내고 남은 부분을 모아 하나의 도형으로 만들어 넓이를 구해요.

1 단계 잘라 내고 남은 부분을 모으면 가로와 세로가 각각 몇 cm인 직사각형이 되는지 구해 보세요.

가로 (18 cm), 세로 (12 cm)

풀이 빈 공간이 없게 잘라 내고 남은 부분을 이어 붙이면 가로가 $20-2=18$ (cm), 세로가 $16-4=12$ (cm)인 직사각형이 됩니다.

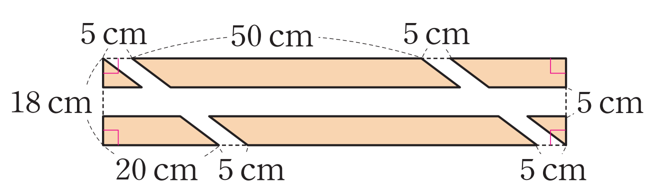
2 단계 잘라 내고 남은 종이의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

($216\ cm^2$)

풀이 잘라 내고 남은 부분을 모은 직사각형의 넓이는 $18\times12=216$ (cm^2)입니다.

유사 문제

6-1 다음은 직사각형 모양의 종이를 폭이 일정하게 잘라 낸 것입니다. 잘라 내고 남은 종이의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

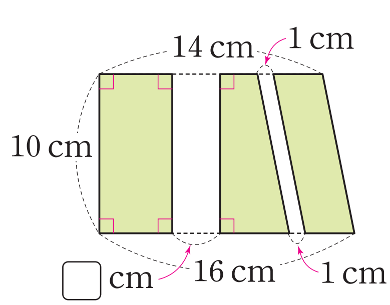


($910\ cm^2$)

풀이 잘라 내고 남은 부분을 모으면 가로가 $20+50=70$ (cm), 세로가 $18-5=13$ (cm)인 직사각형이 됩니다.
따라서 잘라 내고 남은 부분을 모은 직사각형의 넓이는 $70\times13=910$ (cm^2)입니다.

변형 문제

6-2 다음은 사다리꼴 모양의 종이를 폭이 일정하게 잘라 낸 것입니다. 잘라 내고 남은 종이의 넓이가 $110\ cm^2$일 때 □ 안에 알맞은 수를 구해 보세요.



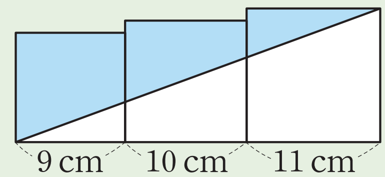
(3)

풀이 잘라 내고 남은 부분을 모으면 윗변의 길이가 $14-\square-1=(13-\square)$ (cm), 아랫변의 길이가 $16-\square-1=(15-\square)$ (cm)이고 높이가 10 cm인 사다리꼴이 됩니다.
따라서 잘라 내고 남은 부분을 모은 사다리꼴의 넓이는 $(13-\square+15-\square)\times10\div2=110$ (cm^2)이므로 $(28-\square-\square)\times10=220$, $28-\square-\square=22$, $\square+\square=6$, $\square=3$입니다.

STEP-UP 심화 유형

심화 유형 1 도형의 일부 넓이 구하기

크기가 다른 정사각형 3개를 겹치지 않게 이어 붙여 오른쪽 도형을 만들었습니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



문제해결 TIP | (색칠한 부분의 넓이)=(전체의 넓이)−(색칠하지 않은 부분의 넓이)

1 단계 정사각형 3개를 이어 붙인 전체의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 전체의 넓이는 $(9\times9)+(10\times10)+(11\times11)=81+100+121=302\,(cm^2)$ ($302\,cm^2$)

2 단계 색칠하지 않은 부분은 어떤 도형인지 쓰고, 색칠하지 않은 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

색칠하지 않은 부분의 도형 (직각삼각형), 넓이 ($165\,cm^2$)

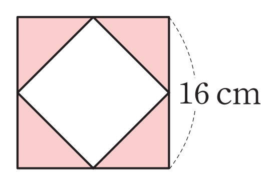
풀이 (직각삼각형의 넓이)=(밑변의 길이)×(높이)÷2=$(9+10+11)\times11\div2=30\times11\div2=330\div2=165\,(cm^2)$

3 단계 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

풀이 (색칠한 부분의 넓이)=(전체의 넓이)−(색칠하지 않은 부분의 넓이)이므로 (색칠한 부분의 넓이)=$302-165=137\,(cm^2)$입니다. ($137\,cm^2$)

유사 문제

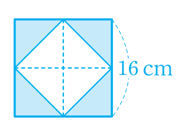
1-1 한 변의 길이가 16 cm인 정사각형의 네 변의 가운데를 이어 오른쪽과 같이 마름모를 그렸습니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



($128\,cm^2$)

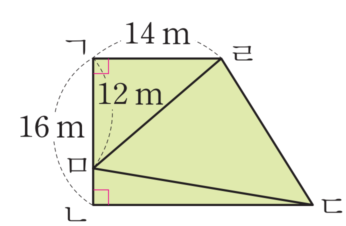
풀이 (색칠한 부분의 넓이)=(정사각형의 넓이)−(마름모의 넓이)로 계산할 수 있으므로 $(16\times16)-(16\times16\div2)=256-128=128\,(cm^2)$입니다.

다른 풀이 선을 그어서 생각하면 (색칠한 부분)=(색칠하지 않은 부분)입니다. 따라서 (색칠한 부분의 넓이)=(색칠하지 않은 마름모의 넓이)이므로 (마름모의 넓이)=$16\times16\div2=128\,(cm^2)$입니다.



변형 문제

1-2 오른쪽 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ에서 삼각형 ㅁㄴㄷ의 넓이가 삼각형 ㄱㅁㄹ의 넓이의 반일 때 삼각형 ㄹㅁㄷ의 넓이는 몇 m^2인지 구해 보세요.



($154\,m^2$)

풀이 삼각형 ㄹㅁㄷ의 넓이는 사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이에서 삼각형 ㄱㅁㄹ의 넓이와 삼각형 ㅁㄴㄷ의 넓이를 뺀 것과 같습니다.
(삼각형 ㄱㅁㄹ의 넓이)=$14\times12\div2=84\,(m^2)$입니다. 변 ㄴㄷ의 길이를 □m라고 하면 변 ㄴㅁ의 길이는 $16-12=4\,(m)$이므로
(삼각형 ㅁㄴㄷ의 넓이)=$\square\times4\div2=84\div2=42\,(m^2)$, $\square=21$입니다.
따라서 (사다리꼴 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이)=$(14+21)\times16\div2=280\,(m^2)$이므로 삼각형 ㄹㅁㄷ의 넓이는 $280-84-42=154\,(m^2)$입니다.

STEAM

심화 유형 8 다각형의 넓이를 활용한 생활 속 유형

수학 + 체육

농구는 두 팀이 하나의 공을 가지고 상대편 골대에 공을 넣는 운동 경기입니다. 농구장은 직사각형 모양으로 국제 규격은 가로가 28 m, 세로가 15 m이지만 학교 운동장에는 조금 더 작거나 크게 설치하기도 합니다. 지우네 학교 농구장은 가로가 32 m로 국제 규격 농구장보다 넓이가 124 m^2만큼 더 넓게 만들었다면 지우네 학교 농구장의 세로는 몇 m인지 구해 보세요.

문제해결 TIP | (직사각형의 넓이)=(가로)×(세로)

1 단계 국제 규격 농구장의 넓이는 몇 m^2인지 구해 보세요.

풀이 농구장은 직사각형 모양이고, 직사각형의 넓이는 (가로)×(세로)이므로 국제 규격 농구장의 넓이는 $28 \times 15 = 420$ (m^2)입니다.

(420 m^2)

2 단계 지우네 학교 농구장의 넓이는 몇 m^2인지 구해 보세요.

풀이 지우네 학교 농구장의 넓이는 $420 + 124 = 544$ (m^2)입니다.

(544 m^2)

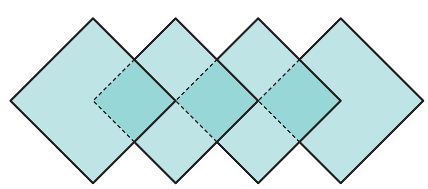
3 단계 지우네 학교 농구장의 세로는 몇 m인지 구해 보세요.

풀이 지우네 학교 농구장은 가로가 32 m이고, 넓이가 $32 \times$ (세로)$= 544$ (m^2)이므로 지우네 학교 농구장의 세로는 $544 \div 32 = 17$ (m)입니다.

(17 m)

수학 + 미술

8-1 미술 시간에 조형의 원리 중 반복과 리듬을 중점으로 표현하기 위해 다음과 같은 작품을 만들었습니다. 크기가 같은 마름모를 연속적으로 사용하여 통일감과 안정감을 나타냈고, 마름모를 넓이의 $\frac{1}{4}$만큼 일정하게 겹치면서 운동감을 나타내었습니다. 마름모의 두 대각선의 길이가 모두 16 cm일 때 만든 작품의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



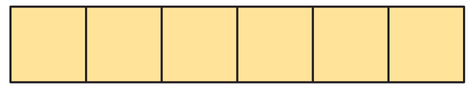
(416 cm^2)

풀이 마름모 2개가 겹친 부분의 넓이는 마름모 1개의 넓이의 $\frac{1}{4}$만큼입니다.
마름모의 두 대각선의 길이가 모두 16 cm이므로 마름모 1개의 넓이는 $16 \times 16 \div 2 = 128$ (cm^2)이고, 마름모 4개의 넓이의 합은 $128 \times 4 = 512$ (cm^2)입니다.
겹친 부분의 넓이는 마름모 1개의 넓이의 $\frac{1}{4}$만큼이므로 $128 \div 4 = 32$ (cm^2)이고, 겹친 부분은 3군데이므로 겹친 부분의 넓이의 합은 $32 \times 3 = 96$ (cm^2)입니다.
따라서 만든 작품의 넓이는 마름모 4개의 넓이의 합에서 겹친 부분의 넓이의 합을 뺀 값과 같으므로 $512 - 96 = 416$ (cm^2)입니다.

6 단원

MASTER 고난도

1 다음과 같이 직사각형을 크기가 같은 정사각형 6개로 나누었습니다. 직사각형의 둘레가 154 cm일 때 직사각형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

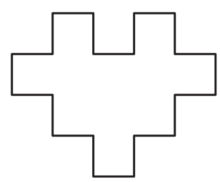


($726\ cm^2$)

풀이 직사각형의 둘레는 정사각형의 변 14개로 이루어져 있으므로 정사각형의 한 변의 길이의 14배이고, 직사각형의 둘레가 154 cm이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $154 \div 14 = 11$ (cm)입니다. 직사각형의 가로는 $11 \times 6 = 66$ (cm)이고, 직사각형의 세로는 11 cm이므로 직사각형의 넓이는 $66 \times 11 = 726$ (cm^2)입니다.

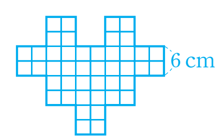
신경향

2 다음은 변의 길이가 모두 같고 둘레가 120 cm인 도형입니다. 이 도형을 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형 모양 조각으로 덮으려면 필요한 정사각형 모양 조각은 모두 몇 개인지 구해 보세요.



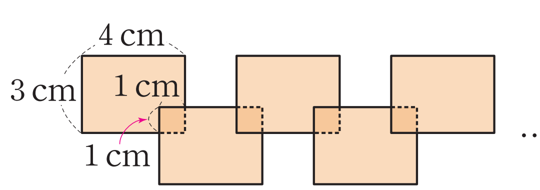
(44개)

풀이 도형의 변의 길이가 모두 같고 변의 수는 20개이므로 한 변의 길이는 $120 \div 20 = 6$ (cm)이므로 오른쪽과 같이 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형 모양 조각으로 덮을 수 있습니다.
정사각형 모양 조각 4개인 ⊞ 모양이 도형에 11개 들어가므로 필요한 정사각형 모양 조각의 수는 $11 \times 4 = 44$(개)입니다.



경시 변형

3 다음과 같이 직사각형 모양의 종이를 크기가 같은 정사각형 모양으로 겹쳐 가며 붙였습니다. 만들어진 도형의 둘레가 134 cm일 때 직사각형 모양의 종이를 몇 장 붙인 것인지 구해 보세요.



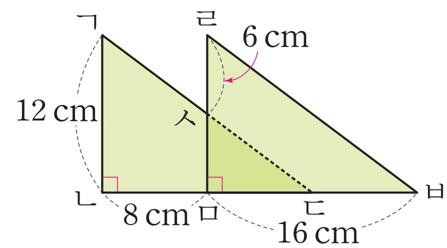
(13장)

풀이 (직사각형의 둘레)$=(3+4) \times 2 = 14$ (cm), (겹친 부분의 둘레)$=1 \times 4 = 4$ (cm)이고,
종이가 2장일 때 겹친 부분이 1군데, 종이가 3장일 때 겹친 부분이 2군데, 종이가 4장일 때 겹친 부분이 3군데이므로 종이가 $\square$장일 때 겹친 부분은 $(\square - 1)$군데입니다. 만들어진 도형의 둘레를 식으로 나타내면
$14 \times \square - 4 \times (\square - 1) = 134$이므로 $14 \times \square - 4 \times \square + 4 = 134$, $(14-4) \times \square = 130$, $10 \times \square = 130$, $\square = 13$입니다.

다른 풀이 직사각형 모양의 종이 2장 ➡ 만들어진 도형의 둘레: $14 \times 2 - 4 = 24$ (cm),
직사각형 모양의 종이 3장 ➡ 만들어진 도형의 둘레: $14 \times 3 - 4 \times 2 = 34$ (cm),
직사각형 모양의 종이 4장 ➡ 만들어진 도형의 둘레: $14 \times 4 - 4 \times 3 = 44$ (cm)입니다.
직사각형 모양의 종이가 2장에서 1장씩 늘어날 때마다 만들어진 도형의 둘레는 10 cm씩 늘어납니다. 직사각형 모양의 종이를 1장에서 $\square$장 붙였다고 하면 2장부터 만들어진 도형의 둘레는 $(14 + 10 \times \square)$ (cm)이고, 둘레가 134 cm이므로
$14 + 10 \times \square = 134$, $10 \times \square = 120$, $\square = 12$입니다. 처음에 붙인 직사각형 모양의 종이 1장을 합하면 만들어진 도형은 직사각형 모양의 종이를 13장 붙인 것입니다.

서술형

4 다음과 같이 모양과 크기가 같은 삼각형 2개를 겹쳐 도형을 만들었습니다. 사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이는 몇 cm^2인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.



풀이 예 (사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이)=(삼각형 ㄹㅁㅂ의 넓이)−(삼각형 ㅅㅁㄷ의 넓이)입니다.

(삼각형 ㄹㅁㅂ의 넓이)=(삼각형 ㄱㄴㄷ의 넓이)이므로 $16\times12\div2=96$ (cm^2)이고,

(삼각형 ㅅㅁㄷ의 넓이)=$(16-8)\times(12-6)\div2=8\times6\div2=24$ (cm^2)이므로

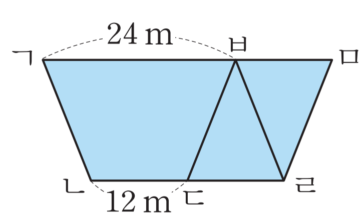
(사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이)=$96-24=72$ (cm^2)입니다.

답 $72\ cm^2$

채점 기준	비율
사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이 구하는 방법 알기	40 %
삼각형 ㅅㅁㄷ의 넓이 구하기	30 %
사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이 구하기	30 %

다른 풀이 삼각형 ㅅㅁㄷ은 겹친 부분이고, 삼각형 2개의 모양과 크기가 같으므로
(사각형 ㄱㄴㅁㅅ의 넓이)=(사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이)입니다.
(변 ㅅㅁ의 길이)=$12-6=6$ (cm)이고, 사각형 ㄱㄴㅁㅅ이 사다리꼴이므로
(사각형 ㄹㅅㄷㅂ의 넓이)=(사다리꼴 ㄱㄴㅁㅅ의 넓이)=$(6+12)\times8\div2=72$ (cm^2)입니다.

5 사각형 ㄱㄴㄹㅂ과 사각형 ㅂㄷㄹㅁ은 평행사변형입니다. 평행사변형 ㄱㄴㄹㅂ의 넓이가 $360\ m^2$일 때 평행사변형 ㅂㄷㄹㅁ의 넓이는 몇 m^2인지 구해 보세요.



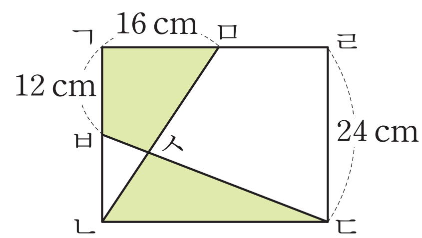
($180\ m^2$)

풀이 평행사변형 ㄱㄴㄹㅂ의 넓이가 $360\ m^2$이므로 (평행사변형 ㄱㄴㄹㅂ의 높이)=$360\div24=15$ (m)입니다.
평행사변형에서 마주 보는 두 변의 길이는 같으므로 (변 ㄱㅂ)=(변 ㄴㄹ)=24 m,
(변 ㅂㅁ)=(변 ㄷㄹ)=(변 ㄴㄹ)−(변 ㄴㄷ)=$24-12=12$ (m)입니다.
평행사변형 ㅂㄷㄹㅁ의 밑변의 길이는 12 m이고, 높이는 평행사변형 ㄱㄴㄹㅂ과 같은 15 m이므로
(평행사변형 ㅂㄷㄹㅁ의 넓이)=$12\times15=180$ (m^2)입니다.

6 단원

신경향

6 직사각형 ㄱㄴㄷㄹ에서 사각형 ㄱㅂㅅㅁ과 삼각형 ㅅㄴㄷ의 넓이가 같을 때 변 ㄴㄷ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.

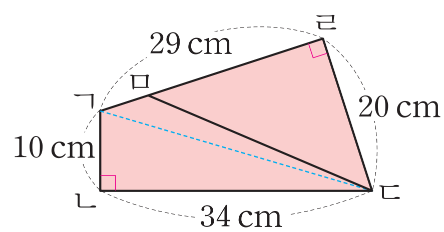


(32 cm)

풀이 삼각형 ㅂㄴㅅ은 삼각형 ㄱㄴㅁ과 삼각형 ㅂㄴㄷ의 공통된 부분이고 사각형 ㄱㅂㅅㅁ과 삼각형 ㅅㄴㄷ의 넓이가 같으므로 (삼각형 ㄱㄴㅁ의 넓이)=(삼각형 ㅂㄴㄷ의 넓이)입니다.
(삼각형 ㄱㄴㅁ의 넓이)$=16\times24\div2=192$ (cm^2)이고, 변 ㅂㄴ의 길이는 $24-12=12$ (cm)이므로 변 ㄴㄷ의 길이를 $\square$ cm라고 하면 (삼각형 ㅂㄴㄷ의 넓이)$=\square\times12\div2=192$ (cm^2)이므로 $\square\times12=384$, $\square=32$입니다.
따라서 변 ㄴㄷ의 길이는 32 cm입니다.

경시 변형

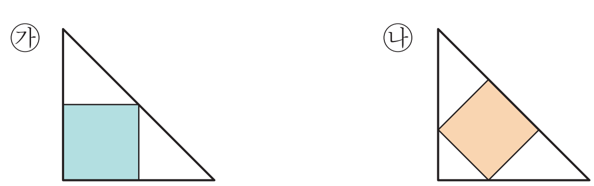
7 선분 ㅁㄷ이 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 2등분한다고 할 때 선분 ㄱㅁ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



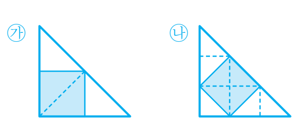
(6 cm)

풀이 점 ㄱ과 점 ㄷ을 연결하여 생긴 삼각형 ㄱㄴㄷ과 삼각형 ㄱㄷㄹ을 이용합니다.
(삼각형 ㄱㄴㄷ의 넓이)+(삼각형 ㄱㄷㄹ의 넓이)=(사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이)이므로
(사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이)$=(34\times10\div2)+(29\times20\div2)=170+290=460$ (cm^2)이고,
선분 ㅁㄷ이 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 2등분하므로 (삼각형 ㄹㅁㄷ의 넓이)$=460\div2=230$ (cm^2)입니다.
(선분 ㅁㄹ의 길이)$\times20\div2=230$ (cm^2), (선분 ㅁㄹ의 길이)$=23$ cm이므로 선분 ㄱㅁ의 길이는 $29-23=6$ (cm)입니다.

8 ㉮와 같이 직각이등변삼각형 안에 정사각형을 그렸더니 정사각형의 넓이는 36 cm^{2}였습니다. 같은 직각이등변삼각형 안에 ㉯와 같이 정사각형을 그렸을 때 이 정사각형의 넓이는 몇 cm^{2}인지 구해 보세요.



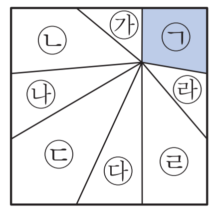
(32 cm^2)

풀이


(㉮ 직각이등변삼각형의 넓이)$=36\times2=72$ (cm^2)이고, ㉯ 직각이등변삼각형 안에 그린 정사각형의 넓이는 직각이등변삼각형을 똑같이 9개로 나눈 작은 삼각형 중 4개의 크기와 같으므로 $72\div9\times4=32$ (cm^2)입니다.

서술형

9 다음과 같이 한 변의 길이가 42 cm인 정사각형 안의 한 점에서 각 변을 3등분한 점을 이어 4개의 사각형 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣과 4개의 삼각형 ㉮, ㉯, ㉰, ㉱를 만들었습니다. 사각형 ㉡, ㉢, ㉣의 넓이의 합이 1000 cm^2일 때 사각형 ㉠의 넓이는 몇 cm^2인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.



풀이 예 삼각형 ㉮와 ㉰, 삼각형 ㉯와 ㉱는 밑변의 길이가 $42 \div 3 = 14$ (cm)로 같고, 높이의 합이 42 cm 이므로 (㉮, ㉰의 넓이의 합)=(㉯, ㉱의 넓이의 합)$=14 \times 42 \div 2 = 294$ (cm^2)입니다.

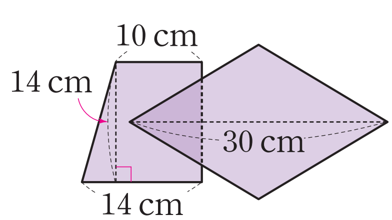
(㉠의 넓이)=(정사각형의 넓이)−(㉮, ㉰, ㉯, ㉱의 넓이의 합)−(㉡, ㉢, ㉣의 넓이의 합)

$= (42 \times 42) - (294 \times 2) - 1000 = 1764 - 588 - 1000 = 176$ (cm^2)입니다.

답 176 cm^2

채점 기준	비율
삼각형 ㉮와 ㉰, 삼각형 ㉯와 ㉱의 밑변의 길이와 높이의 합 알기	50 %
삼각형 ㉮와 ㉰, 삼각형 ㉯와 ㉱의 넓이의 합 구하기	30 %
사각형 ㉠의 넓이 구하기	20 %

10 다음과 같이 사다리꼴과 마름모를 겹치게 그렸습니다. 겹친 부분의 넓이는 사다리꼴의 넓이의 $\frac{2}{7}$이고, 마름모의 넓이의 $\frac{1}{5}$입니다. 마름모의 한 대각선의 길이가 30 cm일 때 다른 대각선의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



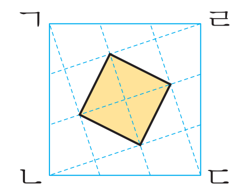
(16 cm)

풀이 사다리꼴의 넓이의 $\frac{2}{7}$와 마름모의 넓이의 $\frac{1}{5}$이 같음을 이용합니다.

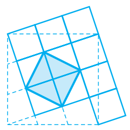
(사다리꼴의 넓이)$=(10+14) \times 14 \div 2 = 24 \times 14 \div 2 = 168$ (cm^2)이므로 겹친 부분의 넓이는 $168 \times 2 \div 7 = 48$ (cm^2)이고, 겹친 부분의 넓이가 마름모의 넓이의 $\frac{1}{5}$이므로 마름모의 넓이는 겹친 부분의 넓이의 5배입니다.

따라서 (마름모의 넓이)$=48 \times 5 = 240$ (cm^2)이고, (한 대각선의 길이)×(다른 대각선의 길이)÷2=240이므로 30×(다른 대각선의 길이)÷2=240, 30×(다른 대각선의 길이)=480, (다른 대각선의 길이)=16 cm입니다.

11 오른쪽 색칠한 정사각형의 넓이가 5 cm^2일 때 정사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 한 변의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.

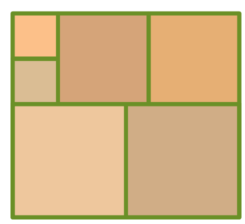


(5 cm)

풀이 
색칠한 정사각형의 넓이는 정사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이의 $\frac{2}{10}\left(=\frac{1}{5}\right)$이므로 정사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이는 $5\times5=25\,(cm^2)$입니다.
따라서 정사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 한 변의 길이는 5 cm입니다.

통합 교과 [수학 + 사회]

12 선우는 직사각형 모양의 밭을 나누어 여러 작물을 심으려고 합니다. 가장 작은 밭 두 곳에는 오이, 중간 크기의 밭 두 곳에는 고추, 가장 넓은 밭 두 곳에는 각각 옥수수와 가지를 심으려고 합니다. 오이를 심은 밭의 넓이가 72 m^2일 때 직사각형 모양의 전체 밭의 넓이는 몇 m^2인지 구해 보세요. (단, 나눈 밭은 모두 정사각형 모양입니다.)

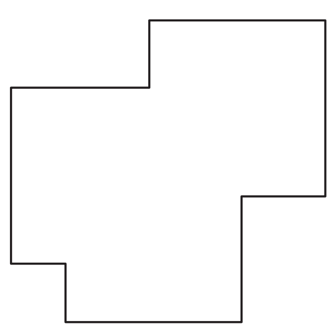


(810 m^2)

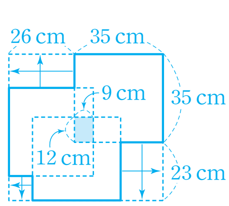
풀이 오이를 심은 땅은 가장 작은 밭 두 곳이므로 가장 작은 밭 한 곳의 넓이는 36 m^2이고, 한 변의 길이는 6 m입니다.
중간 크기의 밭의 한 변의 길이는 $6+6=12\,(m)$이므로 전체 밭의 가로는 $6+12+12=30\,(m)$입니다. 옥수수와 가지를 심은 가장 넓은 밭 두 곳의 가로의 합이 30 m이므로 가장 큰 밭 한 곳의 한 변의 길이는 15 m이고, 전체 밭의 세로는 $12+15=27\,(m)$입니다.
따라서 직사각형 모양의 전체 밭의 넓이는 $30\times27=810\,(m^2)$입니다.

신경향

13 다음은 한 변의 길이가 35 cm인 정사각형 3개를 겹쳐 놓은 것의 둘레를 그린 도형입니다. 정사각형 3개가 모두 겹친 부분의 가로가 9 cm이고, 세로가 12 cm일 때 이 도형의 둘레는 몇 cm인지 구해 보세요.



(238 cm)

풀이 

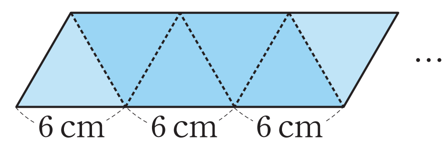
도형의 변을 평행하게 이동하면 큰 직사각형의 둘레와 같습니다. 그려지지 않은 정사각형의 나머지 부분을 그려 보고 정사각형 3개가 모두 겹친 부분의 가로가 9 cm, 세로가 12 cm인 것을 이용하여 평행하게 이동한 도형의 변의 길이를 구할 수 있습니다.
따라서 도형의 둘레는 가로가 $26+35=61\,(cm)$, 세로가 $35+23=58\,(cm)$인 직사각형의 둘레와 같으므로 $(61+58)\times2=238\,(cm)$입니다.

채점 기준	비율
평행사변형을 1개 붙일 때마다 늘어나는 넓이의 규칙 알기	30 %
평행사변형을 붙였을 때 만들어진 도형의 넓이 구하는 식 세우기	40 %
평행사변형 10개를 붙였을 때 만들어진 도형의 넓이 구하기	30 %

◆ 정답과 풀이 57쪽

서술형

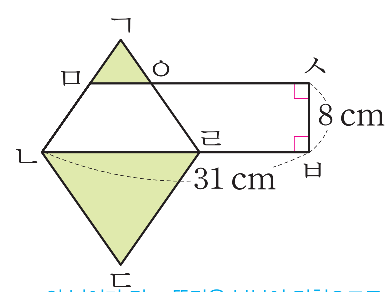
14 다음과 같이 밑변의 길이가 6 cm이고 높이가 5 cm인 평행사변형을 서로 반씩 겹치게 뒤집어 가며 붙였습니다. 평행사변형 10개를 붙였을 때 만들어진 도형의 넓이는 몇 cm^2인지 풀이 과정을 쓰고, 답을 구해 보세요.



풀이 예 평행사변형을 1개 붙일 때마다 평행사변형의 넓이의 반만큼 늘어나므로 평행사변형을 ▲개 붙였을 때 만들어진 도형의 넓이는 (평행사변형 1개의 넓이)+(평행사변형의 넓이의 반)×(▲−1)입니다. (평행사변형 1개의 넓이)$=6\times5=30$ (cm^2), 평행사변형의 넓이의 반은 15 cm^2이므로 평행사변형 10개를 붙였을 때 만들어진 도형의 넓이는 $30+15\times(10-1)=165$ (cm^2)입니다.

답 165 cm^2

15 마름모 ㄱㄴㄷㄹ과 사다리꼴 ㅁㄴㅂㅅ의 넓이가 같고 선분 ㄴㄹ과 선분 ㅇㅅ의 길이가 같습니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

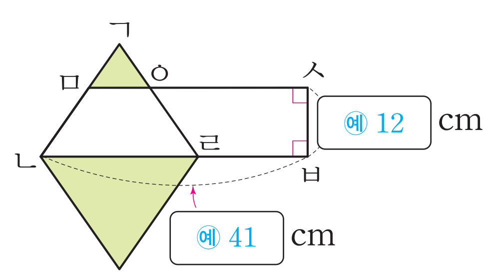


(124 cm^2)

풀이 마름모 ㄱㄴㄷㄹ과 사다리꼴 ㅁㄴㅂㅅ의 넓이가 같고 똑같은 부분이 겹쳤으므로 사다리꼴 ㅇㄹㅂㅅ의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같습니다.
(선분 ㅇㅅ의 길이)+(선분 ㄹㅂ의 길이)=(선분 ㄴㅂ의 길이)=31 (cm)이므로
(색칠한 부분의 넓이)=(사다리꼴 ㅇㄹㅂㅅ의 넓이)
$=31\times8\div2=124$ (cm^2)입니다.

문제를 직접 만들어 풀어 보자!

15-1 마름모 ㄱㄴㄷㄹ과 사다리꼴 ㅁㄴㅂㅅ의 넓이가 같고 선분 ㄴㄹ과 선분 ㅇㅅ의 길이가 같습니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



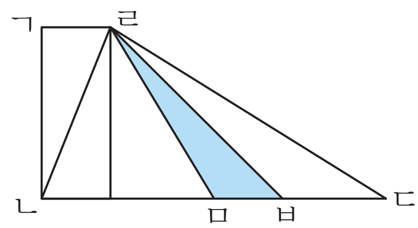
(246 cm^2)

풀이 예 마름모 ㄱㄴㄷㄹ과 사다리꼴 ㅁㄴㅂㅅ의 넓이가 같고 똑같은 부분이 겹쳤으므로 사다리꼴 ㅇㄹㅂㅅ의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같습니다.
(선분 ㅇㅅ의 길이)+(선분 ㄹㅂ의 길이)=(선분 ㄴㅂ의 길이)=41 (cm)이므로
(색칠한 부분의 넓이)=(사다리꼴 ㅇㄹㅂㅅ의 넓이)
$=41\times12\div2=246$ (cm^2)입니다.

6 단원

CHALLENGE 최고난도

1 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이는 삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이의 6배이고, 변 ㄴㄷ의 길이는 선분 ㅁㅂ의 길이의 5배입니다. 삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이가 20 cm^2일 때 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

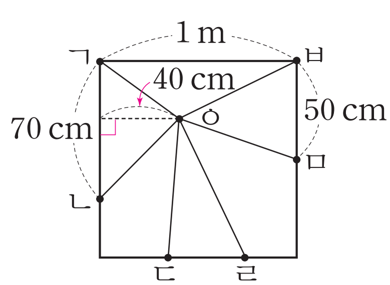


(20 cm^2)

풀이 삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이가 20 cm^2이고, 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이는 삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이의 6배이므로 $20\times6=120\,(\text{cm}^2)$입니다. 삼각형 ㄹㄴㄷ의 넓이는 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이에서 삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이를 뺀 것과 같으므로 $120-20=100\,(\text{cm}^2)$입니다. 삼각형 ㄹㄴㄷ과 삼각형 ㄹㅁㅂ의 높이가 같고, 삼각형 ㄹㄴㄷ의 밑변인 변 ㄴㄷ의 길이가 선분 ㅁㅂ의 5배이므로 삼각형 ㄹㄴㄷ의 넓이는 삼각형 ㄹㅁㅂ의 넓이의 5배입니다.
따라서 삼각형 ㄹㅁㅂ의 넓이는 $100\div5=20\,(\text{cm}^2)$입니다.

2 한 변의 길이가 1 m인 정사각형의 꼭짓점과 변 위에 점 ㄱ, 점 ㄴ, 점 ㄷ, 점 ㄹ, 점 ㅁ, 점 ㅂ이 있습니다. 정사각형의 안에 있는 점 ㅇ과 6개의 점을 각각 선분으로 연결하면 정사각형의 넓이는 6등분 됩니다. 선분 ㄷㄹ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.

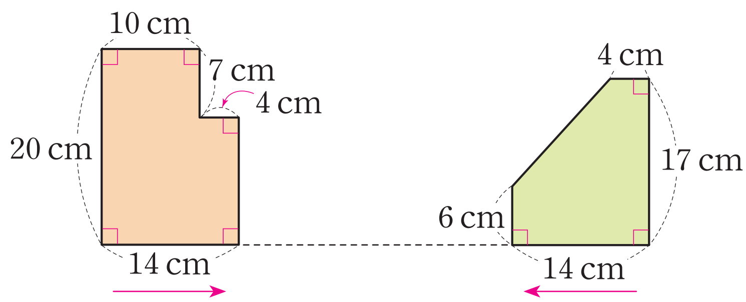
(단, 나누어떨어지지 않으면 분수로 나타냅니다.)



($38\frac{8}{9}$ cm)

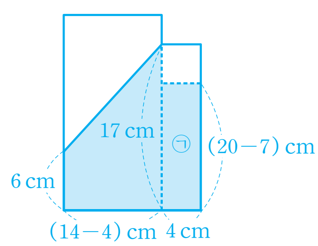
풀이 (삼각형 ㄱㅇㄴ의 넓이)$=70\times40\div2=1400\,(\text{cm}^2)$이고, 점 ㅇ과 연결하여 만들어진 도형들의 넓이가 모두 같으므로 만들어진 도형들의 넓이는 각각 1400 cm^2입니다.
삼각형 ㄱㅇㅂ의 높이를 □cm라고 하면 1 m$=$100 cm이므로 (삼각형 ㄱㅇㅂ의 넓이)$=100\times□\div2=1400\,(\text{cm}^2)$, $100\times□=2800$, $□=28$입니다.
삼각형 ㅇㄷㄹ의 높이는 1 m에서 삼각형 ㄱㅇㅂ의 높이를 뺀 만큼이므로
(삼각형 ㅇㄷㄹ의 넓이)$=$(선분 ㄷㄹ의 길이)$\times(100-28)\div2=1400\,(\text{cm}^2)$, (선분 ㄷㄹ의 길이)$\times72\div2=1400$,
(선분 ㄷㄹ의 길이)$\times72=2800$, (선분 ㄷㄹ의 길이)$=2800\div72=\frac{2800}{72}=\frac{350}{9}=38\frac{8}{9}$ (cm)입니다.

3 다음과 같이 두 도형을 화살표 방향으로 움직이면서 겹치는 부분을 관찰했습니다. 겹치는 부분의 넓이가 가장 넓을 때 겹치는 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



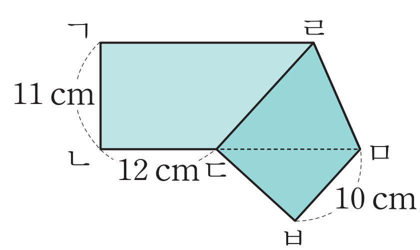
(167 cm^2)

풀이 두 도형이 겹쳤을 때 겹치는 부분의 넓이가 가장 넓을 때는 다음과 같습니다.



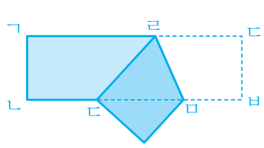
겹치는 부분의 넓이는 사다리꼴의 넓이와 ㉠의 넓이를 더한 만큼입니다.
(사다리꼴의 넓이)$=(6+17)\times(14-4)\div2=23\times10\div2=115\,(cm^2)$
(㉠의 넓이)$=4\times(20-7)=4\times13=52\,(cm^2)$
따라서 (겹치는 부분의 넓이)$=115+52=167\,(cm^2)$입니다.

4 가로가 38 cm, 세로가 11 cm인 직사각형 모양의 종이를 삼각형 ㄷㄹㅁ이 이등변삼각형이 되도록 접었습니다. 사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



(187 cm^2)

풀이



삼각형 ㄷㄹㅁ이 이등변삼각형이므로 (변 ㄷㄹ의 길이)=(변 ㄷㅁ의 길이)이고, 변 ㄷㄹ의 길이를 □ cm라고 하면 종이를 접기 전 직사각형 ㄱㄴㅂㄷ에서 (변 ㄴㅂ의 길이)=38 cm이므로 $12+\square+10=38$, $\square=16$입니다.
종이를 접기 전 변 ㄱㄷ의 길이가 38 cm이고, (변 ㄱㄹ의 길이)$+16=38$이므로 (변 ㄱㄹ의 길이)$=22$ cm입니다.
따라서 사각형 ㄱㄴㄷㄹ은 사다리꼴이므로 (사각형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이)$=(22+12)\times11\div2=187\,(cm^2)$입니다.

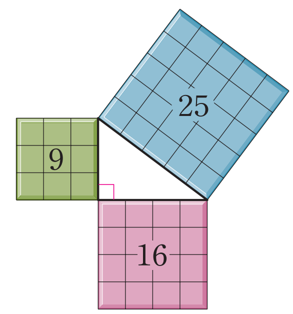
창의·사고력

◆ 정답과 풀이 59쪽

직각삼각형과 정사각형의 넓이

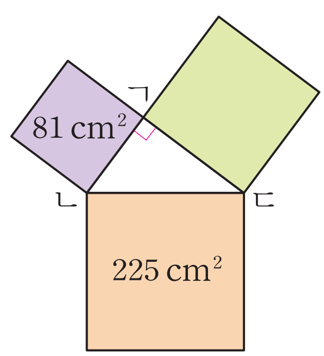
사고하기

고대 그리스의 수학자 피타고라스는 대리석의 무늬를 보고 직각 삼각형에서 직각과 마주 보는 변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 두 개의 넓이의 합과 같다는 내용을 발견하였습니다.



적용하기

직각삼각형의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 3개 그렸습니다. 가장 큰 정사각형의 넓이는 225 cm^2이고, 다른 한 변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 81 cm^2일 때 변 ㄱㄷ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



(12 cm)

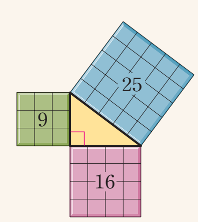
풀이 변 ㄱㄷ의 길이를 □cm라고 하면 변 ㄱㄷ을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 (□×□) cm^2입니다.
피타고라스가 발견한 내용에 따르면 직각과 마주 보는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 두 개의 넓이의 합과 같으므로 225=81+(□×□)입니다.
따라서 □×□=144, □=12이므로 변 ㄱㄷ의 길이는 12 cm입니다.

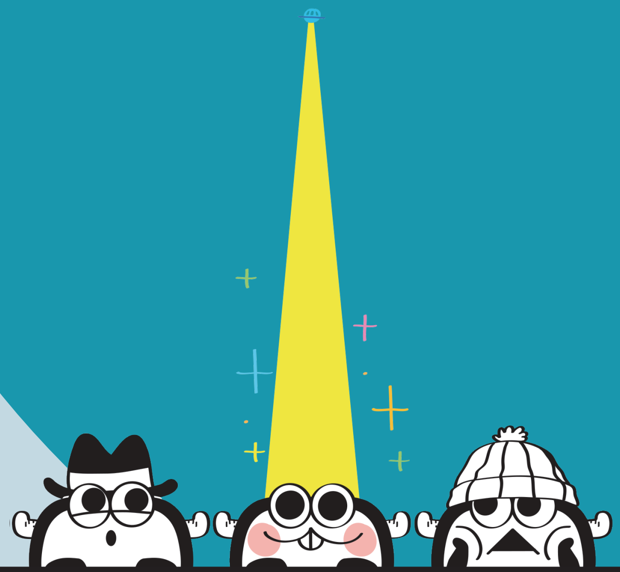
개념 Note

• 정사각형의 넓이 구하기

(정사각형의 넓이)=(한 변의 길이)×(한 변의 길이)

가장 큰 정사각형의 넓이는 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같습니다.





경시대회 대비 평가

5-1

- 시험 범위는 1학기 전체 단원입니다.
- 전체 문항 수는 20문항입니다.
- 시험 시간은 80분입니다.
- 경시대회 대비 평가 2회가 제공됩니다.

5학년 1학기

경시대회 대비 평가 1회

점수

이름

1 계산해 보세요.

$$6\times(25-13)+60\div(5+7)\times8-77$$

(35)

풀이 $6\times(25-13)+60\div(5+7)\times8-77$
$=6\times12+60\div12\times8-77$
$=72+5\times8-77$
$=72+40-77$
$=35$

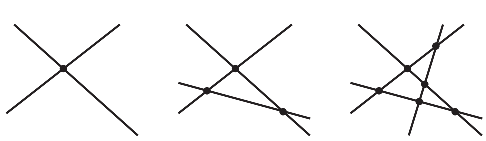
2 가◎나=(가×나)−(가+나)라고 약속할 때, 다음 식의 값을 구해 보세요.

24◎(13◎12)

(2989)

풀이 13◎12=$(13\times12)-(13+12)$
$=156-25=131$
24◎131=$(24\times131)-(24+131)$
$=3144-155$
$=2989$

3 다음과 같이 만나는 점의 수가 가장 많도록 직선을 긋고 있습니다. 직선을 7개 그었을 때 만나는 점은 모두 몇 개인지 구해 보세요.



(21개)

풀이

직선의 수(개)	2	3	4	…
점의 수(개)	1	1+2	1+2+3	…

직선의 수가 1개씩 늘어날 때 만나는 점의 수는 2개, 3개, 4개, ...씩 늘어납니다.
따라서 직선을 7개 그었을 때 만나는 점은 모두 $1+2+3+4+5+6=21$(개)입니다.

4 400보다 작은 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(8개)

풀이 약수의 개수가 3개인 수를 ㉠이라고 하면 ㉠의 약수는 1, ▲, ㉠이고, 1과 ㉠ 외의 약수가 하나여야 하므로 ▲×▲=㉠입니다.
400보다 작은 수 중에서 ㉠은 $2\times2=4$, $3\times3=9$, $5\times5=25$, $7\times7=49$, $11\times11=121$, $13\times13=169$, $17\times17=289$, $19\times19=361$입니다.
따라서 400보다 작은 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 8개입니다.

5 $\frac{13}{29}$의 분모에 6을 더하고 분자에서 얼마를 뺐더니 $\frac{1}{5}$과 크기가 같은 분수가 되었습니다. 분자에서 뺀 수는 얼마인지 구해 보세요.

(6)

풀이 분자에서 뺀 수를 □라고 하면
$\frac{13-\square}{29+6}=\frac{13-\square}{35}$이고, $\frac{1}{5}$과 크기가 같은 분수 중 분모가 35인 분수는 $\frac{1}{5}=\frac{1\times7}{5\times7}=\frac{7}{35}$입니다.
따라서 $\frac{13-\square}{35}=\frac{7}{35}$이므로 $13-\square=7$, $\square=6$입니다.

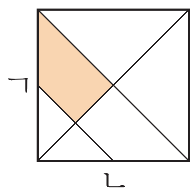
6 □ 안에 들어갈 수 있는 모든 자연수의 합을 구해 보세요.

$$\frac{1}{4}+\frac{\square}{5}<2$$

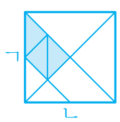
(36)

풀이 $\frac{1}{4}+\frac{\square}{5}=\frac{5}{20}+\frac{\square\times4}{20}$이고 $2=\frac{40}{20}$이므로
$\frac{5}{20}+\frac{\square\times4}{20}<\frac{40}{20}$입니다. $5+\square\times4<40$이므로 □ 안에 들어갈 수 있는 자연수는 1부터 8까지입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 모든 자연수의 합은 $1+2+3+4+5+6+7+8=36$입니다.

7 오른쪽은 넓이가 144 cm^2인 정사각형이고, 점 ㄱ과 점 ㄴ은 정사각형의 각 변을 이등분하는 점입니다. 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



(27 cm^2)

풀이 

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$인 삼각형을 그림과 같이 작은 삼각형으로 나눴을 때 작은 삼각형 3개만큼의 넓이입니다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$(144\div4)\div4\times3=36\div4\times3=9\times3=27\,(\mathrm{cm}^2)$입니다.

8 $2\frac{3}{5}$에 어떤 수를 더한 수는 $1\frac{7}{10}$보다 $4\frac{1}{2}$만큼 더 큰 수와 같습니다. 어떤 수를 구해 보세요.

($3\frac{3}{5}$)

풀이 어떤 수를 □라고 하면
$2\frac{3}{5}+\square=1\frac{7}{10}+4\frac{1}{2}$입니다.
$2\frac{3}{5}+\square=1\frac{7}{10}+4\frac{5}{10}=5\frac{12}{10}=6\frac{1}{5}$,
$\square=6\frac{1}{5}-2\frac{3}{5}=5\frac{6}{5}-2\frac{3}{5}=3\frac{3}{5}$
따라서 어떤 수는 $3\frac{3}{5}$입니다.

9 가로가 세로보다 긴 직사각형 모양의 종이를 6등분하면 정사각형 모양 6개가 만들어진다고 합니다. 이 종이의 둘레가 210 cm일 때, 가장 넓은 직사각형이 되는 경우의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.

(2646 cm^2)

풀이 가로가 세로보다 긴 직사각형이 정사각형 6개로 등분되는 경우는
와 로 두 가지가 있습니다.
첫 번째 직사각형의 둘레는 정사각형의 변이 14개이므로
(정사각형의 한 변의 길이)$=210\div14=15\,(\mathrm{cm})$,
(직사각형의 넓이)$=15\times15\times6=1350\,(\mathrm{cm}^2)$입니다.
두 번째 직사각형의 둘레는 정사각형의 변이 10개이므로
(정사각형의 한 변의 길이)$=210\div10=21\,(\mathrm{cm})$,
(직사각형의 넓이)$=21\times21\times6=2646\,(\mathrm{cm}^2)$입니다.
따라서 가장 넓은 직사각형이 되는 경우의 넓이는 2646 cm^2입니다.

10 민수 아버지의 나이는 4년 후에 7의 배수, 7년 후에 11의 배수가 된다고 합니다. 현재 민수 아버지의 나이는 몇 살인지 구해 보세요.
(단, 현재 민수 아버지의 나이는 40살보다 많고 60살보다 적습니다.)

(59살)

풀이 현재 민수 아버지의 나이는 40살보다 많고 60살보다 적으므로 4년 후에 7의 배수인 49살, 56살, 63살, 70살이 될 수 있고, 7년 후에 11의 배수인 55살, 66살, 77살이 될 수 있습니다.
찾은 나이에서 4와 7을 뺐을 때 같은 수가 되는 경우는
$63-4=59$, $66-7=59$이므로 현재 민수 아버지의 나이는 59살입니다.

11 ★에 알맞은 수를 구해 보세요.

$$\frac{★-12}{★+12}=\frac{5}{11}$$

(32)

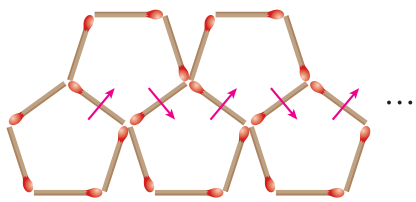
풀이 $\frac{★-12}{★+12}$에서 분모와 분자의 차는 24입니다. $\frac{5}{11}$와 크기가 같은 분수는 $\frac{5}{11}=\frac{10}{22}=\frac{15}{33}=\frac{20}{44}=\cdots$이고, 이 중에서 분모와 분자의 차가 24인 분수를 찾으면 $\frac{20}{44}$입니다.
따라서 $\frac{★-12}{★+12}=\frac{20}{44}$이므로 $★=32$입니다.

12 어떤 일을 민지가 혼자서 하면 4일, 준서가 혼자서 하면 12일, 수빈이가 혼자서 하면 6일 걸린다고 합니다. 이 일을 민지와 준서가 함께 하면 준서와 수빈이가 함께 하는 것보다 며칠 더 빨리 끝낼 수 있는지 구해 보세요.

(1일)

풀이 하루에 하는 일의 양은 민지가 $\frac{1}{4}$, 준서가 $\frac{1}{12}$, 수빈이가 $\frac{1}{6}$입니다.
(민지와 준서가 함께 하루에 하는 일의 양)
$=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}+\frac{1}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$
(준서와 수빈이가 함께 하루에 하는 일의 양)
$=\frac{1}{12}+\frac{1}{6}=\frac{1}{12}+\frac{2}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$
이 일을 민지와 준서가 함께 하면 3일 걸리고, 준서와 수빈이가 함께 하면 4일 걸립니다.
따라서 이 일을 민지와 준서가 함께 하면 1일 더 빨리 끝낼 수 있습니다.

13 다음과 같이 성냥개비로 정오각형 모양을 만들고 있습니다. 정오각형의 수를 □, 성냥개비의 수를 △라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 기호를 사용한 식으로 나타내고, 성냥개비 149개로 만들 수 있는 정오각형은 몇 개인지 구해 보세요.



식 예 $1+\square\times4=\triangle$

(37개)

풀이 정오각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 4개씩 늘어납니다. 정오각형의 수를 □, 성냥개비의 수를 △라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 $1+\square\times4=\triangle$ 또는 $5+(\square-1)\times4=\triangle$ 또는 $(\triangle-1)\div4=\square$입니다.
$\triangle=149$이면 $\square=(149-1)\div4=148\div4=37$이므로 성냥개비 149개로 만들 수 있는 정오각형은 37개입니다.

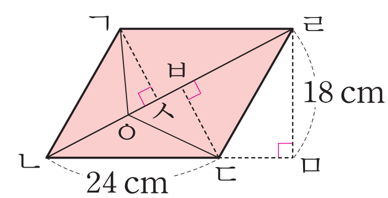
14 〈조건〉을 만족하는 분수를 모두 구해 보세요.

〈조건〉
- $\frac{7}{12}$과 크기가 같습니다.
- 분모는 40보다 크고 90보다 작습니다.
- 분자는 20보다 크고 50보다 작습니다.

($\frac{28}{48}$, $\frac{35}{60}$, $\frac{42}{72}$, $\frac{49}{84}$)

풀이 $\frac{7}{12}$과 크기가 같은 분수이므로 $\frac{7\times\square}{12\times\square}$로 생각해 봅니다.
$40<12\times\square<90$이므로 분모의 조건을 만족하는 □는 4, 5, 6, 7이고, $20<7\times\square<50$이므로 분자의 조건을 만족하는 □는 3, 4, 5, 6, 7입니다.
따라서 두 조건을 모두 만족하는 □는 4, 5, 6, 7이므로 구하려는 분수는 $\frac{7\times4}{12\times4}=\frac{28}{48}$, $\frac{7\times5}{12\times5}=\frac{35}{60}$, $\frac{7\times6}{12\times6}=\frac{42}{72}$, $\frac{7\times7}{12\times7}=\frac{49}{84}$입니다.

15 평행사변형에서 선분 ㄱㅅ과 선분 ㅂㄷ의 길이가 같고, 평행사변형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이가 삼각형 ㄱㄴㅇ의 넓이의 6배입니다. 삼각형 ㄷㄹㅇ의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



($144\ cm^2$)

풀이 (선분 ㄱㅅ)=(선분 ㅂㄷ)이고 선분 ㅇㄹ이 공통이므로 삼각형 ㄱㅇㄹ의 넓이와 삼각형 ㄷㄹㅇ의 넓이는 같습니다.
평행사변형의 넓이는 $24\times18=432\ (cm^2)$이므로
삼각형 ㄱㄴㅇ의 넓이는 $432\div6=72\ (cm^2)$이고,
삼각형 ㄱㄴㄹ의 넓이는 삼각형 ㄱㅇㄹ의 넓이와 삼각형 ㄱㄴㅇ의 넓이의 합입니다.
삼각형 ㄱㅇㄹ의 넓이를 $\square\ cm^2$라고 하면
$432\div2=72+\square$, $216=72+\square$, $\square=144$입니다.
따라서 삼각형 ㄷㄹㅇ의 넓이는 $144\ cm^2$입니다.

16 $\frac{2}{9}$보다 크고 $\frac{3}{8}$보다 작은 분수 중에서 분자가 5인 기약분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

(7개)

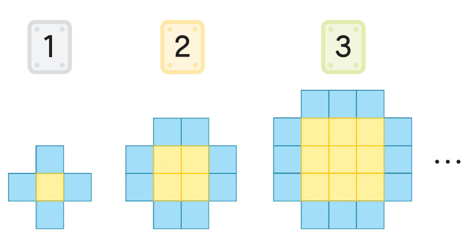
풀이 구하려는 기약분수를 $\frac{5}{\square}$라고 하면 $\frac{2}{9}<\frac{5}{\square}<\frac{3}{8}$입니다.
세 분수의 분자 2, 5, 3의 최소공배수가 30이므로
$\frac{2\times15}{9\times15}<\frac{5\times6}{\square\times6}<\frac{3\times10}{8\times10}$
➡ $\frac{30}{135}<\frac{30}{\square\times6}<\frac{30}{80}$
➡ $135>\square\times6>80$
➡ □는 14부터 22까지의 자연수
따라서 구하려는 기약분수는 $\frac{5}{14}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{5}{17}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{19}$, $\frac{5}{21}$, $\frac{5}{22}$로 모두 7개입니다.

17 태린이네 집에서는 매일 우유를 한 팩씩 배달 받습니다. 5월 중 우유 한 팩의 값이 1000원에서 1050원으로 올라 5월 한 달 동안 우유의 값은 31600원이었습니다. 우유의 값이 오른 날은 5월 며칠인지 구해 보세요.

(20일)

풀이 값이 오르지 않았다면 5월 한 달 동안 우유의 값은 $1000 \times 31 = 31000$(원)입니다.
5월 한 달 동안 우유의 값이 $31600 - 31000 = 600$(원) 올랐으므로 5월 중 우유의 값이 오른 날수는 $600 \div 50 = 12$(일)이고, 우유의 값이 오르기 전까지 배달 받은 날은 $31 - 12 = 19$(일)이므로 우유의 값이 오른 날은 5월 20일입니다.

18 다음과 같은 규칙으로 정사각형 모양의 타일을 배열하여 붙일 때, 15째에 붙일 노란색 타일의 수와 파란색 타일의 수의 차는 몇 개인지 구해 보세요.



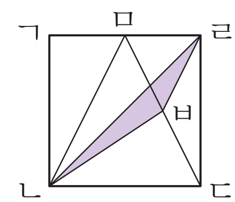
(165개)

풀이

배열 순서	1	2	3	…
노란색 타일의 수(개)	1×1	2×2	3×3	…
파란색 타일의 수(개)	1×4	2×4	3×4	…

배열 순서를 ●, 노란색 타일의 수를 ▲, 파란색 타일의 수를 ■라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면 ▲=●×●, ■=●×4입니다.
●=15이면 ▲$=15 \times 15 = 225$, ■$=15 \times 4 = 60$이므로 노란색 타일의 수와 파란색 타일의 수의 차는 $225 - 60 = 165$(개)입니다.

19 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형입니다. 점 ㅁ은 변 ㄱㄹ을 이등분하는 점이고, 점 ㅂ은 선분 ㅁㄷ을 이등분하는 점일 때, 색칠한 부분의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



($2\,\mathrm{cm}^2$)

풀이 (삼각형 ㄹㄴㄷ의 넓이)=(삼각형 ㅁㄴㄷ의 넓이)
$=16 \div 2 = 8\,(\mathrm{cm}^2)$
(삼각형 ㅂㄴㄷ의 넓이)=(삼각형 ㅁㄴㄷ의 넓이)÷2
$=8 \div 2 = 4\,(\mathrm{cm}^2)$
(삼각형 ㅁㄷㄹ의 넓이)$=16 \div 4 = 4\,(\mathrm{cm}^2)$
(삼각형 ㄹㅂㄷ의 넓이)=(삼각형 ㅁㄷㄹ의 넓이)÷2
$=4 \div 2 = 2\,(\mathrm{cm}^2)$
➡ (색칠한 부분의 넓이)
=(삼각형 ㄹㄴㄷ의 넓이)−(삼각형 ㅂㄴㄷ의 넓이)
−(삼각형 ㄹㅂㄷ의 넓이)
$=8 - 4 - 2 = 2\,(\mathrm{cm}^2)$

20 가로가 90칸, 세로가 105칸인 모눈종이가 있습니다. 이 모눈종이를 크기가 같은 정사각형 모양으로 남김 없이 자르려고 합니다. 자를 수 있는 정사각형 중 두 번째로 큰 정사각형으로 자르면 정사각형은 몇 개 만들어지는지 구해 보세요.

(378개)

풀이 90과 105의 최대공약수를 구합니다.

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 90 & 105 \\ \hline 5 & 30 & 35 \\ \hline & 6 & 7 \end{array}$$

➡ 최대공약수: $3 \times 5 = 15$
모눈종이를 자를 수 있는 정사각형의 한 변의 길이는 1칸, 3칸, 5칸, 15칸이고, 두 번째로 큰 정사각형은 한 변이 5칸입니다.
이때 가로로 $90 \div 5 = 18$(개), 세로로 $105 \div 5 = 21$(개) 만들어지므로 정사각형은 $18 \times 21 = 378$(개) 만들어집니다.

경시대회 대비 평가 2회

점수

이름

1 두 수의 공약수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

240　　336

(10개)

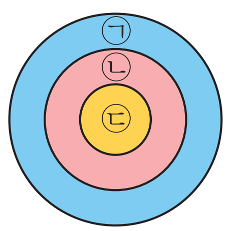
풀이 240과 336의 최대공약수를 구합니다.

$$\begin{array}{r|rr} 6 & 240 & 336 \\ 4 & 40 & 56 \\ 2 & 10 & 14 \\ & 5 & 7 \end{array}$$

➡ 최대공약수: $6\times4\times2=48$

두 수의 최대공약수의 약수는 두 수의 공약수이므로 48의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48이 두 수의 공약수로 모두 10개입니다.

2 오른쪽 그림과 같은 과녁에서 ㉠과 ㉡의 점수의 합은 52, ㉡과 ㉢의 점수의 합은 32, ㉢과 ㉠의 점수의 합은 48일 때, ㉠, ㉡, ㉢의 점수의 합은 얼마인지 구해 보세요.



(66)

풀이 ㉠+㉡=52, ㉡+㉢=32, ㉢+㉠=48이고,
㉠+㉡+㉡+㉢+㉢+㉠=52+32+48=132이므로
(㉠+㉡+㉢)×2=132입니다.
따라서 ㉠+㉡+㉢=132÷2=66입니다.

3 ★에 알맞은 자연수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합은 얼마인지 구해 보세요.

$(18+2)\times10\div5-9<★<90-(4+2)\times6$

(85)

풀이 $\underline{(18+2)\times10\div5-9}<★<\underline{90-(4+2)\times6}$

$=20\times10\div5-9$	$=90-6\times6$
$=200\div5-9$	$=90-36$
$=40-9$	$=54$
$=31$	

31<★<54에서 가장 큰 수는 53이고, 가장 작은 수는 32이므로 두 수의 합은 53+32=85입니다.

4 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구해 보세요. (단, ◆는 1부터 9까지의 자연수입니다.)

$168\div(49\div7)-3\times\square=◆$

(3개)

풀이 주어진 식에서 계산할 수 있는 부분을 먼저 계산하면
$168\div7-3\times\square=◆$, $24-3\times\square=◆$입니다.
◆가 1부터 9까지의 자연수이므로 3×□가 될 수 있는 수는 15, 18, 21입니다.
따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 5, 6, 7로 3개입니다.

5 광주행 KTX는 8분마다, 여수행 KTX는 12분마다 출발합니다. 오전 9시에 두 KTX가 동시에 출발했다면 그 다음부터 오전 11시 12분까지 동시에 몇 번 출발하는지 구해 보세요.

(5번)

풀이 8과 12의 최소공배수만큼의 시간이 지날 때 두 KTX가 동시에 출발합니다.

$$\begin{array}{r|rr} 4 & 8 & 12 \\ & 2 & 3 \end{array}$$

➡ 최소공배수: $4\times2\times3=24$

두 KTX는 24분마다 동시에 출발하므로 오전 9시부터 오전 11시 12분까지인 132분 동안 동시에 132÷24=5···12로 5번 출발합니다.

6 수 카드 4장 중에서 2장을 골라 한 번씩 사용하여 진분수를 만들려고 합니다. $\frac{1}{2}$보다 크고 $\frac{4}{5}$보다 작은 수를 모두 구해 보세요.

2　5　8　9

($\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$)

풀이 수 카드로 만들 수 있는 진분수 중에서 $\frac{1}{2}$보다 큰 분수는 $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$입니다.
$\left(\frac{5}{8}, \frac{4}{5}\right)=\left(\frac{25}{40}, \frac{32}{40}\right)$, $\left(\frac{5}{9}, \frac{4}{5}\right)=\left(\frac{25}{45}, \frac{36}{45}\right)$,
$\left(\frac{8}{9}, \frac{4}{5}\right)=\left(\frac{40}{45}, \frac{36}{45}\right)$이므로 $\frac{1}{2}$보다 크고 $\frac{4}{5}$보다 작은 분수는 $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$입니다.

7 ㉮ 용수철과 ㉯ 용수철에 각각 추를 매달았을 때 용수철이 늘어난 길이를 나타낸 표입니다. 두 용수철이 늘어난 길이가 60 cm로 같을 때, 두 용수철에 매달은 추의 무게의 합은 몇 g인지 구해 보세요.

추의 무게(g)	20	40	60	80
㉮ 용수철의 늘어난 길이(cm)	4	8	12	16
㉯ 용수철의 늘어난 길이(cm)	5	10	15	20

(540 g)

풀이 추의 무게를 ■ g, 늘어난 용수철의 길이를 ▲ cm라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면
㉮ 용수철은 ■÷5=▲, ㉯ 용수철은 ■÷4=▲입니다.
▲=60일 때 ㉮ 용수철에 매달은 추의 무게는 ■÷5=60, ■=300이고, ㉯ 용수철에 매달은 추의 무게는 ■÷4=60, ■=240이므로 매달은 추의 무게의 합은
300+240=540 (g)입니다.

8 $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{14}{15}$의 분모에 각각 어떤 수를 곱한 후 약분했더니 분자가 모두 1이 되었습니다. 어떤 수 중에서 300보다 크고 800보다 작은 수들의 합을 구해 보세요.

(3920)

풀이 세 분수의 분모에 어떤 수를 곱한 후 약분했을 때 분자가 모두 1이 되기 위해서는 분모에 곱한 수가 7, 5, 14의 배수여야 합니다.

7) 7 5 14
　 1 5 2 ➡ 최소공배수: 7×1×5×2=70

70의 배수 중에서 300보다 크고 800보다 작은 수는 350, 420, 490, 560, 630, 700, 770이므로 이 수들의 합은 3920입니다.

9 넓이가 32 cm^2인 직사각형을 그리려고 합니다. 그릴 수 있는 직사각형 중 둘레가 가장 긴 직사각형과 가장 짧은 직사각형의 둘레의 차는 몇 cm인지 구해 보세요. (단, 직사각형의 가로와 세로는 모두 자연수입니다.)

(42 cm)

풀이 32의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32이므로 각각의 경우 직사각형의 둘레를 구해 보면

가로(cm)	1	2	4	8	16	32
세로(cm)	32	16	8	4	2	1
둘레(cm)	66	36	24	24	36	66

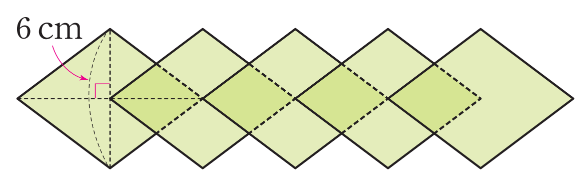
따라서 둘레가 가장 긴 직사각형과 가장 짧은 직사각형의 둘레의 차는 66−24=42 (cm)입니다.

10 ㉮ 물통과 ㉯ 물통에 물이 들어 있습니다. 물이 $12\frac{3}{4}$ L만큼 들어 있는 ㉮ 물통에서 ㉯ 물통으로 $3\frac{1}{6}$ L를 옮겨 담았더니 두 물통에 들어 있는 물의 양이 같아졌습니다. ㉯ 물통에 처음 들어 있던 물은 몇 L인지 구해 보세요.

($6\frac{5}{12}$ L)

풀이 처음 ㉯ 물통에 들어 있던 물의 양을 □ L라고 하면
$12\frac{3}{4}-3\frac{1}{6}=\square+3\frac{1}{6}$입니다.
$\square=12\frac{3}{4}-3\frac{1}{6}-3\frac{1}{6}$
$=12\frac{9}{12}-3\frac{2}{12}-3\frac{2}{12}$
$=9\frac{7}{12}-3\frac{2}{12}=6\frac{5}{12}$

11 두 대각선의 길이의 합이 14 cm인 마름모 5개를 다음과 같이 겹쳐 도형을 만들었습니다. 만든 도형의 넓이는 몇 cm^2인지 구해 보세요.



(96 cm^2)

풀이 한 대각선의 길이가 6 cm이므로 다른 대각선의 길이는 14−6=8 (cm)입니다.
마름모 1개의 넓이는 8×6÷2=24 (cm^2)이고, 마름모 2개가 겹친 작은 마름모의 넓이는 마름모 1개의 넓이의 $\frac{1}{4}$이므로
24÷4=6 (cm^2)입니다.
따라서 만든 도형의 넓이는
24×5−6×4=120−24=96 (cm^2)입니다.

12 다음과 같이 분수를 나열하였습니다. 기약분수는 모두 몇 개인지 구해 보세요.

$\frac{1}{143}$, $\frac{2}{143}$, $\frac{3}{143}$, $\frac{4}{143}$, ..., $\frac{141}{143}$, $\frac{142}{143}$

(120개)

풀이 143=11×13이므로 분자가 11의 배수이거나 13의 배수이면 기약분수가 아니므로 1부터 142까지의 수 중에서 11의 배수와 13의 배수를 제외합니다.
11의 배수: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132
➡ 12개
13의 배수: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130 ➡ 10개
따라서 기약분수가 아닌 분수는 12+10=22(개)이므로 기약분수는 142−22=120(개)입니다.

13 박물관의 입장료는 3000원입니다. 10명을 넘으면 넘는 인원은 한 명당 입장료에서 500원씩 할인해 주고, 20명을 넘으면 넘는 인원은 한 명당 입장료에서 1000원씩 할인해 준다고 합니다. 박물관에 간 지우네 학교 5학년의 입장료가 105000원이라면 지우네 학교 5학년 학생은 몇 명인지 구해 보세요.

(45명)

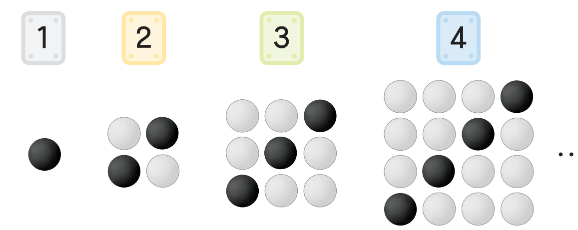
풀이 (10명까지의 입장료)$=3000\times10=30000$(원)
(11명에서 20명까지의 입장료)
$=(3000-500)\times10=25000$(원)
(20명의 입장료)$=30000+25000=55000$(원)
지우네 학교 5학년의 입장료가 20명의 입장료보다 많으므로 20명을 넘는 학생 수를 □명이라고 하면
$55000+(3000-1000)\times\square=105000$,
$55000+2000\times\square=105000$, $2000\times\square=50000$,
$\square=25$입니다.
따라서 지우네 학교 5학년 학생은 $20+25=45$(명)입니다.

14 현재 재민이의 나이는 9살이고, 재민이 어머니의 나이는 43살입니다. 재민이 어머니의 나이가 재민이의 나이의 3배가 되는 때는 몇 년 후인지 구해 보세요.

(8년 후)

풀이 재민이 어머니의 나이가 재민이 나이의 3배가 되는 때를 □년 후라고 하여 식을 세워 봅니다.
□년 후 재민이 어머니의 나이가 재민이의 나이의 3배가 되므로
$43+\square=(9+\square)\times3$입니다.
$43+\square=(9+\square)\times3$,
$43+\square=(9+\square)+(9+\square)+(9+\square)$,
$43+\square=27+\square+\square+\square$,
$16=\square+\square$, $\square=8$
따라서 재민이 어머니의 나이가 재민이 나이의 3배가 되는 때는 8년 후입니다.

15 다음과 같이 바둑돌을 규칙적으로 배열하고 있습니다. 30째에 놓일 흰색 바둑돌의 수와 40째에 놓일 검은색 바둑돌의 수의 합은 몇 개인지 구해 보세요.



(910개)

풀이

배열 순서	1	2	3	4	…
흰색 바둑돌의 수(개)	0	2	6	12	…
검은색 바둑돌의 수(개)	1	2	3	4	…

배열 순서를 ★, 흰색 바둑돌의 수를 ◎, 검은색 바둑돌의 수를 ●라고 할 때 두 양 사이의 대응 관계를 식으로 나타내면
$★\times(★-1)=◎$, $★=●$입니다.
$★=30$이면 $◎=30\times(30-1)=30\times29=870$이고,
$★=40$이면 $●=40$입니다.
따라서 30째에 놓일 흰색 바둑돌의 수와 40째에 놓일 검은색 바둑돌의 수의 합은 $870+40=910$(개)입니다.

16 기호 ⊙에 대하여 〈보기〉와 같이 약속할 때, $6\frac{1}{4}⊙\left(5\frac{7}{15}⊙2\frac{5}{9}\right)$의 값을 기약분수로 나타내어 보세요.

〈보기〉
가⊙나$=$(가$+$나)$-$(가$-$나)

($10\frac{2}{9}$)

풀이 $5\frac{7}{15}⊙2\frac{5}{9}=\left(5\frac{7}{15}+2\frac{5}{9}\right)-\left(5\frac{7}{15}-2\frac{5}{9}\right)$
$=\left(5\frac{21}{45}+2\frac{25}{45}\right)-\left(4\frac{66}{45}-2\frac{25}{45}\right)$
$=7\frac{46}{45}-2\frac{41}{45}=5\frac{5}{45}$
$=5\frac{1}{9}$
$6\frac{1}{4}⊙5\frac{1}{9}=\left(6\frac{1}{4}+5\frac{1}{9}\right)-\left(6\frac{1}{4}-5\frac{1}{9}\right)$
$=\left(6\frac{9}{36}+5\frac{4}{36}\right)-\left(6\frac{9}{36}-5\frac{4}{36}\right)$
$=11\frac{13}{36}-1\frac{5}{36}=10\frac{8}{36}$
$=10\frac{2}{9}$

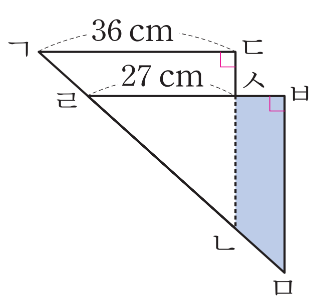
17 분수 $\frac{㉡}{㉠}$이 다음 ⟨조건⟩을 만족할 때, ㉠과 ㉡의 차를 구해 보세요.

⟨조건⟩
- 분수 $\frac{㉡}{㉠}$을 ㉠과 ㉡의 최대공약수로 약분하면 $\frac{5}{9}$가 됩니다.
- ㉠과 ㉡의 합은 224입니다.

(64)

풀이 ㉠과 ㉡의 최대공약수를 ■라고 하면 $\frac{㉡}{㉠}=\frac{5\times■}{9\times■}$입니다.
㉠+㉡=224이므로
$9\times■+5\times■=224$, $(9+5)\times■=224$,
$14\times■=224$, ■$=16$입니다.
따라서 ㉠$=9\times16=144$, ㉡$=5\times16=80$이므로 ㉠과 ㉡의 차는 $144-80=64$입니다.

18 크기가 같은 직각삼각형 2개를 겹치게 그렸습니다. 색칠한 부분의 넓이가 252 cm^{2}일 때, 선분 ㄷㅅ의 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.



(8 cm)

풀이 (삼각형 ㄱㄴㄷ의 넓이)=(삼각형 ㄹㅁㅂ의 넓이)이고,
삼각형 ㄹㄴㅅ은 공통 부분이므로
(사각형 ㅅㄴㅁㅂ의 넓이)=(사각형 ㄱㄹㅅㄷ의 넓이)이고 넓이는 252 cm^{2}입니다.
선분 ㄷㅅ의 길이를 □cm라고 하여 사각형 ㄱㄹㅅㄷ의 넓이를 구하는 식을 세우면 $(36+27)\times□\div2=252$이고,
$63\times□=504$, $□=504\div63=8$입니다.
따라서 선분 ㄷㅅ의 길이는 8 cm입니다.

19 다음은 규칙에 따라 수를 늘어놓은 것입니다. 규칙을 찾아 20째 수와 30째 수의 합을 구해 보세요.

$\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{8}{9}$, $2\frac{4}{9}$, 3, $3\frac{5}{9}$, …

($27\frac{1}{9}$)

풀이 대분수를 가분수로 바꾸고 공통분모를 9로 하여 통분한 후 규칙을 찾아봅니다.
$\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$, $1\frac{1}{3}=\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$, $1\frac{8}{9}=\frac{17}{9}$, $2\frac{4}{9}=\frac{22}{9}$,
$3=\frac{27}{9}$, $3\frac{5}{9}=\frac{32}{9}$, …
통분하여 늘어놓은 수들은 분모가 9로 같고 분자가 5씩 커지므로 20째 수의 분자는 첫째 분수의 분자보다 $5\times19=95$만큼 더 크고, 30째 수의 분자는 첫째 분수의 분자보다 $5\times29=145$만큼 더 큽니다.
➡ 20째 수: $\frac{2+95}{9}=\frac{97}{9}=10\frac{7}{9}$
30째 수: $\frac{2+145}{9}=\frac{147}{9}=16\frac{3}{9}=16\frac{1}{3}$
따라서 20째 수와 30째 수의 합은
$10\frac{7}{9}+16\frac{1}{3}=(10+16)+\left(\frac{7}{9}+\frac{1}{3}\right)=26\frac{10}{9}=27\frac{1}{9}$

20 길이가 7 m 20 cm인 밧줄이 있습니다. 이 밧줄을 한 번 자르는 데 50초가 걸린다고 합니다. 이 밧줄을 겹치지 않고 잘라서 길이가 40 cm인 밧줄을 쉬지 않고 최대한 많이 만들려면 모두 몇 분 몇 초가 걸리는지 구해 보세요.

(14분 10초)

풀이 7 m 20 cm=720 cm이고, $720\div40=18$이므로 전체 밧줄로 길이가 40 cm인 밧줄 18도막을 만들 수 있습니다.
밧줄을 1번 자를 때마다 1도막씩 늘어나므로
(밧줄 도막의 수)=(자른 횟수)+1이고, 밧줄이 18도막이 되려면 자른 횟수는 $18-1=17$(번)입니다.
밧줄을 한 번 자르는 데 50초가 걸리므로 17번 자르는 데 걸리는 시간은 모두 $50\times17=850$(초)이고, 850초=14분 10초입니다.