중학교

수학 2

지학사

머리말

"수학은
보이지 않는 것을
볼 수 있게 만든다."

| 케이드 데블린 |

우리는 주변의 여러 현상과 상황 속에서 수, 도형, 자료, 또 이들 사이의 관계와 변화를 다루는 수학을 만납니다. 수학의 언어는 보이지 않는 것을 볼 수 있게 해 줍니다. 건축 설계 및 시공, 운동과 변화 등 일상과 활동에서, 때로 무질서하게 보이는 현상과 방대한 자료 속에서 수학의 언어는 상황을 해석하고 설명하며 문제를 해결할 수 있게 하는 중요한 도구입니다. 최근 주목받고 있는 인공지능(AI)의 기계 학습이나 딥러닝을 위한 프로그램도 알고리즘 등 수학적 언어 발달이 이뤄낸 결과입니다.

수학은 문제 해결을 위해 고안된 학문으로, 학교에서 학습하는 수학은 우리의 생활과 밀접한 관계가 있습니다. 수학의 언어는 만국 공통이며 새로운 언어를 사용하려면 문법을 학습해야 하듯이 수학의 언어 사용을 위해서도 학습이 필요합니다. 우리는 학습을 통하여 수학의 여러 분야의 용어와 기호, 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 논리적으로 사고하고 소통하며 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기를 수 있습니다.

이 교과서는 2022 개정 수학과 교육과정이 추구하는 문제 해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리 역량을 수학 교과 역량으로 설정하고, 초등학교 수학을 기반으로 여러분의 수학적 능력과 태도를 확장하고 향상해 나갈 수 있도록 저술하였습니다. 여러분들은 새로운 개념 학습을 탐구로 시작하여 수학적 언어를 익히며 지식의 발견과 이해, 기능의 습득과 활용에 참여하게 될 것입니다. 또한, 수학으로 탐험하기와 같이 자기주도적 활동을 포함하며 공학 도구의 적절한 사용으로 학습의 동기를 유발하고 실질적인 수학 탐구가 가능하도록 구성하였습니다.

이 교과서를 사용하는 여러분들이 수학의 언어로 사고하고 소통하며 수학적 역량과 창의적 인성을 갖춘 미래 사회의 주역으로 성장해 나가기를 기원합니다.

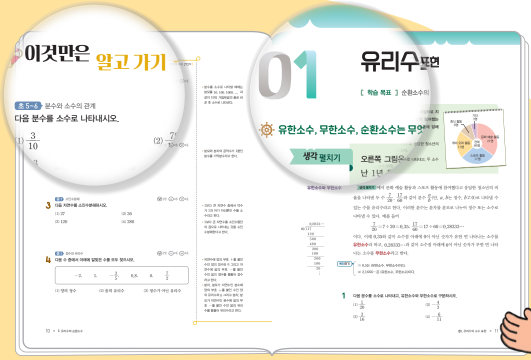
저자 일동

구성과 특징

✳ 이 교과서는 2022 개정 교육과정에 제시된 학습 내용을 충실히 반영하고, 동시에 학생들이 학습하기 쉬우면서 알차게 구성하였습니다.

특히, 기초 소양의 함양과 생태전환 교육, 민주 시민 교육, 학생 맞춤형 교육을 도모하는 학습 방법을 제시하였고, 핵심 아이디어와 지식·이해, 과정·기능, 가치·태도의 세 범주로 내용 체계를 구성하였습니다.

이와 같은 교과서의 구성을 통하여 학생 주도성 개념을 바탕으로 학생의 삶과 성장을 지원하고, 문제 해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리의 수학 교과 역량을 함양할 수 있도록 하였습니다.



(대단원 도입)

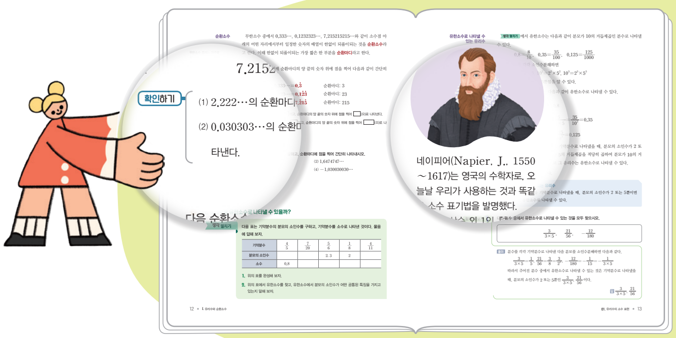
단원에서 학습해야 할 내용에 대한 대표 이미지와 설명을 통해 흥미를 유발하도록 하였습니다.
또, 초등학교에서 배운 내용과 이 단원을 학습한 이후에 배우게 될 내용에 대한 학습 연계도를 통하여 단원의 내용을 통합적으로 이해할 수 있습니다.

(이것만은 알고 가기)

본 단원의 도입 전, 이전에 배운 내용에 대한 선수 학습 문제를 제시하였습니다.

(소단원 도입)

생각 펼치기는 배가 항해를 시작하기 위해 돛을 펼치는 것처럼 학습을 시작하기 위해 생각을 펼친다는 의미로, 소단원 학습 내용과 관련된 실생활 주제를 제시하여 학습할 내용에 대해 관심과 흥미를 가지도록 하였습니다.

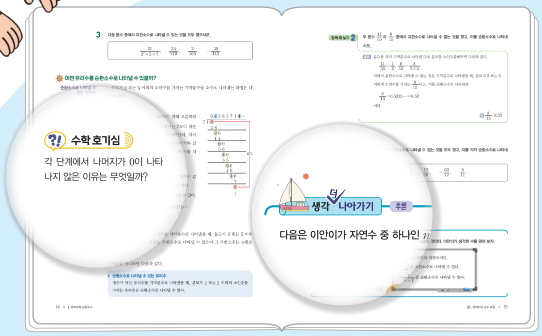


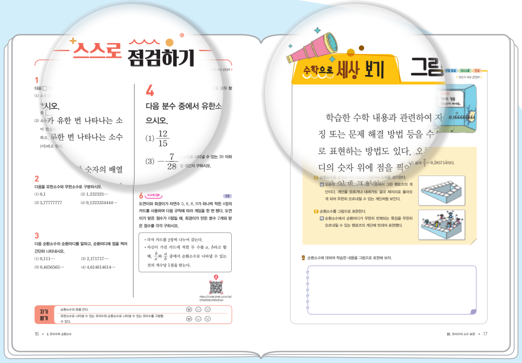
(본문, 보조 설명, 수학자)

본문에는 단원 필수 개념을 설명하고, 보조단에는 개념 이해에 필요한 보조 설명을 하였습니다. 또, 해당 단원과 관련된 수학자를 제시하였습니다.

(확인하기, 함께 해 보기, 문제)

확인하기로 학습 내용을 적용해 보고, 함께 해 보기로 대표 예제를 풀고 확인한 후에 문제를 스스로 해결함으로써 개념을 확실히 이해할 수 있습니다.



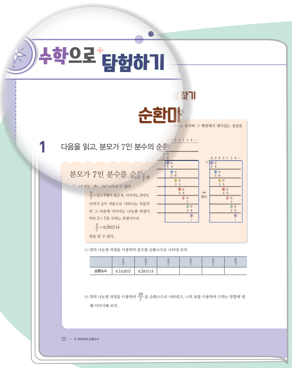


(수학 호기심)
수업 중에 궁금해할 수 있는 내용이나 추가로 더 알아야 할 내용을 직접 물어보는 식으로 제시하였습니다.

(생각 더 나아가기)
생각을 한 단계 더 나아가 단원 내용에 대한 오개념을 바로잡아 수학 교과 역량을 기를 수 있습니다.

(스스로 점검하기)
자기주도적 학습의 일환으로 소단원에서 학습한 개념을 점검하고, 스스로 해결 가능한 문제들을 제시하였습니다.

(수학으로 세상 보기)
소단원 학습 내용을 토대로 직접 활동을 하면서 수학 교과 역량을 함양할 수 있습니다.

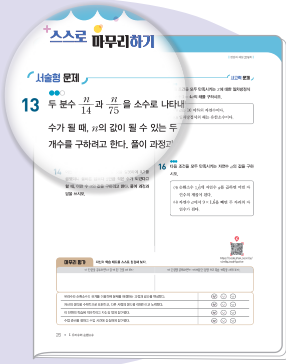


(수학으로 탐험하기)
창의적이고 자기주도적 학습이 가능한 소재로 프로젝트 수업용 활동을 제시하여 수학의 가치를 인식하고 수학 교과 역량을 함양할 수 있습니다.

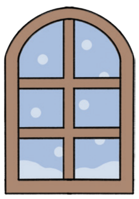
(꿈을 비춰 주는 수학 등대)
진로 교육의 일환으로 해당 단원과 관련된 직업이나 분야 등을 소개하여 수학의 유용성과 가치를 생각해 볼 수 있습니다.

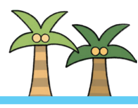
(생각 완성하기)
대단원 학습 내용을 마인드맵 형식으로 제시하여 복습하고 개념을 다시 한번 생각해 볼 수 있습니다.

(스스로 마무리하기)
자기주도적 학습의 일환으로 학습한 내용을 종합적으로 평가해 볼 수 있습니다. 또, 서술형 문제와 사고력 문제를 통해 문제 해결력을 기를 수 있습니다.



차례





Ⅴ 일차함수

Ⅵ 삼각형과 사각형의 성질

Ⅶ 도형의 닮음

Ⅷ 확률

부록

I

유리수와 순환소수

01 유리수의 소수 표현

02 순환소수의 분수 표현

단원 이야기

일상 생활에서 어떤 물건을 나누고 그 결과를 표현할 때 분수가 자주 사용되고, 정확한 양을 측정하거나 수의 크기를 비교할 때 소수가 유용하게 사용된다.

이 단원에서는 유리수를 분수나 소수로 나타내는 과정을 통해 유리수와 소수 사이의 관계를 배운다.

| 배운 내용 | ------------------ **| 이어질 내용 |**

초5~6
- 분수와 소수의 관계

중1
- 소인수분해
- 정수와 유리수

중3
- 제곱근과 실수


8
5
7

이것만은 알고 가기

| 정답과 해설 272쪽 |

초 5~6 분수와 소수의 관계

잘함 보통 모름

1 다음 분수를 소수로 나타내시오.

(1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{79}{100}$

(3) $\frac{13}{20}$ (4) $\frac{7}{5}$

- 분수를 소수로 나타낼 때에는 분모를 10, 100, 1000, … 과 같이 10의 거듭제곱의 꼴로 바꾼 후 소수로 나타낸다.

초 5~6 분수와 소수의 관계

잘함 보통 모름

2 다음 소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) 0.7 (2) 0.6

(3) 0.25 (4) 1.32

- 분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수를 기약분수라고 한다.

중 1 소인수분해

잘함 보통 모름

3 다음 자연수를 소인수분해하시오.

(1) 27 (2) 36

(3) 120 (4) 280

- 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수를 소수라고 한다.
- 1보다 큰 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

중 1 정수와 유리수

잘함 보통 모름

4 다음 수 중에서 아래에 알맞은 수를 모두 찾으시오.

-2, 1, $-\frac{3}{5}$, 0.8, 0, $\frac{7}{2}$

(1) 양의 정수 (2) 음의 유리수 (3) 정수가 아닌 유리수

- 자연수에 양의 부호 +를 붙인 수인 양의 정수와 0 그리고 자연수에 음의 부호 −를 붙인 수인 음의 정수를 통틀어 정수라고 한다.
- 분자, 분모가 자연수인 분수에 양의 부호 +를 붙인 수인 양의 유리수와 0 그리고 분자, 분모가 자연수인 분수에 음의 부호 −를 붙인 수인 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

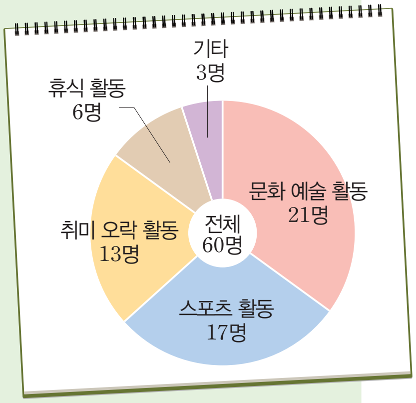
01 유리수의 소수 표현

[학습 목표] 순환소수의 뜻을 안다.

유한소수, 무한소수, 순환소수는 무엇일까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 어느 해 60명의 청소년을 대상으로 지난 1년 동안 어떤 여가 활동에 가장 많이 참여했는지 조사한 결과를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답해 보자.



1. 문화 예술 활동과 스포츠 활동으로 응답한 청소년의 비율을 각각 분수로 나타내 보자.

2. **1**에서 나타낸 분수를 각각 소수로 나타내고, 두 소수의 차이점을 말해 보자.

유한소수와 무한소수

생각 펼치기에서 문화 예술 활동과 스포츠 활동에 참여했다고 응답한 청소년의 비율을 나타낸 두 수 $\frac{7}{20}$, $\frac{17}{60}$과 같이 분수 $\frac{a}{b}$(단, a, b는 정수, $b \neq 0$)로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 한다. 이러한 분수는 분자를 분모로 나누어 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다. 예를 들어

$$\frac{7}{20}=7\div 20=0.35,\ \frac{17}{60}=17\div 60=0.28333\cdots$$

이다. 이때 0.35와 같이 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 **유한소수**라 하고, 0.28333…과 같이 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수를 **무한소수**라고 한다.

```
     0.2833…
60 ) 17
     120
     ----
      500
      480
     ----
       200
       180
     ----
        200
        180
     ----
         20
          ⋮
```

확인하기

(1) 0.5는 (유한소수, 무한소수)이다.

(2) 2.1666…은 (유한소수, 무한소수)이다.

1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{1}{20}$ (2) $-\frac{4}{3}$

(3) $\frac{3}{16}$ (4) $-\frac{6}{11}$

순환소수

무한소수 중에서 0.333…, 0.1232323…, 7.215215215…와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 것을 **순환소수**라고 한다. 이때 한없이 되풀이되는 가장 짧은 한 부분을 **순환마디**라고 한다.

무한소수 중에는 원주율 $\pi=3.141592\cdots$, 0.1010010001…과 같이 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.

순환소수는 첫 번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 다음과 같이 간단히 나타낸다.

$$0.333\cdots=\mathbf{0.\dot{3}}\qquad \text{순환마디: } 3$$
$$0.1232323\cdots=\mathbf{0.1\dot{2}\dot{3}}\qquad \text{순환마디: } 23$$
$$7.215215215\cdots=\mathbf{7.\dot{2}1\dot{5}}\qquad \text{순환마디: } 215$$

순환소수 7.215215215…를 $7.2\dot{1}5\dot{2}$ 또는 $7.\dot{2}1521\dot{5}$ 또는 $7.\dot{2}\dot{1}\dot{5}$와 같이 나타내지 않는다.

확인하기
(1) 2.222…의 순환마디는 $\square$이고, 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 $\square$(으)로 나타낸다.
(2) 0.030303…의 순환마디는 $\square$이고, 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 $\square$(으)로 나타낸다.

2 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) 0.797979… (2) 1.6474747…

(3) $-3.4555\cdots$ (4) $-1.030030030\cdots$

어떤 유리수를 유한소수로 나타낼 수 있을까?

생각 펼치기

다음 표는 기약분수의 분모의 소인수를 구하고, 기약분수를 소수로 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.

기약분수	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{11}$
분모의 소인수			2, 3	2	
소수	0.8				

1. 위의 표를 완성해 보자.

2. 위의 표에서 유한소수를 찾고, 유한소수에서 분모의 소인수가 어떤 공통된 특징을 가지고 있는지 말해 보자.

유한소수로 나타낼 수 있는 유리수

네이피어(Napier, J., 1550∼1617)는 영국의 수학자로, 오늘날 우리가 사용하는 것과 똑같은 소수 표기법을 발명했다.
(출처: 고상숙 외 1인, 『청소년을 위한 서양수학사』)

생각 펼치기 에서 유한소수는 다음과 같이 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

$$0.8=\frac{8}{10},\quad 0.35=\frac{35}{100},\quad 0.125=\frac{125}{1000}$$

이때 분모를 각각 소인수분해하면

$$10=2\times5,\ 10^2=2^2\times5^2,\ 10^3=2^3\times5^3$$

과 같이 소인수가 2 또는 5뿐임을 알 수 있다.

한편, 분수 $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{1}{8}$은 다음과 같이 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times2}{5\times2}=\frac{8}{10}=0.8$$

$$\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}=\frac{7\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{35}{10^2}=0.35$$

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}=\frac{5^3}{2^3\times5^3}=\frac{125}{10^3}=0.125$$

더 이상 약분되지 않는 분수를 기약분수라고 한다.

이와 같이 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모와 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 적당히 곱하여 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 있으므로 그 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

유한소수로 나타낼 수 있는 유리수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

함께 해 보기 1 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

$$\frac{3}{3\times5},\qquad \frac{21}{56},\qquad -\frac{12}{180}$$

풀이 분수를 각각 기약분수로 나타낸 다음 분모를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\frac{3}{3\times5}=\frac{1}{5},\ \frac{21}{56}=\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3},\ -\frac{12}{180}=-\frac{1}{15}=-\frac{1}{3\times5}$$

따라서 주어진 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{3}{3\times5}$, $\frac{21}{56}$ 이다.

답 $\frac{3}{3\times5}$, $\frac{21}{56}$

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

$$\frac{21}{2^2\times5\times7},\quad \frac{24}{270},\quad \frac{2}{165},\quad -\frac{35}{112}$$

어떤 유리수를 순환소수로 나타낼 수 있을까?

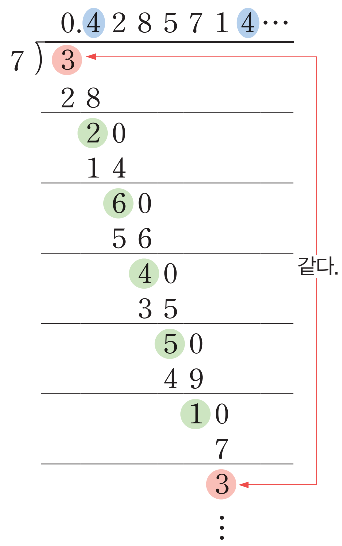
순환소수로 나타낼 수 있는 유리수

분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 기약분수를 소수로 나타내는 과정은 다음과 같다.

예를 들어 $\frac{3}{7}$을 소수로 나타내기 위해 오른쪽과 같이 계산할 때, 각 단계에서 나머지는 7보다 작은 자연수 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나로 나타난다. 따라서 적어도 7번째 안에는 앞에서 나온 나머지와 같은 수가 나타난다. 각 계산 단계에서 나머지를 차례대로 적어 보면

3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, ⋯

이고, 나머지가 처음과 같이 3이 되면 그때부터 같은 몫이 되풀이되므로 순환마디가 생기게 된다.



수학 호기심

각 단계에서 나머지가 0이 나타나지 않은 이유는 무엇일까?

즉, $\frac{3}{7}$은 다음과 같은 순환소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{3}{7}=0.428571428571428571\cdots$$
$$=0.\dot{4}2857\dot{1}$$

이와 같이 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 무한소수로 나타낼 수 있으며 그 무한소수는 순환소수가 된다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

순환소수로 나타낼 수 있는 유리수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

함께 해 보기 2 두 분수 $\frac{11}{55}$과 $\frac{8}{15}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 찾고, 이를 순환소수로 나타내시오.

풀이 분수를 각각 기약분수로 나타낸 다음 분모를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\frac{11}{55}=\frac{1}{5},\ \frac{8}{15}=\frac{8}{3\times5}$$

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 기약분수로 나타냈을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 $\frac{8}{15}$이고, 이를 순환소수로 나타내면

$$\frac{8}{15}=0.5333\cdots=0.5\dot{3}$$

이다.

답 $\frac{8}{15}$, $0.5\dot{3}$

4 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 찾고, 이를 각각 순환소수로 나타내시오.

$$-\frac{4}{9},\quad \frac{12}{20},\quad -\frac{63}{72},\quad \frac{5}{11}$$

생각 더 나아가기 추론

다음은 이안이가 자연수 중 하나인 n을 떠올리고 그 수에 대하여 설명한 것이다. 이안이가 생각한 수를 맞혀 보자.

- n은 10 이하의 자연수이다.
- $\frac{n}{48}$은 유한소수로 나타낼 수 있다.
- $\frac{1}{n+1}$은 순환소수로 나타낼 수 있다.

스스로 점검하기

| 정답과 해설 273쪽 |

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 □(이)라 하고, 무한 번 나타나는 소수를 □(이)라고 한다.

(2) 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 무한소수를 □(이)라 하고, 되풀이되는 가장 짧은 한 부분을 □(이)라고 한다.

2

다음을 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) 0.1　　(2) 1.232323⋯

(3) 5.77777777　　(4) 0.1223334444⋯

3

다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) 0.111⋯　　(2) 2.171717⋯

(3) 0.4656565⋯　　(4) 4.614614614⋯

4

다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

(1) $\dfrac{12}{15}$　　(2) $\dfrac{13}{60}$

(3) $-\dfrac{7}{28}$　　(4) $\dfrac{44}{77}$

5

분수 $\dfrac{15}{n}$를 정수 또는 유한소수로 나타낼 수 있는 20 이하의 자연수 n의 값은 모두 몇 개인지 구하시오.

6 사고력 UP

추론

도연이와 희경이가 자연수 5, 6, 8, 9가 하나씩 적힌 4장의 카드를 사용하여 다음 규칙에 따라 게임을 한 번 했다. 도연이가 받은 점수가 0점일 때, 희경이가 만든 분수 2개와 받은 점수를 각각 구하시오.

- 각자 카드를 2장씩 나누어 갖는다.
- 자신이 가진 카드에 적힌 두 수를 a, b라고 할 때, $\dfrac{b}{a}$와 $\dfrac{a}{b}$ 중에서 순환소수로 나타낼 수 있는 것의 개수당 1점을 받는다.

https://code.jihak.co.kr/qr/DPe05NEVRhN2lVe1

자기 평가	
순환소수의 뜻을 안다.	
유한소수로 나타낼 수 있는 유리수와 순환소수로 나타낼 수 있는 유리수를 구분할 수 있다.	

수학으로 세상 보기

그림으로 순환소수 표현하기

문제 해결 · 의사소통 · 연결

정답과 해설 273쪽

학습한 수학 내용과 관련하여 자신이 이해한 수학적 개념의 의미나 특징 또는 문제 해결 방법 등을 수식이나 글로 표현하는 방법 외에 그림으로 표현하는 방법도 있다. 오른쪽 그림은 순환소수 $0.1666\cdots$을 순환마디의 숫자 위에 점을 찍어 $0.1\dot{6}$으로 간단히 나타낼 수 있음을 그림으로 재치 있게 표현한 것이다.

다음 활동을 통해 순환소수를 그림으로 표현해 보자.

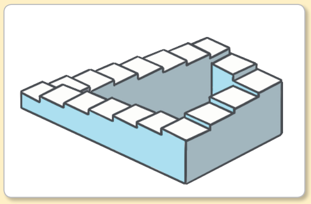
1 다음에서 그림으로 표현하는 과정을 살펴보자.

1 순환소수에 대한 내용 중에서 그림으로 표현하고 싶은 내용을 정한다.

예 유한소수로 나타낼 수 없는 유리수는 순환소수가 된다. 예를 들어 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이다.

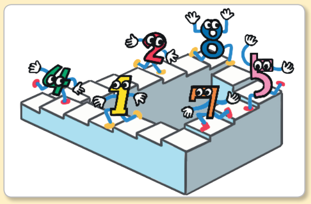
2 순환소수를 표현하기에 적합한 상황이나 소재를 생각한다.

예 오른쪽 그림은 인간의 착시를 이용해서 그린 펜로즈의 계단이다. 계단을 오르거나 내려가도 결국 제자리로 돌아오게 되어 무한히 오르내릴 수 있는 계단처럼 보인다.



3 순환소수를 그림으로 표현한다.

예 순환소수에서 순환마디가 무한히 반복되는 특징을 무한히 오르내릴 수 있는 펜로즈의 계단에 빗대어 표현했다.



2 순환소수에 대하여 학습한 내용을 그림으로 표현해 보자.

02 순환소수의 분수 표현

[학습 목표] 유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.

순환소수를 분수로 어떻게 나타낼까?

생각 펼치기

다음은 순환소수를 분수로 나타내는 방법에 대하여 두 학생과 선생님이 나눈 대화이다. 대화를 읽고, 물음에 답해 보자.

1. $0.\dot{2}=x$라고 할 때, 두 순환소수 x와 $10x$의 공통점을 말해 보자.

2. 위의 **1**에서 $10x-x$의 값을 구해 보자.

순환소수를 분수로 나타내기

생각 펼치기에서 $10x-x$의 값을 구하면 $10x-x=2$와 같이 정수가 된다.

이와 같이 어떤 순환소수에 10의 거듭제곱을 적당히 곱하여 그 소수점 아래의 부분이 처음 순환소수와 같아지도록 만들면 두 수의 차는 정수임을 알 수 있다.

이를 이용하여 순환소수를 분수로 나타내 보자.

순환소수 $0.\dot{2}$를 x라고 하면

$$x=0.222\cdots \qquad \cdots\cdots ①$$

이고, ①의 양변에 10을 곱하면

$$10x=2.222\cdots \qquad \cdots\cdots ②$$

이다. x와 $10x$는 소수점 아래의 부분이 같으므로 ②에서 ①을 변끼리 빼면

$$9x=2,\ 즉\ x=\frac{2}{9}$$

$$\begin{array}{rr} & 10x=2.222\cdots \\ -) & x=0.222\cdots \\ \hline & 9x=2 \end{array}$$

이다. 따라서 $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$이다.

이와 같은 방법으로 모든 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다.

함께 해 보기 1 **순환소수 $0.\dot{2}\dot{7}$을 분수로 나타내시오.**

풀이 $0.\dot{2}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.272727\cdots$ $\cdots\cdots$ ①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=27.272727\cdots$ $\cdots\cdots$ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=27,\ x=\dfrac{27}{99}=\dfrac{3}{11}$

이다. 따라서 $0.\dot{2}\dot{7}=\dfrac{3}{11}$이다.

$$\begin{array}{rr} & 100x=27.272727\cdots \\ -) & x=\ \ 0.272727\cdots \\ \hline & 99x=27 \end{array}$$

답 $\dfrac{3}{11}$

1 **다음 순환소수를 분수로 나타내시오.**

(1) $0.\dot{5}$ (2) $4.\dot{3}$ (3) $0.\dot{8}\dot{1}$ (4) $3.\dot{1}4\dot{1}$

함께 해 보기 2 **순환소수 $0.1\dot{7}\dot{3}$을 분수로 나타내시오.**

풀이 $0.1\dot{7}\dot{3}$을 x라고 하면

$x=0.1737373\cdots$ $\cdots\cdots$ ①

①의 양변에 10을 곱하면

$10x=1.737373\cdots$ $\cdots\cdots$ ②

①의 양변에 1000을 곱하면

$1000x=173.737373\cdots$ $\cdots\cdots$ ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$990x=172,\ x=\dfrac{172}{990}=\dfrac{86}{495}$

이다. 따라서 $0.1\dot{7}\dot{3}=\dfrac{86}{495}$이다.

$$\begin{array}{rr} & 1000x=173.737373\cdots \\ -) & 10x=\ \ \ 1.737373\cdots \\ \hline & 990x=172 \end{array}$$

답 $\dfrac{86}{495}$

2 **다음 순환소수를 분수로 나타내시오.**

(1) $0.2\dot{5}$ (2) $1.4\dot{8}$ (3) $0.9\dot{1}\dot{2}$ (4) $1.3\dot{1}\dot{5}$

유리수와 소수 사이의 관계

이와 같이 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다. 또한, 유한소수 역시 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

일반적으로 유리수와 소수 사이에는 다음이 성립한다.

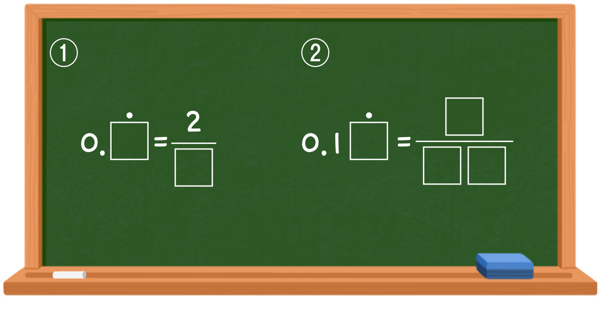
> **유리수와 소수의 관계**
>
> 유한소수와 순환소수는 모두 유리수이다.
>
> - 소수
>   - 유한소수 — 유리수
>   - 무한소수
>   - 순환소수 — 유리수
>   - 순환소수가 아닌 무한소수

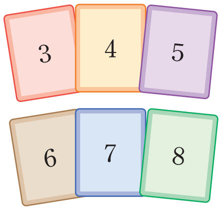
3 다음 수 중에서 유리수를 모두 찾으시오.

$$\frac{5}{9},\quad -0.4,\quad 0.\dot{2}\dot{3},\quad \pi,\quad -7$$

생각 더 나아가기 추론 의사소통

3부터 8까지의 자연수가 각각 적힌 6장의 숫자 카드가 있다. 이 숫자 카드를 칠판에 적힌 두 식의 □ 안에 하나씩 놓아 두 식이 모두 성립하도록 만들어 보고, 자신이 카드를 놓은 방법을 친구에게 설명해 보자.





스스로 점검하기

| 정답과 해설 273쪽 |

1

다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하시오.

(1) 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다. ( )

(2) 모든 유리수는 정수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다. ( )

2

다음은 순환소수 $0.\dot{4}\dot{8}$을 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

> $0.\dot{4}\dot{8}$을 x라고 하면
>
> $x=0.484848\cdots$ …… ①
>
> ①의 양변에 100을 곱하면
>
> $100x=\boxed{}$ …… ②
>
> ②에서 ①을 변끼리 빼면
>
> $99x=\boxed{}$, $x=\boxed{}=\boxed{}$
>
> 이다. 따라서 $0.\dot{4}\dot{8}=\boxed{}$이다.

3

다음 순환소수를 분수로 나타내시오.

(1) $0.\dot{1}$　　(2) $1.\dot{4}$

(3) $0.\dot{3}\dot{5}$　　(4) $1.\dot{3}5\dot{1}$

4

분수 $\dfrac{a}{3}$를 소수로 나타내면 $4.\dot{6}$일 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

5

$1.0\dot{3}\times a$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값을 구하시오.

6 사고력 UP

추론

어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 은우는 분모를 잘못 보아 $1.\dot{6}$으로 나타냈고, 나연이는 분자를 잘못 보아 $1.\dot{1}\dot{6}$으로 나타냈다. 처음의 기약분수를 소수로 바르게 나타내시오. (단, 잘못 본 분수도 기약분수이다.)

https://code.jihak.co.kr/qr/nTD5DQXWnzg6iUjC

자기 평가	
유리수와 순환소수의 관계를 설명할 수 있다.	😄 🙂 😑
유리수와 순환소수의 관계를 이용하는 문제 해결 과정을 반성할 수 있다.	😄 🙂 😑

수학으로+ 탐험하기

순환마디의 성질 찾기

1 다음을 읽고, 분모가 7인 분수의 순환마디의 성질에 대해 알아보자.

분모가 7인 분수를 순환소수로 나타내면 순환마디를 이루는 숫자와 그 배열에서 재미있는 성질을 발견할 수 있다.

분수 $\frac{1}{7}$을 순환소수로 나타내기 위해 오른쪽 그림과 같이 나눗셈을 반복하면

$$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

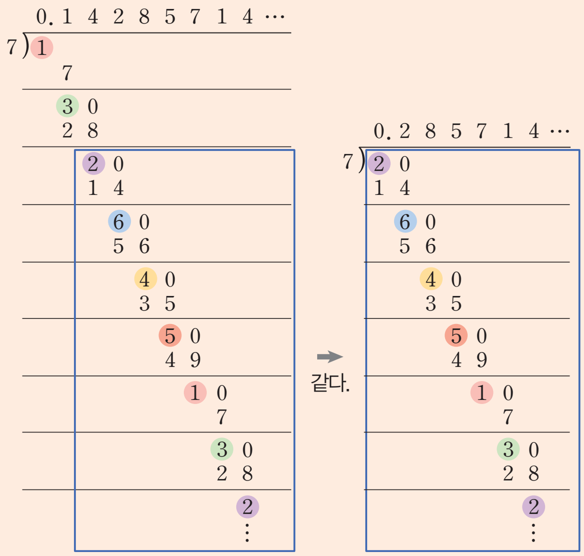
임을 알 수 있다.

이때 이 나눗셈 과정을 이용하면 $\frac{2}{7}$를 순환소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{2}{7}=2\div7$에서 몫은 0, 나머지는 2이다. 나머지 2가 처음으로 나타나는 부분부터 그 다음에 이어지는 나눗셈 과정이 바로 $2\div7$을 구하는 과정이므로

$$\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$$

임을 알 수 있다.



(1) 위의 나눗셈 과정을 이용하여 분수를 순환소수로 나타내 보자.

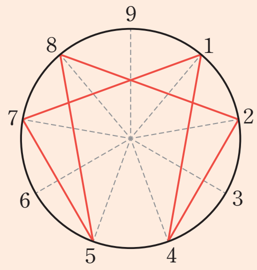
	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$
순환소수	$0.\dot{1}4285\dot{7}$	$0.\dot{2}8571\dot{4}$				

(2) 위의 나눗셈 과정을 이용하여 $\frac{20}{7}$을 순환소수로 나타내고, (1)의 표를 이용하여 구하는 방법에 대해 이야기해 보자.

2 다음을 읽고, 순환소수를 도형으로 나타내 보자.

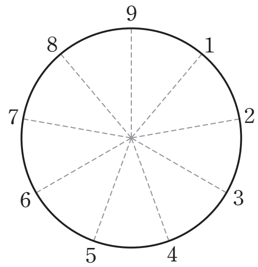
인도의 베다 수학은 구전 전통 수학을 정리한 책으로 수 계산을 쉽고 빠르게 하기 위한 비법이 실려 있다. 이 책에 소개된 내용 중에는 1부터 9까지의 숫자를 간격이 같도록 시계 방향으로 기록한 베다 원 위에 순환소수에서 반복되는 숫자를 순서에 따라 선으로 연결하여 순환소수를 도형으로 나타낸 부분이 있다.

분수 $\frac{1}{7}$ 을 이러한 도형으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(출처: 마키노 다케후미, 『도형이 쉬워지는 인도 베다 수학』)

(1) 분모가 7이고 분자가 2, 3, 4, 5, 6 중 하나인 분수를 택하여 오른쪽 원에 위의 방법과 같이 도형으로 나타내 보자.



(2) 친구가 나타낸 도형과 서로 비교해 보고, 이야기해 보자.

3 $\frac{1}{7}$의 순환마디와 **1**, **2**의 관계를 설명해 보자.

(1) 다음은 활동 **1**, **2**의 내용을 정리한 것이다. 빈칸에 알맞은 내용을 완성해 보자.

> 분모가 7이고 분자가 7의 배수가 아닌 분수를 순환소수로 나타내면 순환마디를 이루는 숫자는 ☐, ☐, ☐, ☐, ☐, ☐의 6개뿐이고, 순환마디를 이루는 숫자들의 배열에서 첫 번째 숫자만 달라지고 배열 순서는 ☐.

(2) (1)과 같은 순환마디의 성질이 나타나는 이유를 설명해 보자.

| 상호 평가표 |

평가 내용		자기 평가	친구 평가
내용	유리수와 순환소수의 관계를 다양하게 표현할 수 있다.		
	순환마디의 성질을 설명할 수 있다.		
태도	유리수와 순환소수의 관계를 다양하게 표현하는 과정에서 수 체계의 논리적 아름다움에 관심을 가진다.		

스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 빈칸에 알맞은 것을 써넣어 보자.

01 유리수의 소수 표현

• 유한소수와 무한소수
유한소수: 0.35, 무한소수: 0.28333…
• 순환소수
7.215215… → 순환마디: $\square$
순환소수 표현: $\square$

02 순환소수의 분수 표현

• 순환소수 $0.\dot{2}\dot{7}$을 분수로 나타내기

$$0.\dot{2}\dot{7}=x$$

$$\begin{array}{rrl} & \square\, x= & 27.2727\cdots \\ -) & x= & 0.2727\cdots \\ \hline & \square\, x= & 27 \end{array} \longrightarrow x=\frac{27}{\square}=\frac{3}{11}$$

1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\dfrac{3}{4}$　　(2) $\dfrac{7}{3}$

(3) $\dfrac{17}{12}$　　(4) $\dfrac{3}{30}$

2 다음 보기 중에서 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $1.2333\cdots=1.\dot{2}\dot{3}$
ㄴ. $4.343434\cdots=\dot{4}.\dot{3}$
ㄷ. $0.356356356\cdots=0.\dot{3}5\dot{6}$
ㄹ. $1.121212\cdots=1.\dot{1}\dot{2}$

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

$$\frac{4}{12},\quad \frac{27}{15},\quad \frac{98}{5^2\times7},\quad \frac{2^2\times5}{2\times3^2\times7}$$

4 다음 중에서 순환소수 $x=1.\dot{3}\dot{4}$를 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식은?

① $10x-x$　　② $100x-x$
③ $100x-10x$　　④ $1000x-x$
⑤ $1000x-100x$

5 두 자연수 m, n에 대하여 분수 $\frac{7}{20}$을 $\frac{n}{10^m}$의 꼴로 고쳐서 유한소수로 나타낼 때, $m+n$의 값 중에서 가장 작은 값을 구하시오.

6 두 분수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{4}{5}$ 사이에 있는 분모가 15인 분수 중에서 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 개수는?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

7 다음 조건을 모두 만족시키는 50 이하의 모든 자연수 a의 개수를 구하시오.

> (가) 분수 $\frac{a}{28}$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.
> (나) 분수 $\frac{28}{a}$은 순환소수로 나타낼 수 있다.

8 순환소수 $1.4\dot{2}=\frac{64}{a}$일 때, 자연수 a의 값을 구하시오.

9 $1.\dot{4}\dot{8}=0.\dot{4}\dot{9}\times x$일 때, x의 값을 구하시오.

10 순환소수 $1.\dot{5}\dot{1}$에 a를 곱하면 자연수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 자연수를 구하시오.

11 분수 $\frac{1}{22}$을 순환소수로 나타냈을 때, 소수점 아래 22번째 자리의 숫자를 구하시오.

12 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① 모든 무한소수는 순환소수이다.
② 모든 무한소수는 유리수이다.
③ 모든 순환소수는 유리수이다.
④ 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모의 소인수가 2 또는 3뿐이어야 한다.
⑤ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

| 정답과 해설 274쪽 |

서술형 문제

13 두 분수 $\frac{n}{14}$과 $\frac{n}{75}$을 소수로 나타내면 모두 유한소수가 될 때, n의 값이 될 수 있는 두 자리의 자연수의 개수를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

14 어떤 수 a에 $0.\dot{2}$를 곱해야 할 것을 잘못하여 0.2를 곱했더니 올바른 답보다 2만큼 작은 수가 되었다고 할 때, 어떤 수 a의 값을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오.

사고력 문제

15 다음 조건을 모두 만족시키는 x에 대한 일차방정식 $18x+1=4a$의 해를 구하시오.

> (가) a는 10 이하의 자연수이다.
> (나) 일차방정식의 해는 유한소수이다.

16 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 a의 값을 구하시오.

> (가) 순환소수 $1.\dot{6}$에 자연수 a를 곱하면 어떤 자연수의 제곱이 된다.
> (나) 자연수 a에서 $9\times1.\dot{6}$을 빼면 두 자리의 자연수가 된다.

https://code.jihak.co.kr/qr/vJm8qJvoqH1go4ve

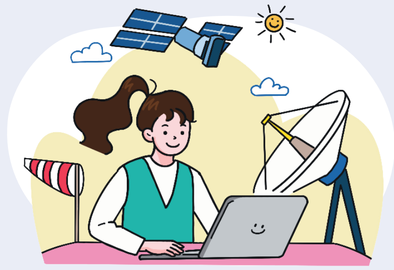
마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검해 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

유리수와 순환소수의 관계를 이용하여 문제를 해결하는 과정과 결과를 반성했다.	
자신의 생각을 수학적으로 표현하고, 다른 사람의 생각을 이해하려고 노력했다.	
이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여했다.	
수업 준비를 잘하고 수업 시간에 성실하게 참여했다.	

수치로 날씨를 예측하는 기상 연구원



대기의 상태와 운동을 슈퍼컴퓨터로 계산하여 미래의 날씨를 예측하는 것을 수치 예보라고 한다. 수치 예보에서 관측값을 수로 나타내거나 자료를 처리할 때에는 분수 대신 계산이 편리한 소수를 자주 이용한다.

그러나 무한소수를 비롯하여 길이가 긴 소수들의 소수점 아래를 얼마나 생략하느냐에 따라 완전히 다른 기상 현상이 예측되기도 한다. 1961년 수학자 에드워드 로렌츠는 기상 변화를 예측하는 모델에 정확한 초깃값 대신 소수점 아래 일부를 생략한 값을 넣자 완전히 다른 기상 현상이 예측된다는 사실을 발견했다. 이는 작은 값의 차이가 완전히 다른 결과를 가져온다는 이론의 토대가 되었다.

최근 기후 변화로 인해 발생하는 작은 차이로 예측이 어려운 상황 속에서도 기상 연구원들은 더욱 정확한 수치 예보를 위해 지속적인 연구를 진행하고 있다.

(출처: 동아사이언스, 2021)

기상 연구원은 무슨 일을 하나요?

기상 연구원

대기의 상태를 알기 위해 기압, 기온, 습도, 풍향, 풍속 등을 측정하는 것을 기상 관측이라고 합니다. 기상 연구원은 각종 기상 관측 자료를 정밀하게 분석하여 보다 정확한 일기 예보를 하기 위한 방법을 연구하고 있습니다.

기상 연구원이 되려면 어떤 역량을 갖춰야 하나요?

기상 연구원

대기 상황에 대한 자료를 분석하고, 장기, 단기 기상 예보를 위해 관측된 자료를 해석하려면 논리적으로 사고하여 문제를 해결할 수 있는 수리 논리력이 필요합니다.

우리나라의 기상 예보는 어떻게 이루어지나요?

기상 연구원

우리나라 기상청은 2010년부터 수치 예보 모형을 이용해 날씨를 예보했고, 2020년에는 한국형 수치 예보 모형을 완성해 태풍의 이동 경로 등을 더 정확하게 예측할 수 있게 되었습니다.

https://code.jihak.co.kr/qr/4falovvleYIlGwZG

(출처: 커리어넷, 2023)