

풍산짜 반복수학

이적분 I

! 정답과 풀이 !

I

함수의 극한과 연속

I-1 | 함수의 극한

008-031쪽

01 답 (1) 0

(2) 3

풀이 (1) x 의 값이 -1 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 0 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$$

(2) x 의 값이 2 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값은 3 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$$

02 답 (1) 4

(2) 0

03 답 (1) 5

(2) 1

04 답 (1) -2

(2) -2

풀이 모든 실수 x 의 값에 대하여 함수값이 항상 -2 이므로

$$(1) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -2$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -2$$

05 답 (1) 2

(2) 1

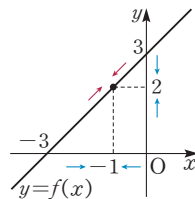
(3) $\sqrt{2}$

(4) 3

(5) 1

풀이 (1) $f(x) = x + 3$ 으로 놓으면
 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

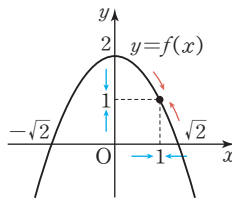
$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} (x + 3) = 2$$



(2) $f(x) = -x^2 + 2$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

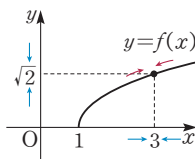
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} (-x^2 + 2) = 1$$



(3) $f(x) = \sqrt{x-1}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

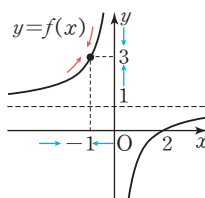
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$$



(4) $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

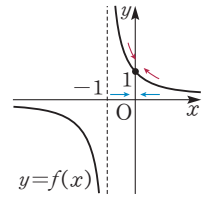
$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} \left(1 - \frac{2}{x}\right) = 3$$



(5) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+1} = 1$$



06 답 (1) 2

(2) -2

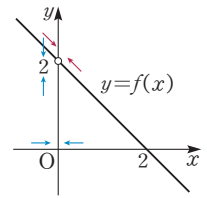
(3) $\frac{1}{4}$

풀이 (1) $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x}$ 로 놓으면 $x \neq 0$ 일 때

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x} = -x + 2$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + 2x}{x} = 2$$

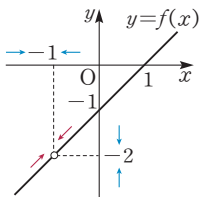


(2) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ 로 놓으면 $x \neq -1$ 일 때

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x - 1$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -2$$

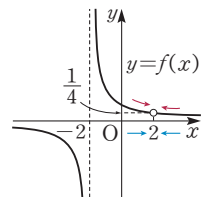


(3) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$ 로 놓으면 $x \neq \pm 2$ 일 때

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x+2}$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{1}{4}$$



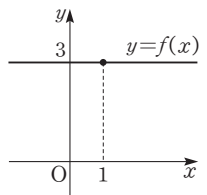
07 답 (1) 3

(2) $-\frac{1}{5}$

풀이 (1) $f(x) = 3$ 으로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

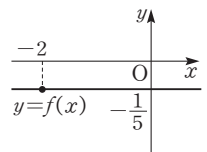
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$$



(2) $f(x) = -\frac{1}{5}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$



08 답 (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) ∞ (4) ∞ (5) $-\infty$

풀이 (1) x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$$

(2) x 의 값이 0에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$$

(3) x 의 값이 2에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$$

(4) x 의 값이 -1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \infty$$

(5) x 의 값이 $\frac{3}{2}$ 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) = -\infty$$

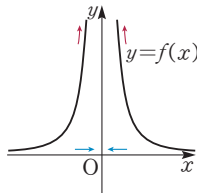
09 답 (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) ∞ (4) ∞ (5) $-\infty$

(6) ∞ (7) ∞ (8) $-\infty$ (9) $-\infty$

풀이 (1) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 로 놓으면

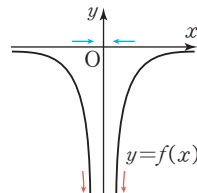
$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$



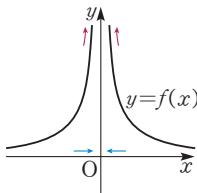
(2) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ 로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\infty$$



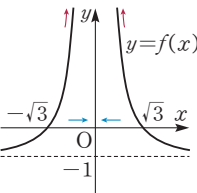
(3) $f(x) = \frac{1}{|x|}$ 로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = \infty$$



(4) $f(x) = \frac{3}{x^2} - 1$ 로 놓으면 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

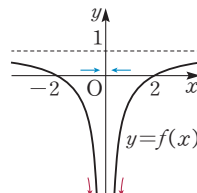
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{x^2} - 1\right) = \infty$$



(5) $f(x) = 1 - \frac{2}{|x|}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

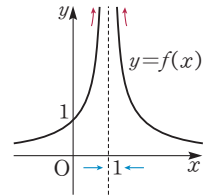
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{2}{|x|}\right) = -\infty$$



(6) $f(x) = \frac{1}{|x-1|}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

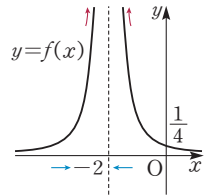
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x-1|} = \infty$$



(7) $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

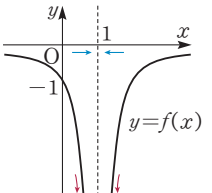
$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = \infty$$



(8) $f(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

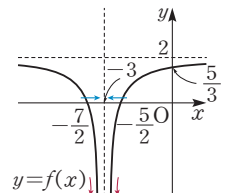
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x-1)^2} = -\infty$$



(9) $f(x) = 2 - \frac{1}{|x+3|}$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -3} \left(2 - \frac{1}{|x+3|}\right) = -\infty$$



10 답 (1) 0

(2) 0

풀이 (1) x 의 값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$$

(2) x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$ 의 값이 0에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

11 답 (1) 1

(2) 1

12 답 (1) 0

(2) 1

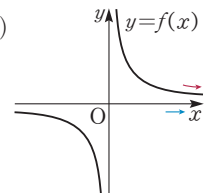
(3) 0

(4) -2

풀이 (1) $f(x) = \frac{1}{x}$ 로 놓으면 $y = f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

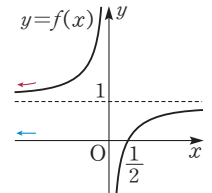
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$



(2) $f(x) = 1 - \frac{1}{2x}$ 로 놓으면 $y = f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

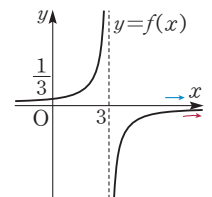
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right) = 1$$



(3) $f(x) = \frac{1}{3-x}$ 로 놓으면 $y = f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

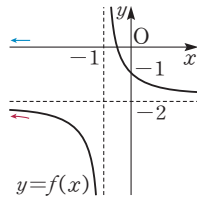
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3-x} = 0$$



(4) $f(x) = \frac{1}{x+1} - 2$ 로 놓으면

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x+1} - 2 \right) = -2$$



13 답 (1) ∞ (2) $-\infty$

풀이 (1) x 의 값이 한없이 커질 때,

$f(x)$ 의 값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

(2) x 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때,

$f(x)$ 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

14 답 (1) $-\infty$ (2) $-\infty$

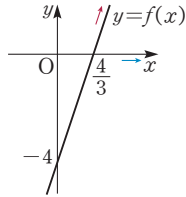
15 답 $-\infty$

16 답 (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) ∞ (4) $-\infty$ (5) ∞ (6) ∞

풀이 (1) $f(x) = 3x - 4$ 로 놓으면

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

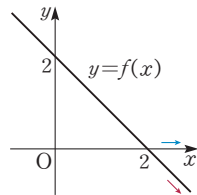
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 4) = \infty$$



(2) $f(x) = -x + 2$ 로 놓으면 $y=f(x)$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

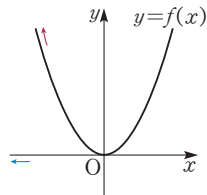
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (-x + 2) = -\infty$$



(3) $f(x) = x^2$ 로 놓으면 $y=f(x)$ 의

그래프는 오른쪽 그림과 같다.

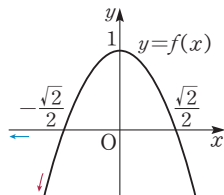
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \infty$$



(4) $f(x) = -2x^2 + 1$ 로 놓으면

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

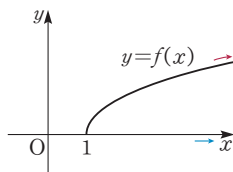
$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^2 + 1) = -\infty$$



(5) $f(x) = \sqrt{x-1}$ 로 놓으면

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

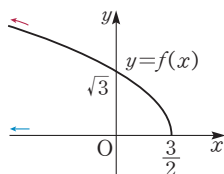
$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x-1} = \infty$$



(6) $f(x) = \sqrt{3-2x}$ 로 놓으면

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3-2x} = \infty$$



17 답 (1) 0 (2) 0 (3) 0 (4) 2 (5) 1

(6) 존재하지 않는다.

(7) 2 (8) 2 (9) 2

풀이 (1) x 가 -2 보다 작으면서 -2 에 한없이 가까워질 때,

$f(x)$ 의 값이 0 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -2-} f(x) = 0$$

(2) x 가 -2 보다 크면서 -2 에 한없이 가까워질 때,

$f(x)$ 의 값이 0 에 한없이 가까워지므로

$$\lim_{x \rightarrow -2+} f(x) = 0$$

(3) $\lim_{x \rightarrow -2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2+} f(x) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

(9) $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$$

18 답 (1) -1 (2) -1 (3) -1 (4) -1 (5) 2

(6) 존재하지 않는다.

풀이 (3) $\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = -1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$$

(6) $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

19 답 (1) 1 (2) -1 (3) 존재하지 않는다.

풀이 (1) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.

x 가 1보다 작으면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 1에 한없이 가까워지므로

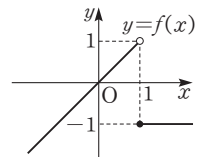
$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 1$$

(2) x 가 1보다 크면서 1에 한없이 가까워질 때, $f(x) = -1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = -1$$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.

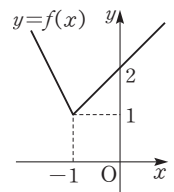


20 답 (1) 1 (2) 1 (3) 1

풀이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

(3) $\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = 1$ 이므로

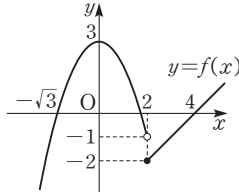
$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$$



21 답 (1) -1 (2) -2 (3) 존재하지 않는다.

풀이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

(3) $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2+} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.



22 답 (1) 존재하지 않는다.

(2) 존재하지 않는다.

(3) 존재하지 않는다.

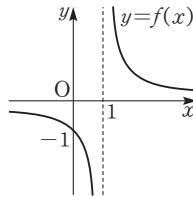
풀이 (1) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ 로 놓으면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \infty$$

이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1}$ 의 값은 존재하지 않는다.



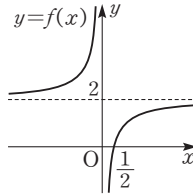
(2) $f(x) = 2 - \frac{1}{x}$ 로 놓으면 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -\infty$$

이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \frac{1}{x})$ 의 값은 존재하지 않는다.



(3) $f(x) = -\frac{x}{x+2}$ 로 놓으면

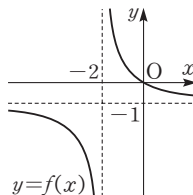
$$f(x) = -\frac{x}{x+2} = \frac{2}{x+2} - 1$$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\lim_{x \rightarrow -2-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -2+} f(x) = \infty$$

이므로 $\lim_{x \rightarrow -2} (-\frac{x}{x+2})$ 의 값은 존재하지 않는다.



23 답 (1) -1 (2) 1 (3) 존재하지 않는다.

풀이 (1) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$x \rightarrow 0-$ 일 때, $|x| = -x$

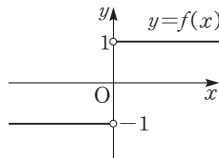
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{|x|}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{-x}{x} = -1$$

(2) $x \rightarrow 0+$ 일 때, $|x| = x$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x}{x} = 1$$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.



24 답 (1) -1 (2) 1 (3) 존재하지 않는다.

풀이 (1) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$x \rightarrow 3-$ 일 때,

$$|x-3| = -(x-3)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-} \frac{x-3}{|x-3|}$$

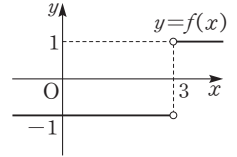
$$= \lim_{x \rightarrow 3-} \frac{x-3}{-(x-3)} = -1$$

(2) $x \rightarrow 3+$ 일 때, $|x-3| = x-3$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} \frac{x-3}{|x-3|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3+} \frac{x-3}{x-3} = 1$$

(3) $\lim_{x \rightarrow 3-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3+} f(x)$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.



25 답 (1) 3

(2) 0

(3) 2

풀이 (1) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2+$ 일 때 $t \rightarrow 2-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 2-} f(t) = 3$$

(2) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2-$ 일 때 $t \rightarrow 3-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 3-} f(t) = 0$$

(3) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 3-$ 일 때 $t \rightarrow 0+$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 3-} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 0+} f(t) = 2$$

26 답 (1) 0

(2) 0

(3) 2

풀이 (1) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 0+$ 일 때 $t = 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(f(x)) = f(2) = 0$$

(2) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 0-$ 일 때 $t \rightarrow 0-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 0-} f(t) = 0$$

(3) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2+$ 일 때 $t \rightarrow 0+$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 0+} f(t) = 2$$

27 답 (1) 2

(2) 4

(3) 0

풀이 (1) $g(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2+$ 일 때 $t \rightarrow 2-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow 2-} f(t) = 2$$

(2) $g(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2-$ 일 때 $t \rightarrow 4-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow 4-} f(t) = 4$$

(3) $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 2+$ 일 때 $t = 4$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2+} g(f(x)) = g(4) = 0$$

28 답 (1) 1 (2) -1 (3) 1

풀이 (1) $g(x)=t$ 로 놓으면

$x \rightarrow -1+$ 일 때 $t \rightarrow 1-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow 1-} f(t) = 1$$

(2) $g(x)=t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 0-$ 일 때 $t \rightarrow -1+$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(g(x)) = \lim_{t \rightarrow -1+} f(t) = -1$$

(3) $f(x)=t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 1+$ 일 때 $t = -1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} g(f(x)) = g(-1) = 1$$

29 답 (1) 6 (2) -3 (3) 7 (4) -10 (5) $-\frac{2}{5}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} 3f(x) = 3 \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3 \times 2 = 6$

$$\begin{aligned} (2) \lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\} &= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \\ &= 2 + (-5) = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) - g(x)\} &= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \\ &= 2 - (-5) = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \\ &= 2 \times (-5) = -10 \end{aligned}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 0} g(x)} = \frac{2}{-5} = -\frac{2}{5}$$

30 답 (1) 0 (2) -22 (3) -120 (4) 36 (5) 2

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \{2f(x) + 3g(x)\} = 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

$$= 2 \times (-6) + 3 \times 4 = 0$$

$$\begin{aligned} (2) \lim_{x \rightarrow 1} \{f(x) - 4g(x)\} &= \lim_{x \rightarrow 1} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \\ &= -6 - 4 \times 4 = -22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \lim_{x \rightarrow 1} 5f(x)g(x) &= 5 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \\ &= 5 \times (-6) \times 4 = -120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \lim_{x \rightarrow 1} \{f(x)\}^2 &= \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \\ &= -6 \times (-6) = 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-f(x)}{g(x)} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 2 - \lim_{x \rightarrow 1} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 1} g(x)} \\ &= \frac{2 - (-6)}{4} = 2 \end{aligned}$$

31 답 (1) 8 (2) 9 (3) -1 (4) 1 (5) $-\frac{1}{3}$ (6) $\frac{1}{3}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow -2} \{3f(x) + 2g(x)\}$

$$= 3 \lim_{x \rightarrow -2} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$$

$$= 3 \times 3 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 8$$

$$\begin{aligned} (2) \lim_{x \rightarrow -2} \{2f(x) - 6g(x)\} &= 2 \lim_{x \rightarrow -2} f(x) - 6 \lim_{x \rightarrow -2} g(x) \\ &= 2 \times 3 - 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 9 \end{aligned}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} \{4f(x)g(x) + 5\}$$

$$= 4 \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \times \lim_{x \rightarrow -2} g(x) + \lim_{x \rightarrow -2} 5$$

$$= 4 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = -1$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -2} \{g(x) - f(x)g(x)\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} g(x) - \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \times \lim_{x \rightarrow -2} g(x)$$

$$= -\frac{1}{2} - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2g(x)}{f(x)} = \frac{2 \lim_{x \rightarrow -2} g(x)}{\lim_{x \rightarrow -2} f(x)}$$

$$= \frac{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - 1}{2 - 8g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -2} f(x) - \lim_{x \rightarrow -2} 1}{\lim_{x \rightarrow -2} 2 - 8 \lim_{x \rightarrow -2} g(x)}$$

$$= \frac{3 - 1}{2 - 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

32 답 (1) 11 (2) -1 (3) 18 (4) 13 (5) 4 (6) 2

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} (5x + 6) = 5 \lim_{x \rightarrow 1} x + \lim_{x \rightarrow 1} 6$

$$= 5 \times 1 + 6 = 11$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -3} (-x - 4) = -\lim_{x \rightarrow -3} x - \lim_{x \rightarrow -3} 4$$

$$= -(-3) - 4 = -1$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} (2x^2 - 5x) = 2 \lim_{x \rightarrow -2} x^2 - 5 \lim_{x \rightarrow -2} x$$

$$= 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) = 18$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} (-x^2 + 7x + 1) = -\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + 7 \lim_{x \rightarrow 3} x + \lim_{x \rightarrow 3} 1$$

$$= -3^2 + 7 \times 3 + 1 = 13$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 2} (6x - x^3) = 6 \lim_{x \rightarrow 2} x - \lim_{x \rightarrow 2} x^3$$

$$= 6 \times 2 - 2^3 = 4$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{-3x + 7} = \sqrt{-3 \lim_{x \rightarrow 1} x + \lim_{x \rightarrow 1} 7}$$

$$= \sqrt{-3 \times 1 + 7} = 2$$

33 답 (1) -40 (2) 12 (3) 2 (4) -2 (5) $\frac{1}{2}$ (6) $-\frac{1}{5}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x - 5)(x + 6)$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} (3x - 5) \times \lim_{x \rightarrow -1} (x + 6)$$

$$= \{3 \times (-1) - 5\} \times (-1 + 6) = -40$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x)(4x - 2) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x) \times \lim_{x \rightarrow 2} (4x - 2)$$

$$= (2^2 - 2) \times (4 \times 2 - 2) = 12$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{4}{x-2}\right) = -\frac{\lim_{x \rightarrow 0} 4}{\lim_{x \rightarrow 0} (x-2)}$$

$$= -\frac{4}{0-2} = 2$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x} - 3\right) = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 1}{\lim_{x \rightarrow 1} x} - \lim_{x \rightarrow 1} 3$$

$$= \frac{1}{1} - 3 = -2$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-1}{x+1} = \frac{\lim_{x \rightarrow -3} (x-1)}{\lim_{x \rightarrow -3} (x+1)}$$

$$= \frac{3-1}{3+1} = \frac{1}{2}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x^2-9} = \frac{\lim_{x \rightarrow -2} (2x+5)}{\lim_{x \rightarrow -2} (x^2-9)}$$

$$= \frac{2 \times (-2) + 5}{(-2)^2 - 9} = -\frac{1}{5}$$

34 답 (1) 7 (2) 22 (3) 6 (4) -8 (5) 4

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (-2x+9) = -2 \lim_{x \rightarrow 1^-} x + \lim_{x \rightarrow 1^-} 9$

$$= -2 \times 1 + 9 = 7$$

(2) $\lim_{x \rightarrow -2+} (5x^2 - x) = 5 \lim_{x \rightarrow -2+} x^2 - \lim_{x \rightarrow -2+} x$

$$= 5 \times (-2)^2 - (-2) = 22$$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2+} (x+1)(x^2-2) = \lim_{x \rightarrow 2+} (x+1) \times \lim_{x \rightarrow 2+} (x^2-2)$

$$= (2+1) \times (2^2-2) = 6$$

(4) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-7}{3x+4} = \frac{\lim_{x \rightarrow -1} (x-7)}{\lim_{x \rightarrow -1} (3x+4)}$

$$= \frac{-1-7}{3 \times (-1) + 4} = -8$$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2-3x+8}{x+2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2-3x+8)}{\lim_{x \rightarrow 0^-} (x+2)}$

$$= \frac{0^2-3 \times 0 + 8}{0+2} = 4$$

35 답 (1) -3 (2) $\frac{1}{7}$ (3) -2 (4) $\frac{1}{6}$

(5) -5 (6) $\frac{3}{5}$ (7) 3 (8) 3

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-3x}{x} \leftarrow x=0$ 을 대입하면 $\frac{0}{0}$ 꼴

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-3)}{x} \leftarrow \text{분자를 인수분해}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (x-3) \leftarrow \text{약분}$$

$$= 0-3 = -3 \leftarrow \text{극한값}$$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{-2x^2+7x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(-2x+7)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{-2x+7}$$

$$= \frac{1}{-2 \times 0 + 7} = \frac{1}{7}$$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{x+1}$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} (x-1)$$

$$= -1-1 = -2$$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x+3)(x-3)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x+3}$$

$$= \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$$

(5) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+3x-2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-1)}{x+2}$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (2x-1)$$

$$= 2 \times (-2) - 1 = -5$$

(6) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-4x-5}{x^2-25} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+1)(x-5)}{(x+5)(x-5)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+1}{x+5}$$

$$= \frac{5+1}{5+5} = \frac{3}{5}$$

(7) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1}$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} (x^2-x+1)$$

$$= (-1)^2 - (-1) + 1 = 3$$

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+x^2-7x+2}{x^2-x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+3x-1)}{(x+1)(x-2)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+3x-1}{x+1}$$

$$= \frac{2^2+3 \times 2-1}{2+1} = 3$$

36 답 (1) 2 (2) $\frac{1}{6}$ (3) 32 (4) $-\frac{1}{2}$ (5) $\frac{1}{4}$

(6) $-\frac{2}{3}$ (7) 4 (8) 36 (9) $\frac{1}{4}$ (10) $2\sqrt{10}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \leftarrow x=1$ 을 대입하면 $\frac{0}{0}$ 꼴

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \leftarrow \text{분모를 유리화}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) \leftarrow \text{약분}$$

$$= \sqrt{1}+1 = 2 \leftarrow \text{극한값}$$

(2) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(x-9)(\sqrt{x}+3)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{1}{\sqrt{x}+3}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{9}+3} = \frac{1}{6}$$

(3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2-16)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} (x+4)(\sqrt{x}+2)$$

$$= (4+4) \times (\sqrt{4}+2) = 32$$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\sqrt{x+1})(1+\sqrt{x+1})}{x(1+\sqrt{x+1})}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(1+\sqrt{x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{1+\sqrt{x+1}}$$

$$= \frac{-1}{1+\sqrt{0+1}} = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
(5) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+3}+2} = \frac{1}{4} \\
(6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(\sqrt{x^2+5}-3)(\sqrt{x^2+5}+3)}{(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+5}+3} \\
&= \frac{-2-2}{\sqrt{(-2)^2+5}+3} = -\frac{2}{3} \\
(7) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{x+5}-2} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(\sqrt{x+5}+2)}{(\sqrt{x+5}-2)(\sqrt{x+5}+2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(\sqrt{x+5}+2)}{x+1} \\
&= \lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{x+5}+2) \\
&= \sqrt{-1+5}+2=4 \\
(8) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+6}-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-9)(\sqrt{x+6}+3)}{(\sqrt{x+6}-3)(\sqrt{x+6}+3)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x-3)(\sqrt{x+6}+3)}{x-3} \\
&= \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)(\sqrt{x+6}+3) \\
&= (3+3) \times (\sqrt{3+6}+3) = 36 \\
(9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x})(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x})}{2x(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x(\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{4+0}+\sqrt{4-0}} = \frac{1}{4} \\
(10) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+9}-\sqrt{10}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+9}+\sqrt{10})}{(\sqrt{x+9}-\sqrt{10})(\sqrt{x+9}+\sqrt{10})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x+9}+\sqrt{10})}{x-1} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x+9}+\sqrt{10}) \\
&= \sqrt{1+9}+\sqrt{10}=2\sqrt{10}
\end{aligned}$$

37 답 (1) 4 (2) 2 (3) $\frac{3}{2}$ (4) $-\frac{3}{2}$
(5) 2 (6) 4 (7) -3 (8) 2

풀이 (1) 분자, 분모를 x 로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{1-\frac{1}{x}} = \frac{4}{1-0} = 4$$

(2) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-1}{x^2+3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{3}{x}} = \frac{2-0}{1+0} = 2$$

(3) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2x+8}{2x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+\frac{2}{x}+\frac{8}{x^2}}{2+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}} = \frac{3+0+0}{2+0-0} = \frac{3}{2}$$

(4) 분자, 분모를 x^3 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-9x^3}{6x^3-2x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3}-9}{6-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}} = \frac{0-9}{6-0+0} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

(5) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(6x-1)(x+2)}{3x^2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(6-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}\right)}{3+\frac{1}{x}} = \frac{6 \times 1}{3} = 2$$

(6) 분자, 분모를 x^3 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-7)(8x^2+3)}{4x^3+x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(2-\frac{7}{x}\right)\left(8+\frac{3}{x^2}\right)}{4+\frac{1}{x}} = \frac{2 \times 8}{4} = 4$$

(7) 분자, 분모를 x 로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2+3}-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3}{\sqrt{1+\frac{3}{x^2}}-\frac{1}{x}} = \frac{-3}{\sqrt{1+0}-0} = -3$$

(8) 분자, 분모를 x 로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2-5x}-7}{x-6} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4-\frac{5}{x}}-\frac{7}{x}}{1-\frac{6}{x}} = \frac{\sqrt{4-0}-0}{1-0} = 2$$

38 답 (1) 0 (2) 0 (3) 0 (4) 0 (5) 0

풀이 (1) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{2x^2+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}{2+\frac{1}{x^2}} = \frac{0+0}{2+0} = 0$$

(2) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-2x}{3x^2+x-6} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{x^2}-\frac{2}{x}}{3+\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}} \\ &= \frac{0-0}{3+0-0}=0\end{aligned}$$

(3) 분자, 분모를 x^3 으로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+4x+4}{7x^3+x^2-1} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3}}{7+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^3}} \\ &= \frac{0+0+0}{7+0-0}=0\end{aligned}$$

(4) 분자, 분모를 x^3 으로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2}{x(x+2)(x-3)} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}+\frac{2}{x^3}}{1 \times \left(1+\frac{2}{x}\right)\left(1-\frac{3}{x}\right)} \\ &= \frac{0+0}{1 \times 1 \times 1}=0\end{aligned}$$

(5) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+x-1}}{x^2-2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{2}{x^2}} \\ &= \frac{\sqrt{0+0-0}}{1-0}=0\end{aligned}$$

39 답 (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) ∞ (4) $-\infty$ (5) ∞

풀이 (1) 분자, 분모를 x 로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4x}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-4}{1+\frac{2}{x}} = \infty$$

(2) 분자, 분모를 x 로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2+\frac{1}{x}}{\frac{3}{x}-1} = -\infty$$

(3) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3+x^2-2}{2x^2-x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+1-\frac{2}{x^2}}{2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = \infty$$

(4) 분자, 분모를 x^2 으로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{(1-x)(3x-1)} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+\frac{1}{x}}{\left(\frac{1}{x}-1\right)\left(3-\frac{1}{x}\right)} = -\infty\end{aligned}$$

(5) 분자, 분모를 x 로 나누면

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-16}{\sqrt{x^2-1}+2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-\frac{16}{x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}}} = \infty\end{aligned}$$

40 답 (1) ∞ (2) ∞ (3) $-\infty$ (4) ∞ (5) ∞

풀이 (1) 최고차항 x^2 으로 묶으면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2-2x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1-\frac{2}{x}\right) = \infty$$

(2) 최고차항 x^3 으로 묶으면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3+x^2-5x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(1+\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}\right) = \infty$$

(3) 최고차항 x^3 으로 묶으면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1-3x^2-4x^3) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \left(\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x}-4\right) = -\infty$$

(4) 최고차항 x^4 으로 묶으면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x^4-8x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \left(1-\frac{8}{x^3}\right) = \infty$$

(5) 최고차항 x^4 으로 묶으면

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-3+x^2+2x^4) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \left(-\frac{3}{x^4}+\frac{1}{x^2}+2\right) = \infty$$

41 답 (1) $-\frac{3}{2}$ (2) 1 (3) 0 (4) $-\frac{7}{2}$

(5) 0 (6) 0 (7) -2 (8) $\frac{5}{2}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-3x}-x) \leftarrow \infty - \infty$ 꼴

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2-3x}-x)(\sqrt{x^2-3x}+x)}{\sqrt{x^2-3x}+x}$$

$\leftarrow$ 분모를 1로 보고 유리화

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2-3x}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3}{\sqrt{1-\frac{3}{x}}+1}$$

$\leftarrow$ 분모의 최고차항 x 로
분자, 분모를 나눈다.

$$= \frac{-3}{\sqrt{1-0}+1} = -\frac{3}{2}$$

$\leftarrow$ 극한값

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x}-x)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x}-x)(\sqrt{x^2+2x}+x)}{\sqrt{x^2+2x}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{1+0}+1} = 1$$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-10}-x)$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2-10}-x)(\sqrt{x^2-10}+x)}{\sqrt{x^2-10}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-10}{\sqrt{x^2-10}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-10}{\sqrt{1-\frac{10}{x^2}}+1}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{1-0}+1} = 0$$

$$\begin{aligned}
(4) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 7x + 1} - x) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 7x + 1} - x)(\sqrt{x^2 - 7x + 1} + x)}{\sqrt{x^2 - 7x + 1} + x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x + 1}{\sqrt{x^2 - 7x + 1} + x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{7}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1} \\
&= \frac{-7 + 0}{\sqrt{1 - 0 + 0} + 1} = -\frac{7}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(5) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+6} - \sqrt{x}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+6} - \sqrt{x})(\sqrt{x+6} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+6} + \sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{\sqrt{x+6} + \sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{36}{x}}}{\sqrt{1 + \frac{6}{x}} + 1} \\
&= \frac{0}{\sqrt{1+0}+1} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x}}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} \\
&= \frac{0}{\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0}} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(7) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x})(\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x})}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4}{\sqrt{1 - \frac{2}{x}} + \sqrt{1 + \frac{2}{x}}} \\
&= \frac{-4}{\sqrt{1-0} + \sqrt{1+0}} \\
&= -2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+5} - \sqrt{x}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+5} - \sqrt{x})(\sqrt{x+5} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \times 1}{\sqrt{1 + \frac{5}{x}} + 1} \\
&= \frac{5}{\sqrt{1+0}+1} \\
&= \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

42 답 (1) 2 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) -2 (4) $\frac{1}{3}$ (5) 1

$$\begin{aligned}
\text{풀이 (1)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x} - x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} + x}{(\sqrt{x^2 + x} - x)(\sqrt{x^2 + x} + x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} + x}{x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1 \right) \\
&= \sqrt{1+0} + 1 = 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + x}{(\sqrt{x^2 - 4x} - x)(\sqrt{x^2 - 4x} + x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x} + x}{-4x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + 1}{-4} \\
&= \frac{\sqrt{1-0}+1}{-4} = -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} + x}{(\sqrt{x^2 - x + 1} - x)(\sqrt{x^2 - x + 1} + x)} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} + x}{-x + 1} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1}{-1 + \frac{1}{x}} \\
&= \frac{\sqrt{1-0+0}+1}{-1+0} = -2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 3x})(\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 3x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 3x}}{6x} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{6} \\
&= \frac{\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0}}{6} = \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+2} - \sqrt{x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x+2} - \sqrt{x})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1}{2 \times 1} \\
&= \frac{\sqrt{1+0}+1}{2} = 1
\end{aligned}$$

43 답 (1) -1 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $-\frac{1}{9}$ (4) -2 (5) $\frac{1}{6}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x+1} - 1 \right) \leftarrow \infty \times 0$ 꼴
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \times \frac{-x}{x+1} \right) \leftarrow \frac{1}{x+1} - 1$ 을 통분
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x+1} \leftarrow$ 약분
 $= \frac{-1}{0+1} = -1 \leftarrow$ 극한값

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+2} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} \times \frac{x}{2(x+2)} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(x+2)}$
 $= \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$

(3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{3} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \left\{ \frac{1}{x+1} \times \frac{x+1}{3(x-2)} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{3(x-2)}$
 $= \frac{1}{3 \times (-1-2)} = -\frac{1}{9}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ 1 - \frac{1}{(x-1)^2} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} \times \frac{x(x-2)}{(x-1)^2} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{(x-1)^2}$
 $= \frac{-2}{(0-1)^2} = -2$

(5) $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) \left(\frac{1}{x^2-9} - 1 \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ (x-3) \times \frac{-x^2+10}{x^2-9} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ (x-3) \times \frac{-x^2+10}{(x+3)(x-3)} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2+10}{x+3}$
 $= \frac{-3^2+10}{3+3} = \frac{1}{6}$

44 답 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{8}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \right) \leftarrow \infty \times 0$ 꼴
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})}{\sqrt{x}} \leftarrow 1 - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ 을 통분
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})} \leftarrow$ 유리화
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x + \sqrt{x^2+x}}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}} \leftarrow$ 분모의 최고차항 x 로
 $\quad \quad \quad$ 분자, 분모를 나눈다.
 $= \frac{-1}{1 + \sqrt{1}} = -\frac{1}{2} \leftarrow$ 극한값

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(\sqrt{x^2+1} - x)}{\sqrt{x^2+1}}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(\sqrt{x^2+1} - x)(\sqrt{x^2+1} + x)}{\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x^2+1} + x)}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}(\sqrt{x^2+1} + x)}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1 \right)}$
 $= \frac{1}{\sqrt{1} \times (\sqrt{1} + 1)} = \frac{1}{2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sqrt{2-x}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} \times \frac{x}{\sqrt{2}(\sqrt{2-x})} \right\}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{2-x})}$
 $= \frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} \left(\frac{1}{\sqrt{x+4}} - \frac{1}{2} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} \times \frac{2 - \sqrt{x+4}}{2\sqrt{x+4}} \right)$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x\sqrt{x+4}}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - \sqrt{x+4})(2 + \sqrt{x+4})}{x\sqrt{x+4}(2 + \sqrt{x+4})}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x\sqrt{x+4}(2 + \sqrt{x+4})}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{x+4}(2 + \sqrt{x+4})}$
 $= \frac{-1}{\sqrt{4} \times (2 + \sqrt{4})} = -\frac{1}{8}$

45 답 (1) 8 (2) 1 (3) 5

풀이 (1) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow -2} (x+2) = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow -2} (4x+a) = 0$ 에서
 $-8+a=0$
 $\therefore a=8$

(2) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^2+3x+1) = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow -1} (ax+1) = 0$ 에서
 $-a+1=0$
 $\therefore a=1$

(3) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2-ax+6) = 0$ 에서
 $9-3a+6=0$
 $\therefore a=5$

46 답 (1) $b = -a - 1$ (2) $a = 1, b = -2$

풀이 (1) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow -1} (x-1)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+ax+b)=0 \text{에서}$$

$$1+a+b=0 \quad \therefore b=-a-1$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax+b}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+ax-a-1}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+a+1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} (x+a+1)$$

$$= a+2=3$$

$$\therefore a=1$$

$a=1$ 을 $b=-a-1$ 에 대입하면

$$b=-1-1=-2$$

47 **답** (1) $a=-2, b=-2$ (2) $a=7, b=6$

(3) $a=2\sqrt{2}, b=4$ (4) $a=1, b=-2$

풀이 (1) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} (ax+b)=0 \text{에서}$$

$$-a+b=0 \quad \therefore b=a$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{ax+b}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{ax+a}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{a(x+1)}{x+1}$$

$$= a=-2$$

$$\therefore a=-2, b=-2$$

(2) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2+x-2)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -2} (2x^2+ax+b)=0 \text{에서}$$

$$8-2a+b=0 \quad \therefore b=2a-8$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+ax+b}{x^2+x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+ax+2a-8}{x^2+x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x^2-4)+a(x+2)}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2(x+2)(x-2)+a(x+2)}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x+a-4)}{(x+2)(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+a-4}{x-1}$$

$$= \frac{a-8}{-3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a=7$$

$a=7$ 을 $b=2a-8$ 에 대입하면

$$b=2 \times 7 - 8 = 6$$

(3) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} (a\sqrt{x+1}-b)=0 \text{에서}$$

$$\sqrt{2}a-b=0 \quad \therefore b=\sqrt{2}a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+1}-b}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+1}-\sqrt{2}a}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(\sqrt{x+1}-\sqrt{2})(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})}{(x-1)(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a}{\sqrt{x+1}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{a}{2\sqrt{2}} = 1$$

$$\therefore a=2\sqrt{2}$$

$a=2\sqrt{2}$ 를 $b=\sqrt{2}a$ 에 대입하면

$$b=\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4$$

(4) 극한값이 존재하고, $\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+1}-\sqrt{3})=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} (ax+b)=0 \text{에서}$$

$$2a+b=0 \quad \therefore b=-2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax+b}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax-2a}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x-2)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{3})(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x-2)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} a(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})$$

$$= 2a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a=1$$

$a=1$ 을 $b=-2a$ 에 대입하면

$$b=-2$$

48 **답** (1) 4 (2) -6 (3) 3

풀이 (1) 극한값 $\frac{1}{4} \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-a)=0 \text{에서}$$

$$4-a=0 \quad \therefore a=4$$

(2) 극한값 $\frac{1}{5} \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2-x+a)=0 \text{에서}$$

$$9-3+a=0 \quad \therefore a=-6$$

(3) 극한값 $1 \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2+ax+2)=0 \text{에서}$$

$$1-a+2=0 \quad \therefore a=3$$

49 **답** (1) $b=3a-9$ (2) $a=-1, b=-12$

풀이 (1) 극한값 $-\frac{1}{7} \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow -3} (x+3)=0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -3} (x^2+ax+b)=0 \text{에서}$$

$$9-3a+b=0 \quad \therefore b=3a-9$$

$$\begin{aligned}
(2) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2+ax+3a-9} \\
&= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{(x^2-9)+a(x+3)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{(x+3)(x+a-3)} \\
&= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x+a-3} \\
&= \frac{1}{a-6} = -\frac{1}{7} \\
\therefore a &= -1 \\
a = -1 \text{을 } b &= 3a-9 \text{에 대입하면} \\
b &= 3 \times (-1) - 9 = -12
\end{aligned}$$

- 50 **답** (1) $a=2, b=-8$ (2) $a=4, b=6$
(3) $a=2, b=2$ (4) $a=6, b=-2$

풀이 (1) 극한값 $\frac{1}{6} \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 2} (x^2+ax+b) &= 0 \text{에서} \\
4+2a+b &= 0 \quad \therefore b = -2a-4 \\
\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+ax+b} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2+ax-2a-4} \\
&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x^2-4)+a(x-2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+a+2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+a+2} \\
&= \frac{1}{a+4} = \frac{1}{6} \\
\therefore a &= 2 \\
a = 2 \text{를 } b &= -2a-4 \text{에 대입하면} \\
b &= -2 \times 2 - 4 = -8
\end{aligned}$$

(2) 극한값 $\frac{1}{4} \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2-1) = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+ax-b) &= 0 \text{에서} \\
2+a-b &= 0 \quad \therefore b = a+2 \\
\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2+ax-b} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{2x^2+ax-a-2} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{2(x^2-1)+a(x-1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(2x+a+2)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{2x+a+2} \\
&= \frac{2}{a+4} = \frac{1}{4} \\
\therefore a &= 4 \\
a = 4 \text{를 } b &= a+2 \text{에 대입하면} \\
b &= 6
\end{aligned}$$

(3) 극한값 $1 \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 1} (a\sqrt{x}-b) &= 0 \text{에서} \\
a-b &= 0 \quad \therefore b = a \\
\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{a\sqrt{x}-b} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{a\sqrt{x}-a} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{a(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{a(x-1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}+1}{a} \\
&= \frac{2}{a} = 1 \\
\therefore a &= 2, b = 2
\end{aligned}$$

(4) 극한값 $4 \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow -2} (x+2) = 0$ 이므로

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x+a}+b) &= 0 \text{에서} \\
\sqrt{-2+a}+b &= 0 \quad \therefore b = -\sqrt{-2+a} \\
\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}+b} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x+a}-\sqrt{-2+a}} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(\sqrt{x+a}+\sqrt{-2+a})}{(\sqrt{x+a}-\sqrt{-2+a})(\sqrt{x+a}+\sqrt{-2+a})} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(\sqrt{x+a}+\sqrt{-2+a})}{x+2} \\
&= \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x+a}+\sqrt{-2+a}) \\
&= 2\sqrt{-2+a} = 4 \\
\therefore a &= 6 \\
a = 6 \text{을 } b &= -\sqrt{-2+a} \text{에 대입하면} \\
b &= -\sqrt{-2+6} = -2
\end{aligned}$$

- 51 **답** (1) $f(x) = 8x+10$ (2) $f(x) = -3x+10$
(3) $f(x) = -x-4$ (4) $f(x) = 2x-1$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x+1} = 4$ 에서 $f(x)$ 는

$$\begin{aligned}
&\text{일차항의 계수가 8인 일차함수이다.} \\
f(x) &= 8x+a \text{ (} a \text{는 상수)로 놓을 수 있으므로} \\
\lim_{x \rightarrow -1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -1} (8x+a) = -8+a \\
\text{즉, } -8+a &= 2 \text{이므로 } a = 10 \\
\therefore f(x) &= 8x+10
\end{aligned}$$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{-6x+9} = \frac{1}{2}$ 에서 $f(x)$ 는

$$\begin{aligned}
&\text{일차항의 계수가 } -3 \text{인 일차함수이다.} \\
f(x) &= -3x+a \text{ (} a \text{는 상수)로 놓을 수 있으므로} \\
\lim_{x \rightarrow 2} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2} (-3x+a) = -6+a \\
\text{즉, } -6+a &= 4 \text{이므로 } a = 10 \\
\therefore f(x) &= -3x+10
\end{aligned}$$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x-3} = -1$ 에서 $f(x)$ 는
 일차항의 계수가 -1 인 일차함수이다.
 $f(x) = -x + a$ (a 는 상수)로 놓을 수 있으므로
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (-x + a) = -4 + a$
 즉, $-4 + a = -8$ 이므로 $a = -4$
 $\therefore f(x) = -x - 4$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{8x-5} = \frac{1}{4}$ 에서 $f(x)$ 는
 일차항의 계수가 2 인 일차함수이다.
 $f(x) = 2x + a$ (a 는 상수)로 놓을 수 있으므로
 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} (2x + a) = -6 + a$
 즉, $-6 + a = -7$ 이므로 $a = -1$
 $\therefore f(x) = 2x - 1$

52 답 (1) $f(x) = 2x^2 - 8$ (2) $f(x) = 9x^2 + 27x + 18$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + x + 2} = 2$ 에서 $f(x)$ 는
 이차항의 계수가 2 인 이차함수이다.
 또, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 8$ 에서 극한값이 존재하고
 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ 에서
 $f(2) = 0$
 $f(x) = 2(x-2)(x+a)$ (a 는 상수)로 놓으면
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x+a)}{x-2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} 2(x+a) = 4 + 2a$
 즉, $4 + 2a = 8$ 이므로 $a = 2$
 $\therefore f(x) = 2(x-2)(x+2) = 2x^2 - 8$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^2 - x + 1} = 3$ 에서 $f(x)$ 는
 이차항의 계수가 9 인 이차함수이다.
 또, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{5x^2 - 2x - 7} = -\frac{3}{4}$ 에서 극한값이 존재하고
 $\lim_{x \rightarrow -1} (5x^2 - 2x - 7) = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0$ 에서
 $f(-1) = 0$
 $f(x) = 9(x+1)(x+a)$ (a 는 상수)로 놓으면
 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{5x^2 - 2x - 7} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9(x+1)(x+a)}{(x+1)(5x-7)}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{9(x+a)}{5x-7}$
 $= -\frac{3(a-1)}{4}$
 즉, $-\frac{3(a-1)}{4} = -\frac{3}{4}$ 이므로 $a = 2$
 $\therefore f(x) = 9(x+1)(x+2) = 9x^2 + 27x + 18$

53 답 (1) 5 (2) 5 (3) 5

풀이 (3) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x+3) = 5$, $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2+4) = 5$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$

54 답 (1) 2 (2) 2 (3) 2

풀이 (3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{x}\right) = 2$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$

55 답 (1) 5 (2) 2 (3) 3 (4) $\frac{1}{4}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-3}{x+2} = 5$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+2}{x+1} = 5$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+1}{x^2+2} = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+6}{x} = 2$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2}{x^2} = 3$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2+x+2}{3x^2} = 3$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{4x^2+2} = \frac{1}{4}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3}{4x^2+1} = \frac{1}{4}$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{4}$

01 답 -5

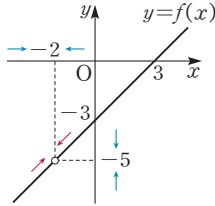
풀이 $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 2}$ 으로 놓으면 $x \neq -2$ 일 때

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = \frac{(x + 2)(x - 3)}{x + 2} = x - 3$$

이므로 $y = f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} = -5$$

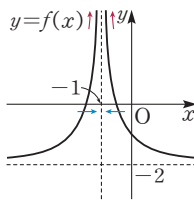


02 답 ∞

풀이 $f(x) = \frac{1}{|x + 1|} - 2$ 로 놓으면

$y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{|x + 1|} - 2 \right) = \infty$$



03 답 -3

풀이 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1 - 2 = -3$$

04 답 존재하지 않는다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } f(x) &= \frac{x^2 - 4}{|x + 2|} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{|x + 2|} \\ &= \begin{cases} x - 2 & (x > -2) \\ -x + 2 & (x < -2) \end{cases} \end{aligned}$$

이므로 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는

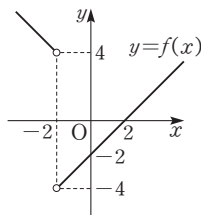
오른쪽 그림과 같다.

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -4$$

따라서 $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

이므로 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ 의 값은 존재하지 않는다.



05 답 5

풀이 $f(x) = t$ 로 놓으면

$x \rightarrow 0^-$ 일 때, $t \rightarrow 1^-$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 1^-} g(t) = 3$$

$g(x) = s$ 로 놓으면

$x \rightarrow -1$ 일 때, $s \rightarrow 0^+$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(g(x)) = \lim_{s \rightarrow 0^+} f(s) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} g(f(x)) + \lim_{x \rightarrow -1} f(g(x)) = 3 + 2 = 5$$

06 답 -2

$$\text{풀이 } \lim_{x \rightarrow 2} \{6f(x)g(x) - f(x)\}$$

$$= 6 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 2} g(x) - \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$= 6 \times (-2) \times \frac{1}{3} - (-2) = -2$$

07 답 $\frac{4}{3}$

$$\text{풀이 } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 5)(x - 3)}{(x + 3)(x - 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 5}{x + 3}$$

$$= \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

08 답 12

$$\text{풀이 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 8} - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(\sqrt{x + 8} + 3)}{(\sqrt{x + 8} - 3)(\sqrt{x + 8} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)(\sqrt{x + 8} + 3)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(\sqrt{x + 8} + 3)$$

$$= (1 + 1) \times (\sqrt{1 + 8} + 3) = 12$$

09 답 -3

$$\begin{aligned} \text{풀이 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^2 + 1}{(2x - 1)(x + 3)} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6 + \frac{1}{x^2}}{\left(2 - \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{3}{x}\right)} \\ &= -\frac{6}{2 \times 1} = -3 \end{aligned}$$

10 답 3

$$\begin{aligned} \text{풀이 } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 - x + 2}}{x + 2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x}}}{1 + \frac{2}{x}} \\ &= \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

11 답 2

$$\text{풀이 } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x - 1} - x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 4x - 1} - x)(\sqrt{x^2 + 4x - 1} + x)}{\sqrt{x^2 + 4x - 1} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 + 4x - 1} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}} + 1}$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

12 답 $-\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{4} \right\} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} \times \frac{-x^2 - 4x}{4(x+2)^2} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} \times \frac{-x(x+4)}{4(x+2)^2} \right\} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x-4}{4(x+2)^2} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

13 답 -54

풀이 극한값이 존재하고 $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 1) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 + ax - b) = 0 \text{에서 } 3 - a - b = 0$$

$$\therefore b = -a + 3$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + ax - b}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + ax + a - 3}{x^2 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3(x^2 - 1) + a(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(3x+a-3)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+a-3}{x-1} \\ &= \frac{a-6}{-2} = 6 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -6$$

$a = -6$ 을 $b = -a + 3$ 에 대입하면

$$b = -(-6) + 3 = 9$$

$$\therefore ab = -6 \times 9 = -54$$

14 답 -2

풀이 극한값 $\frac{3}{4} \neq 0$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x^2 + a} + b) = 0 \text{에서 } \sqrt{8+a} + b = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{8+a}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x^2 + a} + b} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x^2 + a} - \sqrt{8+a}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{2x^2 + a} + \sqrt{8+a})}{(\sqrt{2x^2 + a} - \sqrt{8+a})(\sqrt{2x^2 + a} + \sqrt{8+a})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{2x^2 + a} + \sqrt{8+a})}{2x^2 - 8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(\sqrt{2x^2 + a} + \sqrt{8+a})}{2(x+2)(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + a} + \sqrt{8+a}}{2(x+2)} \\ &= \frac{\sqrt{8+a} + \sqrt{8+a}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{8+a}}{4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1$$

$a = 1$ 을 $b = -\sqrt{8+a}$ 에 대입하면

$$b = -\sqrt{8+1} = -3$$

$$\therefore a+b = 1 + (-3) = -2$$

15 답 8

풀이 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2 + 4x + 3} = 1$ 에서 $f(x)$ 는

이차항의 계수가 2인 이차함수이다.

또, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = -6$ 에서 극한값이 존재하고,

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) = 0 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 0 \text{에서}$$

$$f(-1) = 0$$

$f(x) = 2(x+1)(x+a)$ (a 는 상수)로 놓으면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2(x+1)(x+a)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} 2(x+a) \\ &= 2(a-1) \end{aligned}$$

$$\text{즉, } 2(a-1) = -6 \text{이므로 } a = -2$$

따라서 $f(x) = 2(x+1)(x-2)$ 이므로

$$f(3) = 2 \times 4 \times 1 = 8$$

16 답 2

풀이 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x}{x^2 + 1} = 2$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x + 1}{2x^2 + 1} = 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

01 답 (1) 불연속, $\perp$ (2) 연속 (3) 불연속, $\neg$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이고 그 이유는 $\perp$ 이다.

(2) $f(1)=2$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)=2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

(3) 함숫값 $f(1)$ 이 정의되지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이고 그 이유는 $\neg$ 이다.

02 답 (1) 연속 (2) 연속 (3) 불연속 (4) 불연속 (5) 불연속

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 2x) = 0$, $f(0) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (-3x + 4) = 4$, $f(0) = 4$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

(3) 함숫값 $f(0)$ 이 정의되지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$$

이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 의 값이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (-x^2 + 1) = 1$, $f(0) = -1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 불연속이다.

03 답 (1) 연속 (2) 연속 (3) 불연속 (4) 연속 (5) 불연속

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3) = 4$, $f(1) = 4$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x+2} = \sqrt{3}$, $f(1) = \sqrt{3}$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

(3) 함숫값 $f(1)$ 이 정의되지 않으므로 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

(4) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} |x+1| = 2$, $f(1) = 2$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned} (5) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3 \end{aligned}$$

$$f(1) = 2 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

04 답 (1) -2 (2) 10 (3) 7

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=-1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (x-1) = -2 \end{aligned}$$

$$\therefore k = -2$$

(2) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=2$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 6) = 10$$

$$\therefore k = 10$$

(3) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=3$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+4)(x-3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x+4) = 7 \end{aligned}$$

$$\therefore k = 7$$

05 답 (1) $a=-2$, $b=3$ (2) $a=4$, $b=6$

$$(3) a = -2, b = \frac{1}{4}$$

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=2$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + a}{x - 2} = b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 에서 극한값이 존재하고 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + a) = 0 \text{에서}$$

$$4 - 2 + a = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 3$$

(2) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - 5}{x - 1} = b \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

㉠에서 극한값이 존재하고 $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + ax - 5) = 0 \text{에서}$$

$$1 + a - 5 = 0 \quad \therefore a = 4$$

$a = 4$ 를 ㉠에 대입하면

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+5)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+5) = 6 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 6$$

- (3) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이려면 $x=0$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}+a}{x^2} = b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

㉠에서 극한값이 존재하고 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x^2+4}+a) = 0 \text{에서}$$

$$2 + a = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 ㉠에 대입하면

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2+4}-2)(\sqrt{x^2+4}+2)}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2(\sqrt{x^2+4}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+4}+2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore b = \frac{1}{4}$$

06 답 (1) $(1, 4]$ (2) $[-2, 3]$ (3) $(-\infty, 5)$ (4) $[-3, \infty)$

07 답 (1) $[1, \infty)$ (2) $(-\infty, \infty)$

(3) $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$ (4) $[-2, 2]$

풀이 (1) $x-1 \geq 0$ 에서 $x \geq 1$

즉, 정의역은 $\{x | x \geq 1\}$ 이므로 구간의 기호로 나타내면 $[1, \infty)$ 이다.

(2) 정의역은 실수 전체의 집합이므로 구간의 기호로 나타내면 $(-\infty, \infty)$ 이다.

(3) 정의역은 $x \neq -1$ 인 실수 전체의 집합이므로 구간의 기호로 나타내면 $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$ 이다.

(4) $4-x^2 \geq 0$ 에서 $-2 \leq x \leq 2$

즉, 정의역은 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 이므로 구간의 기호로 나타내면 $[-2, 2]$ 이다.

08 답 (1) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ (2) $(-\infty, \infty)$

(3) $(-\infty, \infty)$ (4) $(-\infty, 9]$

(5) $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

(6) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 는 $x \neq 0$ 인 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ 이다.

(2) 함수 $f(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, \infty)$ 이다.

(3) 함수 $f(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, \infty)$ 이다.

(4) $9-x \geq 0$ 에서 $x \leq 9$

즉, 함수 $f(x)$ 는 $x \leq 9$ 인 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, 9]$ 이다.

(5) 함수 $f(x)$ 는 $x \neq 2$ 인 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ 이다.

(6) $x^2-1 \neq 0$ 에서 $x \neq \pm 1$

즉, 함수 $f(x)$ 는 $x \neq \pm 1$ 인 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$ 이다.

09 답 (1) -3 (2) 6 (3) -2 (4) -1

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이려면

$x = -2$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow -2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2+} f(x) = f(-2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2-} (x+1) = \lim_{x \rightarrow -2+} (x^2+x+a) = f(-2)$$

$$-1 = 2 + a \quad \therefore a = -3$$

(2) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이려면 $x=3$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 3-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = f(3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-} (a-x) = \lim_{x \rightarrow 3+} (2x-3) = f(3)$$

$$a-3 = 3 \quad \therefore a = 6$$

(3) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이려면 $x=-1$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = f(-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1-} (x^2-3x-1) = \lim_{x \rightarrow -1+} (ax+1) = f(-1)$$

$$3 = -a + 1 \quad \therefore a = -2$$

(4) 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이려면 $x=2$ 에서 연속이어야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} (x^2+ax+3) = \lim_{x \rightarrow 2+} (2x+1) = f(2)$$

$$4 + 2a + 3 = 5 \quad \therefore a = -1$$

10 답 (1) $\bigcirc$ (2) $\bigcirc$ (3) $\bigcirc$ (4) $\times$ (5) $\times$

풀이 (4) 유리함수는 분모가 0일 때 불연속이다.

즉, $g(a)=0$ 이면 불연속이므로 항상 연속이라고 할 수 없다.

(5) 유리함수는 분모가 0일 때 불연속이다.

즉, $f(a)=0$ 이면 불연속이므로 항상 연속이라고 할 수 없다.

11 답 (1) $(-\infty, \infty)$ (2) $(-\infty, \infty)$ (3) $(-\infty, \infty)$

(4) $(-\infty, 0) \cup (0, 4) \cup (4, \infty)$

풀이 (1) $f(x)+g(x) = (x^2-4x) + (x+3) = x^2-3x+3$

은 다항함수이므로 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, \infty)$ 이다.

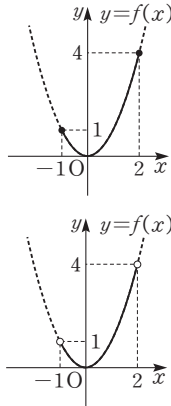
- (2) $2f(x) - 3g(x) = 2(x^2 - 4x) - 3(x + 3) = 2x^2 - 11x - 9$
 는 다항함수이므로 모든 실수에서 연속이다.
 따라서 연속인 구간은 $(-\infty, \infty)$ 이다.
- (3) $f(x)g(x) = (x^2 - 4x)(x + 3) = x^3 - x^2 - 12x$ 는 다항
 함수이므로 모든 실수에서 연속이다.
 따라서 연속인 구간은 $(-\infty, \infty)$ 이다.
- (4) $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x+3}{x^2-4x} = \frac{x+3}{x(x-4)}$
 은 유리함수이므로 $x \neq 0, x \neq 4$ 인 모든 실수에서 연속
 이다.
 따라서 연속인 구간은 $(-\infty, 0) \cup (0, 4) \cup (4, \infty)$ 이다.

12 답 (1) 최댓값: 3, 최솟값: 0 (2) 최댓값: 1, 최솟값은 없다.

- 풀이** (1) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이므로
 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 갖는다.
 따라서 $x=0$ 에서 최댓값 3, $x=-1$ 에서 최솟값 0을 갖
 는다.
- (2) 함수 $f(x)$ 는 반열린구간 $(1, 4]$ 에서 연속이지만 $x=1$
 은 구간에 속하지 않으므로 최솟값은 존재하지 않는다.
 따라서 $x=3$ 에서 최댓값 1을 갖고, 최솟값은 없다.

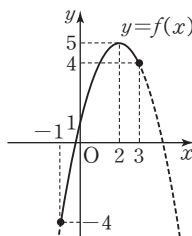
13 답 (1) 최댓값: 4, 최솟값: 0 (2) 최댓값은 없다., 최솟값: 0

- 풀이** (1) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간
 $[-1, 2]$ 에서 연속이므로 이 구간에
 서 최댓값과 최솟값을 갖는다.
 따라서 $x=2$ 에서 최댓값 4, $x=0$ 에
 서 최솟값 0을 갖는다.
- (2) 함수 $f(x)$ 는 열린구간 $(-1, 2)$ 에
 서 연속이지만 $x=2$ 는 구간에 속하
 지 않으므로 최댓값은 존재하지 않
 는다.
 따라서 최댓값은 없고, $x=0$ 에서 최
 솟값 0을 갖는다.

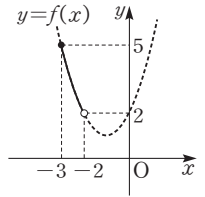


14 답 (1) 최댓값: 5, 최솟값: -4
 (2) 최댓값: 5, 최솟값은 없다.
 (3) 최댓값: 2, 최솟값: 1

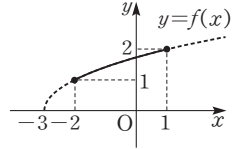
- 풀이** (1) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간
 $[-1, 3]$ 에서 연속이므로 이 구간
 에서 최댓값과 최솟값을 갖는다.
 따라서 $x=2$ 에서 최댓값 5,
 $x=-1$ 에서 최솟값 -4를 갖는다.



- (2) 함수 $f(x)$ 는 반닫힌구간
 $[-3, -2)$ 에서 연속이지만
 $x=-2$ 는 구간에 속하지 않으므
 로 최솟값은 존재하지 않는다.
 따라서 $x=-3$ 에서 최댓값 5를 갖
 고, 최솟값은 없다.



- (3) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간
 $[-2, 1]$ 에서 연속이므로 이
 구간에서 최댓값과 최솟값을
 갖는다.
 따라서 $x=1$ 에서 최댓값 2, $x=-2$ 에서 최솟값 1을 갖
 는다.



15 답 (가) 연속 (나) 연속 (다) 사잇값 정리

16 답 풀이 참조

- 풀이** 함수 $f(x) = x^2 + 2x - 1$ 은 모든 실수에서 연속이므로
 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이다.
 또, $f(0) \neq f(1)$ 이고 $f(0) < -\frac{1}{3} < f(1)$ 이므로 사잇값 정
 리에 의하여 $f(c) = -\frac{1}{3}$ 인 c 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 적어도
 하나 존재한다.

17 답 풀이 참조

- 풀이** 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6$ 은 모든 실수에서 연속이므
 로 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이다.
 또, $f(-1) \neq f(1)$ 이고 $f(-1) < 2 < f(1)$ 이므로 사잇값
 정리에 의하여 $f(c) = 2$ 인 c 가 열린구간 $(-1, 1)$ 에 적어
 도 하나 존재한다.

18 답 (가) < (나) 사잇값 정리 (다) 실근

19 답 풀이 참조

- 풀이** (1) $f(x) = x^2 - 6x + 2$ 라고 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구
 간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고
 $f(-1) = 9 > 0, f(1) = -3 < 0$ 이므로 $f(-1)f(1) < 0$
 따라서 사잇값 정리에 의하여 방정식 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 은
 열린구간 $(-1, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
- (2) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ 이라고 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간
 $[-1, 2]$ 에서 연속이고
 $f(-1) = -2 < 0, f(2) = 7 > 0$ 이므로 $f(-1)f(2) < 0$
 따라서 사잇값 정리에 의하여 방정식 $x^4 - 2x^2 - 1 = 0$ 은
 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

01 답 불연속

풀이 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1,$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x-1} = 1$

이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 불연속이다.

02 답 12

풀이 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=2$ 에서 연속이어야 하므로

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

즉, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 8}{x - 2} = b \quad \dots\dots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 에서 극한값이 존재하고 $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) = 0$ 이므로

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - 8) = 0$ 에서

$4 + 2a - 8 = 0$

$\therefore a = 2$

$a=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+4)(x-2)}{x-2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2} (x+4)$

$= 6 = b$

$\therefore ab = 2 \times 6 = 12$

03 답 $(-\infty, 3]$

풀이 $3-x \geq 0$ 에서 $x \leq 3$

즉, 함수 $f(x)$ 는 $x \leq 3$ 인 모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, 3]$ 이다.

04 답 1

풀이 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 연속이라면 $x=-1$ 에서 연속이어야 하므로

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1)$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} (bx+2) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2+a) = f(-1)$

$-b+2=1+a$

$\therefore a+b=1$

05 답 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

풀이 $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2x^2+9x-5}{2x-1}$ 는 유리함수이므로 $x \neq \frac{1}{2}$ 인

모든 실수에서 연속이다.

따라서 연속인 구간은 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$ 이다.

06 답 $\frac{4}{3}$

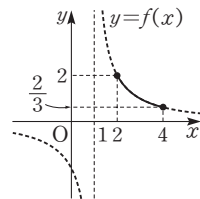
풀이 닫힌구간 $[2, 4]$ 에서 함수 $f(x)$

는 연속이므로 $x=2$ 에서 최댓값 2,

$x=4$ 에서 최솟값 $\frac{2}{3}$ 를 갖는다.

따라서 $a=2, b=\frac{2}{3}$ 이므로

$a-b = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$



07 답 풀이 참조

풀이 $f(x) = x^3 - 7x + 3$ 이라고 하면 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간

$[2, 3]$ 에서 연속이고 $f(2) = -3 < 0, f(3) = 9 > 0$ 이므로

$f(2)f(3) < 0$

따라서 사잇값 정리에 의하여 방정식 $x^3 - 7x + 3 = 0$ 은 열린구간 $(2, 3)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

08 답 1

풀이 $f(x) = x^3 + 2x - 2$ 라고 하면

$f(-1) = -5 < 0, f(0) = -2 < 0, f(1) = 1 > 0,$

$f(2) = 10 > 0, f(3) = 31 > 0$

이므로 $f(0)f(1) < 0$

따라서 사잇값 정리에 의하여 방정식 $x^3 + 2x - 2 = 0$ 은 열린구간 $(0, 1)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

II

미분

II-1 | 미분계수와 도함수

047-061쪽

01 답 (1) 2 (2) 3 (3) 3 (4) $h+2$ (5) $2a+\Delta x$

$$\text{풀이 (1)} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(-3)}{5 - (-3)} \\ = \frac{25-9}{8} = 2$$

$$(2) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(1)}{2-1} \\ = \frac{4-1}{1} = 3$$

$$(3) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} \\ = \frac{16-1}{5} = 3$$

$$(4) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1+h) - f(1)}{(1+h) - 1} \\ = \frac{(1+h)^2 - 1}{h} \\ = \frac{h^2 + 2h}{h} = h + 2$$

$$(5) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{(a+\Delta x) - a} \\ = \frac{(a+\Delta x)^2 - a^2}{\Delta x} \\ = \frac{2a\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = 2a + \Delta x$$

02 답 (1) -2 (2) 8 (3) -4 (4) 1 (5) -18

$$\text{풀이 (1)} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} \\ = \frac{-3-5}{4} = -2$$

$$(2) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(1)}{2-1} \\ = \frac{10-2}{1} = 8$$

$$(3) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} \\ = \frac{5-13}{2} = -4$$

$$(4) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} \\ = \frac{-3 - (-8)}{5} = 1$$

$$(5) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(2)}{3-2} \\ = \frac{-24 - (-6)}{1} = -18$$

03 답 (1) 2 (2) -1 (3) -1 (4) 4

$$\text{풀이 (1)} f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1) - 1}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

$$\text{다른 풀이 1} f'(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} \\ = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2\Delta x + 1) - 1}{\Delta x} \\ = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2\Delta x}{\Delta x} = 2$$

$$\text{다른 풀이 2} f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2h+1) - 1}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = 2$$

$$(2) f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2}x^2 - (-\frac{1}{2})}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{2}(x+1)(x-1)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ -\frac{1}{2}(x+1) \right\} = -1$$

$$(3) f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2-3x) - (-2)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$$

$$(4) f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3+x+4) - 6}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x-1} \\ = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+x+2) = 4$$

04 답 (1) -1 (2) -12 (3) -2 (4) -23

$$\text{풀이 (1)} f'(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(-x+5) - 7}{x - (-2)} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-(x+2)}{x+2} = -1$$

$$(2) f'(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 12}{x+2} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x+2)(x-2)}{x+2} \\ = \lim_{x \rightarrow -2} 3(x-2) = -12$$

$$\begin{aligned}
 (3) f'(-2) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 + 2x) - 0}{x + 2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x(x+2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} x = -2 \\
 (4) f'(-2) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(-2x^3 + x - 1) - 13}{x + 2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(-2x^2 + 4x - 7)}{x + 2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -2} (-2x^2 + 4x - 7) = -23
 \end{aligned}$$

05 답 (1) 2 (2) -10 (3) -5 (4) 2 (5) 3

풀이 (1) 점 (1, 4)에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(1+h)^2 + 3\} - 4}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2) = 2
 \end{aligned}$$

(2) 점 (-1, 5)에서의 접선의 기울기는 $f'(-1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(-1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(-1+h)^2 - 5}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h^2 - 10h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (5h - 10) = -10
 \end{aligned}$$

(3) 점 (2, -2)에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$ 와 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-2(2+h)^2 + 3(2+h)\} - (-2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h^2 - 5h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (-2h - 5) = -5
 \end{aligned}$$

(4) 점 (0, 2)에서의 접선의 기울기는 $f'(0)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-h^2 + 2h + 2) - 2}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 + 2h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (-h + 2) = 2
 \end{aligned}$$

(5) 점 (-1, -7)에서의 접선의 기울기는 $f'(-1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(-1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(-1+h)^3 - 6\} - (-7)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 - 3h^2 + 3h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 - 3h + 3) = 3
 \end{aligned}$$

06 답 (1) 3 (2) 2 (3) 4

풀이 (1) 직선 PQ의 기울기는 x 의 값이 1에서 2까지 변할 때의 평균변화율과 같으므로

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} \\
 &= \frac{3 - 0}{1} = 3
 \end{aligned}$$

(2) 점 P(1, 0)에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(1+h)^2 - 1\} - 0}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (h + 2) = 2
 \end{aligned}$$

(3) 점 Q(2, 3)에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$ 와 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(2+h)^2 - 1\} - 3}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (h + 4) = 4
 \end{aligned}$$

07 답 (1) 1 (2) -8 (3) 1

풀이 (1) 직선 PQ의 기울기는 x 의 값이 -2에서 1까지 변할 때의 평균변화율과 같으므로

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} \\
 &= \frac{3 - 0}{3} = 1
 \end{aligned}$$

(2) 점 P(-2, 0)에서의 접선의 기울기는 $f'(-2)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(-2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-(-2+h)^3 + 4(-2+h)\} - 0}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^3 + 6h^2 - 8h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (-h^2 + 6h - 8) = -8
 \end{aligned}$$

(3) 점 Q(1, 3)에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$ 과 같으므로

$$\begin{aligned}
 f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-(1+h)^3 + 4(1+h)\} - 3}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^3 - 3h^2 + h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (-h^2 - 3h + 1) = 1
 \end{aligned}$$

08 답 (1) $2f'(a)$ (2) $-3f'(a)$ (3) $2f'(a)$ (4) 0

풀이 (1) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h}$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{2h} \times 2 \\
 &= 2f'(a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-3h) - f(a)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-3h) - f(a)}{-3h} \times (-3) \\
 &= -3f'(a) \\
 (3) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h) - f(a)}{2h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+4h) - f(a)}{4h} \times 2 \\
 &= 2f'(a) \\
 (4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h^2) - f(a)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a+h^2) - f(a)}{h^2} \times h \right\} \\
 &= f'(a) \times 0 = 0
 \end{aligned}$$

09 답 (1) 6 (2) -4

$$\begin{aligned}
 \text{풀이} \quad (1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{3h} \times 3 \\
 &= 3f'(1) \\
 &= 3 \times 2 = 6 \\
 (2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-6h) - f(1)}{3h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-6h) - f(1)}{-6h} \times (-2) \\
 &= -2f'(1) \\
 &= -2 \times 2 = -4
 \end{aligned}$$

10 답 (1) 15 (2) 3

$$\begin{aligned}
 \text{풀이} \quad (1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+5h) - f(2)}{-h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+5h) - f(2)}{5h} \times (-5) \\
 &= -5f'(2) \\
 &= -5 \times (-3) = 15 \\
 (2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-4h) - f(2)}{4h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-4h) - f(2)}{-4h} \times (-1) \\
 &= -f'(2) \\
 &= -(-3) = 3
 \end{aligned}$$

11 답 (1) $2f'(a)$ (2) $f'(a)$

$$\begin{aligned}
 \text{풀이} \quad (1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a) + f(a) - f(a-h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a+h) - f(a)}{h} - \frac{f(a-h) - f(a)}{h} \right\} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a+h) - f(a)}{h} + \frac{f(a-h) - f(a)}{-h} \right\} \\
 &= f'(a) + f'(a) \\
 &= 2f'(a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a+2h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a) + f(a) - f(a+2h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a+3h) - f(a)}{h} - \frac{f(a+2h) - f(a)}{h} \right\} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a+3h) - f(a)}{3h} \times 3 - \frac{f(a+2h) - f(a)}{2h} \times 2 \right\} \\
 &= 3f'(a) - 2f'(a) \\
 &= f'(a)
 \end{aligned}$$

12 답 (1) -16 (2) 2

$$\begin{aligned}
 \text{풀이} \quad (1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-3h) - f(1+h)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-3h) - f(1) + f(1) - f(1+h)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(1-3h) - f(1)}{h} - \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right\} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(1-3h) - f(1)}{-3h} \times (-3) - \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \right\} \\
 &= -3f'(1) - f'(1) \\
 &= -4f'(1) \\
 &= -4 \times 4 = -16 \\
 (2) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1-2h)}{2h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1) + f(1) - f(1-2h)}{2h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(1-h) - f(1)}{2h} - \frac{f(1-2h) - f(1)}{2h} \right\} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{f(1-2h) - f(1)}{-2h} \right\} \\
 &= -\frac{1}{2}f'(1) + f'(1) \\
 &= \frac{1}{2}f'(1) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 = 2
 \end{aligned}$$

참고 미분계수를 이용한 극한값의 계산

$$\begin{aligned}
 ① \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a)}{h} &= mf'(a) \\
 ② \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a+nh)}{h} &= (m-n)f'(a)
 \end{aligned}$$

13 답 (1) 1 (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 4 (5) 2

$$\begin{aligned}
 \text{풀이} \quad (1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \times \frac{1}{x+1} \right\} \\
 &= \frac{1}{2}f'(1) \\
 &= \frac{1}{2} \times 2 = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x^2 + x + 1} \right\} \\
 &= \frac{1}{3} f'(1) \\
 &= \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\sqrt{x}) - f(1)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(\sqrt{x}) - f(1)}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x}+1)} \right\} \\
 &= \frac{1}{4} f'(1) \\
 &= \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^2) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{f(x^2) - f(1)}{x^2 - 1} \times (x+1) \right\} \\
 &= 2f'(1) \\
 &= 2 \times 2 = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{f(x) - f(1)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{x - 1}{f(x) - f(1)} \times (x+1)(x^2+1) \right\} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{1}{f(x) - f(1)} \times (x+1)(x^2+1) \right\} \\
 &= \frac{4}{f'(1)} \\
 &= \frac{4}{2} = 2
 \end{aligned}$$

참고 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x^n) - f(a^n)}{x - a}$

$\Rightarrow x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + x^{n-2}a + \cdots + xa^{n-2} + a^{n-1})$
 임을 이용한다.

14 **답** (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{5}{8}$ (4) 20 (5) $\frac{32}{3}$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x^2 - 4}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{1}{x + 2} \right\}$$

$$= \frac{1}{4} f'(2)$$

$$= \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x^3 - 8} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \right\} \\
 &= \frac{1}{12} f'(2) \\
 &= \frac{1}{12} \times 3 = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 16} &= \lim_{x \rightarrow 4} \left\{ \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \times \frac{1}{x + 4} \right\} \\
 &= \frac{1}{8} f'(4) \\
 &= \frac{1}{8} \times 5 = \frac{5}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x^2) - 2}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{f(x^2) - f(4)}{x^2 - 4} \times (x + 2) \right\} \\
 &= 4f'(4) \\
 &= 4 \times 5 = 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{f(x) - 1} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{x - 2}{f(x) - f(2)} \times (x + 2)(x^2 + 4) \right\} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{1}{f(x) - f(2)} \times (x + 2)(x^2 + 4) \right\} \\
 &= \frac{32}{f'(2)} = \frac{32}{3}
 \end{aligned}$$

15 **답** (1) $f(a) - af'(a)$ (2) $2af(a) - a^2f'(a)$

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(x)}{x - a}$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(a) - af(a) + af(a) - af(x)}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(a)(x - a) - a\{f(x) - f(a)\}}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \left\{ f(a) - a \times \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right\}$$

$$= f(a) - af'(a)$$

(2) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2f(a) - a^2f(x)}{x - a}$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2f(a) - a^2f(a) + a^2f(a) - a^2f(x)}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(a)(x^2 - a^2) - a^2\{f(x) - f(a)\}}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \left\{ f(a)(x + a) - a^2 \times \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right\}$$

$$= 2af(a) - a^2f'(a)$$

참고 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^mf(x^n) - x^mf(a^n)}{x - a}$

$\Rightarrow$ 분자에 $a^mf(a^n)$ 을 빼고 더해 두 조각을 낸다.

16 **답** (1) -10 (2) -33

풀이 (1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{xf(3) - 3f(x)}{x - 3}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{xf(3) - 3f(3) + 3f(3) - 3f(x)}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3)(x - 3) - 3\{f(x) - f(3)\}}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ f(3) - 3 \times \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \right\}$$

$$= f(3) - 3f'(3)$$

$$= -1 - 3 \times 3 = -10$$

$$\begin{aligned}
 (2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 f(3) - 9f(x)}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 f(3) - 9f(3) + 9f(3) - 9f(x)}{x-3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3)(x^2 - 9) - 9\{f(x) - f(3)\}}{x-3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \left\{ f(3)(x+3) - 9 \times \frac{f(x) - f(3)}{x-3} \right\} \\
 &= 6f(3) - 9f'(3) \\
 &= 6 \times (-1) - 9 \times 3 = -33
 \end{aligned}$$

17 답 (1) × (2) × (3) ○

풀이 (1) $x=a$ 에서 연속이 아니므로 $x=a$ 에서 미분가능하지 않다.

(2) $x=a$ 에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 꺾여있으므로 $x=a$ 에서 미분가능하지 않다.

18 답 (1) 연속이지만 미분가능하지 않다.

(2) 연속이지만 미분가능하지 않다.

(3) 연속이고 미분가능하다.

풀이 (1) (i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$, $f(0) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned}
 (ii) \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{|x| - 0}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{-x}{x} = -1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{|x| - 0}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x}{x} = 1
 \end{aligned}$$

이므로 $f'(0)$ 이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

(2) (i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (|x| - x) = 0$, $f(0) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned}
 (ii) \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{(|x| - x) - 0}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{-x - x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{-2x}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0-} (-2) = -2,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{(|x| - x) - 0}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x - x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0+} 0 = 0
 \end{aligned}$$

이므로 $f'(0)$ 이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

(3) (i) $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0-} 0 = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0+} x^2 = 0$,
 $f(0) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned}
 (ii) \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{0}{x} = 0, \\
 \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{f(x) - f(0)}{x-0} &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x^2 - 0}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0+} x = 0
 \end{aligned}$$

이므로 $f'(0)$ 이 존재한다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이고 미분가능하다.

19 답 (1) $a=10$, $b=-5$ (2) $a=2$, $b=0$

(3) $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{1}{2}$ (4) $a=5$, $b=-7$

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이고 미분계수 $f'(1)$ 이 존재한다.

(i) $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} 5x^2 = \lim_{x \rightarrow 1+} (ax+b) = f(1)$$

$$\therefore a+b=5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(ii) 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{5x^2 - 5}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{5(x+1)(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1-} 5(x+1) = 10, \\
 \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(ax+b) - (a+b)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{a(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} a = a
 \end{aligned}$$

에서 $a=10$

$a=10$ 을 ①에 대입하면 $b=-5$

(2) 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이고 미분계수 $f'(1)$ 이 존재한다.

(i) $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} (x^2 - b) = \lim_{x \rightarrow 1+} (ax-1) = f(1)$$

$$1-b=a-1$$

$$\therefore a+b=2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(ii) 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x^2 - b) - (1-b)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1-} (x+1) = 2, \\
 \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{(ax-1) - (a-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{a(x-1)}{x-1} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1+} a = a
 \end{aligned}$$

에서 $a=2$

$a=2$ 를 ①에 대입하면 $b=0$

(3) 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이고 미분계수 $f'(1)$ 이 존재한다.

(i) $x=1$ 에서 연속이므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} (2x^2 + bx) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax^3 + 1) = f(1) \\ 2 + b &= a + 1 \\ \therefore a - b &= 1 \quad \dots\dots \textcircled{7}\end{aligned}$$

(ii) 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(2x^2 + bx) - (2 + b)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2(x+1)(x-1) + b(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \{2(x+1) + b\} = 4 + b, \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(ax^3 + 1) - (a + 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x-1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} a(x^2 + x + 1) = 3a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{에서 } 4 + b &= 3a \\ \therefore 3a - b &= 4 \quad \dots\dots \textcircled{8}\end{aligned}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면

$$a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

(4) 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이고 미분계수 $f'(1)$ 이 존재한다.

(i) $x=1$ 에서 연속이므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - 4) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 + ax^2 + bx) = f(1) \\ -1 &= 1 + a + b \\ \therefore a + b &= -2 \quad \dots\dots \textcircled{7}\end{aligned}$$

(ii) 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(3x^2 - 4) - (-1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x+1)(x-1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} 3(x+1) = 6,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^3 + ax^2 + bx) - (1 + a + b)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1) + a(x+1)(x-1) + b(x-1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \{(x^2 + x + 1) + a(x+1) + b\} = 3 + 2a + b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{에서 } 6 &= 3 + 2a + b \\ \therefore 2a + b &= 3 \quad \dots\dots \textcircled{8}\end{aligned}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 5, b = -7$$

- 20** 답 (1) $f'(x) = 2$ (2) $f'(x) = 0$
(3) $f'(x) = 2x - 1$ (4) $f'(x) = -3x^2$

풀이 (1) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{2(x+h) + 1\} - (2x+1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2\end{aligned}$$

(2) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 - 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 0 = 0\end{aligned}$$

(3) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^2 - (x+h)\} - (x^2 - x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 1) = 2x - 1\end{aligned}$$

(4) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-(x+h)^3 - (-x^3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3x^2h - 3xh^2 - h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (-3x^2 - 3xh - h^2) = -3x^2\end{aligned}$$

- 21** 답 (1) $f'(x) = -2x$ (2) -2

풀이 (1) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-(x+h)^2 + 3\} - (-x^2 + 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2xh - h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (-2x - h) = -2x\end{aligned}$$

(2) $x=1$ 에서의 미분계수는 $f'(1)$ 과 같고,
 함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = -2x$ 이므로
 $f'(1) = -2 \times 1 = -2$

- 22** 답 (1) -5 (2) 9 (3) 12

풀이 (1) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$\begin{aligned}&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-5(x+h) + 2\} - (-5x + 2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-5h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (-5) = -5\end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는
 $f'(2) = -5$

$$\begin{aligned}
 (2) f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{2(x+h)^2 + (x+h)\} - (2x^2 + x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4xh + 2h^2 + h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (4x + 2h + 1) = 4x + 1
 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 4 \times 2 + 1 = 9$$

$$\begin{aligned}
 (3) f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^3 - 6\} - (x^3 - 6)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2
 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 3 \times 2^2 = 12$$

23 답 (1) $y' = 3x^2$ (2) $y' = 5x^4$ (3) $y' = 8x^7$
 (4) $y' = 10x^9$ (5) $y' = 26x^{25}$

풀이 (1) $y' = 3x^{3-1} = 3x^2$

(2) $y' = 5x^{5-1} = 5x^4$

(3) $y' = 8x^{8-1} = 8x^7$

(4) $y' = 10x^{10-1} = 10x^9$

(5) $y' = 26x^{26-1} = 26x^{25}$

24 답 (1) $y' = 0$ (2) $y' = 0$ (3) $y' = 0$ (4) $y' = 0$

25 답 (1) $y' = -15x^2$ (2) $y' = 4x^5$
 (3) $y' = 2$ (4) $y' = -4$
 (5) $y' = 12x$ (6) $y' = -2x + 5$
 (7) $y' = 3x^2 - 4x$ (8) $y' = 6x^2 - 8x + 3$
 (9) $y' = 4x^3 + 6x$ (10) $y' = -4x^3 - 14x + 2$
 (11) $y' = 10x^4 - 9x^2 - 10x$ (12) $y' = -15x^4 + 16x + 2$

풀이 (1) $y' = (-5x^3)' = -5 \times (x^3)' = -5 \times 3x^2 = -15x^2$

(2) $y' = \frac{2}{3} \times 6x^5 = 4x^5$

(3) $y' = (2x)' + (7)' = 2 \times (x)' + (7)' = 2 \times 1 + 0 = 2$

(4) $y' = -4 \times 1 + 0 = -4$

(5) $y' = 6 \times 2x - 0 = 12x$

(6) $y' = -1 \times 2x + 5 \times 1 + 0 = -2x + 5$

(7) $y' = 3x^2 - 2 \times 2x = 3x^2 - 4x$

(8) $y' = 2 \times 3x^2 - 4 \times 2x + 3 \times 1 + 0$
 $= 6x^2 - 8x + 3$

(9) $y' = 4x^3 + 3 \times 2x = 4x^3 + 6x$

(10) $y' = -1 \times 4x^3 - 7 \times 2x + 2 \times 1 - 0$
 $= -4x^3 - 14x + 2$

(11) $y' = 2 \times 5x^4 - 3 \times 3x^2 - 5 \times 2x$
 $= 10x^4 - 9x^2 - 10x$

(12) $y' = -3 \times 5x^4 + 8 \times 2x + 2 \times 1 - 0$
 $= -15x^4 + 16x + 2$

26 답 (1) $y' = x^3 + x^2 + x - 1$ (2) $y' = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2$

풀이 (1) $y' = \frac{1}{4} \times 4x^3 + \frac{1}{3} \times 3x^2 + \frac{1}{2} \times 2x - 1$
 $= x^3 + x^2 + x - 1$

(2) $y' = \frac{4}{5} \times 5x^4 - \frac{3}{4} \times 4x^3 + \frac{2}{3} \times 3x^2$
 $= 4x^4 - 3x^3 + 2x^2$

27 답 (1) 6 (2) -1 (3) 5 (4) 16

풀이 (1) 함수 $3f(x)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수는
 $3f'(1) = 3 \times 2 = 6$

(2) 함수 $f(x) + g(x)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수는
 $f'(1) + g'(1) = 2 + (-3) = -1$

(3) 함수 $f(x) - g(x)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수는
 $f'(1) - g'(1) = 2 - (-3) = 5$

(4) 함수 $2f(x) - 4g(x)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수는
 $2f'(1) - 4g'(1) = 2 \times 2 - 4 \times (-3) = 16$

28 답 (1) $y' = 15x^2 - 10x - 3$

(2) $y' = 12x - 7$

(3) $y' = -30x^4 - 8x^3$

(4) $y' = 4x^3 - 3x^2 + 16x - 6$

(5) $y' = 10x^4 - 12x^3 - 8x + 6$

(6) $y' = 7x^6 - 16x^3 - 3x^2$

풀이 (1) $y' = (x-1)'(5x^2-3) + (x-1)(5x^2-3)'$
 $= 1 \times (5x^2-3) + (x-1) \times 10x$
 $= 15x^2 - 10x - 3$

(2) $y' = (2x-5)'(3x+4) + (2x-5)(3x+4)'$
 $= 2 \times (3x+4) + (2x-5) \times 3$
 $= 12x - 7$

(3) $y' = (-2x^3)'(3x^2+x) + (-2x^3)(3x^2+x)'$
 $= -6x^2 \times (3x^2+x) - 2x^3 \times (6x+1)$
 $= -30x^4 - 8x^3$

(4) $y' = (x^2+6)'(x^2-x+2) + (x^2+6)(x^2-x+2)'$
 $= 2x \times (x^2-x+2) + (x^2+6)(2x-1)$
 $= 4x^3 - 3x^2 + 16x - 6$

(5) $y' = (2x^2-3x)'(x^3-2) + (2x^2-3x)(x^3-2)'$
 $= (4x-3)(x^3-2) + (2x^2-3x) \times 3x^2$
 $= 10x^4 - 12x^3 - 8x + 6$

(6) $y' = (x^3-4)'(x^4-1) + (x^3-4)(x^4-1)'$
 $= 3x^2 \times (x^4-1) + (x^3-4) \times 4x^3$
 $= 7x^6 - 16x^3 - 3x^2$

29 답 (1) $y' = 15x^2 - 4x - 13$

(2) $y' = 18x^2 + 38x + 1$

(3) $y' = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

(4) $y' = 8x^3 - 3x^2 - 14x + 2$

(5) $y' = 12x^3 + 21x^2 + 14$

(6) $y' = 5x^4 - 1$

풀이 (1) $y' = (x+1)'(x-2)(5x+3)$
 $+ (x+1)(x-2)'(5x+3)$
 $+ (x+1)(x-2)(5x+3)'$
 $= 1 \times (x-2)(5x+3) + (x+1) \times 1 \times (5x+3)$
 $+ (x+1)(x-2) \times 5$
 $= (5x^2 - 7x - 6) + (5x^2 + 8x + 3)$
 $+ 5(x^2 - x - 2)$
 $= 15x^2 - 4x - 13$

(2) $y' = (2x-1)'(x+3)(3x+2)$
 $+ (2x-1)(x+3)'(3x+2)$
 $+ (2x-1)(x+3)(3x+2)'$
 $= 2(x+3)(3x+2) + (2x-1) \times 1 \times (3x+2)$
 $+ (2x-1)(x+3) \times 3$
 $= 2(3x^2 + 11x + 6) + (6x^2 + x - 2) + 3(2x^2 + 5x - 3)$
 $= 18x^2 + 38x + 1$

(3) $y' = (x)'(x^2+1)(x-1) + x(x^2+1)'(x-1)$
 $+ x(x^2+1)(x-1)'$
 $= 1 \times (x^2+1)(x-1) + x \times 2x \times (x-1)$
 $+ x(x^2+1) \times 1$
 $= (x^3 - x^2 + x - 1) + (2x^3 - 2x^2) + (x^3 + x)$
 $= 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

(4) $y' = (x^2-2)'(x+1)(2x-3) + (x^2-2)(x+1)'(2x-3)$
 $+ (x^2-2)(x+1)(2x-3)'$
 $= 2x \times (x+1)(2x-3) + (x^2-2) \times 1 \times (2x-3)$
 $+ (x^2-2)(x+1) \times 2$
 $= 2x(2x^2 - x - 3) + (2x^3 - 3x^2 - 4x + 6)$
 $+ 2(x^3 + x^2 - 2x - 2)$
 $= 8x^3 - 3x^2 - 14x + 2$

(5) $y' = (3x-2)'(x+3)(x^2+2)$
 $+ (3x-2)(x+3)'(x^2+2)$
 $+ (3x-2)(x+3)(x^2+2)'$
 $= 3 \times (x+3)(x^2+2) + (3x-2) \times 1 \times (x^2+2)$
 $+ (3x-2)(x+3) \times 2x$
 $= 3(x^3 + 3x^2 + 2x + 6) + (3x^3 - 2x^2 + 6x - 4)$
 $+ 2x(3x^2 + 7x - 6)$
 $= 12x^3 + 21x^2 + 14$

(6) $y' = (x^2+1)'(x+1)(x^2-x) + (x^2+1)(x+1)'(x^2-x)$
 $+ (x^2+1)(x+1)(x^2-x)'$
 $= 2x \times (x+1)(x^2-x) + (x^2+1) \times 1 \times (x^2-x)$
 $+ (x^2+1)(x+1)(2x-1)$
 $= 2x(x^3 - x) + (x^4 - x^3 + x^2 - x)$
 $+ (2x^4 + x^3 + x^2 + x - 1)$
 $= 5x^4 - 1$

30 **답** (1) $y' = 9(3x-1)^2$

(2) $y' = 5(x+2)^4$

(3) $y' = -8(-2x+5)^3$

(4) $y' = 4x^3 - 6x^2 + 6x - 2$

(5) $y' = 4x^3 - 12x^2 + 32x - 24$

풀이 (1) $y' = 3(3x-1)^2(3x-1)'$
 $= 3(3x-1)^2 \times 3$
 $= 9(3x-1)^2$

(2) $y' = 5(x+2)^4(x+2)'$
 $= 5(x+2)^4 \times 1$
 $= 5(x+2)^4$

(3) $y' = 4(-2x+5)^3(-2x+5)'$
 $= 4(-2x+5)^3 \times (-2)$
 $= -8(-2x+5)^3$

(4) $y' = 2(x^2-x+1)(x^2-x+1)'$
 $= 2(x^2-x+1)(2x-1)$
 $= 4x^3 - 6x^2 + 6x - 2$

(5) $y' = 2(x^2-2x+6)(x^2-2x+6)'$
 $= 2(x^2-2x+6)(2x-2)$
 $= 4x^3 - 12x^2 + 32x - 24$

31 **답** (1) 13 (2) 5 (3) -1 (4) 3 (5) 27 (6) 4

풀이 (1) $f'(x) = 6x + 1$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 6 \times 2 + 1 = 13$$

(2) $f'(x) = 3x^2 - 7$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 3 \times 2^2 - 7 = 5$$

(3) $f'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 - \frac{3}{2} \times 2x + 1$
 $= x^2 - 3x + 1$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 2^2 - 3 \times 2 + 1 = -1$$

(4) $f'(x) = (2x+1)'(x-3) + (2x+1)(x-3)'$
 $= 2 \times (x-3) + (2x+1) \times 1$
 $= 4x - 5$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 4 \times 2 - 5 = 3$$

(5) $f'(x) = (x)'(2x-1)(x+1) + x(2x-1)'(x+1)$
 $+ x(2x-1)(x+1)'$
 $= 1 \times (2x-1)(x+1) + x \times 2 \times (x+1)$
 $+ x(2x-1) \times 1$

$$= (2x^2 + x - 1) + (2x^2 + 2x) + (2x^2 - x)$$

$$= 6x^2 + 2x - 1$$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 6 \times 2^2 + 2 \times 2 - 1 = 27$$

(6) $f'(x) = 4(x-1)^3(x-1)'$
 $= 4(x-1)^3 \times 1$
 $= 4(x-1)^3$

따라서 $x=2$ 에서의 미분계수는

$$f'(2) = 4 \times (2-1)^3 = 4$$

32 **답** (1) -10 (2) 10 (3) -7 (4) -13 (5) 8 (6) -2

풀이 (1) $f'(x) = -10x$

$$\therefore f'(1) = -10 \times 1 = -10$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad f'(x) &= 12x^2 + 2x \\
 \therefore f'(-1) &= 12 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) = 10 \\
 (3) \quad f'(x) &= \frac{1}{4} \times 4x^3 - 3 \times 3x^2 + \frac{1}{2} \times 2x \\
 &= x^3 - 9x^2 + x \\
 \therefore f'(1) &= 1^3 - 9 \times 1^2 + 1 = -7 \\
 (4) \quad f'(x) &= (2x^2 - x)'(-x+1) + (2x^2 - x)(-x+1)' \\
 &= (4x-1)(-x+1) + (2x^2 - x) \times (-1) \\
 &= (-4x^2 + 5x - 1) - (2x^2 - x) \\
 &= -6x^2 + 6x - 1 \\
 \therefore f'(2) &= -6 \times 2^2 + 6 \times 2 - 1 = -13 \\
 (5) \quad f'(x) &= 4(2x-3)^3(2x-3)' \\
 &= 4(2x-3)^3 \times 2 \\
 &= 8(2x-3)^3 \\
 \therefore f'(2) &= 8 \times (2 \times 2 - 3)^3 = 8 \\
 (6) \quad f'(x) &= 2(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 1)' \\
 &= 2(x^2 + 3x + 1)(2x + 3) \\
 &= 4x^3 + 18x^2 + 22x + 6 \\
 \therefore f'(-1) &= 4 \times (-1)^3 + 18 \times (-1)^2 + 22 \times (-1) + 6 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

33 답 (1) $-3x+5$ (2) $5x-4$ (3) $9x+7$

풀이 (1) $x^6 - 3x^3 + 4$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$x^6 - 3x^3 + 4 = (x-1)^2 Q(x) + ax + b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$a + b = 2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$6x^5 - 9x^2 = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면 $a = -3$

$a = -3$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = 5$

따라서 구하는 나머지는 $-3x+5$ 이다.

(2) $x^{10} - x^5 + 1$ 을 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$x^{10} - x^5 + 1 = (x-1)^2 Q(x) + ax + b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$a + b = 1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$10x^9 - 5x^4 = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x) + a$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면 $a = 5$

$a = 5$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = -4$

따라서 구하는 나머지는 $5x-4$ 이다.

(3) $x^9 - 1$ 을 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$x^9 - 1 = (x+1)^2 Q(x) + ax + b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$-a + b = -2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$9x^8 = 2(x+1)Q(x) + (x+1)^2 Q'(x) + a$$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면 $a = 9$

$a=9$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b=7$

따라서 구하는 나머지는 $9x+7$ 이다.

34 답 (1) $a=-7, b=6$ (2) $a=-2, b=16$

(3) $a=-4, b=16$

풀이 (1) $x^7 + ax + b$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면

$$x^7 + ax + b = (x-1)^2 Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 + a + b = 0$$

$$\therefore a + b = -1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$7x^6 + a = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x)$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$7 + a = 0 \quad \therefore a = -7$$

$a = -7$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = 6$

(2) $x^{10} + ax^3 + bx + 13$ 을 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면

$$x^{10} + ax^3 + bx + 13 = (x+1)^2 Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$1 - a - b + 13 = 0$$

$$\therefore a + b = 14 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$10x^9 + 3ax^2 + b = 2(x+1)Q(x) + (x+1)^2 Q'(x)$$

양변에 $x=-1$ 을 대입하면

$$-10 + 3a + b = 0$$

$$\therefore 3a + b = 10 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -2, b = 16$$

(3) $x^4 + ax^3 + bx - 16$ 을 $(x-2)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면

$$x^4 + ax^3 + bx - 16 = (x-2)^2 Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=2$ 을 대입하면

$$16 + 8a + 2b - 16 = 0$$

$$\therefore 4a + b = 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$4x^3 + 3ax^2 + b = 2(x-2)Q(x) + (x-2)^2 Q'(x)$$

양변에 $x=2$ 을 대입하면

$$32 + 12a + b = 0$$

$$\therefore 12a + b = -32 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -4, b = 16$$

01 답 -8

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} \\ &= \frac{-4 - 20}{3} = -8 \end{aligned}$$

02 답 1

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(-x^3 + 4x - 5) - (-8)}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(-x^2 + x + 3)}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (-x^2 + x + 3) \\ &= 1 \end{aligned}$$

03 답 10

풀이 점 (2, 8)에서의 접선의 기울기는 $f'(2)$ 와 같으므로

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{3(2+h)^2 - 2(2+h)\} - 8}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 10h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3h + 10) \\ &= 10 \end{aligned}$$

04 답 $6f'(a)$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-6h) - f(a)}{-h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-6h) - f(a)}{-6h} \times 6 \\ &= 6f'(a) \end{aligned}$$

05 답 -3

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3) + f(3) - f(3-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(3+2h) - f(3)}{h} - \frac{f(3-h) - f(3)}{h} \right\} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(3+2h) - f(3)}{2h} \times 2 + \frac{f(3-h) - f(3)}{-h} \right\} \\ &= 2f'(3) + f'(3) = 3f'(3) \\ &= 3 \times (-1) = -3 \end{aligned}$$

06 답 $-\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 2} &= \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \left\{ \frac{f(x) - f(\sqrt{2})}{x - \sqrt{2}} \times \frac{1}{x + \sqrt{2}} \right\} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} f'(\sqrt{2}) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

07 답 -8

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(1) - f(x)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(1) - f(1) + f(1) - f(x)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1)(x^2 - 1) - \{f(x) - f(1)\}}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ f(1)(x+1) - \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \right\} \\ &= 2f(1) - f'(1) \\ &= 2 \times (-3) - 2 = -8 \end{aligned}$$

08 답 연속이지만 미분가능하지 않다.

풀이 (i) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} |x^2 - 4| = 0$, $f(2) = 0$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{-(x^2 - 4) - 0}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{-(x+2)(x-2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2-} \{-(x+2)\} = -4, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{(x^2 - 4) - 0}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{(x+2)(x-2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2+} (x+2) = 4 \end{aligned}$$

이므로 $f'(2)$ 가 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

09 답 -1

풀이 함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 미분가능하면 $x=2$ 에서 연속이고 미분계수 $f'(2)$ 가 존재한다.

(i) $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2-} (3x^2 - 1) = \lim_{x \rightarrow 2+} (ax + b) = f(2)$$

$$\therefore 2a + b = 11$$

..... ㉠

(ii) 미분계수 $f'(2)$ 가 존재하므로

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{(3x^2 - 1) - 11}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{3x^2 - 12}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{3(x+2)(x-2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2-} 3(x+2) = 12, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{(ax + b) - (2a + b)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{a(x-2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2+} a = a \end{aligned}$$

에서 $a=12$

$a=12$ 를 ㉠에 대입하면 $b=-13$

$$\therefore a + b = 12 + (-13) = -1$$

10 답 (1) $f'(x) = -4x$ (2) $f'(x) = -4x$

풀이 (1) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{-2(x+h)^2 + 7\} - (-2x^2 + 7)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4xh - 2h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (-4x - 2h)$$

$$= -4x$$

 (2) $f'(x) = -2 \times 2x + 0$

$$= -4x$$

11 답 $y' = 20x^3 - 9x^2 + 12x - 4$

풀이 $y' = 5 \times 4x^3 - 3 \times 3x^2 + 6 \times 2x - 4 \times 1$

$$= 20x^3 - 9x^2 + 12x - 4$$

12 답 $y' = 12x(2x^2 - 3)^2$

풀이 $y' = 3(2x^2 - 3)^2(2x^2 - 3)'$

$$= 3(2x^2 - 3)^2 \times 4x$$

$$= 12x(2x^2 - 3)^2$$

13 답 1

풀이 $f'(x) = \frac{8}{3}x + 9$

따라서 $x = -3$ 에서의 미분계수는

$$f'(-3) = \frac{8}{3} \times (-3) + 9$$

$$= 1$$

14 답 15

풀이 $f'(x) = (5x^2 - 4x)'(x^3 + 1) + (5x^2 - 4x)(x^3 + 1)'$

$$= (10x - 4)(x^3 + 1) + (5x^2 - 4x) \times 3x^2$$

$$= (10x^4 - 4x^3 + 10x - 4) + (15x^4 - 12x^3)$$

$$= 25x^4 - 16x^3 + 10x - 4$$

$$\therefore f'(1) = 25 - 16 + 10 - 4$$

$$= 15$$

15 답 $-5x - 12$

풀이 $x^5 + 5x^2 - 11$ 을 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)라고 하면

$$x^5 + 5x^2 - 11 = (x+1)^2 Q(x) + ax + b \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-a + b = -7 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$5x^4 + 10x = 2(x+1)Q(x) + (x+1)^2 Q'(x) + a$$

 양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$5 - 10 = a \quad \therefore a = -5$$

 $a = -5$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = -12$
 따라서 구하는 나머지는 $-5x - 12$ 이다.

16 답 -4

풀이 $x^7 + ax^2 + bx + 2$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 하면

$$x^7 + ax^2 + bx + 2 = (x-1)^2 Q(x) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

 $\textcircled{1}$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 + a + b + 2 = 0$$

$$\therefore a + b = -3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

 $\textcircled{1}$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$7x^6 + 2ax + b = 2(x-1)Q(x) + (x-1)^2 Q'(x)$$

 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$7 + 2a + b = 0$$

$$\therefore 2a + b = -7 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -4, b = 1$$

$$\therefore ab = -4 \times 1 = -4$$

01 답 (1) $y = -2x - 1$ (2) $y = 2x + 5$ (3) $y = 4x$

풀이 (1) $f(x) = x^2 - 4x$ 로 놓으면

$$f'(x) = 2x - 4$$

이 곡선 위의 점 $(1, -3)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(1) = -2$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - (-3) = -2(x - 1)$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

(2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ 로 놓으면

$$f'(x) = -x$$

이 곡선 위의 점 $(-2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(-2) = 2$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 1 = 2\{x - (-2)\}$$

$$\therefore y = 2x + 5$$

(3) $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 3x$ 로 놓으면

$$f'(x) = -3x^2 - 4x + 3$$

이 곡선 위의 점 $(-1, -4)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(-1) = 4$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - (-4) = 4\{x - (-1)\}$$

$$\therefore y = 4x$$

02 답 (1) $y = \frac{1}{4}x + \frac{29}{4}$ (2) $y = \frac{1}{5}x - \frac{6}{5}$ (3) $y = -\frac{1}{3}x - 7$

풀이 (1) $f(x) = 2x^2 + 5$ 로 놓으면

$$f'(x) = 4x$$

이 곡선 위의 점 $(-1, 7)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(-1) = -4$$

이므로 이 접선에 수직인 직선의 기울기는

$$\frac{1}{4}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - 7 = \frac{1}{4}\{x - (-1)\}$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x + \frac{29}{4}$$

(2) $f(x) = -4x^2 + 3x$ 로 놓으면

$$f'(x) = -8x + 3$$

이 곡선 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(1) = -5$$

이므로 이 접선에 수직인 직선의 기울기는

$$\frac{1}{5}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = \frac{1}{5}(x - 1)$$

$$\therefore y = \frac{1}{5}x - \frac{6}{5}$$

(3) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 6$ 로 놓으면

$$f'(x) = x^2 + 2x$$

이 곡선 위의 점 $(-3, -6)$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(-3) = 3$ 이므로 이 접선에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-6) = -\frac{1}{3}\{x - (-3)\}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x - 7$$

03 답 (1) $(2, 3)$ (2) $y = -x + 5$

풀이 (1) $f(x) = -x^2 + 3x + 1$ 로 놓으면

$$f'(x) = -2x + 3$$

접점의 좌표를 $(a, -a^2 + 3a + 1)$ 이라고 하면 접선의 기울기가 -1 이므로

$$f'(a) = -2a + 3 = -1 \quad \therefore a = 2$$

따라서 $f(2) = 3$ 이므로 접점의 좌표는 $(2, 3)$ 이다.

(2) 곡선 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기가 -1 이므로 구하는 접선의 방정식은

$$y - 3 = -(x - 2)$$

$$\therefore y = -x + 5$$

04 답 (1) $(-1, -3), (1, 3)$ (2) $y = 5x + 2, y = 5x - 2$

풀이 (1) $f(x) = x^3 + 2x$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 + 2$$

접점의 좌표를 $(a, a^3 + 2a)$ 라고 하면 접선의 기울기가 5 이므로

$$f'(a) = 3a^2 + 2 = 5 \quad \therefore a = \pm 1$$

따라서 $f(-1) = -3, f(1) = 3$ 이므로 접점의 좌표는 $(-1, -3), (1, 3)$ 이다.

(2) $y - (-3) = 5\{x - (-1)\}, y - 3 = 5(x - 1)$

$$\therefore y = 5x + 2, y = 5x - 2$$

05 답 (1) $y = 3x - 2$ (2) $y = -2x - 5$

$$(3) y = -3x - 4 \quad (4) y = x - \frac{16}{3}, y = x + \frac{16}{3}$$

풀이 (1) $f(x) = 2x^2 - x$ 로 놓으면

$$f'(x) = 4x - 1$$

접점의 좌표를 $(a, 2a^2 - a)$ 라고 하면 접선의 기울기가 3 이므로

$$f'(a) = 4a - 1 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$f(1) = 1$ 이므로 접점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 1 = 3(x - 1)$$

$$\therefore y = 3x - 2$$

(2) $f(x) = x^2 + 2x - 1$ 로 놓으면

$$f'(x) = 2x + 2$$

접점의 좌표를 $(a, a^2 + 2a - 1)$ 이라고 하면 접선의 기울기가 -2 이므로

$$f'(a) = 2a + 2 = -2 \quad \therefore a = -2$$

$f(-2) = -1$ 이므로 접점의 좌표는 $(-2, -1)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - (-1) = -2\{x - (-2)\}$$

$$\therefore y = -2x - 5$$

(3) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

접점의 좌표를 $(a, a^3 - 3a^2 - 5)$ 라고 하면 접선의 기울기가 -3 이므로

$$f'(a) = 3a^2 - 6a = -3, a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a-1)^2 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$f(1) = -7$ 이므로 접점의 좌표는 $(1, -7)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - (-7) = -3(x - 1)$$

$$\therefore y = -3x - 4$$

(4) $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 5x$ 로 놓으면

$$f'(x) = -x^2 + 5$$

접점의 좌표를 $(a, -\frac{1}{3}a^3 + 5a)$ 라고 하면 접선의 기울기가 1 이므로

$$f'(a) = -a^2 + 5 = 1 \quad \therefore a = \pm 2$$

$$f(-2) = -\frac{22}{3}, f(2) = \frac{22}{3} \text{이므로 접점의 좌표는}$$

$$\left(-2, -\frac{22}{3}\right), \left(2, \frac{22}{3}\right) \text{이다.}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - \left(-\frac{22}{3}\right) = 1 \times \{x - (-2)\}, y - \frac{22}{3} = 1 \times (x - 2)$$

$$\therefore y = x - \frac{16}{3}, y = x + \frac{16}{3}$$

06 답 (1) 2 (2) $(-1, 2)$ (3) $y = 2x + 4$

풀이 (1) 직선 $2x - y + 3 = 0$ 에서

$$y = 2x + 3$$

이 직선에 평행한 접선의 기울기는 2 이다.

(2) $f(x) = x^2 + 4x + 5$ 로 놓으면 $f'(x) = 2x + 4$

접점의 좌표를 $(a, a^2 + 4a + 5)$ 라고 하면 접선의 기울기가 2 이므로

$$f'(a) = 2a + 4 = 2 \quad \therefore a = -1$$

따라서 $f(-1) = 2$ 이므로 접점의 좌표는 $(-1, 2)$ 이다.

(3) $y - 2 = 2\{x - (-1)\}$

$$\therefore y = 2x + 4$$

07 답 (1) $y = -x - 16$ (2) $y = -2x + 6$

(3) $y = 3x + 4, y = 3x$

풀이 (1) 직선 $y = -x + 3$ 에 평행한 접선의 기울기는 -1 이다.

$$f(x) = x^2 + 7x \text{로 놓으면}$$

$$f'(x) = 2x + 7$$

접점의 좌표를 $(a, a^2 + 7a)$ 라고 하면 접선의 기울기가 -1 이므로

$$f'(a) = 2a + 7 = -1 \quad \therefore a = -4$$

$f(-4) = -12$ 이므로 접점의 좌표는 $(-4, -12)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - (-12) = -\{x - (-4)\}$$

$$\therefore y = -x - 16$$

(2) 직선 $-2x - y + 9 = 0$ 에서

$$y = -2x + 9$$

이 직선에 평행한 접선의 기울기는 -2 이다.

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 \text{으로 놓으면}$$

$$f'(x) = -2x + 4$$

접점의 좌표를 $(a, -a^2 + 4a - 3)$ 이라고 하면 접선의 기울기가 -2 이므로

$$f'(a) = -2a + 4 = -2 \quad \therefore a = 3$$

$f(3) = 0$ 이므로 접점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 0 = -2(x - 3)$$

$$\therefore y = -2x + 6$$

(3) 직선 $y = 3x - 1$ 에 평행한 접선의 기울기는 3 이다.

$$f(x) = x^3 + 2 \text{로 놓으면}$$

$$f'(x) = 3x^2$$

접점의 좌표를 $(a, a^3 + 2)$ 라고 하면 접선의 기울기가 3 이므로

$$f'(a) = 3a^2 = 3 \quad \therefore a = \pm 1$$

$f(-1) = 1, f(1) = 3$ 이므로 접점의 좌표는 $(-1, 1), (1, 3)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 1 = 3\{x - (-1)\}, y - 3 = 3(x - 1)$$

$$\therefore y = 3x + 4, y = 3x$$

08 답 (1) 4 (2) $(2, 6)$ (3) $y = 4x - 2$

풀이 (1) 직선 $x + 4y - 2 = 0$ 에서

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$$

이 직선에 수직인 접선의 기울기는 4 이다.

(2) $f(x) = -x^2 + 8x - 6$ 으로 놓으면

$$f'(x) = -2x + 8$$

접점의 좌표를 $(a, -a^2 + 8a - 6)$ 이라고 하면 접선의 기울기가 4 이므로

$$f'(a) = -2a + 8 = 4 \quad \therefore a = 2$$

따라서 $f(2) = 6$ 이므로 접점의 좌표는 $(2, 6)$ 이다.

(3) $y - 6 = 4(x - 2)$

$$\therefore y = 4x - 2$$

09 답 (1) $y = -x + 2$ (2) $y = 3x - 16, y = 3x + 16$

풀이 (1) 직선 $y = x - 2$ 에 수직인 접선의 기울기는 -1 이다.

$$f(x) = x^2 - x + 2 \text{로 놓으면}$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

접점의 좌표를 $(a, a^2 - a + 2)$ 라고 하면 접선의 기울기가 -1 이므로

$$f'(a) = 2a - 1 = -1 \quad \therefore a = 0$$

$f(0) = 2$ 이므로 접점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y-2=-(x-0)$$

$$\therefore y=-x+2$$

(2) 직선 $x+3y-3=0$ 에서

$$y=-\frac{1}{3}x+1$$

이 직선에 수직인 접선의 기울기는 3이다.

$$f(x)=-x^3+15x \text{로 놓으면}$$

$$f'(x)=-3x^2+15$$

접점의 좌표를 $(a, -a^3+15a)$ 라고 하면 접선의 기울기가 3이므로

$$f'(a)=-3a^2+15=3 \quad \therefore a=\pm 2$$

$$f(-2)=-22, f(2)=22 \text{이므로 접점의 좌표는}$$

$$(-2, -22), (2, 22) \text{이다.}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y-(-22)=3\{x-(-2)\}, y-22=3(x-2)$$

$$\therefore y=3x-16, y=3x+16$$

10 **답** (1) $y=-x-3, y=3x-3$ (2) $y=2x+1, y=-2x+9$

$$(3) y=-7x, y=x$$

$$(4) y=3x-1$$

$$(5) y=x+1$$

풀이 (1) $f(x)=x^2+x-2$ 로 놓으면

$$f'(x)=2x+1$$

접점의 좌표를 (a, a^2+a-2) 라고 하면 접선의 기울기

는 $f'(a)=2a+1$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(a^2+a-2)=(2a+1)(x-a)$$

$$\therefore y=(2a+1)x-a^2-2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(0, -3)$ 을 지나므로

$$-3=-a^2-2 \quad \therefore a=\pm 1$$

$a=\pm 1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=-x-3, y=3x-3$$

(2) $f(x)=-x^2+4x$ 로 놓으면

$$f'(x)=-2x+4$$

접점의 좌표를 $(a, -a^2+4a)$ 라고 하면 접선의 기울기

는 $f'(a)=-2a+4$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(-a^2+4a)=(-2a+4)(x-a)$$

$$\therefore y=(-2a+4)x+a^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(2, 5)$ 를 지나므로

$$5=(-2a+4)\times 2+a^2, a^2-4a+3=0$$

$$(a-1)(a-3)=0 \quad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=3$$

$a=1, a=3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=2x+1, y=-2x+9$$

(3) $f(x)=x^2-3x+4$ 로 놓으면

$$f'(x)=2x-3$$

접점의 좌표를 (a, a^2-3a+4) 라고 하면 접선의 기울기

는 $f'(a)=2a-3$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(a^2-3a+4)=(2a-3)(x-a)$$

$$\therefore y=(2a-3)x-a^2+4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0=-a^2+4 \quad \therefore a=\pm 2$$

$a=\pm 2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=-7x, y=x$$

(4) $f(x)=x^3+1$ 로 놓으면

$$f'(x)=3x^2$$

접점의 좌표를 (a, a^3+1) 이라고 하면 접선의 기울기는

$f'(a)=3a^2$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(a^3+1)=3a^2(x-a)$$

$$\therefore y=3a^2x-2a^3+1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(0, -1)$ 을 지나므로

$$-1=-2a^3+1 \quad \therefore a=1$$

$a=1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=3x-1$$

(5) $f(x)=x^3-3x^2+x+1$ 로 놓으면

$$f'(x)=3x^2-6x+1$$

접점의 좌표를 (a, a^3-3a^2+a+1) 이라고 하면 접선의

기울기는 $f'(a)=3a^2-6a+1$ 이므로 접선의 방정식은

$$y-(a^3-3a^2+a+1)=(3a^2-6a+1)(x-a)$$

$$\therefore y=(3a^2-6a+1)x-2a^3+3a^2+1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2=3a^2-6a+1-2a^3+3a^2+1, a^3-3a^2+3a=0$$

$$a(a^2-3a+3)=0 \quad \therefore a=0 \quad (\because a \text{는 실수})$$

$a=0$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y=x+1$$

11 **답** (1) $a=-2, b=1$ (2) $a=3, b=0$ (3) $a=-2, b=6$

풀이 (1) $f(x)=x^2+ax+b$ 로 놓으면

$$f'(x)=2x+a$$

점 $(2, 1)$ 이 곡선 위의 점이므로

$$f(2)=4+2a+b=1$$

$$\therefore 2a+b=-3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 2이므로

$$f'(2)=4+a=2 \quad \therefore a=-2$$

$a=-2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b=1$

(2) $f(x)=-x^2+ax+b$ 로 놓으면

$$f'(x)=-2x+a$$

점 $(1, 2)$ 가 곡선 위의 점이므로

$$f(1)=-1+a+b=2$$

$$\therefore a+b=3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 1이므로

$$f'(1)=-2+a=1 \quad \therefore a=3$$

$a=3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b=0$

(3) $f(x)=-x^3+ax^2+bx$ 로 놓으면

$$f'(x)=-3x^2+2ax+b$$

점 (1, 3)이 곡선 위의 점이므로

$$f(1) = -1 + a + b = 3$$

$$\therefore a + b = 4 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

점 (1, 3)에서의 접선의 기울기가 -1이므로

$$f'(1) = -3 + 2a + b = -1$$

$$\therefore 2a + b = 2 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 연립하여 풀면

$$a = -2, b = 6$$

12 **답** (1) $a = -5, b = 3$ (2) $a = -1, b = -3$

(3) $a = 4, b = -9$

풀이 (1) $f(x) = -x^3 + 3, g(x) = x^2 + ax + 2b$ 로 놓으면

$$f'(x) = -3x^2, g'(x) = 2x + a$$

점 (1, 2)가 두 곡선 위의 점이므로

$$f(1) = g(1) \text{에서 } -1 + 3 = 1 + a + 2b$$

$$\therefore a + 2b = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 (1, 2)에서의 두 곡선의 접선의 기울기가 같으므로

$$f'(1) = g'(1) \text{에서 } -3 = 2 + a$$

$$\therefore a = -5$$

$a = -5$ 를 ①에 대입하면 $b = 3$

(2) $f(x) = x^3 + ax + b, g(x) = x^2 + 4x$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 + a, g'(x) = 2x + 4$$

점 (-1, -3)이 두 곡선 위의 점이므로

$$f(-1) = g(-1) \text{에서 } -1 - a + b = 1 - 4$$

$$\therefore -a + b = -2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

점 (-1, -3)에서의 두 곡선의 접선의 기울기가 같으므로

$$f'(-1) = g'(-1) \text{에서 } 3 + a = -2 + 4$$

$$\therefore a = -1$$

$a = -1$ 을 ②에 대입하면 $b = -3$

(3) $f(x) = x^3 - 5x, g(x) = ax^2 + bx$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 - 5, g'(x) = 2ax + b$$

점 (2, -2)가 두 곡선 위의 점이므로

$$f(2) = g(2) \text{에서 } 8 - 10 = 4a + 2b$$

$$\therefore 2a + b = -1 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

점 (2, -2)에서의 두 곡선의 접선의 기울기가 같으므로

$$f'(2) = g'(2) \text{에서 } 12 - 5 = 4a + b$$

$$\therefore 4a + b = 7 \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

③, ④을 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

13 **답** (1) $\frac{3}{2}$ (2) 2 (3) 1 (4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (5) $-\frac{5}{3}$ (6) 0

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 연속이고 열린

구간 $(0, 3)$ 에서 미분가능하며 $f(0) = f(3) = 0$ 이므로

롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(0, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 3 - 2x \text{이므로 } f'(c) = 3 - 2c = 0$$

$$\therefore c = \frac{3}{2}$$

(2) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 4)$ 에서 미분가능하며 $f(0) = f(4) = 0$ 이므로

롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(0, 4)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 4x - 8 \text{이므로 } f'(c) = 4c - 8 = 0$$

$$\therefore c = 2$$

(3) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-1, 3)$ 에서 미분가능하며 $f(-1) = f(3) = 0$ 이므로

롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(-1, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 2x - 2 \text{이므로 } f'(c) = 2c - 2 = 0$$

$$\therefore c = 1$$

(4) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 1)$ 에서 미분가능하며 $f(0) = f(1) = 0$ 이므로

롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 3x^2 - 1 \text{이므로 } f'(c) = 3c^2 - 1 = 0$$

$$\therefore c = \frac{\sqrt{3}}{3} (\because 0 < c < 1)$$

(5) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-3, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-3, 1)$ 에서 미분가능하며 $f(-3) = f(1) = 0$ 이므로

롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(-3, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5 \text{이므로}$$

$$f'(c) = 3c^2 + 2c - 5 = 0, (3c + 5)(c - 1) = 0$$

$$\therefore c = -\frac{5}{3} (\because -3 < c < 1)$$

(6) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-1, 1)$ 에서 미분가능하며 $f(-1) = f(1) = 0$ 이므로

롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(-1, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = -4x^3 - 2x \text{이므로 } f'(c) = -4c^3 - 2c = 0$$

$$2c^3 + c = 0, c(2c^2 + 1) = 0$$

$$\therefore c = 0 (\because -1 < c < 1)$$

14 **답** (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) 2
(4) $\sqrt{3}$ (5) 1 (6) $-\frac{4}{3}$

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(-1, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 2x \text{이므로 } \frac{3 - 0}{2 - (-1)} = 2c$$

$$\therefore c = \frac{1}{2}$$

(2) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 연속이고 열린구간

$(1, 4)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(1, 4)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x)=6-2x \text{이므로 } \frac{8-5}{4-1}=6-2c$$

$$\therefore c=\frac{5}{2}$$

(3) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 연속이고 열린구간

$(1, 3)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(1, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x)=-2x+2 \text{이므로 } \frac{0-4}{3-1}=-2c+2$$

$$\therefore c=2$$

(4) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 연속이고 열린구간

$(0, 3)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(0, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x)=-6x^2 \text{이므로 } \frac{-54-0}{3-0}=-6c^2$$

$$\therefore c=\sqrt{3} \quad (\because 0 < c < 3)$$

(5) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 연속이고 열린구간

$(-1, 2)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(-1, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x)=6x^2-5 \text{이므로 } \frac{6-3}{2-(-1)}=6c^2-5$$

$$\therefore c=1 \quad (\because -1 < c < 2)$$

(6) 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-3, 2]$ 에서 연속이고 열린구간

$(-3, 2)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여

$$\frac{f(2)-f(-3)}{2-(-3)}=f'(c)$$

인 c 가 열린구간 $(-3, 2)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x)=3x^2-2x \text{이므로 } \frac{5-(-35)}{2-(-3)}=3c^2-2c$$

$$3c^2-2c-8=0, (3c+4)(c-2)=0$$

$$\therefore c=-\frac{4}{3} \quad (\because -3 < c < 2)$$

15 답 (1) 증가 (2) 감소 (3) 증가 (4) 감소

풀이 (1) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 양수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_1)-f(x_2)=2x_1^2-2x_2^2=2(x_1+x_2)(x_1-x_2) < 0$$

이므로 $f(x_1) < f(x_2)$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(0, \infty)$ 에서 증가한다.

(2) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 양수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_1)-f(x_2)=(-x_1^2+1)-(-x_2^2+1)$$

$$=x_2^2-x_1^2$$

$$=(x_2+x_1)(x_2-x_1) > 0$$

이므로 $f(x_1) > f(x_2)$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(0, \infty)$ 에서 감소한다.

(3) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$\begin{aligned} f(x_1)-f(x_2) &= x_1^3-x_2^3 \\ &= (x_1-x_2)(x_1^2+x_1x_2+x_2^2) < 0 \end{aligned}$$

이므로 $f(x_1) < f(x_2)$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가한다.

(4) $x_1 < x_2 < -1$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2} > 0$$

이므로 $f(x_1) > f(x_2)$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1)$ 에서 감소한다.

16 답 (1) 증가 (2) 감소 (3) 증가 (4) 증가

풀이 (1) 구간 $(0, \infty)$ 에서 $f'(x)=2x+3 > 0$ 이므로 함수

$f(x)$ 는 증가한다.

(2) 구간 $(-1, \infty)$ 에서 $f'(x)=-8x-9 < 0$ 이므로 함수

$f(x)$ 는 감소한다.

(3) 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 $f'(x)=3x^2+7 > 0$ 이므로 함수

$f(x)$ 는 증가한다.

(4) 구간 $(2, \infty)$ 에서 $f'(x)=2x^3-5 > 0$ 이므로 함수 $f(x)$

는 증가한다.

17 답 (1) 구간 $(-\infty, 0]$, $[2, \infty)$ 에서 증가,

구간 $[0, 2]$ 에서 감소

(2) 구간 $[2, \infty)$ 에서 증가,

구간 $(-\infty, 2]$ 에서 감소

(3) 구간 $(-\infty, 1]$ 에서 증가,

구간 $[1, \infty)$ 에서 감소

(4) 구간 $(-\infty, -1]$, $[2, \infty)$ 에서 증가,

구간 $[-1, 2]$ 에서 감소

(5) 구간 $[0, 6]$ 에서 증가,

구간 $(-\infty, 0]$, $[6, \infty)$ 에서 감소

(6) 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가

(7) 구간 $[-1, 0]$, $[1, \infty)$ 에서 증가,

구간 $(-\infty, -1]$, $[0, 1]$ 에서 감소

(8) 구간 $(-\infty, 1]$ 에서 증가,

구간 $[1, \infty)$ 에서 감소

풀이 (1) $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 0]$, $[2, \infty)$ 에서 증가

하고, 구간 $[0, 2]$ 에서 감소한다.

(2) $f'(x)=2x-4$

$f'(x)=0$ 에서 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	-3	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $[2, \infty)$ 에서 증가하고, 구간 $(-\infty, 2]$ 에서 감소한다.

(3) $f'(x) = -8x + 8$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	4	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 1]$ 에서 증가하고, 구간 $[1, \infty)$ 에서 감소한다.

(4) $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	12	$\searrow$	-15	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, -1]$, $[2, \infty)$ 에서 증가하고, 구간 $[-1, 2]$ 에서 감소한다.

(5) $f'(x) = -3x^2 + 18x - 3 = -3x(x-6)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 6$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	6	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	106	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $[0, 6]$ 에서 증가하고, 구간 $(-\infty, 0]$, $[6, \infty)$ 에서 감소한다.

(6) $f'(x) = 12x^2 + 24x + 12 = 12(x+1)^2$ 이므로

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	-4	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 증가한다.

(7) $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x+1)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 0$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $[-1, 0]$, $[1, \infty)$ 에서 증가하고, 구간 $(-\infty, -1]$, $[0, 1]$ 에서 감소한다.

(8) $f'(x) = -4x^3 + 4 = -4(x-1)(x^2+x+1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	-4	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 1]$ 에서 증가하고, 구간 $[1, \infty)$ 에서 감소한다.

18 답 (1) $0 \leq a \leq \frac{1}{3}$ (2) $-3 \leq a \leq 0$ (3) $-12 \leq a \leq 0$

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면

$f'(x) = 3x^2 - 6ax + a \geq 0$

위의 이차부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4} = 9a^2 - 3a \leq 0, 3a(3a-1) \leq 0$

$\therefore 0 \leq a \leq \frac{1}{3}$

(2) 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하려면

$f'(x) = 3x^2 + 4ax - 4a \geq 0$

위의 이차부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4} = 4a^2 + 12a \leq 0, 4a(a+3) \leq 0$

$\therefore -3 \leq a \leq 0$

(3) 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하려면

$f'(x) = -12x^2 + 2ax + a \leq 0$, 즉 $12x^2 - 2ax - a \geq 0$

위의 이차부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $f'(x) = 0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4} = a^2 + 12a \leq 0, a(a+12) \leq 0$

$\therefore -12 \leq a \leq 0$

19 답 (1) $a \leq 3$ (2) $a \leq -24$ (3) $a \geq 33$

풀이 (1) 함수 $f(x)$ 가 감소하려면 $f'(x) = x^2 - 4x + a \leq 0$

이 구간 $(1, 2)$ 에서 성립해야 한다.

따라서 $y = f'(x)$ 의 그래프가

오른쪽 그림과 같아야 하므로

$f'(1) = 1 - 4 + a \leq 0$ 에서

$a \leq 3$ ㉠

$f'(2) = 4 - 8 + a \leq 0$ 에서

$a \leq 4$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a \leq 3$

(2) 함수 $f(x)$ 가 감소하려면 $f'(x) = 3x^2 - 6x + a \leq 0$ 이 구간 $(-2, 1)$ 에서 성립해야 한다.

따라서 $y = f'(x)$ 의 그래프가

오른쪽 그림과 같아야 하므로

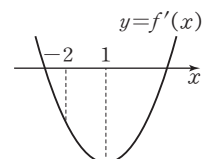
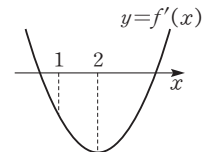
$f'(-2) = 12 + 12 + a \leq 0$ 에서

$a \leq -24$ ㉢

$f'(1) = 3 - 6 + a \leq 0$ 에서

$a \leq 3$ ㉣

㉢, ㉣에서 $a \leq -24$



- (3) 함수 $f(x)$ 가 증가하려면 $f'(x) = -3x^2 + 2x + a \geq 0$ 이 구간 $(-3, -1)$ 에서 성립해야 한다.

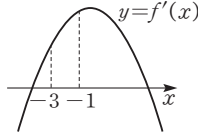
따라서 $y = f'(x)$ 의 그래프가

오른쪽 그림과 같아야 하므로

$$f'(-3) = -27 - 6 + a \geq 0 \text{에서} \\ a \geq 33 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$f'(-1) = -3 - 2 + a \geq 0 \text{에서} \\ a \geq 5 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서 $a \geq 33$



- 20** **답** (1) 극댓값: 3, 극솟값: -2 (2) 극댓값: 9, 극솟값: 3

(3) 극댓값: 없다., 극솟값: 0

풀이 (1) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $x = -2$ 의 좌우에서 증가하다 감소하므로 $x = -2$ 에서 극대이고 극댓값은 3이다. 또한, $x = 1$ 의 좌우에서 감소하다 증가하므로 $x = 1$ 에서 극소이고 극솟값은 -2이다.

(2) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $x = 3$ 의 좌우에서 증가하다 감소하므로 $x = 3$ 에서 극대이고 극댓값은 9이다.

또한, $x = -3$ 의 좌우에서 감소하다 증가하므로 $x = -3$ 에서 극소이고 극솟값은 3이다.

(3) 함수 $f(x)$ 의 극댓값은 없다.

함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $x = 0$ 의 좌우에서 감소하다 증가하므로 $x = 0$ 에서 극소이고 극솟값은 0이다.

- 21** **답** (1) b, f (2) d, g

풀이 (1) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $x = b, x = f$ 의 좌우에서 증가하다가 감소하므로 $f(x)$ 가 극댓값을 갖는 x 의 값은 b, f 이다.

(2) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 $x = d, x = g$ 의 좌우에서 감소하다가 증가하므로 $f(x)$ 가 극솟값을 갖는 x 의 값은 d, g 이다.

- 22** **답** (1) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ (2) $x = 1$ 또는 $x = 3$

(3) 풀이 참조 (4) 극댓값: 4, 극솟값: 0

풀이 (2) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ 또는 $x = 3$

(3)	x	...	1	...	3	...
	$f'(x)$	+	0	-	0	+
	$f(x)$	↗	4	↘	0	↗

(4) $x = 1$ 에서 극댓값은 $f(1) = 4$, $x = 3$ 에서 극솟값은 $f(3) = 0$ 이다.

- 23** **답** (1) $f'(x) = 4x^3 - 4x^2$ (2) $x = 0$ 또는 $x = 1$

(3) 풀이 참조 (4) 극댓값: 없다., 극솟값: $-\frac{7}{3}$

풀이 (2) $f'(x) = 4x^3 - 4x^2 = 4x^2(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$

(3)	x	...	0	...	1	...
	$f'(x)$	-	0	-	0	+
	$f(x)$	↘	-2	↘	$-\frac{7}{3}$	↗

- (4) 극댓값은 없고, $x = 1$ 에서 극솟값은 $f(1) = -\frac{7}{3}$ 이다.

- 24** **답** (1) 극댓값: 8, 극솟값: -24

(2) 극댓값: 4, 극솟값: 0

(3) 극댓값: 3, 극솟값: -5

(4) 극댓값: 0, 극솟값: -1

풀이 (1) $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 3$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	8	↘	-24	↗

따라서 $x = -1$ 에서 극댓값은 $f(-1) = 8$, $x = 3$ 에서 극솟값은 $f(3) = -24$ 이다.

(2) $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x+1)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	0	↗	4	↘

따라서 $x = 1$ 에서 극댓값은 $f(1) = 4$, $x = -1$ 에서 극솟값은 $f(-1) = 0$ 이다.

(3) $f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	3	↘	-5	↗

따라서 $x = 0$ 에서 극댓값은 $f(0) = 3$, $x = 2$ 에서 극솟값은 $f(2) = -5$ 이다.

(4) $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x-1)(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗

따라서 $x = 1$ 에서 극댓값은 $f(1) = 0$, $x = 0, x = 2$ 에서 극솟값은 $f(0) = f(2) = -1$ 이다.

- 25** **답** (1) 극댓값: 2, 극솟값: 없다.

(2) 극댓값: 없다., 극솟값: $\frac{53}{32}$

(3) 극댓값: $\frac{11}{16}$, 극솟값: 없다.

(4) 극값을 갖지 않는다.

풀이 (1) $f'(x) = -12x^3 + 12x^2 = -12x^2(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$	↗	1	↗	2	↘

따라서 $x=1$ 에서 극댓값은 $f(1)=2$ 이고, 극솟값은 없다.

(2) $f'(x)=2x^3-3x^2+1=(2x+1)(x-1)^2$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{1}{2}$	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	↘	$\frac{53}{32}$	↗	$\frac{5}{2}$	↗

따라서 극댓값은 없고, $x=-\frac{1}{2}$ 에서 극솟값은

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{53}{32}$ 이다.

(3) $f'(x)=-4x^3+6x^2=-2x^2(2x-3)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	$\frac{3}{2}$	...
$f'(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$	↗	-1	↗	$\frac{11}{16}$	↘

따라서 $x=\frac{3}{2}$ 에서 극댓값은 $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{11}{16}$ 이고, 극솟값은 없다.

(4) $f'(x)=6x^2-12x+6=6(x-1)^2$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗	7	↗

따라서 $f(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.

26 답 (1) $a=1, b=4$ (2) $a=-6, b=-4$

(3) $a=0, b=3$ (4) $a=3, b=-12$

풀이 (1) $f'(x)=-6x^2+6ax$

$x=1$ 에서 극댓값 5를 가지므로

$f(1)=-2+3a+b=5$

$\therefore 3a+b=7$ ㉠

$f'(1)=-6+6a=0 \quad \therefore a=1$

$a=1$ 을 ㉠에 대입하면 $b=4$

(2) $f'(x)=3x^2+2ax+9$

$x=3$ 에서 극솟값 -4를 가지므로

$f(3)=27+9a+27+b=-4$

$\therefore 9a+b=-58$ ㉡

$f'(3)=27+6a+9=0 \quad \therefore a=-6$

$a=-6$ 을 ㉡에 대입하면 $b=-4$

(3) $f'(x)=-3x^2+2ax+b$

$x=-1$ 에서 극솟값 0을 가지므로

$f(-1)=1+a-b+2=0$

$\therefore a-b=-3$ ㉢

$f'(-1)=-3-2a+b=0$

$\therefore 2a-b=-3$ ㉣

㉢, ㉣을 연립하여 풀면

$a=0, b=3$

(4) $f'(x)=6x^2+2ax+b$

$x=-2$ 에서 극댓값 16을 가지므로

$f(-2)=-16+4a-2b-4=16$

$\therefore 2a-b=18$ ㉤

$f'(-2)=24-4a+b=0$

$\therefore 4a-b=24$ ㉥

㉤, ㉥을 연립하여 풀면

$a=3, b=-12$

27 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) × (6) ×

풀이 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-6	...	-4	...	-2	...	0	...	2	...	4	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	↘	극소	↗	극대	↘	극소	↗	극대	↘		↘	극소	↗

(1) 함수 $f(x)$ 는 $x=-5$ 에서 극대도 아니고 극소도 아니다.

(4) 구간 $(0, 2)$ 에서 $f'(x)<0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 감소한다.

(5) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으므로 $x=2$ 에서 극값을 갖지 않는다.

(6) 함수 $f(x)$ 는 $x=-6, x=-4, x=-2, x=0, x=4$ 에서 극값을 가지므로 극값을 갖는 점의 개수는 5이다.

28 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) ○

풀이 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	a	...	c	...	d	...	f	...	h	...	j	...
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘		↘	극소	↗		↗	극대	↘	극소	↗

(1) 구간 (a, c) 에서 $f'(x)<0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 감소한다.

(2) 함수 $f(x)$ 는 $x=c$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 바뀌지 않으므로 $x=c$ 에서 극값을 갖지 않는다.

(3) 함수 $f(x)$ 는 $x=e$ 에서 극대도 아니고 극소도 아니다

(5) 함수 $f(x)$ 가 극소가 되는 x 의 값의 개수는 d, j 의 2이다.

29 답 풀이 참조

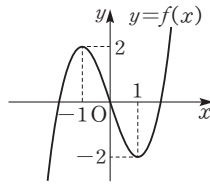
풀이 (1) $f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	-2	↗

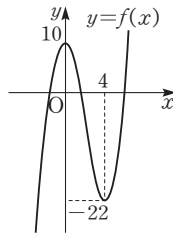
따라서 $x=-1$ 에서 극댓값
 $f(-1)=2$, $x=1$ 에서 극솟값
 $f(1)=-2$ 를 가지므로 함수
 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오
 른쪽 그림과 같다.



- (2) $f'(x)=3x^2-12x=3x(x-4)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=4$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	10	↘	-22	↗

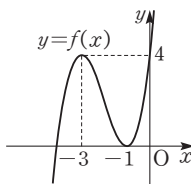
따라서 $x=0$ 에서 극댓값
 $f(0)=10$, $x=4$ 에서 극솟값
 $f(4)=-22$ 를 가지므로 함수
 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽
 그림과 같다.



- (3) $f'(x)=3x^2+12x+9=3(x+3)(x+1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-3$ 또는 $x=-1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	-1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗

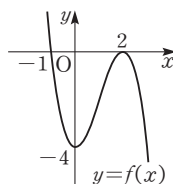
따라서 $x=-3$ 에서 극댓값
 $f(-3)=4$, $x=-1$ 에서 극솟값
 $f(-1)=0$ 을 가지므로 함수
 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른
 쪽 그림과 같다.



- (4) $f'(x)=-3x^2+6x=-3x(x-2)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	-4	↗	0	↘

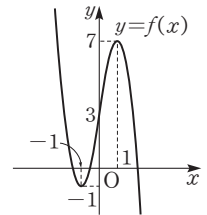
따라서 $x=2$ 에서 극댓값 $f(2)=0$,
 $x=0$ 에서 극솟값 $f(0)=-4$ 를 가
 지므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를
 그리면 오른쪽 그림과 같다.



- (5) $f'(x)=-6x^2+6=-6(x+1)(x-1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	-1	↗	7	↘

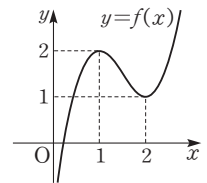
따라서 $x=1$ 에서 극댓값
 $f(1)=7$, $x=-1$ 에서 극솟값
 $f(-1)=-1$ 을 가지므로 함수
 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른
 쪽 그림과 같다.



- (6) $f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=2$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	1	↗

따라서 $x=1$ 에서 극댓값
 $f(1)=2$, $x=2$ 에서 극솟값
 $f(2)=1$ 을 가지므로 함수
 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른
 쪽 그림과 같다.



30 답 풀이 참조

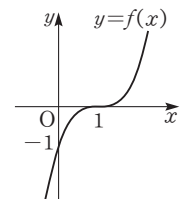
풀이 (1) $f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2$

$f'(x)=0$ 에서 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	↗	0	↗

따라서 $f(x)$ 는 극값을 갖지 않으므
 로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면
 오른쪽 그림과 같다.



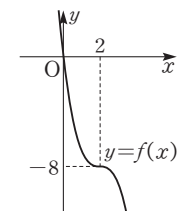
- (2) $f'(x)=-3x^2+12x-12=-3(x-2)^2$

$f'(x)=0$ 에서 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	2	...
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	↘	-8	↘

따라서 $f(x)$ 는 극값을 갖지 않으므
 로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면
 오른쪽 그림과 같다.



- 31 답 (1) $a < -\sqrt{3}$ 또는 $a > \sqrt{3}$ (2) $a > -3$

- (3) $a < -6$ 또는 $a > 0$ (4) $a < 0$ 또는 $a > 1$

풀이 (1) $f'(x)=3x^2+2ax+1$

함수 $f(x)$ 가 극값을 가지려면 이차방정식 $f'(x)=0$ 이
 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-3>0, (a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})>0$$

$$\therefore a<-\sqrt{3} \text{ 또는 } a>\sqrt{3}$$

(2) $f'(x)=-3x^2-6x+a$

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=9+3a>0$$

$$\therefore a>-3$$

(3) $f'(x)=6x^2+2ax-a$

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2+6a>0, a(a+6)>0$$

$$\therefore a<-6 \text{ 또는 } a>0$$

(4) $f'(x)=x^2-2ax+a$

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-a>0, a(a-1)>0$$

$$\therefore a<0 \text{ 또는 } a>1$$

32 **답** (1) $-9 \leq a \leq 0$ (2) $a \leq 0$ 또는 $a \geq 3$

(3) $-3 \leq a \leq 0$ (4) $a \geq \frac{1}{6}$

풀이 (1) $f'(x)=3x^2+2ax-3a$

함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 이차방정식

$f'(x)=0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2+9a \leq 0, a(a+9) \leq 0$$

$$\therefore -9 \leq a \leq 0$$

(2) $f'(x)=3x^2-2ax+a^2-2a$

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-3(a^2-2a) \leq 0$$

$$a^2-3a \geq 0, a(a-3) \geq 0$$

$$\therefore a \leq 0 \text{ 또는 } a \geq 3$$

(3) $f'(x)=-3x^2+2ax+a$

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2+3a \leq 0, a(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 0$$

(4) $f'(x)=6x^2+2x+a$

이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=1-6a \leq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{1}{6}$$

33 **답** **풀이 참조**

풀이 (1) $f'(x)=4x^3-4x=4x(x+1)(x-1)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$

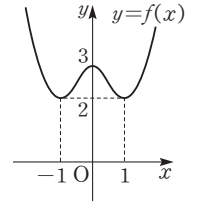
따라서 $x=0$ 에서 극댓값 $f(0)=3$,

$x=-1, x=1$ 에서 극솟값

$f(-1)=f(1)=2$ 를 가지므로 함수

$y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오

른쪽 그림과 같다.



(2) $f'(x)=-4x^3+24x^2-32x=-4x(x-2)(x-4)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	0	$\searrow$

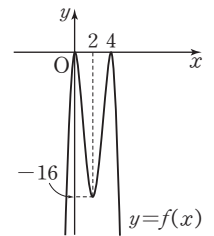
따라서 $x=0, x=4$ 에서 극댓값

$f(0)=f(4)=0, x=2$ 에서 극솟

값 $f(2)=-16$ 을 가지므로 함수

$y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른

쪽 그림과 같다.



(3) $f'(x)=2x^3-6x^2+4x=2x(x-1)(x-2)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$

따라서 $x=1$ 에서 극댓값

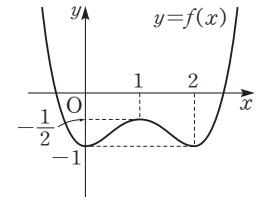
$f(1)=-\frac{1}{2}, x=0, x=2$ 에

서 극솟값 $f(0)=f(2)=-1$

을 가지므로 함수 $y=f(x)$

의 그래프를 그리면 오른쪽

그림과 같다.



34 **답** **풀이 참조**

풀이 (1) $f'(x)=12x^3-12x^2=12x^2(x-1)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

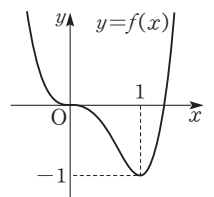
x	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$

따라서 $x=1$ 에서 극솟값

$f(1)=-1$ 을 가지므로 함수

$y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른

쪽 그림과 같다.



(2) $f'(x) = -4x^3 - 6x^2 = -2x^2(2x+3)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=0$

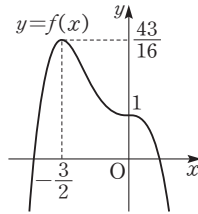
함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{3}{2}$	...	0	...
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{43}{16}$	$\searrow$	1	$\searrow$

따라서 $x=-\frac{3}{2}$ 에서 극댓값

$f(-\frac{3}{2}) = \frac{43}{16}$ 을 가지므로 함수

$y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(3) $f'(x) = 2x^3 + 6x^2 = 2x^2(x+3)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=-3$ 또는 $x=0$

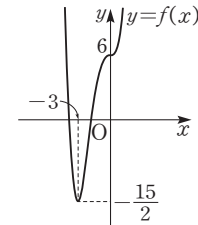
함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	0	...
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$\searrow$	$-\frac{15}{2}$	$\nearrow$	6	$\nearrow$

따라서 $x=-3$ 에서 극솟값

$f(-3) = -\frac{15}{2}$ 를 가지므로 함수

$y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(4) $f'(x) = -12x^3 + 24x^2 = -12x^2(x-2)$

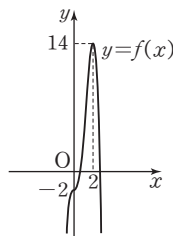
$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=2$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	-2	$\nearrow$	14	$\searrow$

따라서 $x=2$ 에서 극댓값 $f(2)=14$

를 가지므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



35 답 (1) $-\frac{9}{8} < a < 0$ 또는 $a > 0$

(2) $a=0$ 또는 $a \leq -\frac{9}{8}$

풀이 (1) $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2ax$

$= 2x(2x^2 + 3x - a)$

사차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 극댓값을 가지려면 삼차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근을 가져야 한다.

$f'(x)=0$ 의 한 근이 $x=0$ 이므로 이차방정식

$2x^2 + 3x - a = 0$ ㉠

은 0이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

(i) $x=0$ 이 ㉠의 근이 아니므로 $a \neq 0$

(ii) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라고 하면

$D = 9 + 8a > 0$

$\therefore a > -\frac{9}{8}$

(i), (ii)에서 $-\frac{9}{8} < a < 0$ 또는 $a > 0$

(2) 극댓값을 갖지 않을 조건은 극댓값을 가질 조건을 부정하면 된다.

따라서 (1)에서 구한 결과의 여집합을 구하면 되므로

$a=0$ 또는 $a \leq -\frac{9}{8}$

다른 풀이 사차함수 $f(x)$ 가 극댓값을 갖지 않으려면 삼차방정식 $f'(x)=0$ 이 한 실근과 서로 다른 두 허근 또는 중근과 다른 한 실근(또는 삼중근)을 가져야 한다.

(i) 삼차방정식 $f'(x)=0$ 이 한 실근과 서로 다른 두 허근을 가지는 경우

이차방정식 ㉠이 허근을 가져야 하므로

$D = 9 + 8a < 0$

$\therefore a < -\frac{9}{8}$

(ii) 삼차방정식 $f'(x)=0$ 이 중근과 다른 한 실근을 가지는 경우

이차방정식 ㉠이 $x=0$ 을 근으로 가지거나 $x=0$ 이 아닌 실수를 중근으로 가져야 한다.

㉠이 $x=0$ 을 근으로 가지면 $a=0$

㉠이 $x=0$ 이 아닌 실수를 중근으로 가지면

$D = 9 + 8a = 0$

$\therefore a = -\frac{9}{8}$

(i), (ii)에서 $a=0$ 또는 $a \leq -\frac{9}{8}$

36 답 (1) $a < 0$ 또는 $0 < a < 6$ (2) $a=0$ 또는 $a \geq 6$

풀이 (1) $f'(x) = 12x^3 - 48x^2 + 8ax$

$= 4x(3x^2 - 12x + 2a)$

사차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 극댓값을 가지려면 삼차방정식 $f'(x)=0$ 이 서로 다른 세 실근을 가져야 한다.

$f'(x)=0$ 의 한 근이 $x=0$ 이므로 이차방정식

$3x^2 - 12x + 2a = 0$ ㉠

은 0이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

(i) $x=0$ 이 ㉠의 근이 아니므로 $a \neq 0$

(ii) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라고 하면

$\frac{D}{4} = 36 - 6a > 0$

$\therefore a < 6$

(i), (ii)에서 $a < 0$ 또는 $0 < a < 6$

(2) (1)에서 구한 결과의 여집합을 구하면 되므로

$a=0$ 또는 $a \geq 6$

37 답 (1) $a < -3$ 또는 $-3 < a < -\frac{3}{4}$

(2) $a = -3$ 또는 $a \geq -\frac{3}{4}$

풀이 (1) $f'(x) = 4x^3 + 4ax + 4(a+1)$
 $= 4(x+1)(x^2 - x + a + 1)$

사차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 극댓값을 가지려면 삼차방정식 $f'(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가져야 한다.

$f'(x) = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 이므로 이차방정식 $x^2 - x + a + 1 = 0$ ㉠

은 $x = -1$ 이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

(i) $x = -1$ 이 ㉠의 근이 아니므로 $a \neq -3$

(ii) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라고 하면

$$D = 1 - 4(a+1) > 0$$

$$\therefore a < -\frac{3}{4}$$

(i), (ii)에서 $a < -3$ 또는 $-3 < a < -\frac{3}{4}$

(2) (1)에서 구한 결과의 여집합을 구하면 되므로

$$a = -3 \text{ 또는 } a \geq -\frac{3}{4}$$

38 답 (1) $a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{3}{2}$

(2) $a = 0$ 또는 $a \geq \frac{3}{2}$

풀이 (1) $f'(x) = -4x^3 + 12x^2 - 6ax$
 $= -2x(2x^2 - 6x + 3a)$

사차항의 계수가 음수인 사차함수 $f(x)$ 가 극솟값을 가지려면 삼차방정식 $f'(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가져야 한다.

$f'(x) = 0$ 의 한 근이 $x = 0$ 이므로 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3a = 0$ ㉠

은 $x = 0$ 이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.

(i) $x = 0$ 이 ㉠의 근이 아니므로 $a \neq 0$

(ii) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = 9 - 6a > 0$$

$$\therefore a < \frac{3}{2}$$

(i), (ii)에서 $a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{3}{2}$

(2) (1)에서 구한 결과의 여집합을 구하면 되므로

$$a = 0 \text{ 또는 } a \geq \frac{3}{2}$$

39 답 (1) 최댓값: 6, 최솟값: 2

(2) 최댓값: $\frac{5}{2}$, 최솟값: -11

(3) 최댓값: 3, 최솟값: -29

(4) 최댓값: 18, 최솟값: -2

(5) 최댓값: 7, 최솟값: -25

(6) 최댓값: 10, 최솟값: 1

풀이 (1) $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 1 \text{ (} \because 0 \leq x \leq 2 \text{)}$$

구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	2	↗	6	↘	4

따라서 극값과 양 끝 값을 비교하면

최댓값은 $f(1) = 6$, 최솟값은 $f(0) = 2$ 이다.

(2) $f'(x) = 3x^2 - 9x = 3x(x-3)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	3	...	4
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$\frac{5}{2}$	↘	-11	↗	$-\frac{11}{2}$

따라서 최댓값은 $f(0) = \frac{5}{2}$, 최솟값은 $f(3) = -11$ 이다.

(3) $f'(x) = 6x^2 - 24x = 6x(x-4)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ (} \because -1 \leq x \leq 2 \text{)}$$

구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	2
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	-11	↗	3	↘	-29

따라서 최댓값은 $f(0) = 3$, 최솟값은 $f(2) = -29$ 이다.

(4) $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x+1)(x-1)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1$$

구간 $[-3, \sqrt{3}]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-3	...	-1	...	1	...	$\sqrt{3}$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	18	↘	-2	↗	2	↘	0

따라서 최댓값은 $f(-3) = 18$, 최솟값은 $f(-1) = -2$ 이다.

(5) $f'(x) = 4x^3 - 12x + 8 = 4(x-1)^2(x+2)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

구간 $[-3, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-3	...	-2	...	1	...	2
$f'(x)$		-	0	+	0	+	
$f(x)$	2	↘	-25	↗	2	↗	7

따라서 최댓값은 $f(2) = 7$, 최솟값은 $f(-2) = -25$ 이다.

(6) $f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 = \frac{4}{3}x^2(x-3)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 3 \text{ (} \because 1 \leq x \leq 4 \text{)}$$

구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	3	...	4
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	9	\	1	/	10

따라서 최댓값은 $f(4)=10$, 최솟값은 $f(3)=1$ 이다.

40 답 (1) 12 (2) 2 (3) $a=\frac{1}{3}, b=3$

풀이 (1) $f'(x)=3x^2-12x=3x(x-4)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=4$ ($\because 1 \leq x \leq 5$)

구간 $[1, 5]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	4	...	5
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$-5+a$	\	$-32+a$	/	$-25+a$

최솟값이 $f(4)=-32+a$ 이므로

$$-32+a=-20 \quad \therefore a=12$$

(2) $f'(x)=6x^2-6x=6x(x-1)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=1$

구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	...	0	...	1	...	2
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-5+a$	/	a	\	$-1+a$	/	$4+a$

최댓값이 $f(2)=a+4$ 이므로

$$a+4=6 \quad \therefore a=2$$

(3) $f'(x)=4ax^3-12ax^2=4ax^2(x-3)$

$f'(x)=0$ 에서 $x=3$ ($\because 1 \leq x \leq 4$)

구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	3	...	4
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$-3a+b$	\	$-27a+b$	/	b

이때 $a>0$ 이므로 $-27a+b<-3a+b<b$

즉, 최댓값이 $f(4)=b$, 최솟값이 $f(3)=-27a+b$ 이므로 $b=3, -27a+b=-6$

$$\therefore a=\frac{1}{3}, b=3$$

41 답 (1) $0<a<2\sqrt{3}$

(2) $S(a)=-2a^3+24a$ ($0<a<2\sqrt{3}$)

(3) 32

풀이 (1) $-a^2+12=0$ 에서 $a^2-12=0$

$$(a+2\sqrt{3})(a-2\sqrt{3})=0 \quad \therefore a=\pm 2\sqrt{3}$$

이때 $a>0$ 이므로 $0<a<2\sqrt{3}$

(2) $A(-a, -a^2+12), B(-a, 0), D(a, -a^2+12)$ 이므로

$$S(a)=2a(-a^2+12)=-2a^3+24a \quad (0<a<2\sqrt{3})$$

(3) $S'(a)=-6a^2+24=-6(a+2)(a-2)$

$$S'(a)=0 \text{에서 } a=2 \quad (\because 0<a<2\sqrt{3})$$

$0<a<2\sqrt{3}$ 에서 함수 $S(a)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

a	(0)	...	2	...	$(2\sqrt{3})$
$S'(a)$		+	0	-	
$S(a)$		/	32	\	

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는 $a=2$ 일 때 최대이고, 이때의 넓이는 32이다.

42 답 $12\sqrt{3}$

풀이 $C(a, 0)$ 이라고 하면

$$-a^2+9=0 \text{에서 } a^2-9=0$$

$$(a+3)(a-3)=0$$

$$\therefore a=\pm 3$$

이때 $a>0$ 이므로 $0<a<3$

직사각형 ABCD의 넓이를 $S(a)$ 라고 하면

$$A(-a, -a^2+9), B(-a, 0), D(a, -a^2+9)$$

$$S(a)=2a(-a^2+9)$$

$$=-2a^3+18a \quad (0<a<3)$$

$$S'(a)=-6a^2+18$$

$$=-6(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})$$

$$S'(a)=0 \text{에서 } a=\sqrt{3} \quad (\because 0<a<3)$$

$0<a<3$ 에서 함수 $S(a)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

a	(0)	...	$\sqrt{3}$	...	(3)
$S'(a)$		+	0	-	
$S(a)$		/	$12\sqrt{3}$	\	

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는 $a=\sqrt{3}$ 일 때 최대이고, 이때의 넓이는 $12\sqrt{3}$ 이다.

43 답 (1) $0<x<3$

$$(2) V(x)=4x^3-24x^2+36x \quad (0<x<3)$$

$$(3) 16 \text{ cm}^3$$

풀이 (1) 상자의 밑면의 한 변의 길이는 $(6-2x)$ cm이므로

$$0<6-2x<6 \quad \therefore 0<x<3$$

$$(2) V(x)=x(6-2x)^2$$

$$=4x^3-24x^2+36x \quad (0<x<3)$$

$$(3) V'(x)=12x^2-48x+36$$

$$=12(x-1)(x-3)$$

$$V'(x)=0 \text{에서 } x=1 \quad (\because 0<x<3)$$

$0<x<3$ 에서 함수 $V(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	...	1	...	(3)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		/	16	\	

따라서 상자의 부피는 $x=1$ 일 때 최대이고, 이때의 부피는 16 cm^3 이다.

44 답 1024 cm³

풀이 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
상자의 밑면의 한 변의 길이는 $(24-2x)$ cm이므로

$$0 < 24 - 2x < 24 \quad \therefore 0 < x < 12$$

상자의 부피를 $V(x)$ cm³라고 하면

$$V(x) = x(24-2x)^2 = 4x^3 - 96x^2 + 576x \quad (0 < x < 12)$$

$$V'(x) = 12x^2 - 192x + 576 = 12(x-4)(x-12)$$

$$V'(x) = 0 \text{에서 } x = 4 \quad (\because 0 < x < 12)$$

$0 < x < 12$ 에서 함수 $V(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	...	4	...	(12)
$V'(x)$		+	0	-	
$V(x)$		↗	1024	↘	

따라서 구하는 상자의 부피는 $x=4$ 일 때 최대이고, 이때의 부피는 1024 cm³이다.

45 답 (1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 3 (5) 2 (6) 4

풀이 (1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 라고 하면

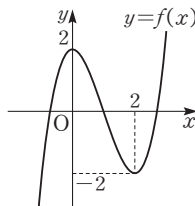
$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	-2	↗

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 축과 서로 다른 세 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.



(2) $f(x) = -2x^3 - 3x^2$ 이라고 하면

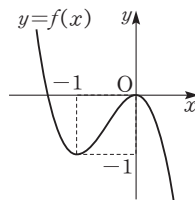
$$f'(x) = -6x^2 - 6x = -6x(x+1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 0$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	-1	↗	0	↘

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.



(3) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ 라고 하면

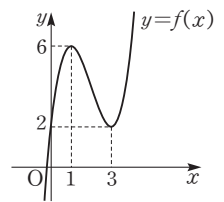
$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	6	↘	2	↗

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 축과 한 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.



(4) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ 로 놓으면

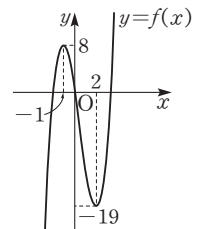
$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	8	↘	-19	↗

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 축과 서로 다른 세 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.



(5) $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$ 이라고 하면

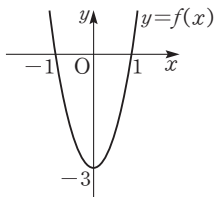
$$f'(x) = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = 0$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	-3	↗

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.



(6) $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + 3$ 이라고 하면

$$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 12$$

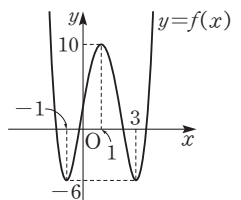
$$= 4(x+1)(x-1)(x-3)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -1 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...	3	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	-6	↗	10	↘	-6	↗

따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 축과 서로 다른 네 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.



46 답 (1) 3

(2) 2

(3) 1

풀이 (1) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ 라고 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$$

$f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=4$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	12	↘	-20	↗

극댓값은 12, 극솟값은 -20이므로

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) < 0$$

따라서 방정식의 실근의 개수는 3이다.

(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$ 라고 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	0	↘	-32	↗

극댓값은 0, 극솟값은 -32이므로

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) = 0$$

따라서 방정식의 실근의 개수는 2이다.

(3) $f(x) = -2x^3 + 4x^2 + 3$ 이라고 하면

$$f'(x) = -6x^2 + 8x = -2x(3x-4)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=\frac{4}{3}$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	$\frac{4}{3}$	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	3	↗	$\frac{145}{27}$	↘

극댓값은 $\frac{145}{27}$, 극솟값은 3이므로

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) > 0$$

따라서 방정식의 실근의 개수는 1이다.

47 답 (1) $0 < a < 4$ (2) $a=0$ 또는 $a=4$

(3) $a < 0$ 또는 $a > 4$

풀이 (1) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - a$ 라고 하면

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$4-a$	↘	$-a$	↗

극댓값은 $4-a$, 극솟값은 $-a$ 이고, 서로 다른 세 실근을 가지므로

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) < 0$$

$$(4-a) \times (-a) < 0, a(a-4) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 4$$

(2) $(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) = 0$ 이므로

$$(4-a) \times (-a) = 0, a(a-4) = 0$$

$$\therefore a=0 \text{ 또는 } a=4$$

(3) $(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) > 0$ 이므로

$$(4-a) \times (-a) > 0, a(a-4) > 0$$

$$\therefore a < 0 \text{ 또는 } a > 4$$

48 답 (1) $-5 < a < 3$ (2) $a = -5$ 또는 $a = 3$

(3) $a < -5$ 또는 $a > 3$

풀이 (1) $f(x) = 2x^3 - 6x + 1 + a$ 라고 하면

$$f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$5+a$	↘	$-3+a$	↗

극댓값은 $5+a$, 극솟값은 $-3+a$ 이고, 서로 다른 세 실근을 가지므로

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) < 0$$

$$(5+a)(-3+a) < 0$$

$$\therefore -5 < a < 3$$

(2) $(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) = 0$ 이므로

$$(5+a)(-3+a) = 0$$

$$\therefore a = -5 \text{ 또는 } a = 3$$

(3) $(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) > 0$ 이므로

$$(5+a)(-3+a) > 0$$

$$\therefore a < -5 \text{ 또는 } a > 3$$

49 답 (1) $-1 < a < 1$ (2) $a = \pm 1$

(3) $a < -1$ 또는 $a > 1$

풀이 (1) 두 곡선이 서로 다른 세 점에서 만나므로

$$-x^3 + x = 3x^3 - 2x + a$$

$$\text{즉, } 4x^3 - 3x + a = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 서로 다른 세 실근을 갖는다.

$$f(x) = 4x^3 - 3x + a \text{라고 하면}$$

$$f'(x) = 12x^2 - 3 = 3(2x+1)(2x-1)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-\frac{1}{2}$	...	$\frac{1}{2}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$1+a$	↘	$-1+a$	↗

극댓값은 $1+a$, 극솟값은 $-1+a$ 이고, 서로 다른 세 실근을 가지므로

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) < 0$$

$$(1+a)(-1+a) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 1$$

(2) 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나므로 $\textcircled{1}$ 은 중근과 다른 한 실근을 갖는다.

$$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) = 0 \text{이므로}$$

$$(1+a)(-1+a) = 0$$

$$\therefore a = \pm 1$$

- (3) 두 곡선이 오직 한 점에서 만나므로 ㉠은 한 실근과 두 허근을 갖는다.
 (극댓값) $\times$ (극솟값) > 0 이므로
 $(1+a)(-1+a) > 0$
 $\therefore a < -1$ 또는 $a > 1$

50 **답** (1) $-27 < a < 5$

(2) $a = -27$ 또는 $a = 5$

(3) $a < -27$ 또는 $a > 5$

풀이 (1) 두 곡선이 서로 다른 세 점에서 만나므로

$x^3 + 4x^2 + 9x = 2x^3 + x^2 - a$, 즉
 $x^3 - 3x^2 - 9x - a = 0$ ㉠

이 서로 다른 세 실근을 갖는다.

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - a$ 라고 하면

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 3$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$5-a$	$\searrow$	$-27-a$	$\nearrow$

극댓값은 $5-a$, 극솟값은 $-27-a$ 이고, 서로 다른 세 실근을 가지므로

$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) < 0$

$(5-a)(-27-a) < 0$

$\therefore -27 < a < 5$

- (2) 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나므로 ㉠은 중근과 다른 한 실근을 갖는다.

$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) = 0$ 이므로

$(5-a)(-27-a) = 0$

$\therefore a = -27$ 또는 $a = 5$

- (3) 두 곡선이 오직 한 점에서 만나므로 ㉠은 한 실근과 두 허근을 갖는다.

$(\text{극댓값}) \times (\text{극솟값}) > 0$ 이므로

$(5-a)(-27-a) > 0$

$\therefore a < -27$ 또는 $a > 5$

51 **답** 풀이 참조

풀이 (1) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 라고 하면

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 2$

$x \geq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	2	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$

따라서 $x \geq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값

$f(2) = 0$ 을 가지므로

$x \geq 0$ 일 때, 부등식 $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$ 이 성립한다.

- (2) $f(x) = x^3 - 3x - 4$ 라고 하면

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ ($\because x \leq 0$)

$x \leq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	0
$f'(x)$	+	0	-	
$f(x)$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-4

따라서 $x \leq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 최댓값

$f(-1) = -2$ 를 가지므로

$x \leq 0$ 일 때, 부등식 $x^3 - 3x - 4 < 0$ 이 성립한다.

- (3) $f(x) = x^4 + 4x + 3$ 이라고 하면

$f'(x) = 4x^3 + 4 = 4(x+1)(x^2 - x + 1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 최솟값 $f(-1) = 0$ 을 가지므로

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 + 4x + 3 \geq 0$ 이 성립한다.

- (4) $f(x) = -3x^4 + 16x^3 - 18x^2 - 28$ 이라고 하면

$f'(x) = -12x^3 + 48x^2 - 36x = -12x(x^2 - 4x + 3)$

$= -12x(x-1)(x-3)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$ 또는 $x = 3$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	-28	$\searrow$	-33	$\nearrow$	-1	$\searrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = 3$ 에서 최댓값 $f(3) = -1$ 을 가지므로

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$-3x^4 + 16x^3 - 18x^2 - 28 \leq 0$ 이 성립한다.

52 **답** (1) $k \geq 1$

(2) $k \geq 4$

(3) $k \leq -80$

(4) $k \leq 4$

(5) $k < -5$

(6) $k > 27$

풀이 (1) $f(x) = x^3 - x^2 - x + k$ 라고 하면

$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$ ($\because x \geq 0$)

$x \geq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	0	...	1	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	k	$\searrow$	$-1+k$	$\nearrow$

따라서 $x \geq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 $-1+k$ 이므로

$x \geq 0$ 일 때, 부등식 $f(x) \geq 0$ 이 성립하려면

$-1+k \geq 0 \quad \therefore k \geq 1$

- (2) $f(x)=3x^3-2x^2-5x+k$ 라고 하면
 $f'(x)=9x^2-4x-5=(9x+5)(x-1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=1$ ($\because x>0$)
 $x>0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(0)	...	1	...
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		\	$-4+k$	/

따라서 $x>0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 $-4+k$ 이므로
 $x>0$ 일 때, 부등식 $f(x)\geq 0$ 이 성립하려면
 $-4+k\geq 0 \quad \therefore k\geq 4$

- (3) $f(x)=x^3+3x^2-24x+k$ 라고 하면
 $f'(x)=3x^2+6x-24=3(x^2+2x-8)$
 $=3(x+4)(x-2)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-4$ ($\because x<0$)
 $x<0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-4	...	(0)
$f'(x)$	+	0	-	
$f(x)$	/	$80+k$	\	

따라서 $x<0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 $80+k$ 이므로
 $x<0$ 일 때, 부등식 $f(x)\leq 0$ 이 성립하려면
 $80+k\leq 0 \quad \therefore k\leq -80$

- (4) $f(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2-12x+60-k$ 라고 하면
 $f'(x)=3x^2-9x-12=3(x^2-3x-4)$
 $=3(x+1)(x-4)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=4$ ($\because 1<x<5$)
 $1<x<5$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	(1)	...	4	...	(5)
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		\	$4-k$	/	

따라서 $1<x<5$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 $4-k$ 이므로
 $1<x<5$ 일 때, 부등식 $f(x)\geq 0$ 이 성립하려면
 $4-k\geq 0 \quad \therefore k\leq 4$

- (5) $f(x)=x^3-3x+3+k$ 라고 하면
 $f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$
 $=3(x+1)(x-1)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=-1$ ($\because -2\leq x\leq 0$)
 $-2\leq x\leq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	0
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$1+k$	/	$5+k$	\	$3+k$

따라서 $-2\leq x\leq 0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 $5+k$ 이므로

$-2\leq x\leq 0$ 일 때, 부등식 $f(x)<0$ 이 성립하려면
 $5+k<0 \quad \therefore k<-5$

- (6) $f(x)=x^4-4x^3+k$ 라고 하면
 $f'(x)=4x^3-12x^2=4x^2(x-3)$
 $f'(x)=0$ 에서 $x=0$ 또는 $x=3$
함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	3	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	\	k	\	$-27+k$	/

따라서 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 $-27+k$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x)>0$ 이 성립하려면
 $-27+k>0 \quad \therefore k>27$

53 답 (1) 1 (2) 4

풀이 (1) 시각 t 에서의 속도를 v 라고 하면

$$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-2t$$

따라서 $t=1$ 에서의 속도는

$$v=3\times 1^2-2\times 1=\underline{1}$$

- (2) 시각 t 에서의 가속도를 a 라고 하면

$$a=\frac{dv}{dt}=6t-2$$

따라서 $t=1$ 에서의 가속도는

$$a=6\times 1-2=\underline{4}$$

54 답 (1) -9 (2) -6

풀이 (1) 시각 t 에서의 속도를 v 라고 하면

$$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-18t+15$$

따라서 $t=2$ 에서의 속도는

$$v=3\times 2^2-18\times 2+15=-9$$

- (2) 시각 t 에서의 가속도를 a 라고 하면

$$a=\frac{dv}{dt}=6t-18$$

따라서 $t=2$ 에서의 가속도는

$$a=6\times 2-18=-6$$

55 답 (1) 7 (2) 9

풀이 (1) 시각 t 에서의 속도를 v 라고 하면

$$v=\frac{dx}{dt}=3t^2-8t+4$$

따라서 $t=3$ 에서의 속도는

$$v=3\times 3^2-8\times 3+4=7$$

- (2) 시각 t 에서의 속도를 v 라고 하면

$$v=\frac{dx}{dt}=-3t^2+12t$$

따라서 $t=3$ 에서의 속도는

$$v=-3\times 3^2+12\times 3=9$$

56 답 (1) 7

(2) -18

풀이 (1) 시간 t 에서의 속도를 v , 가속도를 a 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = t^2 - t,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 2t - 1$$

따라서 $t=4$ 에서의 가속도는

$$a = 2 \times 4 - 1 = 7$$

(2) 시간 t 에서의 속도를 v , 가속도를 a 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = -6t^2 + 30t,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -12t + 30$$

따라서 $t=4$ 에서의 가속도는

$$a = -12 \times 4 + 30 = -18$$

57 답 (1) -1 (2) 속도: 1, 가속도: 2 (3) $\frac{3}{2}$

풀이 (1) $x=f(t)$ 로 놓으면

$$\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = \frac{-2-0}{2} = -1$$

(2) 시간 t 에서의 속도를 v , 가속도를 a 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = 2t - 3,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 2$$

따라서 $t=2$ 에서의 속도와 가속도는

$$v = 2 \times 2 - 3 = 1, a = 2$$

(3) 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로

$$v = 2t - 3 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3}{2}$$

이때 $t = \frac{3}{2}$ 의 좌우에서 v 의 부호가 바뀌므로 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 시간은 $\frac{3}{2}$ 이다.

58 답 (1) $-\frac{17}{3}$ (2) 속도: -27, 가속도: -6 (3) 12

풀이 (1) $x=f(t)$ 로 놓으면

$$\frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{-\frac{17}{3}-0}{1} = -\frac{17}{3}$$

(2) 시간 t 에서의 속도를 v , 가속도를 a 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = t^2 - 12t,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 2t - 12$$

따라서 $t=3$ 에서의 속도와 가속도는

$$v = 3^2 - 12 \times 3 = -27,$$

$$a = 2 \times 3 - 12 = -6$$

(3) 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로

$$v = t^2 - 12t = 0$$

$$t(t-12) = 0$$

$$\therefore t = 12 (\because t > 0)$$

이때 $t=12$ 의 좌우에서 v 의 부호가 바뀌므로 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 시간은 12이다.

59 답 (1) -1 (2) 속도: 9, 가속도: -6 (3) 2

풀이 (1) $x=f(t)$ 로 놓으면 $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{9-11}{2} = -1$

(2) 시간 t 에서의 속도를 v , 가속도를 a 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = -3t^2 + 12,$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -6t$$

따라서 $t=1$ 에서의 속도와 가속도는

$$v = -3 \times 1^2 + 12 = 9,$$

$$a = -6 \times 1 = -6$$

(3) 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로

$$v = -3t^2 + 12 = 0$$

$$t^2 - 4 = 0$$

$$(t+2)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 2 (\because t > 0)$$

이때 $t=2$ 의 좌우에서 v 의 부호가 바뀌므로 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 시간은 2이다.

60 답 (1) -5 m/s (2) $\frac{1}{2}$ 초, $\frac{45}{4}$ m (3) -15 m/s

풀이 (1) t 초 후의 속도를 v 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = -10t + 5$$

따라서 뛰어오른 지 1초 후의 속도는

$$v = -10 \times 1 + 5$$

$$= -5 \text{ (m/s)}$$

(2) 최고 높이에서의 속도는 0 m/s이므로

$$v = -10t + 5 = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ (초)}$$

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 $\frac{1}{2}$ 초이고 그때의 높이는

$$x = -5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{2} + 10$$

$$= \frac{45}{4} \text{ (m)}$$

(3) 수면에 닿는 순간의 높이는 0 m이므로

$$-5t^2 + 5t + 10 = 0$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$(t+1)(t-2) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ (초)} (\because t > 0)$$

따라서 수면에 닿는 순간의 속도는

$$v = -10 \times 2 + 5$$

$$= -15 \text{ (m/s)}$$

61 답 (1) 10 m/s (2) 2초, 80 m (3) -40 m/s

풀이 (1) t 초 후의 속도를 v 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = -10t + 20$$

따라서 쏘아 올린 지 1초 후의 속도는

$$v = -10 \times 1 + 20$$

$$= 10 \text{ (m/s)}$$

(2) 최고 높이에서의 속도는 0 m/s이므로

$$v = -10t + 20 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ (초)}$$

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 2초이고

그때의 높이는

$$x = -5 \times 2^2 + 20 \times 2 + 60$$

$$= 80 \text{ (m)}$$

(3) 물체가 지면에 떨어지는 순간의 높이는 0 m이므로

$$-5t^2 + 20t + 60 = 0$$

$$t^2 - 4t - 12 = 0$$

$$(t+2)(t-6) = 0$$

$$\therefore t = 6 \text{ (초)} \quad (\because t > 0)$$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 순간의 속도는

$$v = -10 \times 6 + 20$$

$$= -40 \text{ (m/s)}$$

62 답 (1) 10 m/s (2) 3초, 45 m (3) -30 m/s

풀이 (1) t 초 후의 속도를 v 라고 하면

$$v = \frac{dx}{dt} = 30 - 10t$$

따라서 쏘아 올린 지 2초 후의 속도는

$$v = 30 - 10 \times 2$$

$$= 10 \text{ (m/s)}$$

(2) 최고 높이에서의 속도는 0 m/s이므로

$$v = 30 - 10t = 0$$

$$\therefore t = 3 \text{ (초)}$$

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 3초이고

그때의 높이는

$$x = 30 \times 3 - 5 \times 3^2$$

$$= 45 \text{ (m)}$$

(3) 물체가 지면에 떨어지는 순간의 높이는 0 m이므로

$$30t - 5t^2 = 0$$

$$t^2 - 6t = 0$$

$$t(t-6) = 0$$

$$\therefore t = 6 \text{ (초)} \quad (\because t > 0)$$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 순간의 속도는

$$v = 30 - 10 \times 6$$

$$= -30 \text{ (m/s)}$$

63 답 (1) $\frac{dl}{dt} = 2t - 4$ (2) 2

풀이 (2) $\frac{dl}{dt} = 2t - 4$ 이므로 $t = 3$ 에서의 물체의 길이의 변

화율은

$$2 \times 3 - 4 = 2$$

64 답 (1) $\frac{dl}{dt} = 4t + 1$ (2) 9

풀이 (2) $\frac{dl}{dt} = 4t + 1$ 이므로 $t = 2$ 에서의 물체의 길이의 변

화율은

$$4 \times 2 + 1 = 9$$

65 답 (1) $\frac{dS}{dt} = 8t + 3$ (2) 11

풀이 (2) $\frac{dS}{dt} = 8t + 3$ 이므로 $t = 1$ 에서의 도형의 넓이의 변

화율은

$$8 \times 1 + 3 = 11$$

66 답 (1) $\frac{dV}{dt} = 3(t+3)^2$ (2) 75

풀이 (1) $\frac{dV}{dt} = 3(t+3)^2(t+3)'$

$$= 3(t+3)^2 \times 1$$

$$= 3(t+3)^2$$

(2) $\frac{dV}{dt} = 3(t+3)^2$ 이므로 $t = 2$ 에서의 입체도형의 부피의

변화율은

$$3 \times (2+3)^2 = 75$$

01 답 $y = -7x + 13$

풀이 $f(x) = -3x^2 + 5x + 1$ 로 놓으면

$$f'(x) = -6x + 5$$

이 곡선 위의 점 $(2, -1)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(2) = -7$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - (-1) = -7(x - 2)$$

$$\therefore y = -7x + 13$$

02 답 $y = \frac{1}{3}x + \frac{16}{3}$

풀이 $f(x) = x^3 - 6x$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 - 6$$

이 곡선 위의 점 $(-1, 5)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(-1) = -3$$

이므로 이 접선에 수직인 직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - 5 = \frac{1}{3}\{x - (-1)\}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{16}{3}$$

03 답 $y = 2x + 29, y = 2x + 2$

풀이 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 10x + 9$ 로 놓으면

$$f'(x) = 6x^2 + 6x - 10$$

접점의 좌표를 $(a, 2a^3 + 3a^2 - 10a + 9)$ 라고 하면

접선의 기울기가 2이므로

$$f'(a) = 6a^2 + 6a - 10 = 2$$

$$a^2 + a - 2 = 0, (a+2)(a-1) = 0$$

$$\therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$f(-2) = 25, f(1) = 4$ 이므로 접점의 좌표는 $(-2, 25), (1, 4)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 25 = 2\{x - (-2)\}, y - 4 = 2(x - 1)$$

$$\therefore y = 2x + 29, y = 2x + 2$$

04 답 $y = -2x + 5$

풀이 직선 $2x + y - 5 = 0$ 에서 $y = -2x + 5$

이 직선에 평행한 접선의 기울기는 -2 이다.

$f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 로 놓으면

$$f'(x) = -2x + 2$$

접점의 좌표를 $(a, -a^2 + 2a + 1)$ 이라고 하면

접선의 기울기가 -2 이므로

$$f'(a) = -2a + 2 = -2 \quad \therefore a = 2$$

$f(2) = 1$ 이므로 접점의 좌표는 $(2, 1)$ 이다.

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y - 1 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 5$$

05 답 $y = -x, y = 3x - 4$

풀이 $f(x) = x^2 - x$ 로 놓으면

$$f'(x) = 2x - 1$$

접점의 좌표를 $(a, a^2 - a)$ 라고 하면 접선의 기울기는

$$f'(a) = 2a - 1$$

$$y - (a^2 - a) = (2a - 1)(x - a)$$

$$\therefore y = (2a - 1)x - a^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이 직선이 점 $(1, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = (2a - 1) \times 1 - a^2$$

$$a^2 - 2a = 0$$

$$a(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 2$$

$a = 0, a = 2$ 를 ①에 각각 대입하면 구하는 접선의 방정식은

$$y = -x, y = 3x - 4$$

06 답 -2

풀이 $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ 로 놓으면

$$f'(x) = -3x^2 + 2ax$$

점 $(2, -1)$ 이 곡선 위의 점이므로

$$f(2) = -8 + 4a + b = -1$$

$$\therefore 4a + b = 7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 $(2, -1)$ 에서의 접선의 기울기가 -4 이므로

$$f'(2) = -12 + 4a = -4$$

$$\therefore a = 2$$

$a = 2$ 를 ①에 대입하면 $b = -1$

$$\therefore ab = 2 \times (-1) = -2$$

07 답 2

풀이 $f(x) = x^3 + x, g(x) = ax^2 + b$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 + 1, g'(x) = 2ax$$

점 $(1, 2)$ 가 두 곡선 위의 점이므로

$$f(1) = g(1) \text{에서 } 1 + 1 = a + b$$

$$\therefore a + b = 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 $(1, 2)$ 에서의 두 곡선의 접선의 기울기가 같으므로

$$f'(1) = g'(1) \text{에서 } 3 + 1 = 2a$$

$$\therefore a = 2$$

$a = 2$ 를 ①에 대입하면 $b = 0$

$$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$$

08 답 1

풀이 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 연속이고 열린

구간 $(-1, 3)$ 에서 미분가능하며 $f(-1) = f(3) = 0$ 이므로 롤의 정리에 의하여 $f'(c) = 0$ 인 c 가 열린구간 $(-1, 3)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x) = 8x - 8 \text{이므로}$$

$$f'(c) = 8c - 8 = 0$$

$$\therefore c = 1$$

09 답 -1

풀이 함수 $f(x)$ 는 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 연속이고 열린 구간 $(-2, 1)$ 에서 미분가능하므로 평균값 정리에 의하여 $\frac{f(1)-f(-2)}{1-(-2)}=f'(c)$ 인 c 가 열린구간 $(-2, 1)$ 에 적어도 하나 존재한다.

$$f'(x)=3x^2+2 \text{이므로}$$

$$\frac{3-(-12)}{1-(-2)}=3c^2+2$$

$$3c^2+2=5$$

$$\therefore c=-1 (\because -2 < c < 1)$$

10 답 구간 $(-\infty, 1]$, $[2, \infty)$ 에서 증가,

구간 $[1, 2]$ 에서 감소

풀이 $f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$

따라서 함수 $f(x)$ 는 구간 $(-\infty, 1]$, $[2, \infty)$ 에서 증가하고, 구간 $[1, 2]$ 에서 감소한다.

11 답 $0 \leq a \leq 3$

풀이 함수 $f(x)$ 가 증가하려면

$$f'(x)=3x^2-2ax+a \geq 0$$

위의 이차부등식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-3a \leq 0, a(a-3) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 3$$

12 답 $a \leq 9$

풀이 함수 $f(x)$ 가 감소하려면

$$f'(x)=3x^2-12x+a \leq 0$$

이 구간 $(1, 2)$ 에서 성립해야 한다.

따라서 $y=f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 하므로

$$f'(1)=3-12+a \leq 0 \text{에서}$$

$$a \leq 9$$

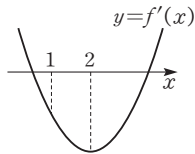
..... ㉠

$$f'(2)=12-24+a \leq 0 \text{에서}$$

$$a \leq 12$$

..... ㉡

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a \leq 9$$



13 답 극댓값: $-\frac{1}{2}$, 극솟값: -1

풀이 $f'(x)=-3x^2+9x-6=-3(x-1)(x-2)$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$

따라서 $x=2$ 에서 극댓값은 $f(2)=-\frac{1}{2}$, $x=1$ 에서 극솟값은 $f(1)=-1$ 이다.

14 답 15

풀이 $f'(x)=3x^2+2ax+b$

$x=1$ 에서 극댓값 7을 가지므로

$$f(1)=7 \text{에서 } 1+a+b+3=7$$

$$\therefore a+b=3$$

..... ㉠

$$f'(1)=0 \text{에서 } 3+2a+b=0$$

$$\therefore 2a+b=-3$$

..... ㉡

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=-6, b=9$$

$$\therefore b-a=9-(-6)=15$$

15 답 풀이 참조

풀이 (1) $f'(x)=6x^2-18x+12=6(x-1)(x-2)$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=1 \text{ 또는 } x=2$$

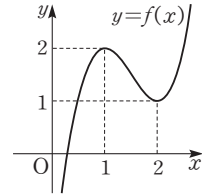
함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$

따라서 $x=1$ 에서 극댓값 $f(1)=2$,

$x=2$ 에서 극솟값 $f(2)=1$ 을 가

지므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(2) $f'(x)=4x^3-12x=4x(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-\sqrt{3} \text{ 또는 } x=0 \text{ 또는 } x=\sqrt{3}$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	$-\sqrt{3}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sqrt{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	8	$\searrow$	-1	$\nearrow$

따라서 $x=0$ 에서 극댓값 $f(0)=8$,

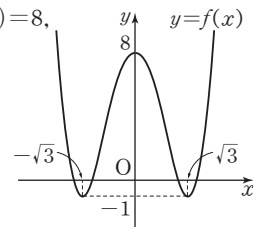
$x=-\sqrt{3}$, $x=\sqrt{3}$ 에서 극솟

값 $f(-\sqrt{3})=f(\sqrt{3})=-1$

을 가지므로 함수 $y=f(x)$

의 그래프를 그리면 오른쪽

그림과 같다.



16 답 $0 \leq a \leq 6$

풀이 $f'(x)=6x^2+2ax+a$

함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않으려면 $f'(x)=0$ 이 중근 또는 허근을 가져야 하므로 이차방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=a^2-6a \leq 0, a(a-6) \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 6$$

17 답 $a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{9}{8}$

풀이 $f'(x) = 12x^3 - 18x^2 + 6ax = 6x(2x^2 - 3x + a)$
 사차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$ 가 극댓값을 가지려면 삼차방정식 $f'(x) = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 가져야 한다. $f'(x) = 0$ 의 한 근이 $x = 0$ 이므로 이차방정식 $2x^2 - 3x + a = 0$ ㉠
 은 $x = 0$ 이 아닌 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.
 (i) $x = 0$ 이 ㉠의 근이 아니므로 $a \neq 0$
 (ii) 이차방정식 ㉠의 판별식을 D 라고 하면
 $D = 9 - 8a > 0 \quad \therefore a < \frac{9}{8}$
 (i), (ii)에서 $a < 0$ 또는 $0 < a < \frac{9}{8}$

18 답 최댓값: 7, 최솟값: -20

풀이 $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x+1)(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 2$
 구간 $[-2, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	...	-1	...	2	...	3
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-4	↗	7	↘	-20	↗	-9

따라서 최댓값은 $f(-1) = 7$, 최솟값은 $f(2) = -20$ 이다.

19 답 5

풀이 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 2$ ($\because 1 \leq x \leq 4$)
 구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	2	...	4
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$-2+a$	↘	$-4+a$	↗	$16+a$

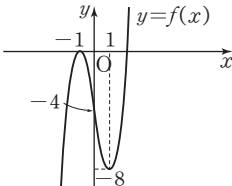
최솟값이 $f(2) = -4 + a$ 이므로
 $-4 + a = 1 \quad \therefore a = 5$

20 답 2

풀이 $f(x) = 2x^3 - 6x - 4$ 라고 하면
 $f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x+1)(x-1)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = -1$ 또는 $x = 1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	0	↘	-8	↗

따라서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같고, x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.



다른 풀이 극댓값은 $f(-1) = 0$, 극솟값은 $f(1) = -8$ 이므로
 (극댓값) $\times$ (극솟값) = 0
 따라서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

21 답 풀이 참조

풀이 $f(x) = x^4 + 2x^2 - 8x + 5$ 라고 하면
 $f'(x) = 4x^3 + 4x - 8 = 4(x-1)(x^2 + x + 2)$
 $f'(x) = 0$ 에서 $x = 1$
 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	0	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 최솟값 $f(1) = 0$ 을 가지므로 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 + 2x^2 - 8x + 5 \geq 0$ 이 성립한다.

22 답 속도: 4, 가속도: 12

풀이 시각 t 에서의 속도를 v , 가속도를 a 라고 하면
 $v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 8$,
 $a = \frac{dv}{dt} = 6t$
 따라서 $t = 2$ 에서의 속도와 가속도는
 $v = 3 \times 2^2 - 8 = 4$,
 $a = 6 \times 2 = 12$

23 답 1초, 35 m

풀이 t 초 후의 속도를 v 라고 하면
 $v = \frac{dx}{dt} = -10t + 10$
 최고 높이에서의 속도는 0 m/s이므로
 $v = -10t + 10 = 0$
 $\therefore t = 1$ (초)
 따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 1초이고 그때의 높이는
 $x = -5 \times 1^2 + 10 \times 1 + 30$
 $= 35$ (m)

24 답 17

풀이 $\frac{dS}{dt} = (t+2)'(3t-1) + (t+2)(3t-1)'$
 $= 1 \times (3t-1) + (t+2) \times 3$
 $= 6t + 5$
 따라서 $t = 2$ 에서의 도형의 넓이의 변화율은
 $6 \times 2 + 5 = 17$

III

적분

III-1 | 부정적분

102-110쪽

- 01** **답** (1) $f(x)=3$ (2) $f(x)=2x-4$
(3) $f(x)=-x+5$ (4) $f(x)=3x^2-4x+7$

풀이 (1) $f(x)=(3x+C)'=3$

(2) $f(x)=(x^2-4x+C)'=2x-4$

(3) $f(x)=\left(-\frac{1}{2}x^2+5x+C\right)'=-x+5$

(4) $f(x)=(x^3-2x^2+7x+C)'=3x^2-4x+7$

- 02** **답** (1) x^2+C (2) $9x+C$ (3) $-x^3+C$ (4) $2x^4+C$

풀이 (1) $(x^2)'=2x$ 이므로

$$\int 2x dx = x^2 + C$$

(2) $(9x)'=9$ 이므로 $\int 9 dx = 9x + C$

(3) $(-x^3)'=-3x^2$ 이므로 $\int (-3x^2) dx = -x^3 + C$

(4) $(2x^4)'=8x^3$ 이므로 $\int 8x^3 dx = 2x^4 + C$

- 03** **답** (1) $\frac{1}{3}x^3+C$ (2) $\frac{1}{6}x^6+C$ (3) $\frac{1}{11}x^{11}+C$
(4) $5x+C$ (5) $-\frac{1}{2}x+C$

풀이 (1) $\int x^2 dx = \frac{1}{2+1}x^{2+1}+C = \frac{1}{3}x^3+C$

(2) $\int x^5 dx = \frac{1}{5+1}x^{5+1}+C = \frac{1}{6}x^6+C$

(3) $\int x^{10} dx = \frac{1}{10+1}x^{10+1}+C = \frac{1}{11}x^{11}+C$

- 04** **답** (1) $2x^2+C$ (2) x^3+C (3) $-3x^4+C$
(4) $\frac{1}{25}x^5+C$ (5) x^8+C

풀이 (1) $\int 4x dx = 4 \int x dx = 4 \times \frac{1}{2}x^2 + C = 2x^2 + C$

(2) $\int 3x^2 dx = 3 \int x^2 dx = 3 \times \frac{1}{3}x^3 + C = x^3 + C$

(3) $\int (-12x^3) dx = -12 \int x^3 dx = -12 \times \frac{1}{4}x^4 + C$
 $= -3x^4 + C$

(4) $\int \frac{1}{5}x^4 dx = \frac{1}{5} \int x^4 dx = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}x^5 + C$
 $= \frac{1}{25}x^5 + C$

(5) $\int 8x^7 dx = 8 \int x^7 dx = 8 \times \frac{1}{8}x^8 + C = x^8 + C$

- 05** **답** (1) x^3-x^2+3x+C (2) $4x^2-7x+C$
(3) $5x^3+3x^2+C$ (4) $\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}x^3+C$
(5) $-\frac{1}{7}x^7+2x^6+C$ (6) x^4-x^3+x+C
(7) $2x^5+x^2-5x+C$
(8) $\frac{1}{15}x^5-4x^4-2x^2+C$
(9) $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-x+C$
(10) $x^{10}-x^9+x^8-x^7+C$

풀이 (1) $\int (3x^2-2x+3) dx$

$$= \int 3x^2 dx - \int 2x dx + \int 3 dx$$

$$= 3 \int x^2 dx - 2 \int x dx + \int 3 dx$$

$$= 3 \times \frac{1}{3}x^3 - 2 \times \frac{1}{2}x^2 + 3x + C$$

$$= x^3 - x^2 + 3x + C$$

(2) $\int (8x-7) dx = 8 \int x dx - \int 7 dx$

$$= 8 \times \frac{1}{2}x^2 - 7x + C$$

$$= 4x^2 - 7x + C$$

(3) $\int (15x^2+6x) dx = 15 \int x^2 dx + 6 \int x dx$

$$= 15 \times \frac{1}{3}x^3 + 6 \times \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$= 5x^3 + 3x^2 + C$$

(4) $\int (2x^3+\frac{3}{2}x^2) dx = 2 \int x^3 dx + \frac{3}{2} \int x^2 dx$

$$= 2 \times \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2} \times \frac{1}{3}x^3 + C$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C$$

(5) $\int (-x^6+12x^5) dx = - \int x^6 dx + 12 \int x^5 dx$

$$= -\frac{1}{7}x^7 + 12 \times \frac{1}{6}x^6 + C$$

$$= -\frac{1}{7}x^7 + 2x^6 + C$$

(6) $\int (4x^3-3x^2+1) dx$

$$= 4 \int x^3 dx - 3 \int x^2 dx + \int 1 dx$$

$$= 4 \times \frac{1}{4}x^4 - 3 \times \frac{1}{3}x^3 + x + C$$

$$= x^4 - x^3 + x + C$$

(7) $\int (10x^4+2x-5) dx$

$$= 10 \int x^4 dx + 2 \int x dx - \int 5 dx$$

$$= 10 \times \frac{1}{5}x^5 + 2 \times \frac{1}{2}x^2 - 5x + C$$

$$= 2x^5 + x^2 - 5x + C$$

$$(8) \int \left(\frac{1}{3}x^4 - 16x^3 - 4x \right) dx$$

$$= \frac{1}{3} \int x^4 dx - 16 \int x^3 dx - 4 \int x dx$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} x^5 - 16 \times \frac{1}{4} x^4 - 4 \times \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$= \frac{1}{15} x^5 - 4x^4 - 2x^2 + C$$

$$(9) \int (x^3 - x^2 + x - 1) dx$$

$$= \int x^3 dx - \int x^2 dx + \int x dx - \int 1 dx$$

$$= \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - x + C$$

$$(10) \int (10x^9 - 9x^8 + 8x^7 - 7x^6) dx$$

$$= 10 \int x^9 dx - 9 \int x^8 dx + 8 \int x^7 dx - 7 \int x^6 dx$$

$$= 10 \times \frac{1}{10} x^{10} - 9 \times \frac{1}{9} x^9 + 8 \times \frac{1}{8} x^8 - 7 \times \frac{1}{7} x^7 + C$$

$$= x^{10} - x^9 + x^8 - x^7 + C$$

06 **답** (1) $x^3 + 12x^2 + C$

(2) $3x^4 - \frac{2}{3}x^3 + C$

(3) $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + C$

(4) $\frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3x + C$

(5) $x^3 - x^2 - 8x + C$

(6) $\frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + C$

(7) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + C$

(8) $3x^3 + 3x^2 + x + C$

(9) $\frac{1}{4}x^4 - x^3 + \frac{3}{2}x^2 - x + C$

(10) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{8}{3}x^3 + 8x^2 + C$

풀이 (1) $\int 3x(x+8) dx = \int (3x^2 + 24x) dx$

$$= 3 \int x^2 dx + 24 \int x dx$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} x^3 + 24 \times \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$= x^3 + 12x^2 + C$$

(2) $\int 2x(6x^2 - x) dx = \int (12x^3 - 2x^2) dx$

$$= 12 \times \frac{1}{4} x^4 - 2 \times \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$= 3x^4 - \frac{2}{3}x^3 + C$$

(3) $\int 10x^2(x^2 + 2x - 3) dx$

$$= \int (10x^4 + 20x^3 - 30x^2) dx$$

$$= 10 \times \frac{1}{5} x^5 + 20 \times \frac{1}{4} x^4 - 30 \times \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$= 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + C$$

(4) $\int (x-1)(2x-3) dx$

$$= \int (2x^2 - 5x + 3) dx$$

$$= 2 \times \frac{1}{3} x^3 - 5 \times \frac{1}{2} x^2 + 3x + C$$

$$= \frac{2}{3} x^3 - \frac{5}{2} x^2 + 3x + C$$

(5) $\int (3x+4)(x-2) dx$

$$= \int (3x^2 - 2x - 8) dx$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} x^3 - 2 \times \frac{1}{2} x^2 - 8 \times x + C$$

$$= x^3 - x^2 - 8x + C$$

(6) $\int x(x-3)(x+3) dx = \int (x^3 - 9x) dx$

$$= \frac{1}{4} x^4 - 9 \times \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$= \frac{1}{4} x^4 - \frac{9}{2} x^2 + C$$

(7) $\int x^2(x-2)(x+2) dx = \int (x^4 - 4x^2) dx$

$$= \frac{1}{5} x^5 - 4 \times \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$= \frac{1}{5} x^5 - \frac{4}{3} x^3 + C$$

(8) $\int (3x+1)^2 dx = \int (9x^2 + 6x + 1) dx$

$$= 9 \times \frac{1}{3} x^3 + 6 \times \frac{1}{2} x^2 + x + C$$

$$= 3x^3 + 3x^2 + x + C$$

다른 풀이 $\int (3x+1)^2 dx$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2+1} (3x+1)^{2+1} + C_1$$

$$= \frac{1}{9} (3x+1)^3 + C_1$$

$$= \frac{1}{9} (27x^3 + 27x^2 + 9x + 1) + C_1$$

$$= 3x^3 + 3x^2 + x + C$$

(9) $\int (x-1)^3 dx$

$$= \int (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) dx$$

$$= \frac{1}{4} x^4 - 3 \times \frac{1}{3} x^3 + 3 \times \frac{1}{2} x^2 - x + C$$

$$= \frac{1}{4} x^4 - x^3 + \frac{3}{2} x^2 - x + C$$

(10) $\int x(x+4)^2 dx = \int (x^3 + 8x^2 + 16x) dx$

$$= \frac{1}{4} x^4 + 8 \times \frac{1}{3} x^3 + 16 \times \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$= \frac{1}{4} x^4 + \frac{8}{3} x^3 + 8x^2 + C$$

07 **답** (1) $\frac{1}{4}x^4 - x + C$

(2) $\frac{1}{4}x^4 + 8x + C$

(3) $\frac{1}{2}x^2 + x + C$

(4) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + C$

(5) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C$

풀이 (1) $\int (x-1)(x^2+x+1) dx = \int (x^3-1) dx$

$$= \frac{1}{4} x^4 - x + C$$

(2) $\int (x+2)(x^2-2x+4) dx = \int (x^3+8) dx$

$$= \frac{1}{4} x^4 + 8x + C$$

$$\begin{aligned} (3) \int \frac{x^2-1}{x-1} dx &= \int \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} dx \\ &= \int (x+1) dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 + x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \int \frac{x^2-9}{x+3} dx &= \int \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} dx \\ &= \int (x-3) dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \int \frac{x^3+1}{x+1} dx &= \int \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} dx \\ &= \int (x^2-x+1) dx \\ &= \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C \end{aligned}$$

08 **답** (1) x^3+x^2+x+C (2) $-\frac{1}{4}x^4+2x^3-3x^2-8x+C$

(3) $2x^2+C$ (4) $\frac{1}{2}x^4+3x^2+C$

(5) $\frac{1}{2}x^2+2x+C$

풀이 (1) $\int (2x^2+3x) dx + \int (x^2-x+1) dx$

$$= \int \{(2x^2+3x) + (x^2-x+1)\} dx$$

$$= \int (3x^2+2x+1) dx$$

$$= 3 \times \frac{1}{3}x^3 + 2 \times \frac{1}{2}x^2 + x + C$$

$$= x^3 + x^2 + x + C$$

(2) $\int (x^2-3x-8) dx - \int (x^3-5x^2+3x) dx$

$$= \int (-x^3+6x^2-6x-8) dx$$

$$= -\frac{1}{4}x^4 + 6 \times \frac{1}{3}x^3 - 6 \times \frac{1}{2}x^2 - 8x + C$$

$$= -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 8x + C$$

(3) $\int (x+1)^2 dx - \int (x-1)^2 dx$

$$= \int (x^2+2x+1) dx - \int (x^2-2x+1) dx$$

$$= \int 4x dx$$

$$= 4 \times \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$= 2x^2 + C$$

(4) $\int (x+1)^3 dx + \int (x-1)^3 dx$

$$= \int (x^3+3x^2+3x+1) dx + \int (x^3-3x^2+3x-1) dx$$

$$= \int (2x^3+6x) dx$$

$$= 2 \times \frac{1}{4}x^4 + 6 \times \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + C$$

$$\begin{aligned} (5) \int \frac{x^2}{x-2} dx - \int \frac{4}{x-2} dx \\ &= \int \frac{x^2-4}{x-2} dx \\ &= \int \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} dx \\ &= \int (x+2) dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + C \end{aligned}$$

09 **답** (1) x^2-2x (2) x^2-2x+C

풀이 (1) $\frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\} = f(x) = x^2-2x$

(2) $\int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx = f(x) + C = x^2-2x + C$

참고 (1) $\frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\} = \frac{d}{dx} \left\{ \int (x^2-2x) dx \right\}$
 $= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + C \right)$
 $= x^2 - 2x$

(2) $\int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx = \int \left\{ \frac{d}{dx} (x^2-2x) \right\} dx$
 $= \int (2x-2) dx$
 $= x^2 - 2x + C$

따라서 $\int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx \neq \frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\}$ 이다.

10 **답** (1) $4x^3+7x^2-3$ (2) $4x^3+7x^2+C$

풀이 (1) $\frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\} = f(x) = 4x^3+7x^2-3$

(2) $\int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx = f(x) + C_1$
 $= 4x^3+7x^2-3 + C_1$
 $= 4x^3+7x^2 + C$

11 **답** (1) $a=3, b=5, c=-6$

(2) $a=-1, b=-2, c=3$

(3) $a=4, b=-9, c=\frac{1}{3}$

(4) $a=-8, b=-4, c=3$

풀이 (1) $\frac{d}{dx} \left\{ \int (ax^3+5x^2-6) dx \right\} = ax^3+5x^2-6$

즉, $ax^3+5x^2-6=3x^3+bx^2+c$ 이므로

$a=3, b=5, c=-6$

(2) $-2x^2+ax+3=bx^2-x+c$ 이므로

$a=-1, b=-2, c=3$

(3) $\frac{1}{3}x^3+ax^2+bx=cx^3+4x^2-9x$ 이므로

$a=4, b=-9, c=\frac{1}{3}$

(4) $ax^4+3x^3+bx^2=-8x^4+cx^3-4x^2$ 이므로

$a=-8, b=-4, c=3$

12 **답** (1) $f(x)=6x-2$ (2) $f(x)=\frac{1}{2}x^2+8$

(3) $f(x)=3x-1$

(4) $f(x)=x+2$

풀이 (1) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int x f(x) dx \right\} = (2x^3 - x^2 + C)'$$

$$x f(x) = 6x^2 - 2x \quad \therefore f(x) = \underline{6x - 2}$$

(2) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int x f(x) dx \right\} = \left(\frac{1}{8} x^4 + 4x^2 + C \right)'$$

$$x f(x) = \frac{1}{2} x^3 + 8x \quad \therefore f(x) = \underline{\frac{1}{2} x^2 + 8}$$

(3) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int (x+1) f(x) dx \right\} = (x^3 + x^2 - x + C)'$$

$$(x+1) f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

$$(x+1) f(x) = (x+1)(3x-1)$$

$$\therefore f(x) = \underline{3x - 1}$$

(4) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dx} \left\{ \int (x-1) f(x) dx \right\} = \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - 2x + C \right)'$$

$$(x-1) f(x) = x^2 + x - 2$$

$$(x-1) f(x) = (x-1)(x+2)$$

$$\therefore f(x) = \underline{x + 2}$$

13 **답** (1) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 2$

$$(2) f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$(3) f(x) = 2x^4 - x^3 - x^2 - 5$$

$$(4) f(x) = \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 - 6x - 10$$

풀이 (1) $f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 + 2x - 5) dx$
 $= x^3 + x^2 - 5x + C$

이때 $f(0) = 2$ 이므로 $C = 2$

$$\therefore f(x) = \underline{x^3 + x^2 - 5x + 2}$$

(2) $f(x) = \int f'(x) dx = \int (6x^2 - 4x + 1) dx$
 $= 2x^3 - 2x^2 + x + C$

이때 $f(1) = 4$ 이므로

$$2 - 2 + 1 + C = 4 \quad \therefore C = 3$$

$$\therefore f(x) = \underline{2x^3 - 2x^2 + x + 3}$$

(3) $f(x) = \int f'(x) dx = \int (8x^3 - 3x^2 - 2x) dx$
 $= 2x^4 - x^3 - x^2 + C$

이때 $f(0) = -5$ 이므로 $C = -5$

$$\therefore f(x) = \underline{2x^4 - x^3 - x^2 - 5}$$

(4) $f(x) = \int f'(x) dx = \int (x+2)(x-3) dx$
 $= \int (x^2 - x - 6) dx$
 $= \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 - 6x + C$

이때 $f(-2) = -\frac{8}{3}$ 이므로

$$-\frac{8}{3} - 2 + 12 + C = -\frac{8}{3} \quad \therefore C = -10$$

$$\therefore f(x) = \underline{\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 - 6x - 10}$$

14 **답** (1) $f(x) = 6x + 1$

$$(2) f(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$(3) f(x) = -4x^3 + 6x^2 + 4x - 5$$

$$(4) f(x) = 6x^2 - 4x + 2$$

$$(5) f(x) = -4x^3 + 3x^2 - 2x + 3$$

$$(6) f(x) = 3x^2 - 1$$

풀이 (1) $F(x) = x f(x) - 3x^2 + 5$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x) = f(x) + x f'(x) - 6x$$

$$F'(x) = f(x) \text{ 이므로}$$

$$f(x) = f(x) + x f'(x) - 6x$$

$$x f'(x) = 6x \quad \therefore f'(x) = 6$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int 6 dx = \underline{6x} + C$$

이때 $f(0) = 1$ 이므로 $C = \underline{1}$

$$\therefore f(x) = \underline{6x + 1}$$

(2) $F(x) = x f(x) - 2x^3 + x^2 - 2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$F'(x) = f(x) + x f'(x) - 6x^2 + 2x$$

$$F'(x) = f(x) \text{ 이므로}$$

$$f(x) = f(x) + x f'(x) - 6x^2 + 2x$$

$$x f'(x) = 6x^2 - 2x \quad \therefore f'(x) = \underline{6x - 2}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (6x - 2) dx = \underline{3x^2 - 2x} + C$$

이때 $f(1) = 3$ 이므로

$$3 \times 1^2 - 2 \times 1 + C = 3, C = 2$$

$$\therefore f(x) = \underline{3x^2 - 2x + 2}$$

(3) $x f(x) - F(x) = -3x^4 + 4x^3 + 2x^2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) + x f'(x) - F'(x) = -12x^3 + 12x^2 + 4x$$

$$\text{이때 } F'(x) = f(x) \text{ 이므로}$$

$$f(x) + x f'(x) - f(x) = -12x^3 + 12x^2 + 4x$$

$$x f'(x) = -12x^3 + 12x^2 + 4x$$

$$\therefore f'(x) = \underline{-12x^2 + 12x + 4}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (-12x^2 + 12x + 4) dx$$

$$= -4x^3 + 6x^2 + 4x + C$$

이때 $f(-1) = 1$ 이므로

$$-4 \times (-1)^3 + 6 \times (-1)^2 + 4 \times (-1) + C = 1, C = -5$$

$$\therefore f(x) = \underline{-4x^3 + 6x^2 + 4x - 5}$$

(4) $\int f(x) dx = x f(x) - 4x^3 + 2x^2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = f(x) + x f'(x) - 12x^2 + 4x$$

$$x f'(x) = 12x^2 - 4x \quad \therefore f'(x) = \underline{12x - 4}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (12x - 4) dx$$

$$= 6x^2 - 4x + C$$

이때 $f(0) = 2$ 이므로 $C = 2$

$$\therefore f(x) = \underline{6x^2 - 4x + 2}$$

- (5) $\int f(x)dx = xf(x) + 3x^4 - 2x^3 + x^2$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = f(x) + xf'(x) + 12x^3 - 6x^2 + 2x$$

$$xf'(x) = -12x^3 + 6x^2 - 2x$$

$$\therefore f'(x) = -12x^2 + 6x - 2$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (-12x^2 + 6x - 2)dx$$

$$= -4x^3 + 3x^2 - 2x + C$$

이때 $f(1) = 0$ 이므로

$$-4 \times 1^3 + 3 \times 1^2 - 2 \times 1 + C = 0, C = 3$$

$$\therefore f(x) = -4x^3 + 3x^2 - 2x + 3$$

- (6) $\int f(x)dx = (x+1)f(x) - 2x^3 - 3x^2 + 1$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = f(x) + (x+1)f'(x) - 6x^2 - 6x$$

$$(x+1)f'(x) = 6x^2 + 6x = 6x(x+1)$$

$$\therefore f'(x) = 6x$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int 6x dx$$

$$= 3x^2 + C$$

이때 $f(0) = -1$ 이므로 $C = -1$

$$\therefore f(x) = 3x^2 - 1$$

15 답 (1) $f(x) = 2x^2 + 3x - 3$ (2) $f(x) = x^2 - x + 3$

$$(3) f(x) = x^3 - 2x^2 \quad (4) f(x) = 2x^3 - x^2 + 2x + 5$$

풀이 (1) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $4x+3$ 이므로

$$f'(x) = 4x + 3$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (4x + 3)dx$$

$$= 2x^2 + 3x + C$$

곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$f(1) = 2 \times 1^2 + 3 \times 1 + C = 2, C = -3$$

$$\therefore f(x) = 2x^2 + 3x - 3$$

- (2) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $2x-1$ 이므로

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (2x - 1)dx$$

$$= x^2 - x + C$$

곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(0, 3)$ 을 지나므로 $C = 3$

$$\therefore f(x) = x^2 - x + 3$$

- (3) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2 - 4x$ 이므로

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^2 - 4x)dx$$

$$= x^3 - 2x^2 + C$$

곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(1, -1)$ 을 지나므로

$$f(1) = 1^3 - 2 \times 1^2 + C = -1, C = 0$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 2x^2$$

- (4) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $6x^2 - 2x + 2$ 이므로

$$f'(x) = 6x^2 - 2x + 2$$

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (6x^2 - 2x + 2)dx$$

$$= 2x^3 - x^2 + 2x + C$$

곡선 $y=f(x)$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지나므로

$$f(-1) = 2 \times (-1)^3 - (-1)^2 + 2 \times (-1) + C = 0$$

$$C = 5$$

$$\therefore f(x) = 2x^3 - x^2 + 2x + 5$$

16 답 (1) 5 (2) -12

풀이 (1) $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

따라서 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 가지므로 $f(2) = \underline{1}$

이때

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^2 - 6x)dx$$

$$= x^3 - 3x^2 + C$$

이므로

$$f(2) = 2^3 - 3 \times 2^2 + C = 1 \quad \therefore C = \underline{5}$$

즉, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ 이고, $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극대이므로 구하는 극댓값은

$$f(0) = \underline{5}$$

- (2) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$

$$f'(x) = 0 \text{에서 } x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

따라서 $f(x)$ 는 $x=-3$ 에서 극댓값을 가지므로

$$f(-3) = 20$$

이때

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^2 + 6x - 9)dx$$

$$= x^3 + 3x^2 - 9x + C$$

이므로

$$f(-3) = (-3)^3 + 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) + C = 20$$

$$\therefore C = -7$$

즉, $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ 이고, $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극소이므로 구하는 극솟값은

$$f(1) = \underline{-12}$$

01 답 $2x^7 + x^5 - \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + C$

풀이 $\int (14x^6 + 5x^4 - 2x^3 - 3x) dx$
 $= 14 \int x^6 dx + 5 \int x^4 dx - 2 \int x^3 dx - 3 \int x dx$
 $= 14 \times \frac{1}{7} x^7 + 5 \times \frac{1}{5} x^5 - 2 \times \frac{1}{4} x^4 - 3 \times \frac{1}{2} x^2 + C$
 $= 2x^7 + x^5 - \frac{1}{2} x^4 - \frac{3}{2} x^2 + C$

02 답 $\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 15x + C$

풀이 $\int (x+3)(2x-5) dx = \int (2x^2 + x - 15) dx$
 $= 2 \times \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - 15x + C$
 $= \frac{2}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 - 15x + C$

03 답 $\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x + C$

풀이 $\int \frac{x^3 - 8}{x-2} dx = \int \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x-2} dx$
 $= \int (x^2 + 2x + 4) dx$
 $= \frac{1}{3} x^3 + x^2 + 4x + C$

04 답 $\frac{2}{3}x^3 + 18x + C$

풀이 $\int (x+3)^2 dx + \int (x-3)^2 dx$
 $= \int (x^2 + 6x + 9) dx + \int (x^2 - 6x + 9) dx$
 $= \int (2x^2 + 18) dx$
 $= \frac{2}{3} x^3 + 18x + C$

05 답 5

풀이 $\frac{d}{dx} \left\{ \int \left(\frac{1}{2} x^3 + ax^2 - 2x \right) dx \right\} = \frac{1}{2} x^3 + ax^2 - 2x$
 즉, $\frac{1}{2} x^3 + ax^2 - 2x = bx^3 + 6x^2 + cx$ 이므로
 $a=6, b=\frac{1}{2}, c=-2$
 $\therefore a+bc = 6 + \frac{1}{2} \times (-2) = 5$

06 답 $f(x) = x + 5$

풀이 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $\frac{d}{dx} \left\{ \int (2x-1)f(x) dx \right\} = \left(\frac{2}{3} x^3 + \frac{9}{2} x^2 - 5x + C \right)'$
 $(2x-1)f(x) = 2x^2 + 9x - 5$
 $(2x-1)f(x) = (2x-1)(x+5)$
 $\therefore f(x) = x + 5$

07 답 1

풀이 $f(x) = \int f'(x) dx = \int (16x^3 - 2x) dx$
 $= 4x^4 - x^2 + C$

이때 $f(0) = -2$ 이므로 $C = -2$
 따라서 $f(x) = 4x^4 - x^2 - 2$ 이므로
 $f(-1) = 4 - 1 - 2 = 1$

08 답 $f(x) = -3x^2 - 8x + 4$

풀이 $F(x) = xf(x) + 2x^3 + 4x^2 + 7$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면
 $F'(x) = f(x) + xf'(x) + 6x^2 + 8x$
 $F'(x) = f(x)$ 이므로
 $f(x) = f(x) + xf'(x) + 6x^2 + 8x$
 $xf'(x) = -6x^2 - 8x$
 $\therefore f'(x) = -6x - 8$
 $f(x) = \int f'(x) dx = \int (-6x - 8) dx$
 $= -3x^2 - 8x + C$
 이때 $f(0) = 4$ 이므로 $C = 4$
 $\therefore f(x) = -3x^2 - 8x + 4$

01 답 (1) 6 (2) 9 (3) -6 (4) -12

(5) 6 (6) $\frac{7}{2}$ (7) 0 (8) -16

풀이 (1) 정적분 $\int_0^6 \frac{1}{3}x dx$ 의 값

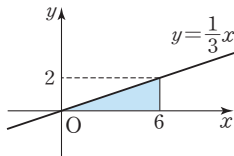
은 오른쪽 그림과 같이 함수

$y = \frac{1}{3}x$ 의 그래프와 x 축 및 두

직선 $x=0$, $x=6$ 으로 둘러싸

인 도형의 넓이이므로

$$\int_0^6 \frac{1}{3}x dx = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$$



(2) 정적분 $\int_0^3 (-2x+6) dx$ 의 값은

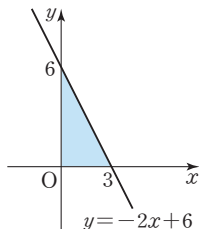
오른쪽 그림과 같이 함수

$y = -2x+6$ 의 그래프와 x 축 및

두 직선 $x=0$, $x=3$ 으로 둘러싸

인 도형의 넓이이므로

$$\int_0^3 (-2x+6) dx = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$$



(3) 오른쪽 그림과 같이 함수

$y = \frac{3}{4}x - 3$ 의 그래프와 x 축 및

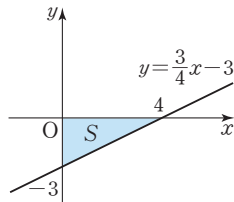
두 직선 $x=0$, $x=4$ 로 둘러싸

인 도형의 넓이를 S 라고 하면

정적분 $\int_0^4 (\frac{3}{4}x - 3) dx$ 의 값

은 $-S$ 와 같으므로

$$\int_0^4 (\frac{3}{4}x - 3) dx = -(\frac{1}{2} \times 4 \times 3) = -6$$



(4) 오른쪽 그림과 같이 함수

$y = -\frac{3}{2}x$ 의 그래프와 x 축 및

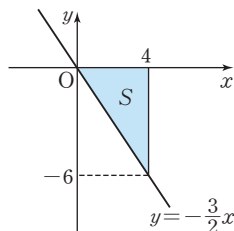
두 직선 $x=0$, $x=4$ 로 둘러싸

인 도형의 넓이를 S 라고 하면

정적분 $\int_0^4 (-\frac{3}{2}x) dx$ 의 값은

$-S$ 와 같으므로

$$\int_0^4 (-\frac{3}{2}x) dx = -(\frac{1}{2} \times 4 \times 6) = -12$$



(5) 오른쪽 그림에서 함수 $y=4x$ 의 그래

프와 x 축 및 두 직선 $x=-1$, $x=2$

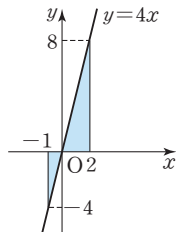
로 둘러싸인 도형에 대하여 $y \geq 0$ 인

부분의 넓이가 $\frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$ 이고,

$y \leq 0$ 인 부분의 넓이가

$\frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2$ 이므로

$$\int_{-1}^2 4x dx = 8 - 2 = 6$$



(6) 오른쪽 그림에서 함수

$y = -x+3$ 의 그래프와 x 축

및 두 직선 $x=-1$, $x=6$ 으로

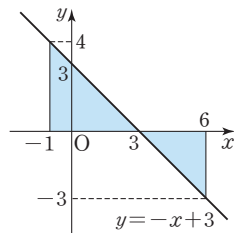
둘러싸인 도형에 대하여 $y \geq 0$

인 부분의 넓이가

$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$ 이고, $y \leq 0$ 인 부

분의 넓이가 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ 이므로

$$\int_{-1}^6 (-x+3) dx = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$$



(7) 오른쪽 그림에서 함수

$y = -2x+4$ 의 그래프와 x 축

및 두 직선 $x=0$, $x=4$ 로 둘러

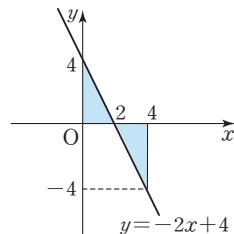
싸인 도형에 대하여 $y \geq 0$ 인 부

분의 넓이가 $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ 이고,

$y \leq 0$ 인 부분의 넓이가

$\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ 이므로

$$\int_0^4 (-2x+4) dx = 4 - 4 = 0$$



(8) 오른쪽 그림에서 함수

$y = x-4$ 의 그래프와 x 축 및

두 직선 $x=-2$, $x=6$ 으로 둘

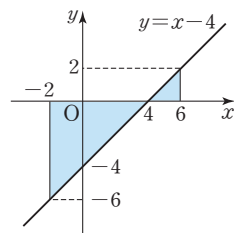
러싸인 도형에 대하여 $y \geq 0$ 인

부분의 넓이가 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 이

고, $y \leq 0$ 인 부분의 넓이가

$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ 이므로

$$\int_{-2}^6 (x-4) dx = 2 - 18 = -16$$



02 답 (1) 0

(2) 0

(3) 0

(4) 4

(5) $-\frac{27}{2}$

(6) -3

풀이 (1) 아래끝과 위끝이 같으므로

$$\int_{-1}^{-1} 3x^4 dx = 0$$

(2) 아래끝과 위끝이 같으므로

$$\int_1^1 (x-6) dx = 0$$

(3) 아래끝과 위끝이 같으므로

$$\int_3^3 (6x^2+2x-5) dx = 0$$

(4) (아래끝) > (위끝)이므로

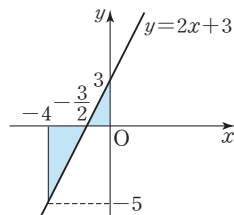
$$\int_0^{-4} (2x+3) dx$$

$$= -\int_{-4}^0 (2x+3) dx$$

$$= -\left\{\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3\right)\right.$$

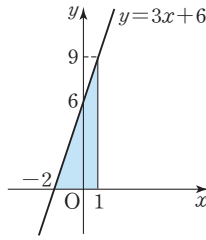
$$\left. -\left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5\right)\right\}$$

$$= 4$$



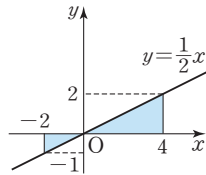
(5) (아래끝) > (위끝) 이므로

$$\begin{aligned} & \int_1^{-2} (3x+6) dx \\ &= - \int_{-2}^1 (3x+6) dx \\ &= - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 9 \right) \\ &= - \frac{27}{2} \end{aligned}$$



(6) (아래끝) > (위끝) 이므로

$$\begin{aligned} & \int_4^{-2} \frac{1}{2} x dx \\ &= - \int_{-2}^4 \frac{1}{2} x dx \\ &= - \left[\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1 \right) \right] \\ &= -3 \end{aligned}$$



- 03** 답 (1) $3x^2 - 2x$ (2) $x^2 - x + 3$
(3) $2x^2 - 2x$ (4) $x^2 + 3x - 7$

풀이 (1) $\frac{d}{dx} \int_2^x (3t^2 - 2t) dt = 3x^2 - 2x$
(2) $\frac{d}{dx} \int_{-1}^x (t^2 - t + 3) dt = x^2 - x + 3$
(3) $\frac{d}{dx} \int_1^x (2t^2 - 2t) dt = 2x^2 - 2x$
(4) $\frac{d}{dx} \int_2^x (t^2 + 3t - 7) dt = x^2 + 3x - 7$

- 04** 답 (1) $a=7, f(x)=4x+7$
(2) $a=-1, f(x)=3x^2-2x$
(3) $a=1, f(x)=3x^2-6x+1$

풀이 (1) $\int_1^x f(t) dt = 2x^2 + ax - 9$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입
하면

$$\int_1^1 f(t) dt = 2 + a - 9 = 0 \quad \therefore a = 7$$

$\int_1^x f(t) dt = 2x^2 + 7x - 9$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_1^x f(t) dt &= \frac{d}{dx} (2x^2 + 7x - 9) \\ \therefore f(x) &= 4x + 7 \end{aligned}$$

(2) $\int_{-2}^x f(t) dt = x^3 + ax^2 + 12$ 의 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{-2} f(t) dt &= -8 + 4a + 12 = 0 \\ 4a + 4 &= 0 \quad \therefore a = -1 \end{aligned}$$

$\int_{-2}^x f(t) dt = x^3 - x^2 + 12$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_{-2}^x f(t) dt &= \frac{d}{dx} (x^3 - x^2 + 12) \\ \therefore f(x) &= 3x^2 - 2x \end{aligned}$$

(3) $\int_3^x f(t) dt = x^3 - 3x^2 + ax - 3$ 의 양변에 $x=3$ 을 대입하면

$$\int_3^3 f(t) dt = 27 - 27 + 3a - 3 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$\int_3^x f(t) dt = x^3 - 3x^2 + x - 3$ 의 양변을 x 에 대하여 미분
하면

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_3^x f(t) dt &= \frac{d}{dx} (x^3 - 3x^2 + x - 3) \\ \therefore f(x) &= 3x^2 - 6x + 1 \end{aligned}$$

- 05** 답 (1) 19 (2) -32 (3) 38 (4) -2
(5) 1 (6) $\frac{39}{2}$ (7) 63 (8) $-\frac{50}{3}$

풀이 (1) $\int_2^3 3x^2 dx = \left[x^3 \right]_2^3 = 27 - 8 = 19$

(2) $\int_0^2 (-8x^3) dx = \left[-2x^4 \right]_0^2 = -32 - 0 = -32$

(3) $\int_1^3 (10x - 1) dx = \left[5x^2 - x \right]_1^3 = (45 - 3) - (5 - 1) = 38$

(4) $\int_{-1}^0 (4x^3 - 9x^2 + 2) dx = \left[x^4 - 3x^3 + 2x \right]_{-1}^0$
 $= 0 - (1 + 3 - 2) = -2$

(5) $\int_0^1 (5x^4 + 12x^2 - 8x) dx = \left[x^5 + 4x^3 - 4x^2 \right]_0^1$
 $= (1 + 4 - 4) - 0 = 1$

(6) $\int_1^2 2x(3x^2 - 1) dx = \int_1^2 (6x^3 - 2x) dx = \left[\frac{3}{2}x^4 - x^2 \right]_1^2$
 $= (24 - 4) - \left(\frac{3}{2} - 1 \right) = \frac{39}{2}$

(7) $\int_{-3}^0 (x-3)^2 dx = \int_{-3}^0 (x^2 - 6x + 9) dx$
 $= \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x \right]_{-3}^0$
 $= 0 - (-9 - 27 - 27) = 63$

(8) $\int_0^2 (2x+1)(x-4) dx = \int_0^2 (2x^2 - 7x - 4) dx$
 $= \left[\frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 4x \right]_0^2$
 $= \left(\frac{16}{3} - 14 - 8 \right) - 0 = -\frac{50}{3}$

- 06** 답 (1) 2 (2) -6 (3) 18 (4) -3
(5) 6 (6) $\frac{9}{2}$ (7) 35 (8) -2

풀이 (1) $\int_0^1 (2x - x^2) dx + \int_0^1 (2x + x^2) dx$

$$= \int_0^1 \{ (2x - x^2) + (2x + x^2) \} dx$$

$$= \int_0^1 4x dx$$

$$= \left[2x^2 \right]_0^1$$

$$= 2 - 0 = 2$$

(2) $\int_1^2 (x^2 + 3x) dx - \int_1^2 (4x^2 + 3x - 1) dx$

$$= \int_1^2 \{ (x^2 + 3x) - (4x^2 + 3x - 1) \} dx$$

$$= \int_1^2 (-3x^2 + 1) dx$$

$$= \left[-x^3 + x \right]_1^2$$

$$= -6 - 0 = -6$$

$$\begin{aligned}
(3) \quad & \int_0^3 (x^2+4)dx + 2 \int_0^3 (x^2-x-2)dx \\
&= \int_0^3 \{(x^2+4) + 2(x^2-x-2)\}dx \\
&= \int_0^3 (3x^2-2x)dx \\
&= \left[x^3 - x^2 \right]_0^3 \\
&= 18 - 0 = 18 \\
(4) \quad & \int_{-1}^2 (3x^3-x^2-x)dx + \int_{-1}^2 (t^3-5t^2+t)dt \\
&= \int_{-1}^2 (3x^3-x^2-x)dx + \int_{-1}^2 (x^3-5x^2+x)dx \\
&= \int_{-1}^2 \{(3x^3-x^2-x) + (x^3-5x^2+x)\}dx \\
&= \int_{-1}^2 (4x^3-6x^2)dx \\
&= \left[x^4 - 2x^3 \right]_{-1}^2 \\
&= 0 - 3 = -3 \\
(5) \quad & \int_{-2}^1 (t-1)^2 dt - \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx \\
&= \int_{-2}^1 (x-1)^2 dx - \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx \\
&= \int_{-2}^1 \{(x^2-2x+1) - (x^2+2x+1)\}dx \\
&= \int_{-2}^1 (-4x)dx \\
&= \left[-2x^2 \right]_{-2}^1 \\
&= -2 - (-8) = 6 \\
(6) \quad & \int_3^4 \frac{x^2}{x-1} dx - \int_3^4 \frac{1}{x-1} dx \\
&= \int_3^4 \frac{x^2-1}{x-1} dx \\
&= \int_3^4 \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} dx \\
&= \int_3^4 (x+1)dx \\
&= \left[\frac{1}{2}x^2 + x \right]_3^4 \\
&= 12 - \frac{15}{2} = \frac{9}{2} \\
(7) \quad & \int_{-2}^3 (x^2-5x)dx - \int_3^{-2} (2x^2+5x)dx \\
&= \int_{-2}^3 (x^2-5x)dx + \int_{-2}^3 (2x^2+5x)dx \\
&= \int_{-2}^3 3x^2 dx = \left[x^3 \right]_{-2}^3 \\
&= 27 - (-8) = 35 \\
(8) \quad & \int_0^1 (5x^3-15x^2+2x)dx + \int_1^0 (x^3-2x)dx \\
&= \int_0^1 (5x^3-15x^2+2x)dx - \int_0^1 (x^3-2x)dx \\
&= \int_0^1 (4x^3-15x^2+4x)dx = \left[x^4-5x^3+2x^2 \right]_0^1 \\
&= -2 - 0 = -2
\end{aligned}$$

07 답 (1) 60 (2) 4
(3) 0 (4) 72
(5) 21 (6) 3
(7) 0 (8) 86

풀이 (1) $\int_1^2 (6x+5)dx + \int_2^4 (6x+5)dx$

$$= \int_1^4 (6x+5)dx$$

$$= \left[3x^2 + 5x \right]_1^4$$

$$= 68 - 8 = 60$$

(2) $\int_0^1 (3x^2+2x-4)dx + \int_1^2 (3x^2+2x-4)dx$

$$= \int_0^2 (3x^2+2x-4)dx$$

$$= \left[x^3 + x^2 - 4x \right]_0^2$$

$$= 4 - 0 = 4$$

(3) $\int_{-2}^1 (t^3-t)dt + \int_1^2 (x^3-x)dx$

$$= \int_{-2}^1 (x^3-x)dx + \int_1^2 (x^3-x)dx$$

$$= \int_{-2}^2 (x^3-x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \right]_{-2}^2$$

$$= 2 - 2 = 0$$

(4) $\int_{-1}^1 (4x^3-2)dx + \int_1^2 (4x^3-2)dx + \int_2^3 (4x^3-2)dx$

$$= \int_{-1}^3 (4x^3-2)dx$$

$$= \left[x^4 - 2x \right]_{-1}^3$$

$$= 75 - 3 = 72$$

(5) $\int_0^2 (x+1)^2 dx + \int_2^3 (x+1)^2 dx$

$$= \int_0^3 (x+1)^2 dx$$

$$= \int_0^3 (x^2+2x+1)dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 + x \right]_0^3$$

$$= 21 - 0 = 21$$

(6) $\int_1^2 (x-2)^2 dx + \int_2^4 (t-2)^2 dt$

$$= \int_1^2 (x-2)^2 dx + \int_2^4 (x-2)^2 dx$$

$$= \int_1^4 (x-2)^2 dx$$

$$= \int_1^4 (x^2-4x+4)dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right]_1^4$$

$$= \frac{16}{3} - \frac{7}{3} = 3$$

$$\begin{aligned}
 (7) \int_{-1}^0 (1-3x^2)dx - \int_1^0 (1-3x^2)dx \\
 = \int_{-1}^0 (1-3x^2)dx + \int_0^1 (1-3x^2)dx \\
 = \int_{-1}^1 (1-3x^2)dx \\
 = \left[x - x^3 \right]_{-1}^1 \\
 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) \int_1^2 (6x^2+12x-7)dx - \int_3^2 (6x^2+12x-7)dx \\
 = \int_1^2 (6x^2+12x-7)dx + \int_2^3 (6x^2+12x-7)dx \\
 = \int_1^3 (6x^2+12x-7)dx \\
 = \left[2x^3+6x^2-7x \right]_1^3 \\
 = 87-1=86
 \end{aligned}$$

08 답 (1) 4 (2) $\frac{25}{6}$ (3) $\frac{5}{4}$

$$\begin{aligned}
 \text{풀이 (1)} \int_{-1}^1 f(x)dx \\
 = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx \\
 = \int_{-1}^0 (2x+3)dx + \int_0^1 (-3x^2+3)dx \\
 = \left[x^2+3x \right]_{-1}^0 + \left[-x^3+3x \right]_0^1 \\
 = 2+2=4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \int_0^2 f(x)dx \\
 = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx \\
 = \int_0^1 (x+2)dx + \int_1^2 (-x^2+4)dx \\
 = \left[\frac{1}{2}x^2+2x \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{3}x^3+4x \right]_1^2 \\
 = \frac{5}{2} + \frac{5}{3} = \frac{25}{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \int_1^3 f(x)dx \\
 = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx \\
 = \int_1^2 \left(\frac{1}{2}x-1 \right)dx + \int_2^3 (3x-6)dx \\
 = \left[\frac{1}{4}x^2-x \right]_1^2 + \left[\frac{3}{2}x^2-6x \right]_2^3 \\
 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

09 답 (1) $f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 1) \\ 2 & (x > 1) \end{cases}$ (2) $\frac{23}{6}$

$$\begin{aligned}
 \text{풀이 (1)} \text{ 두 점 } (-1, 0), (0, 1) \text{ 을 지나는 직선의 방정식은} \\
 y-1 = \frac{1-0}{0-(-1)}(x-0) \quad \therefore y = x+1 \\
 \therefore f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 1) \\ 2 & (x > 1) \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \int_0^2 xf(x)dx &= \int_0^1 (x^2+x)dx + \int_1^2 2xdx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 + \left[x^2 \right]_1^2 \\
 &= \frac{5}{6} + 3 = \frac{23}{6}
 \end{aligned}$$

10 답 (1) $f(x) = \begin{cases} -2x-1 & (x \leq 0) \\ -1 & (x > 0) \end{cases}$ (2) $-\frac{2}{3}$

풀이 (1) 두 점 $(-\frac{1}{2}, 0), (0, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식

$$y - (-1) = \frac{-1-0}{0-(-\frac{1}{2})}(x-0) \quad \therefore y = -2x-1$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} -2x-1 & (x \leq 0) \\ -1 & (x > 0) \end{cases}$$

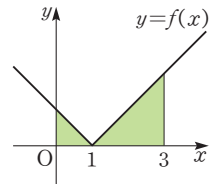
$$\begin{aligned}
 (2) \int_{-1}^1 xf(x)dx &= \int_{-1}^0 (-2x^2-x)dx + \int_0^1 (-x)dx \\
 &= \left[-\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 \\
 &= -\frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

11 답 (1) $\frac{5}{2}$ (2) 5 (3) 5 (4) $\frac{8}{3}$ (5) $\frac{8}{3}$ (6) $\frac{22}{3}$

풀이 (1) $f(x) = |x-1|$ 로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & (x < 1) \\ x-1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

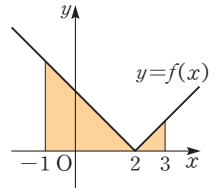
$$\begin{aligned}
 \therefore \int_0^3 |x-1|dx \\
 = \int_0^1 (-x+1)dx \\
 + \int_1^3 (x-1)dx \\
 = \left[-\frac{1}{2}x^2+x \right]_0^1 + \left[\frac{1}{2}x^2-x \right]_1^3 \\
 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$



(2) $f(x) = |x-2|$ 로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & (x < 2) \\ x-2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

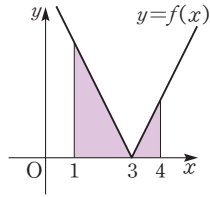
$$\begin{aligned}
 \therefore \int_{-1}^3 |x-2|dx \\
 = \int_{-1}^2 (-x+2)dx \\
 + \int_2^3 (x-2)dx \\
 = \left[-\frac{1}{2}x^2+2x \right]_{-1}^2 + \left[\frac{1}{2}x^2-2x \right]_2^3 \\
 = \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5
 \end{aligned}$$



(3) $f(x) = |2x-6|$ 으로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} -2x+6 & (x < 3) \\ 2x-6 & (x \geq 3) \end{cases}$$

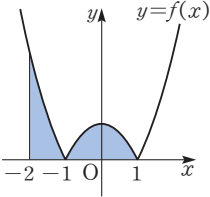
$$\begin{aligned}
 &\therefore \int_1^4 |2x-6| dx \\
 &= \int_1^3 (-2x+6) dx \\
 &\quad + \int_3^4 (2x-6) dx \\
 &= \left[-x^2 + 6x \right]_1^3 + \left[x^2 - 6x \right]_3^4 \\
 &= 4 + 1 = 5
 \end{aligned}$$



(4) $f(x) = |x^2-1|$ 로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & (-1 < x < 1) \\ x^2-1 & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 1) \end{cases}$$

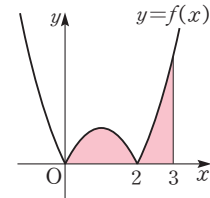
$$\begin{aligned}
 &\therefore \int_{-2}^1 |x^2-1| dx \\
 &= \int_{-2}^{-1} (x^2-1) dx \\
 &\quad + \int_{-1}^1 (-x^2+1) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x \right]_{-2}^{-1} + \left[-\frac{1}{3}x^3 + x \right]_{-1}^1 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$



(5) $f(x) = |x^2-2x|$ 로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+2x & (0 < x < 2) \\ x^2-2x & (x \leq 0 \text{ 또는 } x \geq 2) \end{cases}$$

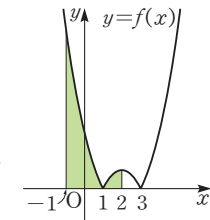
$$\begin{aligned}
 &\therefore \int_0^3 |x^2-2x| dx \\
 &= \int_0^2 (-x^2+2x) dx \\
 &\quad + \int_2^3 (x^2-2x) dx \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$



(6) $f(x) = |x^2-4x+3|$ 으로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+4x-3 & (1 < x < 3) \\ x^2-4x+3 & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 &\therefore \int_{-1}^2 |x^2-4x+3| dx \\
 &= \int_{-1}^1 (x^2-4x+3) dx \\
 &\quad + \int_1^2 (-x^2+4x-3) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right]_{-1}^1 \\
 &\quad + \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x \right]_1^2 \\
 &= \frac{20}{3} + \frac{2}{3} = \frac{22}{3}
 \end{aligned}$$



12 답 (1) -2 (2) 0 (3) 6 (4) -32

(5) 60 (6) 192 (7) $\frac{16}{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{풀이 (1)} \quad &\int_{-1}^1 (-10x^4+1) dx = 2 \int_0^1 (-10x^4+1) dx \\
 &= 2 \left[-2x^5 + x \right]_0^1 \\
 &= 2 \times (-1) = -2
 \end{aligned}$$

$$(2) \int_{-4}^4 (2x^5-3x) dx = 0$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &\int_{-1}^1 (x^3+9x^2+7x) dx = \int_{-1}^1 (x^3+7x) dx + \int_{-1}^1 9x^2 dx \\
 &= 0 + 2 \int_0^1 9x^2 dx = 2 \left[3x^3 \right]_0^1 \\
 &= 2 \times 3 = 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad &\int_{-2}^2 (3x^5-5x^4+4x^3+6x^2+2x) dx \\
 &= \int_{-2}^2 (3x^5+4x^3+2x) dx + \int_{-2}^2 (-5x^4+6x^2) dx \\
 &= 0 + 2 \int_0^2 (-5x^4+6x^2) dx \\
 &= 2 \left[-x^5 + 2x^3 \right]_0^2 \\
 &= 2 \times (-16) = -32
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \quad &\int_{-3}^3 (x^7-2x^5-4x^3+3x^2-x+1) dx \\
 &= \int_{-3}^3 (x^7-2x^5-4x^3-x) dx + \int_{-3}^3 (3x^2+1) dx \\
 &= 0 + 2 \int_0^3 (3x^2+1) dx \\
 &= 2 \left[x^3 + x \right]_0^3 \\
 &= 2 \times 30 = 60
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad &\int_{-2}^1 (-2x^5+15x^4-x) dx + \int_1^2 (-2x^5+15x^4-x) dx \\
 &= \int_{-2}^2 (-2x^5+15x^4-x) dx \\
 &= \int_{-2}^2 (-2x^5-x) dx + \int_{-2}^2 15x^4 dx \\
 &= 0 + 2 \int_0^2 15x^4 dx \\
 &= 2 \left[3x^5 \right]_0^2 \\
 &= 2 \times 96 = 192
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad &\int_{-1}^0 (5x^4+3x^3-x^2+9x+2) dx \\
 &\quad - \int_1^0 (5x^4+3x^3-x^2+9x+2) dx \\
 &= \int_{-1}^0 (5x^4+3x^3-x^2+9x+2) dx \\
 &\quad + \int_0^1 (5x^4+3x^3-x^2+9x+2) dx \\
 &= \int_{-1}^1 (5x^4+3x^3-x^2+9x+2) dx \\
 &= \int_{-1}^1 (5x^4-x^2+2) dx + \int_{-1}^1 (3x^3+9x) dx \\
 &= 2 \int_0^1 (5x^4-x^2+2) dx + 0 \\
 &= 2 \left[x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 2x \right]_0^1 \\
 &= 2 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

- 13 답 (1) $\frac{10}{3}$ (2) $\frac{80}{3}$ (3) $\frac{16}{3}$

풀이 (1) 조건 (나)에서 $f(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이므로

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx = \int_3^5 f(x)dx \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $f(x)$ 가 짝함수이므로

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = 2 \int_0^1 f(x)dx \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \int_0^5 f(x)dx &= \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx \\ &= 5 \int_0^1 f(x)dx = 5 \int_0^1 (-x^2 + 1)dx \\ &= 5 \left[-\frac{1}{3}x^3 + x \right]_0^1 \\ &= 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

(2) 조건 (나)에서 $f(x)$ 는 주기가 4인 주기함수이므로

$$\int_{-2}^2 f(x)dx = \int_2^6 f(x)dx = \int_6^{10} f(x)dx \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $f(x)$ 가 짝함수이므로

$$\int_{-2}^2 f(x)dx = 2 \int_0^2 f(x)dx \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \int_0^{10} f(x)dx &= \int_0^2 f(x)dx + \int_2^6 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx \\ &= 5 \int_0^2 f(x)dx = 5 \int_0^2 (4 - x^2)dx \\ &= 5 \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 \\ &= 5 \times \frac{16}{3} = \frac{80}{3} \end{aligned}$$

(3) 조건 (나)에서 $f(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이므로

$$\int_{-4}^{-2} f(x)dx = \int_{-2}^0 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx = \int_2^4 f(x)dx \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}$ 에 의하여

$$\begin{aligned} \int_{-4}^4 f(x)dx &= \int_{-4}^{-2} f(x)dx + \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx \\ &= 4 \int_0^2 f(x)dx = 4 \int_0^2 (-x^2 + 2x)dx \\ &= 4 \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 \\ &= 4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \end{aligned}$$

- 14 답 (1) $x^2 + 3x - 2$ (2) $2x^2 - x + 5$ (3) $x^2 - \frac{1}{2}x^3$

- 15 답 (1) $6x + 3$ (2) $-8x - 8$ (3) $-3x^2 - 3x$

풀이 (1) $\frac{d}{dx} \int_x^{x+1} (3t^2 - 1)dt$

$$\begin{aligned} &= \{3(x+1)^2 - 1\} - (3x^2 - 1) \\ &= 6x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \frac{d}{dx} \int_x^{x+2} (-2t^2 + 5)dt \\ &= \{-2(x+2)^2 + 5\} - (-2x^2 + 5) \\ &= -8x - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \frac{d}{dx} \int_x^{x+1} (t - t^3)dt \\ &= \{(x+1) - (x+1)^3\} - (x - x^3) \\ &= -3x^2 - 3x \end{aligned}$$

- 16 답 (1) $f(x) = 4x - 8$ (2) $f(x) = 6x^2 - 10x - \frac{9}{2}$

$$(3) f(x) = -\frac{32}{15}x^3 + 3x^2 \quad (4) f(x) = 8x^2 + 4$$

풀이 (1) $\int_0^2 f(t)dt = k$ (k 는 상수) $\dots\dots \textcircled{1}$

로 놓으면 $f(x) = 4x + k$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (4t + k)dt = k, \quad \left[2t^2 + kt \right]_0^2 = k$$

$$8 + 2k = k \quad \therefore k = -8$$

$$\therefore f(x) = 4x - 8$$

(2) $\int_0^3 f(t)dt = k$ (k 는 상수) $\dots\dots \textcircled{1}$

로 놓으면 $f(x) = 6x^2 - 10x + k$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\int_0^3 (6t^2 - 10t + k)dt = k, \quad \left[2t^3 - 5t^2 + kt \right]_0^3 = k$$

$$9 + 3k = k \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

$$\therefore f(x) = 6x^2 - 10x - \frac{9}{2}$$

(3) $\int_0^2 f(t)dt = k$ (k 는 상수) $\dots\dots \textcircled{1}$

로 놓으면 $f(x) = 3x^2 + 4kx^3$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\int_0^2 (3t^2 + 4kt^3)dt = k, \quad \left[t^3 + kt^4 \right]_0^2 = k$$

$$8 + 16k = k \quad \therefore k = -\frac{8}{15}$$

$$\therefore f(x) = -\frac{32}{15}x^3 + 3x^2$$

(4) $\int_0^1 t f(t)dt = k$ (k 는 상수) $\dots\dots \textcircled{1}$

로 놓으면 $f(x) = 8x^2 + k$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\int_0^1 (8t^3 + kt)dt = k, \quad \left[2t^4 + \frac{k}{2}t^2 \right]_0^1 = k$$

$$2 + \frac{k}{2} = k \quad \therefore k = 4$$

$$\therefore f(x) = 8x^2 + 4$$

- 17 답 (1) $f(x) = 5x + 18$ (2) $f(x) = x^3 - 2x + 4$

$$(3) f(x) = 2x^2 + 8 \quad (4) f(x) = -3x^2 + 6x - 27$$

풀이 (1) $\int_0^3 f'(t)dt = k$ (k 는 상수) $\dots\dots \textcircled{1}$

$$\text{로 놓으면 } f(x) = 5x + 3 + k \quad \therefore f'(x) = 5$$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^3 5dt = k$$

$$\left[5t \right]_0^3 = k \quad \therefore k = 15$$

$$\therefore f(x) = 5x + 3 + 15 = \underline{5x + 18}$$

(2) $\int_0^2 f'(t)dt = k$ (k 는 상수) ㉠

로 놓으면 $f(x) = x^3 - 2x + k \quad \therefore f'(x) = 3x^2 - 2$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^2 (3t^2 - 2)dt = k$$

$$\left[t^3 - 2t \right]_0^2 = k \quad \therefore k = 4$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 2x + 4$$

(3) $\int_0^1 f'(t)dt = k$ (k 는 상수) ㉠

로 놓으면 $f(x) = 2x^2 + 4k \quad \therefore f'(x) = 4x$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^1 4t dt = k$$

$$\left[2t^2 \right]_0^1 = k \quad \therefore k = 2$$

$$\therefore f(x) = 2x^2 + 8$$

(4) $\int_0^3 t f'(t)dt = k$ (k 는 상수) ㉠

로 놓으면 $f(x) = -3x^2 + 6x + k$

$$\therefore f'(x) = -6x + 6$$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^3 (-6t^2 + 6t)dt = k$$

$$\left[-2t^3 + 3t^2 \right]_0^3 = k \quad \therefore k = -27$$

$$\therefore f(x) = -3x^2 + 6x - 27$$

18 답 (1) $f(x) = 2x - 1$ (2) $f(x) = 3x^2 - x - 3$
(3) $f(x) = 10x - 6$ (4) $f(x) = -36x^2 + 6x + 9$

풀이 (1) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 2x + a$$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$0 = 1 + a \quad \therefore a = -1$$

$$\therefore f(x) = \underline{2x - 1}$$

(2) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 3x^2 + 4ax - 3$$

주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$0 = 8 + 8a - 6 \quad \therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore f(x) = 3x^2 - x - 3$$

(3) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 10x + a$$

주어진 등식의 양변에 $x=3$ 을 대입하면

$$0 = 45 + 3a - 27 \quad \therefore a = -6$$

$$\therefore f(x) = 10x - 6$$

(4) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = -36x^2 + 6x + a$$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$0 = -12 + 3 + a \quad \therefore a = 9$$

$$\therefore f(x) = -36x^2 + 6x + 9$$

19 답 (1) $f(x) = 9x^2 - 4x - 1$

(2) $f(x) = -4x^3 + 2x + 6$

(3) $f(x) = 4x^2 + 3x - 24$

풀이 (1) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) + x f'(x) = 18x^2 - 4x + f(x)$$

$$x f'(x) = 18x^2 - 4x \quad \therefore f'(x) = 18x - 4$$

$$\therefore f(x) = \int (18x - 4)dx = 9x^2 - 4x + C \quad \dots\dots ㉠$$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 \times f(1) = 6 - 2 + 0 \quad \therefore f(1) = 4$$

$$㉠에서 f(1) = 9 - 4 + C = 4 \quad \therefore C = -1$$

$C = -1$ 을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = \underline{9x^2 - 4x - 1}$$

(2) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) + x f'(x) = -12x^3 + 2x + f(x)$$

$$x f'(x) = -12x^3 + 2x \quad \therefore f'(x) = -12x^2 + 2$$

$$\therefore f(x) = \int (-12x^2 + 2)dx = -4x^3 + 2x + C \quad \dots\dots ㉠$$

주어진 등식의 양변에 $x=2$ 를 대입하면

$$2f(2) = -48 + 4 + 0 \quad \therefore f(2) = -22$$

$$㉠에서 f(2) = -32 + 4 + C = -22 \quad \therefore C = 6$$

$C = 6$ 을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = \underline{-4x^3 + 2x + 6}$$

(3) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$2xf(x) + x^2 f'(x) = 8x^3 + 3x^2 + 2xf(x)$$

$$x^2 f'(x) = 8x^3 + 3x^2 \quad \therefore f'(x) = 8x + 3$$

$$\therefore f(x) = \int (8x + 3)dx = 4x^2 + 3x + C \quad \dots\dots ㉠$$

주어진 등식의 양변에 $x=3$ 을 대입하면

$$9f(3) = 162 + 27 + 0 \quad \therefore f(3) = 21$$

$$㉠에서 f(3) = 36 + 9 + C = 21 \quad \therefore C = -24$$

$C = -24$ 을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = \underline{4x^2 + 3x - 24}$$

20 답 (1) $f'(x) = x^2 + x - 2$ (2) $x = -2$ 또는 $x = 1$

(3) 풀이 참조 (4) $\frac{10}{3}$ (5) $-\frac{7}{6}$

풀이 (1) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = \underline{x^2 + x - 2}$$

(2) $f'(x) = 0$ 에서 $x^2 + x - 2 = 0$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = \underline{-2} \text{ 또는 } x = 1$$

(3)	x	...	-2	...	1	...
	$f'(x)$	+	0	-	0	+
	$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

(4) 함수 $f(x)$ 는 $x=-2$ 에서 극대이므로 극댓값은

$$f(-2) = \int_0^{-2} (t^2 + t - 2) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 2t \right]_0^{-2} = \frac{10}{3}$$

(5) 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극소이므로 극솟값은

$$f(1) = \int_0^1 (t^2 + t - 2) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 2t \right]_0^1 = -\frac{7}{6}$$

21 답 (1) 극댓값: $\frac{13}{6}$, 극솟값: $-\frac{56}{3}$

(2) 극댓값: $\frac{16}{3}$, 극솟값: $-\frac{16}{3}$

(3) 극댓값: 없다., 극솟값: $-\frac{27}{2}$

풀이 (1) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=4$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	4	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극대이므로 극댓값은

$$f(-1) = \int_0^{-1} (t^2 - 3t - 4) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 4t \right]_0^{-1} = \frac{13}{6}$$

함수 $f(x)$ 는 $x=4$ 에서 극소이므로 극솟값은

$$f(4) = \int_0^4 (t^2 - 3t - 4) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 4t \right]_0^4 = -\frac{56}{3}$$

(2) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = -x^2 + 2x + 3 = -(x+1)(x-3)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-1	...	3	...
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	극소	↗	극대	↘

함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극대이므로 극댓값은

$$f(3) = \int_1^3 (-t^2 + 2t + 3) dt$$

$$= \left[-\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 3t \right]_1^3 = \frac{16}{3}$$

함수 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극소이므로 극솟값은

$$f(-1) = \int_1^{-1} (-t^2 + 2t + 3) dt = -2 \int_0^1 (-t^2 + 3) dt$$

$$= -2 \left[-\frac{1}{3}t^3 + 3t \right]_0^1 = -\frac{16}{3}$$

(3) 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = 6x^3 - 12x^2 = 6x^2(x-2)$$

$$f'(x)=0 \text{에서 } x=0 \text{ 또는 } x=2$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	-	0	-	0	+
$f(x)$	↘		↘	극소	↗

함수 $f(x)$ 의 극댓값은 없고, $x=2$ 에서 극소이므로 극솟값은

$$f(2) = \int_{-1}^2 (6t^3 - 12t^2) dt$$

$$= \left[\frac{3}{2}t^4 - 4t^3 \right]_{-1}^2 = -\frac{27}{2}$$

22 답 (1) 4 (2) 6 (3) 4

풀이 (1) $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_1^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x-1}$$

$$= F'(1) = f(1)$$

$$= 2 - 1 + 3 = 4$$

(2) $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_3^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_3^x = F(x) - F(3) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x f(t) dt = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{F(x) - F(3)}{x-3}$$

$$= F'(3) = f(3)$$

$$= -9 + 15 = 6$$

(3) $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_2^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_2^x = F(x) - F(2) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} \int_2^x f(t) dt = \lim_{x \rightarrow 2} \left\{ \frac{F(x) - F(2)}{x-2} \times \frac{1}{x+2} \right\}$$

$$= \frac{1}{4} F'(2) = \frac{1}{4} f(2)$$

$$= \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

23 답 (1) 13 (2) 5 (3) $\frac{3}{2}$

풀이 (1) $f(t) = t^3 - 4t - 2$ 라 하고 함수 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라고 하면

$$\int_3^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_3^x = F(x) - F(3) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x (t^3 - 4t - 2) dt$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} \int_3^x f(t) dt$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{F(x) - F(3)}{x-3}$$

$$= F'(3) = f(3) = 13$$

(2) $f(t) = t^3 - 3t^2 + t + 7$ 이라 하고 함수 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라고 하면

$$\int_2^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_2^x = F(x) - F(2) \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x (t^3 - 3t^2 + t + 7) dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x f(t) dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{F(x) - F(2)}{x-2} \\ &= F'(2) = f(2) = 5 \end{aligned}$$

- (3) $f(t) = 6t^2 - 4t + 1$ 이라 하고 함수 $f(t)$ 의 한 부정적분을 $F(t)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} \int_1^x f(t) dt &= \left[F(t) \right]_1^x = F(x) - F(1) \text{이므로} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x (6t^2 - 4t + 1) dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x f(t) dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{F(x) - F(1)}{x-1} \times \frac{1}{x+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} F'(1) = \frac{1}{2} f(1) = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

24 답 (1) -4 (2) 126 (3) -32

풀이 (1) $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_1^{1+2h} f(x) dx = \left[F(x) \right]_1^{1+2h} = F(1+2h) - F(1)$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+2h} f(x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h) - F(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+2h) - F(1)}{2h} \times 2 \\ &= 2F'(1) = 2f(1) \\ &= 2 \times (-2) = -4 \end{aligned}$$

- (2) $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_2^{2+3h} f(x) dx = \left[F(x) \right]_2^{2+3h} = F(2+3h) - F(2)$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+3h} f(x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+3h) - F(2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+3h) - F(2)}{3h} \times 3 \\ &= 3F'(2) = 3f(2) \\ &= 3 \times 42 = 126 \end{aligned}$$

- (3) $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_3^{3-2h} f(x) dx = \left[F(x) \right]_3^{3-2h} = F(3-2h) - F(3)$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_3^{3-2h} f(x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(3-2h) - F(3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(3-2h) - F(3)}{-2h} \times (-2) \\ &= -2F'(3) = -2f(3) \\ &= -2 \times 16 = -32 \end{aligned}$$

25 답 (1) 0 (2) -24 (3) 14

풀이 (1) $f(x) = -x^2 + 3x$ 라 하고 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_3^{3+h} f(x) dx = \left[F(x) \right]_3^{3+h} = F(3+h) - F(3)$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_3^{3+h} (-x^2 + 3x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_3^{3+h} f(x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(3+h) - F(3)}{h} \\ &= F'(3) = f(3) = 0 \end{aligned}$$

- (2) $f(x) = 2x^3 - 7x^2 - x$ 라 하고 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_1^{1+4h} f(x) dx = \left[F(x) \right]_1^{1+4h} = F(1+4h) - F(1)$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+4h} (2x^3 - 7x^2 - x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_1^{1+4h} f(x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+4h) - F(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+4h) - F(1)}{4h} \times 4 \\ &= 4F'(1) = 4f(1) \\ &= 4 \times (-6) = -24 \end{aligned}$$

- (3) $f(x) = x^4 + 6x^3$ 이라 하고 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} \int_{1-h}^{1+h} f(x) dx &= \left[F(x) \right]_{1-h}^{1+h} \\ &= F(1+h) - F(1-h) \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{1-h}^{1+h} (x^4 + 6x^3) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_{1-h}^{1+h} f(x) dx \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(1+h) - F(1) + F(1) - F(1-h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{F(1+h) - F(1)}{h} + \frac{F(1) - F(1-h)}{-h} \right\} \\ &= F'(1) + F'(1) \\ &= 2F'(1) = 2f(1) \\ &= 2 \times 7 = 14 \end{aligned}$$

01 답 61

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_{-1}^2 4x^3 dx + \int_1^3 (12x-1) dx &= \left[x^4 \right]_{-1}^2 + \left[6x^2 - x \right]_1^3 \\ &= 15 + 46 = 61 \end{aligned}$$

02 답 8

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_{-1}^{-1} (3x^4 - 2x^2) dx - \int_0^{-1} (6x^2 - 2x + 5) dx \\ = 0 + \int_{-1}^0 (6x^2 - 2x + 5) dx \\ = \left[2x^3 - x^2 + 5x \right]_{-1}^0 = 8 \end{aligned}$$

03 답 10

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_0^2 (3x^3 + 2x^2 - 2) dx - \int_0^2 (x^3 - x^2 + 1) dx \\ = \int_0^2 \{ (3x^3 + 2x^2 - 2) - (x^3 - x^2 + 1) \} dx \\ = \int_0^2 (2x^3 + 3x^2 - 3) dx \\ = \left[\frac{1}{2}x^4 + x^3 - 3x \right]_0^2 = 10 \end{aligned}$$

04 답 50

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_{-2}^1 (4x^3 - 6x) dx + \int_1^3 (4t^3 - 6t) dt \\ = \int_{-2}^1 (4x^3 - 6x) dx + \int_1^3 (4x^3 - 6x) dx \\ = \int_{-2}^3 (4x^3 - 6x) dx \\ = \left[x^4 - 3x^2 \right]_{-2}^3 \\ = 54 - 4 = 50 \end{aligned}$$

05 답 $\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_0^1 (x-1)^2 dx - \int_2^1 (x-1)^2 dx \\ = \int_0^1 (x-1)^2 dx + \int_1^2 (x-1)^2 dx \\ = \int_0^2 (x-1)^2 dx \\ = \int_0^2 (x^2 - 2x + 1) dx \\ = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x \right]_0^2 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

06 답 $-\frac{10}{3}$

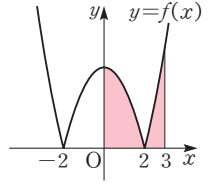
$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \\ = \int_{-1}^1 (x-1) dx + \int_1^2 (-x^2+1) dx \\ = \left[\frac{1}{2}x^2 - x \right]_{-1}^1 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + x \right]_1^2 \\ = -2 + \left(-\frac{4}{3} \right) = -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

07 답 $\frac{23}{3}$

풀이 $f(x) = |x^2 - 4|$ 로 놓으면

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & (x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 2) \\ -x^2 + 4 & (-2 < x < 2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \therefore \int_0^3 |x^2 - 4| dx &= \int_0^2 (-x^2 + 4) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 4x \right]_2^3 \\ &= \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3} \end{aligned}$$



08 답 $\frac{16}{15}$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad \int_{-1}^1 (-x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x) dx \\ = \int_{-1}^1 (-x^5 - x^3 - x) dx + \int_{-1}^1 (x^4 + x^2) dx \\ = 0 + 2 \int_0^1 (x^4 + x^2) dx \\ = 2 \left[\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 \\ = 2 \times \frac{8}{15} = \frac{16}{15} \end{aligned}$$

09 답 90

풀이 조건 (나)에서 $f(x)$ 는 주기가 6인 주기함수이므로

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_3^9 f(x) dx = \int_9^{15} f(x) dx \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

이때 $f(x)$ 가 짝함수이므로

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = 2 \int_0^3 f(x) dx \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

①, ②에 의하여

$$\begin{aligned} \int_0^{15} f(x) dx &= \int_0^3 f(x) dx + \int_3^9 f(x) dx + \int_9^{15} f(x) dx \\ &= 5 \int_0^3 f(x) dx = 5 \int_0^3 (-x^2 + 9) dx \\ &= 5 \left[-\frac{1}{3}x^3 + 9x \right]_0^3 \\ &= 5 \times 18 = 90 \end{aligned}$$

10 답 $-\frac{14}{3}$

$$\text{풀이} \quad \int_0^2 f(t) dt = k \quad (k \text{는 상수}) \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

로 놓으면 $f(x) = 4x^3 - 2x + 5k$

이것을 ①에 대입하면

$$\int_0^2 (4t^3 - 2t + 5k) dt = k, \quad \left[t^4 - t^2 + 5kt \right]_0^2 = k$$

$$12 + 10k = k \quad \therefore k = -\frac{4}{3}$$

따라서 $f(x) = 4x^3 - 2x - \frac{20}{3}$ 이므로

$$f(1) = 4 - 2 - \frac{20}{3} = -\frac{14}{3}$$

11 답 $f(x) = -9x^2 + x - \frac{11}{2}$

풀이 $\int_0^1 t f'(t) dt = k$ (k 는 상수) ㉠

로 놓으면 $f(x) = -9x^2 + x + k \quad \therefore f'(x) = -18x + 1$

이것을 ㉠에 대입하면

$$\int_0^1 (-18t^2 + t) dt = k$$

$$\left[-6t^3 + \frac{1}{2}t^2 \right]_0^1 = k \quad \therefore k = -\frac{11}{2}$$

$$\therefore f(x) = -9x^2 + x - \frac{11}{2}$$

12 답 14

풀이 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f(x) = 3x^2 - 2ax + 3$$

주어진 등식의 양변에 $x=3$ 을 대입하면

$$0 = 27 - 9a + 9 \quad \therefore a = 4$$

따라서 $f(x) = 3x^2 - 8x + 3$ 이므로

$$f(-1) = 14$$

13 답 $f(x) = 10x^2 - 12x + 3$

풀이 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$2xf(x) + x^2 f'(x) = 20x^3 - 12x^2 + 2xf(x)$$

$$x^2 f'(x) = 20x^3 - 12x^2 \quad \therefore f'(x) = 20x - 12$$

$$\therefore f(x) = \int (20x - 12) dx = 10x^2 - 12x + C \quad \dots\dots ㉠$$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 \times f(1) = 5 - 4 + 0 = 1 \quad \therefore f(1) = 1$$

$$㉠에서 f(1) = 10 - 12 + C = 1 \quad \therefore C = 3$$

$C=3$ 을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = 10x^2 - 12x + 3$$

14 답 극댓값: $\frac{22}{3}$, 극솟값: $-\frac{27}{2}$

풀이 주어진 등식의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$f'(x) = (x+2)(x-3)$$

$$f'(x) = 0에서 x = -2 또는 x = 3$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\dots$	-2	$\dots$	3	$\dots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

함수 $f(x)$ 는 $x = -2$ 에서 극대이므로 극댓값은

$$f(-2) = \int_0^{-2} (t+2)(t-3) dt$$

$$= \int_0^{-2} (t^2 - t - 6) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 6t \right]_0^{-2} = \frac{22}{3}$$

함수 $f(x)$ 는 $x = 3$ 에서 극소이므로 극솟값은

$$f(3) = \int_0^3 (t^2 - t - 6) dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 6t \right]_0^3 = -\frac{27}{2}$$

15 답 -4

풀이 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_{-1}^x f(t) dt = \left[F(t) \right]_{-1}^x = F(x) - F(-1) \text{이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_{-1}^x f(t) dt$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \left\{ \frac{F(x) - F(-1)}{x + 1} \times \frac{1}{x - 1} \right\}$$

$$= -\frac{1}{2} F'(-1) = -\frac{1}{2} f(-1)$$

$$= -\frac{1}{2} \times 8 = -4$$

16 답 11

풀이 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1$ 이라 하고 함수 $f(x)$ 의 한 부정

적분을 $F(x)$ 라고 하면

$$\int_2^{2+h} f(x) dx = \left[F(x) \right]_2^{2+h}$$

$$= F(2+h) - F(2)$$

이므로

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \left(\frac{1}{2}x^2 + 5x - 1 \right) dx$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} f(x) dx$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(2+h) - F(2)}{h}$$

$$= F'(2) = f(2) = 11$$

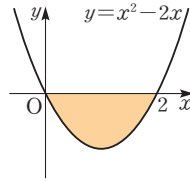
01 답 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $y \leq 0$ (3) $\frac{4}{3}$

풀이 (1) $x^2-2x=0$ 에서 $x(x-2)=0$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

(2) 구간 $[0, 2]$ 에서 $y \leq 0$ 이다.

$$\begin{aligned} (3) S &= \int_0^2 |x^2-2x| dx \\ &= \int_0^2 (-x^2+2x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$



02 답 (1) $\frac{9}{2}$ (2) $\frac{32}{3}$

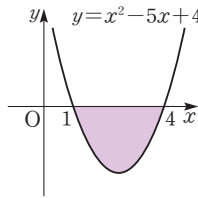
풀이 (1) $x^2-5x+4=0$ 에서

$$(x-1)(x-4)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=4$$

구간 $[1, 4]$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_1^4 |x^2-5x+4| dx \\ &= \int_1^4 (-x^2+5x-4) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 4x \right]_1^4 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$



(2) $-x^2+2x+3=0$ 에서

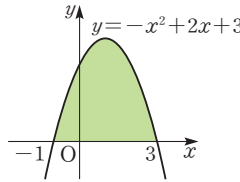
$$-(x+1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

구간 $[-1, 3]$ 에서

$y \geq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^3 |-x^2+2x+3| dx = \int_{-1}^3 (-x^2+2x+3) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x \right]_{-1}^3 = \frac{32}{3} \end{aligned}$$



03 답 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$
(2) $y \geq 0$ 인 구간: $[0, 2]$, $y \leq 0$ 인 구간: $[2, 3]$

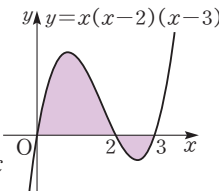
$$(3) \frac{37}{12}$$

풀이 (1) $x(x-2)(x-3)=0$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=3$$

(2) 구간 $[0, 2]$ 에서 $y \geq 0$, 구간 $[2, 3]$ 에서 $y \leq 0$ 이다.

$$\begin{aligned} (3) S &= \int_0^3 |x(x-2)(x-3)| dx \\ &= \int_0^2 (x^3-5x^2+6x) dx \\ &\quad + \int_2^3 (-x^3+5x^2-6x) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^2 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 - 3x^2 \right]_2^3 \\ &= \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12} \end{aligned}$$



04 답 (1) $\frac{1}{2}$

(2) 2

풀이 (1) $-x^3+x=0$ 에서

$$-x(x+1)(x-1)=0$$

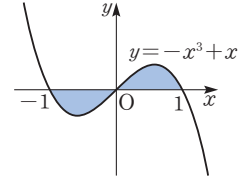
$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=0$$

$$\text{또는 } x=1$$

구간 $[-1, 0]$ 에서 $y \leq 0$,

구간 $[0, 1]$ 에서 $y \geq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 |-x^3+x| dx \\ &= \int_{-1}^0 (x^3-x) dx + \int_0^1 (-x^3+x) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



(2) $4x^3-12x^2+8x=0$ 에서

$$4x(x-1)(x-2)=0$$

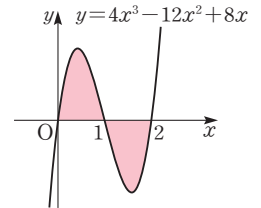
$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\text{또는 } x=2$$

구간 $[0, 1]$ 에서 $y \geq 0$,

구간 $[1, 2]$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |4x^3-12x^2+8x| dx \\ &= \int_0^1 (4x^3-12x^2+8x) dx + \int_1^2 (-4x^3+12x^2-8x) dx \\ &= \left[x^4-4x^3+4x^2 \right]_0^1 + \left[-x^4+4x^3-4x^2 \right]_1^2 \\ &= 1+1=2 \end{aligned}$$



05 답 (1) $x=0$ 또는 $x=4$

(2) $y \geq 0$ 인 구간: $[-1, 0]$, $y \leq 0$ 인 구간: $[0, 2]$

$$(3) \frac{23}{3}$$

풀이 (1) $x^2-4x=0$ 에서

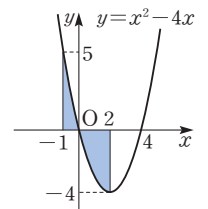
$$x(x-4)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=4$$

(2) 구간 $[-1, 0]$ 에서 $y \geq 0$,

구간 $[0, 2]$ 에서 $y \leq 0$ 이다.

$$\begin{aligned} (3) S &= \int_{-1}^2 |x^2-4x| dx \\ &= \int_{-1}^0 (x^2-4x) dx \\ &\quad + \int_0^2 (-x^2+4x) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{7}{3} + \frac{16}{3} = \frac{23}{3} \end{aligned}$$



06 답 (1) 2

(2) 1

풀이 (1) $-x^2+2x=0$ 에서

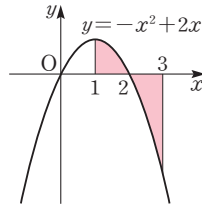
$$-x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

구간 $[1, 2]$ 에서 $y \geq 0$,

구간 $[2, 3]$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 |-x^2+2x| dx \\ &= \int_1^2 (-x^2+2x) dx + \int_2^3 (x^2-2x) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3+x^2 \right]_1^2 + \left[\frac{1}{3}x^3-x^2 \right]_2^3 \\ &= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2 \end{aligned}$$



(2) $x^2+3x+2=0$ 에서

$$(x+2)(x+1)=0$$

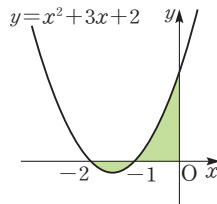
$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=-1$$

구간 $[-2, -1]$ 에서 $y \leq 0$,

구간 $[-1, 0]$ 에서 $y \geq 0$

이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 |x^2+3x+2| dx \\ &= \int_{-2}^{-1} (-x^2-3x-2) dx + \int_{-1}^0 (x^2+3x+2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x \right]_{-2}^{-1} + \left[\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+2x \right]_{-1}^0 \\ &= \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1 \end{aligned}$$



07 답 (1) $\frac{1}{6}$

(2) $\frac{9}{2}$

(3) $\frac{9}{2}$

풀이 (1) 곡선과 직선의 교점의

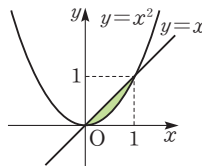
x 좌표는 $x^2=x$ 에서 $x^2-x=0$

$$x(x-1)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

구간 $[0, 1]$ 에서 $x^2 \leq x$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (x-x^2) dx \\ &= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{6} \end{aligned}$$



(2) $x^2+2x=x+2$ 에서

$$x^2+x-2=0$$

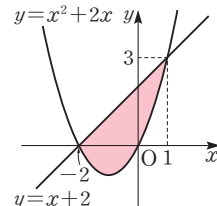
$$(x+2)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

구간 $[-2, 1]$ 에서

$x^2+2x \leq x+2$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 \{(x+2) - (x^2+2x)\} dx \\ &= \int_{-2}^1 (-x^2-x+2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x \right]_{-2}^1 = \frac{9}{2} \end{aligned}$$



(3) $x^2+x-3=2x-1$ 에서

$$x^2-x-2=0$$

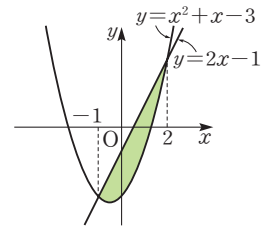
$$(x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

구간 $[-1, 2]$ 에서

$x^2+x-3 \leq 2x-1$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 \{(2x-1) - (x^2+x-3)\} dx \\ &= \int_{-1}^2 (-x^2+x+2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^2 = \frac{9}{2} \end{aligned}$$



08 답 (1) $\frac{37}{12}$

(2) $\frac{37}{12}$

풀이 (1) 곡선과 직선의 교점의 x

좌표는 $x(x-2)^2=x$ 에서

$$x^3-4x^2+3x=0$$

$$x(x-1)(x-3)=0$$

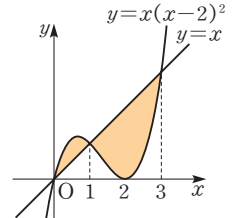
$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=3$$

구간 $[0, 1]$ 에서

$x \leq x(x-2)^2$,

구간 $[1, 3]$ 에서 $x(x-2)^2 \leq x$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 \{x(x-2)^2 - x\} dx + \int_1^3 \{x - x(x-2)^2\} dx \\ &= \int_0^1 (x^3-4x^2+3x-x) dx + \int_1^3 (-x^3+4x^2-3x) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_1^3 \\ &= \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12} \end{aligned}$$



(2) $-x^3+x^2+x=-x$ 에서

$$x^3-x^2-2x=0$$

$$x(x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=0$$

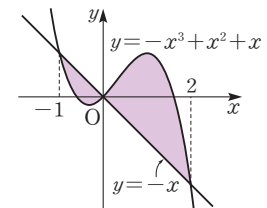
$$\text{또는 } x=2$$

구간 $[-1, 0]$ 에서

$-x^3+x^2+x \leq -x$,

구간 $[0, 2]$ 에서 $-x \leq -x^3+x^2+x$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 \{-x - (-x^3+x^2+x)\} dx \\ &\quad + \int_0^2 \{(-x^3+x^2+x) - (-x)\} dx \\ &= \int_{-1}^0 (x^3-x^2-2x) dx + \int_0^2 (-x^3+x^2+2x) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12} \end{aligned}$$



09 답 (1) 9

(2) $\frac{125}{3}$

(3) $\frac{64}{3}$

(4) $\frac{8}{3}$

(5) $\frac{1}{2}$

(6) 8

풀이 (1) 두 곡선의 교점의 x 좌표

는 $x^2-1=-x^2+2x+3$ 에서

$$2x^2-2x-4=0$$

$$2(x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

구간 $[-1, 2]$ 에서

$$x^2-1 \leq -x^2+2x+3 \text{ 이므로}$$

$$S = \int_{-1}^2 \{(-x^2+2x+3) - (x^2-1)\} dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-2x^2+2x+4) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x \right]_{-1}^2 = 9$$

(2) $x^2-2x+3=-x^2+4x+11$

에서

$$2x^2-6x-8=0$$

$$2(x+1)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=4$$

구간 $[-1, 4]$ 에서

$$x^2-2x+3 \leq -x^2+4x+11$$

이므로

$$S = \int_{-1}^4 \{(-x^2+4x+11) - (x^2-2x+3)\} dx$$

$$= \int_{-1}^4 (-2x^2+6x+8) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 8x \right]_{-1}^4 = \frac{125}{3}$$

(3) $x^2-4x=-x^2+6$ 에서

$$2x^2-4x-6=0$$

$$2(x+1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

구간 $[-1, 3]$ 에서

$$x^2-4x \leq -x^2+6 \text{ 이므로}$$

$$S = \int_{-1}^3 \{(-x^2+6) - (x^2-4x)\} dx$$

$$= \int_{-1}^3 (-2x^2+4x+6) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 6x \right]_{-1}^3 = \frac{64}{3}$$

(4) x^2+4x-1

$$= -x^2+4x+1 \text{ 에서}$$

$$2x^2-2=0$$

$$2(x+1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1$$

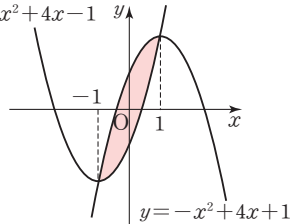
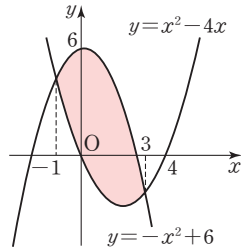
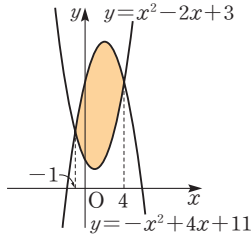
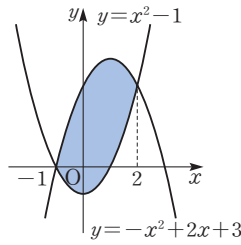
구간 $[-1, 1]$ 에서

$$x^2+4x-1 \leq -x^2+4x+1 \text{ 이므로}$$

$$S = \int_{-1}^1 \{(-x^2+4x+1) - (x^2+4x-1)\} dx$$

$$= \int_{-1}^1 (-2x^2+2) dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + 2x \right]_{-1}^1 = \frac{8}{3}$$



(5) $x^3-2x^2=x^2-2x$ 에서

$$x^3-3x^2+2x=0$$

$$x(x-1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=1 \text{ 또는 } x=2$$

구간 $[0, 1]$ 에서

$$x^2-2x \leq x^3-2x^2,$$

구간 $[1, 2]$ 에서 $x^3-2x^2 \leq x^2-2x$ 이므로

$$S = \int_0^1 \{(x^3-2x^2) - (x^2-2x)\} dx$$

$$+ \int_1^2 \{(x^2-2x) - (x^3-2x^2)\} dx$$

$$= \int_0^1 (x^3-3x^2+2x) dx + \int_1^2 (-x^3+3x^2-2x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 \right]_0^1 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + x^3 - x^2 \right]_1^2$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

(6) $x^3+x^2-4x=x^2$ 에서

$$x^3-4x=0$$

$$x(x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=0$$

$$\text{또는 } x=2$$

구간 $[-2, 0]$ 에서

$$x^2 \leq x^3+x^2-4x,$$

구간 $[0, 2]$ 에서 $x^3+x^2-4x \leq x^2$ 이므로

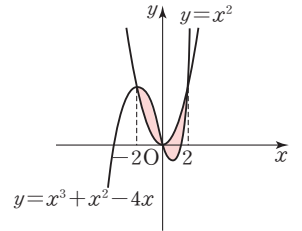
$$S = \int_{-2}^0 \{(x^3+x^2-4x) - x^2\} dx$$

$$+ \int_0^2 \{x^2 - (x^3+x^2-4x)\} dx$$

$$= \int_{-2}^0 (x^3-4x) dx + \int_0^2 (-x^3+4x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right]_{-2}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 \right]_0^2$$

$$= 4 + 4 = 8$$



10 **답** (1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{4}{3}$

풀이 (1) $f(x)=x^2$ 으로 놓으면

$$f'(x)=2x$$

이 곡선 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는

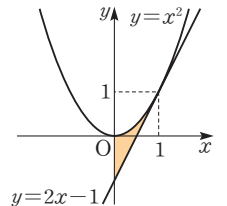
$$f'(1)=2 \text{ 이고 접선의 방정식은}$$

$$y-1=2(x-1) \quad \therefore y=2x-1$$

$$\therefore S = \int_0^1 \{x^2 - (2x-1)\} dx$$

$$= \int_0^1 (x^2-2x+1) dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$



(2) $f(x)=\frac{1}{2}x^2+1$ 로 놓으면

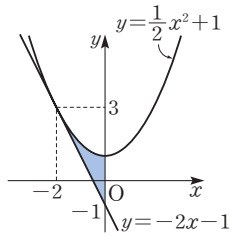
$$f'(x)=x$$

이 곡선 위의 점 $(-2, 3)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(-2)=-2 \text{ 이고 접선의 방정식은}$$

$$y-3=-2\{x-(-2)\} \quad \therefore y=-2x-1$$

$$\begin{aligned}\therefore S &= \int_{-2}^0 \left[\left(\frac{1}{2}x^2 + 1 \right) - (-2x - 1) \right] dx \\ &= \int_{-2}^0 \left(\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 \right) dx \\ &= \left[\frac{1}{6}x^3 + x^2 + 2x \right]_{-2}^0 \\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$



11 답 (1) $\frac{27}{4}$ (2) $\frac{27}{4}$

풀이 (1) $f(x) = x^3$ 으로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2$$

이 곡선 위의 점 $(-1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(-1) = 3 \text{이고 접선의 방정식은}$$

$$y - (-1) = 3\{x - (-1)\} \quad \therefore y = 3x + 2$$

곡선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x^3 = 3x + 2 \text{에서}$$

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

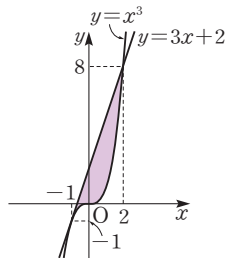
$$(x+1)^2(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore S = \int_{-1}^2 \{(3x+2) - x^3\} dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-x^3 + 3x + 2) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^2 = \frac{27}{4}$$



(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$ 로 놓으면

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$$

이 곡선 위의 점 $(0, 2)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(0) = 1 \text{이고 접선의 방정식은}$$

$$y - 2 = x \quad \therefore y = x + 2$$

곡선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 = x + 2 \text{에서}$$

$$x^3 - 3x^2 = 0$$

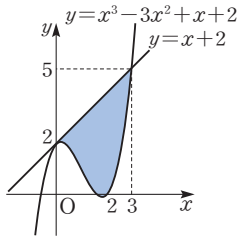
$$x^2(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore S = \int_0^3 \{(x+2) - (x^3 - 3x^2 + x + 2)\} dx$$

$$= \int_0^3 (-x^3 + 3x^2) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + x^3 \right]_0^3 = \frac{27}{4}$$



12 답 (1) $\frac{32}{3}$ (2) 36 (3) $\frac{125}{6}$ (4) $\frac{32}{27}$

풀이 (1) 포물선과 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x^2 - 4x = 0 \text{에서}$$

$$x(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 4$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6} \times (4-0)^3 = \frac{32}{3}$$

(2) $-x^2 + 9 = 0$ 에서

$$-(x+3)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{|-1|}{6} \times \{3 - (-3)\}^3 = 36$$

(3) $x^2 - 3x - 4 = 0$ 에서

$$(x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 4$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6} \times \{4 - (-1)\}^3 = \frac{125}{6}$$

(4) $-3x^2 + 2x + 1 = 0$ 에서

$$-(3x+1)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{|-3|}{6} \times \left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right\}^3 = \frac{32}{27}$$

13 답 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{9}{2}$ (3) $\frac{125}{3}$

풀이 (1) 포물선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x^2 + 1 = 3x - 1 \text{에서}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{1}{6} \times (2-1)^3 = \frac{1}{6}$$

(2) $-x^2 + 3x = -2x + 4$ 에서

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{|-1|}{6} \times (4-1)^3 = \frac{9}{2}$$

(3) $2x^2 - x - 10 = -3x + 2$ 에서

$$2x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$2(x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore S = \frac{|a|}{6}(\beta - \alpha)^3 = \frac{2}{6} \times \{2 - (-3)\}^3 = \frac{125}{3}$$

14 답 (1) $\frac{8}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) 32

풀이 (1) 두 포물선의 교점의 x 좌표는

$$x^2 - 3x - 2 = -x^2 + 5x - 8 \text{에서}$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$2(x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore S = \frac{|a-a'|}{6}(\beta - \alpha)^3$$

$$= \frac{1 - (-1)}{6} \times (3-1)^3 = \frac{8}{3}$$

(2) $x^2 + 2x + 5 = -x^2 - 4x + 1$ 에서

$$2x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$2(x+2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\begin{aligned}\therefore S &= \frac{|a-a'|}{6}(\beta-a)^3 \\ &= \frac{1-(-1)}{6} \times \{-1-(-2)\}^3 = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

(3) $3x^2+x=x^2-x$ 에서

$$2x^2+2x=0$$

$$2x(x+1)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=0$$

$$\therefore S = \frac{|a-a'|}{6}(\beta-a)^3$$

$$= \frac{3-1}{6} \times \{0-(-1)\}^3 = \frac{1}{3}$$

(4) $2x^2-x=-x^2+5x+9$ 에서

$$3x^2-6x-9=0$$

$$3(x+1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

$$\therefore S = \frac{|a-a'|}{6}(\beta-a)^3$$

$$= \frac{2-(-1)}{6} \times \{3-(-1)\}^3 = 32$$

15 답 (1) 6

(2) 3

(3) 7

풀이 (1) 포물선과 x 축의 교점의 x 좌표는

$$-x^2+kx=0 \text{에서 } -x(x-k)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=k$$

포물선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{|a|}{6}(\beta-a)^3 = \frac{|-1|}{6}(k-0)^3 = \frac{1}{6}k^3$$

$$\text{이때 } \frac{1}{6}k^3=36 \text{이므로}$$

$$k^3=216=6^3 \quad \therefore k=6$$

(2) 포물선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x^2-2x=kx \text{에서}$$

$$x^2-(k+2)x=0$$

$$x\{x-(k+2)\}=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=k+2$$

포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{|a|}{6}(\beta-a)^3 = \frac{1}{6}(k+2)^3 = \frac{125}{6}$$

$$(k+2)^3=125=5^3 \quad \therefore k=3$$

(3) 포물선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x^2-3x+3k=kx \text{에서}$$

$$x^2-(k+3)x+3k=0$$

$$(x-3)(x-k)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=k$$

포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{|a|}{6}(\beta-a)^3 = \frac{1}{6}(k-3)^3 = \frac{32}{3}$$

$$(k-3)^3=64=4^3 \quad \therefore k=7$$

16 답 (1) 1

(2) 3

풀이 (1) 색칠한 두 도형의 넓이가 같으므로

$$\int_{-2}^k (x^2+2x)dx=0, \left[\frac{1}{3}x^3+x^2 \right]_{-2}^k=0$$

$$\frac{1}{3}k^3+k^2-\frac{4}{3}=0, k^3+3k^2-4=0$$

$$(k+2)^2(k-1)=0 \quad \therefore k=1 (\because k>0)$$

(2) 색칠한 두 도형의 넓이가 같으므로

$$\int_0^k (3x^2-6x)dx=0, \left[x^3-3x^2 \right]_0^k=0$$

$$k^3-3k^2=0, k^2(k-3)=0$$

$$\therefore k=3 (\because k>2)$$

17 답 (1) $\frac{1}{2}$

(2) 6

풀이 (1) 곡선과 x 축의 교점의 x

$$\text{좌표는 } x(x-k)(x-1)=0$$

에서

$$x=0 \text{ 또는 } x=k \text{ 또는 } x=1$$

오른쪽 그림에서 색칠한 두 도

형의 넓이가 같으므로

$$\int_0^1 x(x-k)(x-1)dx=0$$

$$\int_0^1 \{x^3-(k+1)x^2+kx\}dx=0$$

$$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{k+1}{3}x^3 + \frac{k}{2}x^2 \right]_0^1=0$$

$$\frac{1}{4} - \frac{k+1}{3} + \frac{k}{2}=0, 2k-1=0$$

$$\therefore k=\frac{1}{2}$$

(2) 곡선과 x 축의 교점의 x 좌표는

$$x(x-3)(x-k)=0 \text{에서}$$

$$x=0 \text{ 또는 } x=3 \text{ 또는 } x=k$$

오른쪽 그림에서 색칠한 두 도

형의 넓이가 같으므로

$$\int_0^k x(x-3)(x-k)dx=0$$

$$\int_0^k \{x^3-(3+k)x^2+3kx\}dx=0$$

$$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{3+k}{3}x^3 + \frac{3k}{2}x^2 \right]_0^k=0$$

$$\frac{k^4}{4} - \frac{3k^3+k^4}{3} + \frac{3k^3}{2}=0$$

$$k^4-6k^3=0, k^3(k-6)=0$$

$$\therefore k=6 (\because k>3)$$

18 답 (1) 108

(2) 125

(3) -128

(4) 16

풀이 (1) 곡선 $y=x^2-6x$ 와 직선

$y=mx$ 의 교점의 x 좌표는

$$x^2-6x=mx \text{에서}$$

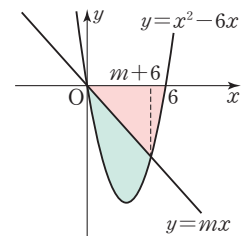
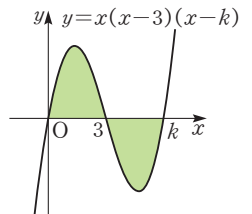
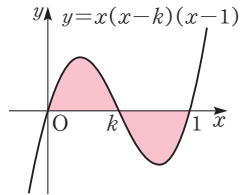
$$x(x-m-6)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=m+6$$

곡선 $y=x^2-6x$ 와 직선

$y=mx$ 로 둘러싸인 도형의

넓이의 2배가 곡선 $y=x^2-6x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$$\begin{aligned}
& 2 \int_0^{m+6} \{mx - (x^2 - 6x)\} dx = \int_0^6 \{-(x^2 - 6x)\} dx \\
& 2 \int_0^{m+6} \{-x^2 + (m+6)x\} dx = \int_0^6 \{-x^2 + 6x\} dx \\
& 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{m+6}{2}x^2 \right]_0^{m+6} = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 \right]_0^6 \\
& \frac{(m+6)^3}{3} = 36 \\
& \therefore (m+6)^3 = 108
\end{aligned}$$

(2) 곡선 $y = -x^2 + 5x$ 와 직선

$y = mx$ 의 교점의 x 좌표는

$-x^2 + 5x = mx$ 에서

$x(x + m - 5) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 5 - m$

곡선 $y = -x^2 + 5x$ 와 직선

$y = mx$ 로 둘러싸인 도형의

넓이의 2배가 곡선 $y = -x^2 + 5x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned}
& 2 \int_0^{5-m} \{(-x^2 + 5x) - mx\} dx = \int_0^5 \{-x^2 + 5x\} dx \\
& 2 \int_0^{5-m} \{-x^2 + (5-m)x\} dx = \int_0^5 \{-x^2 + 5x\} dx \\
& 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5-m}{2}x^2 \right]_0^{5-m} = \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 \right]_0^5 \\
& \frac{(5-m)^3}{3} = \frac{125}{6} \\
& \therefore 2(5-m)^3 = 125
\end{aligned}$$

(3) 곡선 $y = x^2 + 4x$ 와 직선

$y = mx$ 의 교점의 x 좌표는

$x^2 + 4x = mx$ 에서

$x(x + 4 - m) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = m - 4$

곡선 $y = x^2 + 4x$ 와 x 축으로

둘러싸인 도형의 넓이의 2배

가 곡선 $y = x^2 + 4x$ 와 직선 $y = mx$ 로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned}
& 2 \int_{-4}^0 \{-(x^2 + 4x)\} dx = \int_{m-4}^0 \{mx - (x^2 + 4x)\} dx \\
& 2 \int_{-4}^0 \{-x^2 - 4x\} dx = \int_{m-4}^0 \{-x^2 + (m-4)x\} dx \\
& 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_{-4}^0 = \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{m-4}{2}x^2 \right]_{m-4}^0 \\
& \frac{64}{3} = -\frac{(m-4)^3}{6} \\
& \therefore (m-4)^3 = -128
\end{aligned}$$

(4) 곡선 $y = -x^2 + 2x$ 와 직선

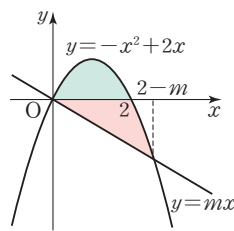
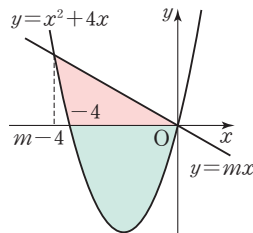
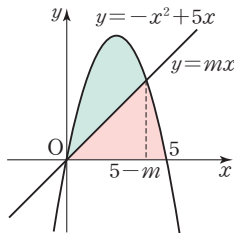
$y = mx$ 의 교점의 x 좌표는

$-x^2 + 2x = mx$ 에서

$x(x + m - 2) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2 - m$

곡선 $y = -x^2 + 2x$ 와 x 축으로



둘러싸인 도형의 넓이의 2배가 곡선 $y = -x^2 + 2x$ 와 직선 $y = mx$ 로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned}
& 2 \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx = \int_0^{2-m} \{(-x^2 + 2x) - mx\} dx \\
& 2 \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx = \int_0^{2-m} \{-x^2 + (2-m)x\} dx \\
& 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 = \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{2-m}{2}x^2 \right]_0^{2-m} \\
& \frac{8}{3} = \frac{(2-m)^3}{6} \\
& \therefore (2-m)^3 = 16
\end{aligned}$$

19 답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{9}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$

풀이 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 구하는 도형의 넓이 S 는 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 2배이다.

(1) 곡선 $y = f(x)$ 와 직선

$y = x$ 의 교점의 x 좌표는

$x^2 = x$ 에서

$x^2 - x = 0$

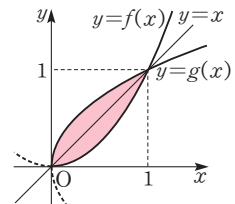
$x(x - 1) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 1$

$\therefore S = 2 \int_0^1 (x - x^2) dx$

$$= 2 \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1$$

$$= 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$



(2) 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 의

교점의 x 좌표는

$\frac{1}{2}x^2 = x$ 에서

$x^2 - 2x = 0$

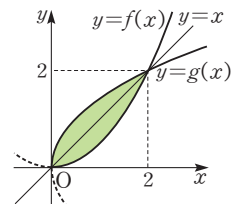
$x(x - 2) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

$\therefore S = 2 \int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right) dx$

$$= 2 \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \right]_0^2$$

$$= 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$



(3) 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = x$ 의

교점의 x 좌표는

$\frac{1}{9}x^3 = x$ 에서

$x^3 - 9x = 0$

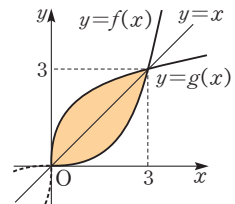
$x(x + 3)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 3$ ($\because x \geq 0$)

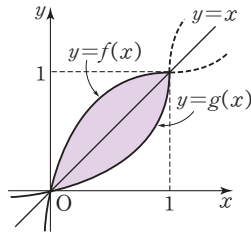
$\therefore S = 2 \int_0^3 \left(x - \frac{1}{9}x^3\right) dx$

$$= 2 \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{36}x^4 \right]_0^3$$

$$= 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2}$$



- (4) 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$
의 교점의 x 좌표는
 $x^3-3x^2+3x=x$ 에서
 $x^3-3x^2+2x=0$
 $x(x-1)(x-2)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=1$



$$\begin{aligned} \therefore S &= 2 \int_0^1 \{(x^3-3x^2+3x)-x\} dx \\ &= 2 \int_0^1 (x^3-3x^2+2x) dx \\ &= 2 \left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 \right]_0^1 \\ &= 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

20 답 (1) -7 (2) 3 (3) 5

풀이 (1) 시간 $t=0$ 에서의 점 P의 위치가 1이므로 $t=4$ 에서의 점 P의 위치는

$$\begin{aligned} 1 + \int_0^4 (2t-6) dt &= 1 + \left[t^2 - 6t \right]_0^4 \\ &= 1 + (-8) = -7 \end{aligned}$$

$$(2) \int_2^5 (2t-6) dt = \left[t^2 - 6t \right]_2^5 = -3$$

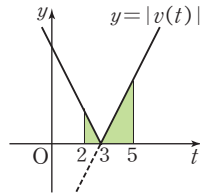
$$(3) \int_2^5 |2t-6| dt$$

$$= \int_2^3 (-2t+6) dt$$

$$+ \int_3^5 (2t-6) dt$$

$$= \left[-t^2 + 6t \right]_2^3 + \left[t^2 - 6t \right]_3^5$$

$$= 1 + 4 = 5$$



21 답 (1) $\frac{10}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{31}{6}$

풀이 (1) 시간 $t=0$ 에서의 점 P의 위치가 0이므로 $t=2$ 에서의 점 P의 위치는

$$\int_0^2 (3t-t^2) dt = \left[\frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right]_0^2 = \frac{10}{3}$$

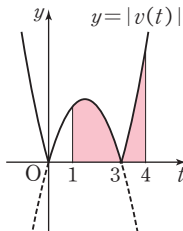
$$(2) \int_1^4 (3t-t^2) dt = \left[\frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right]_1^4 = \frac{3}{2}$$

$$(3) \int_1^4 |3t-t^2| dt$$

$$= \int_1^3 (3t-t^2) dt + \int_3^4 (-3t+t^2) dt$$

$$= \left[\frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right]_1^3 + \left[-\frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 \right]_3^4$$

$$= \frac{10}{3} + \frac{11}{6} = \frac{31}{6}$$



22 답 (1) 60 m (2) 80 m (3) 65 m

풀이 (1) 처음 높이는 35 m이므로 $t=5$ (초)에서의 높이는

$$\begin{aligned} 35 + \int_0^5 (30-10t) dt &= 35 + \left[30t - 5t^2 \right]_0^5 \\ &= 35 + 25 = 60 \text{ (m)} \end{aligned}$$

(2) 물체가 최고 높이에 도달할 때의 속도는 0이므로

$$v(t) = 30 - 10t = 0 \text{에서 } t=3 \text{ (초)}$$

따라서 $t=3$ (초)일 때 최고 높이에 도달하므로 구하는 높이는

$$\begin{aligned} 35 + \int_0^3 (30-10t) dt &= 35 + \left[30t - 5t^2 \right]_0^3 \\ &= 35 + 45 = 80 \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$(3) \int_0^5 |30-10t| dt$$

$$= \int_0^3 (30-10t) dt + \int_3^5 (-30+10t) dt$$

$$= \left[30t - 5t^2 \right]_0^3 + \left[-30t + 5t^2 \right]_3^5$$

$$= 45 + 20 = 65 \text{ (m)}$$

23 답 (1) 25 m (2) 30 m (3) 25 m

풀이 (1) 처음 높이는 10 m이므로 $t=3$ (초)에서의 높이는

$$\begin{aligned} 10 + \int_0^3 (20-10t) dt &= 10 + \left[20t - 5t^2 \right]_0^3 \\ &= 10 + 15 = 25 \text{ (m)} \end{aligned}$$

(2) 물체가 최고 높이에 도달할 때의 속도는 0이므로

$$v(t) = 20 - 10t = 0 \text{에서 } t=2 \text{ (초)}$$

따라서 $t=2$ (초)일 때 최고 높이에 도달하므로 구하는 높이는

$$\begin{aligned} 10 + \int_0^2 (20-10t) dt &= 10 + \left[20t - 5t^2 \right]_0^2 \\ &= 10 + 20 = 30 \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$(3) \int_0^3 |20-10t| dt$$

$$= \int_0^2 (20-10t) dt + \int_2^3 (-20+10t) dt$$

$$= \left[20t - 5t^2 \right]_0^2 + \left[-20t + 5t^2 \right]_2^3$$

$$= 20 + 5 = 25 \text{ (m)}$$

24 답 (1) 110 m (2) $\frac{225}{2}$ m (3) 65 m

풀이 (1) 처음 높이는 50 m이므로 $t=6$ (초)에서의 높이는

$$\begin{aligned} 50 + \int_0^6 (25-5t) dt &= 50 + \left[25t - \frac{5}{2}t^2 \right]_0^6 \\ &= 50 + 60 = 110 \text{ (m)} \end{aligned}$$

(2) 물체가 최고 높이에 도달할 때의 속도는 0이므로

$$v(t) = 25 - 5t = 0 \text{에서 } t=5 \text{ (초)}$$

따라서 $t=5$ (초)일 때 최고 높이에 도달하므로 구하는 높이는

$$\begin{aligned} 50 + \int_0^5 (25-5t) dt &= 50 + \left[25t - \frac{5}{2}t^2 \right]_0^5 \\ &= 50 + \frac{125}{2} = \frac{225}{2} \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$(3) \int_0^6 |25-5t| dt = \int_0^5 (25-5t) dt + \int_5^6 (-25+5t) dt$$

$$= \left[25t - \frac{5}{2}t^2 \right]_0^5 + \left[-25t + \frac{5}{2}t^2 \right]_5^6$$

$$= \frac{125}{2} + \frac{5}{2} = 65 \text{ (m)}$$

25 답 (1) $\frac{7}{2}$

(2) 4

(3) $\frac{9}{2}$

풀이 (1) 출발점의 위치가 0이므로 시각 $t=5$ 에서의 점 P의 위치는

$$\begin{aligned} 0 + \int_0^5 v(t) dt &= \int_0^4 v(t) dt + \int_4^5 v(t) dt \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \left(-\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

(2) 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로

$$v(t)=0 \text{에서 } t=4$$

따라서 시각 $t=4$ 에서 운동 방향을 바꾸므로

구하는 거리는

$$\int_0^4 |v(t)| dt = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

(3) 움직인 거리는 속도의 그래프와 t 축 사이의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned} \int_0^5 |v(t)| dt &= \int_0^4 |v(t)| dt + \int_4^5 |v(t)| dt \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

26 답 (1) 3

(2) 4

(3) 5

풀이 (1) 출발점의 위치가 0이므로 시각 $t=4$ 에서의 점 P의 위치는

$$\begin{aligned} 0 + \int_0^4 v(t) dt &= \int_0^3 v(t) dt + \int_3^4 v(t) dt \\ &= \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2 + \left(-\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \right) \\ &= 3 \end{aligned}$$

(2) 운동 방향을 바꿀 때의 속도는 0이므로

$$v(t)=0 \text{에서 } t=3$$

따라서 시각 $t=3$ 에서 운동 방향을 바꾸므로

구하는 거리는

$$\int_0^3 |v(t)| dt = \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2 = 4$$

(3) 움직인 거리는 속도의 그래프와 t 축 사이의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned} \int_0^4 |v(t)| dt &= \int_0^3 |v(t)| dt + \int_3^4 |v(t)| dt \\ &= \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

중단원 점검문제 | Ⅲ-3 정적분의 활용

143-144쪽

01 답 $\frac{9}{2}$

풀이 곡선과 x 축의 교점의 x 좌표

는 $-x^2-x+2=0$ 에서

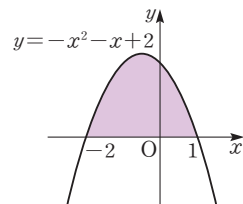
$$-(x+2)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=1$$

구간 $[-2, 1]$ 에서 $y \geq 0$ 이므로

구하는 넓이는

$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 |-x^2-x+2| dx &= \int_{-2}^1 (-x^2-x+2) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x \right]_{-2}^1 \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$



02 답 $\frac{37}{12}$

풀이 곡선과 x 축의 교점의

x 좌표는 $x(x+1)(x-2)=0$

에서

$$x=-1 \text{ 또는 } x=0$$

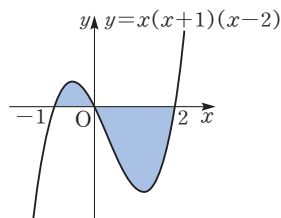
$$\text{또는 } x=2$$

구간 $[-1, 0]$ 에서 $y \geq 0$,

구간 $[0, 2]$ 에서 $y \leq 0$ 이므로

구하는 넓이는

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^2 |x(x+1)(x-2)| dx \\ &= \int_{-1}^0 x(x+1)(x-2) dx + \int_0^2 -x(x+1)(x-2) dx \\ &= \int_{-1}^0 (x^3-x^2-2x) dx + \int_0^2 (-x^3+x^2+2x) dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 \right]_0^2 \\ &= \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12} \end{aligned}$$



03 답 $\frac{32}{3}$

풀이 곡선과 직선의 교점의 x 좌표

는 $-x^2=-2x-3$ 에서

$$-x^2+2x+3=0$$

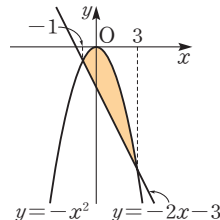
$$-(x+1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3$$

구간 $[-1, 3]$ 에서

$-2x-3 \leq -x^2$ 이므로 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^3 \{-x^2 - (-2x-3)\} dx \\ &= \int_{-1}^3 (-x^2+2x+3) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x \right]_{-1}^3 \\ &= \frac{32}{3} \end{aligned}$$



04 답 13

풀이 곡선과 직선 $y=x$ 의 교점의

x 좌표는 $x^2-3x=x$ 에서

$$x^2-4x=0, x(x-4)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=4$$

구간 $[-1, 0]$ 에서

$$x \leq x^2-3x,$$

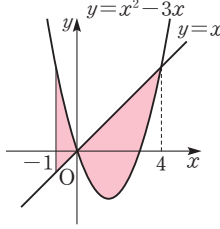
구간 $[0, 4]$ 에서 $x^2-3x \leq x$ 이므로 구하는 넓이는

$$\int_{-1}^0 \{(x^2-3x)-x\}dx + \int_0^4 \{x-(x^2-3x)\}dx$$

$$= \int_{-1}^0 (x^2-4x)dx + \int_0^4 (-x^2+4x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_{-1}^0 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right]_0^4$$

$$= \frac{7}{3} + \frac{32}{3} = 13$$



05 답 8

풀이 곡선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x(x-3)^2=x \text{에서}$$

$$x^3-6x^2+9x=x$$

$$x^3-6x^2+8x=0$$

$$x(x-2)(x-4)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=4$$

구간 $[0, 2]$ 에서 $x \leq x(x-3)^2$,

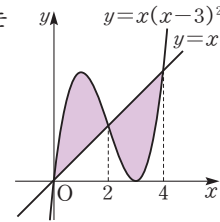
구간 $[2, 4]$ 에서 $x(x-3)^2 \leq x$ 이므로 구하는 넓이는

$$\int_0^2 \{x(x-3)^2-x\}dx + \int_2^4 \{x-x(x-3)^2\}dx$$

$$= \int_0^2 (x^3-6x^2+8x)dx + \int_2^4 (-x^3+6x^2-8x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 \right]_0^2 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 - 4x^2 \right]_2^4$$

$$= 4 + 4 = 8$$



06 답 8

풀이 두 곡선의 교점의 x 좌표는

$$-x^3+x^2+2x=x^2-2x \text{에서}$$

$$-x^3+4x=0$$

$$-x(x+2)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=0$$

$$\text{또는 } x=2$$

구간 $[-2, 0]$ 에서

$$-x^3+x^2+2x \leq x^2-2x,$$

구간 $[0, 2]$ 에서 $x^2-2x \leq -x^3+x^2+2x$ 이므로 구하는 넓이는

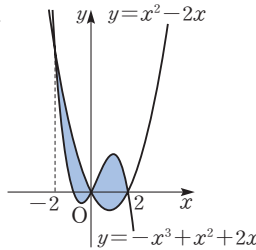
$$\int_{-2}^0 \{(x^2-2x)-(-x^3+x^2+2x)\}dx$$

$$+ \int_0^2 \{(-x^3+x^2+2x)-(x^2-2x)\}dx$$

$$= \int_{-2}^0 (x^3-4x)dx + \int_0^2 (-x^3+4x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \right]_{-2}^0 + \left[-\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 \right]_0^2$$

$$= 4 + 4 = 8$$



07 답 $\frac{1}{3}$

풀이 $f(x)=x^2-x+2$ 로 놓으면

$$f'(x)=2x-1$$

이 곡선 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기는

$$f'(1)=1 \text{이고 접선의 방정식은}$$

$$y-2=x-1$$

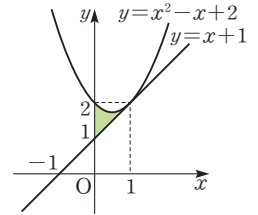
$$\therefore y=x+1$$

따라서 구하는 넓이는

$$\int_0^1 \{(x^2-x+2)-(x+1)\}dx$$

$$= \int_0^1 (x^2-2x+1)dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x \right]_0^1 = \frac{1}{3}$$



08 답 72

풀이 포물선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$-2x^2+3x+6=-x-10 \text{에서}$$

$$-2x^2+4x+16=0$$

$$-2(x+2)(x-4)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3 = \frac{|-2|}{6} \times \{4-(-2)\}^3 = 72$$

09 답 4

풀이 두 포물선의 교점의 x 좌표는

$$2x^2-3x=-x^2+9x-9 \text{에서}$$

$$3x^2-12x+9=0, 3(x-1)(x-3)=0$$

$$\therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{|a-a'|}{6}(\beta-\alpha)^3 = \frac{2-(-1)}{6} \times (3-1)^3 = 4$$

10 답 2

풀이 포물선과 직선의 교점의 x 좌표는

$$x^2-4x=kx \text{에서 } x^2-(k+4)x=0$$

$$x\{x-(k+4)\}=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=k+4$$

포물선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{|a|}{6}(\beta-\alpha)^3 = \frac{1}{6}(k+4)^3 = 36$$

$$(k+4)^3=216=6^3 \quad \therefore k=2$$

11 답 4

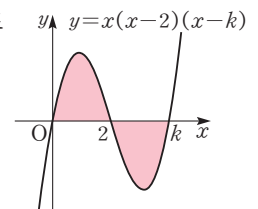
풀이 곡선과 x 축의 교점의 x 좌표

는 $x(x-2)(x-k)=0$ 에서

$$x=0 \text{ 또는 } x=2 \text{ 또는 } x=k$$

오른쪽 그림에서 색칠한 두 도형

의 넓이가 같으므로



$$\begin{aligned} \int_0^k x(x-2)(x-k)dx &= 0 \\ \int_0^k \{x^3 - (2+k)x^2 + 2kx\}dx &= 0 \\ \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{2+k}{3}x^3 + kx^2 \right]_0^k &= 0 \\ -\frac{1}{12}k^4 + \frac{1}{3}k^3 &= 0 \\ k^4 - 4k^3 &= 0 \\ k^3(k-4) &= 0 \\ \therefore k &= 4 \quad (\because k > 2) \end{aligned}$$

12 답 2

풀이 곡선 $y=x^2-x$ 와 직선

$y=mx$ 의 교점의 x 좌표는

$x^2-x=mx$ 에서

$x(x-m-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=m+1$

곡선 $y=x^2-x$ 와 x 축으로 둘러

싸인 도형의 넓이의 2배가 곡선 $y=x^2-x$ 와 직선 $y=mx$

로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

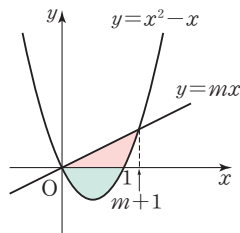
$$2 \int_0^1 \{-(x^2-x)\}dx = \int_0^{m+1} \{mx - (x^2-x)\}dx$$

$$2 \int_0^1 (-x^2+x)dx = \int_0^{m+1} \{-x^2 + (m+1)x\}dx$$

$$2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 = \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{m+1}{2}x^2 \right]_0^{m+1}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{(m+1)^3}{6}$$

$$\therefore (m+1)^3 = 2$$



13 답 2

풀이 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$

의 교점의 x 좌표는

$$\frac{1}{4}x^3 = x \text{에서}$$

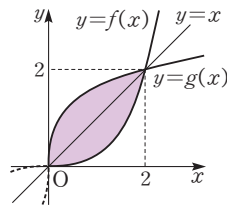
$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2 \quad (\because x \geq 0)$$

따라서 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} 2 \int_0^2 \left(x - \frac{1}{4}x^3 \right) dx &= 2 \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{16}x^4 \right]_0^2 \\ &= 2 \times 1 = 2 \end{aligned}$$



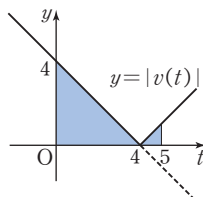
14 답 $\frac{17}{2}$

$$\text{풀이} \int_0^5 |4-t|dt$$

$$= \int_0^4 (4-t)dt + \int_4^5 (-4+t)dt$$

$$= \left[4t - \frac{1}{2}t^2 \right]_0^4 + \left[-4t + \frac{1}{2}t^2 \right]_4^5$$

$$= 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$$



15 답 8 m

풀이 물체가 최고 높이에 도달할 때의 속도는 0이므로

$$v(t) = 12 - 4t = 0 \text{에서 } t = 3(\text{초})$$

따라서 $t=3(\text{초})$ 일 때 최고 높이에 도달하므로 구하는 거리는

$$\begin{aligned} \int_3^5 |12-4t|dt &= \int_3^5 (-12+4t)dt \\ &= \left[-12t + 2t^2 \right]_3^5 \\ &= -10 - (-18) \\ &= 8(\text{m}) \end{aligned}$$

16 답 8

풀이 움직인 거리는 속도의 그래프와 t 축 사이의 넓이와

같으므로

$$\int_0^7 |v(t)|dt$$

$$= \int_0^2 |v(t)|dt + \int_2^4 |v(t)|dt + \int_4^7 |v(t)|dt$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2$$

$$= 8$$