풍산자

반복수학

확률과 통계

| 정답과 풀이 |

I

경우의 수

I-1 | 여러 가지 순열과 중복조합 008-027쪽

01 답 (1) 4 (2) 6 (3) 9

풀이 (1) 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지

4의 배수의 눈이 나오는 경우는 4의 1가지

따라서 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$3+1=4$

(2) 두 눈의 수의 합이 3이 되는 경우는

$(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

두 눈의 수의 합이 9가 되는 경우는

$(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 4가지

따라서 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$2+4=6$

(3) 5의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우는

5, 10, 15, 20, 25, 30의 6가지

8의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우는

8, 16, 24의 3가지

따라서 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$6+3=9$

02 답 (1) 8 (2) 9 (3) 10

풀이 (1) 곱의 법칙에 의하여 집에서 도서관으로 가는 경우는

(집 → A → 도서관) ➡ $2\times3=6$(가지)

(집 → B → 도서관) ➡ $2\times1=2$(가지)

따라서 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$6+2=8$

(2) 곱의 법칙에 의하여 집에서 도서관으로 가는 경우는

(집 → A → 도서관) ➡ $3\times1=3$(가지)

(집 → B → 도서관) ➡ $2\times3=6$(가지)

따라서 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$3+6=9$

(3) 곱의 법칙에 의하여 집에서 도서관으로 가는 경우는

(집 → A → 도서관) ➡ $1\times4=4$(가지)

(집 → B → 도서관) ➡ $3\times2=6$(가지)

따라서 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는

$4+6=10$

03 답 (1) 720 (2) 72 (3) 1 (4) 120 (5) 24

풀이 (1) ${}_{10}\mathrm{P}_3=10\times9\times8=720$

(2) ${}_9\mathrm{P}_2=9\times8=72$

(3) ${}_8\mathrm{P}_0=1$

(4) ${}_5\mathrm{P}_5=5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

(5) $4!=4\times3\times2\times1=24$

04 답 (1) $n=7$ (2) $n=4$ (3) $r=3$ (4) $r=4$

풀이 (1) ${}_n\mathrm{P}_2=42$에서 $n(n-1)=7\times6$이므로

$n=7$

(2) ${}_n\mathrm{P}_3=24$에서 $n(n-1)(n-2)=4\times3\times2$이므로

$n=4$

(3) ${}_6\mathrm{P}_r=120=6\times5\times4$이므로

$r=3$

(4) ${}_8\mathrm{P}_r=1680=8\times7\times6\times5$이므로

$r=4$

05 답 (1) 5 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 8

풀이 (1) ${}_n\mathrm{P}_4=6{}_n\mathrm{P}_2$에서

$n(n-1)(n-2)(n-3)=6n(n-1)$

${}_n\mathrm{P}_4$에서 $n\geq4$이므로

$(n-2)(n-3)=6=3\times2$

$\therefore n=5$

(2) ${}_n\mathrm{P}_3=2{}_n\mathrm{P}_2$에서

$n(n-1)(n-2)=2n(n-1)$

${}_n\mathrm{P}_3$에서 $n\geq3$이므로

$n-2=2$

$\therefore n=4$

(3) ${}_n\mathrm{P}_3=12{}_n\mathrm{P}_1$에서

$n(n-1)(n-2)=12n$

${}_n\mathrm{P}_3$에서 $n\geq3$이므로

$(n-1)(n-2)=12=4\times3$

$\therefore n=5$

(4) ${}_n\mathrm{P}_4=3{}_n\mathrm{P}_3$에서

$n(n-1)(n-2)(n-3)=3n(n-1)(n-2)$

${}_n\mathrm{P}_4$에서 $n\geq4$이므로

$n-3=3$

$\therefore n=6$

(5) ${}_n\mathrm{P}_4=30{}_n\mathrm{P}_2$에서

$n(n-1)(n-2)(n-3)=30n(n-1)$

${}_n\mathrm{P}_4$에서 $n\geq4$이므로

$(n-2)(n-3)=30=6\times5$

$\therefore n=8$

06 답 (1) 336 (2) 60 (3) 990 (4) 840 (5) 720

풀이 (1) 서로 다른 8개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_8\mathrm{P}_3=8\times7\times6=336$

(2) 서로 다른 5개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_5\mathrm{P}_3=5\times4\times3=60$

(3) 서로 다른 11개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_{11}\mathrm{P}_3=11\times10\times9=990$

(4) 서로 다른 7개에서 4개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_7\mathrm{P}_4=7\times6\times5\times4=840$

(5) 서로 다른 6개에서 6개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_6\mathrm{P}_6=6!=6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

07 답 (1) 144 (2) 48 (3) 144 (4) 72

풀이 (1) 남자 4명을 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3!=6$

남자 4명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=\underline{144}$

(2) 부모 2명을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4!=24$

부모 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times2=48$

(3) 자음 f, r, n, d를 한 문자로 생각하여 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=6$

자음 f, r, n, d가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4!=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=144$

(4) 축구 선수 3명을 한 사람, 농구 선수 3명을 한 사람으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$2!=2$

축구 선수 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

농구 선수 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times6=72$

08 답 (1) 480 (2) 72 (3) 144 (4) 1440

풀이 (1) 남자 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4!=\underline{24}$

✓ 남 ✓ 남 ✓ 남 ✓ 남 ✓

남자들 양 끝과 사이사이의 5개의 자리에 여자 2명을 세우는 경우의 수는

${}_5P_2=\underline{20}$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times20=\underline{480}$

(2) 자녀 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3!=6$

✓ 자 ✓ 자 ✓ 자 ✓

자녀들 양 끝과 사이사이의 4개의 자리에 부모 2명을 세우는 경우의 수는

${}_4P_2=12$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times12=72$

(3) 파란색 깃발 3개를 일렬로 꽂는 경우의 수는 $3!=6$

✓ 파 ✓ 파 ✓ 파 ✓

파란색 깃발 양 끝과 사이사이의 4개의 자리에 노란색 깃발 3개를 꽂는 경우의 수는

${}_4P_3=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times24=144$

(4) 자음 k, r, n, s를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4!=24$

✓ 자 ✓ 자 ✓ 자 ✓ 자 ✓

자음 양 끝과 사이사이의 5개의 자리에 모음 3개를 나열하는 경우의 수는

${}_5P_3=60$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times60=1440$

09 답 (1) 16 (2) 8 (3) 3 (4) 125 (5) 128

풀이 (1) ${}_4\Pi_2=4^2=\underline{16}$

(2) ${}_2\Pi_3=2^3=8$

(3) ${}_3\Pi_1=3^1=3$

(4) ${}_5\Pi_3=5^3=125$

(5) ${}_2\Pi_7=2^7=128$

10 답 (1) $r=4$ (2) $n=2$ (3) $r=1$ (4) $r=3$ (5) $n=6$

풀이 (1) ${}_3\Pi_r=81$에서 $3^r=81=3^4$이므로

$r=\underline{4}$

(2) ${}_n\Pi_5=32$에서 $n^5=32=2^5$이므로

$n=2$

(3) ${}_7\Pi_r=7$에서 $7^r=7$이므로

$r=1$

(4) ${}_4\Pi_r=64$에서 $4^r=64=4^3$이므로

$r=3$

(5) ${}_n\Pi_3=216$에서 $n^3=216=6^3$이므로

$n=6$

11 답 (1) 64 (2) 8 (3) 32 (4) 81 (5) 125

풀이 (1) 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_3=4^3=\underline{64}$

(2) 서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_3=2^3=8$

(3) 서로 다른 2개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_2\Pi_5=2^5=32$

(4) 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_4=3^4=81$

(5) 서로 다른 5개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_5\Pi_3=5^3=125$

12 답 (1) 48 (2) 18 (3) 162 (4) 192 (5) 100

풀이 (1) 백의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3이 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3
십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2, 3이 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_4\Pi_2=4^2=16$
따라서 구하는 세 자리의 자연수의 개수는
$3\times16=\underline{48}$

(2) 백의 자리에는 0을 제외한 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2
십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_3\Pi_2=3^2=9$
따라서 구하는 세 자리의 자연수의 개수는
$2\times9=18$

(3) 만의 자리에는 0을 제외한 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2
천의 자리, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_3\Pi_4=3^4=81$
따라서 구하는 다섯 자리의 자연수의 개수는
$2\times81=162$

(4) 천의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3이 올 수 있으므로 그 경우의 수는 3
백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2, 3이 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_4\Pi_3=4^3=64$
따라서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는
$3\times64=192$

(5) 백의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3, 4가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 4
십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2, 3, 4가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_5\Pi_2=5^2=25$
따라서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는
$4\times25=100$

13 답 (1) 16 (2) 64 (3) 81 (4) 31

풀이 (1) 서로 다른 2개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_2\Pi_4=2^4=\underline{16}$

(2) 서로 다른 2개에서 6개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_2\Pi_6=2^6=64$

(3) 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_4=3^4=81$

(4) 서로 다른 2개에서 5개를 택하는 중복순열의 수에서 1을 뺀 것과 같으므로
${}_2\Pi_5-1=2^5-1=32-1=31$

14 답 (1) ① 6 ② 9 (2) ① 6 ② 27
(3) ① 24 ② 64 (4) ① 20 ② 25

풀이 (1) ① 일대일함수의 개수는 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_3P_2=3\times2=\underline{6}$
② 함수의 개수는 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_2=3^2=\underline{9}$

(2) ① 일대일함수의 개수는 서로 다른 3개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_3P_3=3!=3\times2\times1=6$
② 함수의 개수는 서로 다른 3개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_3=3^3=27$

(3) ① 일대일함수의 개수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_4P_3=4\times3\times2=24$
② 함수의 개수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_4\Pi_3=4^3=64$

(4) ① 일대일함수의 개수는 서로 다른 5개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_5P_2=5\times4=20$
② 함수의 개수는 서로 다른 5개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_5\Pi_2=5^2=25$

15 답 (1) 8 (2) 16 (3) 27 (4) 81
(5) 243 (6) 64 (7) 32 (8) 128

풀이 (1) 서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_2\Pi_3=2^3=\underline{8}$

(2) 서로 다른 2개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_2\Pi_4=2^4=16$

(3) 서로 다른 3개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_3=3^3=27$

(4) 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_4=3^4=81$

(5) 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_5=3^5=243$

(6) 서로 다른 2개에서 6개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$_{2}\Pi_{6}=2^{6}=64$

(7) 서로 다른 2개에서 5개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$_{2}\Pi_{5}=2^{5}=32$

(8) 서로 다른 2개에서 7개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

$_{2}\Pi_{7}=2^{7}=128$

16 답 (1) 6 (2) 12 (3) 5 (4) 30

풀이 (1) a가 2개, b가 2개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=\underline{6}$

(2) 1이 1개, 2가 1개, 3이 2개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

(3) a가 4개, c가 1개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{4!}=5$

(4) 1이 2개, 2가 2개, 3이 1개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

17 답 (1) 6 (2) 7 (3) 10 (4) 14

풀이 (1) 1, 1, 2, 2에서 3개의 숫자를 택하는 경우는

(1, 1, 2), (1, 2, 2)

(i) 1, 1, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

$\frac{3!}{2!}=3$

(ii) 1, 2, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

$\frac{3!}{2!}=3$

(i), (ii)에서 구하는 세 자리의 자연수의 개수는

$3+\underline{3}=\underline{6}$

(2) 1, 1, 1, 2, 2에서 3개의 숫자를 택하는 경우는

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 2)

(i) 1, 1, 1을 택하는 경우 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는 1

(ii) 1, 1, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

$\frac{3!}{2!}=3$

(iii) 1, 2, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는

$\frac{3!}{2!}=3$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 세 자리의 자연수의 개수는

$1+3+3=7$

(3) 1, 1, 2, 2, 2에서 4개의 숫자를 택하는 경우는

(1, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2)

(i) 1, 1, 2, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

(ii) 1, 2, 2, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는

$\frac{4!}{3!}=4$

(i), (ii)에서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는

$6+4=10$

(4) 1, 1, 1, 2, 2, 2에서 4개의 숫자를 택하는 경우는

(1, 1, 1, 2), (1, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2)

(i) 1, 1, 1, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는

$\frac{4!}{3!}=4$

(ii) 1, 1, 2, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

(iii) 1, 2, 2, 2를 택하는 경우 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는

$\frac{4!}{3!}=4$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는

$4+6+4=14$

18 답 (1) 9 (2) 16 (3) 24 (4) 16

풀이 (1) (i) 0, 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

(ii) 0으로 시작하는 경우의 수는 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{3!}{2!}=3$

(i), (ii)에서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는

$12-\underline{3}=\underline{9}$

(2) (i) 0, 1, 2, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$

(ii) 0으로 시작하는 경우의 수는 1, 2, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4!}{3!}=4$

(i), (ii)에서 구하는 다섯 자리의 자연수의 개수는

$20-4=16$

(3) (i) 0, 1, 1, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

(ii) 0으로 시작하는 경우의 수는 1, 1, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 다섯 자리의 자연수의 개수는

$30-6=24$

(4) (ⅰ) 0, 2, 2, 2, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$

(ⅱ) 0으로 시작하는 경우의 수는 2, 2, 2, 4를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{4!}{3!}=4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 다섯 자리의 자연수의 개수는

$20-4=16$

19 답 (1) ① 60 ② 12 ③ 12 (2) ① 30 ② 3 ③ 12
(3) ① 20 ② 4 ③ 4 (4) ① 60 ② 6 ③ 24
(5) ① 180 ② 12 ③ 60 (6) ① 420 ② 60 ③ 60

풀이 (1) ① a가 2개, b가 1개, c가 3개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times3!}=\underline{60}$

② c□□□□c와 같이 양 끝에 c를 놓은 후 중간에 a, a, b, c를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=\underline{12}$

③ c, c, c가 모두 이웃하므로 한 문자 C로 바꾸어 생각하면 a, a, b, C를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=\underline{12}$

(2) ① a가 1개, b가 2개, c가 2개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

② b□□□b와 같이 양 끝에 b를 놓은 후 중간에 a, c, c를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{3!}{2!}=3$

③ b, b가 이웃하므로 한 문자 B로 바꾸어 생각하면 a, B, c, c를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

(3) ① a가 3개, b가 3개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!\times3!}=20$

② a□□□□a와 같이 양 끝에 a를 놓은 후 중간에 a, b, b, b를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$

③ a, a, a가 모두 이웃하므로 한 문자 A로 바꾸어 생각하면 A, b, b, b를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!}=4$

(4) ① s가 1개, u가 1개, n이 2개, y가 1개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

② n□□□n과 같이 양 끝에 n을 놓은 후 중간에 s, u, y를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$3!=6$

③ n, n이 이웃하므로 한 문자 N으로 바꾸어 생각하면 s, u, N, y를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$4!=24$

(5) ① m이 2개, e가 2개, b가 1개, r이 1개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times2!}=180$

② e□□□□e와 같이 양 끝에 e를 놓은 후 중간에 m, m, b, r를 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!}=12$

③ e, e가 이웃하므로 한 문자 E로 바꾸어 생각하면 E, m, m, b, r를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

(6) ① o가 3개, m이 2개, g가 1개, d가 1개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{7!}{3!\times2!}=420$

② o□□□□□o와 같이 양 끝에 o를 놓은 후 중간에 g, d, m, o, m을 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

③ o, o, o가 모두 이웃하므로 한 문자 O로 바꾸어 생각하면 O, m, m, g, d를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=60$

20 답 (1) 60 (2) 20 (3) 30 (4) 90

풀이 (1) a, b의 순서가 정해져 있으므로 a, b를 모두 x로 생각하여 5개의 문자 x, x, c, d, e를 일렬로 나열한 후 2개의 x를 순서대로 a, b로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!}=\underline{60}$

(2) a, c, e의 순서가 정해져 있으므로 a, c, e를 모두 x로 생각하여 5개의 문자 x, x, x, b, d를 일렬로 나열한 후

3개의 x를 순서대로 a, c, e로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{3!}=20$

(3) b, d의 순서가 정해져 있으므로 b, d를 모두 x로 생각하여 5개의 문자 x, x, a, a, c를 일렬로 나열한 후 2개의 x를 순서대로 b, d로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

(4) c, d의 순서가 정해져 있으므로 c, d를 모두 x로 생각하여 6개의 문자 x, x, a, a, b, b를 일렬로 나열한 후 2개의 x를 순서대로 c, d로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times2!\times2!}=90$

21 답 (1) ① 35 ② 18 ③ 17 (2) ① 35 ② 20 ③ 15
(3) ① 21 ② 12 ③ 9 (4) ① 70 ② 16 ③ 54
(5) ① 56 ② 30 ③ 26

풀이 (1) 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b라고 하자.

① A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 a, a, a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7!}{4!\times3!}=35$

② A → P로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{4!}{2!\times2!}=6$

P → B로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{3!}{2!}=3$

따라서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$6\times3=18$

③ A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 빼면 되므로 구하는 경우의 수는

$35-18=17$

(2) 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b라고 하자.

① A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 a, a, a, b, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7!}{3!\times4!}=35$

② A → P로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{5!}{2!\times3!}=10$

P → B로 최단 거리로 가는 경우의 수: $2!=2$

따라서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$10\times2=20$

③ A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 빼면 되므로 구하는 경우의 수는

$35-20=15$

(3) 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b라고 하자.

① A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 a, a, a, a, a, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7!}{5!\times2!}=21$

② A → P로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{3!}{2!}=3$

P → B로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{4!}{3!}=4$

따라서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$3\times4=12$

③ A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 빼면 되므로 구하는 경우의 수는

$21-12=9$

(4) 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b라고 하자.

① A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 a, a, a, a, b, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{8!}{4!\times4!}=70$

② A → P로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{4!}{3!}=4$

P → B로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{4!}{3!}=4$

따라서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$4\times4=16$

③ A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 빼면 되므로 구하는 경우의 수는

$70-16=54$

(5) 오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a, 위쪽으로 한 칸 가는 것을 b라고 하자.

① A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 a, a, a, a, a, b, b, b를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{8!}{5!\times3!}=56$

② A → P로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{5!}{3!\times2!}=10$

P → B로 최단 거리로 가는 경우의 수: $\frac{3!}{2!}=3$

따라서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$10\times3=30$

③ A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수에서 A에서 P를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수를 빼면 되므로 구하는 경우의 수는

$56-30=26$

22 답 (1) 17　(2) 8　(3) 23　(4) 33　(5) 46　(6) 34

풀이 (1) [방법 1] (P를 지나는 경우의 수)

+(Q를 지나는 경우의 수)

+(R를 지나는 경우의 수)

$=(1\times1)+\left(\frac{3!}{2!}\times\frac{4!}{3!}\right)+\left(1\times\frac{4!}{3!}\right)$

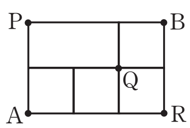
$=1+\underline{12}+4=\underline{17}$

[방법 2] (전체 경우의 수)−(C를 지나는 경우의 수)

$=\frac{7!}{4!\times3!}-\frac{3!}{2!}\times\frac{4!}{2!\times2!}$

$=35-\underline{18}=\underline{17}$

(2)



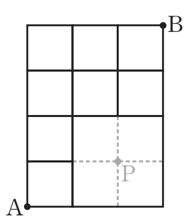
(P를 지나는 경우의 수)+(Q를 지나는 경우의 수)

+(R를 지나는 경우의 수)

$=(1\times1)+\left(\frac{3!}{2!}\times2\right)+(1\times1)$

$=1+6+1=8$

(3)

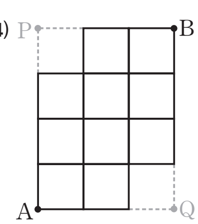


(전체 경우의 수)−(P를 지나는 경우의 수)

$=\frac{7!}{3!\times4!}-\left(\frac{3!}{2!}\times\frac{4!}{3!}\right)$

$=35-12=23$

(4)



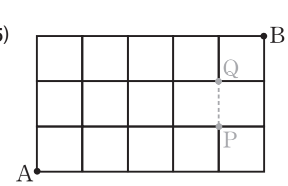
(전체 경우의 수)−(P를 지나는 경우의 수)

−(Q를 지나는 경우의 수)

$=\frac{7!}{3!\times4!}-(1\times1)-(1\times1)$

$=35-1-1=33$

(5)

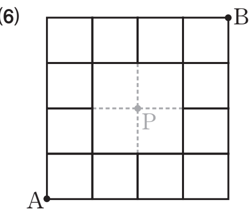


(전체 경우의 수)−(P와 Q를 모두 지나는 경우의 수)

$=\frac{8!}{5!\times3!}-\left(\frac{5!}{4!}\times1\times2\right)$

$=56-10=46$

(6)



(전체 경우의 수)−(P를 지나는 경우의 수)

$=\frac{8!}{4!\times4!}-\left(\frac{4!}{2!\times2!}\times\frac{4!}{2!\times2!}\right)$

$=70-36=34$

23 답 (1) 6　(2) 35　(3) 28　(4) 1　(5) 1

풀이 (1) ${}_4C_2=\frac{{}_4P_2}{2!}=\frac{4\times3}{2\times1}=\underline{6}$

(2) ${}_7C_3=\frac{{}_7P_3}{3!}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

(3) ${}_8C_6={}_8C_2=\frac{{}_8P_2}{2!}=\frac{8\times7}{2\times1}=28$

(4) ${}_7C_0=1$

(5) ${}_9C_9={}_9C_0=1$

24 답 (1) 2　(2) 5　(3) 5　(4) 1, 2

풀이 (1) ${}_7C_r={}_7C_5={}_7C_2$이므로 $r=\underline{2}$

(2) ${}_8C_r={}_8C_3={}_8C_5$이므로 $r=5$

(3) ${}_9C_r={}_9C_4={}_9C_5$이므로 $r=5$

(4) ${}_6C_{2r}={}_6C_4={}_6C_2$이므로 $2r=4$ 또는 $2r=2$

$\therefore r=2$ 또는 $r=1$

25 답 (1) 8　(2) 13　(3) 3　(4) 3　(5) 5　(6) 6

풀이 (1) ${}_nC_3={}_nC_{n-3}$이므로 $n-3=5$

$\therefore n=\underline{8}$

(2) ${}_nC_4={}_nC_{n-4}$이므로 $n-4=9$

$\therefore n=13$

(3) ${}_{6n}C_2={}_{6n}C_{6n-2}$이므로 $6n-2=5n+1$

$\therefore n=3$

(4) $6{}_nC_2={}_nP_3+2{}_nP_2$에서

$6\times\frac{n(n-1)}{2\times1}=n(n-1)(n-2)+2n(n-1)$

$n\geq3$이므로

$3=(n-2)+2$

$\therefore n=\underline{3}$

(5) ${}_nP_3=4{}_nC_2+{}_nP_2$에서

$n(n-1)(n-2)=4\times\frac{n(n-1)}{2\times1}+n(n-1)$

$n\geq3$이므로

$n-2=2+1$

$\therefore n=5$

(6) $12{}_nC_3=8{}_nC_2+{}_nP_3$에서

$12\times\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}$

$=8\times\frac{n(n-1)}{2\times1}+n(n-1)(n-2)$

$n\geq 3$이므로

$2(n-2)=4+(n-2)$

$\therefore n=6$

26 답 (1) 210 (2) 20 (3) 15 (4) 420 (5) 1176

풀이 (1) 여학생 5명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_3$

남학생 7명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 ${}_7C_2$

따라서 구하는 경우의 수는

${}_5C_3\times{}_7C_2=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}\times\frac{7\times6}{2\times1}=10\times21=\underline{210}$

(2) ${}_6C_3=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

(3) 학생 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_2=\frac{6\times5}{2\times1}=15$

(4) 빵 4개 중에서 2개를 고르는 경우의 수는 ${}_4C_2$

우유 8개 중에서 4개를 고르는 경우의 수는 ${}_8C_4$

따라서 구하는 경우의 수는

${}_4C_2\times{}_8C_4=\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=6\times70=420$

(5) 파란 구슬 7개 중에서 5개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_7C_5$

노란 구슬 8개 중에서 5개를 꺼내는 경우의 수는 ${}_8C_5$

따라서 구하는 경우의 수는

${}_7C_5\times{}_8C_5=\frac{7\times6\times5\times4\times3}{5\times4\times3\times2\times1}\times\frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1}$

$=21\times56=1176$

27 답 (1) 15 (2) 28 (3) 10 (4) 15

풀이 (1) 종수를 미리 뽑아 놓고 지혜를 제외한 6명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_6C_2=\underline{15}$

(2) 특정한 남학생 1명과 특정한 여학생 1명을 미리 뽑아 놓고 나머지 8명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_8C_2=28$

(3) 2를 미리 뽑아 놓고 4를 제외한 5개의 숫자 중에서 2개를 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_5C_2=10$

(4) 5, 10을 미리 뽑아 놓고 1, 7을 제외한 6개의 숫자 중에서 2개를 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_6C_2=15$

28 답 (1) 70 (2) 64 (3) 135 (4) 294

풀이 (1) 전체 9송이 중에서 3송이를 뽑는 경우의 수는

${}_9C_3=84$

장미 5송이 중에서 3송이를 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3=10$

튤립 4송이 중에서 3송이를 뽑는 경우의 수는

${}_4C_3=4$

따라서 구하는 경우의 수는

$84-10-\underline{4}=\underline{70}$

(2) 전체 9명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_9C_3=84$

남학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

${}_6C_3=20$

따라서 구하는 경우의 수는

$84-20=64$

(3) 전체 11개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는

${}_{11}C_3=165$

파란 구슬 6개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는

${}_6C_3=20$

노란 구슬 5개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는

${}_5C_3=10$

따라서 구하는 경우의 수는

$165-20-10=135$

(4) 전체 11명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_{11}C_4=330$

축구 선수 4명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_4C_4=1$

농구 선수 7명 중에서 4명을 뽑는 경우의 수는

${}_7C_4=35$

따라서 구하는 경우의 수는

$330-1-35=294$

29 답 (1) 21 (2) 21 (3) 1 (4) 8 (5) 220

풀이 (1) ${}_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=\underline{21}$

(2) ${}_6H_2={}_{6+2-1}C_2={}_7C_2=21$

(3) ${}_8H_0={}_{8+0-1}C_0={}_7C_0=1$

(4) ${}_2H_7={}_{2+7-1}C_7={}_8C_7={}_8C_1=8$

(5) ${}_4H_9={}_{4+9-1}C_9={}_{12}C_9={}_{12}C_3=220$

30 답 (1) $r=1$ 또는 $r=4$ (2) $n=9$

(3) $r=2$ 또는 $r=5$ (4) $n=4$

(5) $n=7$

풀이 (1) ${}_2H_4={}_{2+4-1}C_4={}_5C_4={}_5C_1$이므로

$r=\underline{1}$ 또는 $r=\underline{4}$

(2) ${}_6H_4={}_{6+4-1}C_4={}_9C_4$이므로 $n=9$

(3) ${}_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2$이므로

$r=2$ 또는 $r=5$

(4) ${}_nH_3={}_{n+3-1}C_3={}_{n+2}C_3=\frac{(n+2)(n+1)n}{3!}=20$

$(n+2)(n+1)n=120=6\times5\times4$

$\therefore n=4$

(5) ${}_nH_2={}_{n+2-1}C_2={}_{n+1}C_2=\frac{(n+1)n}{2}$

${}_8C_6={}_8C_2=28$

따라서 $\frac{(n+1)n}{2}=28$에서

$(n+1)n=56=8\times7$

$\therefore n=7$

31 답 (1) 45 (2) 70 (3) 120 (4) 55 (5) 11

풀이 (1) 서로 다른 3개에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_8={}_{3+8-1}C_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=\underline{45}$

(2) 서로 다른 5개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_5H_4={}_{5+4-1}C_4={}_8C_4=70$

(3) 서로 다른 4개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_4H_7={}_{4+7-1}C_7={}_{10}C_7={}_{10}C_3=120$

(4) 서로 다른 3개에서 9개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_9={}_{3+9-1}C_9={}_{11}C_9={}_{11}C_2=55$

(5) 서로 다른 2개에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_2H_{10}={}_{2+10-1}C_{10}={}_{11}C_{10}={}_{11}C_1=11$

32 답 (1) 15 (2) 21 (3) 56 (4) 120

풀이 (1) 사과, 배, 복숭아를 각각 1개씩 구매하고, 남은 4개는 3가지 과일 중에서 구매하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_4={}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=\underline{15}$

(2) 테니스공, 농구공, 야구공을 각각 1개씩 구매하고, 남은 5개는 3가지 공 중에서 구매하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=21$

(3) 장미, 튤립, 백합, 수국을 각각 1송이씩 택하고, 남은 5송이는 4가지 꽃 중에서 택하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_4H_5={}_{4+5-1}C_5={}_8C_5={}_8C_3=56$

(4) 짜장면, 짬뽕, 볶음밥, 유산슬을 각각 1그릇씩 주문하고, 남은 7그릇은 4가지 음식 중에서 주문하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_4H_7={}_{4+7-1}C_7={}_{10}C_7={}_{10}C_3=120$

33 답 (1) 15 (2) 4 (3) 6 (4) 21 (5) 45

풀이 (1) $(a+b+c)^4$의 전개식의 각 항은 모두 $a^xb^yc^z$ $(x+y+z=4)$의 꼴이다.

따라서 구하는 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_4={}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=\underline{15}$

(2) 구하는 항의 개수는 2개의 문자 a, b에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_2H_3={}_{2+3-1}C_3={}_4C_3={}_4C_1=4$

(3) 구하는 항의 개수는 2개의 문자 a, b에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_2H_5={}_{2+5-1}C_5={}_6C_5={}_6C_1=6$

(4) 구하는 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=21$

(5) 구하는 항의 개수는 3개의 문자 a, b, c에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_8={}_{3+8-1}C_8={}_{10}C_8={}_{10}C_2=45$

34 답 (1) ① 21 ② 6 (2) ① 7 ② 5 (3) ① 8 ② 6 (4) ① 15 ② 3 (5) ① 66 ② 36 (6) ① 165 ② 35 (7) ① 220 ② 56

풀이 (1) 방정식의 해를 x, y, z의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=\underline{21}$

② 양의 정수인 해는 x, y, z를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 x, y, z를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 3개의 문자 x, y, z에서 $(5-3)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는

$_3H_{5-3}={}_3H_2={}_{3+2-1}C_2={}_4C_2=\underline{6}$

(2) 방정식의 해를 x, y의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 2개의 문자 x, y에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (x, y)의 개수는

$_2H_6={}_{2+6-1}C_6={}_7C_6={}_7C_1=7$

② 양의 정수인 해는 x, y를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 x, y를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 2개의 문자 x, y에서 $(6-2)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (x, y)의 개수는

$_2H_{6-2}={}_2H_4={}_{2+4-1}C_4={}_5C_4={}_5C_1=5$

(3) 방정식의 해를 a, b의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 2개의 문자 a, b에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는

$_2H_7={}_{2+7-1}C_7={}_8C_7={}_8C_1=8$

② 양의 정수인 해는 a, b를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 a, b를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 2개의 문자 a, b에서 $(7-2)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는

$_2H_{7-2}={}_2H_5={}_{2+5-1}C_5={}_6C_5={}_6C_1=6$

(4) 방정식의 해를 x, y, z의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 3개의 문자 x, y, z에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는
$_3H_4={}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=15$

② 양의 정수인 해는 x, y, z를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 x, y, z를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 3개의 문자 x, y, z에서 $(4-3)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는
$_3H_{4-3}={}_3H_1={}_{3+1-1}C_1={}_3C_1=3$

(5) 방정식의 해를 a, b, c의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 3개의 문자 a, b, c에서 10개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
$_3H_{10}={}_{3+10-1}C_{10}={}_{12}C_{10}={}_{12}C_2=66$

② 양의 정수인 해는 a, b, c를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 a, b, c를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 3개의 문자 a, b, c에서 $(10-3)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
$_3H_{10-3}={}_3H_7={}_{3+7-1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=36$

(6) 방정식의 해를 x, y, z, w의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 4개의 문자 x, y, z, w에서 8개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는
$_4H_8={}_{4+8-1}C_8={}_{11}C_8={}_{11}C_3=165$

② 양의 정수인 해는 x, y, z, w를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 x, y, z, w를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 4개의 문자 x, y, z, w에서 $(8-4)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는
$_4H_{8-4}={}_4H_4={}_{4+4-1}C_4={}_7C_4={}_7C_3=35$

(7) 방정식의 해를 a, b, c, d의 개수로 생각하면

① 음이 아닌 정수인 해의 개수는 4개의 문자 a, b, c, d에서 9개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는
$_4H_9={}_{4+9-1}C_9={}_{12}C_9={}_{12}C_3=220$

② 양의 정수인 해는 a, b, c, d를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 a, b, c, d를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 4개의 문자 a, b, c, d에서 $(9-4)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는
$_4H_{9-4}={}_4H_5={}_{4+5-1}C_5={}_8C_5={}_8C_3=56$

35 답 (1) 20 (2) 15 (3) 35 (4) 70 (5) 56

풀이 (1) Y의 원소 1, 2, 3, 4의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 X의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_4H_3={}_{4+3-1}C_3={}_6C_3=\underline{20}$

(2) Y의 원소 2, 4, 6의 3개에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 X의 원소 1, 3, 5, 7에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_3H_4={}_{3+4-1}C_4={}_6C_4={}_6C_2=15$

(3) Y의 원소 4, 5, 6, 7의 4개에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 X의 원소 0, 1, 2, 3에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 4개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_4H_4={}_{4+4-1}C_4={}_7C_4={}_7C_3=35$

(4) Y의 원소 1, 2, 3, 4, 5의 5개에서 중복을 허용하여 4개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 X의 원소 2, 3, 5, 7에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 5개에서 4개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_5H_4={}_{5+4-1}C_4={}_8C_4=70$

(5) Y의 원소 2, 4, 6, 8의 4개에서 중복을 허용하여 5개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 X의 원소 0, 1, 2, 3, 4에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 4개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_4H_5={}_{4+5-1}C_5={}_8C_5={}_8C_3=56$

중단원 점검문제 | Ⅰ-1 여러 가지 순열과 중복조합 028-029쪽

01 답 43

풀이 3으로 나누어떨어지는 수는 3, 6, ⋯, 99의 33개
7로 나누어떨어지는 수는 7, 14, ⋯, 98의 14개
21로 나누어떨어지는 수는 21, 42, 63, 84의 4개
따라서 구하는 수의 개수는
$33+14-4=43$

02 답 7

풀이 (집 → 학교) ➡ 3(가지)
(집 → 문구점 → 학교) ➡ $2\times2=4$(가지)
따라서 집에서 학교로 가는 경우의 수는
$3+4=7$

03 답 360

풀이 서로 다른 6개에서 4개를 택하는 순열의 수와 같으므로
${}_6P_4=6\times5\times4\times3=360$

04 답 24

풀이 남학생 2명을 한 사람, 여학생 3명을 한 사람으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는
$2!=2$
남학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는
$2!=2$
여학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는
$3!=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times2\times6=24$

05 답 54

풀이 천의 자리에는 0을 제외한 1, 2가 올 수 있으므로 그 경우의 수는 2
백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 0, 1, 2가 모두 올 수 있으므로 그 경우의 수는
${}_3\Pi_3=3^3=27$
따라서 구하는 네 자리의 자연수의 개수는
$2\times27=54$

06 답 14

풀이 서로 다른 2개의 깃발 중에서
깃발을 1번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는
${}_2\Pi_1=2^1=2$
깃발을 2번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는
${}_2\Pi_2=2^2=4$
깃발을 3번 들어 올려서 만들 수 있는 신호의 개수는
${}_2\Pi_3=2^3=8$
따라서 구하는 신호의 개수는
$2+4+8=14$

07 답 16

풀이 집합 X의 원소 1은 c에 대응시키고 나머지 원소 2, 3은 a, b, c, d 중 어느 하나를 택하면 되므로 구하는 함수의 개수는
${}_4\Pi_2=4^2=16$

08 답 81

풀이 서로 다른 3개에서 4개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로
${}_3\Pi_4=3^4=81$

09 답 16

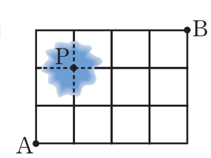
풀이 (i) 0, 1, 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수는
$\frac{5!}{3!}=20$
(ii) 0으로 시작하는 경우의 수는 1, 1, 1, 2를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로
$\frac{4!}{3!}=4$
(i), (ii)에서 구하는 다섯 자리의 자연수의 개수는
$20-4=16$

10 답 360

풀이 o, o가 이웃하므로 한 문자 O로 바꾸어 생각하면 s, s, c, h, l, O를 일렬로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$\frac{6!}{2!}=360$

11 답 23

풀이



(전체 경우의 수)$-$(P를 지나는 경우의 수)
$=\frac{7!}{4!\times3!}-\left(\frac{3!}{2!}\times\frac{4!}{3!}\right)$
$=35-12$
$=23$

12 답 56

풀이 빨간 구슬 2개를 미리 뽑아 놓고 나머지 파란 구슬 8개 중에서 $5-2=3$(개)를 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는
${}_8C_3=56$

13 답 35

풀이 서로 다른 5개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_5H_3={}_{5+3-1}C_3={}_7C_3=35$

14 답 28

풀이 빨간 공, 노란 공, 흰 공을 각각 1개씩 꺼내고, 남은 6개는 3가지 공 중에서 꺼내면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_3H_6={}_{3+6-1}C_6={}_8C_6={}_8C_2=28$

15 답 28

풀이 방정식의 해를 x, y, z의 개수로 생각하면 양의 정수인 해는 x, y, z를 적어도 하나씩 포함하는 것이므로 x, y, z를 각각 1개씩 미리 택했다고 생각하고 3개의 문자 x, y, z에서 $(9-3)$개를 택하는 중복조합의 수와 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z)의 개수는
${}_3H_{9-3}={}_3H_6={}_{3+6-1}C_6={}_8C_6={}_8C_2=28$

16 답 20

풀이 Y의 원소 1, 3, 5, 7의 4개에서 중복을 허용하여 3개를 택한 후 작거나 같은 수부터 차례대로 X의 원소 1, 2, 3에 대응시키면 된다.
따라서 구하는 함수의 개수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
${}_4H_3={}_{4+3-1}C_3={}_6C_3=20$

Ⅰ-2 | 이항정리 030-036쪽

01 답 (1) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
(2) $x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$
(3) $x^4-8x^3+24x^2-32x+16$
(4) $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$
(5) $32a^5+80a^4+80a^3+40a^2+10a+1$

풀이 (1) $(a-b)^3={}_3C_0a^3+{}_3C_1a^2(-b)+{}_3C_2a(-b)^2+{}_3C_3(-b)^3$
$=\underline{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$

(2) $(x+y)^4={}_4C_0x^4+{}_4C_1x^3y+{}_4C_2x^2y^2+{}_4C_3xy^3+{}_4C_4y^4$
$=x^4+4x^3y+6x^2y^2+4xy^3+y^4$

(3) $(x-2)^4={}_4C_0x^4+{}_4C_1x^3(-2)+{}_4C_2x^2(-2)^2+{}_4C_3x(-2)^3+{}_4C_4(-2)^4$
$=x^4-8x^3+24x^2-32x+16$

(4) $(x-y)^5={}_5C_0x^5+{}_5C_1x^4(-y)+{}_5C_2x^3(-y)^2+{}_5C_3x^2(-y)^3+{}_5C_4x(-y)^4+{}_5C_5(-y)^5$
$=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$

(5) $(2a+1)^5={}_5C_0(2a)^5+{}_5C_1(2a)^4+{}_5C_2(2a)^3+{}_5C_3(2a)^2+{}_5C_42a+{}_5C_5$
$=32a^5+80a^4+80a^3+40a^2+10a+1$

02 답 (1) 240 (2) 54 (3) 80 (4) -192

풀이 (1) $(a+2b)^6$의 전개식에서 a^2b^4항은 a를 2번, $2b$를 4번 곱한 경우이므로
${}_6C_4a^2(2b)^4={}_6C_42^4a^2b^4$
따라서 a^2b^4의 계수는
${}_6C_42^4=15\times16=\underline{240}$

(2) $(a-3b)^4$의 전개식에서 a^2b^2항은 a를 2번, $-3b$를 2번 곱한 경우이므로
${}_4C_2a^2(-3b)^2={}_4C_2(-3)^2a^2b^2$
따라서 a^2b^2의 계수는
${}_4C_2(-3)^2=6\times9=54$

(3) $(2a+b)^5$의 전개식에서 a^3b^2항은 $2a$를 3번, b를 2번 곱한 경우이므로
${}_5C_2(2a)^3b^2={}_5C_22^3a^3b^2$
따라서 a^3b^2의 계수는
${}_5C_22^3=10\times8=80$

(4) $(a-2b)^6$의 전개식에서 ab^5항은 a를 1번, $-2b$를 5번 곱한 경우이므로
${}_6C_5a(-2b)^5={}_6C_5(-2)^5ab^5$
따라서 ab^5의 계수는
${}_6C_5(-2)^5=6\times(-32)=-192$

03 답 (1) 24 (2) 24 (3) 1215 (4) 60 (5) -540

풀이 (1) $\left(x-\frac{2}{x}\right)^4$의 전개식에서 상수항은 x를 2번, $-\frac{2}{x}$를 2번 곱한 경우이므로

$_4C_2x^2\left(-\frac{2}{x}\right)^2={}_4C_2(-2)^2x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2={}_4C_2(-2)^2$

따라서 상수항은

$_4C_2(-2)^2=6\times4=\underline{24}$

(2) $\left(2x+\frac{1}{x}\right)^4$의 전개식에서 상수항은 $2x$를 2번, $\frac{1}{x}$을 2번 곱한 경우이므로

$_4C_2(2x)^2\left(\frac{1}{x}\right)^2={}_4C_22^2x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2={}_4C_22^2$

따라서 상수항은

$_4C_22^2=6\times4=24$

(3) $\left(3x-\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^2항은 $3x$를 4번, $-\frac{1}{x}$을 2번 곱한 경우이므로

$_6C_2(3x)^4\left(-\frac{1}{x}\right)^2={}_6C_23^4(-1)^2x^4\left(\frac{1}{x}\right)^2$

$={}_6C_23^4(-1)^2x^2$

따라서 x^2의 계수는

$_6C_23^4(-1)^2=15\times81\times1=1215$

(4) $\left(2x^2-\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 상수항은 $2x^2$을 2번, $-\frac{1}{x}$을 4번 곱한 경우이므로

$_6C_4(2x^2)^2\left(-\frac{1}{x}\right)^4={}_6C_42^2(-1)^4(x^2)^2\left(\frac{1}{x}\right)^4$

$={}_6C_42^2(-1)^4$

따라서 상수항은

$_6C_42^2(-1)^4=15\times4\times1=60$

(5) $\left(x^2-\frac{3}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^3항은 x^2을 3번, $-\frac{3}{x}$을 3번 곱한 경우이므로

$_6C_3(x^2)^3\left(-\frac{3}{x}\right)^3={}_6C_3(-3)^3(x^2)^3\left(\frac{1}{x}\right)^3$

$={}_6C_3(-3)^3x^3$

따라서 x^3의 계수는

$_6C_3(-3)^3=20\times(-27)=-540$

04 답 (1) 3 (2) 2 (3) 5 (4) 2

풀이 (1) $\left(ax+\frac{1}{x}\right)^4$의 전개식에서 x^2항은 ax를 3번, $\frac{1}{x}$을 1번 곱한 경우이므로

$_4C_1(ax)^3\left(\frac{1}{x}\right)={}_4C_1a^3x^2$

따라서 x^2의 계수는 $_4C_1a^3=4a^3$

이때 $4a^3=108$이므로 $a^3=27$

$\therefore a=\underline{3}$

(2) $\left(x+\frac{a}{x}\right)^4$의 전개식에서 $\frac{1}{x^2}$항은 x를 1번, $\frac{a}{x}$를 3번 곱한 경우이므로

$_4C_3x\left(\frac{a}{x}\right)^3={}_4C_3a^3\frac{1}{x^2}$

따라서 $\frac{1}{x^2}$의 계수는 $_4C_3a^3=4a^3$

이때 $4a^3=32$이므로 $a^3=8$

$\therefore a=2$

(3) $\left(ax^2+\frac{1}{x}\right)^3$의 전개식에서 x^3항은 ax^2을 2번, $\frac{1}{x}$을 1번 곱한 경우이므로

$_3C_1(ax^2)^2\left(\frac{1}{x}\right)={}_3C_1a^2x^3$

따라서 x^3의 계수는 $_3C_1a^2=3a^2$

이때 $3a^2=75$이므로 $a^2=25$

$\therefore a=5\ (\because a>0)$

(4) $\left(ax-\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x항은 ax를 3번, $-\frac{1}{x}$을 2번 곱한 경우이므로

$_5C_2(ax)^3\left(-\frac{1}{x}\right)^2={}_5C_2a^3(-1)^2x$

따라서 x의 계수는 $_5C_2a^3(-1)^2=10a^3$

이때 $10a^3=80$이므로 $a^3=8$

$\therefore a=2$

05 답 (1) 56 (2) -56 (3) -25

풀이 (1) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^7$ …… ㉠

$(x^2+1)\left(x+\frac{1}{x}\right)^7$의 전개식에서 x^3항은 x^2과 ㉠의 x항, 1과 ㉠의 x^3항이 곱해질 때 나타난다.

(i) ㉠에서 x항은 x를 4번, $\frac{1}{x}$을 3번 곱한 경우이므로

$_7C_3x^4\left(\frac{1}{x}\right)^3=35x$

(ii) ㉠에서 x^3항은 x를 5번, $\frac{1}{x}$을 2번 곱한 경우이므로

$_7C_2x^5\left(\frac{1}{x}\right)^2=21x^3$

(i), (ii)에서 구하는 x^3의 계수는

$35+\underline{21}=\underline{56}$

(2) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^8$ …… ㉠

$(x+2)\left(x-\frac{1}{x}\right)^8$의 전개식에서 x^3항은 x와 ㉠의 x^2항이 곱해질 때 나타난다.

㉠에서 x^2항은 x를 5번, $-\frac{1}{x}$을 3번 곱한 경우이므로

$_8C_3x^5\left(-\frac{1}{x}\right)^3=-56x^2$

따라서 구하는 x^3의 계수는 -56

(3) $(x-1)^6$ …… ㉠

$(x-1)^6(2x+1)$의 전개식에서 x^4항은 ㉠의 x^4항과 1, ㉠의 x^3항과 $2x$가 곱해질 때 나타난다.

(i) ㉠에서 x^4항은 x를 4번, -1을 2번 곱한 경우이므로

$_6C_2x^4(-1)^2=15x^4$

(ii) ㉠에서 x^3항은 x를 3번, -1을 3번 곱한 경우이므로

$_6C_3x^3(-1)^3=-20x^3$

(i), (ii)에서 구하는 x^4의 계수는

$15+(-20)\times2=-25$

06 답 (1) 16 (2) 60 (3) 26

(1) $(x-1)^3$ …… ㉠

$(x+2)^5$ …… ㉡

$(x-1)^3(x+2)^5$의 전개식에서 x항은 ㉠의 상수항과 ㉡의 x항, ㉠의 x항과 ㉡의 상수항이 곱해질 때 나타난다.

(i) (㉠의 상수항)$\times$(㉡의 x항)

㉠에서 상수항은 -1을 3번 곱한 경우이므로

${}_3C_3(-1)^3=-1$

㉡에서 x항은 x를 1번, 2를 4번 곱한 경우이므로

${}_5C_4x2^4=80x$

즉, 이 경우의 x항은

$-1\times 80x=\underline{-80x}$

(ii) (㉠의 x항)$\times$(㉡의 상수항)

㉠에서 x항은 x를 1번, -1을 2번 곱한 경우이므로

${}_3C_2x(-1)^2=3x$

㉡에서 상수항은 2를 5번 곱한 경우이므로

${}_5C_52^5=32$

즉, 이 경우의 x항은

$3x\times 32=\underline{96x}$

(i), (ii)에서 구하는 x의 계수는

$-80+\underline{96}=\underline{16}$

(2) $(x-2)^3$ ...... ㉠

$(x+3)^2$ ...... ㉡

$(x-2)^3(x+3)^2$의 전개식에서 x항은 ㉠의 상수항과 ㉡의 x항, ㉠의 x항과 ㉡의 상수항이 곱해질 때 나타난다.

(i) (㉠의 상수항)$\times$(㉡의 x항)

㉠에서 상수항은 -2를 3번 곱한 경우이므로

${}_3C_3(-2)^3=-8$

㉡에서 x항은 x를 1번, 3을 1번 곱한 경우이므로

${}_2C_1x3=6x$

즉, 이 경우의 x항은

$-8\times 6x=-48x$

(ii) (㉠의 x항)$\times$(㉡의 상수항)

㉠에서 x항은 x를 1번, -2를 2번 곱한 경우이므로

${}_3C_2x(-2)^2=12x$

㉡에서 상수항은 3을 2번 곱한 경우이므로

${}_2C_23^2=9$

즉, 이 경우의 x항은

$12x\times 9=108x$

(i), (ii)에서 구하는 x의 계수는

$-48+108=60$

(3) $(2x+1)^4$ ...... ㉠

$(x^2+1)^2$ ...... ㉡

$(2x+1)^4(x^2+1)^2$의 전개식에서 x^2항은 ㉠의 상수항과 ㉡의 x^2항, ㉠의 x^2항과 ㉡의 상수항이 곱해질 때 나타난다.

(i) (㉠의 상수항)$\times$(㉡의 x^2항)

㉠에서 상수항은 1을 4번 곱한 경우이므로

${}_4C_41^4=1$

㉡에서 x^2항은 x^2을 1번, 1을 1번 곱한 경우이므로

${}_2C_1x^2=2x^2$

즉, 이 경우의 x^2항은

$1\times 2x^2=2x^2$

(ii) (㉠의 x^2항)$\times$(㉡의 상수항)

㉠에서 x^2항은 $2x$를 2번, 1을 2번 곱한 경우이므로

${}_4C_2(2x)^21^2=24x^2$

㉡에서 상수항은 1을 2번 곱한 경우이므로

${}_2C_21^2=1$

즉, 이 경우의 x^2항은

$24x^2\times 1=24x^2$

(i), (ii)에서 구하는 x^2의 계수는

$2+24=26$

07 답 (1) ${}_4C_2$ (2) ${}_5C_4$ (3) ${}_6C_3$

풀이 (1) ${}_2C_0+{}_2C_1+{}_3C_2={}_3C_1+{}_3C_2$

$={}_4C_2$

(2) ${}_3C_2+{}_3C_3+{}_4C_4={}_4C_3+{}_4C_4$

$={}_5C_4$

(3) ${}_4C_3+{}_4C_2+{}_5C_2={}_4C_2+{}_4C_3+{}_5C_2$

$={}_5C_3+{}_5C_2$

$={}_5C_2+{}_5C_3$

$={}_6C_3$

08 답 (1) ${}_{11}C_7$ (2) ${}_9C_6$ (3) ${}_{10}C_6$

풀이 (1) ${}_3C_0+{}_4C_1+{}_5C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_{10}C_7$

$={}_4C_0+{}_4C_1+{}_5C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_{10}C_7$ ($\because$ ${}_3C_0={}_4C_0=1$)

$={}_5C_1+{}_5C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_{10}C_7$

$={}_6C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_{10}C_7$

$\vdots$

$={}_{10}C_6+{}_{10}C_7=\underline{{}_{11}C_7}$

(2) ${}_2C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_8C_6$

$={}_3C_0+{}_3C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_8C_6$ ($\because$ ${}_2C_0={}_3C_0=1$)

$={}_4C_1+{}_4C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_8C_6$

$={}_5C_2+{}_5C_3+\cdots+{}_8C_6$

$\vdots$

$={}_8C_5+{}_8C_6={}_9C_6$

(3) ${}_3C_3={}_3C_0=1$이고 ${}_nC_r={}_nC_{n-r}$이므로

${}_3C_3+{}_4C_3+{}_5C_3+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_3$

$={}_3C_0+{}_4C_1+{}_5C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_6$

$={}_4C_0+{}_4C_1+{}_5C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_6$ ($\because$ ${}_3C_0={}_4C_0=1$)

$={}_5C_1+{}_5C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_6$

$={}_6C_2+{}_6C_3+\cdots+{}_9C_6$

$\vdots$

$={}_9C_5+{}_9C_6={}_{10}C_6$

09 답 (1) 127 (2) 64 (3) 512 (4) 255

풀이 (1) ${}_7C_0+{}_7C_1+{}_7C_2+{}_7C_3+\cdots+{}_7C_7=2^7$이므로

${}_7C_1+{}_7C_2+{}_7C_3+\cdots+{}_7C_7=2^7-{}_7C_0$

$=128-1=\underline{127}$

(2) ${}_6C_0+{}_6C_1+{}_6C_2+\cdots+{}_6C_6=2^6=64$

(3) ${}_9C_0+{}_9C_1+{}_9C_2+\cdots+{}_9C_9=2^9=512$

(4) ${}_8C_0+{}_8C_1+{}_8C_2+{}_8C_3+\cdots+{}_8C_8=2^8$이므로

${}_8C_1+{}_8C_2+{}_8C_3+\cdots+{}_8C_8=2^8-{}_8C_0$

$=256-1=255$

10 답 (1) 1 (2) 0 (3) 0 (4) -1

풀이 (1) ${}_7C_0-{}_7C_1+{}_7C_2-\cdots+{}_7C_6-{}_7C_7=0$이므로

${}_7C_0-{}_7C_1+{}_7C_2-\cdots+{}_7C_6={}_7C_7=\underline{1}$

(2) ${}_6C_0-{}_6C_1+{}_6C_2-\cdots+{}_6C_6=0$

(3) ${}_9C_0-{}_9C_1+{}_9C_2-\cdots-{}_9C_9=0$

(4) ${}_{10}C_0-{}_{10}C_1+{}_{10}C_2-\cdots-{}_{10}C_9+{}_{10}C_{10}=0$이므로

${}_{10}C_0-{}_{10}C_1+{}_{10}C_2-\cdots-{}_{10}C_9=-{}_{10}C_{10}=-1$

11 답 (1) 511 (2) 128 (3) 256 (4) 1013 (5) 2047

풀이 (1) ${}_{10}C_0+{}_{10}C_2+{}_{10}C_4+{}_{10}C_6+{}_{10}C_8+{}_{10}C_{10}=2^{10-1}=2^9$ 이므로

${}_{10}C_2+{}_{10}C_4+{}_{10}C_6+{}_{10}C_8+{}_{10}C_{10}=2^9-{}_{10}C_0$

$=512-1=\underline{511}$

(2) ${}_8C_0+{}_8C_2+{}_8C_4+{}_8C_6+{}_8C_8=2^{8-1}=128$

(3) ${}_9C_1+{}_9C_3+{}_9C_5+{}_9C_7+{}_9C_9=2^{9-1}=256$

(4) ${}_{11}C_1+{}_{11}C_3+{}_{11}C_5+{}_{11}C_7+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{11}=2^{11-1}=2^{10}$이므로

${}_{11}C_3+{}_{11}C_5+{}_{11}C_7+{}_{11}C_9+{}_{11}C_{11}=2^{10}-{}_{11}C_1$

$=1024-11=1013$

(5) ${}_{12}C_0+{}_{12}C_2+{}_{12}C_4+{}_{12}C_6+{}_{12}C_8+{}_{12}C_{10}+{}_{12}C_{12}$

$=2^{12-1}=2^{11}$이므로

${}_{12}C_2+{}_{12}C_4+{}_{12}C_6+{}_{12}C_8+{}_{12}C_{10}+{}_{12}C_{12}=2^{11}-{}_{12}C_0$

$=2048-1=2047$

12 답 (1) 8 (2) 7 (3) 10 (4) 9 (5) 11

풀이 (1) ${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이고 ${}_nC_0=1$이므로

${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n=2^n-1$

즉, 주어진 부등식은

$200<2^n-1<500$ $\therefore 201<2^n<501$

그런데 $2^7=128$, $2^8=256$, $2^9=512$이므로

$n=\underline{8}$

(2) ${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로

$100<2^n<200$

그런데 $2^6=64$, $2^7=128$, $2^8=256$이므로

$n=7$

(3) ${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로

$1000<2^n<2000$

그런데 $2^9=512$, $2^{10}=1024$, $2^{11}=2048$이므로

$n=10$

(4) ${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로

${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n=2^n-1$

즉, 주어진 부등식은

$500<2^n-1<800$ $\therefore 501<2^n<801$

그런데 $2^8=256$, $2^9=512$, $2^{10}=1024$이므로

$n=9$

(5) ${}_nC_0+{}_nC_1+{}_nC_2+\cdots+{}_nC_n=2^n$이므로

${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots+{}_nC_n=2^n-1$

즉, 주어진 부등식은

$2000<2^n-1<3000$ $\therefore 2001<2^n<3001$

그런데 $2^{10}=1024$, $2^{11}=2048$, $2^{12}=4096$이므로

$n=11$

13 답 (1) 2^{58} (2) 2^{18} (3) 2^{40} (4) 2^{38} (5) 2^{20}

풀이 (1) ${}_{59}C_0+{}_{59}C_1+{}_{59}C_2+\cdots+{}_{59}C_{59}=2^{59}$이므로

${}_{59}C_0+{}_{59}C_1+{}_{59}C_2+\cdots+{}_{59}C_{29}$

$={}_{59}C_{30}+{}_{59}C_{31}+{}_{59}C_{32}+\cdots+{}_{59}C_{59}$

$=\frac{1}{2}\times2^{59}=\underline{2^{58}}$

(2) ${}_{19}C_0+{}_{19}C_1+{}_{19}C_2+\cdots+{}_{19}C_{19}=2^{19}$이므로

${}_{19}C_0+{}_{19}C_1+{}_{19}C_2+\cdots+{}_{19}C_9$

$={}_{19}C_{10}+{}_{19}C_{11}+{}_{19}C_{12}+\cdots+{}_{19}C_{19}$

$=\frac{1}{2}\times2^{19}=2^{18}$

(3) ${}_{41}C_0+{}_{41}C_1+{}_{41}C_2+\cdots+{}_{41}C_{41}=2^{41}$이므로

${}_{41}C_0+{}_{41}C_1+{}_{41}C_2+\cdots+{}_{41}C_{20}$

$={}_{41}C_{21}+{}_{41}C_{22}+{}_{41}C_{23}+\cdots+{}_{41}C_{41}$

$=\frac{1}{2}\times2^{41}=2^{40}$

(4) ${}_{39}C_0+{}_{39}C_1+{}_{39}C_2+\cdots+{}_{39}C_{39}=2^{39}$이므로

${}_{39}C_0+{}_{39}C_1+{}_{39}C_2+\cdots+{}_{39}C_{19}$

$={}_{39}C_{20}+{}_{39}C_{21}+{}_{39}C_{22}+\cdots+{}_{39}C_{39}$

$=\frac{1}{2}\times2^{39}=2^{38}$

(5) ${}_{21}C_0+{}_{21}C_1+{}_{21}C_2+\cdots+{}_{21}C_{21}=2^{21}$이므로

${}_{21}C_0+{}_{21}C_1+{}_{21}C_2+\cdots+{}_{21}C_{10}$

$={}_{21}C_{11}+{}_{21}C_{12}+{}_{21}C_{13}+\cdots+{}_{21}C_{21}$

$=\frac{1}{2}\times2^{21}=2^{20}$

14 답 (1) 7 (2) 6 (3) 8 (4) 9 (5) 6

풀이 (1) ${}_nC_1+{}_nC_3+{}_nC_5+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$이므로

$2^{n-1}=64=2^6$, $n-1=6$

$\therefore n=\underline{7}$

(2) ${}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$이므로

$2^{n-1}=32=2^5$, $n-1=5$

$\therefore n=6$

(3) ${}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$이므로

$2^{n-1}=128=2^7$, $n-1=7$

$\therefore n=8$

(4) ${}_nC_1+{}_nC_3+{}_nC_5+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$이므로

$2^{n-1}=256=2^8$, $n-1=8$

$\therefore n=9$

(5) ${}_nC_0+{}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}$이므로

${}_nC_2+{}_nC_4+\cdots+{}_nC_n=2^{n-1}-{}_nC_0=2^{n-1}-1$

즉, $2^{n-1}-1=31$에서 $2^{n-1}=32=2^5$

$n-1=5$

$\therefore n=6$

01 답 60

풀이 $(2x-y)^6$의 전개식에서 x^2y^4항은 $2x$를 2번, $-y$를 4번 곱한 경우이므로

${}_6C_4(2x)^2(-y)^4={}_6C_4 2^2(-1)^4x^2y^4$

따라서 x^2y^4의 계수는

${}_6C_4 2^2(-1)^4=15\times4\times1=60$

02 답 1

풀이 $(x+a)^5$의 전개식에서 x^2항은 ${}_5C_3x^2a^3$이므로 x^2의 계수는

${}_5C_3a^3=10a^3$

x^3항은 ${}_5C_2x^3a^2$이므로 x^3의 계수는

${}_5C_2a^2=10a^2$

x^2의 계수와 x^3의 계수가 같으므로

$10a^3=10a^2$, $a^2(a-1)=0$

$\therefore a=1$ ($\because a>0$)

03 답 280

풀이 $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^7$의 전개식에서 x^5항은 x^2을 4번, $\frac{2}{x}$를 3번 곱한 경우이므로

${}_7C_3(x^2)^4\left(\frac{2}{x}\right)^3={}_7C_3 2^3x^5$

따라서 x^5의 계수는

${}_7C_3 2^3=35\times8=280$

04 답 2

풀이 $\left(2x+\frac{a}{x}\right)^5$의 전개식에서 $\frac{1}{x}$항은 $2x$를 2번, $\frac{a}{x}$를 3번 곱한 경우이므로

${}_5C_3(2x)^2\left(\frac{a}{x}\right)^3={}_5C_3 2^2a^3\frac{1}{x}$

따라서 $\frac{1}{x}$의 계수는 ${}_5C_3 2^2a^3=10\times4\times a^3=40a^3$

이때 $40a^3=320$이므로

$a^3=8$ $\therefore a=2$

05 답 1

풀이 $\left(x-\frac{a}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 상수항은 x를 4번, $-\frac{a}{x^2}$를 2번 곱한 경우이므로

${}_6C_2x^4\left(-\frac{a}{x^2}\right)^2={}_6C_2(-a)^2$

따라서 상수항은 ${}_6C_2a^2=15a^2$

이때 $15a^2=15$이므로 $a^2=1$

$\therefore a=1$ ($\because a>0$)

06 답 7

풀이 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ ...... ㉠

$(x^2+1)\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^6항은 x^2과 ㉠의 x^4항, 1과 ㉠의 x^6항이 곱해질 때 나타난다.

(i) ㉠에서 x^4항은 x를 5번, $\frac{1}{x}$을 1번 곱한 경우이므로

${}_6C_1x^5\left(\frac{1}{x}\right)=6x^4$

(ii) ㉠에서 x^6항은

${}_6C_6x^6=x^6$

(i), (ii)에서 구하는 x^6의 계수는

$6+1=7$

07 답 1

풀이 $(x+1)^9$ ...... ㉠

$(ax+1)(x+1)^9$의 전개식에서 x^8항은 ax와 ㉠의 x^7항, 1과 ㉠의 x^8항이 곱해질 때 나타난다.

(i) ㉠에서 x^7항은

${}_9C_2x^7=36x^7$

(ii) ㉠에서 x^8항은

${}_9C_1x^8=9x^8$

(i), (ii)에서 x^8의 계수는 $36a+9=45$이므로

$36a=36$

$\therefore a=1$

08 답 -44

풀이 $(x-1)^5$ ...... ㉠

$(x^2+2)^2$ ...... ㉡

$(x-1)^5(x^2+2)^2$의 전개식에서 x^2항은 ㉠의 상수항과 ㉡의 x^2항, ㉠의 x^2항과 ㉡의 상수항이 곱해질 때 나타난다.

(i) (㉠의 상수항)$\times$(㉡의 x^2항)

㉠에서 상수항은 -1을 5번 곱한 경우이므로

${}_5C_5(-1)^5=-1$

㉡에서 x^2항은 x^2을 1번, 2를 1번 곱한 경우이므로

${}_2C_1x^2 2=4x^2$

즉, 이 경우의 x^2항은

$-1\times4x^2=-4x^2$

(ii) (㉠의 x^2항)$\times$(㉡의 상수항)

㉠에서 x^2항은 x를 2번, -1을 3번 곱한 경우이므로

${}_5C_3x^2(-1)^3=-10x^2$

㉡에서 상수항은 2를 2번 곱한 경우이므로

${}_2C_2 2^2=4$

즉, 이 경우의 x^2항은

$-10x^2\times4=-40x^2$

(i), (ii)에서 구하는 x^2의 계수는

$-4-40=-44$

09 답 ${}_{7}C_{2}$

풀이 ${}_{4}C_{2}+{}_{4}C_{1}+{}_{5}C_{1}+{}_{6}C_{1}={}_{4}C_{1}+{}_{4}C_{2}+{}_{5}C_{1}+{}_{6}C_{1}$

$={}_{5}C_{2}+{}_{5}C_{1}+{}_{6}C_{1}$

$={}_{5}C_{1}+{}_{5}C_{2}+{}_{6}C_{1}$

$={}_{6}C_{2}+{}_{6}C_{1}$

$={}_{6}C_{1}+{}_{6}C_{2}$

$={}_{7}C_{2}$

10 답 ${}_{10}C_{3}$

풀이 ${}_{2}C_{2}={}_{3}C_{3}$이고 ${}_{n}C_{r}={}_{n-1}C_{r-1}+{}_{n-1}C_{r}$이므로

${}_{2}C_{2}+{}_{3}C_{2}+{}_{4}C_{2}+{}_{5}C_{2}+\cdots+{}_{9}C_{2}$

$={}_{3}C_{3}+{}_{3}C_{2}+{}_{4}C_{2}+{}_{5}C_{2}+\cdots+{}_{9}C_{2}$

$={}_{4}C_{3}+{}_{4}C_{2}+{}_{5}C_{2}+\cdots+{}_{9}C_{2}$

$={}_{5}C_{3}+{}_{5}C_{2}+\cdots+{}_{9}C_{2}$

$\vdots$

$={}_{9}C_{3}+{}_{9}C_{2}$

$={}_{10}C_{3}$

11 답 1023

풀이 ${}_{10}C_{0}+{}_{10}C_{1}+{}_{10}C_{2}+\cdots+{}_{10}C_{9}+{}_{10}C_{10}=2^{10}$이므로

${}_{10}C_{0}+{}_{10}C_{1}+{}_{10}C_{2}+\cdots+{}_{10}C_{9}=2^{10}-{}_{10}C_{10}$

$=2^{10}-1$

$=1023$

12 답 -1

풀이 ${}_{8}C_{0}-{}_{8}C_{1}+{}_{8}C_{2}-\cdots-{}_{8}C_{7}+{}_{8}C_{8}=0$이므로

${}_{8}C_{0}-{}_{8}C_{1}+{}_{8}C_{2}-\cdots-{}_{8}C_{7}=-{}_{8}C_{8}=-1$

13 답 64

풀이 ${}_{8}C_{0}+{}_{8}C_{2}+{}_{8}C_{4}+{}_{8}C_{6}+{}_{8}C_{8}=2^{8-1}$

$=2^{7}$

$=128$

${}_{7}C_{1}+{}_{7}C_{3}+{}_{7}C_{5}+{}_{7}C_{7}=2^{7-1}$

$=2^{6}$

$=64$

$\therefore$ (주어진 식)$=128-64=64$

14 답 10

풀이 ${}_{n}C_{0}+{}_{n}C_{1}+{}_{n}C_{2}+\cdots+{}_{n}C_{n}=2^{n}$이고 ${}_{n}C_{0}=1$이므로

${}_{n}C_{1}+{}_{n}C_{2}+{}_{n}C_{3}+\cdots+{}_{n}C_{n}=2^{n}-1$

즉, 주어진 부등식은

$2^{n}-1<2000$　　$\therefore 2^{n}<2001$

그런데 $2^{10}=1024$, $2^{11}=2048$이므로

$n<11$

따라서 자연수 n의 최댓값은 10이다.

15 답 2^{30}

풀이 ${}_{31}C_{0}+{}_{31}C_{1}+{}_{31}C_{2}+\cdots+{}_{31}C_{31}=2^{31}$이므로

${}_{31}C_{0}+{}_{31}C_{1}+{}_{31}C_{2}+\cdots+{}_{31}C_{15}$

$={}_{31}C_{16}+{}_{31}C_{17}+{}_{39}C_{18}+\cdots+{}_{31}C_{31}$

$=\frac{1}{2}\times 2^{31}=2^{30}$

16 답 21

풀이 ${}_{n}C_{1}+{}_{n}C_{3}+{}_{n}C_{5}+\cdots+{}_{n}C_{n}=2^{n-1}$이므로

$2^{n-1}=2^{20}$, $n-1=20$

$\therefore n=21$

Ⅱ 확률

Ⅱ-1 | 확률의 뜻과 활용 042-055쪽

01 답 (1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (2) $\{2, 4, 6\}$ (3) $\{1, 5\}$

풀이 (1) 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈은 1, 2, 3, 4, 5, 6이므로 표본공간은 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$이다.

(2) 짝수의 눈은 2, 4, 6이므로 짝수의 눈이 나오는 사건은 $\{2, 4, 6\}$이다.

(3) 5의 약수의 눈은 1, 5이므로 5의 약수의 눈이 나오는 사건은 $\{1, 5\}$이다.

02 답 (1) ○ (2) × (3) ○

풀이 (1) 공에 적힌 수가 9의 배수인 사건은 $\{9\}$이므로 근원사건이다.

(2) 공에 적힌 수가 7의 약수인 사건은 $\{1, 7\}$이므로 근원사건이 아니다.

(3) 공에 적힌 수가 두 자리의 자연수인 사건은 $\{10\}$이므로 근원사건이다.

03 답 (1) ① $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ ② $\{2\}$ ③ $\{1, 4, 6\}$ ④ $\{1, 3, 5\}$

(2) ① $\{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ ② $\{3, 9\}$ ③ $\{2, 4, 6, 8\}$ ④ $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$

(3) ① $\{1, 2, 4, 8\}$ ② $\{4, 8\}$ ③ $\{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$ ④ $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

풀이 (1) 표본공간을 S라고 하면 $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A=\{2, 3, 5\}$, $B=\{2, 4, 6\}$

① $A\cup B=\{2, 3, 4, 5, 6\}$

② $A\cap B=\{2\}$

③ $A^C=\{1, 4, 6\}$

④ $B^C=\{1, 3, 5\}$

(2) 표본공간을 S라고 하면 $S=\{1, 2, 3, \cdots, 9\}$
$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{3, 6, 9\}$

① $A\cup B=\{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$

② $A\cap B=\{3, 9\}$

③ $A^C=\{2, 4, 6, 8\}$

④ $B^C=\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$

(3) 표본공간을 S라고 하면 $S=\{1, 2, 3, \cdots, 10\}$
$A=\{1, 2, 4, 8\}$, $B=\{4, 8\}$

① $A\cup B=\{1, 2, 4, 8\}$

② $A\cap B=\{4, 8\}$

③ $A^C=\{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

④ $B^C=\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

04 답 (1) 배반사건 (2) 배반사건 (3) 배반사건이 아니다. (4) 배반사건이 아니다. (5) 배반사건

풀이 (1) $A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B=\{4, 8\}$에서
$A\cap B=\varnothing$
따라서 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

(2) $A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B=\{7\}$에서
$A\cap B=\varnothing$
따라서 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

(3) $A=\{2, 3, 5, 7\}$, $B=\{1, 2\}$에서
$A\cap B\neq\varnothing$
따라서 두 사건 A, B는 서로 배반사건이 아니다.

(4) $A=\{3, 6, 9\}$, $B=\{1, 2, 3\}$에서
$A\cap B\neq\varnothing$
따라서 두 사건 A, B는 서로 배반사건이 아니다.

(5) $A=\{7, 8, 9, 10\}$, $B=\{1, 5\}$에서
$A\cap B=\varnothing$
따라서 두 사건 A, B는 서로 배반사건이다.

05 답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{4}{9}$ (5) $\frac{5}{36}$ (6) $\frac{1}{4}$

풀이 (1) (i) 한 개의 동전과 한 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$2\times6=12$

(ii) 동전은 뒷면, 주사위는 6의 약수의 눈이 나오는 경우는
(뒤, 1), (뒤, 2), (뒤, 3), (뒤, 6)으로 4가지

(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

(2) (i) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$

(ii) 두 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)로 4가지

(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

(3) (i) 서로 다른 네 개의 동전을 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$2\times2\times2\times2=16$

(ii) 동전이 모두 같은 면이 나오는 경우는
(앞, 앞, 앞, 앞), (뒤, 뒤, 뒤, 뒤)로 2가지

(i), (ii)에서 구하는 확률은
$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

(4) (i) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$

(ii) 두 눈의 수의 차가 1 이하인 경우는
(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)으로 16가지

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

(5) (ⅰ) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

(ⅱ) 두 눈의 수의 곱이 8의 배수인 경우는

$(2, 4), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 4)$로 5가지

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{5}{36}$

(6) (ⅰ) 서로 다른 두 개의 동전과 한 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

$2\times2\times6=24$

(ⅱ) 동전은 서로 다른 면, 주사위는 소수의 눈이 나오는 경우는

(앞, 뒤, 2), (앞, 뒤, 3), (앞, 뒤, 5), (뒤, 앞, 2), (뒤, 앞, 3), (뒤, 앞, 5)로 6가지

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

06 답 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{1}{15}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{1}{35}$

풀이 **(1)** (ⅰ) 5개의 문자를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 $5!$

(ⅱ) 모음 o, u, e가 이웃하는 경우의 수는 모음 3개를 한 문자로 생각하여 나열한 후 모음끼리 자리를 바꾸는 경우의 수와 같으므로

$3!\times3!$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{3!\times3!}{5!}=\frac{3}{10}$

(2) (ⅰ) 6명의 학생을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 $6!$

(ⅱ) 남학생 2명을 양 끝에 고정하고 그 사이에 여학생 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4!$

이때 남학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수가 $2!$이므로 남학생 2명이 양 끝에 서는 경우의 수는

$4!\times2!$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{4!\times2!}{6!}=\frac{1}{15}$

(3) (ⅰ) 5명의 가족이 의자에 일렬로 앉는 모든 경우의 수는 $5!$

(ⅱ) 부모 2명이 이웃하여 앉는 경우의 수는 부모 2명을 한 사람으로 생각하여 일렬로 앉힌 후 부모끼리 자리를 바꾸는 경우의 수와 같으므로

$4!\times2!$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{4!\times2!}{5!}=\frac{2}{5}$

(4) (ⅰ) 7권의 책을 책꽂이에 꽂는 모든 경우의 수는 $7!$

(ⅱ) 과학책 3권을 책꽂이에 꽂는 경우의 수는 $3!$이고, 과학책의 양 끝과 그 사이사이 4곳에 소설책 4권을 꽂는 경우의 수는 $4!$이므로 소설책과 과학책을 번갈아 꽂는 경우의 수는

$3!\times4!$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{3!\times4!}{7!}=\frac{1}{35}$

07 답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{9}$ (4) $\frac{2}{3}$

풀이 **(1)** (ⅰ) 중복을 허용하여 만들 수 있는 모든 세 자리의 자연수의 개수는

${}_3\Pi_3=3^3=\underline{27}$

(ⅱ) 200보다 큰 수는 $2\square\square$, $3\square\square$이므로

${}_3\Pi_2\times2=3^2\times2=\underline{18}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$

(2) (ⅰ) 중복을 허용하여 만들 수 있는 모든 세 자리의 자연수의 개수는

${}_4\Pi_3=4^3=64$

(ⅱ) 300보다 작은 수는 $1\square\square$, $2\square\square$이므로

${}_4\Pi_2\times2=4^2\times2=32$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{32}{64}=\frac{1}{2}$

(3) (ⅰ) 함수의 개수는 a, b, c에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_3=3^3=27$

(ⅱ) 일대일함수의 개수는 a, b, c에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_3P_3=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

(4) (ⅰ) 2명의 학생이 3개의 호텔 중에서 임의로 각각 한 곳을 택하여 투숙하는 모든 경우의 수는 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_3\Pi_2=3^2=9$

(ⅱ) 서로 다른 호텔에 투숙하는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_3P_2=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

08 답 (1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{1}{2}$

풀이 **(1)** (ⅰ) a, b, b, c, c를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=\underline{30}$

(ⅱ) b가 양 끝에 오는 경우의 수는 양 끝에 b를 놓고 중간에 a, c, c를 일렬로 나열하면 되므로

$\frac{3!}{2!}=3$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

(2) (ⅰ) 1, 1, 2, 3, 3을 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는

$\frac{5!}{2!\times2!}=30$

(ⅱ) 2가 맨 앞에 오는 경우의 수는 맨 앞에 2를 놓고 1, 1, 3, 3을 일렬로 나열하면 되므로

$\frac{4!}{2!\times2!}=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$

(3) (ⅰ) a, b, b, c, c, c를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times3!}=60$

(ⅱ) c, c, c가 모두 이웃하는 경우의 수는 c, c, c를 한 문자 C로 바꾸어 a, b, b, C를 일렬로 나열하면 되므로

$\frac{4!}{2!}=12$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$

(4) (ⅰ) t, o, m, a, t, o를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times2!}=180$

(ⅱ) a, m의 순서가 정해져 있으므로 a, m을 모두 x로 생각하여 5개의 문자 x, x, t, t, o, o를 일렬로 나열한 후 2개의 x를 순서대로 a, m으로 바꾸면 되므로 a가 m보다 앞에 오는 경우의 수는

$\frac{6!}{2!\times2!\times2!}=90$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{90}{180}=\frac{1}{2}$

09 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{4}{7}$ (3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{5}{126}$

풀이 **(1)** (ⅰ) 6명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑는 모든 경우의 수는

${}_6C_3=20$

(ⅱ) A가 반드시 뽑혀야 하므로 A를 미리 뽑아 놓고 나머지 5명 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_2=10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

(2) (ⅰ) 8개의 공 중에서 4개의 공을 꺼내는 모든 경우의 수는

${}_8C_4=70$

(ⅱ) 흰 공 1개, 검은 공 3개를 꺼내는 경우의 수는

${}_2C_1\times{}_6C_3=2\times20=40$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{40}{70}=\frac{4}{7}$

(3) (ⅰ) 8명의 학생 중에서 계주 선수 4명을 뽑는 모든 경우의 수는

${}_8C_4=70$

(ⅱ) 여학생 수와 남학생 수가 같으므로 여학생 2명, 남학생 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_5C_2\times{}_3C_2=10\times3=30$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{30}{70}=\frac{3}{7}$

(4) (ⅰ) 9개의 공 중에서 4개의 공을 꺼내는 모든 경우의 수는

${}_9C_4=126$

(ⅱ) 홀수가 적힌 공 5개 중에서 4개를 꺼내는 경우의 수는

${}_5C_4=5$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{5}{126}$

10 답 (1) $\frac{15}{28}$ (2) $\frac{34}{35}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{121}{126}$

풀이 **(1)** (ⅰ) 8개의 제비 중에서 3개의 제비를 뽑는 모든 경우의 수는

${}_8C_3=56$

(ⅱ) 당첨 제비가 아닌 제비는 3개 있으므로 당첨 제비를 2개 뽑는 경우의 수는

${}_5C_2\times{}_3C_1=10\times3=30$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$

(2) (ⅰ) 7개의 공 중에서 3개의 공을 꺼내는 모든 경우의 수는

${}_7C_3=35$

(ⅱ) 검은 공을 적어도 1개 꺼내는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 흰 공 3개를 꺼내는 경우의 수를 빼면 되므로

$35-{}_3C_3=34$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{34}{35}$

(3) (ⅰ) 10개의 구슬 중에서 4개의 구슬을 꺼내는 모든 경우의 수는

${}_{10}C_4=210$

(ⅱ) 파란 구슬이 아닌 구슬이 3개 있으므로 파란 구슬을 3개 꺼내는 경우의 수는

${}_7C_3\times{}_3C_1=35\times3=105$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$

(4) (ⅰ) 9명의 학생 중에서 대표 4명을 뽑는 모든 경우의 수는

$_9C_4=126$

(ⅱ) 여학생을 적어도 1명 뽑는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 남학생을 4명 뽑는 경우의 수를 빼면 되므로

$126-{_5C_4}=126-5=121$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{121}{126}$

11 답 (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{5}{36}$ (3) $\frac{8}{55}$ (4) $\frac{5}{28}$

풀이 (1) (ⅰ) 5개의 숫자 중에서 중복을 허용하여 4개를 택하는 모든 경우의 수는

$_5H_4={_8C_4}=\underline{70}$

(ⅱ) 숫자 2가 1개 포함되는 경우의 수는 숫자 1, 3, 4, 5 중에서 중복을 허용하여 3개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_4H_3={_6C_3}=\underline{20}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{20}{70}=\frac{2}{7}$

(2) (ⅰ) 3가지 맛의 사탕 중에서 중복을 허용하여 7개를 구매하는 모든 경우의 수는

$_3H_7={_9C_7}={_9C_2}=36$

(ⅱ) 레몬 맛 사탕이 3개 포함되는 경우의 수는 딸기 맛, 포도 맛 사탕 중에서 중복을 허용하여 4개를 구매하는 중복조합의 수와 같으므로

$_2H_4={_5C_4}={_5C_1}=5$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{5}{36}$

(3) (ⅰ) 3가지 음식 중에서 중복을 허용하여 9그릇을 주문하는 모든 경우의 수는

$_3H_9={_{11}C_9}={_{11}C_2}=55$

(ⅱ) 칼국수가 2그릇 포함되는 경우의 수는 라면, 짜장면 중에서 중복을 허용하여 7그릇을 주문하는 중복조합의 수와 같으므로

$_2H_7={_8C_7}={_8C_1}=8$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{8}{55}$

(4) (ⅰ) 4가지 색깔의 컵 중에서 중복을 허용하여 5잔을 구매하는 모든 경우의 수는

$_4H_5={_8C_5}={_8C_3}=56$

(ⅱ) 빨간 컵이 2잔 포함되는 경우의 수는 파란 컵, 노란 컵, 초록 컵 중에서 중복을 허용하여 3잔을 구매하는 중복조합의 수와 같으므로

$_3H_3={_5C_3}={_5C_2}=10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{10}{56}=\frac{5}{28}$

12 답 (1) $\frac{22}{25}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{499}{500}$ (4) $\frac{3}{5}$

풀이 (1) 타석에 100번 섰을 때, 홈런을 치지 못한 횟수는

$100-12=\underline{88}$이므로 구하는 확률은

$\frac{88}{100}=\frac{22}{25}$

(2) 씨앗을 500개 심었을 때, 100개의 씨앗에서 싹이 났으므로 구하는 확률은

$\frac{100}{500}=\frac{1}{5}$

(3) 자동차 1000대 중 정상품은 $1000-2=998$(대)이므로 구하는 확률은

$\frac{998}{1000}=\frac{499}{500}$

(4) 윷을 100번 던졌을 때, 2점슛 또는 3점슛을 $45+15=60$(개) 넣었으므로 구하는 확률은

$\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$

13 답 (1) 3 (2) 2

풀이 (1) 흰 공이 n개 들어 있다고 하면 2개 모두 흰 공이 나올 확률은 $\frac{_nC_2}{_7C_2}$이므로

$\frac{_nC_2}{_7C_2}=\frac{1}{7}$

$_nC_2=\frac{1}{7}\times{_7C_2}$

$\frac{n(n-1)}{2}=\frac{1}{7}\times\frac{7\times6}{2}$

$n(n-1)=6=3\times2$

$\therefore n=\underline{3}$

(2) 파란 공이 n개 들어 있다고 하면 2개 모두 파란 공이 나올 확률은 $\frac{_nC_2}{_7C_2}$이므로

$\frac{_nC_2}{_7C_2}=\frac{1}{21}$

$_nC_2=\frac{1}{21}\times{_7C_2}$

$\frac{n(n-1)}{2}=\frac{1}{21}\times\frac{7\times6}{2}$

$n(n-1)=2$

$\therefore n=2$

14 답 (1) 5 (2) 3

풀이 (1) 당첨 제비가 n개 들어 있다고 하면 2개 모두 당첨 제비가 나올 확률은 $\frac{_nC_2}{_8C_2}$이므로

$\frac{_nC_2}{_8C_2}=\frac{5}{14}$

$_nC_2=\frac{5}{14}\times{_8C_2}$

$\frac{n(n-1)}{2}=\frac{5}{14}\times\frac{8\times7}{2}$

$n(n-1)=20=5\times4$

$\therefore n=5$

(2) 당첨 제비가 아닌 제비가 n개 들어 있다고 하면 2개 모두 당첨 제비가 아닌 제비가 나올 확률은 $\dfrac{{}_{n}\mathrm{C}_{2}}{{}_{8}\mathrm{C}_{2}}$이므로

$\dfrac{{}_{n}\mathrm{C}_{2}}{{}_{8}\mathrm{C}_{2}}=\dfrac{3}{28}$

${}_{n}\mathrm{C}_{2}=\dfrac{3}{28}\times{}_{8}\mathrm{C}_{2}$

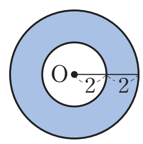
$\dfrac{n(n-1)}{2}=\dfrac{3}{28}\times\dfrac{8\times7}{2}$

$n(n-1)=6=3\times2$

$\therefore n=3$

15 답 (1) $\dfrac{3}{4}$ (2) $\dfrac{5}{9}$ (3) $\dfrac{5}{16}$

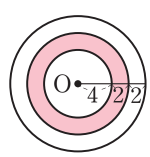
풀이 (1) 전체 경우는 반지름의 길이가 4인 원 전체이고, $\overline{\mathrm{OP}}\geq2$인 경우는 오른쪽 그림의 색칠한 부분이므로



$$(\text{구하는 확률})=\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체 넓이})}=\frac{\pi\times4^2-\pi\times2^2}{\pi\times4^2}=\frac{12\pi}{16\pi}=\frac{3}{4}$$

(2) $$(\text{색칠한 부분에 맞힐 확률})=\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체 넓이})}=\frac{\pi\times6^2-\pi\times4^2}{\pi\times6^2}=\frac{20\pi}{36\pi}=\frac{5}{9}$$

(3) 전체 경우는 반지름의 길이가 8인 원 전체이고, $4\leq\overline{\mathrm{OP}}\leq6$인 경우는 오른쪽 그림의 색칠한 부분이므로



$$(\text{구하는 확률})=\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체 넓이})}=\frac{\pi\times6^2-\pi\times4^2}{\pi\times8^2}=\frac{20\pi}{64\pi}=\frac{5}{16}$$

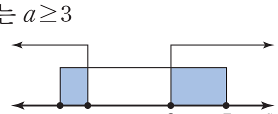
16 답 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $\dfrac{2}{3}$ (3) $\dfrac{1}{4}$

풀이 (1) 이차방정식 $x^2+2ax+3a=0$이 실근을 가질 조건은

$\dfrac{D}{4}=a^2-3a\geq0$

$a(a-3)\geq0$

$\therefore a\leq0$ 또는 $a\geq3$



따라서 전체 구간의 길이는 $5-(-1)=6$이고 색칠한 부분의 길이는 $\{0-(-1)\}+(5-3)=3$이므로 구하는 확률은

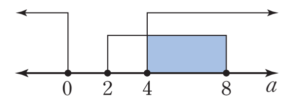
$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

(2) 이차방정식 $x^2-ax+a=0$이 실근을 가질 조건은

$D=a^2-4a\geq0$

$a(a-4)\geq0$

$\therefore a\leq0$ 또는 $a\geq4$



따라서 전체 구간의 길이는 $8-2=6$이고 색칠한 부분의 길이는 $8-4=4$이므로 구하는 확률은

$\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

(3) 이차방정식 $x^2+2ax+4=0$이 양의 실근을 가질 조건은

(i) $\dfrac{D}{4}=a^2-4\geq0$

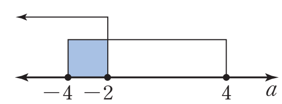
$(a+2)(a-2)\geq0$

$\therefore a\leq-2$ 또는 $a\geq2$

(ii) (두 근의 합)$=-2a>0$

$\therefore a<0$

(i), (ii)에서 $a\leq-2$



따라서 전체 구간의 길이는 $4-(-4)=8$이고 색칠한 부분의 길이는 $-2-(-4)=2$이므로 구하는 확률은

$\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

17 답 (1) ① 0 ② 1 (2) ① 1 ② 0

풀이 (1) ① 한 개의 주사위를 던질 때, 6보다 큰 수의 눈이 나오는 사건은 절대로 일어나지 않는 사건이므로 구하는 확률은 0

② 한 개의 주사위를 던질 때, 한 자리의 자연수의 눈이 나오는 사건은 반드시 일어나는 사건이므로 구하는 확률은 1

(2) ① 노란 공이나 파란 공이 나오는 사건은 반드시 일어나는 사건이므로 구하는 확률은 1

② 빨간 공이 나오는 사건은 절대로 일어나지 않는 사건이므로 구하는 확률은 0

18 답 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $\dfrac{1}{2}$ (3) 1 (4) 0

풀이 (1) 1부터 10까지의 자연수 중에서 짝수는 5개이므로 구하는 확률은

$\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$

(2) 1부터 10까지의 자연수 중에서 홀수는 5개이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

(3) 짝수 또는 홀수가 적힌 공이 나오는 사건은 반드시 일어나는 사건이므로 구하는 확률은 1

(4) 짝수이면서 홀수인 수는 없으므로 구하는 확률은 0

19 답 (1) $\frac{7}{10}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{1}{6}$

풀이 (1) $\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cup B)-\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(A\cap B)$

$=1-\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{7}{10}$

(2) $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$

(3) $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cup B)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{7}{10}-\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

(4) $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$

20 답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{7}{15}$ (3) $\frac{7}{15}$ (4) $\frac{1}{3}$

풀이 (1) 2의 배수가 적힌 카드가 나오는 사건을 A, 3의 배수가 적힌 카드가 나오는 사건을 B라고 하면

$A=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, $B=\{3, 6, 9, 12, 15\}$,

$A\cap B=\{6, 12\}$

따라서 $n(A)=7$, $n(B)=5$, $n(A\cap B)=2$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{7}{15}+\frac{5}{15}-\frac{2}{15}=\frac{2}{3}$

(2) 3의 배수가 적힌 카드가 나오는 사건을 A, 4의 배수가 적힌 카드가 나오는 사건을 B라고 하면

$A=\{3, 6, 9, 12, 15\}$, $B=\{4, 8, 12\}$,

$A\cap B=\{12\}$

따라서 $n(A)=5$, $n(B)=3$, $n(A\cap B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}-\frac{1}{15}=\frac{7}{15}$

(3) 5의 배수가 적힌 카드가 나오는 사건을 A, 두 자리의 자연수가 적힌 카드가 나오는 사건을 B라고 하면

$A=\{5, 10, 15\}$, $B=\{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$,

$A\cap B=\{10, 15\}$

따라서 $n(A)=3$, $n(B)=6$, $n(A\cap B)=2$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{3}{15}+\frac{6}{15}-\frac{2}{15}=\frac{7}{15}$

(4) 4의 약수가 적힌 카드가 나오는 사건을 A, 10의 약수가 적힌 카드가 나오는 사건을 B라고 하면

$A=\{1, 2, 4\}$, $B=\{1, 2, 5, 10\}$,

$A\cap B=\{1, 2\}$

따라서 $n(A)=3$, $n(B)=4$, $n(A\cap B)=2$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{3}{15}+\frac{4}{15}-\frac{2}{15}=\frac{1}{3}$

21 답 (1) $\frac{7}{36}$ (2) $\frac{5}{36}$ (3) $\frac{2}{9}$ (4) $\frac{5}{18}$

풀이 (1) 두 눈의 수의 합이 8인 사건을 A, 두 눈의 수의 차가 4인 사건을 B라고 하면

$A=\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$,

$B=\{(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)\}$,

$A\cap B=\{(2, 6), (6, 2)\}$

따라서 $n(A)=5$, $n(B)=4$, $n(A\cap B)=2$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{5}{36}+\frac{4}{36}-\frac{2}{36}=\frac{7}{36}$

(2) 두 눈의 수의 합이 5인 사건을 A, 두 눈의 수의 곱이 4인 사건을 B라고 하면

$A=\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$,

$B=\{(1, 4), (2, 2), (4, 1)\}$,

$A\cap B=\{(1, 4), (4, 1)\}$

따라서 $n(A)=4$, $n(B)=3$, $n(A\cap B)=2$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{4}{36}+\frac{3}{36}-\frac{2}{36}=\frac{5}{36}$

(3) 두 눈의 수가 같은 사건을 A, 두 눈의 수의 합이 10인 사건을 B라고 하면

$A=\{(1, 1), (2, 2), \cdots, (6, 6)\}$,

$B=\{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$,

$A\cap B=\{(5, 5)\}$

따라서 $n(A)=6$, $n(B)=3$, $n(A\cap B)=1$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{6}{36}+\frac{3}{36}-\frac{1}{36}=\frac{2}{9}$

(4) 두 눈의 수의 합이 10 이상인 사건을 A, 두 눈의 수의 차가 0인 사건을 B라고 하면

$A=\{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$,

$B=\{(1, 1), (2, 2), \cdots, (6, 6)\}$,

$A\cap B=\{(5, 5), (6, 6)\}$

따라서 $n(A)=6$, $n(B)=6$, $n(A\cap B)=2$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{6}{36}+\frac{6}{36}-\frac{2}{36}=\frac{5}{18}$

22 답 (1) $\frac{11}{21}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{5}{18}$

풀이 (1) 모두 500원짜리 동전이 나오는 사건을 A, 모두 100원짜리 동전이 나오는 사건을 B라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{1}{21},$$

$$\mathrm{P}(B)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{10}{21}$$

이때 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{21}+\frac{10}{21}=\frac{11}{21}$$

(2) 3개 모두 노란 공이 나오는 사건을 A, 3개 모두 빨간 공이 나오는 사건을 B라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{4}{35},$$

$$\mathrm{P}(B)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3}=\frac{1}{35}$$

이때 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{4}{35}+\frac{1}{35}=\frac{1}{7}$$

(3) d가 맨 앞에 오는 사건을 A, y가 맨 앞에 오는 사건을 B라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{4!}{5!}=\frac{1}{5},$$

$$\mathrm{P}(B)=\frac{4!}{5!}=\frac{1}{5}$$

이때 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$$

(4) 사과 2개를 구매하는 사건을 A, 배 2개를 구매하는 사건을 B, 감 2개를 구매하는 사건을 C라고 하면

$$\mathrm{P}(A)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12},$$

$$\mathrm{P}(B)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{1}{36},$$

$$\mathrm{P}(C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_9\mathrm{C}_2}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

이때 세 사건 A, B, C는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B\cup C)&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)\\&=\frac{1}{12}+\frac{1}{36}+\frac{1}{6}=\frac{5}{18}\end{aligned}$$

23 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{7}{10}$

풀이 (1) 카드에 적힌 수가 4의 배수인 사건을 A라고 하면

$A=\{4, 8, 12, \cdots, 40\}$

$n(A)=10$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

(2) 카드에 적힌 수가 40의 약수인 사건을 A라고 하면

$A=\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

$n(A)=8$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

(3) 카드에 적힌 수가 소수인 사건을 A라고 하면

$A=\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37\}$

$n(A)=12$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

24 답 (1) $\frac{11}{12}$ (2) $\frac{5}{6}$ (3) $\frac{5}{6}$

풀이 (1) 두 눈의 수의 합이 2 또는 3인 사건을 A라고 하면

$A=\{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$

$n(A)=3$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$$

(2) 두 눈의 수의 곱이 20보다 큰 사건을 A라고 하면

$A=\{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$n(A)=6$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

(3) 두 눈의 수의 차가 3보다 큰 사건을 A라고 하면

$A=\{(1, 5), (1, 6), (2, 6), (5, 1), (6, 1), (6, 2)\}$

$n(A)=6$이므로

$$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

25 답 (1) $\frac{16}{21}$ (2) $\frac{55}{56}$ (3) $\frac{9}{10}$ (4) $\frac{9}{14}$

풀이 (1) 적어도 한 개가 빨간 구슬인 사건을 A라고 하면

A^C은 3개 모두 빨간 구슬이 아닌 사건이므로

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_6\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{20}{84}=\frac{5}{21}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{5}{21}=\frac{16}{21}$$

(2) 적어도 한 개가 당첨 제비인 사건을 A라고 하면 A^C은 3개 모두 당첨 제비가 아닌 사건이므로

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_8\mathrm{C}_3}=\frac{1}{56}$$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{56}=\frac{55}{56}$$

(3) 적어도 한쪽 끝에 모음이 놓이는 사건을 A라고 하면 A^C은 양쪽 끝에 모두 자음이 놓이는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{3!\times2!}{5!}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

(4) 파란 공이 적어도 2개 나오는 사건을 A라고 하면 A^C은 파란 공이 안 나오거나 1개 나오는 사건이므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_4}{{}_9\mathrm{C}_4}+\frac{{}_5\mathrm{C}_3\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_9\mathrm{C}_4}$

$=\frac{5}{126}+\frac{40}{126}=\frac{45}{126}=\frac{5}{14}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$

26 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{11}{14}$ (3) $\frac{7}{8}$ (4) $\frac{11}{12}$

풀이 (1) 두 눈의 수의 곱이 짝수인 사건을 A라고 하면 A^C은 두 눈의 수의 곱이 홀수인 사건이다.

두 눈의 수의 곱이 홀수일 확률은 두 눈의 수가 모두 홀수일 확률과 같으므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

(2) 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수인 사건을 A라고 하면 A^C은 두 수의 곱이 홀수인 사건이다.

두 수의 곱이 홀수일 확률은 두 수가 모두 홀수일 확률과 같으므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2}=\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{3}{14}=\frac{11}{14}$

(3) 세 눈의 수의 곱이 짝수인 사건을 A라고 하면 A^C은 세 눈의 수의 곱이 홀수인 사건이다.

세 눈의 수의 곱이 홀수일 확률은 세 눈의 수가 모두 홀수일 확률과 같으므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{3^3}{6^3}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

(4) 카드에 적힌 세 수의 곱이 짝수인 사건을 A라고 하면 A^C은 세 수의 곱이 홀수인 사건이다.

세 수의 곱이 홀수일 확률은 세 수가 모두 홀수일 확률과 같으므로

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

27 답 (1) ① 0.7 ② 0.4 (2) ① 0.4 ② 0.3 (3) ① 0.5 ② 0.4 (4) ① 0.6 ② 0.1

풀이 (1) ① $\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)=1-0.3=\underline{0.7}$

② $\mathrm{P}(A\cup B)=0.3+0.4-0.1=0.6$이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)$

$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-0.6=\underline{0.4}$

(2) ① $\mathrm{P}(B^C)=1-\mathrm{P}(B)=1-0.6=0.4$

② $\mathrm{P}(A\cup B)=0.2+0.6-0.1=0.7$이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)$

$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-0.7=0.3$

(3) ① $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-0.5=0.5$

② $\mathrm{P}(A\cup B)=0.5+0.3-0.2=0.6$이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)$

$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-0.6=0.4$

(4) ① $\mathrm{P}(B)=1-\mathrm{P}(B^C)=1-0.4=0.6$

② $\mathrm{P}(A\cup B)=0.6+0.6-0.3=0.9$이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)$

$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-0.9=0.1$

28 답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{8}{15}$ (3) $\frac{13}{30}$ (4) $\frac{2}{5}$

풀이 (1) 카드에 적힌 수가 4의 배수인 사건을 A, 6의 배수인 사건을 B라고 하면 카드에 적힌 수가 4의 배수도 6의 배수도 아닐 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{7}{30}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{5}{30}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{30}$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{7}{30}+\frac{5}{30}-\frac{2}{30}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-\frac{1}{3}=\underline{\frac{2}{3}}$

(2) 카드에 적힌 수가 3의 배수인 사건을 A, 5의 배수인 사건을 B라고 하면 카드에 적힌 수가 3의 배수도 5의 배수도 아닐 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{10}{30}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{6}{30}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{30}$이므로

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{10}{30}+\frac{6}{30}-\frac{2}{30}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$

따라서 구하는 확률은

$\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$

(3) 카드에 적힌 수가 짝수인 사건을 A, 7의 배수인 사건을 B라고 하면 카드에 적힌 수가 짝수도 7의 배수도 아닐 확률은

$P(A^C \cap B^C) = P((A \cup B)^C) = 1 - P(A \cup B)$

이때 $P(A) = \frac{15}{30}$, $P(B) = \frac{4}{30}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{30}$이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{15}{30} + \frac{4}{30} - \frac{2}{30} = \frac{17}{30}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A^C \cap B^C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{17}{30} = \frac{13}{30}$$

(4) 카드에 적힌 수가 홀수인 사건을 A, 18의 약수인 사건을 B라고 하면 카드에 적힌 수가 홀수도 18의 약수도 아닐 확률은

$P(A^C \cap B^C) = P((A \cup B)^C) = 1 - P(A \cup B)$

이때 $P(A) = \frac{15}{30}$, $P(B) = \frac{6}{30}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{30}$이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{15}{30} + \frac{6}{30} - \frac{3}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

따라서 구하는 확률은

$$P(A^C \cap B^C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

중단원 점검문제 | Ⅱ-1 확률의 뜻과 활용 056-057쪽

01 답 (1) $\{1, 3, 4, 5\}$ (2) $\{2, 6\}$

풀이 표본공간을 S라고 하면

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{4\}$

(1) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5\}$

(2) $A^C \cap B^C = (A \cup B)^C = \{2, 6\}$

02 답 사건 B와 C

풀이 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{5\}$에서

$A \cap B = \{1, 3\}$, $B \cap C = \varnothing$, $C \cap A = \{5\}$

따라서 서로 배반사건인 두 사건은 B와 C이다.

03 답 $\frac{5}{36}$

풀이 (i) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

$6 \times 6 = 36$

(ii) 두 눈의 수의 곱이 8의 배수인 경우는

(2, 4), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 4)의 5가지

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$

04 답 $\frac{1}{30}$

풀이 (i) 6명을 일렬로 세우는 모든 경우의 수는 $6!$

(ii) C를 맨 앞에, D를 맨 뒤에 고정하고 나머지 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4!$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{4!}{6!} = \frac{1}{30}$

05 답 $\frac{1}{3}$

풀이 (i) 4개의 숫자를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수의 개수는 $4! = 24$

(ii) 34□□인 네 자리의 자연수의 개수는 $2! = 2$이고,

4□□□인 네 자리의 자연수의 개수는 $3! = 6$이므로

3400보다 큰 네 자리의 자연수의 개수는

$2 + 6 = 8$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

06 답 $\frac{3}{8}$

풀이 (i) 3명의 학생이 4일 동안 열리는 진학 박람회에 각각 방문할 날을 정하여 방문하는 모든 경우의 수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_3 = 4^3 = 64$

(ii) 서로 다른 날에 방문하는 경우의 수는 서로 다른 4개에서 3개를 택하는 순열의 수와 같으므로

${}_4P_3 = 24$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{24}{64} = \frac{3}{8}$

07 답 $\frac{1}{6}$

풀이 (i) 빨간 공 3개, 노란 공 2개, 흰 공 1개를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는

$\frac{6!}{3!\times2!}=60$

(ii) 흰 공이 맨 앞에 오는 경우의 수는 흰 공을 맨 앞에 놓고 빨간 공 3개, 노란 공 2개를 일렬로 나열하면 되므로

$\frac{5!}{3!\times2!}=10$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$

08 답 $\frac{9}{20}$

풀이 (i) A에서 B까지 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{6!}{3!\times3!}=20$

(ii) A → P → B로 최단 거리로 가는 경우의 수는

$\frac{3!}{1!\times2!}\times\frac{3!}{2!\times1!}=9$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{9}{20}$

09 답 $\frac{5}{28}$

풀이 (i) 4가지 색깔의 모자 중에서 중복을 허용하여 6개를 구매하는 모든 경우의 수는

${}_4H_6={}_9C_6={}_9C_3=84$

(ii) 파란 모자가 2개 포함되는 경우의 수는 검정 모자, 초록 모자, 노란 모자 중에서 중복을 허용하여 4개를 구매하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_4={}_6C_4={}_6C_2=15$

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{15}{84}=\frac{5}{28}$

10 답 ㄷ

풀이 ㄱ. 임의의 사건 A에 대하여 $0\le P(A)\le1$

ㄴ. A, B가 서로 배반사건이고 $A\cup B=S$인 경우에만 $P(A)+P(B)=P(S)$이다.

ㄷ. $P(S)=1$, $P(\varnothing)=0$이므로 $P(S)+P(\varnothing)=1$

따라서 옳은 것은 ㄷ이다.

11 답 $\frac{7}{36}$

풀이 두 눈의 수의 합이 8인 사건을 A, 곱이 12인 사건을 B라고 하면

$A=\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$,

$B=\{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\}$,

$A\cap B=\{(2, 6), (6, 2)\}$

따라서 $n(A)=5$, $n(B)=4$, $n(A\cap B)=2$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{5}{36}+\frac{4}{36}-\frac{2}{36}=\frac{7}{36}$

12 답 $\frac{3}{7}$

풀이 사과 2개를 꺼내는 사건을 A, 배 2개를 꺼내는 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

$P(B)=\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

이때 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 구하는 확률은

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

13 답 $\frac{3}{5}$

풀이 희라와 철규가 이웃하여 서는 사건을 A라고 하면

$P(A)=\frac{4!\times2}{5!}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$P(A^C)=1-P(A)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

14 답 $\frac{15}{16}$

풀이 적어도 뒷면이 한 개 나오는 사건을 A라고 하면 A^C은 4개 모두 앞면이 나오는 사건이므로

$P(A^C)=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

15 답 $\frac{5}{12}$

풀이 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{7}{12}$

$\therefore P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)$

$=1-P(A\cup B)$

$=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

16 답 $\frac{2}{5}$

풀이 카드에 적힌 수가 홀수인 사건을 A, 5의 배수인 사건을 B라고 하면 카드에 적힌 수가 홀수도 5의 배수도 아닐 확률은

$P(A^C\cap B^C)=P((A\cup B)^C)=1-P(A\cup B)$

이때 $P(A)=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$,

$P(A\cap B)=\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$이므로

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}=\frac{3}{5}$

따라서 구하는 확률은

$P(A^C\cap B^C)=1-P(A\cup B)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

01 답 (1) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(A|B)=\frac{4}{9}$

(2) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(A|B)=\frac{4}{5}$

(3) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{5}{12}$, $\mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{2}$

풀이 (1) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{2}}=\frac{4}{9}$

(2) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}=\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}}=\frac{4}{5}$

(3) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{12}$

$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$

02 답 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{2}{7}$ (3) $\frac{3}{7}$

풀이 (1) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A)=0.5\times0.8=0.4$

$\therefore \mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{0.4}{0.6}=\frac{2}{3}$

(2) $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A)=0.4\times0.5=0.2$

$\therefore \mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}=\frac{0.2}{0.7}=\frac{2}{7}$

(3) $\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$에서

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B)=0.5\times0.6=0.3$

$\therefore \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{0.3}{0.7}=\frac{3}{7}$

03 답 (1) $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{5}{6}$, $\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{4}{5}$

(2) $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{6}{7}$

(3) $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{7}{8}$

(4) $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{4}{7}$, $\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{1}{2}$

풀이 (1) 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=0$

$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap A^C)}{\mathrm{P}(A^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{0.5-0}{1-0.4}=\frac{0.5}{0.6}=\frac{5}{6}$

$\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(B)}$

$=\frac{0.4-0}{1-0.5}=\frac{0.4}{0.5}=\frac{4}{5}$

(2) 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$

$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap A^C)}{\mathrm{P}(A^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{0.3-0}{1-0.6}=\frac{0.3}{0.4}=\frac{3}{4}$

$\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(B)}$

$=\frac{0.6-0}{1-0.3}=\frac{0.6}{0.7}=\frac{6}{7}$

(3) 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$

$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap A^C)}{\mathrm{P}(A^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{0.2-0}{1-0.7}=\frac{0.2}{0.3}=\frac{2}{3}$

$\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(B)}$

$=\frac{0.7-0}{1-0.2}=\frac{0.7}{0.8}=\frac{7}{8}$

(4) 두 사건 A, B는 서로 배반사건이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$

$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap A^C)}{\mathrm{P}(A^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(A)}$

$=\frac{0.4-0}{1-0.3}=\frac{0.4}{0.7}=\frac{4}{7}$

$\mathrm{P}(A|B^C)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}$

$=\frac{\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)}{1-\mathrm{P}(B)}$

$=\frac{0.3-0}{1-0.4}=\frac{0.3}{0.6}=\frac{1}{2}$

04 답 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{3}$

풀이 (1) 소수의 눈이 나오는 사건을 A, 짝수의 눈이 나오는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

$A=\{2, 3, 5\}$, $B=\{2, 4, 6\}$, $A\cap B=\{2\}$에서

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{6}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$$

(2) 홀수의 눈이 나오는 사건을 A, 6의 약수의 눈이 나오는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

$A=\{1, 3, 5\}$, $B=\{1, 2, 3, 6\}$, $A\cap B=\{1, 3\}$에서

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

(3) 두 눈의 수가 같은 수가 나오는 사건을 A, 두 눈의 수의 합이 10인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

$A=\{(1, 1), (2, 2), \cdots, (6, 6)\}$,

$B=\{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$, $A\cap B=\{(5, 5)\}$에서

$\mathrm{P}(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{36}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}}=\frac{1}{6}$$

(4) 뒷면이 1개 나오는 사건을 A, 50원짜리 동전의 뒷면이 나오는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다. 이때 (500원짜리, 100원짜리, 50원짜리)의 순서쌍으로 나타내면

$A=\{$(앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)$\}$,

$B=\{$(앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 뒤)$\}$,

$A\cap B=\{$(앞, 앞, 뒤)$\}$에서

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{8}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{8}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}}=\frac{1}{3}$$

05 답 (1) $\frac{9}{10}$ (2) $\frac{4}{15}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{11}{20}$

풀이 (1) 임의로 뽑은 한 개의 장난감이 가 회사의 제품인 사건을 A, 정상품인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{40}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{36}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{36}{100}}{\frac{40}{100}}=\frac{9}{10}$$

(2) 임의로 뽑은 한 개의 장난감이 나 회사의 제품인 사건을 A, 불량품인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{60}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{16}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{16}{100}}{\frac{60}{100}}=\frac{4}{15}$$

(3) 임의로 뽑은 한 개의 장난감이 불량품인 사건을 A, 가 회사의 제품인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{20}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{4}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{4}{100}}{\frac{20}{100}}=\frac{1}{5}$$

(4) 임의로 뽑은 한 개의 장난감이 정상품인 사건을 A, 나 회사의 제품인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{80}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{44}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{44}{100}}{\frac{80}{100}}=\frac{11}{20}$$

06 답 (1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{7}{15}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{10}$

풀이 (1) 임의로 뽑은 학생이 여학생인 사건을 A, 강아지를 좋아하는 학생인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{60}{120}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{48}{120}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{48}{120}}{\frac{60}{120}}=\frac{4}{5}$$

(2) 임의로 뽑은 학생이 남학생인 사건을 A, 고양이를 좋아하는 학생인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{60}{120}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{28}{120}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{28}{120}}{\frac{60}{120}}=\frac{7}{15}$$

(3) 임의로 뽑은 학생이 강아지를 좋아하는 학생인 사건을 A, 남학생인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{80}{120}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{32}{120}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{32}{120}}{\frac{80}{120}}=\frac{2}{5}$$

(4) 임의로 뽑은 학생이 고양이를 좋아하는 학생인 사건을 A, 여학생인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{40}{120}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{12}{120}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{12}{120}}{\frac{40}{120}}=\frac{3}{10}$$

07 답 (1) $\frac{4}{7}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{5}{8}$ (4) $\frac{1}{6}$ (5) $\frac{7}{10}$ (6) $\frac{8}{25}$

풀이 (1) 어른을 뽑는 사건을 A, 안경을 쓴 사람을 뽑는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{70}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{40}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{40}{100}}{\frac{70}{100}}=\frac{4}{7}$$

(2) 여학생을 뽑는 사건을 A, 봄에 태어난 학생을 뽑는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{50}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{20}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{20}{100}}{\frac{50}{100}}=\frac{2}{5}$$

(3) 축구를 좋아하는 학생을 뽑는 사건을 A, 남학생을 뽑는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{80}{100}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{50}{100}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{50}{100}}{\frac{80}{100}}=\frac{5}{8}$$

(4) 태권도를 배운 적이 있는 학생을 뽑는 사건을 A, 여학생을 뽑는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{3}{4}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{8}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{6}$$

(5) 기숙사에 사는 학생을 뽑는 사건을 A, 1학년 학생을 뽑는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{4}{7}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{5}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{7}}=\frac{7}{10}$$

(6) 남학생을 뽑는 사건을 A, 밴드 동아리에 가입한 학생을 뽑는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$이다.

이때 $\mathrm{P}(A)=\frac{5}{5+3}=\frac{5}{8}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{5}$이므로

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{5}{8}}=\frac{8}{25}$$

08 답 (1) ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ (2) ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{5}$ (3) ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$

풀이 (1) ① $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$$=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$$

② $\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

$$=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{4}}=\frac{4}{5}$$

(2) ① $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

② $\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

$$=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{8}}=\frac{2}{5}$$

(3) ① $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$

$$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$$

② $\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$

$$=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{5}$$

09 답 (1) ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{7}$ (2) ① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{18}$

(3) ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{15}$ (4) ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{15}$

(5) ① $\frac{4}{11}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{6}{55}$

풀이 (1) 첫 번째에 500원짜리 동전을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 500원짜리 동전을 꺼내는 사건을 B라고 하면

① 첫 번째에 500원짜리 동전을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{7}$

② 꺼낸 동전을 다시 넣지 않으므로 첫 번째에 500원짜리 동전을 꺼냈을 때, 두 번째에 500원짜리 동전을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

③ 2개 모두 500원짜리 동전을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$$=\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{7}$$

(2) 첫 번째에 파란 공을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 파란 공을 꺼내는 사건을 B라고 하면

① 첫 번째에 파란 공을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A)=\frac{5}{9}$

② 첫 번째에 파란 공을 꺼냈을 때, 두 번째에 파란 공을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

③ 2개 모두 파란 공을 꺼낼 확률은

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$

$$=\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$$

(3) 갑이 당첨 제비를 뽑는 사건을 A, 을이 당첨 제비를 뽑는 사건을 B라고 하면

① 갑이 당첨 제비를 뽑을 확률은

$\mathrm{P}(A)=\frac{3}{10}$

② 갑이 당첨 제비를 뽑았을 때, 을이 당첨 제비를 뽑을 확률은

$P(B|A)=\frac{2}{9}$

③ 두 사람 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$

(4) 갑이 노란 구슬을 꺼내는 사건을 A, 을이 노란 구슬을 꺼내는 사건을 B라고 하면

① 갑이 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

② 갑이 노란 구슬을 꺼냈을 때, 을이 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$P(B|A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

③ 두 사람 모두 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

(5) 첫 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼내는 사건을 B라고 하면

① 첫 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$P(A)=\frac{4}{11}$

② 첫 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼냈을 때, 두 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$P(B|A)=\frac{3}{10}$

③ 2장 모두 모음이 적힌 카드를 꺼낼 확률은

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{4}{11}\times\frac{3}{10}=\frac{6}{55}$

10 답 (1) ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ (2) ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{5}{9}$

(3) ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{3}{10}$ (4) ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{2}{5}$

(5) ① $\frac{6}{55}$ ② $\frac{14}{55}$ ③ $\frac{4}{11}$

풀이 (1) 첫 번째에 500원짜리 동전을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 500원짜리 동전을 꺼내는 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{3}{7}$, $P(A^C)=\frac{4}{7}$,

$P(B|A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, $P(B|A^C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

① 첫 번째와 두 번째 모두 500원짜리 동전을 꺼낼 확률은 $P(A\cap B)$이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{3}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{7}$

② 첫 번째에 100원짜리 동전을 꺼내고, 두 번째에 500원짜리 동전을 꺼낼 확률은 $P(A^C\cap B)$이므로

$P(A^C\cap B)=P(A^C)P(B|A^C)$

$=\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{7}$

③ 두 번째에 500원짜리 동전을 꺼낼 확률은 $P(B)$이므로

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$

$=\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

(2) 첫 번째에 파란 공을 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 파란 공을 꺼내는 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{5}{9}$, $P(A^C)=\frac{4}{9}$,

$P(B|A)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$, $P(B|A^C)=\frac{5}{8}$

① 첫 번째와 두 번째 모두 파란 공을 꺼낼 확률은 $P(A\cap B)$이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$

② 첫 번째에 흰 공을 꺼내고, 두 번째에 파란 공을 꺼낼 확률은 $P(A^C\cap B)$이므로

$P(A^C\cap B)=P(A^C)P(B|A^C)$

$=\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{5}{18}$

③ 두 번째에 파란 공을 꺼낼 확률은 $P(B)$이므로

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$

$=\frac{5}{18}+\frac{5}{18}=\frac{5}{9}$

(3) 갑이 당첨 제비를 뽑는 사건을 A, 을이 당첨 제비를 뽑는 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{3}{10}$, $P(A^C)=\frac{7}{10}$,

$P(B|A)=\frac{2}{9}$, $P(B|A^C)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

① 갑과 을이 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은 $P(A\cap B)$이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B|A)$

$=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{15}$

② 갑이 당첨 제비를 뽑지 않고, 을이 당첨 제비를 뽑을 확률은 $P(A^C\cap B)$이므로

$P(A^C\cap B)=P(A^C)P(B|A^C)$

$=\frac{7}{10}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{30}$

③ 을이 당첨 제비를 뽑을 확률은 $P(B)$이므로

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$

$=\frac{1}{15}+\frac{7}{30}=\frac{3}{10}$

(4) 갑이 노란 구슬을 꺼내는 사건을 A, 을이 노란 구슬을 꺼내는 사건을 B라고 하면

$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$, $P(A^C)=\frac{3}{5}$,

$P(B|A)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$, $P(B|A^C)=\frac{4}{9}$

① 갑과 을이 모두 노란 구슬을 꺼낼 확률은
$\mathrm{P}(A\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$
$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$
② 갑이 파란 구슬을 꺼내고, 을이 노란 구슬을 꺼낼 확률은 $\mathrm{P}(A^C\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)$
$=\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$
③ 을이 노란 구슬을 꺼낼 확률은 $\mathrm{P}(B)$이므로
$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)$
$=\frac{2}{15}+\frac{4}{15}=\frac{2}{5}$

(5) 첫 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼내는 사건을 A, 두 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼내는 사건을 B라고 하면
$\mathrm{P}(A)=\frac{4}{11}$, $\mathrm{P}(A^C)=\frac{7}{11}$,
$\mathrm{P}(B|A)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$
① 첫 번째와 두 번째 모두 모음이 적힌 카드를 꺼낼 확률은 $\mathrm{P}(A\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)$
$=\frac{4}{11}\times\frac{3}{10}=\frac{6}{55}$
② 첫 번째에 자음이 적힌 카드를 꺼내고, 두 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼낼 확률은 $\mathrm{P}(A^C\cap B)$이므로
$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B|A^C)$
$=\frac{7}{11}\times\frac{2}{5}=\frac{14}{55}$
③ 두 번째에 모음이 적힌 카드를 꺼낼 확률은 $\mathrm{P}(B)$이므로
$\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}(A^C\cap B)$
$=\frac{6}{55}+\frac{14}{55}=\frac{4}{11}$

11 답 (1) ① 0.28 ② 0.06 ③ 0.34
(2) ① 0.72 ② 0.02 ③ 0.74
(3) ① 0.28 ② 0.3 ③ 0.58
(4) ① 0.3 ② 0.08 ③ 0.38

풀이 **(1)** 오늘 날씨가 흐린 사건을 A, 내일 비가 오는 사건을 E라고 하면
$\mathrm{P}(A)=0.4$, $\mathrm{P}(E|A)=0.7$,
$\mathrm{P}(A^C)=0.6$, $\mathrm{P}(E|A^C)=0.1$
① 오늘 날씨가 흐리고, 내일 비가 올 확률은 $\mathrm{P}(A\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)$
$=0.4\times0.7=\underline{0.28}$
② 오늘 날씨가 흐리지 않고, 내일 비가 올 확률은
$\mathrm{P}(A^C\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A^C\cap E)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E|A^C)$
$=0.6\times0.1=\underline{0.06}$
③ 내일 비가 올 확률은 $\mathrm{P}(E)$이므로
$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)$
$=0.28+0.06=\underline{0.34}$

(2) 정상인 물건을 택하는 사건을 A, 정상으로 판정하는 사건을 E라고 하면
$\mathrm{P}(A)=0.8$, $\mathrm{P}(E|A)=0.9$
$\mathrm{P}(A^C)=0.2$, $\mathrm{P}(E|A^C)=0.1$
① 정상인 물건을 택하고, 그 물건을 정상으로 판정할 확률은 $\mathrm{P}(A\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)$
$=0.8\times0.9=0.72$
② 불량인 물건을 택하고, 그 물건을 정상으로 판정할 확률은 $\mathrm{P}(A^C\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A^C\cap E)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E|A^C)$
$=0.2\times0.1=0.02$
③ 택한 물건을 정상으로 판정할 확률은 $\mathrm{P}(E)$이므로
$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)$
$=0.72+0.02=0.74$

(3) 홈 경기인 사건을 A, 경기에서 이기는 사건을 E라고 하면
$\mathrm{P}(A)=0.4$, $\mathrm{P}(E|A)=0.7$,
$\mathrm{P}(A^C)=0.6$, $\mathrm{P}(E|A^C)=0.5$
① 홈 경기이고, 그 경기에서 이길 확률은 $\mathrm{P}(A\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)$
$=0.4\times0.7=0.28$
② 원정 경기이고, 그 경기에서 이길 확률은
$\mathrm{P}(A^C\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A^C\cap E)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E|A^C)$
$=0.6\times0.5=0.3$
③ 경기를 한 번 했을 때, 이길 확률은 $\mathrm{P}(E)$이므로
$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)$
$=0.28+0.3=0.58$

(4) 내일 비가 내리는 사건을 A, 학교에 지각하는 사건을 E라고 하면
$\mathrm{P}(A)=0.6$, $\mathrm{P}(E|A)=0.5$,
$\mathrm{P}(A^C)=0.4$, $\mathrm{P}(E|A^C)=0.2$
① 내일 비가 내리고, 학교에 지각할 확률은 $\mathrm{P}(A\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A\cap E)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)$
$=0.6\times0.5=0.3$
② 내일 비가 내리지 않고, 학교에 지각할 확률은
$\mathrm{P}(A^C\cap E)$이므로
$\mathrm{P}(A^C\cap E)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E|A^C)$
$=0.4\times0.2=0.08$
③ 내일 학교에 지각할 확률은 $\mathrm{P}(E)$이므로
$\mathrm{P}(E)=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)$
$=0.3+0.08=0.38$

12 답 (1) 0.042 (2) $\frac{5}{7}$ (3) $\frac{2}{7}$

풀이 (1) 갑과 을이 조립한 물건인 사건을 각각 A, B라 하고, 잘못 조립된 물건인 사건을 E라고 하면

$\mathrm{P}(A)=0.6$, $\mathrm{P}(B)=0.4$,

$\mathrm{P}(E|A)=0.05$, $\mathrm{P}(E|B)=0.03$

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(E)&=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(B\cap E)\\&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)+\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(E|B)\\&=0.6\times0.05+0.4\times0.03\\&=\underline{0.03}+\underline{0.012}=\underline{0.042}\end{aligned}$$

(2) $\mathrm{P}(A|E)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}$

$=\dfrac{0.03}{0.042}=\dfrac{5}{7}$

(3) $\mathrm{P}(B|E)=\dfrac{\mathrm{P}(B\cap E)}{\mathrm{P}(E)}$

$=\dfrac{0.012}{0.042}=\dfrac{2}{7}$

13 답 (1) 0.46 (2) $\frac{14}{23}$ (3) $\frac{9}{23}$ (4) 0.54 (5) $\frac{2}{9}$ (6) $\frac{7}{9}$

풀이 (1) 내일 날씨가 맑은 사건을 A, 경기에서 이기는 사건을 E라고 하면

$\mathrm{P}(A)=0.4$, $\mathrm{P}(E|A)=0.7$,

$\mathrm{P}(A^C)=0.6$, $\mathrm{P}(E|A^C)=0.3$

따라서 내일 경기에서 이길 확률은 $\mathrm{P}(E)$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(E)&=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)\\&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)+\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E|A^C)\\&=0.4\times0.7+0.6\times0.3\\&=0.28+0.18=0.46\end{aligned}$$

(2) $\mathrm{P}(A|E)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}$

$=\dfrac{0.28}{0.46}=\dfrac{14}{23}$

(3) $\mathrm{P}(A^C|E)=\dfrac{\mathrm{P}(A^C\cap E)}{\mathrm{P}(E)}$

$=\dfrac{0.18}{0.46}=\dfrac{9}{23}$

(4) $\mathrm{P}(E^C)=1-\mathrm{P}(E)$

$=1-0.46=0.54$

(5) $$\begin{aligned}\mathrm{P}(A|E^C)&=\frac{\mathrm{P}(A\cap E^C)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E^C|A)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{0.4\times(1-0.7)}{0.54}\\&=\frac{0.4\times0.3}{0.54}\\&=\frac{0.12}{0.54}=\frac{2}{9}\end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C|E^C)&=\frac{\mathrm{P}(A^C\cap E^C)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E^C|A^C)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{0.6\times(1-0.3)}{0.54}\\&=\frac{0.6\times0.7}{0.54}\\&=\frac{0.42}{0.54}=\frac{7}{9}\end{aligned}$$

다른 풀이 여사건의 확률을 이용하면

$\mathrm{P}(A^C|E^C)=1-\mathrm{P}(A|E^C)=1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$

14 답 (1) 0.31 (2) $\frac{24}{31}$ (3) $\frac{7}{31}$ (4) 0.69 (5) $\frac{2}{23}$ (6) $\frac{21}{23}$

풀이 (1) 택한 사람이 독감에 걸린 사람인 사건을 A, 독감에 걸렸다고 진단 받는 사건을 E라고 하면

$\mathrm{P}(A)=0.3$, $\mathrm{P}(E|A)=0.8$,

$\mathrm{P}(A^C)=0.7$, $\mathrm{P}(E|A^C)=0.1$

따라서 독감에 걸렸다고 진단 받을 확률은 $\mathrm{P}(E)$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(E)&=\mathrm{P}(A\cap E)+\mathrm{P}(A^C\cap E)\\&=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E|A)+\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E|A^C)\\&=0.3\times0.8+0.7\times0.1\\&=0.24+0.07=0.31\end{aligned}$$

(2) $\mathrm{P}(A|E)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap E)}{\mathrm{P}(E)}$

$=\dfrac{0.24}{0.31}=\dfrac{24}{31}$

(3) $\mathrm{P}(A^C|E)=\dfrac{\mathrm{P}(A^C\cap E)}{\mathrm{P}(E)}$

$=\dfrac{0.07}{0.31}=\dfrac{7}{31}$

(4) $\mathrm{P}(E^C)=1-\mathrm{P}(E)$

$=1-0.31=0.69$

(5) $$\begin{aligned}\mathrm{P}(A|E^C)&=\frac{\mathrm{P}(A\cap E^C)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(E^C|A)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{0.3\times(1-0.8)}{0.69}\\&=\frac{0.3\times0.2}{0.69}\\&=\frac{0.06}{0.69}=\frac{2}{23}\end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned}\mathrm{P}(A^C|E^C)&=\frac{\mathrm{P}(A^C\cap E^C)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(E^C|A^C)}{\mathrm{P}(E^C)}\\&=\frac{0.7\times(1-0.1)}{0.69}\\&=\frac{0.7\times0.9}{0.69}\\&=\frac{0.63}{0.69}=\frac{21}{23}\end{aligned}$$

다른 풀이 여사건의 확률을 이용하면

$\mathrm{P}(A^C|E^C)=1-\mathrm{P}(A|E^C)=1-\dfrac{2}{23}=\dfrac{21}{23}$

15 답 (1) $\mathrm{P}(A\cap B)=0.12$, $\mathrm{P}(A\cup B)=0.58$ (2) 0.6 (3) 0.6

풀이 (1) 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.4\times0.3=0.12$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=0.4+0.3-0.12=0.58$

(2) 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.2\times0.5=0.1$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=0.2+0.5-0.1=0.6$

(3) 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=0.5\times\mathrm{P}(B)$

이때 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이므로

$0.8=0.5+\mathrm{P}(B)-0.5\times\mathrm{P}(B)$

$0.5\times\mathrm{P}(B)=0.3$

$\therefore\ \mathrm{P}(B)=\dfrac{0.3}{0.5}=\dfrac{3}{5}=0.6$

16 답 (1) 독립 (2) 독립 (3) 독립

풀이 (1) $\mathrm{P}(A\cap B^C)=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\mathrm{P}(A)\{1-\mathrm{P}(B)\}$

$=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)$

따라서 두 사건 A와 B^C은 서로 독립이다.

(2) $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\mathrm{P}(B)\{1-\mathrm{P}(A)\}$

$=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A^C)$

$=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)$

따라서 두 사건 A^C과 B는 서로 독립이다.

(3) $\mathrm{P}(A^C\cap B^C)=\mathrm{P}((A\cup B)^C)$

$=1-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A\cap B)$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}$

$=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B^C)$

따라서 두 사건 A^C과 B^C은 서로 독립이다.

17 답 (1) 독립 (2) 독립 (3) 종속 (4) 독립 (5) 종속

풀이 (1) $A=\{2, 3, 5, 7\}$, $B=\{3, 6\}$, $A\cap B=\{3\}$에서

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{8}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.

(2) $A=\{2, 3, 5, 7\}$, $C=\{1, 2, 3, 6\}$, $A\cap C=\{2, 3\}$에서

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(C)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap C)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

따라서 $\mathrm{P}(A\cap C)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(C)$이므로 두 사건 A와 C는 서로 독립이다.

(3) $B=\{3, 6\}$, $C=\{1, 2, 3, 6\}$, $B\cap C=\{3, 6\}$에서

$\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$, $\mathrm{P}(C)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B\cap C)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$

따라서 $\mathrm{P}(B\cap C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C)$이므로 두 사건 B와 C는 서로 종속이다.

(4) $A^C=\{1, 4, 6, 8\}$, $B=\{3, 6\}$, $A^C\cap B=\{6\}$에서

$\mathrm{P}(A^C)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$, $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\dfrac{1}{8}$

따라서 $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)$이므로 두 사건 A^C과 B는 서로 독립이다.

(5) $B=\{3, 6\}$, $C^C=\{4, 5, 7, 8\}$, $B\cap C^C=\varnothing$에서

$\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$, $\mathrm{P}(C^C)=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(B\cap C^C)=0$

따라서 $\mathrm{P}(B\cap C^C)\neq\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(C^C)$이므로 두 사건 B와 C^C은 서로 종속이다.

18 답 (1) 참 (2) 참 (3) 거짓 (4) 참 (5) 참

풀이 (1) $\mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}\times\dfrac{\mathrm{P}(B\cap A)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}\times\dfrac{\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A)}$

$=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)$

따라서 주어진 명제는 참이다.

(2) $\mathrm{P}(A|B)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}=\mathrm{P}(A)$

$\mathrm{P}(A|B^C)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}=\mathrm{P}(A)$

$\therefore\ \mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(A|B^C)$

따라서 주어진 명제는 참이다.

(3) $\mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}\times\mathrm{P}(A)$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}\times\mathrm{P}(A)$

$=\{\mathrm{P}(A)\}^2$

따라서 주어진 명제는 거짓이다.

(4) $\mathrm{P}(A|B^C)+\mathrm{P}(A^C|B)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}+\dfrac{\mathrm{P}(A^C\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

$=\dfrac{\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B^C)}{\mathrm{P}(B^C)}+\dfrac{\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(B)}$

$=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(A^C)=1$

따라서 주어진 명제는 참이다.

(5) $1-\mathrm{P}(A\cup B)=1-\{\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\}$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A\cap B)$

$=1-\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$=\{1-\mathrm{P}(A)\}\{1-\mathrm{P}(B)\}$

따라서 주어진 명제는 참이다.

19 답 (1) $\frac{3}{8}$ (2) $\frac{19}{40}$ (3) $\frac{3}{20}$ (4) $\frac{17}{20}$

풀이 (1) 슛을 쏘는 사건은 서로 독립이고, 각각 슛을 성공시켜야 하므로 구하는 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

(2) (ⅰ) 갑은 성공시키고, 을은 성공시키지 못할 확률은

$\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{5}{8}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{8}=\frac{9}{40}$

(ⅱ) 갑은 성공시키지 못하고, 을은 성공시킬 확률은

$\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{5}{8}=\frac{2}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{1}{4}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{9}{40}+\frac{1}{4}=\frac{19}{40}$

(3) 2명 모두 슛을 성공시키지 못할 확률은

$\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{5}{8}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{20}$

(4) (적어도 1명이 슛을 성공시킬 확률)

$=1-$(2명 모두 슛을 성공시키지 못할 확률)

$=1-\frac{3}{20}=\frac{17}{20}$

20 답 (1) 0.4 (2) 0.5 (3) 0.1 (4) 0.9

풀이 (1) 완주하는 사건은 서로 독립이고, 각각 완주해야 하므로 구하는 확률은

$0.5\times0.8=0.4$

(2) (ⅰ) 갑은 완주하고, 을은 완주하지 못할 확률은

$0.5\times(1-0.8)=0.5\times0.2=0.1$

(ⅱ) 갑은 완주하지 못하고, 을은 완주할 확률은

$(1-0.5)\times0.8=0.5\times0.8=0.4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$0.1+0.4=0.5$

(3) 2명 모두 완주하지 못할 확률은

$(1-0.5)\times(1-0.8)=0.5\times0.2=0.1$

(4) (적어도 1명이 완주할 확률)

$=1-$(2명 모두 완주하지 못할 확률)

$=1-0.1=0.9$

21 답 (1) $\frac{4}{15}$ (2) $\frac{7}{15}$ (3) $\frac{7}{30}$ (4) $\frac{1}{30}$ (5) $\frac{29}{30}$

풀이 (1) 문제를 맞히는 사건은 서로 독립이고, 각각 문제를 맞혀야 하므로 구하는 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$

(2) (ⅰ) 갑, 을은 맞히고, 병은 틀릴 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

(ⅱ) 갑, 병은 맞히고, 을은 틀릴 확률은

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{15}$

(ⅲ) 을, 병은 맞히고, 갑은 틀릴 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{2}{15}+\frac{1}{15}+\frac{4}{15}=\frac{7}{15}$

(3) (ⅰ) 갑은 맞히고, 을, 병은 틀릴 확률은

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{30}$

(ⅱ) 을은 맞히고, 갑, 병은 틀릴 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{4}{5}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

(ⅲ) 병은 맞히고, 갑, 을은 틀릴 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{15}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{30}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}=\frac{7}{30}$

(4) 3명 모두 문제를 틀릴 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{4}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{30}$

(5) (적어도 1명이 문제를 맞힐 확률)

$=1-$(3명 모두 문제를 틀릴 확률)

$=1-\frac{1}{30}=\frac{29}{30}$

22 답 (1) $\frac{3}{40}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{17}{40}$ (4) $\frac{1}{10}$ (5) $\frac{9}{10}$

풀이 (1) 내일 비가 올 사건은 서로 독립이고, 각각 비가 와야 하므로 구하는 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{40}$

(2) (ⅰ) A, B는 비가 오고, C는 비가 오지 않을 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{40}$

(ⅱ) A, C는 비가 오고, B는 비가 오지 않을 확률은

$\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{40}$

(ⅲ) B, C는 비가 오고, A는 비가 오지 않을 확률은

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{40}+\frac{3}{40}+\frac{3}{10}=\frac{16}{40}=\frac{2}{5}$

(3) (ⅰ) A는 비가 오고, B, C는 비가 오지 않을 확률은

$\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{40}$

(ⅱ) B는 비가 오고, A, C는 비가 오지 않을 확률은

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

(ⅲ) C는 비가 오고, A, B는 비가 오지 않을 확률은

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{40}+\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{17}{40}$

(4) 세 도시 모두 비가 오지 않을 확률은

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

(5) (적어도 한 도시에 비가 올 확률)

$=1-$(세 도시 모두 비가 오지 않을 확률)

$=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

23 답 (1) ① $\frac{49}{100}$ ② $\frac{7}{15}$ (2) ① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{15}{28}$

(3) ① $\frac{25}{64}$ ② $\frac{5}{14}$ (4) ① $\frac{16}{81}$ ② $\frac{1}{6}$

(5) ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ (6) ① $\frac{12}{25}$ ② $\frac{8}{15}$

풀이 (1) ① 첫 번째 꺼낸 제비가 당첨 제비일 확률은 $\frac{7}{10}$이다.

꺼낸 제비를 다시 넣으므로 두 번째 꺼낸 제비가 당첨 제비일 확률도 $\frac{7}{10}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

② 첫 번째 꺼낸 제비가 당첨 제비일 확률은 $\frac{7}{10}$이다.

꺼낸 제비가 1개 빠지므로 두 번째 꺼낸 제비가 당첨 제비일 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{7}{15}$

(2) ① 첫 번째 꺼낸 공이 노란 공일 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$이다.

꺼낸 공을 다시 넣으므로 두 번째 꺼낸 공이 노란 공일 확률도 $\frac{3}{4}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$

② 첫 번째 꺼낸 공이 노란 공일 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$이다.

꺼낸 공이 1개 빠지므로 두 번째 꺼낸 공이 노란 공일 확률은 $\frac{5}{7}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{15}{28}$

(3) ① 첫 번째 꺼낸 볼펜이 검정 볼펜일 확률은 $\frac{5}{8}$이다.

꺼낸 볼펜을 다시 넣으므로 두 번째 꺼낸 볼펜이 검정 볼펜일 확률도 $\frac{5}{8}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{25}{64}$

② 첫 번째 꺼낸 볼펜이 검정 볼펜일 확률은 $\frac{5}{8}$이다.

꺼낸 볼펜이 1자루 빠지므로 두 번째 꺼낸 볼펜이 검정 볼펜일 확률은 $\frac{4}{7}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$

(4) ① 첫 번째 꺼낸 과일이 귤일 확률은 $\frac{4}{9}$이다.

꺼낸 과일을 다시 넣으므로 두 번째 꺼낸 과일이 귤일 확률도 $\frac{4}{9}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{16}{81}$

② 첫 번째 꺼낸 과일이 귤일 확률은 $\frac{4}{9}$이다.

꺼낸 과일이 1개 빠지므로 두 번째 꺼낸 과일이 귤일 확률은 $\frac{3}{8}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$

(5) ① 첫 번째 꺼낸 문제집이 수학 문제집일 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이고 꺼낸 문제집을 다시 넣은 후 두 번째 꺼낸 문제집이 과학 문제집일 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이므로 수학 문제집과 과학 문제집을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$이다.

첫 번째 꺼낸 문제집이 과학 문제집일 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이고 꺼낸 문제집을 다시 넣은 후 두 번째 꺼낸 문제집이 수학 문제집일 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이므로 과학 문제집과 수학 문제집을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

② 첫 번째 꺼낸 문제집이 수학 문제집일 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$이고 꺼낸 문제집 1권이 빠진 후 두 번째 꺼낸 문제집이 과학 문제집일 확률은 $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$이므로 수학 문제집과 과학 문제집을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$이다.

첫 번째 꺼낸 문제집이 과학 문제집일 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이고 꺼낸 문제집 1권이 빠진 후 두 번째 꺼낸 문제집이 수학 문제집일 확률은 $\frac{3}{8}$이므로 과학 문제집과 수학 문제집을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{4}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

(6) ① 첫 번째 꺼낸 구슬이 흰 구슬일 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$이고 꺼낸 구슬을 다시 넣은 후 두 번째 꺼낸 구슬이 검은 구슬일 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$이므로 흰 구슬과 검은 구슬을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$이다.

첫 번째 꺼낸 구슬이 검은 구슬일 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$이고 꺼낸 구슬을 다시 넣은 후 두 번째 꺼낸 구슬이 흰 구슬일 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$이므로 검은 구슬과 흰 구슬을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}$

② 첫 번째 꺼낸 구슬이 흰 구슬일 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$이고 꺼낸 구슬 1개가 빠진 후 두 번째 꺼낸 구슬이 검은 구슬일 확률은 $\frac{4}{9}$이므로 흰 구슬과 검은 구슬을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$이다.

첫 번째 꺼낸 구슬이 검은 구슬일 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$이고 꺼낸 구슬 1개가 빠진 후 두 번째 꺼낸 구슬이 흰 구슬일 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$이므로 검은 구슬과 흰 구슬을 차례로 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{15}+\frac{4}{15}=\frac{8}{15}$

24 답 (1) ${}_6C_4\left(\frac{2}{5}\right)^4\left(\frac{3}{5}\right)^2$ (2) ${}_{10}C_7\left(\frac{5}{9}\right)^7\left(\frac{4}{9}\right)^3$ (3) ${}_{12}C_{10}(0.7)^{10}(0.3)^2$

풀이 (1) 화살 한 발을 쏘아 과녁에 명중시킬 확률은 $\frac{2}{5}$이고, 명중시키지 못할 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$이므로 구하는 확률은 ${}_6C_4\left(\frac{2}{5}\right)^4\left(\frac{3}{5}\right)^2$

(2) 슛 성공률은 $\frac{5}{9}$이고, 슛 실패율은 $1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$이므로 구하는 확률은 ${}_{10}C_7\left(\frac{5}{9}\right)^7\left(\frac{4}{9}\right)^3$

(3) 퀴즈를 맞힐 확률은 0.7이고, 틀릴 확률은 $1-0.7=0.3$이므로 구하는 확률은 ${}_{12}C_{10}(0.7)^{10}(0.3)^2$

25 답 (1) $\frac{10}{243}$ (2) $\frac{5}{16}$ (3) $\frac{135}{512}$

풀이 (1) 한 개의 주사위를 던질 때, 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로 구하는 확률은

${}_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{10}{243}$

(2) 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 구하는 확률은

${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{20}{64}=\frac{5}{16}$

(3) 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 두 개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$이므로 구하는 확률은

${}_5C_2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^3=10\times\frac{3^3}{4^5}=\frac{135}{512}$

26 답 (1) $\frac{999}{1000}$ (2) $\frac{63}{64}$ (3) $\frac{624}{625}$ (4) $\frac{11}{16}$

풀이 (1) 3발을 쏘아 모두 명중시키지 못할 확률은

${}_3C_0\left(\frac{9}{10}\right)^0\left(\frac{1}{10}\right)^3=\frac{1}{1000}$

따라서 적어도 한 번은 명중시킬 확률은

$1-\frac{1}{1000}=\frac{999}{1000}$

(2) 3번을 던져 모두 성공시키지 못할 확률은

${}_3C_0\left(\frac{3}{4}\right)^0\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$

따라서 적어도 한 번은 성공시킬 확률은

$1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}$

(3) 4명 모두 생존하지 못할 확률은

${}_4C_0\left(\frac{4}{5}\right)^0\left(\frac{1}{5}\right)^4=\frac{1}{625}$

따라서 적어도 1명이 생존할 확률은

$1-\frac{1}{625}=\frac{624}{625}$

(4) 4번 모두 질 확률은

${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

1번만 이길 확률은

${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

따라서 적어도 두 번은 이길 확률은

$1-\frac{1}{16}-\frac{1}{4}=\frac{11}{16}$

27 답 (1) $\frac{13}{729}$ (2) $\frac{1}{64}$ (3) $\frac{1}{16}$

풀이 (1) 축구 경기를 한 번 할 때, 이길 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

(ⅰ) 6경기 중 5경기를 이길 확률은

${}_6C_5\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{6\times2}{3^6}=\frac{4}{243}$

(ⅱ) 6경기 중 6경기를 이길 확률은

${}_6C_6\left(\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{1}{729}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{4}{243}+\frac{1}{729}=\frac{13}{729}$

(2) 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

(ⅰ) 5개 중 4개를 맞힐 확률은

${}_5C_4\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^1=\frac{5\times3}{4^5}=\frac{15}{1024}$

(ii) 5개 중 5개를 맞힐 확률은

$${}_5C_5\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^0=\frac{1}{1024}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{15}{1024}+\frac{1}{1024}=\frac{16}{1024}=\frac{1}{64}$$

(3) 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

(i) 7개 중 6개를 맞힐 확률은

$${}_7C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{7}{128}$$

(ii) 7개 중 7개를 맞힐 확률은

$${}_7C_7\left(\frac{1}{2}\right)^7\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{128}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{7}{128}+\frac{1}{128}=\frac{8}{128}=\frac{1}{16}$$

28 답 $\frac{1}{4}$

한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

(i) 한 개의 주사위를 던져서 5의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이다.

이때 한 개의 동전을 3번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{3}\times{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{8}$$

(ii) 한 개의 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이다.

이때 한 개의 동전을 2번 던져서 앞면이 2번 나올 확률은

$$\frac{1}{2}\times{}_2C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$$

29 답 $\frac{7}{40}$

한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

(i) 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{5}$이다.

이때 한 개의 동전을 3번 던져서 앞면이 3번 나올 확률은

$$\frac{3}{5}\times{}_3C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{3}{40}$$

(ii) 검은 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5}$이다.

이때 한 개의 동전을 4번 던져서 앞면이 3번 나올 확률은

$$\frac{2}{5}\times{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{10}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{40}+\frac{1}{10}=\frac{7}{40}$$

30 답 $\frac{3}{8}$

풀이 점 O에서 점 A까지 가려면 x축의 양의 방향으로 2만큼, y축의 양의 방향으로 2만큼 가야 한다.

따라서 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나오면 되므로 구하는 확률은

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$$

31 답 $\frac{3}{8}$

풀이 점 P가 처음 출발 위치로 돌아오려면 5만큼 이동해야 하므로 앞면이 2번, 뒷면이 1번 나와야 한다.

따라서 구하는 확률은

$${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}$$

01 답 $\frac{2}{3}$

풀이 $P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$에서

$P(A\cap B)=P(B)P(A|B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

$\therefore P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{10}}=\frac{2}{3}$

02 답 $\frac{2}{5}$

풀이 짝수가 나오는 사건을 A, 6의 약수가 나오는 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$이다.

$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B=\{1, 2, 3, 6\}$, $A\cap B=\{2, 6\}$에서

$P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$, $P(A\cap B)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$이므로

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{5}$

03 답 $\frac{3}{7}$

풀이 임의로 뽑은 학생이 남학생인 사건을 A, 안경 쓴 학생인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$이다.

이때 $P(A)=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$, $P(A\cap B)=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$이므로

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{7}{15}}=\frac{3}{7}$

04 답 $\frac{5}{8}$

풀이 임의로 뽑은 학생이 체육을 좋아하는 학생인 사건을 A, 남학생인 사건을 B라고 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$이다.

이때 $P(A)=\frac{4}{5}$, $P(A\cap B)=\frac{1}{2}$이므로

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}}=\frac{5}{8}$

05 답 $\frac{5}{14}$

풀이 처음에 꺼낸 공이 흰색 탁구공일 확률은 $\frac{5}{8}$이다.

꺼낸 탁구공이 1개 빠지므로 두 번째 꺼낸 공이 흰색 탁구공일 확률은 $\frac{4}{7}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$

06 답 0.52

풀이 오늘 안타를 치는 사건을 A, 내일 안타를 치는 사건을 E라고 하면

$P(A)=0.6$, $P(E|A)=0.4$,

$P(A^C)=0.4$, $P(E|A^C)=0.7$

따라서 구하는 확률은

$P(E)=P(A\cap E)+P(A^C\cap E)$

$=P(A)P(E|A)+P(A^C)P(E|A^C)$

$=0.6\times0.4+0.4\times0.7$

$=0.24+0.28=0.52$

07 답 $\frac{16}{31}$

풀이 가, 나 두 회사의 휴대폰인 사건을 각각 A, B라 하고, 고가의 휴대폰인 사건을 E라고 하면

$P(A)=0.6$, $P(B)=0.4$,

$P(E|A)=0.5$, $P(E|B)=0.8$

이때 구하는 확률은 $P(B|E)$이다.

$P(E)=P(A\cap E)+P(B\cap E)$

$=P(A)P(E|A)+P(B)P(E|B)$

$=0.6\times0.5+0.4\times0.8$

$=0.3+0.32=0.62$

$\therefore P(B|E)=\frac{P(B\cap E)}{P(E)}=\frac{0.32}{0.62}=\frac{16}{31}$

08 답 $\frac{4}{5}$

풀이 두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$

$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$=\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{3}{10}=\frac{4}{5}$

09 답 ㄱ, ㄷ

풀이 $A=\{2, 4, 6\}$, $B=\{2, 3, 5\}$, $C=\{3, 6\}$,

$A\cap B=\{2\}$, $B\cap C=\{3\}$, $A\cap C=\{6\}$에서

$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $P(C)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,

$P(A\cap B)=\frac{1}{6}$, $P(B\cap C)=\frac{1}{6}$, $P(A\cap C)=\frac{1}{6}$

ㄱ. $P(A\cap B)\neq P(A)P(B)$이므로 두 사건 A와 B는 서로 종속이다.

ㄴ. $P(B\cap C)=P(B)P(C)$이므로 두 사건 B와 C는 서로 독립이다.

ㄷ. $P(A\cap C)=P(A)P(C)$이므로 두 사건 A와 C는 서로 독립이다.

ㄹ. $B\cap C\neq\varnothing$이므로 두 사건 B와 C는 서로 배반사건이 아니다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10 답 0.5

풀이 (i) 갑이 합격하고, 을이 불합격할 확률은

$0.8\times(1-0.5)=0.8\times0.5=0.4$

(ii) 갑이 불합격하고, 을이 합격할 확률은

$(1-0.8)\times0.5=0.2\times0.5=0.1$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$0.4+0.1=0.5$

11 답 $\frac{35}{36}$

풀이 (i) 꺼낸 제비를 다시 넣지 않는 경우

처음에 뽑은 제비가 당첨 제비일 확률은 $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$이다.

꺼낸 제비가 1개 빠지므로 두 번째에 뽑은 제비가 당첨 제비일 확률은 $\frac{7}{9}$이다.

$\therefore a=\frac{4}{5}\times\frac{7}{9}=\frac{28}{45}$

(ii) 꺼낸 제비를 다시 넣는 경우

처음에 뽑은 제비가 당첨 제비일 확률은 $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$이고,

두 번째에 뽑은 제비가 당첨 제비일 확률도 $\frac{4}{5}$이다.

$\therefore b=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$

(i), (ii)에서

$\frac{a}{b}=\frac{\frac{28}{45}}{\frac{16}{25}}=\frac{35}{36}$

12 답 $\frac{7}{64}$

풀이 한 개의 주사위를 던질 때, 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이다.

(i) 소수의 눈이 5번 나올 확률은

${}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{6}{64}=\frac{3}{32}$

(ii) 소수의 눈이 6번 나올 확률은

${}_6C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{64}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{32}+\frac{1}{64}=\frac{7}{64}$

13 답 $\frac{624}{625}$

풀이 질병에 대한 치료율은 $0.8=\frac{4}{5}$이고, 질병이 치료되지 못할 확률은 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$이다.

4명의 환자 중 한 명도 치료되지 않을 확률은

${}_4C_0\left(\frac{4}{5}\right)^0\left(\frac{1}{5}\right)^4=\frac{1}{625}$

따라서 적어도 한 명이 치료될 확률은

$1-\frac{1}{625}=\frac{624}{625}$

14 답 $\frac{7}{27}$

풀이 한 개의 주사위를 던질 때 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$, 3의 배수의 눈이 나오지 않을 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

(i) 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

이때 한 개의 주사위를 3번 던져서 3의 배수의 눈이 2번 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times{}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{1}{9}$

(ii) 한 개의 동전을 던져서 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

이때 한 개의 주사위를 4번 던져서 3의 배수의 눈이 2번 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times{}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{27}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{9}+\frac{4}{27}=\frac{7}{27}$

15 답 $\frac{5}{16}$

풀이 동전을 한 번 던질 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

점 P가 동전을 5번 던져서 1의 위치에 있으려면 앞면이 2번, 뒷면이 3번 나와야 한다.

따라서 구하는 확률은

${}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

Ⅲ 통계

Ⅲ-1 | 확률분포 081-108쪽

01 답 (1) 0, 1, 2, 3 (2) 0, 1, 2 (3) 0, 1, 2, 3, 4
(4) 0, 1, 2 (5) 0, 1, 2, 3

풀이 (1) 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라고 하면
표본공간 S는
$S=\{$HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT$\}$
이므로 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이다.

02 답 풀이 참조

풀이 (1) 주어진 도수분포표에서 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 4, 5, 6이고, 그 확률은 각각

$\mathrm{P}(X=4)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

$\mathrm{P}(X=5)=\frac{11}{20}$

$\mathrm{P}(X=6)=\frac{7}{20}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	4	5	6	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{7}{20}$	1

(2) 주어진 도수분포표에서 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5이고, 그 확률은 각각

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{3}{10}$

$\mathrm{P}(X=3)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

$\mathrm{P}(X=4)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(X=5)=\frac{1}{10}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

03 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○ (5) ×

풀이 (2) 버스를 기다리는 시간을 확률변수 X라고 하면 X가 가질 수 있는 값은 $0\le X\le 10$인 모든 실수이므로 이산확률변수가 아니다.
(5) 장난감의 수명을 확률변수 X라고 하면 X가 가질 수 있는 값은 모든 실수이므로 이산확률변수가 아니다.

04 답 (1) $\mathrm{P}(X=x)={}_2\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x}$ $(x=0, 1, 2)$

(2) $\mathrm{P}(X=x)={}_3\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x}$ $(x=0, 1, 2, 3)$

(3) $\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_2\mathrm{C}_x\times{}_3\mathrm{C}_{2-x}}{{}_5\mathrm{C}_2}$ $(x=0, 1, 2)$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고,
한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$,
뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.
따라서 X의 확률질량함수는
$\mathrm{P}(X=x)={}_2\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x}$ $(x=0, 1, 2)$

(2) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고,
한 개의 주사위를 던질 때 5의 약수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}$,
5의 약수가 나오지 않을 확률은 $\frac{2}{3}$이다.
따라서 X의 확률질량함수는
$\mathrm{P}(X=x)={}_3\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x}$ $(x=0, 1, 2, 3)$

(3) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고,
5개의 사탕 중에서 2개의 사탕을 꺼내는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{C}_2$,
꺼낸 2개의 사탕 중에서 사과 맛 사탕이 x개인 경우의 수는 ${}_2\mathrm{C}_x\times{}_3\mathrm{C}_{2-x}$이다.
따라서 X의 확률질량함수는
$\mathrm{P}(X=x)=\frac{{}_2\mathrm{C}_x\times{}_3\mathrm{C}_{2-x}}{{}_5\mathrm{C}_2}$ $(x=0, 1, 2)$

05 답 (1) ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$

(2) ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$

(3) ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$

풀이 (1) ① 확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{8}+a+\frac{1}{2}+\frac{a}{2}=1$

$\frac{3}{2}a=\frac{3}{8}$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

② $\mathrm{P}(X=1$ 또는 $X=2)$
$=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)$
$=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$

③ $\mathrm{P}(3\le X\le 4)$
$=\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)$
$=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$

(2) ① 확률의 총합은 1이므로

$\frac{1}{5}+3a+4a+\frac{1}{10}=1$

$7a=\frac{7}{10}$

$\therefore a=\frac{1}{10}$

② $\mathrm{P}(X=2$ 또는 $X=3)$
$=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$
$=\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

③ $\mathrm{P}(X^2<2)$
$=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)$
$=\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

(3) ① 확률의 총합은 1이므로
$\frac{1}{4}+a+a^2=1$
$4a^2+4a-3=0$
$(2a+3)(2a-1)=0$
$\therefore a=\frac{1}{2}\ (\because a>0)$

② $\mathrm{P}(X\le 0)=\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=0)$
$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

③ $\mathrm{P}(X^2=1)=\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)$
$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

06 답 (1) $\frac{1}{36}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{6}{11}$ (4) $\frac{1}{14}$

풀이 (1) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$에서
$k\times 1^3+k\times 2^3+k\times 3^3=1$
$36k=1$
$\therefore k=\frac{1}{36}$

(2) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$에서
$\frac{k}{2}\times 1^2+\frac{k}{2}\times 2^2+\frac{k}{2}\times 3^2=1$
$7k=1$
$\therefore k=\frac{1}{7}$

(3) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$에서
$k+\frac{k}{2}+\frac{k}{3}=1$
$\frac{11}{6}k=1$
$\therefore k=\frac{6}{11}$

(4) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$에서
$k\times 2+k\times 2^2+k\times 2^3=1$
$2k+4k+8k=1$
$14k=1$
$\therefore k=\frac{1}{14}$

07 답 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{5}{14}$ (5) $\frac{1}{5}$

풀이 (1) $\mathrm{P}(X^2-5X+4=0)$
$=\mathrm{P}(X=1$ 또는 $X=4)$
$=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=4)$
$=\frac{1}{10}+\frac{2}{5}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

(2) $\mathrm{P}(X\le 2)=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)$
$=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(3) $\mathrm{P}(|X|=3)=\mathrm{P}(X=-3)+\mathrm{P}(X=3)$
$=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

(4) $\mathrm{P}(X^2-3X+2=0)$
$=\mathrm{P}(X=1$ 또는 $X=2)$
$=\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)$
$=\frac{1}{14}+\frac{2}{7}=\frac{5}{14}$

(5) $\mathrm{P}(X^2-1\le 0)=\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)$
$=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

08 답 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{2}{3}$

풀이 (1) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$에서
$k+2k+3k=1,\ 6k=1$
$\therefore k=\frac{1}{6}$
즉, $\mathrm{P}(X=x)=\frac{1}{6}x$이므로
$\mathrm{P}(X^2-5X+6\le 0)$
$=\mathrm{P}(2\le X\le 3)$
$=\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)$
$=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$

(2) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)=1$에서
$k+k+4k=1,\ 6k=1$
$\therefore k=\frac{1}{6}$
즉, $\mathrm{P}(X=x)=\frac{1}{6}x^2$이므로
$\mathrm{P}(X^2=1)=\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)$
$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(3) 확률의 총합은 1이므로
$\mathrm{P}(X=-3)+\mathrm{P}(X=-1)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=3)=1$
에서
$3k+k+k+3k=1,\ 8k=1$
$\therefore k=\frac{1}{8}$
즉, $\mathrm{P}(X=x)=\frac{1}{8}|x|$이므로
$\mathrm{P}(X^2>3)=\mathrm{P}(X=-3)+\mathrm{P}(X=3)$
$=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

(4) 확률의 총합은 1이므로

$P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=1$에서

$\frac{2}{k}+\frac{3}{k}+\frac{4}{k}=1$, $\frac{9}{k}=1$

$\therefore k=9$

즉, $P(X=x)=\frac{x}{9}$이므로

$P(X^2-6X+8=0)$

$=P(X=2)+P(X=4)$

$=\frac{2}{9}+\frac{4}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

09 답 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{5}{7}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=$(여학생 0명, 남학생 2명을 뽑을 확률)

$=\frac{{}_3C_0\times{}_4C_2}{{}_7C_2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

$P(X=1)=$(여학생 1명, 남학생 1명을 뽑을 확률)

$=\frac{{}_3C_1\times{}_4C_1}{{}_7C_2}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

$P(X=2)=$(여학생 2명, 남학생 0명을 뽑을 확률)

$=\frac{{}_3C_2\times{}_4C_0}{{}_7C_2}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$	1

(2) $P(X\geq1)=P(X=1)+P(X=2)$

$=\frac{4}{7}+\frac{1}{7}=\frac{5}{7}$

10 답 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{3}{5}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=$(당첨 제비 0개, 당첨 제비가 아닌 제비 2개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_0\times{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{15}$

$P(X=1)=$(당첨 제비 1개, 당첨 제비가 아닌 제비 1개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{8}{15}$

$P(X=2)=$(당첨 제비 2개, 당첨제비가 아닌 제비 0개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_0}{{}_6C_2}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{5}$	1

(2) $P(X\leq1)=P(X=0)+P(X=1)$

$=\frac{1}{15}+\frac{8}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

11 답 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{13}{35}$ (3) $\frac{22}{35}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=$(사과 3개, 귤 0개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_3\times{}_3C_0}{{}_7C_3}=\frac{4}{35}$

$P(X=1)=$(사과 2개, 귤 1개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_2\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=\frac{18}{35}$

$P(X=2)=$(사과 1개, 귤 2개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\frac{12}{35}$

$P(X=3)=$(사과 0개, 귤 3개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_4C_0\times{}_3C_3}{{}_7C_3}=\frac{1}{35}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

(2) $P(2\leq X\leq3)=P(X=2)+P(X=3)$

$=\frac{12}{35}+\frac{1}{35}=\frac{13}{35}$

(3) $P(X^2-X=0)=P(X=0)+P(X=1)$

$=\frac{4}{35}+\frac{18}{35}=\frac{22}{35}$

12 답 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{3}{8}$ (3) $\frac{7}{8}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=$(두 수의 차가 0일 확률)

$=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

$P(X=1)=$(두 수의 차가 1일 확률)

$=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

$P(X=2)=$(두 수의 차가 2일 확률)

$=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

$P(X=3)=$(두 수의 차가 3일 확률)

$=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1

(2) $P(X^2-3X=0)$

$=P(X=0)+P(X=3)$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$

(3) $\mathrm{P}(X^2-2X\le 0)$

$=\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)$

$=\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}=\frac{7}{8}$

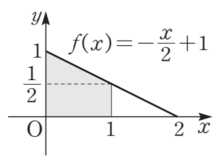
13 답 (1) 연속확률변수이다. (2) 연속확률변수가 아니다.
(3) 연속확률변수이다. (4) 연속확률변수가 아니다.

풀이 (2) 뒷면이 나오는 동전의 개수는 유한개이므로 이산확률변수이다.

(4) 빨간 구슬의 개수는 유한개이므로 이산확률변수이다.

14 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$

풀이 (1) $\mathrm{P}(0\le X\le 1)$은 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로

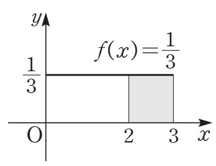


$\mathrm{P}(0\le X\le 1)$

$=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times 1$

$=\frac{3}{4}$

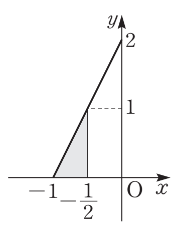
(2) $\mathrm{P}(X\ge 2)$는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\ge 2)=1\times\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{3}$

(3) $\mathrm{P}\left(-1\le X\le -\frac{1}{2}\right)$은 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



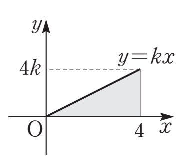
$\mathrm{P}\left(-1\le X\le -\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 1$

$=\frac{1}{4}$

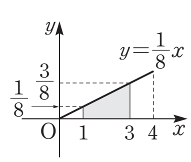
15 답 (1) ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ (2) ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ (3) ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{15}{16}$

풀이 (1) ① $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=4$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$\frac{1}{2}\times 4\times 4k=1$ $\quad\therefore k=\frac{1}{8}$

② $f(x)=\frac{1}{8}x$이므로

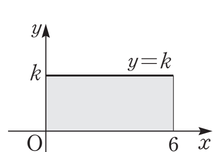


$\mathrm{P}(1\le X\le 3)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\right)\times 2$

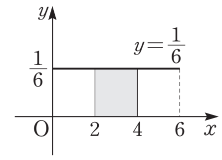
$=\frac{1}{2}$

(2) ① $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=6$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$6\times k=1$ $\quad\therefore k=\frac{1}{6}$

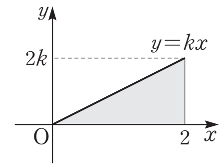
② $f(x)=\frac{1}{6}$이므로



$\mathrm{P}(2\le X\le 4)$

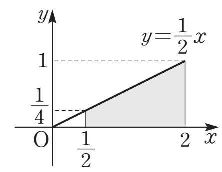
$=2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

(3) ① $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$\frac{1}{2}\times 2\times 2k=1$ $\quad\therefore k=\frac{1}{2}$

② $f(x)=\frac{1}{2}x$이므로



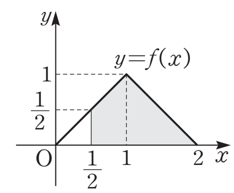
$\mathrm{P}\left(X\ge\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+1\right)\times\frac{3}{2}$

$=\frac{15}{16}$

16 답 (1) $\frac{7}{8}$ (2) $\frac{31}{32}$ (3) $\frac{7}{8}$ (4) $\frac{7}{8}$

풀이 (1) $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}\le X\le 2\right)$는 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\frac{1}{2}$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



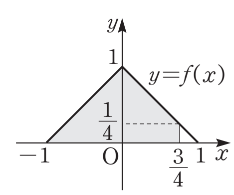
$\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}\le X\le 2\right)$

$=$(전체 넓이)$-$(색칠하지 않은 삼각형의 넓이)

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

(2) $\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{4}\right)$은 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=-1$, $x=\frac{3}{4}$으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



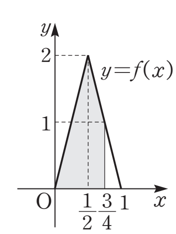
$\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{4}\right)$

$=$(전체 넓이)$-$(색칠하지 않은 삼각형의 넓이)

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$

$=1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$

(3) 확률 $\mathrm{P}\left(0\le X\le\frac{3}{4}\right)$은 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=\frac{3}{4}$으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



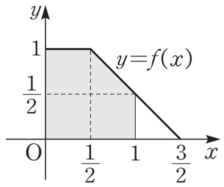
$\mathrm{P}\left(0\le X\le\frac{3}{4}\right)$

$=$(전체 넓이)$-$(색칠하지 않은 삼각형의 넓이)

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times 1$

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

(4) $\mathrm{P}(0\le X\le 1)$은 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(0\le X\le 1)$

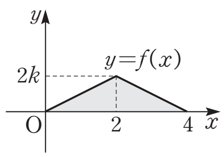
$=$(전체 넓이)$-$(색칠하지 않은 삼각형의 넓이)

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

17 답 (1) ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ (2) ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ (3) ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{8}{9}$

풀이 (1) ① $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=4$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$\frac{1}{2}\times 4\times 2k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{4}$

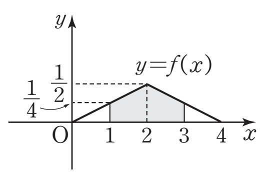
② $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x & (0\le x\le 2)\\ \frac{1}{4}(4-x) & (2\le x\le 4)\end{cases}$ 이므로

$\mathrm{P}(1\le X\le 3)$

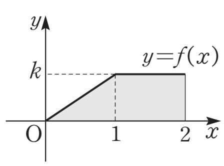
$=$(사다리꼴의 넓이)$\times 2$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\times 1\times 2$

$=\frac{3}{4}$



(2) ① $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$\frac{1}{2}\times 1\times k+1\times k=1$

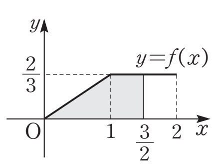
$\frac{3}{2}k=1 \qquad \therefore k=\frac{2}{3}$

② $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x & (0\le x\le 1)\\ \frac{2}{3} & (1\le x\le 2)\end{cases}$ 이므로

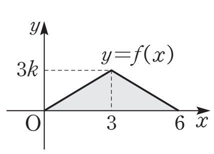
$\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$

$=\frac{2}{3}$



(3) ① $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=6$으로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$\frac{1}{2}\times 6\times 3k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{9}$

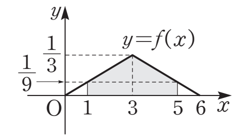
② $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}x & (0\le x\le 3)\\ \frac{1}{9}(6-x) & (3\le x\le 6)\end{cases}$ 이므로

$\mathrm{P}(1\le X\le 5)$

$=$(사다리꼴의 넓이)$\times 2$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)\times 2\times 2$

$=\frac{8}{9}$



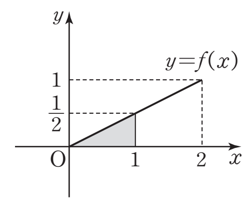
18 답 (1) $f(x)=\frac{1}{2}x$ (2) $\frac{1}{4}$

풀이 (1) $f(x)=kx$라고 하면 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 2\times 2k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)=\frac{1}{2}x$

(2) $\mathrm{P}(X\le 1)$은 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\le 1)=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{4}$

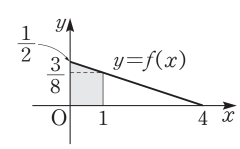
19 답 (1) $f(x)=\frac{1}{8}(4-x)$ (2) $\frac{7}{16}$ (3) $\frac{3}{16}$

풀이 (1) $f(x)=k(4-x)$라고 하면 $y=f(x)$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 4k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{8}$

$\therefore f(x)=\frac{1}{8}(4-x)$

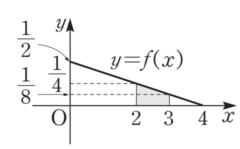
(2) $\mathrm{P}(X\le 1)$은 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(X\le 1)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}\right)\times 1$

$=\frac{7}{16}$

(3) $\mathrm{P}(2\le X\le 3)$은 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=2$, $x=3$으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$\mathrm{P}(2\le X\le 3)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)\times 1$

$=\frac{3}{16}$

20 답 (1) 평균: 2, 분산: $\frac{2}{5}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{10}}{5}$

(2) 평균: 1, 분산: $\frac{1}{2}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) 평균: 3, 분산: $\frac{8}{3}$, 표준편차: $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(4) 평균: 2, 분산: 1, 표준편차: 1

(5) 평균: 2, 분산: $\frac{4}{5}$, 표준편차: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

풀이 (1) 평균: $\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}$

$=\frac{10}{5}=2$

분산: $\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{5}+2^2\times\frac{3}{5}+3^2\times\frac{1}{5}$

$=\frac{22}{5}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{22}{5}-2^2=\frac{2}{5}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

(2) 평균: $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}$

$=1$

분산: $\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{2}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) 평균: $\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{3}+5\times\frac{1}{3}$

$=3$

분산: $\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{3}+5^2\times\frac{1}{3}$

$=\frac{35}{3}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{35}{3}-3^2=\frac{8}{3}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(4) 평균: $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{1}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{3}{8}$

$=\frac{16}{8}=2$

분산: $\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{1}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{3}{8}$

$=\frac{40}{8}=5$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=5-2^2=1$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=1$

(5) 평균: $\mathrm{E}(X)=1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{10}+4\times\frac{1}{10}$

$=\frac{20}{10}=2$

분산: $\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{3}{10}+2^2\times\frac{1}{2}+3^2\times\frac{1}{10}+4^2\times\frac{1}{10}$

$=\frac{48}{10}=\frac{24}{5}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{24}{5}-2^2=\frac{4}{5}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

21 답 (1) ① 풀이 참조

② $\mathrm{E}(X)=1$, $\mathrm{V}(X)=\frac{1}{2}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) ① 풀이 참조

② $\mathrm{E}(X)=\frac{3}{2}$, $\mathrm{V}(X)=\frac{3}{4}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) ① 풀이 참조

② $\mathrm{E}(X)=1$, $\mathrm{V}(X)=\frac{1}{3}$, $\sigma(X)=\frac{\sqrt{3}}{3}$

풀이 (1) ① 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

$\mathrm{E}(X=0)=\frac{1}{4}$

$\mathrm{E}(X=1)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\mathrm{E}(X=2)=\frac{1}{4}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

② $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}$

$=1$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{2}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) ① 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이다.

$\mathrm{E}(X=0)=\frac{1}{8}$, $\mathrm{E}(X=1)=\frac{3}{8}$

$\mathrm{E}(X=2)=\frac{3}{8}$, $\mathrm{E}(X=3)=\frac{1}{8}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

② $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}$

$=\frac{3}{2}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{3}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{8}$

$=3$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=3-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) ① 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이다.

$$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_0\times{}_2\mathrm{C}_2}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{1}{6}$$

$$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_0}{{}_4\mathrm{C}_2}=\frac{1}{6}$$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

② $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{2}{3}+2\times\frac{1}{6}=1$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{6}+1^2\times\frac{2}{3}+2^2\times\frac{1}{6}=\frac{4}{3}$

$\therefore \mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{4}{3}-1^2=\frac{1}{3}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

22 답 (1) 2600원 (2) 1700원 (3) 1400원

풀이 (1) 행운권 한 장으로 받을 수 있는 상금을 X원이라고 할 때, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	2000	5000	10000	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

$\therefore \mathrm{E}(X)=0\times\frac{2}{5}+2000\times\frac{3}{10}+5000\times\frac{1}{5}+10000\times\frac{1}{10}$

$=\underline{2600}$

따라서 확률변수 X의 기댓값은 $\underline{2600}$원이다.

(2) 행운권 한 장으로 받을 수 있는 상금을 X원이라고 할 때, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	3000	6000	10000	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{13}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	1

$\therefore \mathrm{E}(X)=0\times\frac{13}{20}+3000\times\frac{1}{5}+6000\times\frac{1}{10}+10000\times\frac{1}{20}$

$=1700$

따라서 확률변수 X의 기댓값은 1700원이다.

(3) 행운권 한 장으로 받을 수 있는 상금을 X원이라고 할 때, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	5000	10000	20000	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{83}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{50}$	1

$\therefore \mathrm{E}(X)=0\times\frac{83}{100}+5000\times\frac{1}{10}+10000\times\frac{1}{20}+20000\times\frac{1}{50}$

$=1400$

따라서 확률변수 X의 기댓값은 1400원이다.

23 답 (1) 500원 (2) 150원 (3) 350원

풀이 (1) 게임을 한 번 해서 받을 수 있는 금액은

(앞, 앞) ➡ $500+500=1000$(원)

(앞, 뒤) ➡ $500+0=500$(원)

(뒤, 앞) ➡ $0+500=500$(원)

(뒤, 뒤) ➡ $0+0=0$(원)

즉, 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 500, 1000이고 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	500	1000	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

$\therefore \mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{4}+500\times\frac{1}{2}+1000\times\frac{1}{4}=\underline{500}$

따라서 확률변수 X의 기댓값은 $\underline{500}$원이다.

(2) 게임을 한 번 해서 받을 수 있는 금액은 뒷면이 0개, 1개, 2개, 3개일 때, 각각 0원, 100원, 200원, 300원이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 100, 200, 300이다.

X	0	100	200	300	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$\therefore \mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{8}+100\times\frac{3}{8}+200\times\frac{3}{8}+300\times\frac{1}{8}$

$=\frac{1200}{8}=150$

따라서 확률변수 X의 기댓값은 150원이다.

(3) 게임을 한 번 해서 받을 수 있는 금액은 100원, 200원, 300원, $\cdots$, 600원이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 100, 200, 300, $\cdots$, 600이다.

X	100	200	300	400	500	600	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$\therefore \mathrm{E}(X)=100\times\frac{1}{6}+200\times\frac{1}{6}+300\times\frac{1}{6}+\cdots+600\times\frac{1}{6}$

$=\frac{2100}{6}=350$

따라서 확률변수 X의 기댓값은 350원이다.

24 답 (1) $\frac{4\sqrt{5}}{15}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{5\sqrt{6}}{21}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률을 각각 구하면

$\mathrm{P}(X=0)=$(사이다 2개, 콜라 0개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_2\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_0}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{1}{15}$

$\mathrm{P}(X=1)=$(사이다 1개, 콜라 1개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{8}{15}$

$\mathrm{P}(X=2)=$(사이다 0개, 콜라 2개를 꺼낼 확률)

$=\frac{{}_2\mathrm{C}_0\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

$E(X)=0\times\frac{1}{15}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{5}$

$=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{15}+1^2\times\frac{8}{15}+2^2\times\frac{2}{5}$

$=\frac{32}{15}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{32}{15}-\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{45}$

따라서 확률변수 X의 표준편차를 구하면

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{16}{45}}=\frac{4\sqrt{5}}{15}$

(2) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=\frac{{}_3C_0\times{}_2C_2}{{}_5C_2}=\frac{1}{10}$

$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_5C_2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\times{}_2C_0}{{}_5C_2}=\frac{3}{10}$

$E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{3}{10}$

$=\frac{6}{5}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{10}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{3}{10}$

$=\frac{9}{5}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{9}{5}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

따라서 확률변수 X의 표준편차를 구하면

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$

(3) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=\frac{{}_2C_0\times{}_5C_2}{{}_7C_2}=\frac{10}{21}$

$P(X=1)=\frac{{}_2C_1\times{}_5C_1}{{}_7C_2}=\frac{10}{21}$

$P(X=2)=\frac{{}_2C_2\times{}_5C_0}{{}_7C_2}=\frac{1}{21}$

$E(X)=0\times\frac{10}{21}+1\times\frac{10}{21}+2\times\frac{1}{21}$

$=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{10}{21}+1^2\times\frac{10}{21}+2^2\times\frac{1}{21}$

$=\frac{14}{21}=\frac{2}{3}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{2}{3}-\left(\frac{4}{7}\right)^2=\frac{50}{147}$

따라서 확률변수 X의 표준편차를 구하면

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{50}{147}}=\frac{5\sqrt{2}}{7\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{6}}{21}$

25 답 (1) 평균: -14, 분산: 18, 표준편차: $3\sqrt{2}$
(2) 평균: 19, 분산: 32, 표준편차: $4\sqrt{2}$
(3) 평균: 13, 분산: 8, 표준편차: $2\sqrt{2}$
(4) 평균: -26, 분산: 50, 표준편차: $5\sqrt{2}$

풀이 $E(X)=5$, $V(X)=2$이므로

(1) 평균: $E(-3X+1)=-3E(X)+1$

$=-15+1=-14$

분산: $V(-3X+1)=(-3)^2V(X)$

$=9V(X)=18$

표준편차: $\sigma(-3X+1)=|-3|\sigma(X)$

$=3\sigma(X)=3\sqrt{2}$

(2) 평균: $E(4X-1)=4E(X)-1$

$=20-1=19$

분산: $V(4X-1)=4^2V(X)$

$=16V(X)=32$

표준편차: $\sigma(4X-1)=4\sigma(X)$

$=4\sqrt{2}$

(3) 평균: $E(2X+3)=2E(X)+3$

$=10+3=13$

분산: $V(2X+3)=2^2V(X)$

$=4V(X)=8$

표준편차: $\sigma(2X+3)=2\sigma(X)$

$=2\sqrt{2}$

(4) 평균: $E(-5X-1)=-5E(X)-1$

$=-25-1=-26$

분산: $V(-5X-1)=(-5)^2V(X)$

$=25V(X)=50$

표준편차: $\sigma(-5X-1)=|-5|\sigma(X)$

$=5\sigma(X)=5\sqrt{2}$

26 답 (1) 41 (2) 15 (3) -49

풀이 (1) $E(3X^2-1)=3E(X^2)-1$이므로 $E(X^2)$을 구하면 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$5=E(X^2)-3^2$

$\therefore E(X^2)=14$

$\therefore E(3X^2-1)=3E(X^2)-1$

$=42-1=41$

(2) $E(4X^2+3)=4E(X^2)+3$이므로 $E(X^2)$을 구하면

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$2=E(X^2)-1^2$

$\therefore E(X^2)=3$

$\therefore E(4X^2+3)=4E(X^2)+3$

$=12+3=15$

(3) $E(-2X^2+3)=-2E(X^2)+3$이므로 $E(X^2)$을 구하면 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$1=E(X^2)-5^2$

$\therefore E(X^2)=26$

$\therefore E(-2X^2+3)=-2E(X^2)+3$

$=-52+3=-49$

27 답 (1) 평균: 3, 분산: $\frac{9}{2}$, 표준편차: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(2) 평균: 3, 분산: 2, 표준편차: $\sqrt{2}$

(3) 평균: 3, 분산: $\frac{1}{2}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4) 평균: 3, 분산: $\frac{25}{2}$, 표준편차: $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

풀이 (1) $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}$

$=1$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{1}{2}+2^2\times\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{2}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(3X)=3\mathrm{E}(X)=\underline{3}$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(3X)=3^2\mathrm{V}(X)=\underline{\frac{9}{2}}$

$\sigma(Y)=\sigma(3X)=|3|\sigma(X)=\underline{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$

(2) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(2X+1)$

$=2\mathrm{E}(X)+1=3$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(2X+1)$

$=2^2\mathrm{V}(X)=2$

$\sigma(Y)=\sigma(2X+1)$

$=|2|\sigma(X)=\sqrt{2}$

(3) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-X+4)$

$=-\mathrm{E}(X)+4=3$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-X+4)$

$=(-1)^2\mathrm{V}(X)=\frac{1}{2}$

$\sigma(Y)=\sigma(-X+4)$

$=|-1|\sigma(X)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(5X-2)$

$=5\mathrm{E}(X)-2=3$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(5X-2)$

$=5^2\mathrm{V}(X)=\frac{25}{2}$

$\sigma(Y)=\sigma(5X-2)$

$=|5|\sigma(X)=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

28 답 (1) 평균: 7, 분산: $\frac{76}{3}$, 표준편차: $\frac{2\sqrt{57}}{3}$

(2) 평균: 9, 분산: 57, 표준편차: $\sqrt{57}$

(3) 평균: $\frac{5}{2}$, 분산: $\frac{57}{4}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{57}}{2}$

(4) 평균: 1, 분산: $\frac{19}{3}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{57}}{3}$

풀이 (1) 확률의 총합이 1이므로

$2a+a+a+2a=1 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{6}$

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{3}$

$=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{1}{6}+2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{3}$

$=\frac{23}{6}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{23}{6}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{19}{12}$

$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{19}{12}}=\frac{\sqrt{57}}{6}$

$\therefore\ \mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(4X+1)=4\mathrm{E}(X)+1=\underline{7}$

$\therefore\ \mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(4X+1)=4^2\mathrm{V}(X)=\underline{\frac{76}{3}}$

$\therefore\ \sigma(Y)=\sigma(4X+1)=|4|\sigma(X)=\underline{\frac{2\sqrt{57}}{3}}$

(2) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(6X)=6\mathrm{E}(X)=9$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(6X)=6^2\mathrm{V}(X)=57$

$\sigma(Y)=\sigma(6X)=|6|\sigma(X)=\sqrt{57}$

(3) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(3X-2)$

$=3\mathrm{E}(X)-2=\frac{5}{2}$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(3X-2)$

$=3^2\mathrm{V}(X)=\frac{57}{4}$

$\sigma(Y)=\sigma(3X-2)$

$=|3|\sigma(X)=\frac{\sqrt{57}}{2}$

(4) $\mathrm{E}(Y)=\mathrm{E}(-2X+4)$

$=-2\mathrm{E}(X)+4=1$

$\mathrm{V}(Y)=\mathrm{V}(-2X+4)$

$=(-2)^2\mathrm{V}(X)=\frac{19}{3}$

$\sigma(Y)=\sigma(-2X+4)$

$=|-2|\sigma(X)=\frac{\sqrt{57}}{3}$

29 답 (1) 풀이 참조

(2) $\mathrm{E}(X)=\frac{4}{5}$, $\mathrm{V}(X)=\frac{9}{25}$

(3) $\mathrm{E}(-2X+3)=\frac{7}{5}$, $\mathrm{V}(-2X+3)=\frac{36}{25}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률은 각각

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{{}_2\mathrm{C}_0\times{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{6}{10}=\underline{\frac{3}{5}}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_0}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	1

(2) $E(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{10}$

$=\frac{4}{5}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{3}{10}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{1}{10}$

$=1$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

(3) $E(-2X+3)=-2E(X)+3=\frac{7}{5}$

$V(-2X+3)=(-2)^2V(X)=\frac{36}{25}$

30 답 (1) 풀이 참조

(2) $E(X)=\frac{4}{3}$, $V(X)=\frac{16}{45}$

(3) $E(3X+1)=5$, $V(3X+1)=\frac{16}{5}$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률은 각각

$P(X=0)=\frac{{}_4C_0\times{}_2C_2}{{}_6C_2}=\frac{1}{15}$

$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_2C_1}{{}_6C_2}=\frac{8}{15}$

$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_0}{{}_6C_2}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{5}$	1

(2) $E(X)=0\times\frac{1}{15}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{5}$

$=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{15}+1^2\times\frac{8}{15}+2^2\times\frac{2}{5}$

$=\frac{32}{15}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{32}{15}-\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{45}$

(3) $E(3X+1)=3E(X)+1=5$

$V(3X+1)=3^2V(X)=\frac{16}{5}$

31 답 (1) 풀이 참조

(2) $E(X)=1$, $V(X)=\frac{2}{5}$

(3) $E(-5X+6)=1$, $V(-5X+6)=10$

풀이 (1) 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률은 각각

$P(X=0)=\frac{{}_3C_0\times{}_3C_2}{{}_6C_2}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_3C_1}{{}_6C_2}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\times{}_3C_0}{{}_6C_2}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	1

(2) $E(X)=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{5}$

$=1$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{5}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{1}{5}$

$=\frac{7}{5}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{7}{5}-1^2=\frac{2}{5}$

(3) $E(-5X+6)=-5E(X)+6=1$

$V(-5X+6)=(-5)^2V(X)=10$

32 답 (1) $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ (2) $B\left(20, \frac{1}{2}\right)$

풀이 (1) 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 짝수의 눈이 나오는 횟수 X는 이항분포 $B\left(10, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

(2) 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 앞면이 나오는 횟수 X는 이항분포 $B\left(20, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

33 답 (1) $P(X=x)={}_8C_x\left(\frac{1}{2}\right)^8$, $P(X=2)=\frac{7}{64}$

(2) $P(X=x)={}_9C_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{9-x}$, $P(X=2)=\frac{2^9}{3^7}$

풀이 (1) (i) 확률변수 X의 확률질량함수는

$P(X=x)={}_8C_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{8-x}$

$={}_8C_x\left(\frac{1}{2}\right)^8$

(ii) $P(X=2)={}_8C_2\left(\frac{1}{2}\right)^8$

$=28\times\frac{1}{2^8}=\frac{7}{64}$

(2) (i) 확률변수 X의 확률질량함수는

$P(X=x)={}_9C_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{9-x}$

(ii) $P(X=2)={}_9C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^7$

$=36\times\frac{2^7}{3^9}=\frac{2^9}{3^7}$

34 답 (1) ① $P(X=x)={}_{10}C_x\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

② $\frac{15}{128}$

(2) ① $P(X=x)={}_6C_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}$

② $\frac{80}{243}$

(3) ① $P(X=x)={}_8C_x\left(\frac{1}{5}\right)^x\left(\frac{4}{5}\right)^{8-x}$

② $\frac{7\times2^9}{5^7}$

풀이 (1) ① 한 개의 동전을 한 번 던질 때, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)={}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{10-x}=\underline{{}_{10}\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}$

② $\mathrm{P}(X=3)={}_{10}\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

$=120\times\frac{1}{2^{10}}=\underline{\frac{15}{128}}$

(2) ① 한 개의 주사위를 한 번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(6,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)=\underline{{}_6\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{2}{3}\right)^{6-x}}$

② $\mathrm{P}(X=2)={}_6\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4$

$=15\times\frac{2^4}{3^6}=\underline{\frac{80}{243}}$

(3) ① 한 개의 문제에 답할 때, 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(8,\ \frac{1}{5}\right)$을 따른다.

따라서 확률변수 X의 확률질량함수는

$\mathrm{P}(X=x)=\underline{{}_8\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{5}\right)^x\left(\frac{4}{5}\right)^{8-x}}$

② $\mathrm{P}(X=4)={}_8\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{5}\right)^4\left(\frac{4}{5}\right)^4$

$=70\times\frac{4^4}{5^8}=\underline{\frac{7\times2^9}{5^7}}$

35 답 (1) 평균: 10, 분산: 8, 표준편차: $2\sqrt{2}$
(2) 평균: 30, 분산: 15, 표준편차: $\sqrt{15}$
(3) 평균: 30, 분산: 10, 표준편차: $\sqrt{10}$
(4) 평균: 60, 분산: 15, 표준편차: $\sqrt{15}$
(5) 평균: 70, 분산: 21, 표준편차: $\sqrt{21}$

풀이 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때,
$\mathrm{E}(X)=np$, $\mathrm{V}(X)=np(1-p)$이므로

(1) 평균: $\mathrm{E}(X)=50\times\frac{1}{5}=\underline{10}$

분산: $\mathrm{V}(X)=50\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\underline{8}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{8}=\underline{2\sqrt{2}}$

(2) 평균: $\mathrm{E}(X)=60\times\frac{1}{2}=\underline{30}$

분산: $\mathrm{V}(X)=60\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\underline{15}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\underline{\sqrt{15}}$

(3) 평균: $\mathrm{E}(X)=45\times\frac{2}{3}=\underline{30}$

분산: $\mathrm{V}(X)=45\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\underline{10}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\underline{\sqrt{10}}$

(4) 평균: $\mathrm{E}(X)=80\times\frac{3}{4}=\underline{60}$

분산: $\mathrm{V}(X)=80\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\underline{15}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\underline{\sqrt{15}}$

(5) 평균: $\mathrm{E}(X)=100\times\frac{7}{10}=\underline{70}$

분산: $\mathrm{V}(X)=100\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=\underline{21}$

표준편차: $\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\underline{\sqrt{21}}$

36 답 (1) 4 (2) $\frac{8}{3}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

풀이 (1) $\mathrm{E}(X)=72p=24$에서

$p=\frac{1}{3}$

X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(72,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=72\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\underline{16}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{16}=\underline{4}$

(2) $\mathrm{E}(X)=72p=8$에서

$p=\frac{1}{9}$

X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(72,\ \frac{1}{9}\right)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=72\times\frac{1}{9}\times\frac{8}{9}=\underline{\frac{64}{9}}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{64}{9}}=\underline{\frac{8}{3}}$

(3) $\mathrm{E}(X)=72p=36$에서

$p=\frac{1}{2}$

X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(72,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=72\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\underline{18}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{18}=\underline{3\sqrt{2}}$

(4) $\mathrm{E}(X)=72p=54$에서

$p=\frac{3}{4}$

X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(72,\ \frac{3}{4}\right)$을 따르므로

$\mathrm{V}(X)=72\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\underline{\frac{27}{2}}$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{27}{2}}=\underline{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$

37 답 (1) $n=10,\ p=\frac{1}{10}$ (2) $n=25,\ p=\frac{1}{5}$
(3) $n=27,\ p=\frac{1}{3}$ (4) $n=10,\ p=\frac{1}{5}$

풀이 (1) $\mathrm{E}(X)=np=1$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=\frac{9}{10}$에서 $np=1$이므로

$1-p=\frac{9}{10}$ $\quad\therefore\ p=\underline{\frac{1}{10}}$

$\therefore\ n=\frac{1}{p}=\underline{10}$

(2) $\mathrm{E}(X)=np=5$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=4$에서 $np=5$이므로

$1-p=\frac{4}{5}\qquad \therefore p=\frac{1}{5}$

$\therefore n=\frac{5}{p}=25$

(3) $\mathrm{E}(X)=np=9$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=6$에서 $np=9$이므로

$1-p=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}\qquad \therefore p=\frac{1}{3}$

$\therefore n=\frac{9}{p}=27$

(4) $\mathrm{E}(X)=np=2$

$\mathrm{V}(X)=np(1-p)=\frac{8}{5}$에서 $np=2$이므로

$1-p=\frac{4}{5}\qquad \therefore p=\frac{1}{5}$

$\therefore n=\frac{2}{p}=10$

38 답 (1) ① 60 ② 24 (2) ① 20 ② 18 (3) ① 210 ② 63 (4) ① 30 ② $\frac{45}{2}$

풀이 (1) 자유투를 1번 던질 때, 성공시킬 확률은 $\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(100,\ \frac{3}{5}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=100\times\frac{3}{5}=\underline{60}$

② X의 분산: $\mathrm{V}(X)=100\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\underline{24}$

(2) 불량품이 나올 확률은 $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(200,\ \frac{1}{10}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=200\times\frac{1}{10}=20$

② X의 분산: $\mathrm{V}(X)=200\times\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}=18$

(3) 어린이의 비율이 $0.7=\frac{7}{10}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(300,\ \frac{7}{10}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=300\times\frac{7}{10}=210$

② X의 분산: $\mathrm{V}(X)=300\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=63$

(4) 야구선수의 타율은 $0.25=\frac{1}{4}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(120,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=120\times\frac{1}{4}=30$

② X의 분산: $\mathrm{V}(X)=120\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{45}{2}$

39 답 (1) ① 20 ② $\frac{2\sqrt{30}}{3}$ (2) ① 20 ② $\sqrt{10}$ (3) ① 25 ② $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

풀이 (1) 한 개의 주사위를 던질 때, 5의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(60,\ \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=60\times\frac{1}{3}=\underline{20}$

② X의 표준편차: $\mathrm{V}(X)=60\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\underline{\frac{40}{3}}$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{40}{3}}=\underline{\frac{2\sqrt{30}}{3}}$

(2) 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(40,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=40\times\frac{1}{2}=20$

② X의 표준편차: $\mathrm{V}(X)=40\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=10$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{10}$

(3) 한 개의 ○× 퀴즈 문제에 답할 때, 맞힐 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(50,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

① X의 평균: $\mathrm{E}(X)=50\times\frac{1}{2}=25$

② X의 표준편차: $\mathrm{V}(X)=50\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{25}{2}$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\sqrt{\frac{25}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

40 답 (1) 52원 (2) 42원 (3) 27원 (4) 30원

풀이 (1) 한 개의 동전을 던질 때, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=20\times\frac{1}{2}=\underline{10}$

$\mathrm{E}(5X+2)=5\mathrm{E}(X)+2=\underline{52}$

따라서 상금의 기댓값은 52원이다.

(2) 한 개의 주사위를 던질 때, 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(12,\ \frac{2}{3}\right)$를 따른다.

$\mathrm{E}(X)=12\times\frac{2}{3}=8$

$\mathrm{E}(4X+10)=4\mathrm{E}(X)+10=42$

따라서 상금의 기댓값은 42원이다.

(3) 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(8,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=8\times\frac{1}{2}=4$

$\mathrm{E}(7X-1)=7\mathrm{E}(X)-1=27$

따라서 상금의 기댓값은 27원이다.

(4) 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 나올 확률은 $\frac{2}{5}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{2}{5}\right)$를 따른다.

$E(X)=20\times\frac{2}{5}=8$

$E(3X+6)=3E(X)+6=30$

따라서 상금의 기댓값은 30원이다.

41 답 (1) $\frac{56}{3}$ (2) 8109 (3) 912 (4) 14430

풀이 (1) 한 개의 주사위를 던질 때, 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(12, \frac{1}{3}\right)$을 따른다.

$E(X)=12\times\frac{1}{3}=\underline{4}$

$V(X)=12\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\underline{\frac{8}{3}}$

따라서 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2$

$=\frac{8}{3}+4^2=\underline{\frac{56}{3}}$

(2) 발아율이 $\frac{90}{100}=\frac{9}{10}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(100, \frac{9}{10}\right)$를 따른다.

$E(X)=100\times\frac{9}{10}=90$

$V(X)=100\times\frac{9}{10}\times\frac{1}{10}=9$

따라서 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2$

$=9+90^2=8109$

(3) 승률이 $\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(50, \frac{3}{5}\right)$을 따른다.

$E(X)=50\times\frac{3}{5}=30$

$V(X)=50\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=12$

따라서 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2$

$=12+30^2=912$

(4) 한 개의 물건을 생산할 때, 정상품일 확률은 $\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $B\left(160, \frac{3}{4}\right)$을 따른다.

$E(X)=160\times\frac{3}{4}=120$

$V(X)=160\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=30$

따라서 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$E(X^2)=V(X)+\{E(X)\}^2$

$=30+120^2=14430$

42 답 (1) $N(5, 3^2)$ (2) $N(8, 2^2)$ (3) $N(3, 2^2)$

풀이 (1) 평균이 5, 분산이 $9=3^2$이므로 $\underline{N(5, 3^2)}$

(2) 평균이 8, 분산이 $4=2^2$이므로 $N(8, 2^2)$

(3) 평균이 3, 표준편차가 2이므로 $N(3, 2^2)$

43 답 (1) 41 (2) 8 (3) $N(41, 8^2)$

풀이 (1) $E(X)=10$이므로

$E(Y)=E(4X+1)=4E(X)+1=\underline{41}$

(2) $\sigma(X)=2$이므로

$\sigma(Y)=\sigma(4X+1)=4\sigma(X)=8$

(3) 평균이 41, 표준편차가 8이므로

$N(41, 8^2)$

44 답 (1) $m_A<m_B$ (2) $\sigma_A>\sigma_B$

풀이 (1) 곡선 A의 대칭축이 곡선 B의 대칭축보다 왼쪽에 있다.

$\therefore \underline{m_A<m_B}$

(2) 표준편차 σ의 값이 클수록 높이는 낮아지고 폭은 넓어지므로

$\sigma_A>\sigma_B$

45 답 (1) $m_A<m_B<m_C$ (2) $\sigma_A=\sigma_C<\sigma_B$

풀이 (1) 곡선 B의 대칭축이 곡선 A의 대칭축보다 오른쪽, 곡선 C의 대칭축보다 왼쪽에 있다.

$\therefore m_A<m_B<m_C$

(2) 표준편차 σ의 값이 클수록 높이는 낮아지고 폭은 넓어지므로

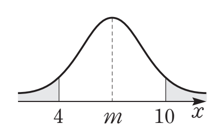
$\sigma_A=\sigma_C<\sigma_B$

46 답 (1) 7 (2) 6 (3) 9 (4) 0.6 (5) 0.8

풀이 정규분포곡선은 직선 $x=m$에 대하여 대칭이다.

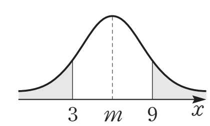
(1) $P(X\le 4)=P(X\ge 10)$에서

$m=\frac{4+10}{2}=\underline{7}$



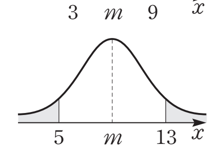
(2) $P(X\le 3)=P(X\ge 9)$에서

$m=\frac{3+9}{2}=6$



(3) $P(X\le 5)=P(X\ge 13)$에서

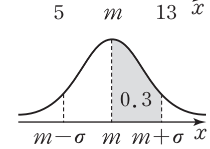
$m=\frac{5+13}{2}=9$



(4) $P(m-\sigma\le X\le m+\sigma)$

$=2P(m\le X\le m+\sigma)$

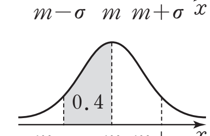
$=2\times 0.3=0.6$



(5) $P(m-\sigma\le X\le m+\sigma)$

$=2P(m-\sigma\le X\le m)$

$=2\times 0.4=0.8$



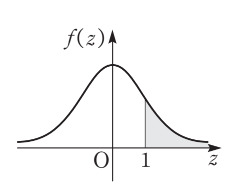
47 답 (1) 0.1587 (2) 0.9332 (3) 0.6915 (4) 0.0228 (5) 0.8664

풀이 (1) $P(Z\ge 1)$

$=0.5-P(0\le Z\le 1)$

$=0.5-0.3413$

$=\underline{0.1587}$

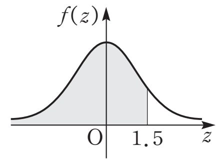


(2) $P(Z \le 1.5)$

$=0.5+P(0 \le Z \le 1.5)$

$=0.5+0.4332$

$=0.9332$

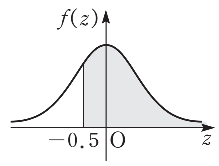


(3) $P(Z \ge -0.5)$

$=P(0 \le Z \le 0.5)+0.5$

$=0.1915+0.5$

$=0.6915$

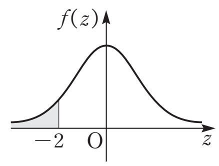


(4) $P(Z \le -2)$

$=0.5-P(0 \le Z \le 2)$

$=0.5-0.4772$

$=0.0228$

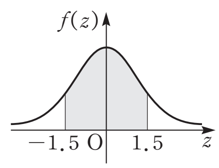


(5) $P(-1.5 \le Z \le 1.5)$

$=2P(0 \le Z \le 1.5)$

$=2 \times 0.4332$

$=0.8664$



48 답 (1) 1　(2) -0.5　(3) 2　(4) 1.5　(5) -1

풀이 (1) $P(Z \le c)=0.8413$이므로 $c>0$

$P(Z \le 0)+P(0 \le Z \le c)=0.8413$에서

$0.5+P(0 \le Z \le c)=0.8413$

$\therefore P(0 \le Z \le c)=0.3413$

이때 $P(0 \le Z \le 1)=0.3413$이므로

$c=\underline{1}$

(2) $P(Z \ge c)=0.6915$이므로 $c<0$

$P(c \le Z \le 0)+P(Z \ge 0)=0.6915$에서

$P(c \le Z \le 0)+0.5=0.6915$

$\therefore P(c \le Z \le 0)=P(0 \le Z \le -c)=0.1915$

이때 $P(0 \le Z \le 0.5)=0.1915$이므로

$c=-0.5$

(3) $P(-c \le Z \le c)=2P(0 \le Z \le c)=0.9544$에서

$P(0 \le Z \le c)=0.4772$

이때 $P(0 \le Z \le 2)=0.4772$이므로

$c=2$

(4) $P(Z \ge c)=0.0668$이므로 $c>0$

$P(Z \ge 0)-P(0 \le Z \le c)=0.0668$에서

$0.5-P(0 \le Z \le c)=0.0668$

$\therefore P(0 \le Z \le c)=0.4332$

이때 $P(0 \le Z \le 1.5)$이므로

$c=1.5$

(5) $P(Z \le c)=0.1587$이므로 $c<0$

$P(Z \le 0)-P(c \le Z \le 0)=0.1587$에서

$0.5-P(c \le Z \le 0)=0.1587$

$\therefore P(c \le Z \le 0)=0.3413$

이때 $P(0 \le Z \le 1)=0.3413$이므로

$P(-1 \le Z \le 0)=0.3413$

$\therefore c=-1$

49 답 (1) $Z=\dfrac{X-9}{2}$　(2) $Z=\dfrac{X-10}{5}$　(3) $Z=\dfrac{X-24}{3}$

풀이 (1) $N(9,\ 4)=N(9,\ 2^2)$이므로 표준화하면

$Z=\underline{\dfrac{X-9}{2}}$

(2) $N(10,\ 5^2)$이므로 표준화하면

$Z=\dfrac{X-10}{5}$

(3) $N(24,\ 9)=N(24,\ 3^2)$이므로 표준화하면

$Z=\dfrac{X-24}{3}$

50 답 (1) $P(-2 \le Z \le 2)$　(2) $P(0 \le Z \le 2)$　(3) $P(-2 \le Z \le 1)$

풀이 (1) $N(5,\ 4)=N(5,\ 2^2)$이므로

$P(1 \le X \le 9)=P\left(\dfrac{1-5}{2} \le Z \le \dfrac{9-5}{2}\right)$

$=\underline{P(-2 \le Z \le 2)}$

(2) $N(8,\ 3^2)$이므로

$P(8 \le X \le 14)=P\left(\dfrac{8-8}{3} \le Z \le \dfrac{14-8}{3}\right)$

$=P(0 \le Z \le 2)$

(3) $N(14,\ 25)=N(14,\ 5^2)$이므로

$P(4 \le X \le 19)=P\left(\dfrac{4-14}{5} \le Z \le \dfrac{19-14}{5}\right)$

$=P(-2 \le Z \le 1)$

51 답 (1) 0.9772　(2) 0.0228　(3) 0.0013　(4) 0.84　(5) 0.84

풀이 $Z=\dfrac{X-40}{5}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

(1) $P(X \le 50)=P\left(Z \le \dfrac{50-40}{5}\right)$

$=P(Z \le 2)$

$=0.5+P(0 \le Z \le 2)$

$=0.5+0.4772=\underline{0.9772}$

(2) $P(X \le 30)=P\left(Z \le \dfrac{30-40}{5}\right)$

$=P(Z \le -2)$

$=0.5-P(0 \le Z \le 2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

(3) $P(X \ge 55)=P\left(Z \ge \dfrac{55-40}{5}\right)$

$=P(Z \ge 3)$

$=0.5-P(0 \le Z \le 3)$

$=0.5-0.4987=0.0013$

(4) $P(35 \le X \le 55)=P\left(\dfrac{35-40}{5} \le Z \le \dfrac{55-40}{5}\right)$

$=P(-1 \le Z \le 3)$

$=P(0 \le Z \le 1)+P(0 \le Z \le 3)$

$=0.3413+0.4987=0.84$

(5) $P(25 \le X \le 45)=P\left(\dfrac{25-40}{5} \le Z \le \dfrac{45-40}{5}\right)$

$=P(-3 \le Z \le 1)$

$=P(0 \le Z \le 3)+P(0 \le Z \le 1)$

$=0.4987+0.3413=0.84$

52 답 (1) 59.5 (2) 49 (3) 58 (4) 61 (5) 53.5

풀이 $Z=\frac{X-55}{3}$는 표준정규분포 N(0, 1)을 따른다.

(1) $P(X\le c)=0.9332$에서

$P\left(Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.9332$

$P(Z\le 0)+P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.9332$

$0.5+P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.9332$

$\therefore P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.4332$

이때 $P(0\le Z\le 1.5)=0.4332$이므로

$\frac{c-55}{3}=1.5$, $c-55=4.5$

$\therefore c=59.5$

(2) $P(X\ge c)=0.9772$에서

$P\left(Z\ge\frac{c-55}{3}\right)=0.9772$

$P\left(\frac{c-55}{3}\le Z\le 0\right)+P(Z\ge 0)=0.9772$

$P\left(\frac{c-55}{3}\le Z\le 0\right)+0.5=0.9772$

$\therefore P\left(\frac{c-55}{3}\le Z\le 0\right)=0.4772$

이때 $P(0\le Z\le 2)=0.4772$이므로

$P(-2\le Z\le 0)=0.4772$에서

$\frac{c-55}{3}=-2$, $c-55=-6$

$\therefore c=49$

(3) $P(-c+110\le X\le c)=0.6826$에서

$P\left(\frac{(-c+110)-55}{3}\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.6826$

$P\left(-\frac{c-55}{3}\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.6826$

$2P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.6826$

$\therefore P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.3413$

이때 $P(0\le Z\le 1)=0.3413$이므로

$\frac{c-55}{3}=1$, $c-55=3$

$\therefore c=58$

(4) $P(X\ge c)=0.0228$에서

$P\left(Z\ge\frac{c-55}{3}\right)=0.0228$

$P(Z\ge 0)-P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.0228$

$0.5-P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.0228$

$\therefore P\left(0\le Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.4772$

이때 $P(0\le Z\le 2)=0.4772$이므로

$\frac{c-55}{3}=2$, $c-55=6$

$\therefore c=61$

(5) $P(X\le c)=0.3085$에서

$P\left(Z\le\frac{c-55}{3}\right)=0.3085$

$P(Z\le 0)-P\left(\frac{c-55}{3}\le Z\le 0\right)=0.3085$

$0.5-P\left(\frac{c-55}{3}\le Z\le 0\right)=0.3085$

$\therefore P\left(\frac{c-55}{3}\le Z\le 0\right)=0.1915$

이때 $P(0\le Z\le 0.5)=0.1915$이므로

$P(-0.5\le Z\le 0)=0.1915$에서

$\frac{c-55}{3}=-0.5$, $c-55=-1.5$

$\therefore c=53.5$

53 답 (1) 14 (2) 19 (3) 24 (4) 23

풀이 $Z=\frac{X-m}{4}$은 표준정규분포 N(0, 1)을 따른다.

(1) $P(X\ge 12)=0.6915$에서

$P\left(Z\ge\frac{12-m}{4}\right)=0.6915$

$P\left(\frac{12-m}{4}\le Z\le 0\right)+P(Z\ge 0)=0.6915$

$P\left(\frac{12-m}{4}\le Z\le 0\right)+0.5=0.6915$

$\therefore P\left(\frac{12-m}{4}\le Z\le 0\right)=0.1915$

이때 $P(0\le Z\le 0.5)=0.1915$이므로

$P(-0.5\le Z\le 0)=0.1915$에서

$\frac{12-m}{4}=-0.5$, $12-m=-2$

$\therefore m=14$

(2) $P(X\le 23)=0.8413$에서

$P\left(Z\le\frac{23-m}{4}\right)=0.8413$

$P(Z\le 0)+P\left(0\le Z\le\frac{23-m}{4}\right)=0.8413$

$0.5+P\left(0\le Z\le\frac{23-m}{4}\right)=0.8413$

$\therefore P\left(0\le Z\le\frac{23-m}{4}\right)=0.3413$

이때 $P(0\le Z\le 1)=0.3413$이므로

$\frac{23-m}{4}=1$, $23-m=4$

$\therefore m=19$

(3) $P(X\ge 30)=0.0668$에서

$P\left(Z\ge\frac{30-m}{4}\right)=0.0668$

$P(Z\ge 0)-P\left(0\le Z\le\frac{30-m}{4}\right)=0.0668$

$0.5-P\left(0\le Z\le\frac{30-m}{4}\right)=0.0668$

$\therefore P\left(0\le Z\le\frac{30-m}{4}\right)=0.4332$

이때 $P(0\le Z\le 1.5)=0.4332$이므로

$\frac{30-m}{4}=1.5$, $30-m=6$

$\therefore m=24$

(4) $\mathrm{P}(X\le 19)=0.1587$에서

$\mathrm{P}\left(Z\le \frac{19-m}{4}\right)=0.1587$

$\mathrm{P}(Z\le 0)-\mathrm{P}\left(\frac{19-m}{4}\le Z\le 0\right)=0.1587$

$0.5-\mathrm{P}\left(\frac{19-m}{4}\le Z\le 0\right)=0.1587$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(\frac{19-m}{4}\le Z\le 0\right)=0.3413$

이때 $\mathrm{P}(0\le Z\le 1)=0.3413$이므로

$\mathrm{P}(-1\le Z\le 0)=0.3413$에서

$\frac{19-m}{4}=-1,\ 19-m=-4$

$\therefore\ m=23$

54 답 (1) 0.14 (2) 0.07 (3) 0.69

풀이 (1) 감자 한 개의 무게를 X g이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(80,\ 10^2)$을 따른다.

따라서 $Z=\frac{X-80}{10}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

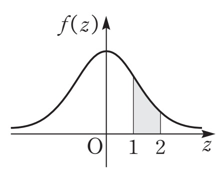
$\mathrm{P}(90\le X\le 100)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{90-80}{10}\le Z\le \frac{100-80}{10}\right)$

$=\mathrm{P}(1\le Z\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=0.48-0.34=0.14$



(2) 남학생 한 명의 몸무게를 X kg이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(70,\ 20^2)$을 따른다.

따라서 $Z=\frac{X-70}{20}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

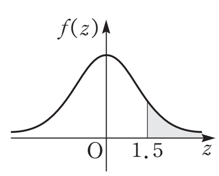
$\mathrm{P}(X\ge 100)$

$=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{100-70}{20}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 1.5)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5-0.43=0.07$



(3) 학생 한 명의 수학 성적을 X점이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(70,\ 14^2)$을 따른다.

따라서 $Z=\frac{X-70}{14}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

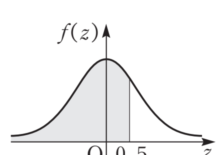
$\mathrm{P}(X\le 77)$

$=\mathrm{P}\left(Z\le \frac{77-70}{14}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\le 0.5)$

$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)$

$=0.5+0.19=0.69$



55 답 (1) 14명 (2) 279개 (3) 340명

풀이 (1) 학생 한 명의 용돈을 X원이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(5,\ 2^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-5}{2}$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

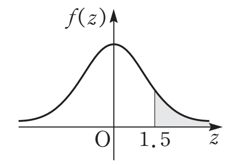
$\therefore\ \mathrm{P}(X\ge 8)$

$=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{8-5}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 1.5)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5-0.43=0.07$



따라서 전체 학생 수가 200명이므로 용돈이 8만 원 이상인 학생 수는

$200\times 0.07=14$(명)

(2) 달걀 한 개의 무게를 X g이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(70,\ 12^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-70}{12}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

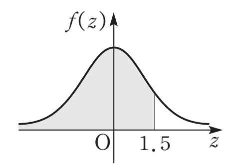
$\therefore\ \mathrm{P}(X\le 88)$

$=\mathrm{P}\left(Z\le \frac{88-70}{12}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\le 1.5)$

$=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5+0.43=0.93$



따라서 무게가 88 g 이하인 달걀의 개수는

$300\times 0.93=279$(개)

(3) 학생 한 명의 키를 X cm라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(170,\ 15^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-170}{15}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

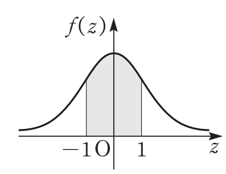
$\therefore\ \mathrm{P}(155\le X\le 185)$

$=\mathrm{P}\left(\frac{155-170}{15}\le Z\le \frac{185-170}{15}\right)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le 1)$

$=2\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=2\times 0.34=0.68$



따라서 키가 155 cm 이상 185 cm 이하인 학생 수는

$500\times 0.68=340$(명)

56 답 (1) 95점 (2) 65점 (3) 80점

풀이 (1) 학생들의 영어 성적을 X점이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(80,\ 15^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-80}{15}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

받아야 하는 최소 점수를 a점이라고 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{80}{500}=0.16$이므로

$\mathrm{P}(X\ge a)=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{a-80}{15}\right)$

$=0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le \frac{a-80}{15}\right)$

$=0.16$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(0\le Z\le \frac{a-80}{15}\right)=0.34$

그런데 표준정규분포표에서 $\mathrm{P}(0\le Z\le 1)=0.34$이므로

$\frac{a-80}{15}=1 \qquad \therefore a=\underline{95}$

따라서 영어 성적이 상위 80등 이내에 들려면 최소 95점을 받아야 한다.

(2) 학생들의 수학 성적을 X점이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(60,\ 10^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-60}{10}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

받아야 하는 최소 점수를 a점이라고 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{124}{400}=0.31$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\ge a)&=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{a-60}{10}\right)\\&=0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le \frac{a-60}{10}\right)\\&=0.31\end{aligned}$$

$\therefore \mathrm{P}\left(0\le Z\le \frac{a-60}{10}\right)=0.19$

그런데 표준정규분포표에서 $\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)=0.19$이므로

$\frac{a-60}{10}=0.5 \qquad \therefore a=65$

따라서 수학 성적이 상위 124등 이내에 들려면 최소 65점을 받아야 한다.

(3) 지원자의 입사 시험 성적을 X점이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(70,\ 5^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-70}{5}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

합격자의 최저 점수를 a점이라고 하면

$\mathrm{P}(X\ge a)=\frac{40}{2000}=0.02$이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\ge a)&=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{a-70}{5}\right)\\&=0.5-\mathrm{P}\left(0\le Z\le \frac{a-70}{5}\right)\\&=0.02\end{aligned}$$

$\therefore \mathrm{P}\left(0\le Z\le \frac{a-70}{5}\right)=0.48$

그런데 표준정규분포표에서 $\mathrm{P}(0\le Z\le 2)=0.48$이므로

$\frac{a-70}{5}=2 \qquad \therefore a=80$

따라서 합격자의 최저 점수는 80점이다.

57 답 (1) $\mathrm{N}(32,\ 4^2)$ (2) $\mathrm{N}(108,\ 6^2)$ (3) $\mathrm{N}(20,\ (\sqrt{15})^2)$

풀이 (1) 한 개의 동전을 한 번 던질 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(64,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=64\times\frac{1}{2}=32$

$\sigma(X)=\sqrt{64\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=\sqrt{16}=4$

따라서 확률변수 X는 정규분포 $\underline{\mathrm{N}(32,\ 4^2)}$을 따른다.

(2) 한 개의 주사위를 한 번 던질 때, 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(162,\ \frac{2}{3}\right)$를 따른다.

$\mathrm{E}(X)=162\times\frac{2}{3}=108$

$\sigma(X)=\sqrt{162\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}}=\sqrt{36}=6$

따라서 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(108,\ 6^2)$을 따른다.

(3) 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 두 개 모두 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$이므로 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(80,\ \frac{1}{4}\right)$을 따른다.

$\mathrm{E}(X)=80\times\frac{1}{4}=20$

$\sigma(X)=\sqrt{80\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}=\sqrt{15}$

따라서 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ (\sqrt{15})^2)$을 따른다.

58 답 (1) 0.0228 (2) 0.9332 (3) 0.8185

풀이 (1) $m=100\times\frac{1}{5}=20$

$\sigma^2=100\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=16$

이때 $n=100$은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ 4^2)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X\ge 28)&=\mathrm{P}\left(Z\ge \frac{28-20}{4}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\ge 2)\\&=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=0.5-0.4772\\&=\underline{0.0228}\end{aligned}$$

(2) $m=192\times\frac{1}{4}=48$

$\sigma^2=192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=36$

이때 $n=192$는 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(48,\ 6^2)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(X\le 57)&=\mathrm{P}\left(Z\le \frac{57-48}{6}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\le 1.5)\\&=0.5+\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)\\&=0.5+0.4332\\&=0.9332\end{aligned}$$

(3) $m=180\times\frac{5}{6}=150$

$\sigma^2=180\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=25$

이때 $n=180$은 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(150,\ 5^2)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ &\mathrm{P}(145\le X\le 160)\\&=\mathrm{P}\left(\frac{145-150}{5}\le Z\le \frac{160-150}{5}\right)\\&=\mathrm{P}(-1\le Z\le 2)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 1)+\mathrm{P}(0\le Z\le 2)\\&=0.3413+0.4772\\&=0.8185\end{aligned}$$

59 답 (1) 0.044　(2) 0.6826　(3) 0.0228　(4) 0.6687　(5) 0.1587　(6) 0.0668　(7) 0.383

풀이 (1) 치유되는 환자의 수를 X명이라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(100, \frac{80}{100}\right)$, 즉 $B\left(100, \frac{4}{5}\right)$를 따르므로

$m=100\times\frac{4}{5}=80$

$\sigma^2=100\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=16$

이때 $n=100$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(80, 4^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-80}{4}$은 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$P(86\le X\le 88)$
$=P\left(\frac{86-80}{4}\le Z\le\frac{88-80}{4}\right)$
$=P(1.5\le Z\le 2)$
$=P(0\le Z\le 2)-P(0\le Z\le 1.5)$
$=0.4772-0.4332$
$=0.044$

(2) 뒷면이 나오는 횟수를 X번이라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(64, \frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$m=64\times\frac{1}{2}=32$

$\sigma^2=64\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=16$

이때 $n=64$는 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(32, 4^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-32}{4}$는 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$P(28\le X\le 36)$
$=P\left(\frac{28-32}{4}\le Z\le\frac{36-32}{4}\right)$
$=P(-1\le Z\le 1)$
$=2P(0\le Z\le 1)$
$=2\times 0.3413$
$=0.6826$

(3) 5의 눈이 나오는 횟수를 X번이라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(180, \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$m=180\times\frac{1}{6}=30$

$\sigma^2=180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=25$

이때 $n=180$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(30, 5^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-30}{5}$은 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$P(X\ge 40)=P\left(Z\ge\frac{40-30}{5}\right)$
$=P(Z\ge 2)$
$=0.5-P(0\le Z\le 2)$
$=0.5-0.4772$
$=0.0228$

(4) 맞힌 문제의 개수를 X개라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(100, \frac{1}{5}\right)$을 따르므로

$m=100\times\frac{1}{5}=20$

$\sigma^2=100\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=16$

이때 $n=100$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(20, 4^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-20}{4}$은 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$P(18\le X\le 28)$
$=P\left(\frac{18-20}{4}\le Z\le\frac{28-20}{4}\right)$
$=P(-0.5\le Z\le 2)$
$=P(0\le Z\le 0.5)+P(0\le Z\le 2)$
$=0.1915+0.4772$
$=0.6687$

(5) 가위바위보에서 이기는 횟수를 X번이라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(150, \frac{60}{100}\right)$, 즉 $B\left(150, \frac{3}{5}\right)$을 따르므로

$m=150\times\frac{3}{5}=90$

$\sigma^2=150\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=36$

이때 $n=150$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(90, 6^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-90}{6}$은 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$P(X\le 84)=P\left(Z\le\frac{84-90}{6}\right)$
$=P(Z\le -1)$
$=0.5-P(0\le Z\le 1)$
$=0.5-0.3413$
$=0.1587$

(6) 발아하는 씨앗의 개수를 X개라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(400, \frac{90}{100}\right)$, 즉 $B\left(400, \frac{9}{10}\right)$를 따르므로

$m=400\times\frac{9}{10}=360$

$\sigma^2=400\times\frac{9}{10}\times\frac{1}{10}=36$

이때 $n=400$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(360, 6^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-360}{6}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$P(X\geq 369)=P\left(Z\geq\frac{369-360}{6}\right)$$
$$=P(Z\geq 1.5)$$
$$=0.5-P(0\leq Z\leq 1.5)$$
$$=0.5-0.4332$$
$$=0.0668$$

(7) 안타를 치는 횟수를 X번이라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $B\left(192,\ \frac{25}{100}\right)$, 즉 $B\left(192,\ \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$m=192\times\frac{1}{4}=48$

$\sigma^2=192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=36$

이때 $n=192$는 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $N(48,\ 6^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-48}{6}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$$P(45\leq X\leq 51)=P\left(\frac{45-48}{6}\leq Z\leq\frac{51-48}{6}\right)$$
$$=P(-0.5\leq Z\leq 0.5)$$
$$=2P(0\leq Z\leq 0.5)$$
$$=2\times 0.1915$$
$$=0.383$$

중단원 점검문제 | Ⅲ-1 확률분포 109-111쪽

01 답 $\frac{23}{40}$

풀이 $P(X=6)=\frac{18}{40}=\frac{9}{20}$, $P(X=8)=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$이므로

$$P(X=6\text{ 또는 }X=8)=P(X=6)+P(X=8)$$
$$=\frac{9}{20}+\frac{1}{8}=\frac{23}{40}$$

02 답 $\frac{1}{4}$

풀이 확률의 총합은 1이므로

$a+\frac{a}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=1$, $\frac{3}{2}a=\frac{3}{8}$

$\therefore a=\frac{1}{4}$

03 답 $\frac{1}{2}$

풀이 $P(X^2-2X=0)=P(X=0\text{ 또는 }X=2)$

$$=P(X=0)+P(X=2)$$
$$=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

04 답 $\frac{2}{5}$

풀이 $P(X^2=1)=P(X=-1\text{ 또는 }X=1)$

$$=P(X=-1)+P(X=1)$$
$$=\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

05 답 $\frac{13}{14}$

풀이 확률의 총합은 1이므로

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$에서

$k\times 1^2+k\times 2^2+k\times 3^2=1$

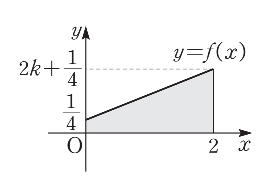
$14k=1$ $\quad\therefore k=\frac{1}{14}$

즉, $P(X=x)=\frac{1}{14}x^2$이므로

$$P(X\geq 2)=P(X=2)+P(X=3)$$
$$=\frac{4}{14}+\frac{9}{14}=\frac{13}{14}$$

06 답 $\frac{3}{8}$

풀이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로

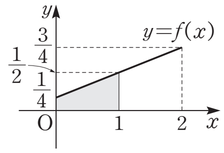


$\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+2k+\frac{1}{4}\right)\times 2=1$

$2k+\frac{1}{2}=1$ $\quad\therefore k=\frac{1}{4}$

$\therefore f(x)=\frac{1}{4}x+\frac{1}{4}$

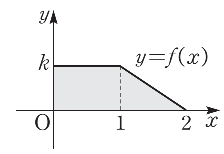
$P(X \le 1)$은 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$P(X \le 1)=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\times 1=\frac{3}{8}$

07 답 $\frac{5}{12}$

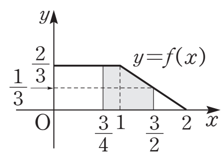
풀이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이므로



$1\times k+\frac{1}{2}\times 1\times k=1$

$\frac{3}{2}k=1 \qquad \therefore k=\frac{2}{3}$

$$f(x)=\begin{cases} \frac{2}{3} & (0\le x\le 1) \\ \frac{2}{3}(2-x) & (1\le x\le 2) \end{cases}$$



이므로

$P\left(\frac{3}{4}\le X\le\frac{3}{2}\right)$

$=$(직사각형의 넓이)$+$(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$

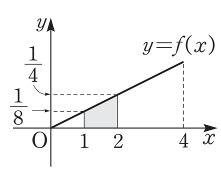
08 답 $\frac{3}{16}$

풀이 $f(x)=kx$라고 하면 함수 $y=kx$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=0$, $x=4$로 둘러싸인 도형의 넓이가 1이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times 4k=1 \qquad \therefore k=\frac{1}{8}$

$\therefore f(x)=\frac{1}{8}x$

$P(1\le X\le 2)$는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로



$P(1\le X\le 2)$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{4}\right)\times 1=\frac{3}{16}$

09 답 $\frac{\sqrt{42}}{6}$

풀이 $E(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{12}+3\times\frac{1}{2}$

$=\frac{12}{6}=2$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{12}+1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{12}+3^2\times\frac{1}{2}=\frac{31}{6}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{31}{6}-2^2=\frac{7}{6}$

$\therefore \sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{7}{6}}=\frac{\sqrt{42}}{6}$

10 답 3400원

풀이 행운권 한 장으로 받을 수 있는 상금을 X원이라고 할 때, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면

X	0	5000	10000	20000	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{25}$	1

$\therefore E(X)=0\times\frac{3}{5}+5000\times\frac{1}{5}+10000\times\frac{4}{25}$

$+20000\times\frac{1}{25}=3400$

따라서 상금의 기댓값은 3400원이다.

11 답 $\frac{20}{49}$

풀이 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고, 그 확률을 각각 구하면

$P(X=0)=\frac{{}_4C_0\times{}_3C_2}{{}_7C_2}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_3C_1}{{}_7C_2}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$

$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_3C_0}{{}_7C_2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

$E(X)=0\times\frac{1}{7}+1\times\frac{4}{7}+2\times\frac{2}{7}=\frac{8}{7}$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{7}+1^2\times\frac{4}{7}+2^2\times\frac{2}{7}=\frac{12}{7}$

$\therefore V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{12}{7}-\left(\frac{8}{7}\right)^2$

$=\frac{20}{49}$

12 답 17

풀이 $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$6=E(X^2)-2^2$

$\therefore E(X^2)=10$

$\therefore E(2X^2-3)=2E(X^2)-3=17$

13 답 105

풀이 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6이고, 각각의 확률은 $\frac{1}{6}$이므로

$E(X)=1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+3\times\frac{1}{6}+4\times\frac{1}{6}+5\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}$

$=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}$

$E(X^2)=1^2\times\frac{1}{6}+2^2\times\frac{1}{6}+3^2\times\frac{1}{6}+4^2\times\frac{1}{6}+5^2\times\frac{1}{6}$

$+6^2\times\frac{1}{6}$

$=\frac{91}{6}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{91}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{35}{12}$

$\therefore V(6X+5)=6^2V(X)=105$

14 답 평균: 60, 표준편차: $2\sqrt{6}$

풀이 $E(X)=100\times\frac{3}{5}=60$

$V(X)=100\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=24$

$\therefore\ \sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

15 답 $n=48,\ p=\frac{1}{4}$

풀이 $E(X)=np=12$

$\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}=3$에서 $np=12$이므로

$\sqrt{12(1-p)}=3,\ 12(1-p)=9$

$\therefore\ p=\frac{1}{4}$

$\therefore\ n=\frac{12}{p}=48$

16 답 2500원

풀이 동전을 한 번 던질 때, 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로

확률변수 X는 이항분포 $B\left(50,\ \frac{1}{2}\right)$을 따른다.

$E(X)=50\times\frac{1}{2}=25$

$\therefore\ E(100X)=100E(X)=2500$

따라서 상금의 기댓값은 2500원이다.

17 답 3642

풀이 안타를 칠 확률이 $\frac{3}{10}$이므로 확률변수 X는 이항분포

$B\left(200,\ \frac{3}{10}\right)$을 따른다.

$E(X)=200\times\frac{3}{10}=60$

$V(X)=200\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=42$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$에서

$42=E(X^2)-60^2$

$\therefore\ E(X^2)=3642$

18 답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

풀이 곡선 A, B의 대칭축이 서로 같고 곡선 C, D의 대칭축이 서로 같으며, 곡선 A, B의 대칭축이 곡선 C, D의 대칭축의 왼쪽에 있다.

$\therefore\ m_A=m_B<m_C=m_D$

표준편차가 클수록 높이는 낮아지고 폭은 넓어지므로

$\sigma_B=\sigma_C<\sigma_A=\sigma_D$

ㄱ. $m_A=m_B$ (참)　　ㄴ. $m_A<m_D$ (거짓)

ㄷ. $m_B<m_C$ (거짓)　　ㄹ. $\sigma_A=\sigma_D$ (참)

ㅁ. $\sigma_B<\sigma_A$ (거짓)　　ㅂ. $\sigma_C<\sigma_A$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅂ이다.

19 답 1.53

풀이 $P(Z\le 0.5)=0.5+P(0\le Z\le 0.5)$

$=0.5+0.19$

$=0.69$

$P(Z\ge -1)=0.5+P(0\le Z\le 1)$

$=0.5+0.34$

$=0.84$

$\therefore\ P(Z\le 0.5)+P(Z\ge -1)=0.69+0.84=1.53$

20 답 0.02

풀이 $N(70,\ 36)=N(70,\ 6^2)$이므로

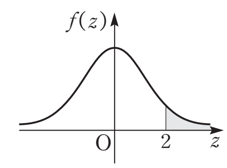
$P(X\ge 82)=P\left(Z\ge\frac{82-70}{6}\right)$

$=P(Z\ge 2)$

$=0.5-P(0\le Z\le 2)$

$=0.5-0.48$

$=0.02$



21 답 0.5

풀이 $Z=\frac{X-8}{2}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(8-2c\le X\le 8+2c)$

$=P\left(\frac{(8-2c)-8}{2}\le Z\le\frac{(8+2c)-8}{2}\right)$

$=P(-c\le Z\le c)$

$=2P(0\le Z\le c)$

$=0.38$

$\therefore\ P(0\le Z\le c)=0.19$

이때 $P(0\le Z\le 0.5)=0.19$이므로

$c=0.5$

22 답 246명

풀이 학생 한 명의 몸무게를 X kg이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(55,\ 8^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-55}{8}$는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

$\therefore\ P(47\le X\le 71)$

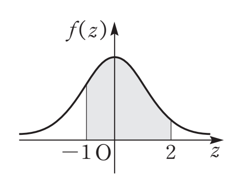
$=P\left(\frac{47-55}{8}\le Z\le\frac{71-55}{8}\right)$

$=P(-1\le Z\le 2)$

$=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2)$

$=0.34+0.48$

$=0.82$



따라서 전체 학생 수가 300명이므로 몸무게가 47 kg 이상 71 kg 이하인 학생 수는

$300\times 0.82=246$(명)

23 답 45번

풀이 학생들의 윗몸일으키기 횟수를 X번이라고 하면 확률변수 X는 정규분포 $N(30,\ 10^2)$을 따르므로

$Z=\frac{X-30}{10}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따른다.

최소 윗몸일으키기 횟수를 a번이라고 하면

$\mathrm{P}(X \geq a)=\frac{14}{200}=0.07$이므로

$\mathrm{P}(X \geq a)=\mathrm{P}\left(Z \geq \frac{a-30}{10}\right)$

$=0.5-\mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \frac{a-30}{10}\right)$

$=0.07$

$\therefore \mathrm{P}\left(0 \leq Z \leq \frac{a-30}{10}\right)=0.43$

그런데 표준정규분포표에서 $\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1.5)=0.43$ 이므로

$\frac{a-30}{10}=1.5 \qquad \therefore a=45$

따라서 윗몸일으키기 횟수가 상위 14번째 이내에 들려면 윗몸일으키기를 최소 45번 해야 한다.

24 답 0.84

풀이 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수가 같게 나올 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$이므로 주사위의 두 눈의 수가 같게 나오는 횟수를 X번이라고 하면 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(180, \frac{1}{6}\right)$을 따른다.

$m=180 \times \frac{1}{6}=30$

$\sigma^2=180 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}=25$

이때 $n=180$은 충분히 크므로 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(30, 5^2)$을 따른다.

$Z=\frac{X-30}{5}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0, 1)$을 따르므로 구하는 확률은

$\mathrm{P}(X \leq 35)=\mathrm{P}\left(Z \leq \frac{35-30}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(Z \leq 1)$

$=0.5+\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 1)$

$=0.5+0.34$

$=0.84$

Ⅲ-2 | 통계적 추정 112-125쪽

01 답 (1) 표본조사 (2) 표본조사 (3) 전수조사 (4) 표본조사

풀이 (1) 일부만 추출해서 조사하는 표본조사가 적합하다.

(2) 일부만 추출해서 조사하는 표본조사가 적합하다.

(3) 도시에 거주하는 전체 인구를 조사하는 전수조사가 적합하다.

(4) 일부만 추출해서 조사하는 표본조사가 적합하다.

02 답 (1) ① 16 ② 12 (2) ① 125 ② 60

풀이 (1) ① 4개의 공에서 2개를 뽑는 중복순열의 수와 같으므로

${}_4\Pi_2=4^2=16$

② 4개의 공에서 2개를 뽑는 순열의 수와 같으므로

${}_4\mathrm{P}_2=4 \times 3=12$

(2) ① 5장의 카드에서 3장을 뽑는 중복순열의 수와 같으므로

${}_5\Pi_3=5^3=125$

② 5장의 카드에서 3장을 뽑는 순열의 수와 같으므로

${}_5\mathrm{P}_3=5 \times 4 \times 3=60$

03 답 (1) 1, 2, 3, 4, 5 (2) 풀이 참조

(3) $\mathrm{E}(\overline{X})=3$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{4}{3}$

풀이 (1) 크기가 2인 표본을 복원추출하므로

$(1, 1)$인 경우 $\overline{X}=\frac{1+1}{2}=1$

$(1, 3)$, $(3, 1)$인 경우 $\overline{X}=\frac{1+3}{2}=2$

$(1, 5)$, $(3, 3)$, $(5, 1)$인 경우 $\overline{X}=\frac{1+5}{2}=\frac{3+3}{2}=3$

$(3, 5)$, $(5, 3)$인 경우 $\overline{X}=\frac{3+5}{2}=4$

$(5, 5)$인 경우 $\overline{X}=\frac{5+5}{2}=5$

따라서 표본평균 $\overline{X}$가 가질 수 있는 값은 1, 2, 3, 4, 5이다.

(2) $\mathrm{P}(\overline{X}=1)=\frac{1}{9}$

$\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(\overline{X}=3)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$\mathrm{P}(\overline{X}=4)=\frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(\overline{X}=5)=\frac{1}{9}$

따라서 $\overline{X}$의 확률분포를 표로 나타내면

$\overline{X}$	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(\overline{X}=\overline{x})$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

(3) $\mathrm{E}(\overline{X})=1 \times \frac{1}{9}+2 \times \frac{2}{9}+3 \times \frac{1}{3}+4 \times \frac{2}{9}+5 \times \frac{1}{9}$

$=\frac{27}{9}=3$

$$\mathrm{E}(\overline{X}^2)=1^2\times\frac{1}{9}+2^2\times\frac{2}{9}+3^2\times\frac{1}{3}+4^2\times\frac{2}{9}+5^2\times\frac{1}{9}$$
$$=\frac{93}{9}=\frac{31}{3}$$
$$\therefore \mathrm{V}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2$$
$$=\frac{31}{3}-3^2=\frac{4}{3}$$

04 답 (1) $0,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{3}{2},\ 2$ (2) 풀이 참조
(3) $\mathrm{E}(\overline{X})=1,\ \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{3}$

풀이 (1) 크기가 2인 표본을 복원추출하므로

$(0,\ 0)$인 경우 $\overline{X}=\frac{0+0}{2}=0$

$(0,\ 1),\ (1,\ 0)$인 경우 $\overline{X}=\frac{0+1}{2}=\frac{1}{2}$

$(0,\ 2),\ (1,\ 1),\ (2,\ 0)$인 경우 $\overline{X}=\frac{0+2}{2}=\frac{1+1}{2}=1$

$(1,\ 2),\ (2,\ 1)$인 경우 $\overline{X}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$

$(2,\ 2)$인 경우 $\overline{X}=\frac{2+2}{2}=2$

따라서 표본평균 $\overline{X}$가 가질 수 있는 값은

$0,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{3}{2},\ 2$이다.

(2) $\mathrm{P}(\overline{X}=0)=\frac{1}{9}$

$\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(\overline{X}=1)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{3}{2}\right)=\frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\frac{1}{9}$

따라서 $\overline{X}$의 확률분포를 표로 나타내면

$\overline{X}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	합계
$\mathrm{P}(\overline{X}=\overline{x})$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

(3) $\mathrm{E}(\overline{X})=0\times\frac{1}{9}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{9}+1\times\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\times\frac{2}{9}+2\times\frac{1}{9}=1$

$$\mathrm{E}(\overline{X}^2)=0^2\times\frac{1}{9}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{2}{9}+1^2\times\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{2}{9}+2^2\times\frac{1}{9}$$
$$=\frac{24}{18}=\frac{4}{3}$$
$$\therefore \mathrm{V}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2$$
$$=\frac{4}{3}-1^2=\frac{1}{3}$$

05 답 (1) 평균: 20, 분산: 1, 표준편차: 1
(2) 평균: 40, 분산: $\frac{5}{2}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{10}}{2}$
(3) 평균: 50, 분산: $\frac{1}{25}$, 표준편차: $\frac{1}{5}$
(4) 평균: 60, 분산: $\frac{3}{10}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{30}}{10}$

풀이 (1) 모평균이 $m=20$, 모표준편차가 $\sigma=2$, 표본의 크기가 $n=4$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=20$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{2^2}{4}=1$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{2}{\sqrt{4}}=1$

(2) 모평균이 $m=40$, 모표준편차가 $\sigma=5$, 표본의 크기가 $n=10$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=40$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{5^2}{10}=\frac{5}{2}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{5}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

(3) 모평균이 $m=50$, 모표준편차가 $\sigma=1$, 표본의 크기가 $n=25$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=50$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{1^2}{25}=\frac{1}{25}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{25}}=\frac{1}{5}$

(4) 모평균이 $m=60$, 모표준편차가 $\sigma=3$, 표본의 크기가 $n=30$이므로

$\mathrm{E}(\overline{X})=m=60$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{3^2}{30}=\frac{3}{10}$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{3}{\sqrt{30}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$

06 답 (1) 9 (2) 4 (3) 25 (4) 16

풀이 (1) 모표준편차가 $\sigma=6$이므로 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는 $\sigma(\overline{X})=\frac{6}{\sqrt{n}}$이다.

$\frac{6}{\sqrt{n}}\le 2$에서 $\frac{\sqrt{n}}{6}\ge\frac{1}{2},\ \sqrt{n}\ge 3$ $\therefore n\ge 9$

따라서 n의 최솟값은 9이다.

(2) 모표준편차가 $\sigma=2$이므로 표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는

$\sigma(\overline{X})=\frac{2}{\sqrt{n}}$이다.

$\frac{2}{\sqrt{n}}\le 1$에서 $\frac{\sqrt{n}}{2}\ge 1,\ \sqrt{n}\ge 2$ $\therefore n\ge 4$

따라서 n의 최솟값은 4이다.

(3) 모분산이 $25=5^2$이므로 모표준편차는 $\sigma=5$이다.

표본평균 $\overline{X}$의 표준편차는 $\sigma(\overline{X})=\frac{5}{\sqrt{n}}$이므로

$\frac{5}{\sqrt{n}}\ge 1,\ \frac{\sqrt{n}}{5}\le 1,\ \sqrt{n}\le 5$ $\therefore n\le 25$

따라서 n의 최댓값은 25이다.

(4) 모표준편차가 $\sigma=8$이므로 표본평균 $\overline{X}$의 분산은

$\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{64}{n}$이다.

$\frac{64}{n}\le 4$에서 $\frac{n}{64}\ge\frac{1}{4}$ $\therefore n\ge 16$

따라서 n의 최솟값은 16이다.

07 답 (1) 평균: 1, 분산: $\frac{1}{5}$

(2) 평균: 2, 분산: $\frac{1}{9}$

(3) 평균: 3, 분산: $\frac{1}{4}$

풀이 (1) 확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{5}$

$=1$

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{1}{5}+1^2\times\frac{3}{5}+2^2\times\frac{1}{5}$

$=\frac{7}{5}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{7}{5}-1^2=\frac{2}{5}$

$\therefore m=1,\ \sigma^2=\frac{2}{5}$

이때 표본의 크기가 2이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=\underline{1}$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{\frac{2}{5}}{2}=\underline{\frac{1}{5}}$

(2) 확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{3}$

$=\frac{6}{3}=2$

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{3}+2^2\times\frac{1}{3}+3^2\times\frac{1}{3}$

$=\frac{14}{3}$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=\frac{14}{3}-2^2=\frac{2}{3}$

$\therefore m=2,\ \sigma^2=\frac{2}{3}$

이때 표본의 크기가 6이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=2$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{\frac{2}{3}}{6}=\frac{1}{9}$

(3) 확률변수 X에 대하여

$\mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{2}+5\times\frac{1}{4}$

$=\frac{12}{4}=3$

$\mathrm{E}(X^2)=1^2\times\frac{1}{4}+3^2\times\frac{1}{2}+5^2\times\frac{1}{4}$

$=\frac{44}{4}=11$

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2$

$=11-3^2=2$

$\therefore m=3,\ \sigma^2=2$

이때 표본의 크기가 8이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=3$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

08 답 (1) 6 (2) 15 (3) $8\sqrt{3}$ (4) 8

풀이 (1) $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{4}}=\frac{\sigma}{2}=3$이므로

$\sigma(X)=\underline{6}$

(2) $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{9}}=\frac{\sigma}{3}=5$이므로

$\sigma(X)=15$

(3) $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{3}}=8$이므로

$\sigma(X)=8\sqrt{3}$

(4) $\mathrm{V}(\overline{X})=4=2^2$에서 $\sigma(\overline{X})=2$

$\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{16}}=\frac{\sigma}{4}=2$이므로

$\sigma(X)=8$

09 답 (1) $\mathrm{N}(80,\ 16)$ (2) $\mathrm{N}(50,\ 12)$ (3) $\mathrm{N}(100,\ 5)$

풀이 (1) 모평균이 $m=80$, 모분산이 $\sigma^2=64$, 표본의 크기가 $n=4$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=\underline{80}$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{64}{4}=\underline{16}$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\underline{\mathrm{N}(80,\ 16)}$을 따른다.

(2) 모평균이 $m=50$, 모분산이 $\sigma^2=36$, 표본의 크기가 $n=3$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=50$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{36}{3}=12$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 12)$를 따른다.

(3) 모평균이 $m=100$, 모분산이 $\sigma^2=25$, 표본의 크기가 $n=5$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=100$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{25}{5}=5$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(100,\ 5)$를 따른다.

10 답 (1) 0.8185 (2) 0.9332 (3) 0.0668

풀이 (1) 모평균이 $m=20$, 모분산이 $\sigma^2=12$, 표본의 크기가 $n=3$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=20$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{12}{3}=4$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ 2^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-20}{2}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

$\mathrm{P}(18\le\overline{X}\le24)$

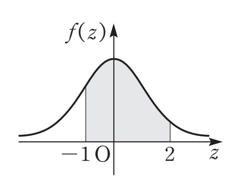
$=\mathrm{P}\left(\frac{18-20}{2}\le Z\le\frac{24-20}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(-1\le Z\le2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le1)+\mathrm{P}(0\le Z\le2)$

$=0.3413+0.4772$

$=\underline{0.8185}$



(2) 모평균이 $m=120$, 모분산이 $\sigma^2=100$, 표본의 크기가 $n=25$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $E(\overline{X})=m=120$

분산은 $V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{100}{25}=4$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(120,\ 2^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-120}{2}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(\overline{X}\le 123)$

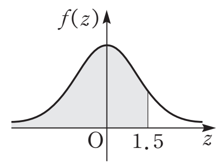
$=P\left(Z\le\frac{123-120}{2}\right)$

$=P(Z\le 1.5)$

$=0.5+P(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5+0.4332$

$=0.9332$



(3) 모평균이 $m=150$, 모분산이 $\sigma^2=64$, 표본의 크기가 $n=4$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $E(\overline{X})=m=150$

분산은 $V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{64}{4}=16$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(150,\ 4^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-150}{4}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(\overline{X}\ge 156)$

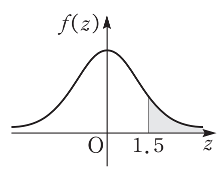
$=P\left(Z\ge\frac{156-150}{4}\right)$

$=P(Z\ge 1.5)$

$=0.5-P(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5-0.4332$

$=0.0668$



11 답 (1) 0.9772 (2) 0.8413 (3) 0.8185 (4) 0.0668

풀이 (1) 모평균이 $m=50$, 모표준편차가 $\sigma=10$, 표본의 크기가 $n=25$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $E(\overline{X})=m=50$

분산은 $V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{10^2}{25}=4$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(50,\ 2^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-50}{2}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(\overline{X}\ge 46)$

$=P\left(Z\ge\frac{46-50}{2}\right)$

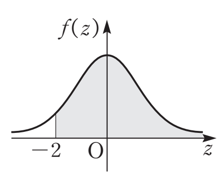
$=P(Z\ge -2)$

$=P(-2\le Z\le 0)+0.5$

$=0.5+P(0\le Z\le 2)$

$=0.5+0.4772$

$=0.9772$



(2) 모평균이 $m=200$, 모표준편차가 $\sigma=30$, 표본의 크기가 $n=9$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $E(\overline{X})=m=200$

분산은 $V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{30^2}{9}=100$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(200,\ 10^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-200}{10}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(\overline{X}\le 210)$

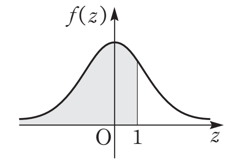
$=P\left(Z\le\frac{210-200}{10}\right)$

$=P(Z\le 1)$

$=0.5+P(0\le Z\le 1)$

$=0.5+0.3413$

$=0.8413$



(3) 모평균이 $m=15$, 모표준편차가 $\sigma=10$, 표본의 크기가 $n=4$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $E(\overline{X})=m=15$

분산은 $V(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{10^2}{4}=25$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(15,\ 5^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-15}{5}$는 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(10\le\overline{X}\le 25)$

$=P\left(\frac{10-15}{5}\le Z\le\frac{25-15}{5}\right)$

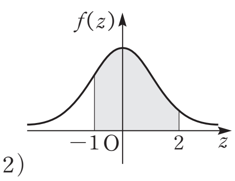
$=P(-1\le Z\le 2)$

$=P(-1\le Z\le 0)+P(0\le Z\le 2)$

$=P(0\le Z\le 1)+P(0\le Z\le 2)$

$=0.3413+0.4772$

$=0.8185$



(4) 모평균이 $m=600$, 모표준편차가 $\sigma=200$, 표본의 크기가 $n=100$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $E(\overline{X})=m=600$

분산은 $V(\overline{X})=\frac{200^2}{100}=400$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N(600,\ 20^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-600}{20}$은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$을 따르므로

$P(\overline{X}\ge 630)$

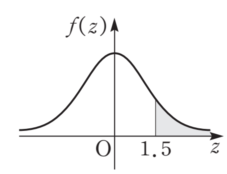
$=P\left(Z\ge\frac{630-600}{20}\right)$

$=P(Z\ge 1.5)$

$=0.5-P(0\le Z\le 1.5)$

$=0.5-0.4332$

$=0.0668$



12 답 (1) $46.08\le m\le 53.92$ (2) $44.84\le m\le 55.16$

풀이 (1) 표본평균이 $\overline{x}=50$, 표본의 크기가 $n=64$이고, $n=64$는 충분히 크므로 모표준편차 σ 대신 표본표준편차 16을 이용하면

(1) 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$50-1.96\times\frac{16}{\sqrt{64}}\le m\le 50+1.96\times\frac{16}{\sqrt{64}}$$

$\therefore\ 46.08\le m\le 53.92$

(2) 모평균 m의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$50-2.58\times\frac{16}{\sqrt{64}}\le m\le 50+2.58\times\frac{16}{\sqrt{64}}$$

$\therefore\ 44.84\le m\le 55.16$

13 답 (1) $64.608 \le m \le 65.392$ (2) $64.484 \le m \le 65.516$

풀이 표본평균이 $\overline{x}=65$, 표본의 크기가 $n=100$이고, $n=100$은 충분히 크므로 모표준편차 σ 대신 표본표준편차 2를 이용하면

(1) 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$65-1.96\times\frac{2}{\sqrt{100}} \le m \le 65+1.96\times\frac{2}{\sqrt{100}}$$

$\therefore$ $64.608 \le m \le 65.392$

(2) 모평균 m의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$65-2.58\times\frac{2}{\sqrt{100}} \le m \le 65+2.58\times\frac{2}{\sqrt{100}}$$

$\therefore$ $64.484 \le m \le 65.516$

14 답 (1) $196.08 \le m \le 203.92$ (2) $194.84 \le m \le 205.16$

풀이 (1) 표본평균이 $\overline{x}=200$, 표본의 크기가 $n=144$이고, $n=144$는 충분히 크므로 모표준편차 σ 대신 표본표준편차 24를 이용하면

(1) 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$200-1.96\times\frac{24}{\sqrt{144}} \le m \le 200+1.96\times\frac{24}{\sqrt{144}}$$

$\therefore$ $196.08 \le m \le 203.92$

(2) 모평균 m의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$200-2.58\times\frac{24}{\sqrt{144}} \le m \le 200+2.58\times\frac{24}{\sqrt{144}}$$

$\therefore$ $194.84 \le m \le 205.16$

15 답 (1) $380.4 \le m \le 419.6$ (2) $374.2 \le m \le 425.8$

풀이 표본평균이 $\overline{x}=400$, 표본의 크기가 $n=81$이고, $n=81$은 충분히 크므로 모표준편차 σ 대신 표본표준편차 90을 이용하면

(1) 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$400-1.96\times\frac{90}{\sqrt{81}} \le m \le 400+1.96\times\frac{90}{\sqrt{81}}$$

$\therefore$ $380.4 \le m \le 419.6$

(2) 모평균 m의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$400-2.58\times\frac{90}{\sqrt{81}} \le m \le 400+2.58\times\frac{90}{\sqrt{81}}$$

$\therefore$ $374.2 \le m \le 425.8$

16 답 (1) 거짓 (2) 거짓 (3) 참 (4) 참

풀이 (1) 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 커지면 $\sqrt{n}$의 값이 커지므로 $2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 작아진다.

따라서 거짓이다.

(2) 신뢰도를 낮추면서 표본의 크기를 크게 하면 신뢰구간의 길이는 짧아진다.

따라서 거짓이다.

(3) 신뢰도를 높이면서 표본의 크기를 일정하게 하면

$2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커진다.

따라서 참이다.

(4) 신뢰도를 낮추면서 표본의 크기를 작게 하면

$2k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값은 커지는지 작아지는지 알 수 없다.

따라서 참이다.

17 답 (1) 1.96 (2) 2.58

풀이 $\sigma=5$이므로

(1) 신뢰구간의 길이는

$$2\times1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times1.96\times\frac{5}{\sqrt{100}}=\underline{1.96}$$

(2) 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times2.58\times\frac{5}{\sqrt{100}}=2.58$$

18 답 (1) 0.392 (2) 0.516

풀이 표본의 크기 $n=400$은 충분히 크므로 모표준편차 σ 대신 표본표준편차 2를 이용하면

(1) 구하는 신뢰구간의 길이는

$$2\times1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times1.96\times\frac{2}{\sqrt{400}}=\underline{0.392}$$

(2) 구하는 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times2.58\times\frac{2}{\sqrt{400}}=0.516$$

19 답 (1) $n\ge196$ (2) $n\ge36$ (3) $n\le3136$

풀이 (1) 신뢰도 95 %로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이가 1.4 이하가 되어야 하므로

$$2\times1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}}\le1.4$$

$\frac{19.6}{\sqrt{n}}\le1.4$, $\sqrt{n}\ge14$

$\therefore$ $\underline{n\ge196}$

(2) 신뢰도 99 %로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이가 4.3 이하가 되어야 하므로

$$2\times2.58\times\frac{5}{\sqrt{n}}\le4.3$$

$\frac{25.8}{\sqrt{n}}\le4.3$, $\sqrt{n}\ge6$

$\therefore$ $n\ge36$

(3) 신뢰도 95 %로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이가 0.7 이상이 되어야 하므로

$$2\times1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}\ge0.7$$

$\frac{39.2}{\sqrt{n}}\ge0.7$, $\sqrt{n}\le56$

$\therefore$ $n\le3136$

20 답 (1) 19 (2) 25 (3) 15

풀이 (1) 모평균을 m, 표본의 크기를 n, 표본평균을 $\overline{x}$라고 하면 모평균 m의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$\overline{x}-2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

에서

$$-2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le m-\overline{x}\le 2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

이므로 모평균과 표본평균의 차는

$$|m-\overline{x}|\le 2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

이때 모평균과 표본평균의 차가 6 이하이어야 하므로

$$2.58\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le 6$$

$$\sqrt{n}\ge 4.3$$

$$\therefore\ n\ge 18.49$$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 19이다.

(2) 모평균을 m, 표본의 크기를 n, 표본평균을 $\overline{x}$라고 하면 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$\overline{x}-1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

에서

$$-1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le m-\overline{x}\le 1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

이므로 모평균과 표본평균의 차는

$$|m-\overline{x}|\le 1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}$$

이때 모평균과 표본평균의 차가 4 이하이어야 하므로

$$1.96\times\frac{10}{\sqrt{n}}\le 4$$

$$\sqrt{n}\ge 4.9$$

$$\therefore\ n\ge 24.01$$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 25이다.

(3) 모평균을 m, 표본의 크기를 n, 표본평균을 $\overline{x}$라고 하면 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$\overline{x}-1.96\times\frac{18}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{18}{\sqrt{n}}$$

에서

$$-1.96\times\frac{18}{\sqrt{n}}\le m-\overline{x}\le 1.96\times\frac{18}{\sqrt{n}}$$

이므로 모평균과 표본평균의 차는

$$|m-\overline{x}|\le 1.96\times\frac{18}{\sqrt{n}}$$

이때 모평균과 표본평균의 차가 9 이상이어야 하므로

$$1.96\times\frac{18}{\sqrt{n}}\ge 9$$

$$\sqrt{n}\le 3.92$$

$$\therefore\ n\le 15.3664$$

따라서 표본의 크기의 최댓값은 15이다.

21 답 (1) $\frac{1}{10}$ (2) $\frac{1}{15}$

풀이 (1) 전체 학생 500명 중에서 자전거를 이용하여 통학하는 학생이 50명이므로

$$p=\frac{50}{500}=\frac{1}{10}$$

(2) 표본 150명 중에서 자전거를 이용하여 통학하는 학생이 10명이므로

$$\hat{p}=\frac{10}{150}=\frac{1}{15}$$

22 답 (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{3}{20}$

풀이 (1) 전체 인구 30만 명 중에서 반려동물과 함께 사는 사람이 5만 명이므로

$$p=\frac{50000}{300000}=\frac{1}{6}$$

(2) 표본 2000명 중에서 반려동물과 함께 사는 사람이 300명이므로

$$\hat{p}=\frac{300}{2000}=\frac{3}{20}$$

23 답 (1) 평균: 0.2, 분산: 0.0064, 표준편차: 0.08
(2) 평균: 0.4, 분산: 0.0016, 표준편차: 0.04
(3) 평균: 0.9, 분산: 0.0001, 표준편차: 0.01
(4) 평균: 0.5, 분산: 0.0025, 표준편차: 0.05

풀이 (1) 모비율이 $p=0.2$, 표본의 크기가 $n=25$이므로

$$\mathrm{E}(\hat{p})=0.2$$

$$\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.2\times0.8}{25}=0.0064$$

$$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{25}}=0.08$$

(2) 모비율이 $p=0.4$, 표본의 크기가 $n=150$이므로

$$\mathrm{E}(\hat{p})=0.4$$

$$\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.4\times0.6}{150}=0.0016$$

$$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{0.4\times0.6}{150}}=0.04$$

(3) 모비율이 $p=0.9$, 표본의 크기가 $n=900$이므로

$$\mathrm{E}(\hat{p})=0.9$$

$$\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.9\times0.1}{900}=0.0001$$

$$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{0.9\times0.1}{900}}=0.01$$

(4) 모비율이 0.5, 표본의 크기가 $n=100$이므로

$$\mathrm{E}(\hat{p})=0.5$$

$$\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.5\times0.5}{100}=0.0025$$

$$\sigma(\hat{p})=\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{100}}=0.05$$

24 답 (1) $\mathrm{N}(0.3,\ 0.002)$ (2) $\mathrm{N}(0.1,\ 0.0015)$
(3) $\mathrm{N}(0.6,\ 0.0012)$

풀이 (1) $\mathrm{E}(\hat{p})=0.3$, $\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.3\times0.7}{105}=0.002$

이때 표본의 크기가 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.3,\ 0.002)$를 따른다.

(2) $\mathrm{E}(\hat{p})=0.1$, $\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.1\times0.9}{60}=0.0015$

이때 표본의 크기가 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.1,\ 0.0015)$를 따른다.

(3) $\mathrm{E}(\hat{p})=0.6$, $\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.6\times0.4}{200}=0.0012$

이때 표본의 크기가 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.6,\ 0.0012)$를 따른다.

25 답 (1) 0.8413 (2) 0.0228 (3) 0.6915

풀이 $\mathrm{E}(\hat{p})=0.25$, $\mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.25\times0.75}{75}=0.0025$

이때 표본의 크기가 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.25,\ 0.0025)$를 따르고 $Z=\frac{\hat{p}-0.25}{0.05}$로 놓으면 확률변수 Z는 근사적으로 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

(1) $\mathrm{P}(\hat{p}\le0.3)=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{0.3-0.25}{0.05}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\le1)$
$=\mathrm{P}(Z\le0)+\mathrm{P}(0\le Z\le1)$
$=0.5+0.3413$
$=\underline{0.8413}$

(2) $\mathrm{P}(\hat{p}\ge0.35)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{0.35-0.25}{0.05}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\ge2)$
$=\mathrm{P}(Z\ge0)-\mathrm{P}(0\le Z\le2)$
$=0.5-0.4772$
$=0.0228$

(3) $\mathrm{P}(\hat{p}\ge0.225)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{0.225-0.25}{0.05}\right)$
$=\mathrm{P}(Z\ge-0.5)$
$=\mathrm{P}(-0.5\le Z\le0)+\mathrm{P}(Z\ge0)$
$=\mathrm{P}(0\le Z\le0.5)+\mathrm{P}(Z\ge0)$
$=0.1915+0.5$
$=0.6915$

26 답 (1) $0.304\le p\le0.696$
(2) $0.242\le p\le0.758$

풀이 표본비율이 $\hat{p}=0.5$, 표본의 크기가 $n=25$이므로

(1) 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.5-1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{25}}\le p\le0.5+1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{25}}$$

$\therefore\ \underline{0.304}\le p\le\underline{0.696}$

(2) 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.5-2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{25}}\le p\le0.5+2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{25}}$$

$\therefore\ 0.242\le p\le0.758$

27 답 (1) $0.5216\le p\le0.6784$
(2) $0.4968\le p\le0.7032$

풀이 표본비율이 $\hat{p}=0.6$, 표본의 크기가 $n=150$이므로

(1) 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.6-1.96\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{150}}\le p\le0.6+1.96\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{150}}$$

$\therefore\ 0.5216\le p\le0.6784$

(2) 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.6-2.58\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{150}}\le p\le0.6+2.58\times\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{150}}$$

$\therefore\ 0.4968\le p\le0.7032$

28 답 (1) $0.0706\le p\le0.1294$ (2) $0.0613\le p\le0.1387$

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\frac{40}{400}=0.1$, 표본의 크기가 $n=400$이므로

(1) 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.1-1.96\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{400}}\le p\le0.1+1.96\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{400}}$$

$\therefore\ 0.0706\le p\le0.1294$

(2) 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.1-2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{400}}\le p\le0.1+2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{400}}$$

$\therefore\ 0.0613\le p\le0.1387$

29 답 (1) $0.7216\le p\le0.8784$ (2) $0.6968\le p\le0.9032$

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\frac{80}{100}=0.8$, 표본의 크기가 $n=100$이므로

(1) 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.8-1.96\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{100}}\le p\le0.8+1.96\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{100}}$$

$\therefore\ 0.7216\le p\le0.8784$

(2) 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.8-2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{100}}\le p\le0.8+2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{100}}$$

$\therefore\ 0.6968\le p\le0.9032$

30 답 (1) 0.098 (2) 0.129

풀이 표본비율이 $\hat{p}=0.25$, 표본의 크기가 $n=300$이므로

(1) 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.25\times0.75}{300}}=\underline{0.098}$$

(2) 신뢰도 99 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.25\times0.75}{300}}=0.129$$

31 답 (1) 0.4704 (2) 0.6192

풀이 표본비율이 $\hat{p}=0.64$, 표본의 크기가 $n=16$이므로

(1) 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{16}}=0.4704$$

(2) 신뢰도 99 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{16}}=0.6192$$

32 답 (1) 0.196 (2) 0.258

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\frac{50}{100}=0.5$, 표본의 크기가 $n=100$이므로

(1) 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{100}}=0.196$$

(2) 신뢰도 99 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{100}}=0.258$$

33 답 (1) 0.245 (2) 0.3225

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\frac{36}{48}=0.75$, 표본의 크기가 $n=48$이므로

(1) 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.75\times0.25}{48}}=0.245$$

(2) 신뢰도 99 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.75\times0.25}{48}}=0.3225$$

34 답 (1) $n\geq64$ (2) $n\geq144$ (3) $n\geq196$

풀이 (1) 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이가 0.196 이하가 되어야 하므로

$$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\leq0.196$$

$\sqrt{n}\geq8$

$\therefore n\geq64$

(2) 신뢰도 99 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이가 0.129 이하가 되어야 하므로

$$2\times2.58\times\sqrt{\frac{0.9\times0.1}{n}}\leq0.129$$

$\sqrt{n}\geq12$

$\therefore n\geq144$

(3) 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이가 0.14 이하가 되어야 하므로

$$2\times1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}\leq0.14$$

$\sqrt{n}\geq14$

$\therefore n\geq196$

35 답 (1) 400 (2) 225 (3) 100

풀이 (1) 모비율을 p, 표본의 크기를 n이라고 하면 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.2-1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\leq p\leq0.2+1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$$

에서

$$-1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\leq p-0.2\leq1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$$

이므로 모비율과 표본비율의 차는

$$|p-0.2|\leq1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}$$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.0392 이하이어야 하므로

$$1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{n}}\leq0.0392$$

$\sqrt{n}\geq20$

$\therefore n\geq400$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 400이다.

(2) 모비율을 p, 표본의 크기를 n이라고 하면 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.5-2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}\leq p\leq0.5+2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}$$

에서

$$-2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}\leq p-0.5\leq2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}$$

이므로 모비율과 표본비율의 차는

$$|p-0.5|\leq2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}$$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.086 이하이어야 하므로

$$2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times0.5}{n}}\leq0.086$$

$\sqrt{n}\geq15$

$\therefore n\geq225$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 225이다.

(3) 모비율을 p, 표본의 크기를 n이라고 하면 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.8-2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}\leq p\leq0.8+2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}$$

에서

$$-2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}\leq p-0.8\leq2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}$$

이므로 모비율과 표본비율의 차는

$$|p-0.8|\leq2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}$$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.1032 이하이어야 하므로

$$2.58\times\sqrt{\frac{0.8\times0.2}{n}}\leq0.1032$$

$\sqrt{n}\geq10$

$\therefore n\geq100$

따라서 표본의 크기의 최솟값은 100이다.

01 답 풀이 참조

풀이 $\overline{X}=2$인 경우: $(2,\ 2)$ ➡ $\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\frac{1}{9}$

$\overline{X}=3$인 경우: $(2,\ 4),\ (4,\ 2)$ ➡ $\mathrm{P}(\overline{X}=3)=\frac{2}{9}$

$\overline{X}=4$인 경우: $(2,\ 6),\ (4,\ 4),\ (6,\ 2)$

➡ $\mathrm{P}(\overline{X}=4)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$\overline{X}=5$인 경우: $(4,\ 6),\ (6,\ 4)$ ➡ $\mathrm{P}(\overline{X}=5)=\frac{2}{9}$

$\overline{X}=6$인 경우: $(6,\ 6)$ ➡ $\mathrm{P}(\overline{X}=6)=\frac{1}{9}$

따라서 표본평균 $\overline{X}$의 확률분포를 표로 나타내면

$\overline{X}$	2	3	4	5	6	합계
$\mathrm{P}(\overline{X}=\bar{x})$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

02 답 평균: 4, 표준편차: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

풀이 $\mathrm{E}(\overline{X})=2\times\frac{1}{9}+3\times\frac{2}{9}+4\times\frac{1}{3}+5\times\frac{2}{9}+6\times\frac{1}{9}$

$=\frac{36}{9}=4$

$\mathrm{E}(\overline{X}^2)=2^2\times\frac{1}{9}+3^2\times\frac{2}{9}+4^2\times\frac{1}{3}+5^2\times\frac{2}{9}+6^2\times\frac{1}{9}$

$=\frac{156}{9}=\frac{52}{3}$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2$

$=\frac{52}{3}-4^2=\frac{4}{3}$

$\therefore\ \sigma(\overline{X})=\sqrt{\mathrm{V}(\overline{X})}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

03 답 28

풀이 모평균이 $m=5$, 모분산이 $\sigma^2=12$, 표본의 크기가 $n=3$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=5$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{12}{3}=4$

$\mathrm{V}(\overline{X})=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-\{\mathrm{E}(\overline{X})\}^2$에서

$4=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-5^2$

$\therefore\ \mathrm{E}(\overline{X}^2)=29$

$\therefore\ \mathrm{E}(\overline{X}^2-1)=\mathrm{E}(\overline{X}^2)-1=28$

04 답 0.0228

풀이 모평균이 $m=70$, 모표준편차가 $\sigma=20$, 표본의 크기가 $n=100$이므로 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

평균은 $\mathrm{E}(\overline{X})=m=70$

분산은 $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{20^2}{100}=4$

따라서 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(70,\ 2^2)$을 따른다.

이때 $Z=\frac{\overline{X}-70}{2}$은 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르므로

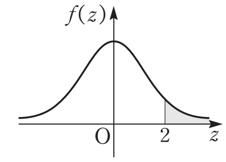
$\mathrm{P}(\overline{X}\geq 74)=\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{74-70}{2}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\geq 2)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\leq Z\leq 2)$

$=0.5-0.4772$

$=0.0228$



05 답 25

풀이 $\mathrm{P}(\overline{X}\leq 76)=\mathrm{P}\left(Z\leq\frac{76-70}{\frac{20}{\sqrt{n}}}\right)$

$=\mathrm{P}\left(Z\leq\frac{3\sqrt{n}}{10}\right)$

$=0.5+\mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\frac{3\sqrt{n}}{10}\right)$

$=0.9332$

$\therefore\ \mathrm{P}\left(0\leq Z\leq\frac{3\sqrt{n}}{10}\right)=0.4332$

이때 $\mathrm{P}(0\leq Z\leq 1.5)=0.4332$이므로

$\frac{3\sqrt{n}}{10}=1.5,\ 3\sqrt{n}=15$

$\therefore\ n=25$

06 답 $43.71\leq m\leq 46.29$

풀이 표본평균이 $\bar{x}=45$, 표본의 크기가 $n=144$이고, $n=144$는 충분히 크므로 모표준편차 σ 대신 표본표준편차 6을 이용하면

모평균 m의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$45-2.58\times\frac{6}{\sqrt{144}}\leq m\leq 45+2.58\times\frac{6}{\sqrt{144}}$

$\therefore\ 43.71\leq m\leq 46.29$

07 답 0.49

풀이 $\sigma=5$이므로 신뢰구간의 길이는

$2\times 1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=2\times 1.96\times\frac{5}{\sqrt{1600}}$

$=0.49$

08 답 1849

풀이 신뢰도 99 %로 추정한 모평균의 신뢰구간의 길이가 0.6 이하가 되어야 하므로

$2\times 2.58\times\frac{5}{\sqrt{n}}\leq 0.6,\ \frac{25.8}{\sqrt{n}}\leq 0.6$

$\sqrt{n}\geq 43$

$\therefore\ n\geq 1849$

따라서 n의 최솟값은 1849이다.

09 답 0.8413

풀이 이 공장에서 생산하는 제품 중에서 196개를 임의추출할 때, 불량률을 $\hat{p}$이라고 하면 모비율이 $p=0.02$, 표본의 크기가 $n=196$이므로

$\mathrm{E}(\hat{p})=0.02,\ \mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.02\times 0.98}{196}=0.0001$

이때 표본의 크기가 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.02,\ 0.0001)$을 따르고 $Z=\dfrac{\hat{p}-0.02}{0.01}$로 놓으면 확률변수 Z는 근사적으로 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\hat{p}\le 0.03)&=\mathrm{P}\left(Z\le\frac{0.03-0.02}{0.01}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\le 1)\\&=\mathrm{P}(Z\le 0)+\mathrm{P}(0\le Z\le 1)\\&=0.5+0.3413=0.8413\end{aligned}$$

10 답 0.0668

풀이 이 공장에서 생산하는 제품 중에서 49개를 임의추출할 때, 불량률을 $\hat{p}$이라고 하면 모비율이 $p=0.02$, 표본의 크기가 $n=49$이므로

$$\mathrm{E}(\hat{p})=0.02,\ \mathrm{V}(\hat{p})=\frac{0.02\times 0.98}{49}=0.0004$$

이때 표본의 크기가 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$은 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(0.02,\ 0.0004)$를 따르고 $Z=\dfrac{\hat{p}-0.02}{0.02}$로 놓으면 확률변수 Z는 근사적으로 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(\hat{p}\ge 0.05)&=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{0.05-0.02}{0.02}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\ge 1.5)\\&=\mathrm{P}(Z\ge 0)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1.5)\\&=0.5-0.4332=0.0668\end{aligned}$$

11 답 $0.402\le p\le 0.598$

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\dfrac{50}{100}=0.5$, 표본의 크기가 $n=100$이므로 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.5-1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times 0.5}{100}}\le p\le 0.5+1.96\times\sqrt{\frac{0.5\times 0.5}{100}}$$

$\therefore\ 0.402\le p\le 0.598$

12 답 0.129

풀이 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.5-2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times 0.5}{100}}\le p\le 0.5+2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times 0.5}{100}}$$

이므로

$$k=2.58\times\sqrt{\frac{0.5\times 0.5}{100}}=0.129$$

13 답 0.0392

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\dfrac{90}{900}=0.1$, 표본의 크기가 $n=900$이므로 신뢰도 95 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이는

$$2\times 1.96\times\sqrt{\frac{0.1\times 0.9}{900}}=0.0392$$

14 답 81개

풀이 표본의 크기를 n이라고 할 때, 신뢰도 99 %로 추정한 모비율의 신뢰구간의 길이가 0.172 이하가 되어야 하므로

$$2\times 2.58\times\sqrt{\frac{0.1\times 0.9}{n}}\le 0.172$$

$\sqrt{n}\ge 9$

$\therefore\ n\ge 81$

따라서 표본은 81개 이상이어야 한다.

15 답 256명

풀이 표본비율이 $\hat{p}=\dfrac{80}{400}=0.2$이므로 모비율을 p, 표본의 크기를 n이라고 하면 모비율 p의 신뢰도 95 %인 신뢰구간은

$$0.2-1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}\le p\le 0.2+1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}$$

에서

$$-1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}\le p-0.2\le 1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}$$

이므로 모비율과 표본비율의 차는

$$|p-0.2|\le 1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}$$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.049 이하이어야 하므로

$$1.96\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}\le 0.049$$

$\sqrt{n}\ge 16$

$\therefore\ n\ge 256$

따라서 표본은 256명 이상이어야 한다.

16 답 64명

풀이 모비율을 p, 표본의 크기를 n이라고 하면 모비율 p의 신뢰도 99 %인 신뢰구간은

$$0.2-2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}\le p\le 0.2+2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}$$

에서

$$-2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}\le p-0.2\le 2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}$$

이므로 모비율과 표본비율의 차는

$$|p-0.2|\le 2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}$$

이때 모비율과 표본비율의 차가 0.129 이하이어야 하므로

$$2.58\times\sqrt{\frac{0.2\times 0.8}{n}}\le 0.129$$

$\sqrt{n}\ge 8$

$\therefore\ n\ge 64$

따라서 표본은 64명 이상이어야 한다.