

풍산자
반복수학
파워

공통수학 1

구성과 특징

1

주제별 구성으로 개념 » 연산 » 유형을 동시에 연습하는 빠른 학습서
문제 해결에 꼭 필요한 핵심 개념과 개념 기본 문제를 연습하고
유형 실전 문제를 통해 개념부터 유형까지 빠르게 학습

2

한 권으로 핵심 유형의 기본기를 완성하는 실전 학습서
갑작스러운 난이도 상승 없는 유형 문제 구성으로
문제 해결 과정을 반복적으로 연습하여 저절로 실전 문제 해결력 향상

3

3단계 학습으로 빈틈없이 실력을 강화하는 단계형 학습서
[개념 적용 학습] » [유형 학습] » [중단원 유형 점검]의 3단계 학습으로
체계적인 훈련을 통해 스스로 실력 완성

개념 《연산》 유형을 한 번에, 실전 기본기를 빠르게 완성하는 반복 학습서

개념 적용 학습

조립제법

1-2. 활용하다 나열하다

조립제법
다항식을 일차식으로 나타낼 때, 계수만을 이용하여 분과 나머지를 구하는 방법을 조립제법이라 한다.

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 이고, $ax+b$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q_1(x)$ 이다.

예시 $x^2 - 2x^2 + 4x - 2$ 를 $(x-2)$ 로 나누어 몫과 나머지를 구하시오.

풀이 $x^2 - 2x^2 + 4x - 2$ 를 $(x-2)$ 로 나누어 몫과 나머지를 구하시오.

개념 기본 문제

048 다음을 조립제법을 이용하여 다항식의 나눗셈에서의 몫과 나머지를 구하시오. □ 안에 답맞은 수를 써넣고, 결과 나열하시오.

(1) $(x^2 - 2x^2 + 4x - 2) \div (x - 2)$

(2) $(3x^2 + x^2 - 1) \div (x + 1)$

(3) $(2x^2 - 5x^2 - 2x + 5) \div (x - \frac{1}{2})$

049 다음을 조립제법을 이용하여 다항식의 나눗셈에서의 몫과 나머지를 구하시오. □ 안에 답맞은 수를 써넣고, 결과 나열하시오.

(1) $(x^2 + 6x^2 - x - 7) \div (x + 2)$

(2) $(4x^2 + 2x^2 - 6x - 1) \div (x - 1)$

(3) $(9x^2 - 13x - 2) \div (3x + 1)$

(4) $(4x^2 - 5x^2 - 16x + 19) \div (4x - 5)$

2. 활용하다 나열하다 035

핵심 개념 정리

- 주제별 핵심 개념만을 모은 간단명료한 개념 정리
- 개념 이해를 돕는 **참고**, **보기**, **주의** 제시
- 개념을 적용하는 **풍샘 Tip** 풀이 전략 제공

개념 기본 문제

- 개념을 바로 적용하는 기본 문제로 유형 학습 대비

유형 학습

유형 실전 문제

연과 뱀이 000

유형 실전 문제
다항식을 일차식으로 나타낼 때, 계수만을 이용하여 몫과 나머지를 구하는 방법을 조립제법이라 한다.

예시 $x^2 - 2x^2 + 4x - 2$ 를 $(x-2)$ 로 나누어 몫과 나머지를 구하시오.

050 조립제법을 이용하여 $ax^2 + bx + c$ 를 $x - 2$ 로 나누어 몫과 나머지를 구하시오.

051 다항식 $ax^2 + 2x^2 + 11x + 2$ 를 $3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(1) - R(1)$ 의 값을 조립제법을 이용하여 구하시오.

052 조립제법을 이용하여 $ax^2 + bx + c$ 를 $x - 2$ 로 나누어 몫과 나머지를 구하시오.

053 다항식 $x^2 - 6x^2 + 2x + 4$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 조립제법을 이용하여 구하시오.

054 다음을 x 에 대한 방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근이라 하자. a, b, c 의 값을 구하시오.

055 다음을 x 에 대한 방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근이라 하자. a, b, c 의 값을 구하시오.

056 다음을 x 에 대한 방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근이라 하자. a, b, c 의 값을 구하시오.

036 1. 000

유형 실전 문제

- 시험 대비에 꼭 필요한 유형을 선별하여 구성
- 변형 문제를 난이도 순으로 배열하여 유형 학습에 집중한 실전 문제
- **풍샘 Point**로 유형별 핵심 전략 제공

중단원 유형 점검

중단원 점검 문제

1-2. 활용하다 나열하다

01 일차식 $f(x) = ax + b$ 에 대하여 몫식 $(2x - 3) \div (3x + 2) = 6x + 11a$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

02 몫식 $(x - 1)(x^2 - 4) \div (x - 2) = ax^2 + bx + c$ 에 대한 방정식을 세우고, a, b, c 의 값을 구하시오.
① 20 ② 10 ③ 0
④ 10

03 $x + y = 0$ 를 만족시키는 모든 실수 x, y 에 대하여 몫식 $2x^2 + ax + b = 0$ 이 성립할 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

04 (풍샘 Tip)
몫식 $(x^2 + x - 2) \div (x - 1) = ax + b$ 가 성립할 때, a, b 의 값을 구하시오.

05 다항식 $f(x) = 2x^2 + ax^2 + bx + 1$ 이 $(x - 1)$ 으로 나누어떨어질 때, $f(-1)$ 의 값을 구하시오.

06 (풍샘 Tip)
 x 에 대한 다항식 $x^2 + 2x^2 - 5x + 6$ 을 $x - 1$ 로 나누어 몫과 나머지를 구하시오.

07 다항식 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -12 일 때, 다항식 $2f(x + 1)$ 을 $x + 4$ 로 나누었을 때의 나머지는?
① -68 ② -3 ③ 3
④ 12 ⑤ 48

08 (풍샘 Tip)
다항식 $x^2 + 2x^2 - 5x + 6$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?
① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

2. 활용하다 나열하다 037

중단원 점검 문제

- 중단원별 유형 문제로 학습 성취도 점검
- 출제율이 높은 **학교 시험 기출** 문제 수록
- 최신 경향을 반영한 **교육청 기출** 문제 수록
- **평가원 기출** 문제 수록
- 유형 문제 중 한 단계 발전된 **실전 Plus** 문제 수록

차례

I 다항식

01 다항식의 연산	008
02 항등식과 나머지 정리	026
03 인수분해	039

II 방정식과 부등식

01 복소수	056
02 이차방정식	070
03 이차방정식과 이차함수	084
04 여러 가지 방정식	099
05 일차부등식과 연립일차부등식	119
06 이차부등식과 연립이차부등식	128

III 경우의 수

01 경우의 수와 순열	145
02 조합	160

IV 행렬

01 행렬과 그 연산	171
-------------	-----

I

다항식

식의 구조를 꿰뚫어라.

다항식은 중학교 때부터 배운 내용이다. 고등학교에서는 복잡한 다항식이 본격적으로 나오기 시작한다. 기본은 연산이지만 단순한 계산을 넘어서 다항식 자체를 도구로 보는 눈이 필요하다. 겉보기에 계산 위주로 보여도 식의 구조를 파악하는 것이 핵심이다. 식의 구조를 파악하고, 패턴을 읽는 힘. 이 힘을 기르는 것이 이 단원의 목표다.

01 다항식의 연산

02 항등식과 나머지정리

03 인수분해

01 다항식의 연산

본문 008~025쪽

- 유형 ① 다항식의 정리
- 유형 ② 다항식의 덧셈과 뺄셈
- 유형 ③ 다항식의 곱셈
- 유형 ④ 다항식의 전개식에서 특정 항의 계수
- 유형 ⑤ 곱셈 공식—기본
- 유형 ⑥ 곱셈 공식—치환
- 유형 ⑦ 곱셈 공식의 변형— $a^n \pm b^n$
- 유형 ⑧ 곱셈 공식의 변형— $x^n \pm \frac{1}{x^n}$
- 유형 ⑨ 곱셈 공식의 변형— $a^n \pm b^n \pm c^n$
- 유형 ⑩ 다항식의 나눗셈—기본
- 유형 ⑪ 다항식의 나눗셈— $A=BQ+R$

다항식의 덧셈과 뺄셈

동류항끼리 모아서 정리한다.

↳ 문자와 차수가 같은 항

곱셈 공식

- ① $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ② $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- ③ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$
 $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$
- ⑥ $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) = a^4+a^2b^2+b^4$

다항식의 나눗셈

각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

$$\begin{array}{r}
 \text{몫} \\
 \color{red}{x-2} \overline{) 3x^3-9x^2+8x+5} \\
 \color{red}{\uparrow} \\
 \color{red}{\text{나누는 식}} 3x^3-6x^2 \\
 \hline
 -3x^2+8x \\
 -3x^2+6x \\
 \hline
 2x+5 \\
 2x-4 \\
 \hline
 \color{red}{9} \\
 \color{red}{\text{나머지}} \rightarrow \color{red}{9}
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{l}
 3x^3-8x^2+6x+2 \\
 = \color{red}{(x-2)} \color{blue}{(3x^2-3x+2)} + \color{red}{9} \\
 \color{red}{\uparrow} \color{red}{\uparrow} \color{red}{\uparrow} \\
 \color{red}{\text{나누는 식}} \color{red}{\text{몫}} \color{red}{\text{나머지}}
 \end{array}$$

02 항등식과 나머지정리

본문 026~038쪽

- 유형 ① 미정계수법—계수비교법
- 유형 ② 미정계수법—수치대입법
- 유형 ③ 항등식의 계수의 합
- 유형 ④ 다항식의 나눗셈과 항등식
- 유형 ⑤ 나머지 정리
—일차식으로 나누었을 때의 나머지
- 유형 ⑥ 나머지 정리
—이차식으로 나누었을 때의 나머지
- 유형 ⑦ 인수 정리
—일차식으로 나누어떨어지는 경우

항등식

문자를 포함하는 등식에서 그 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 등식

항등식의 성질

$ax^2+bx+c = a'x^2+b'x+c'$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=a'$, $b=b'$, $c=c'$

미정계수법

항등식의 뜻과 성질을 이용하여 주어진 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법을 미정계수법이라 한다.

- ① 계수비교법: 양변의 동류항의 계수를 비교하여 미정계수를 정하는 방법
- ② 수치대입법: 문자에 적당한 수를 대입하여 미정계수를 정하는 방법

- 유형 8 인수 정리
—일차식으로 나누어떨어지는 경우
- 유형 9 조립제법
- 유형 10 조립제법과 항등식

계수비교법	수치대입법
$2x + 4 = ax + b$	$2x + 4 = ax + b$ <p>① $x=0$ 대입 $\rightarrow b=4$ $\therefore 2x + 4 = ax + 4$ ② $x=1$ 대입 $\rightarrow a=2$</p>

나머지정리

다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지 $\rightarrow f(a)$

인수 정리

다항식 $f(x)$ 에서 $f(a)=0$ 이면 $f(x)$ 는 일차식 $x-a$ 로 나누어떨어진다.

조립제법

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 3x + 2 \leftarrow \text{몫} \\
 x-2 \overline{) 3x^3 - 9x^2 + 8x + 5} \\
 \underline{3x^3 - 6x^2} \\
 -3x^2 + 8x \\
 \underline{-3x^2 + 6x} \\
 2x + 5 \\
 \underline{2x - 4} \\
 9 \leftarrow \text{나머지}
 \end{array}$$

\rightarrow

03 인수분해

본문 039~052쪽

- 유형 1 인수분해—기본
- 유형 2 인수분해—치환
- 유형 3 완전제곱식을 포함한 다항식의 인수분해
- 유형 4 $x^4 + ax^2 + b$ 꼴의 인수분해
- 유형 5 문자가 여러 개인 다항식의 인수분해
- 유형 6 인수 정리를 이용한 고차식의 인수분해
- 유형 7 인수분해의 활용

인수분해 공식

- ① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a + b + c)^2$
- ② $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$
 $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$
- ③ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

치환을 이용한 인수분해

$$\begin{aligned}
 (x^2 + 4x - 2)(x^2 + 4x + 1) - 18 &= (t - 2)(t + 1) - 18 \\
 &= t^2 - t - 20 \\
 &= (t + 4)(t - 5) \\
 &= (x^2 + 4x + 4)(x^2 + 4x - 5) \\
 &= (x + 2)^2(x + 5)(x - 1)
 \end{aligned}$$

01 다항식의 정리

1 다항식의 정리

- ① 내림차순: 한 문자에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 나타내는 것
- ② 오름차순: 한 문자에 대하여 차수가 낮은 항부터 높은 항의 순서로 나타내는 것

보기 x 에 대한 내림차순 $\rightarrow x^3+x^2-2$ x 에 대한 오름차순 $\rightarrow -2+x^2+x^3$

참고 한 개 이상의 합으로 이루어진 식은 다항식, 하나의 항으로만 이루어진 식은 단항식이라고 한다.

2 다항식의 덧셈과 뺄셈

- ① 덧셈: 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 정리한다.

참고 $A+(B-C)=A+B-C$

- ② 뺄셈: 괄호를 풀고, 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

참고 $A-(B-C)=A-B+C$

3 다항식의 덧셈에 대한 성질

세 다항식 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙: $A+B=B+A$
- ② 결합법칙: $(A+B)+C=A+(B+C)$

• 다항식에 대한 용어

- ① 항: 다항식을 이루는 각각의 단항식
- ② 동류항: 문자와 차수가 같은 항
- ③ 상수항: 특정한 문자를 포함하지 않는 항
- ④ 항의 차수: 항에 곱해진 문자의 개수
- ⑤ 다항식의 차수: 다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수
- ⑥ 계수: 각각의 항에서 특정한 문자를 제외한 나머지 부분

공백 Tip 한 문자에 대하여 내림차순이나 오름차순으로 정리할 때, 기준이 되는 문자를 제외한 나머지 문자는 상수로 생각한다.

개념 기본 문제

001

다항식 x^3-2x^2-x+9 에 대하여 옳은 것은 ○를, 옳지 않은 것은 ×를 () 안에 써넣으시오.

- (1) 항은 모두 4개이다. ()
- (2) 다항식의 차수는 4이다. ()
- (3) x 의 계수는 -1 이다. ()
- (4) x^3 의 계수는 3이다. ()
- (5) $-2x^2$ 과 $-x$ 는 동류항이다. ()
- (6) 상수항은 9이다. ()

002

다항식 $2x^5+4y^4+3x^2y^2-7x+6y+4$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) x 에 대한 다항식의 차수
- (2) y 에 대한 다항식의 차수
- (3) x 에 대한 일차항의 계수
- (4) y 에 대한 이차항의 계수
- (5) x 에 대한 상수항
- (6) y 에 대한 상수항

003

다항식 $x^3y^3 + 6xy^2 - x^3y + 3y^2 - xy + 4y + 3$ 을 다음과 같이 정리하시오.

(1) x 에 대한 내림차순

(2) x 에 대한 오름차순

(3) y 에 대한 내림차순

(4) y 에 대한 오름차순

004

다음을 계산하시오.

(1) $(4x^3 - 2x^2 + 3) + (x^3 + 3x^2 - 2)$

(2) $(-3y^4 + 5y^3 - y^2) + (y^4 + 2y^2 + 4)$

(3) $(y^2 + 3xy - x^2) + (2x^2 - 6y^2 - 5xy)$

005

다음을 계산하시오.

(1) $(3x^2 - 4x + 7) - (x^2 + x - 2)$

(2) $(b^4 + 2b^3 - 4b) - (2b^4 - 3b^3 + b)$

(3) $(5a^3 + 3ab^2 - ab) - (ab^2 + 2ab - a^3)$

006

두 다항식 $A = 4x^2 - x + 1$, $B = -x^2 + 3x - 2$ 에 대하여 다음을 계산하시오.

(1) $A + B$

(2) $A - B$

(3) $3A - 2B$

007

세 다항식 $A = -4x^2 - 2xy + y^2$, $B = x^2 - 6xy - 3y^2$, $C = x^2 + y^2$ 에 대하여 다음을 계산하시오.

(1) $A + B + C$

(2) $A - B - C$

(3) $2A + B - (2B - C)$

유형 01 다항식의 정리

내림차순으로 정리할 때는 차수가 높은 항부터 나타내고, 오름차순으로 정리할 때는 차수가 낮은 항부터 나타낸다.

풍생 Point 다항식이 여러 개의 문자를 포함할 때, 어떤 문자를 기준으로 정리하는지 주의 깊게 살핀다.

008

다음 중 다항식을 x 에 대한 내림차순으로 정리한 것은?

- ① $3-x+x^2$ ② x^3-x+x^2
 ③ $-x^5+x^6+x^2-4$ ④ $2x^6-x^4$
 ⑤ $8x+4x^2-2$

009

보기에서 y 에 대한 오름차순으로 정리한 다항식만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. $2y^2-y+8$ ㄴ. $y-y^2+4y^4$
 ㄷ. $x^2+xy+x^2y^2$ ㄹ. $x^2y^2-xy+x^2+4$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

010

보기에서 다항식을 [] 안의 문자에 대한 내림차순으로 정리한 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

- ㄱ. $x^6-x^4y^4+x^2y+xy^2$ [x]
 ㄴ. $x^2y^3-xy^2+x^4y-2+x^4$ [y]
 ㄷ. $(a^2+a)b+d^6+d^4+1$ [b]
 ㄹ. $x^2yz^3+y^2-xz^2+z+x$ [z]

유형 02 다항식의 덧셈과 뺄셈

뺄셈이 포함되어 있으면 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾼 후, 동류항끼리 모아서 계산한다.

풍생 Point 계산하는 식이 복잡한 경우, 주어진 식을 먼저 간단히 정리한 후 다항식을 대입하여 계산한다.

011

두 다항식 $A=3x^3+xy-2y^2$, $B=-x^3-4xy+2y^2$ 에 대하여 $(3A+B)-(A-2B)$ 를 계산하시오.

012

세 다항식 $A=5x^4-3x^2+3$, $B=2x^2+2x-1$, $C=2x^4-3x$ 에 대하여 $(A-3B)-2(-2B+C)$ 를 계산한 식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

013

두 다항식 $A=-y^2-3y-5$, $B=3y^2-y+4$ 에 대하여 $X+A=2B$ 를 만족시키는 다항식 X 를 구하시오.

014

두 다항식 A, B 에 대하여

$$A+B=-x^2+5xy-3, A-B=-x^2-xy-9$$

일 때, $2A+B$ 를 계산하면?

- ① $-2x^2+7xy-9$ ② $-x^2-4xy+3$
 ③ $x^2+2xy-3$ ④ $2x^2-7xy+9$
 ⑤ $2x^2+xy+15$

02 다항식의 곱셈

1 다항식의 곱셈

다항식의 곱셈은 지수법칙과 분배법칙을 이용하여 **식을 전개한 다음 동류항끼리 모아서 정리**한다.

보기 $(x+2)(x^2+x-1) = x(x^2+x-1) + 2(x^2+x-1)$
 $= x^3 + x^2 - x + 2x^2 + 2x - 2$
 $= x^3 + 3x^2 + x - 2$

2 다항식의 곱셈에 대한 성질

세 다항식 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙: $AB = BA$
- ② 결합법칙: $(AB)C = A(BC)$
- ③ 분배법칙: $A(B+C) = AB + AC, (A+B)C = AC + BC$

참고 $(AB)C$ 와 $A(BC)$ 는 괄호 없이 ABC 로 나타낼 수 있다.

• 지수법칙

m, n 이 자연수일 때, $x^m x^n = x^{m+n}$

• 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것을 전개라 하고, 전개하여 얻은 다항식을 전개식이라 한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 003쪽

015

다음 식을 전개하십시오.

(1) $x(x^3 - 2x + 2)$

(2) $(x^2 + x)(x + 1)$

(3) $(a - 1)(3a^2 - 2a + 1)$

(4) $(x + 4)(2x^2 - x - 3)$

016

다음 식을 전개하십시오.

(1) $(a^2 - a + 2b^2)ab$

(2) $(2x - y)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

(3) $(3a + 2b)(2a^2 + 4b - b^2)$

(4) $(x + 2y)(x - y)(4x + y)$

017

다음 전개식에서 [] 안의 항의 계수를 구하십시오.

(1) $(x - 2)(x^2 - x + 5)$ [x]

(2) $(a - 3b)(2a^2 + 3ab - b)$ [a^2b]

018

다음 전개식에서 [] 안의 항의 계수를 구하십시오.

(1) $(y^2 + 4y + 2)(3y^2 - y - 1)$ [y^3]

단계1. y^3 의 항 전개하기

단계2. y^3 의 계수 구하기

(2) $(x^2 - xy + 6y^2)(x^2 - 3xy - y^2)$ [x^2y^2]



곱셈 공식

1 곱셈 공식(1)

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ② $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- ③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
- ④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

2 곱셈 공식(2)

- ① $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ② $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- ③ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$, $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$,
 $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
- ⑥ $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$

• 곱셈 공식 (1)은 중학교에서 학습한 내용이다.

곱셈 Tip $(a+b+c)^2 = \{(a+b)+c\}^2$,
 $(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b)$ 이므로 $(a+b)^2$
 의 곱셈 공식을 이용하여 전개하면 ①, ②를
 얻을 수 있다.

개념 기본 문제

019

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

- (1) $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \times \square \times \square + 1^2$
 $= 4x^2 + \square + 1$
- (2) $(3x+2)(3x-2) = (\square)^2 - 2^2$
 $= \square - 4$
- (3) $(x-1)(x+4) = x^2 + (\square + \square)x + (-1) \times 4$
 $= x^2 + \square - 4$
- (4) $(2x+3)(3x+1) = 6x^2 + (2+9)x + \square \times \square$
 $= 6x^2 + 11x + \square$

020

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

- (1) $(x-4)^2$
- (2) $(2a+3)^2$
- (3) $(y+5)(y-5)$
- (4) $(3a-2b)(3a+2b)$
- (5) $(x-1)(x-3)$
- (6) $(y+2)(y-6)$
- (7) $(3a-1)(a+4)$
- (8) $(5x+2)(2x+3)$

021

다음 \square 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$\begin{aligned} (1) (a+b-c)^2 &= a^2 + b^2 + (\square)^2 + 2 \times a \times b + 2 \times b \times (-c) \\ &\quad + 2 \times (-c) \times a \\ &= a^2 + b^2 + \square + 2ab - 2bc - 2ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (x+4)^3 &= x^3 + 3 \times x^2 \times 4 + 3 \times x \times \square^2 + 4^3 \\ &= x^3 + 12x^2 + \square + 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) (2x-1)^3 &= (2x)^3 - 3 \times (\square)^2 \times 1 + 3 \times 2x \times 1^2 - 1^3 \\ &= 8x^3 - \square + 6x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) (x+3)(x^2-3x+9) &= (x+3)(x^2-x \times \square + 3^2) \\ &= x^3 + \square^3 \\ &= x^3 + \square \end{aligned}$$

022

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

$$(1) (a-b-c)^2$$

$$(2) (a+b-1)^2$$

$$(3) (x+3y+z)^2$$

$$(4) (2a-b+4c)^2$$

023

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

$$(1) (x-1)^3$$

$$(2) (a+3)^3$$

$$(3) (y-2)^3$$

$$(4) (3x+1)^3$$

$$(5) (1-2a)^3$$

$$(6) (5x-4y)^3$$

024

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

$$(1) (x+2)(x^2-2x+4)$$

$$(2) (a-1)(a^2+a+1)$$

$$(3) (y-6)(y^2+6y+36)$$

$$(4) (3a+1)(9a^2-3a+1)$$

$$(5) (a-2b)(a^2+2ab+4b^2)$$

$$(6) (5x-2y)(25x^2+10xy+4y^2)$$

025

다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$\begin{aligned} (1) & (x+1)(x+2)(x+3) \\ & = x^3 + (1+2+3)x^2 + (1 \times 2 + 2 \times \square + \square \times 1)x \\ & \qquad \qquad \qquad + 1 \times 2 \times 3 \\ & = x^3 + 6x^2 + \square + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (x+y+1)(x^2+y^2-xy-x-y+1) \\ & = (x+y+1)(x^2+y^2+1^2-x \times y-y \times \square \\ & \qquad \qquad \qquad - \square \times x) \\ & = x^3+y^3-\square+1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & (x^2+2x+4)(x^2-2x+4) \\ & = (x^2+x \times \square+2^2)(x^2-x \times 2+2^2) \\ & = x^4+x^2 \times \square^2+2^4 \\ & = x^4+\square+16 \end{aligned}$$

026

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

(1) $(x+2)(x+3)(x+4)$

(2) $(y-1)(y-4)(y-5)$

(3) $(a+3)(a-5)(a+7)$

(4) $(x-1)(x+2)(x+4)$

(5) $(x-2)(x-4)(x+8)$

(6) $(y+5)(y-3)(y-1)$

027

곱셈 공식을 이용하여 다음 식을 전개하시오.

(1) $(x+y+3)(x^2+y^2+9-xy-3x-3y)$

(2) $(a+b-c)(a^2+b^2+c^2-ab+bc+ca)$

(3) $(2a-b+1)(4a^2+b^2+2ab-2a+b+1)$

(4) $(a-3b-2)(a^2+9b^2+3ab+2a-6b+4)$

028

다음 식을 전개하시오.

(1) $(x^2+3x+9)(x^2-3x+9)$

(2) $(4y^2+2y+1)(4y^2-2y+1)$

(3) $(x^2+5xy+25y^2)(x^2-5xy+25y^2)$

(4) $(9a^2+12ab+16b^2)(9a^2-12ab+16b^2)$

유형 03 다항식의 곱셈

다항식의 곱셈은 지수법칙과 분배법칙을 이용하여 식을 전개한 후 동류항끼리 계산한다.

풍생 Point 다항식의 곱셈에서도 수의 곱셈에서와 같이 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙이 성립한다.

029

다항식 $(x-y+2)(2x+3y-1)$ 을 전개하면?

- ① $2x^2+3x-3y^2+7y-2$
- ② $2x^2+xy-3y^2+7y-2$
- ③ $2x^2+xy+3x-3y^2-2$
- ④ $2x^2+xy+3x-3y^2+7y$
- ⑤ $2x^2+xy+3x-3y^2+7y-2$

030

$(2a^2+3ab-5)-(a-2b)(a+b+4)$ 를 계산하시오.

031

세 다항식

$$A=x^2+xy, B=x^3-2xy+y^2, C=x-y+4$$

에 대하여 $AC-B$ 를 계산하면?

- ① $4x^2-xy^2+6xy-y^2$
- ② $4x^2-x^2y+6xy+y^2$
- ③ $4x^2+2x^2y+2xy-y^2$
- ④ $2x^3+4x^2-xy^2+4xy+y^2$
- ⑤ $2x^3+4x^2+2x^2y+2xy+y^2$

유형 04 다항식의 전개식에서 특정 항의 계수

중요★

각 다항식에서 특정 항이 나타나는 부분을 선택하여 곱한 후 계수를 구한다.

풍생 Point 주어진 식을 전부 전개하지 않고 특정 항이 나타나는 경우만 찾아서 전개하면 간편하다.

032

다항식 $(4x+3y)(2x^2-3y+6)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는?

- ① -24 ② -18 ③ -12
- ④ 12 ⑤ 18

033

다항식 $(x^3+x^2-2)(3x^2+2x-5)$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 a , x 의 계수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

034

다항식 $(2x-y)(x^2+kxy+7y^2)$ 의 전개식에서 xy^2 의 계수가 6일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

035

다항식 $(x-3)(x^4-x^3+ax^2-2x)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x 의 계수가 같을 때, 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

유형 05 곱셈 공식 - 기본

중요

- ① $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
- ② $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- ③ $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
 $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ④ $(x+a)(x+b)(x+c)$
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
 $(x-a)(x-b)(x-c)$
 $= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
- ⑤ $(a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$
- ⑥ $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$

풍생 Point 먼저 어떤 곱셈 공식을 이용해야 하는지 파악한다. 식의 값을 구할 때는 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개한 후 주어진 값을 대입한다.

036

$(2x - 3y + 2z)^2 = ax^2 + 9y^2 + bz^2 + cxy - 12yz + dzx$ 일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b - c - d$ 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 15

037

$(x + 2y - 3)(x^2 + 4y^2 - 2xy + 3x + 6y + 9)$ 의 전개식에서 xy 의 계수와 상수항의 합은?

- ① -9 ② -3 ③ 3
- ④ 9 ⑤ 15

038

다항식 $(x+2)^2(x-1)^2$ 을 전개하시오.

039

다항식 $(3x+1)(3x-1)(9x^2+3x+1)(9x^2-3x+1)$ 을 전개하면?

- ① $27x^3 - 1$ ② $27x^3 + 1$ ③ $729x^6 - 1$
- ④ $729x^6 + 1$ ⑤ $2187x^6 - 1$

040

$x = \sqrt{2}$ 일 때, $(2+x)^3 + (2-x)^3$ 의 값을 구하시오.

041

$(x+ay)^3 = x^3 - 6x^2y + bxy^2 - cy^3$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 21

042

$(x+a)(x+1)(x+b)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 2, 상수항이 -6일 때, x 의 계수를 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.)

유형 06 곱셈 공식 - 치환

공통부분을 한 문자로 놓고 전개한 후 원래의 식을 대입한다.

풍생 Point (일차식) × (일차식) × (일차식) × (일차식) 꼴은
공통부분이 생기도록 일차식을 두 개씩 짝 지어 전개한 후 치환한다.

043

다항식 $(x^2+2x-1)(x^2+2x+1)$ 을 전개하시오.

044

다항식 $(x^2+xy-3y^2)(x^2-2xy-3y^2)$ 를 전개하면?

- ① $x^4 - x^3y - 8x^2y^2 + 3xy^3 - 9y^4$
- ② $x^4 - x^3y - 8x^2y^2 + 3xy^3 + 9y^4$
- ③ $x^4 - x^3y + 2x^2y^2 + 3xy^3 + 9y^4$
- ④ $x^4 - x^3y + 8x^2y^2 + 3xy^3 - 9y^4$
- ⑤ $x^4 - x^3y + 8x^2y^2 + 3xy^3 + 9y^4$

045

다항식 $(x^3-x^2-x-1)(x^3-x^2+x-1)$ 을 전개하시오.

046

다항식 $(x-y-z)(x+y+z)$ 를 전개하면?

- ① $x^2 - y^2 - z^2 - 2yz$
- ② $x^2 - y^2 - z^2 + 2yz$
- ③ $x^2 - y^2 + z^2 - 2yz$
- ④ $x^2 + y^2 - z^2 + 2yz$
- ⑤ $x^2 + y^2 + z^2 + 2yz$

047

다항식 $(x-4)(x-1)(x-2)(x+1)$ 을 전개하면?

- ① $x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 6x - 8$
- ② $x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8$
- ③ $x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8$
- ④ $x^4 + 6x^3 - 7x^2 + 6x - 8$
- ⑤ $x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x - 8$

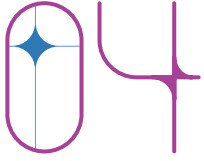
048

다항식 $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)$ 를 전개하면

$$x^4 + ax^3 - 13x^2 + bx + 24$$

일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20



곱셈 공식의 변형

1 곱셈 공식의 변형 (1)

$$\textcircled{1} a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$$

$$\textcircled{2} (a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab, (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$\textcircled{3} a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b), a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$\textcircled{4} x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$$

$$\textcircled{5} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4, \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4$$

2 곱셈 공식의 변형 (2)

$$\textcircled{1} a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)$$

$$\textcircled{2} a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

• 곱셈 공식의 변형은 곱셈 공식에서 일부 항을 적당히 이항하여 얻은 것이다.

• ④의 식은 ①의 식에 a 대신 x , b 대신 $\frac{1}{x}$ 을 대입한 것이다.

개념 기본 문제

049

다음은 $a+b=1$, $ab=4$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$\begin{aligned} a+b &= 1, ab=4 \text{이므로} \\ a^2+b^2 &= (a+b)^2 - 2ab \text{에서} \\ a^2+b^2 &= 1^2 - 2 \times \square \\ &= 1 - \square = \square \end{aligned}$$

050

다음과 같은 조건이 주어질 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오.

$$(1) a+b=2, ab=-2$$

$$(2) a-b=-3, ab=1$$

051

다음을 구하시오.

$$(1) a-b=-6, ab=3 \text{일 때, } (a+b)^2 \text{의 값}$$

$$(2) x+y=5, xy=2 \text{일 때, } (x-y)^2 \text{의 값}$$

052

다음과 같은 조건이 주어질 때, a^3+b^3 의 값을 구하시오.

$$(1) a+b=3, ab=2$$

$$(2) a+b=-2, ab=-4$$

053

다음과 같은 조건이 주어질 때, $x^3 - y^3$ 의 값을 구하시오.

(1) $x - y = -1$, $xy = 7$

(2) $x - y = 4$, $xy = -2$

054

다음과 같은 조건이 주어질 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

(1) $x + \frac{1}{x} = 6$

(2) $x - \frac{1}{x} = -1$

055

다음을 구하시오.

(1) $x - \frac{1}{x} = 8$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ 의 값

(2) $x + \frac{1}{x} = -9$ 일 때, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ 의 값

056

다음과 같은 조건이 주어질 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

(1) $a + b + c = -5$, $ab + bc + ca = 3$

(2) $a + b + c = 1$, $ab + bc + ca = -2$

057

다음과 같은 조건이 주어질 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하시오.

(1) $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 7$, $abc = -2$

단계1. 곱셈 공식을 이용하여 $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값 구하기

단계2. 곱셈 공식을 이용하여 $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값 구하기

(2) $a + b + c = -1$, $a^2 + b^2 + c^2 = 11$, $abc = 8$

단계1. 곱셈 공식을 이용하여 $ab + bc + ca$ 의 값 구하기

단계2. 곱셈 공식을 이용하여 $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값 구하기

유형 07 곱셈 공식의 변형 - $a^n \pm b^n$

중요★

① $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = (a-b)^2 + 2ab$

② $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

③ $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

풍샘 Point 주어진 조건을 살핀 후 조건에 맞는 곱셈 공식 또는 그 변형을 이용한다.

058

$a+b=4$, $a^2+b^2=8$ 일 때, a^2-ab+b^2 의 값은?

- ① -2 ② 0 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

059

$x-y=2\sqrt{2}$, $x^2+y^2=12$ 일 때, x^3-y^3 의 값은?

- ① $27\sqrt{2}$ ② $28\sqrt{2}$ ③ $29\sqrt{2}$
④ $30\sqrt{2}$ ⑤ $31\sqrt{2}$

060

$x+y=3$, $x^3+y^3=18$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값을 구하시오.

061

$a=\sqrt{6}-3$, $b=\sqrt{6}+3$ 일 때, a^3-b^3 의 값은?

- ① -162 ② -81 ③ 0
④ 81 ⑤ 162

062

$a+b=2$, $ab=-4$ 일 때, $a^3-a^2+b^3-b^2$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 20

063

$x+y=1$, $x^2+y^2=5$ 일 때, x^6+y^6 의 값은?

- ① 55 ② 60 ③ 65
④ 70 ⑤ 75

유형 08 곱셈 공식의 변형 - $x^n \pm \frac{1}{x^n}$

① $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$

② $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$

③ $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3\left(x - \frac{1}{x}\right)$

풍생 Point $x^n + \frac{1}{x^n}$ 꼴이 나타나지 않을 때는 주어진 조건식의 양변을 x 로 나누어 $x + \frac{1}{x}$ 의 값을 찾는다. (단, $x \neq 0$)

064

$x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하시오.

065

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 의 값은? (단, $x > 1$)

- ① 12 ② 13 ③ 14
④ 15 ⑤ 16

066

$x^2 + 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

- ① -24 ② -18 ③ -12
④ 12 ⑤ 18

067

$x^2 - x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

유형 09 곱셈 공식의 변형 - $a^n \pm b^n \pm c^n$

① $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

② $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$

풍생 Point 주어진 조건을 살핀 후 조건에 맞는 곱셈 공식 또는 그 변형을 이용한다.

068

$2a + b + 4c = 8$, $2ab + 4bc + 8ca = 13$ 일 때, $4a^2 + b^2 + 16c^2$ 의 값은?

- ① 32 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

069

$a^2 + b^2 + c^2 = 10$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 2$ 일 때, $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$ 의 값은? (단, a, b, c 는 양수이다.)

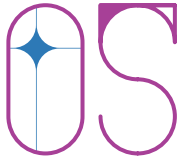
- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

070

$a + b + c = -3$, $a^2 + b^2 + c^2 = 15$, $a^3 + b^3 + c^3 = -9$ 일 때, abc 의 값을 구하시오.

071

$a + b + c = 6$, $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ 일 때, $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$ 의 값을 구하시오.



다항식의 나눗셈

1 다항식의 나눗셈

(다항식) ÷ (다항식)은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

2 다항식의 나눗셈에 대한 등식

다항식 A 를 다항식 B ($B \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 $A=BQ+R$ 와 같이 나타낼 수 있다. 이때 R 는 상수이거나 R 의 차수는 B 의 차수보다 낮다.

B 가 일차식일 때,
 R 는 상수이다.

이때 $R=0$ 이면 A 는 B 로 나누어떨어진다고 한다.

참고 다항식의 나눗셈은 자연수의 나눗셈과 다르게 나머지가 음수인 경우도 있다.

보기 $(2x^2-3x+2) \div (x+1)$ 은 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{array}{r} 2x-5 \\ x+1 \overline{) 2x^2-3x+2} \\ \underline{2x^2+2x} \\ -5x+2 \\ \underline{-5x-5} \\ 7 \end{array}$$

→ 몫이 $2x-5$, 나머지가 7이므로
 $2x^2-3x+2=(x+1)(2x-5)+7$

개념 기본 문제

정답과 풀이 009쪽

072

다음은 다항식 x^3+x+15 를 $x+3$ 으로 나누는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣고, 몫과 나머지를 구하시오.

$$\begin{array}{r} x^2-\square+\square \\ x+3 \overline{) x^3 + x + 15} \\ \underline{x^3+3x^2} \\ -3x^2+x \\ \underline{-3x^2-\square} \\ 10x+15 \\ \underline{10x+30} \\ -15 \end{array}$$

073

다음은 다항식 x^3-3x^2+5 를 x^2+x+2 로 나누는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣고, 몫과 나머지를 구하시오.

$$\begin{array}{r} x-\square \\ x^2+x+2 \overline{) x^3-3x^2 +5} \\ \underline{x^3+x^2+2x} \\ -4x^2-2x+5 \\ \underline{ } \\ \\ \\ \end{array}$$

074

다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

- (1) $(x^2+3x+7) \div (x-2)$
- (2) $(2x^3+3x^2-10x+7) \div (2x-1)$
- (3) $(4x^4-x^2-x+9) \div (2x^2-x+3)$

075

다음 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 할 때, $A=BQ+R$ 꼴로 나타내시오.

- (1) $A=x^2+x-16, B=x+4$
- (2) $A=6x^2-x-5, B=3x-5$
- (3) $A=x^3-4x^2+2x+2, B=x^2-1$
- (4) $A=9x^3-3x^2+x+5, B=3x^2+x-2$

유형 10 다항식의 나눗셈 - 기본

다항식의 나눗셈은 각 다항식을 내림차순으로 정리한 후 자연수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

풍생 Point 다항식의 나눗셈은 나머지가 상수가 되거나 나머지의 차수가 나누는 식의 차수보다 작아질 때까지 계산한다.

076

다음은 다항식 $5x^4 + 8x^3 - 3x^2 + 2x - 3$ 을 $x+2$ 로 나누는 과정이다. 상수 a, b, c, d, e, f 에 대하여 $a+b+c+d+e+f$ 의 값은?

$$\begin{array}{r}
 5x^3 - 2x^2 + x \\
 x+2 \overline{) 5x^4 + 8x^3 - 3x^2 + 2x - 3} \\
 \underline{5x^4 + 10x^3} \\
 ax^3 - 3x^2 \\
 \underline{ax^3 + bx^2} \\
 cx^2 + 2x \\
 \underline{cx^2 + dx} \\
 ex + f
 \end{array}$$

- ① -9 ② -6 ③ -3
 ④ 6 ⑤ 9

077

다항식 $4x^3 + 7x^2 + 7x$ 를 $4x+3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 할 때, $Q(1)+R$ 의 값을 구하시오.

078

다항식 $2x^4 + 11x^3 - 10x^2 + 3x + 1$ 을 $2x^2 - x$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

유형 11 다항식의 나눗셈 - $A=BQ+R$

중요★

다항식 A 를 다항식 $B (B \neq 0)$ 로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 $A=BQ+R$ 와 같이 나타낼 수 있다.

풍생 Point $A=BQ+R$ 에서 R 는 상수이거나 $(R$ 의 차수) $<$ (B 의 차수)임을 명심하자.

079

다항식 $f(x)$ 를 $3x^2+x-4$ 로 나누었을 때의 몫이 $2x-3$ 이고 나머지가 $10x-1$ 일 때, $f(x)$ 를 구하시오.

080

다항식 $3x^3 - 8x^2 + 4x + 5$ 를 다항식 A 로 나누었을 때의 몫은 $x^2 - 2x - 1$ 이고 나머지는 $3x + 3$ 이다. 다항식 A 를 구하시오.

081

다항식 $P(x)$ 를 $x-5$ 로 나누었을 때의 몫이 $x^2 - 4x + 6$ 이고 나머지가 5이다. 다항식 $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하시오.

082

다항식 $f(x)$ 를 $3x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 할 때, $f(x)$ 를 $x-\frac{1}{3}$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례대로 나열한 것은?

- ① $\frac{1}{3}Q(x), \frac{1}{3}R$ ② $\frac{1}{3}Q(x), 3R$
 ③ $3Q(x), \frac{1}{3}R$ ④ $3Q(x), R$
 ⑤ $3Q(x), 3R$

01

두 다항식 A, B 에 대하여

$A+B=-x^2-2x+5, 2A-3B=-7x^2-9x+15$
일 때, $3A+2B$ 를 계산하시오.

02

두 다항식 A, B 에 대하여 $[A, B]$ 를

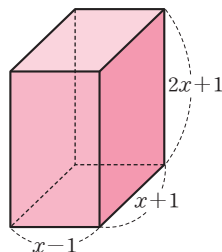
$$[A, B]=A-2B+x^2+y^2$$

이라 할 때, $[x^2-y^2, -y^2+x]$ 를 계산하면?

- ① x^2+y^2 ② x^2-x+2y^2
- ③ $2x^2+y^2$ ④ $2x^2-2x+2y^2$
- ⑤ $2x^2-2x+4y^2$

03 **교육청 기출**

세 모서리의 길이가 $x-1, x+1, 2x+1$ 인 직육면체의 겉넓이는?
(단, $x > 1$)



- ① $8x^2+4x-2$
- ② $8x^2+6x+2$
- ③ $10x^2+4x-2$
- ④ $10x^2+6x+2$
- ⑤ $12x^2+8x-2$

04

다항식 $(x^2+axy+y)(x^3+bxy+y^2)$ 의 전개식에서 xy^2 의 계수가 x^3y 의 계수와 x^2y^2 의 계수의 합과 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

05 **실전 Plus**

다항식 $(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{10})^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^7 의 계수의 합을 구하시오.

06

$(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)-(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 계산하면?

- ① $7a^3-b^3$ ② $7a^3+b^3$ ③ $7a^3+2b^3$
- ④ $9a^3+b^3$ ⑤ $9a^3+2b^3$

07 **학교 시험 기출**

다항식 $(ax+2y-b)^2$ 을 전개하면

$16x^2+4y^2+16xy+cx-20y+d$ 일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오.

08

다음 등식을 만족시키는 상수 a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값을 구하시오.

$$\begin{aligned} & (x^2+2x+4)(x^2-2x+4)(x^4-4x^2+16) \\ & = ax^8+bx^4+c \end{aligned}$$

09 (실전) Plus

$x=\sqrt{3}, y=\sqrt{2}$ 일 때,

$$\{(2x+y)-(x+2y)\}^3+3(2x+y)(x+2y)(x-y)$$

의 값은?

- ① $4\sqrt{2}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}+4\sqrt{3}$
 ④ $4\sqrt{2}+4\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{2}+9\sqrt{3}$

10

$x+y=2, xy=-3$ 일 때, $\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$ 의 값을 구하시오.
 (단, $x>y$)

11 학교 시험 기출

$x^2-5x-1=0$ 일 때, $x^3-\frac{1}{x^3}$ 의 값은?

- ① 60 ② 80 ③ 100
 ④ 120 ⑤ 140

12

$a+b+c=-4, abc=2, \frac{c}{ab}+\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}=6$ 일 때,
 $ab+bc+ca$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

13

$\frac{106 \times (105^2 - 105 + 1) - 1}{104 \times 106 + 1}$ 을 계산하시오.

14 교육청 기출

다항식 $x^4+2x^3+11x-4$ 를 x^2+2x+3 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R(x)$ 라 하자.

$Q(2)+R(1)$ 의 값을 구하시오.

15

다항식 x^3+x^2-7x+a 가 x^2-2x-1 로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0
 ④ 3 ⑤ 6

01 항등식

1 항등식

문자를 포함하는 등식에서 그 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 등식

2 항등식의 성질

① $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=0, b=0, c=0$ 이다.

또, $a=0, b=0, c=0$ 이면 $ax^2+bx+c=0$ 은 x 에 대한 항등식이다.

② $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=a', b=b', c=c'$ 이다.

또, $a=a', b=b', c=c'$ 이면 $ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c'$ 은 x 에 대한 항등식이다.

• 다항식의 곱셈 공식은 모두 항등식이다.

보기 $2x-2=2(x-1)$ 은 항등식이다.

• x 에 대한 항등식의 여러 가지 표현

① 모든 x 에 대하여 성립한다.

② 임의의 x 에 대하여 성립한다.

③ 어떤 x 의 값에 대해서도 항상 성립한다.

④ x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 013쪽

001

다음 등식이 x 에 대한 항등식인 것은 ○를, 항등식이 아닌 것은 ×를 () 안에 써넣으시오.

(1) $x+1=0$ ()

(2) $4x-2=-2+4x$ ()

(3) $x+5=x-1$ ()

(4) $(x+3)(x-3)=x^2-9$ ()

(5) $2x^2+5x-2=(2x+1)(x-2)$ ()

(6) $x^2=8$ ()

002

보기에서 x 에 대한 항등식인 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $x-3=2x+1$

ㄴ. $3x+6=3(x+1)+3$

ㄷ. $x^2-7x+4=x(x-7)+4$

ㄹ. $(x-1)^2+x-1=x^2-x$

003

다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $(a-1)x+b=0$

(2) $4x^2-7x=ax^2-bx$

004

다음 등식이 x, y 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하시오.

(1) $ax+(b-2)y+c=-3x+6$

(2) $2(x+2y)^2-5xy-3y^2=ax^2+bxy+cy^2$

02 미정계수법

1 미정계수법

항등식의 뜻과 성질을 이용하여 주어진 등식에서 미지의 계수를 정하는 방법을 미정계수법이라 한다.

① 계수비교법: 양변의 동류항의 계수를 비교하여 미정계수를 정하는 방법

참고 계수비교법은 양변의 동류항의 계수가 서로 같다는 항등식의 성질을 이용한다.

② 수치대입법: 문자에 적당한 수를 대입하여 미정계수를 정하는 방법

참고 수치대입법은 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립한다는 항등식의 뜻을 이용한다.

풍뎡 Tip 미정계수를 정할 때는 계수비교법과 수치대입법 중 계산이 간단한 방법을 이용한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 013쪽

005

다음은 등식 $a(x-1)+bx+2=4x+3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b 의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

[방법1] 계수비교법

주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$$ax-a+bx+2=4x+3$$

$$(a+b)x-a+2=4x+3$$

양변의 동류항의 계수를 서로 비교하면

$$\square=4, -a+2=3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=\square, b=\square$

[방법2] 수치대입법

주어진 등식의 양변에 $x=0$ 을 대입하면

$$-a+2=3\text{이므로 } a=-1$$

주어진 등식의 양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$b+2=\square\text{이므로 } b=\square$$

006

다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 계수비교법을 이용하여 상수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $(2-a)x-4=x+b$

(2) $(x+3)(x-5)=x^2+(a+1)x+b-13$

007

다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 수치대입법을 이용하여 상수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $a(x-1)-b(x+2)=11x+7$

(2) $(x-3)(x+4)=x^2+ax+b$

008

다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하시오.

(1) $3x^2-x+8=ax(x+1)+bx+c$

(2) $(a+c)x^2-(b-c)x+c-4=0$

(3) $a(x-2)^2+b(x-2)+cx=-x^2+2x-6$



다항식의 나눗셈과 항등식

1 다항식의 나눗셈과 항등식

다항식 A 를 다항식 B ($B \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 하면 $A=BQ+R$ (R 는 상수 또는 $(R$ 의 차수) $<$ (B 의 차수))는 x 에 대한 항등식이다.

보기 x^2+5x+3 을 $x+2$ 로 나눈 몫이 $x+3$, 나머지가 -3 이므로
 $x^2+5x+3=(x+2)(x+3)-3$
 은 x 에 대한 항등식이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 014쪽

009

다음 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 할 때, 계수비교법을 이용하여 상수 a, b 의 값을 구하시오.

$$(1) A=x^3+6x^2+ax+12, B=x+b, \\ Q=x^2+5x+10, R=2$$

단계1. 다항식의 나눗셈을 $A=BQ+R$ 꼴로 나타내기

단계2. 계수비교법을 이용하여 a, b 의 값 구하기

$$(2) A=2x^3+10x^2+11x+a, B=x+3, \\ Q=2x^2+bx-1, R=-4$$

$$(3) A=x^4-x^3-x^2-3x-6, B=x^2+a, \\ Q=x^2-x-3, R=bx$$

$$(4) A=ax^4-7x^3-11x^2+12x-1, B=2x^2-x-5, \\ Q=bx^2-2x+1, R=3x+4$$

010

다음 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 할 때, 수치대입법을 이용하여 상수 a, b 의 값을 구하시오.

$$(1) A=x^3+4x^2+ax+b, B=(x+3)(x-1), \\ R=-2$$

단계1. 몫이 Q 일 때, 다항식의 나눗셈을 $A=BQ+R$ 꼴로 나타내기

단계2. 수치대입법을 이용하여 a, b 의 값 구하기

$$(2) A=ax^3-10x^2+3x+b, B=x(x-3), \\ R=7$$

$$(3) A=x^4+ax^3+bx^2+x+3, B=x^2-1, \\ R=2x+8$$

$$(4) A=2x^4+4x^3+ax^2-7x-6, B=x^2+2x, \\ R=-x+b$$

유형 01 미정계수법 - 계수비교법 중요★

식을 전개하여 내림차순으로 정리한 후 양변의 동류항의 계수를 비교한다.

풍생 Point 계수비교법은 식이 간단하여 전개하기 쉬울 때 사용한다.

011

등식 $a(2x^2+x-2)+b(x+1)+c=6x^2-x+1$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값은?

(단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

012

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$ax^3+bx^2+cx+d=(x-1)^2(2x+1)$$

이 성립할 때, $a+b-c-d$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c, d 는 상수이다.)

013

등식 $(2k-4)x+(k+5)y+14=0$ 이 k 에 대한 항등식일 때, $y-x$ 의 값은? (단, x, y 는 상수이다.)

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6

014

다항식 $P(x)$ 에 대하여 등식

$$4x^3+3x^2+ax+b=(4x^2-x-4)P(x)+5x-6$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.)

유형 02 미정계수법 - 수치대입법 중요★

괄호 안을 0으로 만드는 값처럼 계산이 간단해지는 수를 미정계수의 개수만큼 대입한다.

풍생 Point 수치대입법은 식이 전개하기 어렵거나 적당한 수를 대입하여 간단해질 때 사용한다.

015

등식 $3x^2+x-6=a(x+1)^2+b(x+1)+c$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이다.)

016

다항식 $f(x)$ 에 대하여 등식

$$(x^2-x-2)f(x)=ax^3+x^2+bx-6$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a-b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 7 ② 8 ③ 9
- ④ 10 ⑤ 11

017

임의의 실수 x 에 대하여 등식

$$x^3+ax^2-9x+b=(x-1)(x-3)(cx+3)$$

이 성립할 때, $a+bc$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

유형 03 항등식의 계수의 합

$(x+a)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ 꼴의 항등식
 → 양변에 적당한 수를 대입하여 계수에 대한 식을 세운다.

풍생 Point 식이 복잡해 보이지만 그래 봤자 항등식. 적당한 수를 대입하면 간단해진다. 식의 값을 구하려면 어떤 수를 대입해야 할지 생각해 본다.

018

등식

$$(x-1)^8 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_8x^8$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_8$ 의 값은? (단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$ 은 상수이다.)

- ① -256 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 256

019

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$(x^2+x-2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$$

이 성립할 때, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6$ 의 값을 구하시오. (단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_6$ 은 상수이다.)

020

등식

$$(2x^2-3x-7)^5 = a_0 + a_1(x-2) + a_2(x-2)^2 + \dots + a_{10}(x-2)^{10}$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 의 값은? (단, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 상수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 8
 ④ 16 ⑤ 32

유형 04 다항식의 나눗셈과 항등식

다항식 A 를 다항식 B ($B \neq 0$)로 나누었을 때의 몫을 Q , 나머지를 R 라 할 때, $A=BQ+R$ 는 항등식이므로 계수비교법 또는 수치대입법을 이용하여 미정계수를 구한다.

풍생 Point 미정계수법은 다음과 같이 구분하여 사용한다.
 B 가 인수분해될 때 → 수치대입법
 B 가 인수분해되지 않을 때 → 계수비교법

021

다항식 $x^3 - 2x^2 - 8x + 5$ 를 $x^2 + ax + b$ 로 나누었을 때의 몫이 $x+2$ 이고 나머지가 $-2x+1$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

022

다항식 $x^3 + ax^2 + 2x - 7$ 을 $x^2 - 2x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지가 $3x + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

023

다항식 $x^3 - 6x^2 + ax - 10$ 이 $x^2 - 4x + b$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - 2b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

024

다항식 $-2x^3 + 5x^2 + ax + b$ 가 $x^2 - x - 2$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

04 나머지 정리

1 나머지 정리

① 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 하면

$$R=f(a) \leftarrow x-a=0 \text{을 만족시키는 } x \text{의 값 대입}$$

② 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax-b$ 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 하면

$$R=f\left(\frac{b}{a}\right) \leftarrow ax-b=0 \text{을 만족시키는 } x \text{의 값 대입}$$

• 다항식을 일차식으로 나누었을 때의 나머지는 상수이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 016쪽

025

다음 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(1) $A=x^2+2x-2, B=x-1$

(2) $A=x^3-x^2+5x+1, B=x+2$

(3) $A=2x^3-4x^2-8x+3, B=x+1$

026

다음 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

(1) $A=x^2-6x+4, B=3x-1$

(2) $A=8x^2+2x-6, B=4x+3$

(3) $A=x^3+x-10, B=2x-5$

027

다음 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나누었을 때의 나머지를 R 라 할 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $A=x^2+4x+a, B=x+1, R=1$

(2) $A=3x^3+ax^2-x, B=x-2, R=14$

(3) $A=4x^2+ax+5, B=2x-1, R=3$

(4) $A=ax^3+x^2-3x-2, B=3x+2, R=-4$

028

다음은 다항식 $2x^3+ax^2+bx+4$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이고, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 16일 때, 상수 a, b 의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$f(x)=2x^3+ax^2+bx+4$ 로 놓으면

$f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이므로

$f(\square)=a+b+6=4$ 에서 $a+b=-2$ ㉠

$f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 16이므로

$f(\square)=9a-3b-50=16$ 에서 $3a-b=22$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\square, b=\square$

유형 05 나머지 정리 - 일차식으로 나누었을 때의 나머지 중요★

- ① 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 나머지 $\rightarrow f(a)$
- ② 다항식 $f(x)$ 를 $ax-b$ 로 나누었을 때의 나머지 $\rightarrow f\left(\frac{b}{a}\right)$

풍생 Point 나머지 정리는 나누는 식이 일차식일 때만 사용할 수 있다.

029

다항식 x^3+2x^2+5x-2 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 a , $2x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 b 일 때, ab 의 값을 구하시오.

030

다항식 x^3+ax+1 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지와 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

031

다항식 $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나누었을 때의 나머지가 6일 때, 다항식 $f(3x-2)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 3
- ④ 6 ⑤ 9

032

다항식 $f(x)$ 를 $3x+4$ 로 나누었을 때의 나머지가 -1 이고, 다항식 $g(x)$ 를 $3x+4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $\frac{1}{2}$ 일 때, 다항식 $f(x)-2g(x)$ 를 $3x+4$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -2
- ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

유형 06 나머지 정리 - 이차식으로 나누었을 때의 나머지 중요★

다항식 $f(x)$ 를 이차식으로 나누었을 때의 나머지는 일차 이하의 다항식이므로 나머지를 $ax+b$ (a, b 는 상수)로 놓고 항등식을 세운다.

풍생 Point $f(x)$ 를 $(x-a)(x-\beta)$ 로 나누었을 때의 나머지는 나눗셈에 대한 항등식에서 $f(a), f(\beta)$ 의 값을 이용하여 구한다.

033

다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는 2이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 -3 일 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $2x-3$ ② $2x+3$ ③ $-5x+7$
- ④ $5x-7$ ⑤ $5x+7$

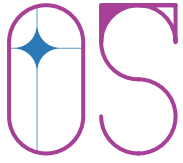
034

다항식 $2x^2+ax+b$ 를 x^2-4x+3 으로 나누었을 때의 나머지가 $3x-3$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

035

다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 나머지는 8이고, $(x+2)(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $-2x+6$ 일 때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.



인수 정리

1 인수 정리

다항식 $f(x)$ 에 대하여

- ① $f(a)=0$ 이면 $f(x)$ 는 일차식 $x-a$ 로 나누어떨어진다.
- ② $f(x)$ 가 일차식 $x-a$ 로 나누어떨어지면 $f(a)=0$ 이다.

참고 $f(-\frac{b}{a})=0$ 이면 다항식 $f(x)$ 는 일차식 $ax+b$ 로 나누어떨어진다.

또, 다항식 $f(x)$ 가 일차식 $ax+b$ 로 나누어떨어지면 $f(-\frac{b}{a})=0$ 이다.

(단, a, b 는 상수이다.)

• $f(a)=0$ 의 여러 가지 표현

- ① 다항식 $f(x)$ 는 $x-a$ 를 인수로 갖는다.
- ② $f(x)=(x-a)Q(x)$ 로 인수분해할 수 있다. (단, $Q(x)$ 는 다항식이다.)
- ③ 다항식 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나눈 나머지가 0이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 018쪽

036

다음 일차식이 다항식 $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$ 의 인수인 것은 ○를, 인수가 아닌 것은 ×를 () 안에 써넣으시오.

(1) $x-1$ ()

(2) $x-2$ ()

(3) $x-3$ ()

037

다항식 $f(x)=6x^3-7x^2-x+2$ 가 다음 일차식으로 나누어 떨어지면 ○를, 나누어떨어지지 않으면 ×를 () 안에 써넣으시오.

(1) $x+1$ ()

(2) $2x+1$ ()

(3) $3x+2$ ()

038

다음 다항식 $f(x)$ 가 일차식 A 를 인수로 가질 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=x^2+ax-28, A=x-4$

(2) $f(x)=2x^2+2x+a, A=x+2$

(3) $f(x)=ax^3+15x^2+8x-3, A=x+3$

(4) $f(x)=x^4-ax^3-3x^2+2ax+4, A=x+1$

039

다음 다항식 $f(x)$ 가 일차식 A 로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $f(x)=x^3+2x-a, A=x-1$

(2) $f(x)=ax^3+2x^2-x+5, A=x+1$

(3) $f(x)=3x^3+ax^2+2x+8, A=x+2$

(4) $f(x)=2x^3-5x^2+ax+6, A=2x-1$

유형 07 인수 정리 - 일차식으로 나누어떨어지는 경우 ★ 중요

- ① 다항식 $f(x)$ 가 일차식 $x-a$ 로 나누어떨어진다.
 $\rightarrow f(x)$ 는 $x-a$ 를 인수로 갖는다. $\rightarrow f(a)=0$
- ② 다항식 $f(x)$ 가 일차식 $ax+b$ 로 나누어떨어진다.
 $\rightarrow f(x)$ 는 $ax+b$ 를 인수로 갖는다. $\rightarrow f(-\frac{b}{a})=0$

풍뎡 Point 인수 정리란 한 다항식이 일차식으로 나누어떨어질 때, 그 일차식을 인수로 갖는다는 뜻이다.

040

다항식 $2x^3 - x^2 - (2k+1)x - k$ 가 $x+2$ 를 인수로 가질 때, 상수 k 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

041

다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 $x-1$, $x+1$ 로 각각 나누어떨어질 때, 상수 a , b 에 대하여 $2a-3b$ 의 값은?

- ① -7 ② -5 ③ -3
- ④ -1 ⑤ 1

042

다항식 $x^3 + ax + b$ 가 $x-1$, $x+3$ 으로 각각 나누어떨어질 때, 다항식 $ax^3 + bx^2 + 3x - 2$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오. (단, a , b 는 상수이다.)

043

다항식 $f(x) = ax^3 - x^2 + bx + 1$ 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 9이고, 다항식 $f(x+2)$ 가 $x+1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a , b 에 대하여 $a-2b$ 의 값을 구하시오.

유형 08 인수 정리 - 이차식으로 나누어떨어지는 경우 ★ 중요

- 다항식 $f(x)$ 가 $(x-a)(x-\beta)$ 로 나누어떨어진다.
 $\rightarrow f(x)$ 는 $x-a$, $x-\beta$ 를 인수로 갖는다.
 $\rightarrow f(a)=0, f(\beta)=0$

풍뎡 Point $f(x)$ 가 $(x-a)(x-\beta)$ 로 나누어떨어지면 $x-a$, $x-\beta$ 로 각각 나누어떨어진다.

044

다항식 $x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-1)$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a , b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 2 ② 5 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 13

045

다항식 $x^3 + ax^2 - 13x + b$ 가 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a , b 의 값을 구하시오.

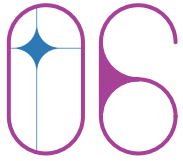
046

다항식 $f(x) = ax^3 + bx^2 - 8x - 3$ 이 $x^2 - 2x - 3$ 으로 나누어떨어질 때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

047

다항식 $x^3 + ax^2 - bx + 8$ 이 $x^2 - 6x + 8$ 로 나누어떨어질 때, 다항식 $bx^3 + 3x - a$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9



조립제법

1 조립제법

다항식을 일차식으로 나눌 때, 계수만을 이용하여 몫과 나머지를 구하는 방법을 조립제법이라 한다.

참고 $f(x)$ 를 $x + \frac{b}{a}$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 일 때, $ax + b$ 로 나누었을 때의 몫은

$$\frac{1}{a}Q(x) \text{이다.}$$

보기

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 4x - 3 \text{ ← 몫} \\ x - 2 \overline{) 2x^3 - 8x^2 + 5x + 1} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ -4x^2 + 5x \\ \underline{-4x^2 + 8x} \\ -3x + 1 \\ \underline{-3x + 6} \\ -5 \text{ ← 나머지} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} & 2x^3 - 8x^2 + 5x + 1 \text{의 계수} & & \\ 2 & -8 & 5 & 1 \\ & + & + & + \\ \times 2 & 4 & \times 2 & -8 & \times 2 & -6 \\ 2 & -4 & -3 & -5 \text{ ← 나머지} \\ & \text{몫의 계수} & & \end{array}$$

용법 Tip 나머지 정리로 나머지를 구할 수 있고, 조립제법으로 몫과 나머지를 구할 수 있다.

• 계수를 나열할 때 해당되는 차수의 항이 없으면 계수가 0이므로 그 자리에 0을 쓴다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 019쪽

048

다음은 조립제법을 이용하여 다항식의 나눗셈에서의 몫과 나머지를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 몫과 나머지를 구하시오.

(1) $(x^3 - 2x^2 + 4x - 2) \div (x - 2)$

$$\begin{array}{r} 2 \left| \begin{array}{cccc} 1 & \square & 4 & -2 \\ & 2 & \square & 8 \\ \hline 1 & 0 & 4 & \square \end{array} \right. \end{array}$$

(2) $(3x^3 + x^2 - 1) \div (x + 1)$

$$\begin{array}{r} \square \left| \begin{array}{cccc} 3 & 1 & \square & -1 \\ & -3 & 2 & -2 \\ \hline \square & -2 & 2 & -3 \end{array} \right. \end{array}$$

(3) $(2x^3 - 5x^2 - 2x + 5) \div (x - \frac{1}{2})$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \left| \begin{array}{cccc} 2 & -5 & -2 & 5 \\ & \square & \square & \square \\ \hline 2 & -4 & -4 & 3 \end{array} \right. \end{array}$$

049

조립제법을 이용하여 다음 나눗셈의 몫과 나머지를 구하시오.

(1) $(x^3 + 6x^2 - x - 7) \div (x + 3)$

(2) $(4x^3 + 2x^2 - 6x - 1) \div (x - 1)$

(3) $(9x^3 - 13x - 2) \div (3x + 1)$

$$\begin{array}{r} \text{💡 } -\frac{1}{3} \left| \begin{array}{cccc} 9 & 0 & -13 & -2 \\ & -3 & 1 & \square \\ \hline 9 & -3 & \square & 2 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 9x^3 - 13x - 2 &= \left(x + \frac{1}{3}\right) (\square) + 2 \\ &= (3x + 1) (\square) + 2 \end{aligned}$$

(4) $(4x^3 - 5x^2 - 16x + 19) \div (4x - 5)$

유형 09 조립제법

중요

다항식을 일차식으로 나눈 몫과 나머지는 조립제법을 이용하여 구할 수 있다.

풍생 Point 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 몫이 $Q(x)$ 이면 $ax+b$ 로 나눈 몫은 $\frac{1}{a}Q(x)$ 이다. 이때 나머지는 $f(-\frac{b}{a})$ 로 같다.

050

조립제법을 이용하여 오른쪽과 같이 다항식 $x^3 - 5x^2 + 5$ 를 $x - 4$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하려고 한다. 상수 a, b, c, d, e 의 값을 구하시오.

$$\begin{array}{r|rrrr} a & 1 & -5 & b & 5 \\ & & 4 & c & -16 \\ \hline & 1 & d & -4 & e \end{array}$$

051

다항식 $6x^3 + 7x^2 + 11x + 2$ 를 $3x + 2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 할 때, $Q(1) - R$ 의 값을 조립제법을 이용하여 구하시오.

052

조립제법을 이용하여 오른쪽과 같이 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 2$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하려고 한다. 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & a & b & -2 \\ & & 2 & 2 & d \\ \hline & 1 & c & -2 & -6 \end{array}$$

053

다항식 $x^3 - 6x^2 + 2x + 4$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 조립제법을 이용하여 구하시오.

유형 10 조립제법과 항등식

$x - a$ (a 는 상수)에 대하여 내림차순으로 정리된 항등식의 미정 계수는 조립제법을 연속으로 이용하여 구할 수 있다.

풍생 Point 수치대입법이나 계수비교법을 이용하여 구할 수도 있지만 조립제법을 연속으로 이용하면 간편하다.

054

다음은 x 에 대한 항등식 $x^3 + 2x^2 - x - 3 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 에서 조립제법을 이용하여 상수 a, b, c, d 의 값을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & \square & -1 & -3 \\ & & 1 & \square & 2 \\ \hline 1 & 1 & 3 & \square & -1 \\ & & 1 & 4 & \\ \hline 1 & 1 & 4 & \square & 6 \\ & & \square & & \\ \hline & 1 & \square & & 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 + 2x^2 - x - 3 &= (x-1)^3 + 5(x-1)^2 + 6(x-1) - 1 \\ &\text{따라서 } a=1, b=5, c=6, d=-1 \text{이다.} \end{aligned}$$

055

모든 실수 x 에 대하여 등식 $x^3 + x^2 - 5x + 3 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 성립할 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $ab + c$ 의 값을 구하시오.

056

x 의 값에 관계없이 등식 $3x^3 + 8x^2 - 6x - 4 = a(x+2)^3 + b(x+2)^2 + c(x+2) + d$ 가 항상 성립할 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오.

01

임의의 실수 x, y 에 대하여 등식

$$(2x-y)a + (3y+x)b = 6x + 11y$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

02

등식 $(x-1)(x^2-4)P(x) = ax^4 + bx^2 + 8$ 이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -20 ② -10 ③ 0
④ 10 ⑤ 20

03

$x+y=0$ 을 만족시키는 모든 실수 x, y 에 대하여 등식

$$2x^2 + ax + bxy + (b-1)y = 0$$

이 성립할 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

04 (실전) Plus

등식

$$(x^2+x-2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$$

이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{10}$ 의 값은? (단, a_0, a_1, \dots, a_{10} 은 상수이다.)

- ① -32 ② -16 ③ 0
④ 16 ⑤ 32

05

다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 1$ 이 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어질 때, $f(-1)$ 의 값을 구하시오.

06 교육청 기출

x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - 9x + a$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 7일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

07

다항식 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 -12일 때, 다항식 $xf(x+1)$ 을 $x+4$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -48 ② -3 ③ 3
④ 12 ⑤ 48

08 학교 시험 기출

다항식 $x^8 + 2x^6 - x^4$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

09 학교 시험 기출

다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -1 이다.
 $(x^2+1)f(x)$ 를 x^2+x-2 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $-3x-1$ ② $-3x+1$ ③ $x+3$
 ④ $3x+1$ ⑤ $3x+3$

10 (심전) Plus

$3^{10}+3^{13}$ 을 4로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

11

다항식 $f(x)=3x^3+ax^2+bx+6$ 이 $x-1$, $x+3$ 으로 각각 나누어떨어질 때, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

12 (심전) Plus

삼차항의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)=f(2)=f(3)=-1$ 일 때, $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하시오.

13

다항식 $f(x)=ax^3+x^2-8x+b$ 가 x^2-4 를 인수로 가질 때, $f(x)$ 를 x^2+3 으로 나눈 나머지를 구하시오.

14

다항식 $5x^3-3x^2+ax-4$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$ 이고 나머지가 4일 때, $Q(1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

15 교육청 기출

다음은 사차다항식 $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ 를 조립제법을 이용하여 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지를 구하고, 그 몫을 다시 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지를 구하는 과정의 일부이다.

2	1	a	b	c	d
		□	□	□	□
2	1	□	□	□	1
		□	□	□	
	1	2	-8	□	5

$P(3)$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.)

- ① 13 ② 16 ③ 19
 ④ 22 ⑤ 25

16

다음은 등식

$$2x^3+4x^2+px+q = a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$$

가 x 에 대한 항등식일 때, 조립제법을 이용하여 상수 p, q, a, b, c, d 의 값을 구하는 과정이다.

1	2	4	p	q
		2	6	3
1	2	6	3	7
		2	8	
1	2	8	11	
		2		
	2	10		

$a+b-c+d-(p+q)$ 의 값을 구하시오.



인수분해

1 인수분해 공식(1)

- ① $ma + mb = m(a + b)$
- ② $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- ③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$
- ⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

2 인수분해 공식(2)

- ① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a + b + c)^2$
- ② $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$
- ③ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- ④ $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
- ⑤ $a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

참고 인수분해 공식은 곱셈 공식의 좌변과 우변을 바꾸어 놓은 것이다.

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) \xrightarrow[\text{인수분해}]{\text{곱셈 공식}} a^3 + b^3$$

• 인수분해

하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타내는 것

• 인수분해 공식 (1)은 중학교에서 학습한 내용이다.

풍뎡 Tip 일반적으로 다항식의 계수의 범위를 유리수로 생각하여 더 이상 인수분해할 수 없을 때까지 인수분해한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 023쪽

001

다음 식을 인수분해하시오.

- (1) $a^2b - ab^3$
- (2) $4x^2y + 8xy^2 - 2xy$
- (3) $xy(x - y) + x(y - x)$

002

다음 식을 인수분해하시오.

- (1) $y^2 - 6y + 9$
- (2) $4x^2 - 4x + 1$
- (3) $25a^2 + 30ab + 9b^2$

003

다음 식을 인수분해하시오.

- (1) $x^2 - 9$
- (2) $y^2 - 36$
- (3) $100a^2 - 49b^2$

004

다음 식을 인수분해하시오.

- (1) $a^2 - 8a + 15$
- (2) $2y^2 - 3y - 2$
- (3) $6x^2 + 5xy - 6y^2$

007

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $a^3 + 27$

(2) $x^3 - 8$

(3) $64x^3 + 1$

$$\begin{aligned} \text{💡 } 64x^3 + 1 &= (\square)^3 + 1^3 \\ &= (4x+1)\{(\square)^2 - 4x \times 1 + 1^2\} \\ &= (4x+1)(\square - 4x + 1) \end{aligned}$$

(4) $27a^3 - b^3$

(5) $8x^3 - 125y^3$

(6) $27a^3 + 64b^3$

008

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $a^3 - b^3 - c^3 - 3abc$

$$\begin{aligned} \text{💡 } a^3 - b^3 - c^3 - 3abc &= a^3 + (-b)^3 + (-c)^3 - 3 \times a \times (-b) \times (-c) \\ &= (a-b-c)\{a^2 + (-b)^2 + (\square)^2 - a \times (-b) \\ &\quad - (-b) \times (-c) - (-c) \times a\} \\ &= (a-b-c)(a^2 + b^2 + \square + ab - bc + ca) \end{aligned}$$

(2) $x^3 - y^3 + 8 + 6xy$

(3) $27x^3 + 8y^3 - 8z^3 + 36xyz$

009

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^4 + 16x^2 + 256$

$$\begin{aligned} \text{💡 } x^4 + 16x^2 + 256 &= x^4 + x^2 \times 4^2 + 4^4 \\ &= (x^2 + x \times 4 + 4^2)(x^2 - x \times 4 + 4^2) \\ &= (x^2 + \square + 16)(x^2 - \square + 16) \end{aligned}$$

(2) $y^4 + 4y^2 + 16$

(3) $81a^4 + 9a^2b^2 + b^4$



합차 공식을 이용한 인수분해

1 완전제곱식을 포함한 다항식의 인수분해

- ① 3개의 항을 묶어 완전제곱식으로 나타낼 수 있는지 확인한다.
- ② 3개의 항을 완전제곱식으로 나타낸 후, 남은 항을 제곱 꼴로 나타내고
 $(\quad)^2 - (\quad)^2$ 꼴로 변형하여 합차 공식을 이용한다.

보기 $x^2 - y^2 + 4y - 4 = x^2 - (y^2 - 4y + 4) = x^2 - (y - 2)^2 = (x + y - 2)(x - y + 2)$

2 $x^4 + ax^2 + b$ (a, b 는 상수) 꼴의 인수분해 - 치환하여 인수분해되지 않는 경우

- ① $x^2 = X$ 로 치환하여 $X^2 + aX + b$ 를 인수분해할 수 없음을 확인한다.
- ② ax^2 을 적당히 나누어 $(\quad)^2 - (\quad)^2$ 꼴로 변형한 후 합차 공식을 이용한다.

보기 $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^4 + 6x^2 + 9) - 4x^2 = (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 = (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$

• $X^2 + aX + b$ 가 인수분해되는 경우는 42쪽에서 학습하였다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 025쪽

012

다음 식을 인수분해하십시오.

(1) $x^2 - y^2 - 2y - 1$

(2) $x^2 - y^2 + 6x + 9$

(3) $4x^2 - y^2 + 10y - 25$

(4) $16x^2 + 9y^2 + 24xy - 1$

013

다음 식을 인수분해하십시오.

(1) $x^4 - 3x^2 + 1$

(2) $x^4 - 13x^2 + 4$

(3) $x^4 + 2x^2 + 9$

(4) $x^4 - 14x^2 + 25$

유형 01 인수분해 - 기본

중요★

- ① $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$
- ② $a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3=(a\pm b)^3$ (복호동순)
- ③ $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$ (복호동순)
- ④ $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
- ⑤ $a^4+a^2b^2+b^4=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

풍뎡 Point 인수분해의 기본은 공통인수로 묶어내기. 공통인수가 있으면 먼저 묶어서 정리한다.

014

보기에서 다항식 $(a+b)(2a+b)-(3b-a)(a+b)$ 의 인수인 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

- | | | |
|-----------|------------|------------|
| ㄱ. $a+b$ | ㄴ. $a-b$ | ㄷ. $3a+b$ |
| ㄹ. $3a-b$ | ㅁ. $3a+2b$ | ㅂ. $3a-2b$ |

015

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $x^2-6x+9=(x-3)^2$
- ② $16a^2-4=4(2a+1)(2a-1)$
- ③ $4x^2+10xy+25y^2=(2x+5y)^2$
- ④ $b^2-8b+12=(b-2)(b-6)$
- ⑤ $6a^2-ab-2b^2=(2a+b)(3a-2b)$

016

다항식 $x^2+4y^2-4xy+6x-12y+9$ 를 인수분해하면 $(x+ay+b)^2$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

017

다음 중 다항식 $27x^3-54x^2+36x-8$ 의 인수인 것은?

- ① $3x-1$
- ② $3x-2$
- ③ $3x+2$
- ④ $9x-4$
- ⑤ $9x+4$

018

다음 중 다항식 $64x^3-y^3$ 의 인수인 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

- ① $4x-y$
- ② $4x+y$
- ③ $16x^2+y^2$
- ④ $16x^2-4xy+y^2$
- ⑤ $16x^2+4xy+y^2$

019

다항식 $(2x-y)^3+125y^3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x+2y)(2x^2-7xy+25y^2)$
- ② $(x+2y)(4x^2-14xy+31y^2)$
- ③ $2(x-2y)(4x^2+14xy+31y^2)$
- ④ $2(x+2y)(2x^2-7xy+25y^2)$
- ⑤ $2(x+2y)(4x^2-14xy+31y^2)$

020

다항식 $ax^2+4y^2+bcy+2x+2y+c$ 가 다항식 $8x^3+8y^3+12xy-1$ 의 인수일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값은?

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

021

다항식

$$(x+y)^2(x-y)(x^2+y^2)+(xy+y^2)(x^2y+2y^3)$$

을 인수분해하시오.

유형 02 인수분해 - 치환

중요★

공통부분이 있는 다항식은 다음과 같은 순서로 인수분해한다.

- ① 공통부분을 X 로 치환한 후 인수분해한다.
- ② ①의 식에서 치환한 문자에 원래의 공통부분을 대입하여 더 이상 인수분해할 수 없을 때까지 인수분해한다.

풍샘 Point $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)+k$ 꼴의 인수분해는 공통부분이 생기도록 일차식을 두 개씩 묶어 전개한 후, 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

022

다항식 $(x^2-x-2)(x^2-x-5)-4$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2-x+c)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

023

다음 중 다항식 $(x^2+6x)(x^2+6x+3)-40$ 의 인수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $x-2$ ② $x-4$ ③ $x+2$
 ④ x^2+6x-8 ⑤ x^2+6x-5

024

다항식 $(a-b-4)(a-b+2)+5$ 를 인수분해하면?

- ① $(a-b-1)(a-b-3)$
 ② $(a-b+1)(a-b-3)$
 ③ $(a-b+1)(a-b+3)$
 ④ $(a-b+1)(a+b-3)$
 ⑤ $(a+b+1)(a+b-3)$

025

다음 중 다항식 $(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24$ 의 인수 가 아닌 것은?

- ① $x-2$ ② $x-1$ ③ $x+1$
 ④ $x+3$ ⑤ $x+4$

026

다항식 $(x^2-3x)^2+9x^2-27x+20$ 이 x^2 의 계수가 1인 두 이차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 이차식의 합을 구하시오.

027

다항식 $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)-14$ 를 인수분해 하면?

- ① $(x^2-2x-10)(x^2-2x-1)$
 ② $(x^2-2x-10)(x-1)^2$
 ③ $(x^2-2x+3)(x^2-2x+8)$
 ④ $(x^2+2x+3)(x^2+2x+8)$
 ⑤ $(x^2+2x+10)(x^2+2x-1)$

유형 03 완전제곱식을 포함한 다항식의 인수분해

완전제곱식을 포함한 다항식은 3개의 항을 묶어 완전제곱식으로 나타낸 후 합차 공식을 이용하여 인수분해한다.

풍생 Point 합차 공식을 이용해야 하므로 두 개의 완전제곱식이 생기도록 식을 정리한다.

028

다항식 $x^2 - 4xy + 4y^2 - 64$ 를 인수분해하면 $(ax + by + 8)(x - 2y + c)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -9 ② -6 ③ -3
- ④ 0 ⑤ 3

029

보기에서 다항식 $x^2 - 9y^2 + 14x + 49$ 의 인수인 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ㄱ. $x + 3y + 7$ | ㄴ. $x + 3y - 7$ |
| ㄷ. $x - 3y + 7$ | ㄹ. $x - 3y - 7$ |

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

030

다항식 $4x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3$ 을 인수분해한 것은?

- ① $(2x - y - 1)(2x + y + 3)$
- ② $(2x - y + 1)(2x + y - 3)$
- ③ $(2x + y - 1)(2x - y + 3)$
- ④ $(2x + y + 1)(2x - y - 3)$
- ⑤ $(2x + y + 1)(2x - y + 3)$

유형 04 $x^4 + ax^2 + b$ 꼴의 인수분해

- ① $x^2 = X$ 로 치환하여 $X^2 + aX + b$ 를 인수분해한다.
- ② ①의 식이 인수분해되지 않으면 ax^2 을 적당히 나누어 합차 공식을 이용한다.

풍생 Point 치환하여 인수분해되지 않는 경우는 $x^4 + (a+k)x^2 + b - kx^2$ 꼴에서 $x^4 + (a+k)x^2 + b$ 가 완전제곱식이 되도록 k 의 값을 정한다.

031

다항식 $x^4 - 7x^2 - 18$ 이 $(x+a)(x-a)(x^2+b)$ 로 인수분해될 때, 양수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

032

다항식 $x^4 - 9x^2 + 16$ 을 인수분해하면 x^2 의 계수가 1인 두 이차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 이차식의 합은?

- ① $2x^2 - 8$ ② $2x^2 + 8$
- ③ $2x^2 - 2x - 8$ ④ $2x^2 + 2x - 8$
- ⑤ $4x^2 - 16$

033

다항식 $x^4 + 4$ 를 인수분해하면

$$(x^2 - 2x + 2)(x^2 + ax + b)$$

일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

034

다음 중 다항식 $x^4 - 20x^2 + 64$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + 2$ ② $x + 4$ ③ $x^2 - 4$
- ④ $x^2 + 4$ ⑤ $x^2 + 6x + 8$

04

복잡한 식의 인수분해

① 문자가 여러 개인 다항식의 인수분해

① 문자의 차수가 다른 경우

차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

② 문자의 차수가 같은 경우

어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

풍뎡 Tip 어떤 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해해도 그 결과는 같지만 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 정리하는 것이 더 계산하기 쉽다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 027쪽

035

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2 + xy - 3x - y + 2$

$$\begin{aligned} \text{💡 } x^2 + xy - 3x - y + 2 &= xy - y + x^2 - 3x + 2 \\ &= (x-1)y + (x-1)(x-2) \\ &= (x-1)(\quad) \end{aligned}$$

(2) $2a^2 - ab + 4a - 3b - 6$

(3) $x^2 - xy - 4x + 5y - 5$

(4) $x^2y + x^2 + 2xy + 2x - y - 1$

(5) $2x^2y - 6x^2 - 2xy + 6x + 3y - 9$

(6) $-2y^3 + 3xy^2 - 2y^2 + 3xy + 6x - 4y$

036

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2 - y^2 - 3x + y + 2$

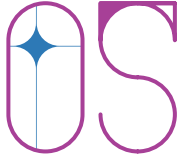
(2) $a^2 - 2b^2 + ab - 4a - 11b - 5$

(3) $3x^2 - 2y^2 + 5xy - 10x + 8y - 8$

(4) $4a^2 - 2b^2 + 2ab - 8a - 5b + 3$

(5) $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$

(6) $a^2(b-c) + a(b^2+c^2) - bc(b-c) - 2abc$



인수 정리를 이용한 고차식의 인수분해

1 인수 정리를 이용한 고차식의 인수분해

- ① 다항식 $f(x)$ 에서 $f(a)=0$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 찾는다.
- ② 조립제법을 이용하여 $f(x)$ 를 $x-a$ 로 나누었을 때의 몫 $Q(x)$ 를 구한 후 $f(x)=(x-a)Q(x)$ 로 나타낸다.
- ③ $Q(x)$ 가 더 이상 인수분해되지 않을 때까지 인수분해한다.

꿀팁 Tip $Q(x)$ 가 삼차 이상인 경우 조립제법을 이용하여 ①, ②의 과정을 반복한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 027쪽

037

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^3 - x^2 - 4x + 4$

(2) $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$

(3) $x^3 + 4x^2 - 3x - 18$

(4) $2x^3 - 8x^2 + 5x + 1$

(5) $2x^3 + 3x^2 + 4x - 3$

038

다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 4x - 4$

(2) $x^4 - 8x^3 + 7x^2 + 36x - 36$

(3) $x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 5x - 2$

(4) $x^4 + 6x^3 - 54x - 81$

(5) $4x^4 - 8x^3 - 7x^2 + x + 1$

유형 05 문자가 여러 개인 다항식의 인수분해

- ① 문자의 차수가 다르면 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.
- ② 문자의 차수가 같으면 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

풍생 Point 모든 문자의 차수가 같으면 임의로 한 문자를 택하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

039

다항식 $4x^2 + 2xy - 13x - 6y + 3$ 을 인수분해하면 $(x+a)(bx+cy+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c, d 는 상수이다.)

040

보기에서 다항식 $x^2 - 2y^2 + xy - 4x - 8y$ 의 인수인 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

- | | |
|------------|------------|
| ㄱ. $x+2y$ | ㄴ. $x-2y$ |
| ㄷ. $x+y+4$ | ㄹ. $x-y-4$ |

041

다항식 $x^2 - 3y^2 + 2xy - 2x + 6y - 3$ 이 x 의 계수가 1인 x, y 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합을 구하시오.

042

다음 중 다항식 $a^2b + a^2c - ab^2 + ac^2 - b^2c - bc^2$ 의 인수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① $a-b$ | ② $a+b$ | ③ $b-c$ |
| ④ $b+c$ | ⑤ $c-a$ | |

유형 06 인수 정리를 이용한 고차식의 인수분해 중요★

다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(a)=0$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구한 후 인수 정리를 이용하여 인수분해한다.

풍생 Point a 의 값을 구할 때는 다항식 $f(x)$ 의 상수항의 약수를 먼저 살펴본다.

043

다항식 $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

044

다항식 $x^3 + ax + 30$ 이 $(x-1)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

045

다음 중 다항식 $x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 20x + 48$ 의 인수가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- | | | |
|---------|---------|---------|
| ① $x-4$ | ② $x-3$ | ③ $x-2$ |
| ④ $x+2$ | ⑤ $x+3$ | |

046

다항식 $f(x) = 3x^4 - 11x^3 + 3x^2 + 11x - 6$ 이 $3x-2$ 를 인수로 가질 때, $f(x)$ 를 인수분해하시오.

유형 07 인수분해의 활용

중요

- ① 식의 값을 구할 때는 곱셈 공식과 인수분해 공식을 이용하여 식을 변형한 후 주어진 값을 대입한다.
- ② 복잡한 수를 계산할 때는 수를 문자로 치환한 후 인수분해하여 계산한다.

풍생 Point 삼각형의 모양을 판단하는 문제는 세 변의 길이 a, b, c 에 대한 등식에서 인수분해를 이용하여 다음과 같이 a, b, c 사이의 관계를 파악한다.

- ① $a=b=c$ 이면 정삼각형
- ② $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a$ 이면 이등변삼각형
- ③ $c^2=a^2+b^2$ 이면 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

047

$a-b=3, ab=1$ 일 때, a^3-b^3 의 값은?

- ① 12 ② 18 ③ 24
- ④ 30 ⑤ 36

048

$x=2-\sqrt{3}, y=2+\sqrt{3}$ 일 때, $x^2y-xy^2+2x-2y$ 의 값을 구하시오.

049

$(19^3+3 \times 19^2+3 \times 19+1)+(19^2-9^2)$ 의 값은?

- ① 8120 ② 8200 ③ 8280
- ④ 8360 ⑤ 8440

050

$\frac{11^4+11^2+1}{11^3-1}$ 의 값은?

- ① 11 ② 11.1 ③ 11.2
- ④ 11.3 ⑤ 11.4

051

$f(x)=x^3-3x-2$ 일 때, $f(99)$ 의 값을 구하시오.

052

삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여

$$a^3+c^3+a^2c-ab^2+ac^2-b^2c=0$$

이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형
- ② $a=b$ 인 이등변삼각형
- ③ $c=a$ 인 이등변삼각형
- ④ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
- ⑤ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형

01

다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a^2 + b^2 + 4c^2 - 2ab - 4bc + 4ca = (a - b + 2c)^2$
- ② $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x - 3)^3$
- ③ $64a^3 + 8b^3 = 8(2a + b)(4a^2 - 2ab + b^2)$
- ④ $x^3 - 27y^3 - 9xy - 1$
 $= (x - 3y + 1)(x^2 + 9y^2 + 3xy + x - 3y + 1)$
- ⑤ $16x^4 + 36x^2y^2 + 81y^4$
 $= (4x^2 + 6xy + 9y^2)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

02 학교 시험 기출

다항식 $x^4 + 2x^3 - x - 2$ 를 인수분해하시오.

03

부피가 $8a^3 - 60a^2 + 150a - 125$ 인 정육면체의 한 모서리의 길이는? (단, $a > 5$)

- ① $a - 5$ ② $2a - 3$ ③ $2a - 5$
- ④ $2a + 3$ ⑤ $2a + 5$

04

다항식 $x^8 + 16x^4y^2 + 256y^4$ 을 인수분해한 것은?

- ① $(x^2 + 4xy + 16y^2)(x^2 - 4xy + 16y^2)$
- ② $(x^2 + 4x^2y + 16y^2)(x^2 - 4x^2y + 16y^2)$
- ③ $(x^4 + 4xy + 16y^2)(x^4 - 4xy + 16y^2)$
- ④ $(x^4 + 4x^2y + 16y^2)(x^4 - 4x^2y + 16y^2)$
- ⑤ $(x^4 + 4x^2y^2 + 16y^2)(x^4 - 4x^2y^2 + 16y^2)$

05 교육청 기출

다항식 $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 이

$(x + 2)(x - 1)(x^2 + ax + b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

06

다항식 $(x^2 - 3x)^2 - 2x^2 + 6x - 8$ 이 x 의 계수가 1인 네 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 네 일차식의 합을 구하시오.

07 실전 Plus

다항식 $x(x + 4)(x - 2)(x - 6) + k$ 가 x 에 대한 이차식의 완전제곱식으로 인수분해될 때, 상수 k 의 값은?

- ① 100 ② 121 ③ 144
- ④ 169 ⑤ 196

08

다음 중 다항식 $4x^2 + 49y^2 + 28xy - 9$ 의 인수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $2x - 7y - 3$ ② $2x - 7y + 3$
- ③ $2x + 7y$ ④ $2x + 7y - 3$
- ⑤ $2x + 7y + 3$

09

다항식 $81a^4+4b^4$ 을 인수분해하면 $(9a^2+pab+qb^2)(9a^2-pab+qb^2)$ 일 때, 자연수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오.

10

보기에서 다항식 $x^3+x^2y-x^2z+2y^2+2xy-2yz$ 의 인수인 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

- | | |
|-------------|-------------|
| ㉠. $x+y+z$ | ㉡. $x+y-z$ |
| ㉢. x^2+2y | ㉣. $2x^2+y$ |

11

다항식 $2x^4+5x^3-2x^2+x-6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x-3)(2x^2+x+2)$
- ② $(x-1)(x+3)(2x^2-x-2)$
- ③ $(x-1)(x+3)(2x^2+x+2)$
- ④ $(x+1)(x-3)(2x^2+x+2)$
- ⑤ $(2x-1)(x+3)(x^2+x+1)$

12

다항식 $f(x)=x^4+3x^3-4x^2+kx-4$ 가 $x+1$ 을 인수로 가질 때, 상수 k 의 값을 구하고 $f(x)$ 를 인수분해하시오.

13

$x+y=5, xy=3$ 일 때, $x^4+x^2y^2+y^4$ 의 값은?
 ① 330 ② 338 ③ 344
 ④ 352 ⑤ 360

14 **교육청 기출**

$\frac{2026^3+1}{2025^2+2026}$ 의 값은?
 ① 2024 ② 2025 ③ 2026
 ④ 2027 ⑤ 2028

15 **실전 Plus**

$\sqrt{14 \times 16 \times 18 \times 20 + 16}$ 의 값은?
 ① 284 ② 294 ③ 304
 ④ 314 ⑤ 324

16

삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
 ① $a=b$ 인 이등변삼각형
 ② $b=c$ 인 이등변삼각형
 ③ 정삼각형
 ④ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 ⑤ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

II

방정식과 부등식

숨어 있는 해를 찾아라.

이 단원에서는 '문제 해결의 기술'을 배운다. 수학적으로 사고하는 방법을 익히는 시작점. 처음에는 복잡해 보여도 하다 보면 금방 감이 온다. 계산도 중요하지만 해석이 더 중요하다. 조건을 보고 식을 세우고, 그 안에 숨은 의미를 꿰뚫는 내공. 이 내공을 단련하는 것이 이 단원의 목표다.

- 01 복소수
- 02 이차방정식
- 03 이차방정식과 이차함수
- 04 여러 가지 방정식
- 05 일차부등식과 연립일차부등식
- 06 이차부등식과 연립이차부등식

01 복소수

본문 056~069쪽

- 유형 1 복소수의 뜻
- 유형 2 복소수가 서로 같을 조건
- 유형 3 복소수의 사칙연산
- 유형 4 복소수가 실수 또는 순허수가 될 조건
- 유형 5 복소수가 주어질 때의 식의 값
- 유형 6 켈레복소수의 계산
- 유형 7 켈레복소수의 성질을 이용한 식의 값
- 유형 8 등식을 만족시키는 복소수
- 유형 9 음수의 제곱근
- 유형 10 i 의 거듭제곱

복소수

허수단위 $i \Rightarrow i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$

① 복소수

$$1 + 2i$$

실수 부분 \swarrow \searrow 허수 부분

② 켈레복소수

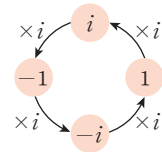
$$\overline{3 + 2i} = 3 - 2i$$

③ i 의 거듭제곱

$$i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1,$$

$$i^5 = i, \quad i^6 = -1, \quad i^7 = -i, \quad i^8 = 1,$$

...



02 이차방정식

본문 070~083쪽

- 유형 1 이차방정식의 풀이
- 유형 2 이차방정식의 근의 판별
- 유형 3 이차식이 완전제곱식이 될 조건
- 유형 4 이차방정식의 근과 계수의 관계
- 유형 5 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한 식의 값
- 유형 6 두 근에 대한 조건이 주어진 이차방정식
- 유형 7 두 수를 근으로 하는 이차방정식
- 유형 8 이차식의 인수분해
- 유형 9 이차방정식의 켈레근

이차방정식의 근의 판별

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 대하여

- ① $D > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 실근] 실근
- ② $D = 0 \Rightarrow$ 중근] 실근
- ③ $D < 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 허근 — 허근

이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

03 이차방정식과 이차함수

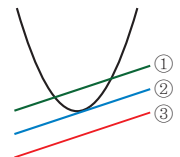
본문 084~098쪽

- 유형 1 이차함수의 그래프와 x 축의 교점
- 유형 2 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계
- 유형 3 이차함수의 그래프와 직선의 교점
- 유형 4 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계
- 유형 5 이차함수의 최대·최소
- 유형 6 제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소
- 유형 7 이차함수의 최대·최소의 활용

이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수의 식과 직선의 방정식을 연립한 이차방정식의 판별식 D 에 대하여

- ① $D > 0 \Rightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0 \Rightarrow$ 한 점에서 만난다.(접한다.)
- ③ $D < 0 \Rightarrow$ 만나지 않는다.



04 여러 가지 방정식

본문 099~118쪽

- 유형 ① 삼차방정식과 사차방정식의 풀이
- 유형 ② 공통부분이 있는 사차방정식
- 유형 ③ $x^4+ax^2+b=0$ 꼴의 방정식
- 유형 ④ 좌우 대칭 꼴의 방정식
- 유형 ⑤ 근이 주어진 삼·사차방정식
- 유형 ⑥ 근에 대한 조건이 주어진 삼차방정식
- 유형 ⑦ 삼차방정식의 근과 계수의 관계
- 유형 ⑧ 세 수를 근으로 하는 삼차방정식
- 유형 ⑨ 삼차방정식의 절레근
- 유형 ⑩ 방정식 $x^3=\pm 1$ 의 허근
- 유형 ⑪ 연립이차방정식(1)
- 유형 ⑫ 연립이차방정식(2)
- 유형 ⑬ 대칭식으로 이루어진 연립이차방정식
- 유형 ⑭ 부정방정식

삼차방정식과 사차방정식의 풀이

- 인수 정리와 조립제법을 이용하여 인수분해한다.
- 공통부분이 있으면 하나의 문자로 치환한다.

삼차방정식의 근과 계수의 관계

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

연립이차방정식

① $\begin{cases} (\text{일차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases}$	일차방정식을 이차방정식에 대입하여 푼다.
② $\begin{cases} (\text{이차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases}$	인수분해를 이용하여 ①의 꼴로 변형한 후 푼다.

05 일차부등식과 연립일차부등식

본문 119~127쪽

- 유형 ① 연립일차부등식
- 유형 ② $A < B < C$ 꼴의 부등식
- 유형 ③ 해가 주어진 연립일차부등식
- 유형 ④ 해의 조건이 주어진 연립일차부등식
- 유형 ⑤ 절댓값 기호를 포함한 일차부등식

연립일차부등식의 풀이

각 부등식의 해를 구한 후 수직선 위에 나타내어 공통부분을 찾는다.

절댓값 기호를 포함한 일차부등식

- $a > 0$ 일 때 $\Rightarrow |x| < a$ 이면 $-a < x < a$
- $\Rightarrow |x| > a$ 이면 $x < -a$ 또는 $x > a$

06 이차부등식과 연립이차부등식

본문 128~142쪽

- 유형 ① 이차부등식의 풀이
- 유형 ② 해가 주어진 이차부등식
- 유형 ③ 정수해의 조건이 주어진 이차부등식
- 유형 ④ 근의 조건이 주어진 이차부등식
- 유형 ⑤ 이차부등식과 두 그래프의 위치관계
- 유형 ⑥ 제한된 범위에서 항상 성립하는 이차부등식
- 유형 ⑦ 연립이차부등식
- 유형 ⑧ 해가 주어진 연립이차부등식
- 유형 ⑨ 절댓값 기호를 포함한 이차부등식

이차함수의 그래프와 이차부등식의 해

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a > 0$)의 판별식을 D , 두 실근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 할 때, 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 이차부등식 $ax^2+bx+c > 0$ 의 해는 다음과 같다.

판별식 D	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프			
$ax^2+bx+c > 0$ 의 해	$x < \alpha$ 또는 $x > \beta$	$x \neq \alpha$ 인 모든 실수	모든 실수

01 복소수

1 허수단위

제공하여 -1 이 되는 수를 i 라 하고, 이를 허수단위라 한다. 즉,

$$i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$$

2 복소수

두 실수 a, b 에 대하여 $a+bi$ 꼴로 나타내는 수를 **복소수**라 하고, a 를 실수 부분, b 를 허수부분이라 한다.

3 허수

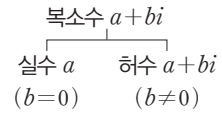
실수가 아닌 복소수 $a+bi$ ($b \neq 0$)를 허수라 한다.

- 참고** ① 실수 a 는 $a=a+0i$ 로 나타낼 수 있으므로 실수도 복소수이다.
 ② 실수부분이 0인 허수 bi ($b \neq 0$)를 순허수라 한다.

보기 $2-i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 -1 이다.

• 복소수의 분류

실수 a, b 에 대하여



개념 기본 문제

정답과 풀이 033쪽

001

다음 복소수의 실수부분과 허수부분을 구하시오.

(1) $3+i$

(2) $7i-2$

(3) $-3i$

(4) 15

002

다음 복소수의 실수부분과 허수부분을 구하시오.

(1) $\sqrt{2}+2i$

(2) $\sqrt{10}i-5$

(3) i^2

(4) $\frac{1+3i}{3}$

003

다음 수가 실수이면 ‘실수’를, 허수이면 ‘허수’를 () 안에 써넣으시오.

(1) $\sqrt{5}+1$ ()

(2) $1-\sqrt{2}i$ ()

(3) $-1+i^2$ ()

(4) $\frac{\sqrt{3}i+\sqrt{6}}{2}$ ()

004

보기에서 다음 수를 있는 대로 고르시오.

보기

- | | | |
|------------|--------------------|----------------|
| ㄱ. $-8-7i$ | ㄴ. $3i$ | ㄷ. π |
| ㄹ. $4-i^2$ | ㅁ. $\sqrt{(-1)^2}$ | ㅂ. $\sqrt{-1}$ |

(1) 실수

(2) 허수

(3) 순허수

02

복소수가 서로 같을 조건과 켈레복소수

1 복소수가 서로 같을 조건

두 복소수 $a+bi, c+di$ (a, b, c, d 는 실수)에 대하여

- ① $a+bi=c+di$ 이면 $a=c, b=d$ 이다.
- ② $a+bi=0$ 이면 $a=0, b=0$ 이다.

보기 a, b 가 실수일 때,
 $a+bi=1-5i$ 이면 $a=1, b=-5$

2 켈레복소수

복소수 $a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 허수부분의 부호를 바꾼 복소수 $a-bi$ 를 $a+bi$ 의 켈레복소수라 하고, 기호 $\overline{a+bi}$ 로 나타낸다. 즉,

$$\overline{a+bi}=a-bi$$

보기 $\overline{-4+i}=-4-i$

참고 a, b 가 실수일 때, $\overline{a-bi}=a+bi$ 이므로 두 복소수 $a+bi$ 와 $a-bi$ 는 서로 켈레복소수이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 033쪽

005

다음 등식을 만족시키는 실수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $a+bi=6+4i$

(2) $8i-2=a+bi$

(3) $a+bi=-5$

(4) $3+bi=a-i$

007

다음 복소수의 켈레복소수를 구하시오.

(1) $2+i$

(2) $3i-3$

(3) $\sqrt{3}-4$

(4) $2i$

006

다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 의 값을 구하시오.

(1) $(x+2)+(y-3)i=3-4i$

(2) $(3x+4)+(-y-2)i=2i-5$

(3) $(x+y)+(2x-y)i=7-i$

(4) $(x+2y+1)+i=2+(3x+3y-5)i$

008

다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 의 값을 구하시오.

(1) $\overline{x+yi}=10+20i$

(2) $\overline{x-yi}=-1-6i$

(3) $x-3i=\overline{-2+yi}$

(4) $(y-x)+11i=4+\overline{(x-2y)i}$

유형 01 복소수의 뜻

복소수 $a+bi$ (a, b 는 실수)에서 a 는 실수부분, b 는 허수부분이다.

풍생 Point

복소수 $a+bi$	{	실수 a	$(b=0)$
		순허수 bi	$(a=0, b \neq 0)$
	허수	순허수가 아닌 허수 $a+bi$	$(a \neq 0, b \neq 0)$

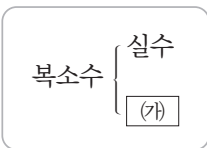
009

다음 중 옳은 것은?

- ① $7-8i$ 에서 허수부분은 8이다.
- ② $\frac{4+2i}{8}$ 에서 실수부분은 4이다.
- ③ 0은 복소수가 아니다.
- ④ $-2i$ 의 실수부분은 0, 허수부분은 $-2i$ 이다.
- ⑤ $\sqrt{5}i$ 는 복소수이다.

010

오른쪽과 같이 복소수를 실수와 실수가 아닌 복소수 (가)로 분류할 때, 다음 복소수 중에서 (가)에 해당하는 수의 개수를 구하시오.



- 5
0
 i
 $-i^2$
 $1+i$

011

$\sqrt{5}(1-\sqrt{5}i)$ 의 허수부분을 a , $\frac{2+3i}{4}$ 의 실수부분을 b 라

할 때, $a+2b$ 의 값은?

- ① -6 ② -4 ③ -2
- ④ 0 ⑤ 2

유형 02 복소수가 서로 같을 조건

중요★

두 복소수에서 실수부분과 허수부분이 각각 서로 같을 때, 두 복소수는 서로 같다고 한다.

풍생 Point

반드시 실수부분이 앞에, 허수부분이 뒤에 주어지지 않는 않으므로 실수부분과 허수부분을 정확히 구분하여 파악한다.

012

등식 $(x+3)+(x-2y+9)i=0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

013

등식 $(3x-y+2)+(-x+y+4)i=3-7i$ 를 만족시키는 실수 x, y 의 값을 구하시오.

014

등식 $(2-i)x+(i-3)y=5i-11$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
- ④ 3 ⑤ 5



복소수의 사칙연산

1 복소수의 덧셈과 뺄셈

a, b, c, d 가 실수일 때,

① 덧셈: $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$

② 뺄셈: $(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$

2 복소수의 곱셈

a, b, c, d 가 실수일 때,

$$(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

3 복소수의 나눗셈

a, b, c, d 가 실수이고 $c+di \neq 0$ 일 때,

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$

↳ 분모의 켈레복소수를 분자, 분모에 곱한다.

공범 Tip 복소수의 덧셈과 뺄셈은 허수단위 i 를 문자처럼 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서와 같은 방법으로 계산한다.

공범 Tip 복소수의 나눗셈은 무리수에서 분모를 유리화하는 것과 같은 방법으로 계산한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 034쪽

015

다음을 계산하십시오.

(1) $(3+2i) + (1+i)$

(2) $(6-5i) + (-2+4i)$

(3) $(8i-1) + (3i+7)$

(4) $(-9-11i) + (-4i-5)$

(5) $-6 + (2i-7)$

(6) $12i + (3-9i)$

016

다음을 계산하십시오.

(1) $(5+2i) - (6-3i)$

(2) $(-3+i) - (-1+7i)$

(3) $(6i+4) - (2i-1)$

(4) $(-7-8i) - (-3i-10)$

(5) $-i - (-10+10i)$

(6) $(\sqrt{2}i-1) - (-4+2\sqrt{2}i)$

017

다음을 계산하십시오.

(1) $(1+i)(2+i)$

(2) $(2+2i)(5-3i)$

(3) $(4-i)(3-7i)$

(4) $(i-1)^2$

(5) $(2-i)(2+i)$

(6) $(6-5i)(-6-5i)$

018

다음을 $a+bi$ (a, b 는 실수) 꼴로 나타내시오.

(1) $\frac{2}{1+i}$

(2) $\frac{5}{4-3i}$

(3) $\frac{i}{2+2i}$

(4) $\frac{10i}{1-2i}$

(5) $\frac{5-3i}{2i+4}$

(6) $\frac{2+\sqrt{2}i}{2-\sqrt{2}i}$

019

두 복소수 $z_1=1-i, z_2=3+2i$ 에 대하여 다음을 구하십시오.

(1) z_1+z_2

(2) z_1z_2

(3) $\frac{z_1}{z_2}$

(4) $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$

020

다음 등식을 만족시키는 실수 a, b 의 값을 구하십시오.

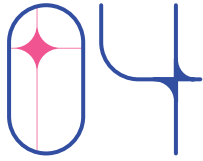
(1) $(5+3i)(a-2i)=41+bi$

단계1. 등식의 좌변을 간단히 하기

단계2. 복소수가 서로 같을 조건을 이용하여 a, b 의 값 구하기

(2) $\frac{a+5i}{i}=b-4i$

(3) $\frac{a}{1+i} + \frac{b}{1-i}=5+i$



켈레복소수의 성질

1 켈레복소수의 성질 (1)

복소수 $z = a + bi$ (a, b 는 실수)의 켈레복소수를 \bar{z} 라 하면

- ① $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ ← 실수
- ② $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$ ← 순허수
- ③ $z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ ← 실수

2 켈레복소수의 성질 (2)

두 복소수 z_1, z_2 의 켈레복소수를 각각 \bar{z}_1, \bar{z}_2 라 하면

- ① $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2, \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
- ② $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \times \bar{z}_2, \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$ (단, $z_2 \neq 0$)

• 복소수 z 와 그 켈레복소수 \bar{z} 에 대하여

- ① $\overline{(\bar{z})} = z$
- ② z 가 실수이면 $z = \bar{z}$
- ③ z 가 순허수이면 $z = -\bar{z}$

• 복소수와 그 켈레복소수의 합과 곱은 항상 실수이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 036쪽

021

복소수 $z = 4 - 2i$ 에 대하여 다음을 구하시오.
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

(1) \bar{z}

(2) $z + \bar{z}$

(3) $z\bar{z}$

022

복소수 $z = -1 + 5i$ 에 대하여 다음을 구하시오.
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

(1) \bar{z}

(2) $z + \bar{z}$

(3) $z\bar{z}$

023

두 복소수 $z_1 = 1 + 3i, z_2 = 2 - i$ 에 대하여 다음을 구하시오.
(단, \bar{z}_1, \bar{z}_2 는 각각 z_1, z_2 의 켈레복소수이다.)

(1) $\overline{z_1 + z_2}$

(2) $\overline{z_1 + z_2}$

(3) $\overline{z_1 z_2}$

(4) $\overline{z_1 \times z_2}$

024

두 복소수 $\alpha = 2i - 3, \beta = 5 - 4i$ 에 대하여 다음을 구하시오.
(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

(1) $\bar{\alpha} + \bar{\beta}$

(2) $\bar{\alpha} - \bar{\beta}$

(3) $\bar{\alpha}\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\beta}\bar{\beta}$

(4) $\bar{\alpha}\bar{\alpha} - \bar{\alpha}\bar{\beta} - \bar{\alpha}\beta + \bar{\beta}\bar{\beta}$

유형 03 복소수의 사칙연산

복소수의 사칙연산은 허수단위 i 를 문자처럼 생각하여 계산한다.

풍생 Point 복소수의 곱셈에서는 $i^2 = -1$ 임을 이용하여 실수부와 허수부분을 정리하고, 복소수의 나눗셈에서는 분모의 켤레복소수를 분자, 분모에 곱하여 계산한다.

025

$3(4-3i) - (-6+2i) + 2(i-5)$ 를 계산하시오.

026

$(\sqrt{5}-i)^2 + (\sqrt{5}+i)^2$ 의 값은?

- ① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ 8
 ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ 10

027

$(4i-1)(-i+3) - \frac{2+3i}{2-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때,

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① $\frac{57}{5}$ ② $\frac{58}{5}$ ③ $\frac{59}{5}$
 ④ 12 ⑤ $\frac{61}{5}$

028

$\alpha = \frac{1+2i}{1-2i}$ 일 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 의 값을 구하시오.

유형 04 복소수가 실수 또는 순허수가 될 조건

중요★

복소수 $z = a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여

- ① z 가 실수: $b=0$
 ② z 가 순허수: $a=0, b \neq 0$

풍생 Point ① z^2 이 양의 실수가 되려면 z 가 0이 아닌 실수이어야 한다. $\rightarrow a \neq 0, b=0$
 ② z^2 이 음의 실수가 되려면 z 가 순허수이어야 한다.
 $\rightarrow a=0, b \neq 0$

029

복소수 $a(8-3i) + 4(-2+2i)$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$
 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

030

복소수 $x^2 + (2+i)x - 3(1-i)$ 가 순허수가 되도록 하는 실수 x 의 값을 구하시오.

031

복소수 $z = (12-5i) - (4+i)a$ 에 대하여 z^2 이 양의 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 3

032

복소수 $z = 2a^2i + (1-5i)a - 2(3-i)$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값을 구하시오.

유형 05 복소수가 주어질 때의 식의 값

주어진 식을 정리한 후 복소수를 대입하여 식의 값을 구한다.

풍생 Point 복소수 $x=a+bi$ (a, b 는 실수)에 대한 이차식의 값을 구할 때는 복소수를 $x-a=bi$ 꼴로 변형한 후, 양변을 제곱하여 x 에 대한 이차식을 만들어 본다.

033 $\alpha=2-3i, \beta=1+2i$ 일 때, $\frac{1}{\alpha}-\frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하시오.**034** $x=2i-4, y=-1-5i$ 일 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① $-12-6i$ ② $-6-6i$ ③ $6+6i$
 ④ $12+6i$ ⑤ $12+12i$

035 $x=1+3i$ 일 때, x^2-2x+8 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 0 ⑤ 1

036 $z=\frac{29}{5-2i}$ 일 때, $2z^2-20z+60$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

유형 06 켈레복소수의 계산

중요★

복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)의 켈레복소수 \bar{z} 는
 $\bar{z}=a-bi$

풍생 Point 켈레복소수는 허수부분의 부호가 반대이다. 실수부분과 허수부분을 정확히 파악하여 켈레복소수를 구한다.

037복소수 $(3x-4)+(2x-y+3)i$ 의 켈레복소수가 $2+6i$ 일 때, 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

038 $z_1=-7+3i, z_2=i+5$ 일 때, $(z_1+z_2)(\bar{z}_1+\bar{z}_2)$ 의 값을 구하시오. (단, \bar{z}_1, \bar{z}_2 는 각각 z_1, z_2 의 켈레복소수이다.)**039** $z=3-i$ 일 때, $\frac{z+1}{z}$ 의 허수부분은?(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $-\frac{11}{10}$ ② $-\frac{7}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{11}{10}$

040복소수 $z=\frac{5}{2i+1}$ 에 대하여 $z^2-\bar{z}^2$ 의 값을 구하시오.(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

유형 07 켈레복소수의 성질을 이용한 식의 값

두 복소수 z_1, z_2 의 켈레복소수를 \bar{z}_1, \bar{z}_2 에 대하여

- ① $\overline{\bar{z}_1} = z_1$
- ② $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2, \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
- ③ $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \times \bar{z}_2, \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$ (단, $z_2 \neq 0$)

풍생 Point 켈레복소수를 포함하는 식의 값을 구할 때는 켈레복소수의 성질을 이용하여 먼저 식을 간단히 한 후 주어진 복소수를 대입한다.

041

$\alpha = -3 - 6i, \beta = 9 + 4i$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \beta\bar{\beta}$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

- ① 32 ② 36 ③ 40
- ④ 44 ⑤ 48

042

두 복소수 α, β 에 대하여 $\alpha - \beta = 4i + 8$ 일 때, $\alpha\bar{\alpha} - \alpha\bar{\beta} - \bar{\alpha}\beta + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

- ① 40 ② 50 ③ 60
- ④ 70 ⑤ 80

043

두 복소수 α, β 에 대하여 $\alpha\beta = 1, \alpha + \frac{1}{\alpha} = 4$ 일 때, $\frac{1}{\beta} + \bar{\beta}$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이다.)

- ① $-4i$ ② $4i$ ③ 1
- ④ 2 ⑤ 4

유형 08 등식을 만족시키는 복소수

중요★

복소수 z 를 포함하는 등식이 주어질 때, $z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓고 주어진 등식에 대입한 후, 복소수가 서로 같을 조건을 이용한다.

풍생 Point 복소수가 서로 같으려면 실수부분과 허수부분이 각각 같아야 한다.

044

$z + \bar{z} = 4, z\bar{z} = 29$ 를 만족시키는 복소수 z 를 모두 구하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

045

$iz + 3\bar{z} = -7 - 13i$ 를 만족시키는 복소수 z 는?
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① $-1 - 4i$ ② $-1 + 4i$ ③ $1 - 4i$
- ④ $1 - 2i$ ⑤ $1 + 4i$

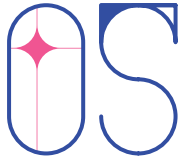
046

복소수 z 에 대하여 $\overline{z - zi} = 2 + 8i$ 일 때, $z + \bar{z}$ 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

047

$(5 + 2i)z + (3 - i)\bar{z} = 4i - 25$ 를 만족시키는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값을 구하시오.
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)



음수의 제곱근

1 음수의 제곱근

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$

② $-a$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}i$ 와 $-\sqrt{a}i$ 이다. $\leftarrow (\sqrt{a}i)^2 = a \times i^2 = -a, (-\sqrt{a}i)^2 = a \times i^2 = -a$

참고 $\sqrt{a}i$ 와 $-\sqrt{a}i$ 를 간단히 $\pm\sqrt{a}i$ 로 나타내기도 한다.

2 음수의 제곱근의 성질

① $a < 0, b < 0$ 이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

② $a > 0, b < 0$ 이면 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$

참고 ① $a < 0, b < 0$ 인 경우를 제외하면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

② $a > 0, b < 0$ 인 경우를 제외하면 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ (단, $b \neq 0$)

보기 ① $\sqrt{-3} = \sqrt{3}i$

② -2 의 제곱근은 $\sqrt{2}i$ 와 $-\sqrt{2}i$ 이다.

• 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여

① $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab} \Rightarrow a < 0, b < 0$

② $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}} \Rightarrow a > 0, b < 0$

개념 기본 문제

정답과 풀이 040쪽

048

다음 수를 허수단위 i 를 사용하여 나타내시오.

(1) $\sqrt{-2}$

(2) $\sqrt{-9}$

(3) $\sqrt{-12}$

(4) $-\sqrt{-45}$

049

다음 수의 제곱근을 구하시오.

(1) -6

(2) -32

(3) -49

(4) $-\frac{8}{25}$

050

다음을 $a+bi$ (a, b 는 실수) 꼴로 나타내시오.

(1) $\sqrt{-3} + \sqrt{-27}$

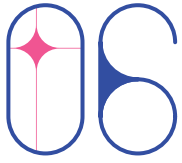
(2) $\sqrt{-8} - \sqrt{-18}$

(3) $\sqrt{-2}\sqrt{-7}$

(4) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{-5}}$

(5) $\sqrt{-5}\sqrt{3} + \sqrt{-5}\sqrt{-3}$

(6) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{-21}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{-3}} - \frac{\sqrt{-21}}{\sqrt{-3}}$



i 의 거듭제곱

1 i 의 거듭제곱

① i 의 거듭제곱인 i^n (n 은 자연수)의 값을 차례대로 구하면

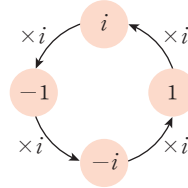
$$i, -1, -i, 1, i, -1, -i, 1, \dots$$

과 같이 $i, -1, -i, 1$ 이 반복되어 나타난다.

② i 의 거듭제곱은 다음과 같은 규칙을 갖는다.

$$i^{4k+1}=i, i^{4k+2}=-1, i^{4k+3}=-i, i^{4k+4}=1$$

(단, k 는 음이 아닌 정수이다.)



보기 $i^5=i^4 \times i=i$

$$i^6=i^4 \times i^2=i^2=-1$$

$$i^7=i^4 \times i^3=i^3=-i$$

$$i^8=(i^4)^2=1$$

⋮

$$i^{15}=(i^4)^3 \times i^3=i^3=-i$$

참고 ① $i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1=0$

② $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} = \frac{1}{i} + \frac{1}{-1} + \frac{1}{-i} + \frac{1}{1} = 0$

개념 기본 문제

정답과 풀이 040쪽

051

다음을 계산하시오.

(1) i^{20}

(2) $(-i)^{67}$

(3) i^{102}

(4) i^{289}

052

다음을 계산하시오.

(1) $i^{10} + i^{11} + i^{12} + i^{13}$

(2) $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{50}$

(3) $\frac{1}{i^{20}} + \frac{1}{i^{21}} + \frac{1}{i^{22}}$

(4) $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{100}}$

053

다음을 계산하시오.

(1) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^8$

단계1. $\frac{1+i}{1-i}$ 를 간단히 하기

단계2. 주어진 수 계산하기

(2) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^9$

(3) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{22}$

단계1. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2$ 을 간단히 하기

단계2. 주어진 수 계산하기

(4) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{60}$

유형 09 음수의 제곱근

① $a < 0, b < 0$ 이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

② $a > 0, b < 0$ 이면 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$

풍생 Point 음수의 제곱근은 허수단위 i 를 사용하여 나타낸다.
 → $\sqrt{-a} = \sqrt{ai}$ (단, $a > 0$)

054

$\sqrt{2}\sqrt{-8} + \sqrt{-18}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{-4}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{-16}} = a + bi$ 일 때,

실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

055

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $\sqrt{5}\sqrt{-4} = 2\sqrt{-5}$

ㄴ. $\sqrt{-9}\sqrt{-16} = 12$

ㄷ. $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{-5}} = -2$

ㄹ. $\frac{\sqrt{-24}}{\sqrt{-6}} = 2$

056

복소수 $z = \sqrt{-6}\sqrt{-3} - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{-6}}$ 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은?

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

유형 10 i 의 거듭제곱

중요

음이 아닌 정수 k 에 대하여

$i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = i^2 = -1, i^{4k+3} = i^3 = -i, i^{4k+4} = i^4 = 1$

풍생 Point i^n (n 은 자연수)의 값은 n 을 4로 나누었을 때의 나머지에 따라 정해진다. 즉, n 을 4로 나누었을 때의 나머지가 같으면 그 값이 서로 같다.

057

$1+i+i^2+i^3+\dots+i^{150}$ 을 간단히 하면?

- ① -1 ② 1 ③ $-i$
 ④ i ⑤ $1+i$

058

$z = 1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{25}}$ 일 때, $z + \bar{z}$ 의 값을 구

하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

059

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{10} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10}$ 을 간단히 하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

060

$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^2 + z^4 + z^6 + z^8 + z^{10}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ $-i$
 ④ i ⑤ $1+i$

01 교육청 기출

두 실수 a, b 에 대하여

$$a+4+bi=b+(2-i)i$$

일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

- ① -3 ② -1 ③ 1
④ 3 ⑤ 5

02 학교 시험 기출

$$\frac{25}{3+4i} - \frac{20}{4-2i} = a+bi \text{ 일 때, 실수 } a, b \text{에 대하여}$$

$a-b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

03

복소수 $z_1 = (-3-3i)^2$, $z_2 = \frac{\sqrt{2}+i}{\sqrt{2}-i}$ 에 대하여 $z_1 z_2$ 의 실수부분을 a , 허수부분을 b 라 할 때, $\sqrt{2}a+b$ 의 값을 구하시오.

04

복소수 x, y 에 대하여

$$x \star y = x + 2y - xy$$

로 정의할 때, $(-1+2i) \star (3-i)$ 를 구하시오.

05

복소수 $z=3+i$ 에 대하여 $z^2+2z+ai=b+3i$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

06

복소수 $z=a(a+1)-2(2-i)a-4$ 에 대하여 z^2 이 실수가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

07

$$x = \frac{-1+\sqrt{7}i}{4} \text{ 일 때, } 4x^3+2x^2+2x+8 \text{의 값은?}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

08

복소수 z 와 그 켤레복소수 \bar{z} 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $z+\bar{z}$ 는 실수이다.
② $z-\bar{z}$ 는 허수이다.
③ $z^2-\bar{z}^2$ 은 실수이다.
④ z 가 순허수이면 \bar{z} 도 순허수이다.
⑤ z 가 실수이면 $z=\bar{z}$ 이다.

09 학교 시험 기출

$x=5-2i$, $y=5+2i$ 일 때, $x^3y+x^2+y^2+xy^3$ 의 값은?

- ① 1250 ② 1260 ③ 1270
 ④ 1280 ⑤ 1290

10

다음 중 $z=\bar{z}$ 를 만족시키는 복소수 z 는?

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

- ① 1 ② $-i$ ③ i
 ④ $1-i$ ⑤ $1+i$

11

두 복소수 z_1, z_2 에 대하여

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = -4 - 3i, \quad \bar{z}_1 \times \bar{z}_2 = 8 - 6i$$

일 때, $(z_1-3)(z_2-3)$ 의 값은?

(단, \bar{z}_1, \bar{z}_2 는 각각 z_1, z_2 의 켈레복소수이다.)

- ① $13-3i$ ② $13+15i$ ③ $29-6i$
 ④ $29-3i$ ⑤ $29+15i$

12

복소수 z 가 $2(\bar{z}-z)+3(z+\bar{z})=12-8i$ 를 만족시킬 때, $z\bar{z}$ 의 값을 구하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

13 교육청 기출

a 가 음수일 때, $\frac{\sqrt{-4a}}{\sqrt{a}\sqrt{-4}} - \frac{\sqrt{-32}\sqrt{4a}}{\sqrt{2}\sqrt{-a}}$ 의 값을 구하시오.

14 (실전 Plus)

$0 < a < 1$ 일 때,

$$\sqrt{a-1}\sqrt{a-1} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{-a}} + \frac{\sqrt{2-a}}{\sqrt{2-a}} + \frac{\sqrt{a}\sqrt{-a}}{a}$$

를 간단히 하면?

- ① $-a-2$ ② $-a+2$ ③ a
 ④ $a-2$ ⑤ $a+2$

15

자연수 n 에 대하여 $f(n) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$ 일 때,

$f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(10)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ $-1+i$
 ④ i ⑤ $1+i$

16 (실전 Plus)

$i+2i^2+3i^3+\dots+30i^{30}=a+bi$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하시오.

01 이차방정식의 근

1 이차방정식의 근

계수가 실수인 이차방정식은 복소수의 범위에서 반드시 근을 갖는다. 이 때 실수인 근을 **실근**, 허수인 근을 **허근**이라 한다.

보기 이차방정식 $x^2+1=0$ 은 실수의 범위에서는 근을 갖지 않지만 복소수의 범위에서는 $x = \pm i$ 를 근으로 갖는다.

2 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

x 에 대한 이차방정식이 $(ax-b)(cx-d)=0$ 꼴로 인수분해되면 이 이차방정식의 근은 $x = \frac{b}{a}$ 또는 $x = \frac{d}{c}$ 이다.

보기 $x^2-3x+2=0$ 에서 $(x-1)(x-2)=0$ 이므로 이 방정식의 근은 $x=1$ 또는 $x=2$ 이다.

3 근의 공식을 이용한 이차방정식의 풀이

x 에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근은

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

보기 $x^2+3x+1=0$ 의 근은 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

참고 x 에 대한 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 의 근은

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

• $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 방정식을 x 에 대한 이차방정식이라 한다.

• 특별한 언급이 없으면 이차방정식의 계수는 실수이고, 근은 복소수의 범위에서 구한다.

개념 기본 문제

001

인수분해를 이용하여 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$

(2) $x^2 - 2x - 15 = 0$

(3) $x^2 - 8x + 16 = 0$

(4) $x^2 + 11x + 30 = 0$

(5) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

(6) $6x^2 - 5x - 6 = 0$

002

근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2 + x - 3 = 0$

(2) $x^2 - x + 4 = 0$

(3) $x^2 + 5x + 7 = 0$

(4) $x^2 - 3x - 2 = 0$

(5) $2x^2 + x + 5 = 0$

(6) $3x^2 - 3x + 1 = 0$

003

근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$

(2) $x^2 + 4x + 6 = 0$

(3) $x^2 - 2x - 1 = 0$

(4) $x^2 + 6x + 3 = 0$

(5) $2x^2 - 2x + 5 = 0$

(6) $4x^2 + 2x - 1 = 0$

004

다음 이차방정식을 풀고, 그 근이 실근인지 허근인지 말하시오.

(1) $x^2 - 3x + 6 = 0$

(2) $x^2 - 4x + 2 = 0$

(3) $x^2 + 2x - 4 = 0$

(4) $2x^2 + 5x + 7 = 0$

(5) $5x^2 + 6x + 4 = 0$

(6) $6x^2 + x + 1 = 0$

005

이차방정식의 한 근이 다음과 같을 때, 다른 한 근을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

(1) $x^2 - 3x + 4a = 0, x = 8$

단계1. $x = 8$ 을 이차방정식에 대입하기

단계2. 다른 한 근 구하기

(2) $x^2 - ax - 14 = 0, x = -2$

(3) $6x^2 + ax - 10 = 0, x = \frac{2}{3}$

유형 01 이차방정식의 풀이

이차방정식을 (x 에 대한 이차식) $=0$ 꼴로 변형한 후 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

풍생 Point 한 근이 주어지는 경우에는 주어진 근을 이차방정식에 대입하여 미정계수를 구한다.

006

이차방정식 $x^2 - 2x - 35 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

007

이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{14}{9}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{28}{9}$

008

다음 두 이차방정식의 공통인 해를 구하시오.

$$2x^2 - 5x - 3 = 0, \quad x^2 + 4x - 21 = 0$$

009

이차방정식 $3(x^2 + 5x) = 8x - 3x^2 + 3$ 을 풀면?

- ① $x = -3$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
② $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
③ $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
④ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$
⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 3$

010

이차방정식 $2x^2 + 4x + 3 = 0$ 의 해가 $x = \frac{a \pm \sqrt{bi}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

011

이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

012

이차방정식 $x^2 - 5x + a = 0$ 의 해가 $x = \frac{b \pm \sqrt{17}}{2}$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 을 푸시오.
(단, a, b 는 유리수이다.)

02

이차방정식의 판별식

1 이차방정식의 판별식

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에 대하여 $D=b^2-4ac$ 를 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 **판별식**이라 한다.

2 이차방정식의 근의 판별

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 $D=b^2-4ac$ 라 할 때,

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② $D = 0$ 이면 중근 (서로 같은 두 실근)을 갖는다.
- ③ $D < 0$ 이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

} $D \geq 0$ 이면 실근을 갖는다.

참고 이차방정식이 서로 다른 두 실근, 중근, 서로 다른 두 허근을 가지면 각각 $D > 0$, $D = 0$, $D < 0$ 이다.

보기

이차방정식	판별식 D	근
$2x^2+x-3=0$	$D=1^2-4 \times 2 \times (-3)=25 > 0$	서로 다른 두 실근
$4x^2-12x+9=0$	$\frac{D}{4}=(-6)^2-4 \times 9=0$	중근
$3x^2-7x+5=0$	$D=(-7)^2-4 \times 3 \times 5=-11 < 0$	서로 다른 두 허근

• 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 에서 판별식 D 대신 $\frac{D}{4}=b'^2-ac$ 를 이용할 수 있다.

공백 Tip 판별식은 이차방정식의 계수가 실수일 때만 이용할 수 있다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 045쪽

013

다음 이차방정식의 근을 판별하시오.

(1) $x^2+3x+1=0$

(2) $x^2+2x+7=0$

(3) $x^2-8x+4=0$

(4) $x^2-5x-6=0$

(5) $x^2+6x+9=0$

(6) $3x^2+2x-3=0$

(7) $4x^2-4x+1=0$

(8) $2x^2-5x+5=0$

(9) $5x^2-x+4=0$

(10) $4x^2-8x-5=0$

014

이차방정식 $x^2 - 2x + k - 1 = 0$ 이 다음과 같은 근을 갖도록 하는 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 실근

(2) 중근

(3) 서로 다른 두 허근

015

다음 x 에 대한 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x^2 + 2x + k = 0$

(2) $x^2 - 3x - (k + 2) = 0$

(3) $x^2 + 2(k - 3)x + k^2 - 3 = 0$

(4) $kx^2 + x - 1 = 0$

016

다음 x 에 대한 이차방정식이 중근을 갖도록 하는 실수 k 의 값을 구하시오.

(1) $x^2 - 12x - 2k = 0$

(2) $x^2 + 5x + k + 5 = 0$

(3) $4x^2 + 2kx + k - 1 = 0$

(4) $(k + 2)x^2 + 2kx + k - 3 = 0$

017

다음 x 에 대한 이차방정식이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x^2 - x + 3k - 2 = 0$

(2) $2x^2 + (k + 1)x + \frac{k^2 - 1}{8} = 0$

(3) $x^2 + (2k - 1)x + k(k + 1) = 0$

(4) $(k + 1)x^2 - 4x + 5 = 0$

유형 02 이차방정식의 근의 판별

중요★

계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 하면

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다. $\rightarrow D > 0$
- ② 중근을 갖는다. $\rightarrow D = 0$
- ③ 서로 다른 두 허근을 갖는다. $\rightarrow D < 0$

풍뎡 Point 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 에서 판별식 D 대신 $\frac{D}{4}=b'^2-ac$ 를 이용할 수 있다.

018

보기에서 허근을 갖는 이차방정식인 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $x^2-7x+2=0$	ㄴ. $x^2+2x-5=0$
ㄷ. $4x^2-20x+25=0$	ㄹ. $7x^2+5x+1=0$

- ① ㄷ ② ㄹ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

019

이차방정식 $x^2-6x+6-3k=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하시오.

020

이차방정식 $x^2+(2k+1)x+k^2+5=0$ 이 실근을 갖지 않도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오.

021

이차방정식 $x^2-2x+k=0$ 은 실근을 갖고, 이차방정식 $x^2+2kx+4k+5=0$ 은 중근을 갖도록 하는 실수 k 의 값을 구하시오.

유형 03 이차식이 완전제곱식이 될 조건

계수가 실수인 이차식 ax^2+bx+c 가 완전제곱식이면 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 갖는다.

풍뎡 Point 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 가지면 이 이차방정식의 판별식 $D=b^2-4ac$ 에 대하여 $D=0$ 이다.

022

x 에 대한 이차식 $x^2+x-2k-1$ 이 완전제곱식일 때, 실수 k 의 값은?

- ① $-\frac{5}{8}$ ② $-\frac{1}{8}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

023

x 에 대한 이차식 $3kx^2-2kx+1$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

024

x 에 대한 이차식 $x^2+2(a+k)x+4k+a^2$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 완전제곱식이 될 때, 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
- ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



이차방정식의 근과 계수의 관계

1 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

① $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ← 두 근의 합

② $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ← 두 근의 곱

보기 이차방정식 $x^2+2x-3=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{2}{1} = -2, \alpha\beta = \frac{-3}{1} = -3$$

2 두 수를 근으로 하는 이차방정식

두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x-\alpha)(x-\beta)=0, \text{ 즉 } x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$$

참고 $x^2-(\text{두 근의 합})x+(\text{두 근의 곱})=0$ 과 같이 생각할 수 있다.

보기 두 수 $-2, 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x+2)(x-1)=0$, 즉 $x^2+x-2=0$

풍뎡 Tip 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하면 두 근을 직접 구하지 않고 두 근의 합과 곱을 구할 수 있다.

개념 기본 문제

025

다음 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구하시오.

(1) $x^2+x-1=0$

(2) $x^2-5x+4=0$

(3) $x^2+6x-2=0$

(4) $x^2+10x+13=0$

(5) $x^2-21x-40=0$

(6) $2x^2-x+6=0$

(7) $3x^2+2x-1=0$

(8) $6x^2-3x-2=0$

(9) $8x^2+5x+16=0$

(10) $9x^2-4x+2=0$

026

이차방정식 $x^2 - x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $\alpha + \beta$

(2) $\alpha\beta$

(3) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

(4) $\alpha^2 + \beta^2$

(5) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

(6) $|\alpha - \beta|$

027

이차방정식 $x^2 + 3x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $\alpha + \beta$

(2) $\alpha\beta$

(3) $\alpha^2 + \beta^2$

(4) $(\alpha - 1)(\beta - 1)$

(5) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

(6) $\alpha^3 + \beta^3$

028

다음 두 수를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.

(1) 2, 4

(2) -3, 8

(3) -1, -6

(4) $\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$

(5) $1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}$

(6) $-2 + 3i, -2 - 3i$

029

이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.

(1) $-\alpha, -\beta$

(2) $\alpha - 3, \beta - 3$

(3) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

(4) $\alpha + \beta, \alpha\beta$

04 이차방정식의 켈레근

1 이차방정식의 켈레근

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서

① 계수 a, b, c 가 유리수일 때, 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이다. (단, p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수이다.)
무리수 부호 반대 허수부분 부호 반대

② 계수 a, b, c 가 실수일 때, 한 근이 $p+qi$ 이면 다른 한 근은 $p-qi$ 이다. (단, p, q 는 실수, $q \neq 0, i=\sqrt{-1}$)

보기 ① 이차방정식의 계수가 모두 유리수일 때, 한 근이 $1+\sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$ 이다.
 ② 이차방정식의 계수가 모두 실수일 때, 한 근이 $2+3i$ 이면 다른 한 근은 $2-3i$ 이다.

• 켈레근

$p+q\sqrt{m}$ 과 $p-q\sqrt{m}, p+qi$ 와 $p-qi$ 를 각각 켈레근이라 한다. (단, $q \neq 0$)

풍뎨 Tip 계수가 모두 유리수라는 조건이 없는 이차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 일 때, 다른 한 근이 반드시 $p-q\sqrt{m}$ 이 되는 것은 아니므로 계수의 조건에 주의한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 049쪽

030

이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 의 한 근이 다음과 같을 때, 다른 한 근과 유리수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $2+\sqrt{3}$

단계1. 다른 한 근 구하기

단계2. 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 a, b 의 값 구하기

(2) $-1+\sqrt{2}$

(3) $4-\sqrt{5}$

(4) $\sqrt{10}+6$

031

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 다음과 같을 때, 다른 한 근과 실수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $1+i$

단계1. 다른 한 근 구하기

단계2. 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 a, b 의 값 구하기

(2) $3-4i$

(3) $2i-2$

(4) $-3i-1$

유형 04 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

풍생 Point (두 근의 합) $= -\frac{b}{a}$, (두 근의 곱) $= \frac{c}{a}$

032

이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 1, -3일 때, 이차방정식 $ax^2+(a+b)x+b=0$ 의 두 근의 합은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

033

이차방정식 $x^2-2x+a=0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2+bx-8=0$ 의 두 근이 $\alpha+\beta, \alpha\beta$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① -6 ② -4 ③ -2
 ④ 0 ⑤ 2

034

이차방정식 $x^2+(1-k)x+k^2=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\beta+\alpha\beta=5$ 를 만족시키는 양수 k 의 값을 구하시오.

유형 05 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한 식의 값

중요★

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

이므로 이를 이용하여 식의 값을 구한다.

풍생 Point α, β 가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근이면 $a\alpha^2+b\alpha+c=0, a\beta^2+b\beta+c=0$

035

이차방정식 $x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3$ 의 값을 구하시오.

036

이차방정식 $x^2-12x+9=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ 의 값은?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

037

이차방정식 $x^2+3x-2=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2+\alpha+1)(\beta^2+\beta+1)$ 의 값을 구하시오.

038

이차방정식 $x^2-2x-5=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3-2\alpha^2-3\alpha\beta+5\beta$ 의 값은?

- ① 21 ② 25 ③ 29
 ④ 33 ⑤ 37

유형 06 두 근에 대한 조건이 주어진 이차방정식

이차방정식의 두 근에 대한 조건이 주어지면 두 근을 다음과 같이 놓고 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한다.

- ① 두 근의 비가 $m : n \Rightarrow ma, na (a \neq 0)$
- ② 한 근이 다른 근의 k 배 $\Rightarrow \alpha, k\alpha (a \neq 0)$
- ③ 두 근의 차가 $k \Rightarrow \alpha, \alpha + k$
- ④ 두 근이 연속인 정수 $\Rightarrow \alpha, \alpha + 1 (a$ 는 정수)
- ⑤ 두 근의 절댓값이 같고 부호가 다름 $\Rightarrow \alpha, -\alpha (a \neq 0)$

품셈 Point ③, ④에서 다음을 이용할 수도 있다.

- ③ 두 근의 차가 $k \Rightarrow \alpha, \alpha - k$
- ④ 두 근이 연속인 정수 $\Rightarrow \alpha, \alpha - 1$

039

이차방정식 $x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3일 때, 실수 k 의 값은?

- ① 30 ② 36 ③ 42
- ④ 48 ⑤ 54

040

이차방정식 $x^2 - (2k - 6)x + k^2 - 1 = 0$ 의 두 근의 차가 4일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

041

이차방정식 $x^2 + (2k - 1)x - 4k = 0$ 의 두 근이 연속하는 자연수일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

042

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (k^2 + k - 6)x + k - 1 = 0$ 의 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 서로 다를 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

유형 07 두 수를 근으로 하는 이차방정식

중요★

두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식

$\Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

품셈 Point 두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 a 인 이차방

정식 $\Rightarrow a\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\} = 0$

043

이차방정식 $x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2\alpha + 1, 2\beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.

044

이차방정식 $x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은

$2x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이때 $a - b$ 의 값은?

(단, a, b 는 실수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

045

이차방정식 $3x^2 + x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$1 - \frac{1}{\alpha}, 1 - \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 6인 이차방정식은?

- ① $6x^2 - 11x + 1 = 0$ ② $6x^2 - 11x + 2 = 0$
- ③ $6x^2 + 2x - 11 = 0$ ④ $6x^2 + 2x + 11 = 0$
- ⑤ $6x^2 + 11x + 2 = 0$

01

이차방정식 $x^2 - 6x + 13 = 0$ 의 해가 $x = a \pm bi$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

02

이차방정식 $3x^2 + 5x + k = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{3}$ 일 때, 다른 한 근은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

03

어떤 정사각형의 가로 길이는 2 cm 늘이고, 세로 길이는 2 cm 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 만든 직사각형의 넓이가 처음 정사각형의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 일 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.

04 학교 시험 기출

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2k - 6)x + k^2 - 3 = 0$ 이 허근을 갖지 않도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

05

$k < 1$ 일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k - 2)x + k^2 - 2k + 2 = 0$ 의 근을 판별하시오.

06

x 에 대한 이차식 $2x^2 - 4kx + k + 3$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 실수 k 의 값의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

07 실전 Plus

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + b^2 - c^2 = 0$ 이 중근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가? (단, a, b, c 는 양수이다.)

- ① 정삼각형
- ② $b = c$ 인 이등변삼각형
- ③ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
- ④ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
- ⑤ 둔각삼각형

08 교육청 기출

이차방정식 $x^2 - 3x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

- ① 5 ② $\frac{15}{2}$ ③ 10
- ④ $\frac{25}{2}$ ⑤ 15

09

이차방정식 $x^2 - 2x - 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\frac{\alpha}{\beta^2 - \beta - 6} + \frac{\beta}{\alpha^2 - \alpha - 6}$ 의 값을 구하시오.

10

이차방정식 $x^2 - (m-1)x + 3m = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha^2 + \beta^2 = 10$ 일 때, 양수 m 의 값을 구하시오.

11 **학교 시험 기출**

이차방정식 $x^2 + ax - b = 0$ 의 두 근이 $-5, 2$ 일 때, 이차방정식 $bx^2 + 3x + 2a = 0$ 의 두 근의 곱은?
 (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

12

이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $-\frac{\alpha}{\beta}, -\frac{\beta}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $3x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이때 $a + b$ 의 값은?
 (단, a, b 는 실수이다.)

- ① -5 ② -4 ③ -3
 ④ -2 ⑤ -1

13

연주와 상현이가 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 푸는데, 연주는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 1, 3을 얻었고, 상현이는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $-1 \pm \sqrt{2}$ 를 얻었다. 처음 이차방정식을 구하시오.

14 **실전 Plus**

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 4$

일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$
 ④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

15

이차식 $\frac{1}{2}x^2 + x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면 $\frac{1}{2}(x+a+\sqrt{b}i)(x+a-\sqrt{b}i)$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

16 **교육청 기출**

계수가 실수인 이차방정식의 한 근이 $2-3i$ 이고 다른 한 근을 a 라 하자. 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{1}{a} = a+bi$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

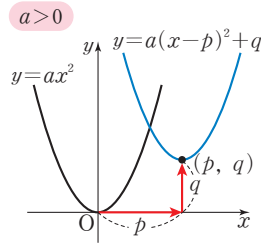
- ① $-\frac{5}{13}$ ② $-\frac{4}{13}$ ③ $-\frac{3}{13}$
 ④ $-\frac{2}{13}$ ⑤ $-\frac{1}{13}$

01 이차함수의 그래프

1 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

- ① 꼭짓점의 좌표: (p, q)
- ② 축의 방정식: $x=p$



• $y=a(x-p)^2+q$ 꼴을 표준형이라 한다.

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는

$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$ 꼴로 고칠 수 있으므로 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{b}{2a}$ 만큼, y 축의 방향으로

$-\frac{b^2-4ac}{4a}$ 만큼 평행이동한 것이다.

참고 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$, 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$ 이다.

• $y=ax^2+bx+c$ 꼴을 일반형이라 한다.

등변 Tip $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=a(x-\bigcirc)^2+\Delta$ 꼴로 변형하여 그린다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 055쪽

001

이차함수 $f(x)=x^2-4x+5$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $y=f(x)$ 를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하시오.

(2) $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하시오.

(3) $y=f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식을 구하시오.

(4) $y=f(x)$ 의 그래프를 그리시오.

002

다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=(x+1)^2+3$

(2) $y=-(x-3)^2+2$

(3) $y=x^2+8x+10$

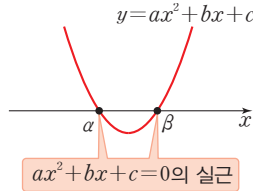
(4) $y=-2x^2+4x-2$

02

이차함수의 그래프와 x 축의 교점

1 이차함수의 그래프와 x 축의 교점

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 실근과 같다.



• 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 교점의 개수는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 실근의 개수와 같다.

2 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 $D=b^2-4ac$ 의 값의 부호에 따라 다음과 같이 결정된다.

판별식 D	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프 ($a > 0$)			
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계	서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

풍뎠 Tip $D \geq 0$ 이면 이차함수의 그래프가 x 축과 만난다.

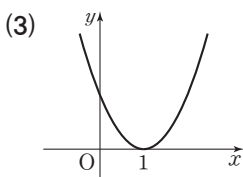
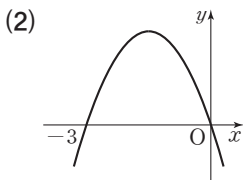
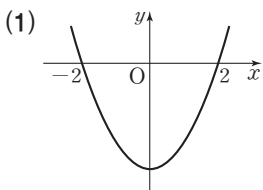
- $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 판별 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식이 D 일 때,
 ① $D > 0 \rightarrow$ 서로 다른 두 실근
 ② $D = 0 \rightarrow$ 중근
 ③ $D < 0 \rightarrow$ 서로 다른 두 허근

개념 기본 문제

정답과 풀이 055쪽

003

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해를 구하시오.



004

다음 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 좌표를 모두 구하시오.

(1) $y=x^2-4x+3$

(2) $y=x^2-3x-28$

(3) $y=x^2-x+6$

(4) $y=4x^2+4x+1$

(5) $y=3x^2+2x-2$

(6) $y=-2x^2-8x-4$

005

다음 이차함수의 그래프와 x 축의 교점의 개수를 구하시오.

(1) $y = x^2 + 2x - 3$

(2) $y = x^2 - 12x + 36$

(3) $y = -2x^2 + 5x - 1$

(4) $y = 4x^2 - x + 3$

006

다음 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계를 말하시오.

(1) $y = x^2 - 3x + 1$

(2) $y = x^2 + 8x + 16$

(3) $y = -2x^2 + x - 5$

(4) $y = -x^2 - 4x + 9$

007

이차함수 $y = x^2 - x + k$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

(3) 만나지 않는다.

008

이차함수 $y = 4x^2 - 4kx + k^2 + k - 3$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

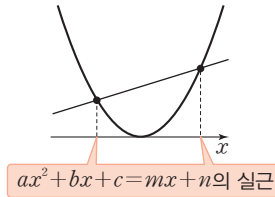
(3) 만나지 않는다.

03

이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

1 이차함수의 그래프와 직선의 교점

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 교점의 x 좌표는 두 식을 연립한 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$ 의 실근과 같다.



• 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프의 교점의 개수는 방정식 $f(x)=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수와 같다.

2 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 위치 관계는 다음과 같이 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$ 의 판별식 $D=(b-m)^2-4a(c-n)$ 의 값의 부호에 따라 결정된다.

판별식 D	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 위치 관계 ($a > 0, m > 0$)	 서로 다른 두 점에서 만난다.	 한 점에서 만난다. (접한다.)	 만나지 않는다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 056쪽

009

다음 이차함수의 그래프와 직선의 교점의 x 좌표를 모두 구하시오.

(1) $y=x^2-5x+8, y=2x-4$

(2) $y=x^2+2x-5, y=-x+5$

(3) $y=-3x^2-x+2, y=4x$

(4) $y=4x^2+3x, y=-3x-\frac{9}{4}$

010

다음 이차함수의 그래프와 직선의 교점의 개수를 구하시오.

(1) $y=x^2-2x+6, y=-4x+5$

(2) $y=-x^2+x-3, y=5x-6$

(3) $y=2x^2+1, y=-x-2$

(4) $y=5x^2-4x-2, y=x-3$

011

다음 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 말하십시오.

(1) $y = x^2 - 4x + 1$, $y = x - 5$

(2) $y = -x^2 + x - 6$, $y = 2x + 1$

(3) $y = x^2 + 3$, $y = -4x - 1$

(4) $y = 2x^2 - 5x + 1$, $y = -x - 6$

012

이차함수 $y = x^2 - 2x + 2$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하십시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

(3) 만나지 않는다.

013

이차함수 $y = -x^2 + 6x - k$ 의 그래프와 직선 $y = 4x - 2$ 의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하십시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

(3) 만나지 않는다.

014

이차함수 $y = x^2 + 4x + k^2$ 의 그래프와 직선 $y = 2kx$ 의 위치 관계가 다음과 같을 때, 실수 k 의 값 또는 k 의 값의 범위를 구하십시오.

(1) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 한 점에서 만난다.

(3) 만나지 않는다.

유형 01 이차함수의 그래프와 x 축의 교점

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 실근과 같다.

풍생 Point 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 실근이 α, β 일 때,
 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \alpha\beta=\frac{c}{a}$

015

이차함수 $y=x^2-3x-40$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리는?

- ① 10 ② 11 ③ 12
 ④ 13 ⑤ 14

016

이차함수 $y=-x^2+4x-1$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 α, β 일 때, $(\alpha-\beta)^2$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

017

이차함수 $y=2x^2+ax+b$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 2, 6일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11

018

이차함수 $y=x^2+ax+4a$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표가 4, b 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

유형 02 이차함수의 그래프와 x 축의 위치 관계 중요★

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축의 위치 관계는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식 D 를 이용하여 구한다.

풍생 Point D 의 값의 부호에 따라
 ① $D>0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
 ② $D=0$ 이면 한 점에서 만난다. (접한다.)
 ③ $D<0$ 이면 만나지 않는다.

019

이차함수 $y=x^2+2x+k-1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

020

이차함수 $y=x^2+(k+3)x+k+3$ 의 그래프가 x 축과 접할 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

021

이차함수 $y=x^2+2kx+k^2-2k-6$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 정수 k 의 최솟값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2
 ④ -1 ⑤ 0

022

이차함수 $y=kx^2-4x+2$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k<-2$ ② $k>-2$ ③ $k<2$
 ④ $k>2$ ⑤ $0<k<2$

유형 03 이차함수의 그래프와 직선의 교점

중요

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2+bx+c=mx+n$ 의 실근과 같다.

풍생 Point 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$ 의 두 실근이 α, β 일 때,

$$\alpha + \beta = -\frac{b-m}{a}, \alpha\beta = \frac{c-n}{a}$$

023

이차함수 $y=x^2+kx-5$ 의 그래프와 직선 $y=3x+2$ 가 만나는 두 점의 x 좌표의 합이 4일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

024

이차함수 $y=-x^2+ax+1$ 의 그래프와 직선 $y=-x+b$ 의 두 교점의 x 좌표가 $-3, -2$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

025

이차함수 $y=3x^2-x-a$ 의 그래프와 직선 $y=bx-4$ 의 두 교점 중 한 점의 x 좌표가 $\sqrt{3}+1$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

유형 04 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

중요

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 직선 $y=mx+n$ 의 위치 관계는 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+(c-n)=0$ 의 판별식 D 를 이용하여 구한다.

풍생 Point D 의 값의 부호에 따라

- ① $D > 0$ 이면 서로 다른 두 점에서 만난다.
- ② $D = 0$ 이면 한 점에서 만난다. (접한다.)
- ③ $D < 0$ 이면 만나지 않는다.

026

이차함수 $y=x^2+3x+2k+1$ 의 그래프와 직선 $y=x+3$ 이 만나지 않도록 하는 정수 k 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

027

이차함수 $y=-x^2-2kx+7$ 의 그래프와 직선 $y=-2x+k^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

028

이차함수 $y=2x^2-x+4$ 의 그래프에 접하고 기울기가 1인 직선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+2b$ 의 값을 구하시오.

029

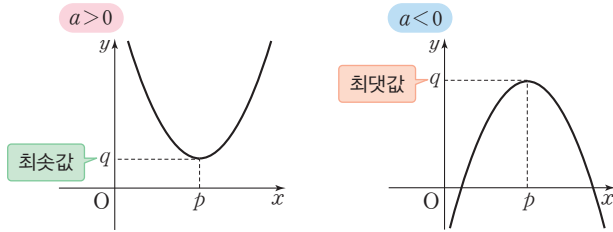
이차함수 $y=2kx^2-5x-1$ 의 그래프와 직선 $y=3x-6$ 이 적어도 한 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오.

04 이차함수의 최대·최소

1 이차함수의 최대·최소

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 는

- ① $a > 0$ 이면 $x=p$ 에서 최솟값 q 를 갖고, 최댓값은 없다.
- ② $a < 0$ 이면 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 갖고, 최솟값은 없다.



• x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수는 꼭짓점에서 최댓값 또는 최솟값을 갖는다.

공백 Tip 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 최댓값과 최솟값은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 구한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 059쪽

030

다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(1) $y=(x+1)^2-2$

(2) $y=-3(x-2)^2+5$

(3) $y=-x^2-5$

(4) $y=2x^2+12x+21$

(5) $y=-3x^2+12x$

(6) $y=-4x^2-4x-1$

031

다음을 구하시오.

(1) 이차함수 $y=x^2-2x+k$ 의 최솟값이 1일 때, 실수 k 의 값

(2) 이차함수 $y=-x^2+8x-k$ 의 최댓값이 -6 일 때, 실수 k 의 값

(3) 이차함수 $y=2x^2+4kx+5$ 의 최솟값이 3일 때, 실수 k 의 값

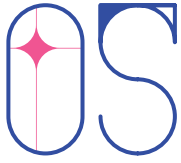
032

다음을 구하시오.

(1) 이차함수 $y=x^2+ax+b$ 가 $x=-2$ 에서 최솟값 4를 가질 때, 상수 a, b 의 값

(2) 이차함수 $y=-x^2+ax-b$ 가 $x=-3$ 에서 최댓값 3을 가질 때, 상수 a, b 의 값

(3) 이차함수 $y=-4x^2-2ax+4b$ 가 $x=1$ 에서 최댓값 8을 가질 때, 상수 a, b 의 값

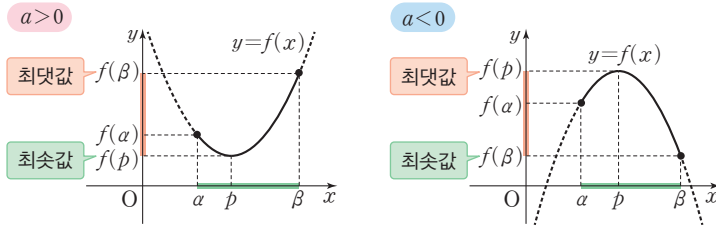


제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소

1 제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소

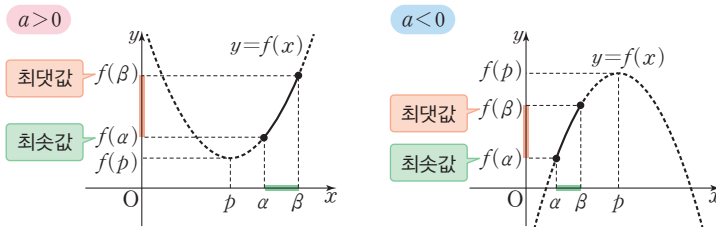
x 의 값의 범위가 $a \leq x \leq \beta$ 일 때, 이차함수 $f(x) = a(x-p)^2 + q$ 의 최댓값과 최솟값은 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그려서 확인한다.

① $a \leq p \leq \beta$ 이면 $f(p), f(a), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다. ← 꼭짓점의 x 좌표 p 가 x 의 값의 범위에 속한다.



등범 Tip 제한된 범위에서 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 때는 꼭짓점이 범위에 속하는지 먼저 확인한다.

② $p < a$ 또는 $p > \beta$ 이면 $f(a), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다. ← 꼭짓점의 x 좌표 p 가 x 의 값의 범위에 속하지 않는다.



개념 기본 문제

033

x 의 값의 범위가 다음과 같을 때, 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

- (1) $-2 \leq x \leq -1$
- (2) $0 \leq x \leq 1$
- (3) $0 \leq x \leq 2$
- (4) $2 \leq x \leq 4$

034

x 의 값의 범위가 다음과 같을 때, 이차함수 $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

- (1) $-4 \leq x \leq -3$
- (2) $-3 \leq x \leq 0$
- (3) $0 \leq x \leq 2$
- (4) $1 \leq x \leq 3$

035

다음 주어진 범위에서 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(1) $f(x) = x^2 + 6x - 1$ ($-5 \leq x \leq -2$)

(2) $f(x) = -x^2 - 2x$ ($0 \leq x \leq 1$)

(3) $f(x) = x^2 + 4x + 2$ ($-1 \leq x \leq 0$)

(4) $f(x) = -x^2 + 8x - 16$ ($2 \leq x \leq 5$)

(5) $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ ($0 \leq x \leq 2$)

(6) $f(x) = -3x^2 + 18x - 20$ ($2 \leq x \leq 3$)

(7) $f(x) = -4x^2 - 2x + 2$ ($-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{4}$)

(8) $f(x) = 5x^2 - 6x$ ($1 \leq x \leq 2$)

036

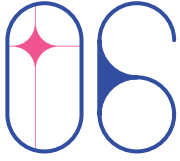
$-3 \leq x \leq 0$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + k$ 의 최솟값이 1일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

037

$0 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = -x^2 - 2x + k$ 의 최댓값이 4일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

038

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = 3x^2 - 6x + k$ 의 최솟값이 -4 일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.



이차함수의 최대·최소의 활용

1 이차함수의 최대·최소의 활용

이차함수의 최대·최소의 활용 문제는 다음 순서로 푼다.

- ① 변수 x 를 정하고, 주어진 조건을 이용하여 x 에 대한 이차함수의 식을 세운다.
- ② x 의 값의 범위를 구한다.
- ③ ②의 범위에서 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

공백 Tip 변수 x 가 시간, 길이 등을 나타내면 $x > 0$ 이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 062쪽

039

지면으로부터 초속 30 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물 로켓의 x 초 후의 높이 y m는 $y = 30x - 5x^2$ 이라 한다. 이 물 로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하시오.

040

지면으로부터 2 m의 높이에서 초속 20 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 지면으로부터의 높이 y m는 $y = -5x^2 + 20x + 2$ 라 한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이와 그때까지 걸린 시간을 구하시오.

041

길이가 52 cm인 끈으로 직사각형을 만들 때, 직사각형의 최대 넓이를 구하시오.

042

오른쪽 그림과 같이 담장 옆의 직사각형 모양의 텃밭에 길이가 12 m인 철망으로 울타리를 만들려고 한다. 이때 텃밭의 최대 넓이를 구하시오.



(단, 담장에는 철망을 사용하지 않고, 철망의 두께는 생각하지 않는다.)

유형 05 이차함수의 최대·최소

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 는

- ① $a > 0$ 이면 $x=p$ 에서 최솟값 q 를 갖고, 최댓값은 없다.
- ② $a < 0$ 이면 $x=p$ 에서 최댓값 q 를 갖고, 최솟값은 없다.

풍생 Point x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은 항상 꼭짓점에서 찾을 수 있다.

043

다음 이차함수 중에서 최솟값이 가장 큰 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 4$ ② $y = x^2 - 4x + 3$
- ③ $y = x^2 + 3$ ④ $y = x^2 + 2x$
- ⑤ $y = 2x^2 + 8x - 1$

044

이차함수 $f(x) = -x^2 - 2kx + k - k^2$ 의 최댓값이 5일 때, $f(-4)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.)

045

이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-2, 6$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 최댓값은?
(단, a, b 는 실수이다.)

- ① -8 ② -4 ③ 0
- ④ 4 ⑤ 8

046

이차함수 $y = 2x^2 + 12x + 6$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k - 8$ 의 최댓값이 같을 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

유형 06 제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소

중요★

x 의 값의 범위가 $a \leq x \leq \beta$ 일 때, 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는

- ① $a \leq p \leq \beta$ 이면 $f(p), f(a), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.
- ② $p < a$ 또는 $p > \beta$ 이면 $f(a), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

풍생 Point $a \leq x \leq \beta$ 에서 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 최댓값과 최솟값을 구할 때, $x=p$ 가 주어진 범위에 포함되는지 포함되지 않는지 먼저 살핀다.

047

$-1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

048

$-2 \leq x \leq 0$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 8x + k$ 의 최솟값이 -2 일 때, $f(x)$ 의 최댓값은?
(단, k 는 상수이다.)

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

049

$-1 \leq x \leq 3$ 에서 이차함수 $f(x) = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 -3 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

050

$-5 \leq x \leq -2$ 에서 이차함수 $f(x) = -x^2 - 6x + k$ 의 최댓값과 최솟값의 차는? (단, k 는 실수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

051

이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 최솟값이 -2 일 때, $-k - 2 \leq x \leq k - 1$ 에서 이 이차함수의 최댓값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

052

$-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $y = ax^2 - 4ax + b$ 의 최댓값이 $\frac{7}{2}$, 최솟값이 $-\frac{1}{2}$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $2a - b$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$)

053

이차함수 $y = 2x^2 + 4kx + 3k^2 + k$ 의 최솟값을 $f(k)$ 라 할 때, $0 \leq k \leq 2$ 에서 $f(k)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

유형 07 이차함수의 최대·최소의 활용

중요

이차함수의 최대·최소의 활용 문제는 다음 순서로 푼다.

- ① 변수 x 를 정해 x 에 대한 이차함수의 식을 세운 후, x 의 값의 범위를 구한다.
- ② x 의 값의 범위에서 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

풍생 Point 주어진 상황에서 어떤 조건을 변수 x 로 놓느냐에 따라 보다 간단히 문제를 해결할 수 있다.

054

어느 가수의 공연 관람권의 가격을 x 만 원, 일주일 동안의 공연 이익을 y 만 원이라 하면 $y = -6x^2 + 96x + 360$ 인 관계가 성립한다고 한다. 일주일 동안의 공연 이익이 최대가 되도록 할 때, 관람권의 가격을 얼마로 정해야 하는가?

- ① 7만 원 ② 8만 원 ③ 9만 원
- ④ 10만 원 ⑤ 11만 원

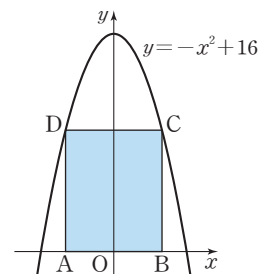
055

둘레의 길이가 36인 부채꼴의 넓이의 최댓값은?

- ① 36 ② 49 ③ 64
- ④ 81 ⑤ 100

056

오른쪽 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 두 꼭짓점 A, B는 x 축 위에 있고, 두 꼭짓점 C, D는 이차함수 $y = -x^2 + 16$ 의 그래프 위에 있다. 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값을 구하시오.



(단, 점 C는 제1사분면 위에 있다.)

01

이차함수 $y=x^2+ax-b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(5, 0)$ 에서 만날 때, 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

02 ▶ 학교 시험 기출

이차함수 $f(x)=-x^2+ax+b$ 의 그래프와 x 축의 두 교점의 x 좌표의 합이 6, 곱이 -8 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하십시오.

03

이차함수 $y=2x^2+(2k-1)x+k^2-k$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, 모든 실수 k 의 값의 곱은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

04

이차함수 $y=x^2+2x+2k+3$ 의 그래프와 x 축의 교점이 존재하지 않도록 하는 정수 k 의 최솟값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

05

이차함수 $y=x^2-3x+1$ 의 그래프와 직선 $y=-x-k$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 점 A의 x 좌표가 -1 일 때, 점 B의 x 좌표는? (단, k 는 실수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

06 ▶ 심전 Plus

이차함수 $y=-x^2+kx-2$ 의 그래프와 직선 $y=x-4$ 의 두 교점의 x 좌표의 차가 3일 때, 모든 상수 k 의 값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

07 ▶ 교육청 기출

두 양수 m , n 에 대하여 직선 $y=mx+2$ 가 두 이차함수 $y=\frac{1}{3}x^2+5$, $y=x^2+4x+n$ 의 그래프에 동시에 접할 때, $m+n$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

08

이차함수 $y=x^2-4x+3$ 의 그래프에 접하고 직선 $y=2x+1$ 에 평행한 직선의 y 절편을 구하십시오.

09 **교육청 기출**

이차함수 $y=x^2-2x+9$ 의 최솟값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

10 **학교 시험 기출**

이차함수 $y=-x^2+ax+b$ 가 $x=2$ 에서 최댓값 5를 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

11

이차함수 $y=-2x^2+4kx+6k$ 의 최댓값을 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최솟값은? (단, k 는 실수이다.)

- ① $-\frac{9}{2}$ ② -4 ③ $-\frac{7}{2}$
 ④ -3 ⑤ $-\frac{5}{2}$

12

$1 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $f(x)=x^2-4x+k$ 의 최댓값이 -1 일 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.)

13

$2 \leq x \leq a$ 에서 이차함수 $f(x)=-x^2+8x-8$ 의 최댓값이 7이고 최솟값이 b 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

14 **실전 Plus**

$0 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $y=(x^2-1)^2+(x^2-1)+2$ 의 최솟값은?

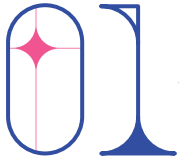
- ① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

15

지면으로부터 60 cm의 높이에서 초속 50 cm로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 지면으로부터의 높이 y cm는 $y=-5x^2+50x+60$ 이라 한다. 이 물체를 쏘아 올린 후 1초부터 4초까지 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하시오.

16

가로 길이가 9, 세로 길이가 13인 직사각형에서 가로의 길이는 x 만큼 늘리고, 세로의 길이는 x 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들 때, 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하시오. (단, $x > 0$)



삼차방정식과 사차방정식의 풀이

1 삼차방정식과 사차방정식

다항식 $f(x)$ 가 x 에 대한 삼차식, 사차식일 때, 방정식 $f(x)=0$ 을 각각 x 에 대한 삼차방정식, 사차방정식이라 한다.

2 인수분해를 이용한 삼·사차방정식의 풀이

방정식 $f(x)=0$ 을 인수분해한 후 다음을 이용하여 방정식을 푼다.

$ABC=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 또는 $C=0$ 이다.

$ABCD=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 또는 $C=0$ 또는 $D=0$ 이다.

3 인수 정리를 이용한 삼·사차방정식의 풀이

① 방정식 $f(x)=0$ 에서 $f(a)=0$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 찾는다.

② 조립제법을 이용하여 $f(x)=(x-a)Q(x)$ 꼴로 인수분해한 후 방정식을 푼다.

• 일반적으로 복소수의 범위에서 삼차방정식은 3개의 근을 갖고, 사차방정식은 4개의 근을 갖는다.

• 인수 정리에 의하여 $f(a)=0$ 이면 다항식 $f(x)$ 는 $x-a$ 를 인수로 갖는다.

공범 Tip a 의 값을 찾을 때는 $f(x)$ 의 상수항의 약수부터 먼저 살펴본다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 066쪽

001

인수분해 공식을 이용하여 다음 방정식을 푸시오.

(1) $x^3+1=0$

(2) $x^3-8=0$

(3) $x^3+x^2-6x=0$

(4) $x^4-9x^2=0$

(5) $81x^4-1=0$

(6) $x^4+x^3-x-1=0$

002

인수 정리를 이용하여 다음 방정식을 푸시오.

(1) $x^3+3x^2-4=0$

(2) $x^3-4x^2+x+6=0$

(3) $x^3-5x^2+5x-1=0$

(4) $x^4+x^3-7x^2-4x+12=0$

(5) $2x^4+9x^3+9x^2-x-3=0$

(6) $3x^4+4x^3+4x^2-8x-3=0$

02

여러 가지 사차방정식의 풀이

1 공통부분이 있는 사차방정식

공통부분을 한 문자로 치환한 후 인수분해하여 방정식을 푼다.

2 $x^4 + ax^2 + b = 0$ 꼴의 방정식

① $x^2 = X$ 로 치환한 후 이차방정식 $X^2 + aX + b = 0$ 을 인수분해하여 푼다.

② $X^2 + aX + b = 0$ 을 인수분해할 수 없는 경우에는 ax^2 을 적당히 나누어 $(\quad)^2 - (\quad)^2 = 0$ 꼴로 변형한 후, 합차 공식으로 인수분해하여 방정식을 푼다.

• 복이차방정식

$x^4 + ax^2 + b = 0$ 과 같이 차수가 짝수인 항과 상수항으로만 이루어진 방정식

(단, a, b 는 상수이다.)

개념 기본 문제

정답과 풀이 067쪽

003

다음 방정식을 푸시오.

(1) $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 1) - 2 = 0$

(2) $(x^2 - x + 6)(x^2 - x - 2) + 15 = 0$

(3) $(x^2 + 2x)^2 - x^2 - 2x - 12 = 0$

(4) $(x^2 - 6x - 1)^2 - 36 = 0$

(5) $(x^2 - 5x)^2 + 5x^2 - 25x - 6 = 0$

004

다음 방정식을 푸시오.

(1) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

(2) $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

(3) $x^4 + 9x^2 + 14 = 0$

005

다음 방정식을 푸시오.

(1) $x^4 + 3x^2 + 4 = 0$

(2) $x^4 - 7x^2 + 1 = 0$

(3) $x^4 - 14x^2 + 25 = 0$

유형 01 삼차방정식과 사차방정식의 풀이 중요

- ① 인수분해 공식을 이용하여 인수분해한 후 방정식을 푼다.
- ② 인수분해 공식을 이용하기 어려울 때는 인수 정리를 이용하여 인수분해한 후 방정식을 푼다.

풍생 Point 삼·사차방정식의 풀이는 인수분해 공식을 이용하든 인수 정리를 이용하든 인수분해를 어떻게 하느냐가 핵심이다.

006

삼차방정식 $x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$ 의 실근은?

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

007

삼차방정식 $x^3 - 2x^2 + 2x + 5 = 0$ 의 해가 $x = a$ 또는 $x = \frac{b \pm \sqrt{ci}}{2}$ 일 때, 유리수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

008

사차방정식 $x^4 - x^3 - 6x^2 + 14x - 12 = 0$ 의 모든 실근의 합은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

009

사차방정식 $2x^4 - x^3 + 4x^2 - 8x + 3 = 0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 1
- ④ 5 ⑤ 10

유형 02 공통부분이 있는 사차방정식

공통부분을 한 문자로 치환하여 그 문자에 대한 방정식으로 변형한 후 인수분해하여 푼다.

풍생 Point 공통부분이 바로 나타나지 않으면 공통부분이 생기도록 식을 변형한다.

010

방정식 $(x^2 - 3x - 1)^2 = 9$ 의 모든 양의 근의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

011

방정식 $(x^2 - 2x - 4)(x^2 - 2x - 5) - 12 = 0$ 의 가장 큰 근을 구하시오.

012

방정식 $(x^2 + 4x - 10)(x^2 + 4x + 4) - 32 = 0$ 의 음수인 근은?

- ① -7 ② -6 ③ -5
- ④ -4 ⑤ -3

유형 03 $x^4+ax^2+b=0$ 꼴의 방정식

중요

- ① $x^2=X$ 로 치환한 후, 인수분해하여 방정식을 푼다.
- ② 인수분해되지 않으면 ax^2 을 적당히 나누어 합차 공식을 이용하여 방정식을 푼다.

풍뎡 Point 인수분해되지 않을 때,

$x^4+(a+k)x^2+b-kx^2$ 꼴에서 $x^4+(a+k)x^2+b$ 가 완전제곱식이 되도록 k 의 값을 정한다.

013

사차방정식 $x^4+4x^2-32=0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -10 ② -8 ③ -6
- ④ -4 ⑤ -2

014

사차방정식 $x^4+10x^2+9=0$ 의 네 근을 a, b, c, d 라 할 때, $a^2+b^2+c^2+d^2$ 의 값은?

- ① -20 ② -16 ③ 0
- ④ 16 ⑤ 20

015

사차방정식 $x^4+2x^2+9=0$ 의 근이 $x=a\pm\sqrt{b}i$ 또는 $x=-a\pm\sqrt{b}i$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

016

사차방정식 $x^4-20x^2+4=0$ 의 모든 양의 근의 합을 구하시오.

유형 04 좌우 대칭 꼴의 방정식

$ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ ($a\neq 0$) 꼴의 방정식은 양변을 x^2 으로 나눈 후 $x+\frac{1}{x}=X$ 로 치환하여 푼다.

풍뎡 Point $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 과 같이 중앙에 있는 항을 기준으로 각 항의 계수가 서로 대칭인 방정식을 상반방정식이라 한다.

017

사차방정식 $x^4-4x^3+5x^2-4x+1=0$ 을 푸시오.

018

사차방정식 $x^4+3x^3-8x^2+3x+1=0$ 의 가장 큰 근을 구하시오.

019

사차방정식 $x^4+5x^3+6x^2+5x+1=0$ 의 모든 실근의 합은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

유형 05 근이 주어진 삼·사차방정식

중요

방정식의 근이 주어지면 주어진 근을 방정식에 대입하여 미정계수를 구한다.

풍생 Point 방정식 $f(x)=0$ 의 한 근이 $\alpha \Rightarrow f(\alpha)=0$

020

삼차방정식 $x^3-4x^2+ax+10=0$ 의 한 근이 1일 때, 나머지 두 근의 합은? (단, a 는 상수이다.)

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

021

삼차방정식 $x^3+ax^2-(3a+b)x-2b-2=0$ 의 두 근이 $-1, 3$ 일 때, 나머지 한 근을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.)

022

사차방정식 $x^4+ax^3+bx-16=0$ 의 두 근이 1, 2일 때, 나머지 두 근의 곱은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -8 ② -6 ③ -4
④ -2 ⑤ 0

023

사차방정식 $x^4+ax^3-ax^2-7x-6=0$ 의 한 근이 2일 때, 나머지 세 근 중 두 허근의 합을 구하시오.
(단, a 는 상수이다.)

유형 06 근에 대한 조건이 주어진 삼차방정식

중요

주어진 삼차방정식을 $(x-a)(ax^2+bx+c)=0$ (a 는 실수) 꼴로 변형한 후 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 이용한다.

풍생 Point $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 할 때, 삼차방정식의 근의 조건에 따라 다음을 이용한다.

- ① 세 실근을 갖는다. $\Rightarrow D \geq 0$
② 한 개의 실근과 두 개의 허근을 갖는다. $\Rightarrow D < 0$
③ 중근을 갖는다. $\Rightarrow aa^2+ba+c=0$ 또는 $D=0$

024

삼차방정식 $x^3+3x^2+(k+2)x+k=0$ 이 세 실근을 가질 때, 정수 k 의 최댓값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

025

삼차방정식

$$x^3+(2k-1)x^2+(k^2-k+2)x-k^2-k-2=0$$

이 한 실근과 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < -2$ ② $k > -2$ ③ $k \leq -2$
④ $k \geq -2$ ⑤ $-2 < k < 0$

026

삼차방정식 $x^3-4x^2+(a+4)x-2a=0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



삼차방정식의 근과 계수의 관계

1 삼차방정식의 근과 계수의 관계

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\textcircled{1} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} \quad \leftarrow \text{세 근의 합}$$

$$\textcircled{2} \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} \quad \leftarrow \text{두 근끼리의 곱의 합}$$

$$\textcircled{3} \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} \quad \leftarrow \text{세 근의 곱}$$

2 세 수를 근으로 하는 삼차방정식

α, β, γ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식은

$$(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$$

$$\text{즉, } x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$$

참고 $x^3 - (\text{세 근의 합})x^2 + (\text{두 근끼리의 곱의 합})x - (\text{세 근의 곱}) = 0$ 과 같이 생각할 수 있다.

보기 $2x^3+10x^2-x+6=0$ 의 세 근을

α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{10}{2} = -5$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{6}{2} = -3$$

개념 기본 문제

027

다음 삼차방정식의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha + \beta + \gamma$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$, $\alpha\beta\gamma$ 의 값을 구하시오.

(1) $x^3 + 5x^2 - 4x + 6 = 0$

(2) $3x^3 + x^2 - 2x + 9 = 0$

(3) $2x^3 - 4x^2 + 6x + 7 = 0$

(4) $4x^3 - 10x^2 - 5x - 8 = 0$

(5) $x^3 - 6x^2 + 3x = 0$

(6) $x^3 - 8x - 2 = 0$

(7) $6x^3 + x^2 - 3 = 0$

(8) $8x^3 + 40 = 0$

028

삼차방정식 $x^3+2x^2-x+1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

- (1) $\alpha+\beta+\gamma$
- (2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$
- (3) $\alpha\beta\gamma$
- (4) $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$
- (5) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}$
- (6) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$

029

삼차방정식 $x^3-4x^2-2x-1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

- (1) $\alpha+\beta+\gamma$
- (2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$
- (3) $\alpha\beta\gamma$
- (4) $(\alpha-2)(\beta-2)(\gamma-2)$
- (5) $\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\gamma\alpha}$
- (6) $(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)$

030

다음 세 수를 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식을 구하시오.

- (1) 1, 3, 5
- (2) -2, -1, 4
- (3) 1, 0, -3
- (4) $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
- (5) 2, $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$
- (6) -1, $-1+3i, -1-3i$

031

삼차방정식 $x^3+3x^2+2x-2=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, 다음 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식을 구하시오.

- (1) $-\alpha, -\beta, -\gamma$
- (2) $\alpha-1, \beta-1, \gamma-1$
- (3) $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$
- (4) $\alpha\beta, \beta\gamma, \gamma\alpha$

04 삼차방정식의 켈레근

1 삼차방정식의 켈레근

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 에서

① 계수 a, b, c, d 가 유리수일 때, 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이다. (단, p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수이다.)

참고 삼차방정식의 계수가 모두 유리수일 때, 삼차방정식의 두 근이 서로 켈레근이면 나머지 한 근은 유리수이다.

② 계수 a, b, c, d 가 실수일 때, 한 근이 $p+qi$ 이면 다른 한 근은 $p-qi$ 이다. (단, p, q 는 실수, $q \neq 0, i=\sqrt{-1}$)

참고 삼차방정식의 계수가 모두 실수일 때, 삼차방정식의 두 근이 서로 켈레근이면 나머지 한 근은 실수이다.

• 켈레근은 항상 쌍으로 존재하는 근이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 074쪽

032

삼차방정식 $x^3-ax^2+bx+1=0$ 의 한 근이 다음과 같을 때, 유리수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{2}$

(2) $-\sqrt{6}$

(3) $1+\sqrt{5}$

(4) $-1-\sqrt{3}$

(5) $\sqrt{3}-2$

033

삼차방정식 $x^3-x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 다음과 같을 때, 실수 a, b 의 값을 구하시오.

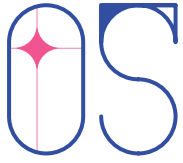
(1) i

(2) $-4i$

(3) $3+i$

(4) $-1-2i$

(5) $-2+\sqrt{3}i$



방정식 $x^3 = \pm 1$ 의 허근

1 방정식 $x^3=1$ 의 허근의 성질

방정식 $x^3=1$ 의 한 허근을 ω 라 하면 (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① $\omega^3=1, \omega^2+\omega+1=0$

② $\omega+\bar{\omega}=-1, \omega\bar{\omega}=1$

③ $\omega^2=\bar{\omega}=\frac{1}{\omega}$

참고 $\omega^2 = \frac{\omega^3}{\omega} = \frac{1}{\omega} = \bar{\omega}$
 $\omega^3=1$ $\omega\bar{\omega}=1$

2 방정식 $x^3=-1$ 의 허근의 성질

방정식 $x^3=-1$ 의 한 허근을 ω 라 하면 (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

① $\omega^3=-1, \omega^2-\omega+1=0$

② $\omega+\bar{\omega}=1, \omega\bar{\omega}=1$

③ $\omega^2=-\bar{\omega}=-\frac{1}{\omega}$

참고 $\omega^2 = \frac{\omega^3}{\omega} = -\frac{1}{\omega} = -\bar{\omega}$
 $\omega^3=-1$ $\omega\bar{\omega}=1$

• $x^3=1$ 에서 $x^3-1=0,$
 $(x-1)(x^2+x+1)=0$
 이므로 $\omega, \bar{\omega}$ 는 이차방정식
 $x^2+x+1=0$ 의 근이다.

• $x^3=-1$ 에서 $x^3+1=0,$
 $(x+1)(x^2-x+1)=0$
 이므로 $\omega, \bar{\omega}$ 는 이차방정식
 $x^2-x+1=0$ 의 근이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 075쪽

034

방정식 $x^3=1$ 의 허근을 ω 라 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.
 (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

(1) ω^6

💡 $\omega^3=1$ 이므로
 $\omega^6 = (\omega^3)^2 = 1^2 = 1$

(2) $\omega + \frac{1}{\omega}$

💡 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이므로
 $\omega + \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^2 + 1}{\omega} = \frac{-\omega}{\omega} = -1$

(3) $\omega^{10} + \omega^8 + 1$

035

방정식 $x^3=-1$ 의 허근을 ω 라 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.
 (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

(1) ω^9

(2) $\omega^2 - \omega$

(3) $\omega + \bar{\omega} + 1$

(4) $2\omega^5 - 2\omega^4 + 2\omega^3 + 4$

(5) $\frac{\omega^2}{\omega}$

(6) $\omega^2 + \frac{1}{\omega^2}$

유형 07 삼차방정식의 근과 계수의 관계

중요★

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a}, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a}, \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

▶ **풍샘 Point** (세 근의 합) $= -\frac{b}{a}$

(두 근끼리의 곱의 합) $= \frac{c}{a}$

(세 근의 곱) $= -\frac{d}{a}$

036

삼차방정식 $x^3-2x^2+6x+4=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(3-\alpha)(3-\beta)(3-\gamma)$ 의 값은?

- ① 27 ② 28 ③ 29
④ 30 ⑤ 31

037

삼차방정식 $x^3-3x-5=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,

$\frac{\alpha+\beta}{\gamma^2} + \frac{\beta+\gamma}{\alpha^2} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta^2}$ 의 값을 구하시오.

038

삼차방정식 $x^3+x^2+kx-2=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하자. $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=7$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

039

삼차방정식 $x^3-4x^2+ax+b=0$ 의 세 근의 비가 1 : 1 : 2일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

유형 08 세 수를 근으로 하는 삼차방정식

α, β, γ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식은 $x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma=0$

▶ **풍샘 Point** α, β, γ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 a 인 삼차방정식은

$$a\{x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma\}=0$$

040

삼차방정식 $x^3+5x^2-3x+1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha+2, \beta+2, \gamma+2$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식은?

- ① $x^3-x^2-11x+19=0$
② $x^3-x^2+11x-19=0$
③ $x^3+x^2-11x+19=0$
④ $x^3+x^2-6x+10=0$
⑤ $x^3+x^2+6x-10=0$

041

삼차방정식 $x^3+2x-8=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식을 구하시오.

042

삼차방정식 $2x^3+4x^2-x-1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $-\alpha, -\beta, -\gamma$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 2인 삼차방정식은 $2x^3+ax^2+bx+c=0$ 이다. 이때 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

유형 09 삼차방정식의 켈레근

중요

- ① 계수가 모두 유리수인 삼차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이다. ← 무리수 부분의 부호가 반대
(단, p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수이다.)
- ② 계수가 모두 실수인 삼차방정식의 한 근이 $p+qi$ 이면 다른 한 근은 $p-qi$ 이다. ← 허수부분의 부호가 반대
(단, p, q 는 실수, $q \neq 0, i = \sqrt{-1}$)

풍생 Point 켈레근을 이용할 때는 반드시 모든 계수가 유리수 또는 실수인지 확인한다.

043

삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$ 의 두 근이 $2, 1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

044

삼차방정식 $x^3+ax^2+10x-6=0$ 의 두 근이 $b, \sqrt{6}-2$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ 6
- ④ 10 ⑤ 14

045

삼차방정식 $x^3+ax^2-9x+b=0$ 의 한 근이 $-1+\sqrt{2}i$ 일 때, 이 방정식의 실근은? (단, a, b 는 실수이다.)

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6

유형 10 방정식 $x^3 = \pm 1$ 의 허근

- 방정식 $x^3 = \pm 1$ 의 한 허근을 ω 라 하면
- ① $\omega^3 = \pm 1, \omega^2 \pm \omega + 1 = 0$ (복호동순)
- ② $\omega + \bar{\omega} = \mp 1, \omega \bar{\omega} = 1$ (복호동순)
- ③ $\omega^2 = \pm \bar{\omega} = \pm \frac{1}{\omega}$ (복호동순)

풍생 Point ω 의 거듭제곱이 주어지면 $\omega^3 = \pm 1$ 을 이용하여 식을 간단히 한 후 식의 값을 구한다.

046

방정식 $x^3=1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때,

$\frac{1}{\omega-1} + \frac{1}{\bar{\omega}-1}$ 의 값을 구하시오.

(단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

047

방정식 $x^3+1=0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때,

$\omega^2 + \omega + \frac{1}{\omega} + \frac{1}{\omega^2}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

048

방정식 $x^3-1=0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때,

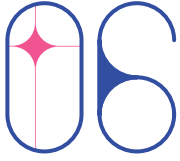
$\omega + \omega^2 + \dots + \omega^5$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

049

방정식 $x^3=-1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때,

$\omega^{30} + 2\omega^{20} + \omega^{10} = a\omega + b$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.



연립이차방정식

1 연립이차방정식

미지수가 2개인 연립방정식에서 차수가 가장 높은 방정식이 이차방정식인 연립방정식을 연립이차방정식이라 한다.

2 $\begin{cases} (\text{일차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases}$ 꼴의 연립이차방정식의 풀이

일차방정식을 한 문자에 대하여 정리한 후 이차방정식에 대입하여 푼다.

3 $\begin{cases} (\text{이차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases}$ 꼴의 연립이차방정식의 풀이

① 두 이차방정식 중에서 인수분해되는 식을 찾아 두 일차식의 곱으로 인수분해한다.

② ①의 두 일차방정식을 다른 이차방정식과 각각 연립하여

$$\begin{cases} (\text{일차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases} \text{ 꼴의 연립방정식으로 바꾸어 푼다.}$$

4 x, y 에 대한 대칭식인 연립이차방정식의 풀이

① $x+y=a, xy=b$ 로 놓고, x, y 에 대한 연립방정식을 a, b 에 대한 연립방정식으로 변형한다.

② ①의 연립방정식을 풀어 a, b 의 값을 각각 구한다.

③ x, y 를 두 근으로 갖는 t 에 대한 이차방정식 $t^2-at+b=0$ 을 이용하여 x, y 의 값을 각각 구한다.

• x, y 에 대한 대칭식

x, y 를 바꾸어 대입해도 변하지 않는 식

• 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 x, y 는 $t^2-at+b=0$ 의 두 근이다.

개념 기본 문제

050

다음 연립방정식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} y=x-1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2-y^2=8 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x-y=-3 \\ x^2+xy=2 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y=-x-2 \\ 3xy-y^2=2 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} y=2x-1 \\ y^2-3x^2=-3 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x^2+xy-2y^2=-18 \end{cases}$

051

다음 연립방정식을 푸시오.

$$(1) \begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

💡 $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 의 좌변을 인수분해하면

$$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x=y \text{ 또는 } x=2y$$

(i) $x=y$ 를 $x^2 + y^2 = 20$ 에 대입하면

$$y^2 + y^2 = 20, 2y^2 = 20, y^2 = 10 \quad \therefore y = \pm\sqrt{10}$$

이것을 $x=y$ 에 대입하면

$$y = \sqrt{10} \text{ 일 때 } x = \sqrt{10}, y = -\sqrt{10} \text{ 일 때 } x = -\sqrt{10}$$

(ii) $x=2y$ 를 $x^2 + y^2 = 20$ 에 대입하면

$$(\square)^2 + y^2 = 20, 5y^2 = 20, y^2 = 4 \quad \therefore y = \pm 2$$

이것을 $x=2y$ 에 대입하면

$$y=2 \text{ 일 때 } x=4, y=-2 \text{ 일 때 } x = \square$$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x = \sqrt{10} \\ y = \sqrt{10} \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -\sqrt{10} \\ y = \square \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = -4 \\ y = \square \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 33 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ x^2 + 3xy - y^2 = 12 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 - xy = 0 \end{cases}$$

052

다음 연립방정식을 푸시오.

$$(1) \begin{cases} x+y=5 \\ xy=4 \end{cases}$$

💡 $x+y=5, xy=4$ 이므로 x, y 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1인 t 에 대한 이차방정식은 $t^2 - 5t + 4 = 0$ 으로 놓을 수 있다.

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \text{ 에서 } (t-1)(t-4) = 0$$

$$\therefore t=1 \text{ 또는 } t = \square$$

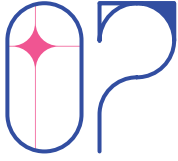
따라서 연립방정식의 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x = \square \\ y=1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x+y = -4 \\ xy = -12 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} xy = -6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$



부정방정식

1 부정방정식

방정식의 개수가 미지수의 개수보다 적을 때 해가 무수히 많아 그 해를 정할 수 없는 방정식을 부정방정식이라 한다.

2 부정방정식의 풀이

- ① 정수 조건이 주어진 부정방정식은 (일차식) × (일차식) = (정수) 꼴로 변형하여 푼다.
- ② 실수 조건이 주어진 부정방정식은 실수 A, B 에 대하여 $A^2 + B^2 = 0$ 이면 $A=0, B=0$ 임을 이용한다.

• 부정방정식은 정수 조건이나 실수 조건 등에 따라 해가 유한개로 확정된다.

보기 방정식 $x+y=3$ 의 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases} \text{ 또는 } \dots$$

→ 방정식의 개수가 미지수의 개수보다 적으므로 해가 무수히 많다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 080쪽

053

다음 방정식을 만족시키는 정수 x, y 의 값을 구하시오.

(1) $xy - 3y - 5 = 0$

💡 $xy - 3y - 5 = 0$ 에서

$$(x-3)y = 5$$

$$1 \quad 5 \Rightarrow x-3=1, y=5 \text{ 일 때, } x=4, y=5$$

$$5 \quad 1 \Rightarrow x-3=5, y=1 \text{ 일 때, } x=8, y=1$$

$$-1 \quad -5 \Rightarrow x-3=-1, y=-5 \text{ 일 때, } x=2, y=-5$$

$$-5 \quad -1 \Rightarrow x-3=\square, y=-1 \text{ 일 때, } x=\square, y=-1$$

따라서 정수 x, y 의 값은

$$\begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=\square \\ y=1 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=2 \\ y=-5 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-2 \\ y=\square \end{cases}$$

(2) $xy - 4x + y - 3 = 0$

(3) $xy + 6x - 2y - 10 = 0$

(4) $xy + 2x - 25 = 0$

054

다음 방정식을 만족시키는 실수 x, y 의 값을 구하시오.

(1) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$

💡 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$ 에서

$$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 0$$

$$(x-1)^2 + (\square)^2 = 0$$

이때 x, y 가 실수이므로

$$x-1=0, y-2=\square$$

$$\therefore x=1, y=\square$$

(2) $x^2 + y^2 + 6x + 9 = 0$

(3) $x^2 + 4y^2 + 10x - 12y + 34 = 0$

(4) $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x - 2y + 5 = 0$

유형 11 연립이차방정식 - $\begin{cases} (\text{일차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases}$ 중요★

일차방정식을 한 문자에 대하여 정리한 후 이차방정식에 대입하여 푼다.

풍생 Point 연립방정식 $\begin{cases} A=0 \\ B=0 \end{cases}$ 의 근이 연립방정식 $\begin{cases} C=0 \\ D=0 \end{cases}$ 을 만족시키면 연립방정식 $\begin{cases} A=0 \\ C=0 \end{cases}, \begin{cases} A=0 \\ D=0 \end{cases}$ 도 만족시킨다.

055

연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2+y^2=53 \end{cases}$ 을 만족시키는 x, y 에 대하여

$|x-y|$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

056

연립방정식 $\begin{cases} y=2x+2 \\ x^2+xy=1 \end{cases}$ 의 정수인 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라

할 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

057

연립방정식 $\begin{cases} x^2-2y^2=2 \\ x-y=-3 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때,

$\alpha+\beta$ 의 최솟값을 구하시오.

058

연립방정식 $\begin{cases} x-y=a \\ xy-2y^2=b \end{cases}$ 의 한 근이 $x=3, y=4$ 일 때,

나머지 한 근은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $x=6, y=5$ ② $x=-6, y=5$
- ③ $x=6, y=-5$ ④ $x=-6, y=-5$
- ⑤ $x=-5, y=-6$

059

연립방정식 $\begin{cases} x+y=-4 \\ ax-y=-6 \end{cases}$ 의 근이 연립방정식

$\begin{cases} x^2-xy+y^2=31 \\ 2x-3y=b \end{cases}$ 를 만족시킬 때, 상수 a, b 에 대하여

$a+b$ 의 최댓값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

060

연립방정식 $\begin{cases} x-2y=-4 \\ x^2-y^2=k \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 실수 k 의 값을 구하시오.

유형 12 연립이차방정식 - $\begin{cases} (\text{이차식})=0 \\ (\text{이차식})=0 \end{cases}$ 중요★

한 이차방정식을 인수분해하여 얻은 두 일차방정식을 다른 이차방정식에 각각 대입하여 푼다.

풍생 Point 두 이차방정식 중에서 보통 상수항이 없는 이차방정식을 인수분해한다.

061

연립방정식 $\begin{cases} x^2+2xy+y^2=0 \\ x^2+y^2=8 \end{cases}$ 의 해가

$\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=c \\ y=d \end{cases}$ 일 때, $a-b+c-d$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

062

연립방정식 $\begin{cases} x^2-xy=9 \\ 4x^2-y^2=0 \end{cases}$ 의 해를 $x=a, y=\beta$ 라 할 때,

$a^2+\beta^2$ 의 최솟값은?

- ① -45 ② -30 ③ -15
- ④ 0 ⑤ 15

063

연립방정식 $\begin{cases} x^2-4xy+3y^2=0 \\ y^2+3xy=64 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x, y

에 대하여 xy 의 값을 구하시오.

064

연립방정식 $\begin{cases} 3x^2+2xy-y^2=0 \\ x^2+xy-2y^2=-14 \end{cases}$ 를 만족시키는 x, y 의

순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

065

연립방정식 $\begin{cases} x^2+2y^2=12 \\ x^2-2y^2=-xy \end{cases}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에

대하여 $x+2y$ 의 최댓값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 15

066

각 자리의 숫자의 제곱의 합이 5이고, 십의 자리의 숫자의 제곱은 일의 자리의 숫자의 제곱의 4배인 두 자리의 자연수를 구하시오.

유형 13 대칭식으로 이루어진 연립이차방정식

x, y 에 대한 대칭식인 연립이차방정식은 다음 순서로 푼다.

- ① $x+y=a, xy=b$ 로 놓고 주어진 연립방정식을 a, b 에 대한 연립방정식으로 변형하여 푼다.
- ② x, y 가 이차방정식 $t^2-at+b=0$ 의 두 근임을 이용하여 x, y 의 값을 각각 구한다.

풍생 Point 주어진 연립방정식에서 x^2+y^2 꼴 등이 포함된 경우에는 곱셈 공식을 이용하여 $x+y=a, xy=b$ 에 대한 식으로 변형한다.

067

연립방정식 $\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=-24 \end{cases}$ 를 만족시키는 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 모두 구하시오.

068

연립방정식 $\begin{cases} x+y=7 \\ xy-2(x+y)=-2 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $x-y$ 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

069

연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x+y+xy=-1 \end{cases}$ 을 만족시키는 x, y 에 대하여 $|x-y|$ 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

유형 14 부정방정식

- ① 정수 조건: (일차식) \times (일차식) = (정수) 꼴로 변형하여 푼다.
- ② 실수 조건: 실수 A, B 에 대하여 $A^2+B^2=0$ 이면 $A=0, B=0$ 임을 이용한다.

풍생 Point 실수 조건이 주어진 부정방정식에서 $A^2+B^2=0$ 꼴로 정리되지 않는 경우에는 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후, 이차방정식의 판별식 D 에 대하여 $D \geq 0$ 임을 이용한다.

070

방정식 $xy-5x+y+2=0$ 을 만족시키는 정수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최댓값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

071

방정식 $xy+3x-4y-21=0$ 을 만족시키는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

072

방정식 $5x^2+4y^2+4xy-4x+1=0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

073

방정식 $x^2+2y^2+2xy+4x+2y+5=0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하시오.

01

사차방정식 $x^4 - 27x^2 = 0$ 을 푸시오.

02

삼차방정식 $x^3 - 4x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 실근 중에서 가장 작은 근은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 2

03

방정식 $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x - 3) - 12 = 0$ 의 모든 양의 근의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

04 **학교 시험 기출**

방정식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 8 = 0$ 의 모든 근의 곱은?

- ① 8 ② 10 ③ 12
 ④ 14 ⑤ 16

05

사차방정식 $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ 의 모든 음의 근의 합은?

- ① -8 ② -7 ③ -6
 ④ -5 ⑤ -4

06

사차방정식 $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$ 의 네 근을 a, b, c, d 라 할 때, $ab + cd$ 의 값은? (단, $a < b < c < d$)

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

07

사차방정식 $x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 2x + 1 = 0$ 의 근이 $x = a$ 또는 $x = b \pm \sqrt{c}$ 일 때, $a - b - c$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 0이 아닌 유리수이다.)

08 **(실전) Plus**

사차방정식 $3x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 3 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① $-\frac{17}{9}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{13}{9}$
 ④ $-\frac{11}{9}$ ⑤ -1

09 교육청 기출 x 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - (2a+1)x^2 + (a+1)^2x - (a^2+1) = 0$$

의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 하자. $\alpha + \beta = 8$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, a 는 실수이다.)

- ① 16 ② 17 ③ 18
 ④ 19 ⑤ 20

10사차방정식 $x^4 - (2a+3)x^2 + 2(a-1)x + 4a = 0$ 이 실근만을 가질 때, 실수 a 의 최솟값을 구하시오.**11**방정식 $(x+1)(x-2)(x-4) = 7$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값은?

- ① 19 ② 20 ③ 21
 ④ 22 ⑤ 23

12 학교 시험 기출삼차방정식 $x^3 - 16x^2 + 4ax - 12b = 0$ 의 세 근의 비가 $1 : 3 : 4$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 23 ② 24 ③ 25
 ④ 26 ⑤ 27

13 (심전) Plus x^3 의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = f(2) = f(3) = 1$ 이 성립할 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 모든 근의 곱을 구하시오.**14** 교육청 기출삼차방정식 $x^3 + 2x - 3 = 0$ 의 한 허근을 $a + bi$ 라 할 때, a^2b^2 의 값은? (단, a, b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{13}{16}$
 ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

15방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\frac{1}{\omega^{20} + \omega^{10}}$ 의 값을 구하시오.**16**방정식 $x^3 = -1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^3 + \left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^2 + \omega + \frac{1}{\omega}$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 3

17

어떤 정육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이를 각각 2, 4씩 늘이고, 높이를 2만큼 줄여서 직육면체를 만들었더니 부피가 35가 되었다. 처음 정육면체의 한 모서리의 길이는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

18 **교육청 기출**

연립방정식 $\begin{cases} x-y=-5 \\ 4x^2+y^2=20 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값을 구하시오.

19 **실전 Plus**

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x^2+2y=a \end{cases}$ 가 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 최솟값은?

- ① -11 ② -10 ③ -9
 ④ -8 ⑤ -7

20

각 자리의 숫자의 제곱의 합이 58인 두 자리의 자연수가 있다. 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수가 처음 수보다 36만큼 클 때, 처음 수를 구하시오.

21 **학교 시험 기출**

연립방정식 $\begin{cases} x^2+xy-3y^2=4 \\ x^2-4xy+3y^2=0 \end{cases}$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

- ① -4 ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 4

22

두 이차방정식 $x^2+kx-3=0, x^2+(k-2)x+1=0$ 이 오직 하나의 공통근을 가질 때, 상수 k 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$
 ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

23

연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x^2y+xy^2=6 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 최댓값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

24

방정식 $x^2-xy+x-y+4=0$ 을 만족시키는 정수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하시오.

01 부등식 기본

1 부등식의 기본 성질

세 실수 a, b, c 에 대하여

- ① $a > b, b > c$ 이면 $a > c$
- ② $a > b$ 이면 $a + c > b + c, a - c > b - c$
- ③ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
- ④ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

2 일차부등식의 풀이

부등식 $ax > b$ 의 해는

- ① $a > 0$ 일 때, $x > \frac{b}{a}$
- ② $a < 0$ 일 때, $x < \frac{b}{a}$
- ③ $a = 0$ 일 때, $\begin{cases} b \geq 0 \text{이면 해는 없다. (불능)} \\ b < 0 \text{이면 해는 모든 실수이다. (부정)} \end{cases}$

• 부등식의 양변에 곱하거나 나누는 수가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

• 일차부등식

모든 항을 좌변으로 이항하여 정리했을 때, 좌변이 x 에 대한 일차식인 부등식

보기 일차부등식 $3x < 9$ 의 해는 $x < 3$

개념 기본 문제

정답과 풀이 089쪽

001

$a < 0 < b$ 일 때, 다음 \square 안에 알맞은 부등호를 써넣으시오.

- (1) $a - 1 \square b - 1$
- (2) $3a \square 3b$
- (3) $-\frac{a}{2} \square -\frac{b}{2}$
- (4) $-\frac{5}{8}a + 10 \square -\frac{5}{8}b + 10$
- (5) $2a \square a + b$
- (6) $a - b \square 0$
- (7) $ab \square b^2$
- (8) $1 \square \frac{b}{a}$

002

다음 부등식을 푸시오.

- (1) $x - 2 \geq 4x + 7$
- (2) $2(2x + 1) + 3 > 3x - 5$
- (3) $x + \frac{-x + 3}{2} < \frac{3x}{4} - \frac{3}{2}$

003

다음 x 에 대한 부등식을 푸시오.

- (1) $ax > 3$
- (2) $a(-x + 5) - 6 \leq a - 2$
- (3) $a(x - a) + 2 \geq x + a$

02

연립일차부등식

1 연립부등식

- ① 연립부등식: 두 개 이상의 부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것
- ② 연립일차부등식: 각각의 부등식이 일차부등식인 연립부등식
- ③ 연립부등식의 해: 각 부등식의 공통인 해

2 연립일차부등식의 풀이

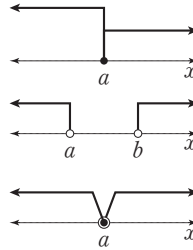
- ① 각 부등식의 해를 구한 후 수직선 위에 함께 나타낸다.
- ② 공통부분을 찾아 연립부등식의 해를 구한다.

3 $A < B < C$ 꼴의 일차부등식

$A < B < C$ 꼴의 부등식은 $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 꼴의 연립부등식으로 바꾸어 푼다.

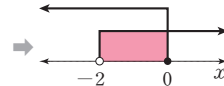
4 특수한 해를 갖는 연립일차부등식

- ① 해가 한 개인 경우: $\begin{cases} x \leq a \\ x \geq a \end{cases} \Rightarrow x = a$
- ② 해가 없는 경우: (i) $\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases} (a < b) \Rightarrow$ 해는 없다.
- (ii) $\begin{cases} x \leq a \\ x > a \end{cases} \Rightarrow$ 해는 없다.



• 연립부등식의 해는 각 부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값 또는 범위이다.

보기 $\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 0 \end{cases}$ 의 해



$\Rightarrow -2 < x \leq 0$

공백 Tip 부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 때는 경계의 수를 포함하는지 잘 살핀다.

• $a < b$ 일 때,
 $\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}, \begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases}, \begin{cases} x < a \\ x \geq b \end{cases}, \begin{cases} x \leq a \\ x > b \end{cases}$
 의 해는 없다.

• $\begin{cases} x \leq a \\ x > a \end{cases}, \begin{cases} x < a \\ x \geq a \end{cases}, \begin{cases} x < a \\ x > a \end{cases}$ 의 해는 없다.

개념 기본 문제

004

다음 연립부등식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x+3 \leq 5 \\ x-1 > -4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} -x > 0 \\ 3x-2 < 1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x \geq x-2 \\ 4 \geq x-1 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} -3x+2 > -2x+3 \\ x-4 < 3x+8 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 4(x+1)-7 > 2(x-2)+7 \\ 0.1x \geq 0.7 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} \frac{1-x}{5} \leq 1 \\ \frac{x-6}{2} \leq -1 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} 0.2x-0.5 \leq x-1.3 \\ \frac{x}{5} \leq 0.6 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} 0.4 - \frac{x}{2} > 0.6x + \frac{2}{5} \\ 0.2(x+1) \geq -\left(\frac{2x}{5} + 4.6\right) \end{cases}$

005

다음 부등식을 푸시오.

(1) $-6 \leq x - 4 < 0$

(2) $11 < -3x + 2 < 23$

(3) $3x - 1 \leq 2x \leq 4$

(4) $-5 \leq -x < x - 6$

(5) $x - 7 < 4x + 5 < 7x + 8$

(6) $-7x - 5 \leq -5x - 3 \leq -6x + 3$

006

다음 연립부등식을 푸시오.

(1)
$$\begin{cases} x < 2 \\ x > 5 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x < 4 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} 2x - 5 \geq -x + 4 \\ -(x + 5) \geq 1 \end{cases}$$

(5)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{4} > \frac{2x + 3}{12} \\ 6(x + 1) \geq 7x + 6 \end{cases}$$

(6)
$$\begin{cases} 0.6x + 1.2 \leq \frac{2}{5}x + \frac{3}{5} \\ \frac{-2 - x}{7} \leq \frac{2x + 8}{14} \end{cases}$$

유형 01 연립일차부등식

중요★

연립일차부등식은 다음 순서로 푼다.

- ① 각 부등식의 해를 구한다.
- ② ①의 해를 수직선 위에 나타내어 공통부분을 찾는다.

풍생 Point 해를 수직선 위에 나타내었을 때 공통부분이 없으면 연립일차부등식의 해는 없다.

007

연립부등식 $\begin{cases} 2x-2 \leq -x \\ x+1 \leq 7x+6 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일 때,

$a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

008

연립부등식 $\begin{cases} 4(x+2) > 2(x+3) + 10 \\ x-20 < -2-x \end{cases}$ 를 만족시키는

정수 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

009

연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-3}{2} \leq x-0.5 \\ 3x+6 < \frac{4x+2}{6} \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 의

최솟값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

010

다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

(정답 2개)

- ① $\begin{cases} x < 1 \\ x > 0 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x \leq 0 \\ x > 0 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -2 \end{cases}$

011

연립부등식 $\begin{cases} x-0.8 > 0.2x + \frac{4}{5} \\ -2x > x+3 \end{cases}$ 의 해는?

- ① $x < -1$ ② $x > 2$ ③ $-1 < x < 2$
 ④ $x = 2$ ⑤ 해는 없다.

012

연립부등식 $\begin{cases} \frac{3}{4}x + 0.5 \geq 0.2(5x - 1.25) \\ -2\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq \frac{x-17}{2} \end{cases}$ 의 해가 $x=k$

일 때, k 의 값을 구하시오.

013

승희가 이기면 2점을 얻고 지면 1점을 잃는 게임을 한다. 12번 게임을 한 후 얻은 점수가 15점 이하이고 이긴 횟수가 더 많을 때, 승희가 이긴 횟수의 최댓값은?

(단, 비기는 경우는 없다.)

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

유형 02 $A < B < C$ 꼴의 부등식

$A < B < C$ 꼴의 부등식은 $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 꼴로 바꾸어 푼다.

풍생 Point $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$ 꼴로 바꾸어 풀지 않도록 주의한다.

014

부등식 $-2x \leq x-3 \leq -x+7$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일 때, $b-a$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

015

부등식 $4(x-1) < 2(x+1) < 3(x+2) - 1$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오.

016

다음 중 부등식 $x-3 < \frac{x-2}{2} \leq \frac{3x-4}{4}$ 의 해가 아닌 것은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

017

부등식 $\frac{5x-1}{10} \leq 0.2x + \frac{1}{2} < 0.95x - 1$ 을 풀면?

- ① $x \leq 2$ ② $x > 2$ ③ $x < 2$
- ④ $x = 2$ ⑤ 해는 없다.

유형 03 해가 주어진 연립일차부등식

중요 ★

각 일차부등식의 해를 구한 후 주어진 해와 비교하여 미정계수의 값을 구한다.

풍생 Point 부등호의 방향에 유의하여 주어진 연립부등식의 해와 비교한다.

018

연립부등식 $\begin{cases} x+a < 2 \\ -x+6 < 2x \end{cases}$ 의 해가 $2 < x < 5$ 일 때, 상수

a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 0 ⑤ 1

019

연립부등식 $\begin{cases} 2x-a \leq 4x+1 \\ 3(x-1)+2 > 4(x+1)-3 \end{cases}$ 의 해가

$-3 \leq x < -2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

020

연립부등식 $\begin{cases} 2(3x-1) \geq 3x+2a \\ x-4 < -(x-6) \end{cases}$ 의 해가 $-4 \leq x < b$

일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

021

연립부등식 $\begin{cases} x-3 \leq \frac{x}{3} + 1 \\ 0.1(x-a) \leq \frac{1}{2}(x-1) + 0.5 \end{cases}$ 의 해가

$x=6$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

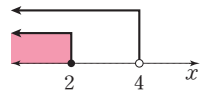
022

부등식 $x-a < -2x+4 < 2x+b$ 의 해가 $3 < x < 7$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① 9 ② 13 ③ 17
- ④ 21 ⑤ 25

023

연립부등식 $\begin{cases} x-a \leq 8 \\ 3x+b < x-1 \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림



과 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 27 ② 36 ③ 45
- ④ 54 ⑤ 63

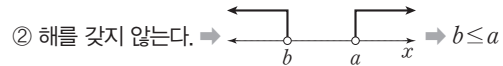
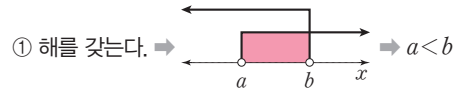
유형 04 해의 조건이 주어진 연립일차부등식

중요

주어진 조건을 만족시키는 해를 수직선 위에 나타내고 미정계수의 값의 범위를 구한다.

- ① 해를 갖는다. → 공통부분이 있다.
- ② 해를 갖지 않는다. → 공통부분이 없다.

▶ **Tip** 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 가



024

연립부등식 $\begin{cases} 4x < 3x-4 \\ 2x > a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

025

연립부등식 $\begin{cases} -2(x+1) \geq -x+5 \\ x+a > -2 \end{cases}$ 가 해를 가질 때, 정수 a 의 최솟값을 구하시오.

026

부등식 $2(x-a) \leq x-1 \leq 3(x-2)+3$ 이 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하시오.

027

연립부등식 $\begin{cases} 3(x+2) < x+a \\ x-1 \geq -4x+9 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 정수 a 의 값을 모두 구하시오.



절댓값 기호를 포함한 일차부등식

1 $|x| < a$ 또는 $|x| > a$ 의 풀이

$a > 0$ 일 때,

- ① $|x| < a$ 의 해는 $-a < x < a$
- ② $|x| > a$ 의 해는 $x < -a$ 또는 $x > a$

2 절댓값 기호를 포함한 일차부등식의 풀이

- ① 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 범위를 나누어 절댓값 기호를 없앤다.

$$|x-a| = \begin{cases} x-a & (x \geq a) \\ -(x-a) & (x < a) \end{cases}$$

- ② ①의 각 범위에서 절댓값 기호를 없앤 부등식을 풀고, 해당 범위와의 공통부분을 찾아 해를 구한다.
- ③ ②에서 구한 해를 모두 합친 x 의 값의 범위를 구한다.

• $b > 0$ 일 때,

- ① $|x-a| < b$
→ $-b < x-a < b$
- ② $|x-a| > b$
→ $x-a < -b$ 또는 $x-a > b$

중요 Tip 각 범위에서 해를 구할 때 반드시 해당 범위와의 공통부분을 구해야 한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 094쪽

028

다음 부등식을 푸시오.

(1) $|x| > 5$

(2) $|2x| \leq 8$

(3) $|x-1| < 10$

(4) $|3x-4| \geq 2$

(5) $|5-2x| < 9$

029

부등식 $|x-2| > 3x+1$ 을 푸시오.

단계1. $x < 2$ 일 때, 부등식의 해 구하기

단계2. $x \geq 2$ 일 때, 부등식의 해 구하기

단계3. 부등식의 해 구하기

030

부등식 $|x| + |x-1| \leq 11$ 을 푸시오.

단계1. $x < 0$ 일 때, 부등식의 해 구하기

단계2. $0 \leq x < 1$ 일 때, 부등식의 해 구하기

단계3. $x \geq 1$ 일 때, 부등식의 해 구하기

단계4. 부등식의 해 구하기

유형 05 절댓값 기호를 포함한 일차부등식

$b > 0$ 일 때,

$|x-a| < b$ 의 해 $\rightarrow -b < x-a < b$

$|x-a| > b$ 의 해 $\rightarrow x-a < -b$ 또는 $x-a > b$

풍샘 Point ① $|ax+b| < cx+d$ 꼴의 부등식은 $x = -\frac{b}{a}$ 를

기준으로 범위를 나누어 푼다.

\rightarrow (i) $x < -\frac{b}{a}$ (ii) $x \geq -\frac{b}{a}$

② $|x-a| + |x-b| < c$ ($a < b$) 꼴의 부등식은 $x=a, x=b$ 를
기준으로 범위를 나누어 푼다.

\rightarrow (i) $x < a$ (ii) $a \leq x < b$ (iii) $x \geq b$

031

부등식 $|x+5| < 9$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

032

부등식 $|1-2x| \geq 3$ 의 해가 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 일 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

033

x 에 대한 부등식 $|3x-2| \leq a-4$ 를 만족시키는 실수 x 의 최댓값이 2가 되도록 하는 a 의 값은?

(단, $a \geq 5$ 인 자연수이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

034

부등식 $|-x+4| \leq 2x+8$ 의 해는?

- ① $x \geq -\frac{4}{3}$ ② $x > -\frac{4}{3}$ ③ $x \leq -\frac{4}{3}$
- ④ $x \geq \frac{4}{3}$ ⑤ $0 < x \leq \frac{4}{3}$

035

부등식 $x - |4x-2| > -1$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{7}{5}$
- ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

036

부등식 $|x+3| + |x-6| \leq 15$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오.

037

부등식 $2|x| > |x+2| - 1$ 의 해가 $x < a$ 또는 $x > b$ 일 때, $2b-3a$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
- ④ 3 ⑤ 4

01

두 일차부등식 $2(x+1) \leq x+4$ 와 $-x-k \geq 1$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 k 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

02 교육청 기출

연립부등식 $\begin{cases} 2x \leq x+11 \\ x+5 < 4x-2 \end{cases}$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수를 구하시오.

03

부등식 $-x-4 < -2x+3 \leq 3x+8$ 을 만족시키는 정수 x 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

04

연속하는 세 자연수의 합이 21보다 크거나 같고 24보다 작을 때, 세 수 중 가장 큰 수를 구하시오.

05 학교 시험 기출

연립부등식 $\begin{cases} 0.7-0.6x \leq \frac{x}{5} + \frac{1}{10} \\ -(x-2) \geq x-a \end{cases}$ 의 해가

$b \leq x \leq 6$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오.

06 실전 Plus

연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 < x+7 \\ x-k \geq 1 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 5가 되도록 하는 정수 k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

07

x 에 대한 부등식 $|x+4| \leq k-3$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수가 7이 되도록 하는 자연수 k 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

08

부등식 $|2x-4| + |x+1| > 6$ 을 푸시오.

01 부등식과 함수의 그래프

1 부등식 $f(x) > 0$ 의 해

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.

참고 부등식 $f(x) \geq 0$ 의 해는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있거나 x 축과 만나 있는 x 의 값의 범위이다.

2 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.

참고 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 의 해는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 위쪽에 있거나 두 함수의 그래프가 만나는 x 의 값의 범위이다.

• 부등식 $f(x) < 0$ 의 해

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.

• 부등식 $f(x) < g(x)$ 의 해

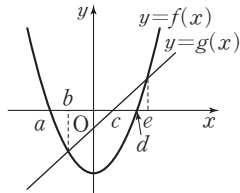
함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 097쪽

001

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=g(x)$ 가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 부등식의 해를 구하시오.



(1) $f(x) > 0$

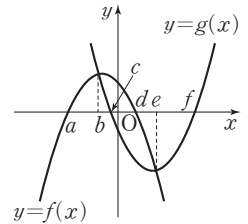
(2) $g(x) < 0$

(3) $f(x) > g(x)$

(4) $f(x) \leq g(x)$

002

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 부등식의 해를 구하시오.



(1) $f(x) \geq 0$

(2) $g(x) \leq 0$

(3) $f(x) \geq g(x)$

(4) $f(x)g(x) > 0$

02

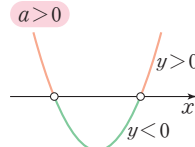
이차부등식과 이차함수의 관계

1 이차부등식

부등식에서 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, 좌변이 미지수 x 에 대한 이차식으로 나타내어지는 부등식을 x 에 대한 이차부등식이라 한다.

2 $ax^2+bx+c>0$ 의 해

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에서 $y>0$ 인 x 의 값의 범위, 즉 함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이다.

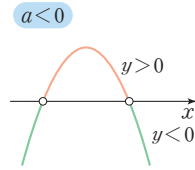


• $ax^2+bx+c\geq 0$ 의 해

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에서 $y\geq 0$ 인 x 의 값의 범위, 즉 함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있거나 x 축과 만나서 있는 부분의 x 의 값의 범위이다.

3 $ax^2+bx+c<0$ 의 해

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에서 $y<0$ 인 x 의 값의 범위, 즉 함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축보다 아래쪽에 있는 부분의 x 의 값의 범위이다.



개념 기본 문제

정답과 풀이 097쪽

003

다음 부등식 중에서 이차부등식인 것은 ○를, 이차부등식이 아닌 것은 ×를 () 안에 써넣으시오.

(1) $x^2-4x\geq x-x^2$ ()

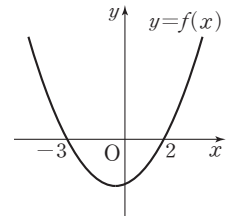
(2) $x(3x-2)>1+3x^2$ ()

(3) $x+6\geq x(x+1)$ ()

(4) $x+x^2>9-x^2+x^3$ ()

004

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 이차부등식의 해를 구하시오.

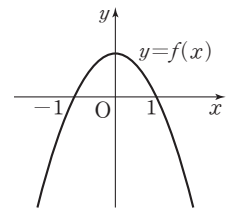


(1) $f(x)>0$

(2) $f(x)\leq 0$

005

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 이차부등식의 해를 구하시오.



(1) $f(x)>0$

(2) $f(x)\leq 0$



이차부등식의 해

1 이차부등식의 해

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$)의 판별식을 D , 두 실근을 α, β ($\alpha \leq \beta$)라 할 때, 이차부등식의 해는 다음과 같다.

판별식 D	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$ax^2+bx+c=0$ 의 해	서로 다른 두 실근 α, β	중근 α	서로 다른 두 허근
$y=ax^2+bx+c$ 의 그래프			
$ax^2+bx+c > 0$ 의 해	$x < \alpha$ 또는 $x > \beta$	$x \neq \alpha$ 인 모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c \geq 0$ 의 해	$x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$	모든 실수	모든 실수
$ax^2+bx+c < 0$ 의 해	$\alpha < x < \beta$	없다.	없다.
$ax^2+bx+c \leq 0$ 의 해	$\alpha \leq x \leq \beta$	$x = \alpha$	없다.

풍뎡 Tip 이차부등식의 x^2 의 계수가 음수이면 부등식의 양변에 -1 을 곱하여 x^2 의 계수가 양수가 되도록 고쳐서 푼다. 이때 부등호의 방향이 바뀌는 것에 주의한다.

• $D > 0$ 일 때,
 $ax^2+bx+c = a(x-\alpha)(x-\beta)$ ($\alpha < \beta$)
 이므로
 ① $a(x-\alpha)(x-\beta) > 0$ 의 해는
 $x < \alpha$ 또는 $x > \beta$
 ② $a(x-\alpha)(x-\beta) < 0$ 의 해는
 $\alpha < x < \beta$

개념 기본 문제

정답과 풀이 097쪽

006

다음 부등식을 푸시오.

- (1) $x^2 - 2x - 8 < 0$
- (2) $x^2 + 10x + 21 > 0$
- (3) $2x^2 + x - 1 \leq 0$
- (4) $x^2 - x - 1 > 0$
- (5) $x^2 - 2x - 5 \geq 0$
- (6) $x^2 + 3x > 3$

007

다음 부등식을 푸시오.

- (1) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$
- (2) $x^2 - 8x + 16 < 0$
- (3) $x^2 - 10x + 25 > 0$

008

다음 부등식을 푸시오.

- (1) $x^2 + 2x + 4 \geq 0$
- (2) $3x^2 + 6x + 5 > 0$
- (3) $x^2 + 10 \leq 5x$

유형 01 이차부등식의 풀이

중요★

이차방정식 $f(x)=0$ 의 판별식 D 에 대하여 이차부등식 $f(x)>0$ 의 해는

- ① $D>0$ 이면 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 구한다.
- ② $D\leq 0$ 이면 완전제곱식이 포함된 꼴로 변형하여 구한다.

풍샘 Point 이차부등식의 해는

- ① $D<0$ 이면 모든 실수이거나 해가 없는 경우 두 가지이다.
- ② $D=0$ 이면 등호가 있는 경우와 없는 경우에 따라 해가 달라지므로 등호가 있는지 잘 살핀다.

009

이차부등식 $x^2-12x+32>0$ 의 해가 $x<a$ 또는 $x>b$ 일 때, $2a-b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

010

이차부등식 $x^2+3x-10\leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

011

이차부등식 $x^2-2x-15>0$ 의 해와 부등식 $|x-a|>b$ 의 해가 서로 같을 때, 양수 a, b 에 대하여 $2a-b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

012

이차부등식 $(x+1)(x-2)<4-6x$ 를 만족시키는 정수 x 의 최솟값은?

- ① -8 ② -7 ③ -6
- ④ -5 ⑤ -4

013

이차부등식 $10x(x+1)+3\geq x^2+4x+2$ 를 풀면?

- ① $x\leq -\frac{1}{3}$ ② $x\geq -\frac{1}{3}$
- ③ $x=-\frac{1}{3}$ ④ 모든 실수
- ⑤ $x\neq -\frac{1}{3}$ 인 모든 실수

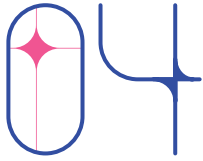
014

다음 이차부등식 중에서 해가 존재하지 않는 것은?

- ① $x^2\geq 0$ ② $x^2-14x+49\leq 0$
- ③ $x^2-x-2>0$ ④ $x^2+8x+20\geq 0$
- ⑤ $2x^2+2x+3\leq 0$

015

둘레의 길이가 12인 직사각형의 넓이가 8 이상일 때, 이 직사각형의 가로 길이의 최솟값을 구하시오.



이차부등식의 해의 조건

1 해가 주어진 이차부등식

① 해가 $a < x < \beta$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x-a)(x-\beta) < 0, \text{ 즉 } x^2 - (a+\beta)x + a\beta < 0$$

② 해가 $x < a$ 또는 $x > \beta$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식은

$$(x-a)(x-\beta) > 0, \text{ 즉 } x^2 - (a+\beta)x + a\beta > 0$$

2 이차부등식이 항상 성립할 조건

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식이 항상 성립할 조건은 다음과 같다.

$ax^2+bx+c > 0$	$ax^2+bx+c \geq 0$	$ax^2+bx+c < 0$	$ax^2+bx+c \leq 0$
그래프가 항상 x 축 위쪽에 있다. → $a > 0, D < 0$	그래프가 x 축에 접하거나 위쪽에 있다. → $a > 0, D \leq 0$	그래프가 항상 x 축 아래쪽에 있다. → $a < 0, D < 0$	그래프가 x 축에 접하거나 아래쪽에 있다. → $a < 0, D \leq 0$

참고 이차부등식의 해가 없을 조건은 이차부등식이 항상 성립할 조건으로 바꾸어 생각한다.
 $ax^2+bx+c > 0$ 의 해가 없다. → $ax^2+bx+c \leq 0$ 이 항상 성립한다.
 $ax^2+bx+c \geq 0$ 의 해가 없다. → $ax^2+bx+c < 0$ 이 항상 성립한다.

• x^2 의 계수가 -1 인 이차부등식은 양변에 -1 을 곱한다.

① 해가 $a < x < \beta$ 일 때

$$\rightarrow -(x-a)(x-\beta) > 0$$

$$\rightarrow -x^2 + (a+\beta)x - a\beta > 0$$

② 해가 $x < a$ 또는 $x > \beta$ 일 때

$$\rightarrow -(x-a)(x-\beta) < 0$$

$$\rightarrow -x^2 + (a+\beta)x - a\beta < 0$$

풍뎠 Tip x^2 의 계수가 a 인 이차부등식은 x^2 의 계수가 1인 이차부등식을 구한 후, 양변에 a 를 곱한다. 이때 $a < 0$ 이면 부등호의 방향이 바뀌므로 주의한다.

개념 기본 문제

016

이차부등식의 해가 다음과 같고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식을 구하시오.

(1) $1 \leq x \leq 2$

(2) $x < -3$ 또는 $x > 6$

(3) $-2 < x < 8$

(4) $x \leq 4$ 또는 $x \geq 7$

017

이차부등식과 그 해가 다음과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

(1) $x^2 - ax + b < 0$ 의 해 $2 < x < 5$

(2) $x^2 + ax - 8 > 0$ 의 해 $x < b$ 또는 $x > 4$

(3) $ax^2 - 8x + b \geq 0$ 의 해 $x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$

(4) $ax^2 + bx + 14 \leq 0$ 의 해 $x \leq -7$ 또는 $x \geq 2$

018

다음 x 에 대한 이차부등식이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x^2 + 4x + k \geq 0$

(2) $-x^2 - 2x + k - 3 < 0$

(3) $x^2 + kx + 3 > 0$

(4) $kx^2 - 6x - 2 \leq 0$

019

다음 x 에 대한 이차부등식의 해가 존재하지 않도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x^2 - 2x - k < 0$

(2) $3x^2 - x + 2k \leq 0$

(3) $-x^2 + 4kx + 2k \geq 0$

(4) $kx^2 + 2(k-3)x + 4 < 0$

020

다음과 같이 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 주어질 때, $y=f(x)$ 의 그래프가 $y=g(x)$ 의 그래프보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $f(x) = x^2 - 2x - 3, g(x) = 2x + 2$

(2) $f(x) = -x^2 + 4x + 30, g(x) = x - 10$

(3) $f(x) = -2x^2 + x + 1, g(x) = -x^2 - 4x + 7$

(4) $f(x) = 3x^2 - 2x, g(x) = 2x^2 - 1$

021

이차함수 $y = x^2 + 2kx + 5$ 의 그래프가 직선 $y = 2x - k$ 보다 항상 위쪽에 있도록 하는 상수 k 의 값의 범위를 구하시오.

022

이차함수 $y = -2x^2 + x - 1$ 의 그래프가 직선 $y = kx + 1$ 보다 항상 아래쪽에 있도록 하는 상수 k 의 값의 범위를 구하시오.

유형 02 해가 주어진 이차부등식

중요★

- ① 해가 $a < x < \beta$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식
 $\rightarrow (x-a)(x-\beta) < 0$
- ② 해가 $x < a$ 또는 $x > \beta$ 이고 x^2 의 계수가 1인 이차부등식
 $\rightarrow (x-a)(x-\beta) > 0$

풍생 Point 이차부등식의 x^2 의 계수가 a 일 때, x^2 의 계수가 1인 이차부등식을 만든 후 주어진 부등식과 부등호의 방향이 일치하도록 a 의 부호를 정한다.

023

이차부등식 $x^2 + ax - b \leq 0$ 의 해가 $-7 \leq x \leq -3$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -11 ② -6 ③ 1
- ④ 6 ⑤ 11

024

이차부등식 $x^2 - ax + b > 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + bx + 1 < 0$ 의 해를 구하시오.
 (단, a, b 는 실수이다.)

025

이차부등식 $2x^2 + 2kx + k \leq 0$ 의 해가 $x = -1$ 뿐일 때, 실수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

026

이차부등식 $ax^2 - 6x + 24 > 0$ 의 해가 $-4 < x < b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하시오.

유형 03 정수해의 조건이 주어진 이차부등식

이차부등식의 정수해가 n 개일 때, 해의 공통부분이 n 개의 정수를 포함하도록 수직선 위에 나타내어 미정계수를 결정한다.

풍생 Point 해의 조건이 주어진 연립이차부등식과 비슷하지만 조금 더 복잡하다. 수직선 위에서 정수해가 n 개가 되는 미정계수의 값의 범위를 살펴본다.

027

이차부등식 $x^2 - ax \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 3이 되도록 하는 양수 a 의 값의 범위는?

- ① $2 < a < 3$ ② $2 \leq a < 3$ ③ $2 \leq a \leq 3$
- ④ $3 \leq a < 4$ ⑤ $3 < a \leq 4$

028

이차부등식 $x^2 < k^2$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수가 11일 때, 자연수 k 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

029

이차부등식 $x^2 - (k+1)x + k \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 6일 때, 1보다 큰 양수 k 의 값의 범위를 구하시오.

유형 04 근의 조건이 주어진 이차부등식

★ 중요

이차부등식이 '모든 실수에 대하여 성립한다.', '해를 갖는다.', '오직 하나의 해를 갖는다.', '해를 갖지 않는다.'와 같은 조건이 주어지면 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 이용한다.

풍생 Point 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 판별식을 D 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 다음 이차부등식이 성립할 조건은

- ① $ax^2+bx+c>0 \Rightarrow a>0, D<0$
- ② $ax^2+bx+c\geq 0 \Rightarrow a>0, D\leq 0$
- ③ $ax^2+bx+c<0 \Rightarrow a<0, D<0$
- ④ $ax^2+bx+c\leq 0 \Rightarrow a<0, D\leq 0$

030

이차부등식 $x^2+2kx+5k>0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 정수 k 의 최댓값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

031

이차부등식 $x^2-x+2k\leq 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수 k 의 값의 범위가 $k>a$ 일 때, $16a$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

032

이차부등식 $k(x^2-1)\geq -5-4x$ 가 모든 실수 x 에 대하여 성립하도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

033

이차부등식 $x^2-(2a-6)x+4<0$ 이 해를 갖도록 하는 자연수 a 의 최솟값을 구하시오.

034

이차부등식 $-x^2-4kx+4k-15\geq 0$ 이 해를 갖도록 하는 정수 a 의 값의 범위는?

- ① $k\leq -\frac{5}{2}$ 또는 $k\geq \frac{3}{2}$
- ② $k< -\frac{5}{2}$ 또는 $k> \frac{3}{2}$
- ③ $k\leq -\frac{3}{2}$ 또는 $k\geq \frac{5}{2}$
- ④ $k< -\frac{3}{2}$ 또는 $k> \frac{5}{2}$
- ⑤ $-\frac{5}{2}\leq k\leq \frac{3}{2}$

035

이차부등식 $3x^2+kx+3\leq 0$ 이 오직 하나의 해를 가질 때, 실수 k 의 값의 합은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 3

036

이차부등식 $kx^2-6kx+8k-7\geq 0$ 이 오직 하나의 해를 가질 때, 실수 k 의 값을 구하시오.

유형 05 이차부등식과 두 그래프의 위치 관계 중요★

- ① 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 위쪽에 있다. $\Rightarrow f(x) > g(x)$
- ② 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 아래쪽에 있다. $\Rightarrow f(x) < g(x)$

풍생 Point 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프보다 위쪽에 있거나 아래쪽에 있다는 조건이 주어지면 이차방정식 $f(x)=g(x)$ 의 판별식을 이용하여 미정계수를 결정한다.

037

이차함수 $y=x^2+6x-3$ 의 그래프가 이차함수 $y=4x^2-8x+5$ 의 그래프보다 위쪽에 있도록 하는 정수 x 의 개수를 구하시오.

038

이차함수 $y=-x^2+x+2$ 의 그래프가 직선 $y=3x+k$ 보다 항상 아래쪽에 있도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하시오.

039

이차함수 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 직선 $y=-x+6$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $x < -2$ 또는 $x > 1$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

040

이차함수 $y=ax^2+19x+b$ 의 그래프가 직선 $y=3x+21$ 보다 아래쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $x < 3$ 또는 $x > 5$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $2a-b$ 의 값을 구하시오.

유형 06 제한된 범위에서 항상 성립하는 이차부등식

- ① $a \leq x \leq \beta$ 에서 이차부등식 $f(x) > 0$ 이 항상 성립한다.
 $\Rightarrow a \leq x \leq \beta$ 에서 $(f(x))$ 의 최솟값 > 0
- ② $a \leq x \leq \beta$ 에서 이차부등식 $f(x) < 0$ 이 항상 성립한다.
 $\Rightarrow a \leq x \leq \beta$ 에서 $(f(x))$ 의 최댓값 < 0

풍생 Point 제한된 범위에서의 이차함수의 최대·최소를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 식을 세운다.

041

$0 \leq x \leq 2$ 에서 이차부등식 $x^2-2x+k > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > 1$ ② $k \geq 1$ ③ $k > 2$
- ④ $k \geq 2$ ⑤ $k > 3$

042

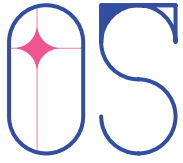
$-1 \leq x \leq 1$ 에서 이차부등식 $-x^2+6x-k \leq 0$ 이 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 최솟값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

043

$-2 \leq x \leq 3$ 에서 이차부등식 $x^2-3x+1 \leq x-a$ 가 항상 성립할 때, 정수 a 의 최솟값은?

- ① -13 ② -9 ③ -5
- ④ -1 ⑤ 3



연립이차부등식

1 연립이차부등식

연립부등식을 이루는 부등식 중에서 차수가 가장 높은 부등식이 이차부등식일 때, 이 연립부등식을 연립이차부등식이라 한다.

2 연립이차부등식의 풀이

- ① 각 부등식의 해를 구한다.
- ② ①의 해를 수직선 위에 함께 나타낸다.
- ③ 공통부분을 찾아 연립부등식의 해를 구한다.

• $f(x) < g(x) < h(x)$ 꼴의 부등식

연립부등식 $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ g(x) < h(x) \end{cases}$ 꼴로 고쳐서 푼다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 103쪽

044

다음은 연립부등식 $\begin{cases} 3x-4 \geq 2 \\ x^2-x-6 < 0 \end{cases}$ 을 푸는 과정이다. □ 안에

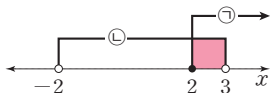
알맞은 수를 써넣으시오.

$3x-4 \geq 2$ 에서 $x \geq \square$ ㉠

$x^2-x-6 < 0$ 에서 $(x+2)(x-3) < 0$ 이므로

$\square < x < 3$ ㉡

㉠, ㉡의 해를 수직선 위에 나타내면



따라서 연립부등식의 해는 $\square \leq x < 3$

045

다음 연립부등식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x^2+6 > 7x \\ -x+4 > 1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x(x+4) > 5 \\ 3x < 5x+2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} -x^2+6x \geq 5x-2 \\ 9x-4 > 5x+8 \end{cases}$

046

다음은 연립부등식 $\begin{cases} x^2+4x-5 > 0 \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases}$ 을 푸는 과정이다. □ 안에

에 알맞은 수를 써넣으시오.

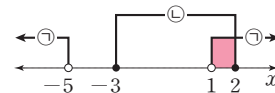
$x^2+4x-5 > 0$ 에서 $(x+5)(x-1) > 0$ 이므로

$x < \square$ 또는 $x > 1$ ㉠

$x^2+x-6 \leq 0$ 에서 $(x+3)(x-2) \leq 0$ 이므로

$-3 \leq x \leq \square$ ㉡

㉠, ㉡의 해를 수직선 위에 나타내면



따라서 연립부등식의 해는 $1 < x \leq \square$

047

다음 연립부등식을 푸시오.

(1) $\begin{cases} x^2-1 \leq 3 \\ x^2-6x \leq -3x \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x^2 \leq 5x \\ x(x-4) > 2x^2+3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x^2 > 3x+4 \\ 2x^2-6x+7 \geq x^2+2x \end{cases}$

048

다음 부등식을 푸시오.

(1) $x^2 - 2x - 6 \leq -x \leq -1$

(2) $20 < 2x + 8 \leq 8x - x^2$

(3) $x^2 + 4x + 6 < 3 \leq -3x + 6$

(4) $-x^2 + 5x + 10 \leq x + 5 < x^2 - 5x + 13$

(5) $6 < x^2 - x \leq 16 - x$

(6) $3x(x-1) - 7 < 2x^2 - x + 1 < x^2 - 2x + 7$

049

연립부등식 $\begin{cases} (x+1)(x-3) > 0 \\ x < k \end{cases}$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

050

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 12x + 32 \leq 0 \\ (x-2)(x-k) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $k < x \leq 8$ 일 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하시오. (단, $k > 2$)

051

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - kx < 0 \\ x^2 - 7x + 6 \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 k 의 값의 범위를 구하시오.

유형 07 연립이차부등식

중요★

연립이차부등식은 다음 순서로 푼다.

- ① 각 부등식의 해를 구한다.
- ② 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 공통부분을 찾는다.

풍생 Point $A < B < C$ 꼴의 부등식을 $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$

꼴로 바꾸어 풀지 않도록 주의한다.

052

연립부등식 $\begin{cases} -x+5 \geq 4 \\ x^2+3x-10 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의

개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

053

연립부등식 $\begin{cases} x^2-3x \leq 18 \\ 2(x-2) > x-10 \end{cases}$ 을 만족시키는 실수 x 의

최댓값과 최솟값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

054

연립부등식 $\begin{cases} x^2+x-2 \leq 0 \\ x^2 < 4x \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq \beta$ 일 때,

$2\beta - a$ 의 값을 구하시오.

055

연립부등식 $\begin{cases} x^2 > 2x+3 \\ 2x^2-5x+10 \geq x^2+6x-8 \end{cases}$ 을 만족시키는

양수 x 의 최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

056

부등식 $x+3 \leq 2x+1 \leq x^2+7x+5$ 를 만족시키는 실수 x 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

057

부등식

$$3x^2-8x-13 < x^2+6x+3 < 2x^2-2x+18$$

의 해가 아닌 것은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 4 ⑤ 6

058

세로의 길이가 가로의 길이보다 긴 직사각형 모양의 밭의 둘레의 길이가 16 m이다. 세로의 길이가 x m일 때, 이 밭의 넓이가 12 m^2 이상 15 m^2 이하가 되도록 하는 x 의 값의 범위를 구하시오.

유형 08 해가 주어진 연립이차부등식 중요★

각 부등식의 해의 공통부분과 주어진 해가 일치하도록 수직선 위에 나타내어 미정계수를 결정한다.

풍생 Point 공통부분과 주어진 해가 일치할 때 등호가 성립하는 지 주의 깊게 살핀다.

059

연립부등식 $\begin{cases} x-k \leq 0 \\ x^2+2x-8 < 0 \end{cases}$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, 실수 k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

060

연립부등식 $\begin{cases} x^2-(k-3)x-3k \leq 0 \\ x^2-x-2 \leq 0 \end{cases}$ 의 해가 $-1 \leq x \leq k$ 가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

061

연립부등식 $\begin{cases} x^2-x+a < 0 \\ x^2-4x+b \geq 0 \end{cases}$ 의 해가 $-5 < x \leq 1$ 또는 $3 \leq x < 6$ 이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $b-a$ 의 값은?

- ① 21 ② 24 ③ 27
④ 30 ⑤ 33

유형 09 절댓값 기호를 포함한 이차부등식

양수 k 에 대하여

- ① $|f(x)| < k \Rightarrow -k < f(x) < k$
② $|f(x)| > k \Rightarrow f(x) < -k$ 또는 $f(x) > k$

풍생 Point 절댓값 기호를 포함한 이차부등식은 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 값을 기준으로 범위를 나누어 푼다.

062

부등식 $|x^2-2x| \geq 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

063

부등식 $x^2-2x-3 < 3|x-1|$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오.

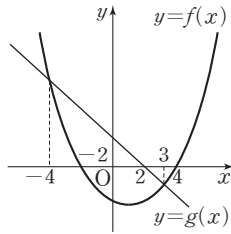
064

연립부등식 $\begin{cases} (x+2)(x+4) \geq 15 \\ x^2+|x|-6 < 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

01

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=g(x)$ 가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 부등식 $f(x) \leq g(x)$ 의 해가 아닌 것은?



- ① -4 ② -2
- ③ 0 ④ 2
- ⑤ 4

02 학교 시험 기출

이차부등식 $(x+1)(x+2) \leq 20$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\beta - \alpha$ 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 9
- ④ 11 ⑤ 13

03

다음 부등식 중 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 과 해가 같은 것은?

- ① $|x-2| < 1$ ② $|x-1| < 3$ ③ $|x+1| < 2$
- ④ $|x+2| < 3$ ⑤ $|x+3| < 1$

04

지면으로부터 초속 30 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이를 y m라 하면 $y = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다고 한다. 물 로켓의 높이가 40 m 이상인 시간은 몇 초 동안인지 구하시오.

05

이차부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해가 $x=2$ 일 때, $bx^2 + ax - 3 > 0$ 의 해는? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $x < -\frac{3}{2}$ 또는 $x > \frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$
- ③ $x < -\frac{1}{2}$ 또는 $x > \frac{3}{2}$ ④ $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$
- ⑤ $x < \frac{1}{2}$ 또는 $x > \frac{3}{2}$

06

이차부등식 $f(x) \leq 0$ 의 해가 $-3 \leq x \leq 2$ 일 때, $f(-x) > 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 최솟값을 구하시오.

07 실전 Plus

이차부등식 $x^2 + kx \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 가 4개일 때, 모든 정수 k 의 값의 곱은?

- ① -10 ② -9 ③ -8
- ④ -7 ⑤ -6

08

이차부등식 $kx^2 - 8x + k + 6 > 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오.

09 교육청 기출

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$x^2 + (m+2)x + 2m + 1 > 0$$

이 성립하도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

10

이차함수 $y = 6x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 직선 $y = 4x + 24$ 보다 아래쪽에 있는 모든 정수 x 의 값의 합은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

11 (실전) Plus

두 이차함수 $f(x) = x^2 - 3x + k$, $g(x) = -x^2 + x - 3$ 에 대하여 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하시오.

12 교육청 기출

연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 3x - 18 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 15 \geq 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수

x 의 값의 합은?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

13

부등식 $11x - 10 < x^2 + 4x < 3x + 12$ 의 해가 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해와 같을 때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

14

정육면체의 밑면의 가로 길이는 4 cm 늘이고, 높이는 2 cm 줄여서 만든 직육면체의 부피가 원래의 정육면체의 부피보다 작을 때, 원래의 정육면체의 한 모서리의 길이는? (단, 정육면체의 모서리의 길이는 자연수이다.)

- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

15 학교 시험 기출

부등식 $2x^2 + 4x - 28 \leq x^2 + x < k(x+1)$ 의 해가 $-1 < x \leq 4$ 일 때, 정수 k 의 최솟값을 구하시오.

16

연립부등식 $\begin{cases} 2|x| - x^2 > 0 \\ x^2 + 2x \leq 3 \end{cases}$ 의 해가 $\alpha < x < 0$ 또는

$0 < x \leq \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2



경우의 수

함부로 세지 마라.

이 단원의 핵심은 많이 세는 것이 아니다. 제대로 세는 것이다. 아무 기준 없이 세기 시작하면 반드시 놓치는 경우가 생긴다. 기준을 정해 상황을 적절히 나누어야 모든 경우가 한눈에 보인다. 순서가 바뀌면 다른 경우인지, 조건이 달라지면 다시 세야 하는지부터 따져야 한다. 손이 아니라 머리로, 기준을 세우고 정리하는 기술. 이 기술을 갖고 닦는 것이 이 단원의 목표다.

01 경우의 수와 순열

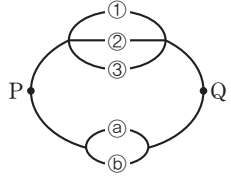
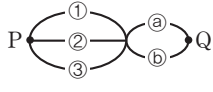
02 조합

01 경우의 수와 순열

본문 145~159쪽

- 유형 1 합일의 법칙
- 유형 2 방정식과 부등식의 해의 개수
- 유형 3 곱의 법칙
- 유형 4 약수의 개수
- 유형 5 도로망에서의 경우의 수
- 유형 6 색칠하는 방법의 수
- 유형 7 ${}_nP_r$ 의 계산
- 유형 8 순열의 수
- 유형 9 이웃하는 순열의 수
- 유형 10 이웃하지 않는 순열의 수
- 유형 11 위치가 고정된 경우의 순열의 수
- 유형 12 교대로 서는 경우의 순열의 수
- 유형 13 '적어도'의 조건이 있는 순열의 수
- 유형 14 자연수의 개수
- 유형 15 사전식으로 배열하는 순열의 수

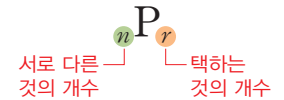
합의 법칙과 곱의 법칙

합의 법칙	곱의 법칙
 <p style="text-align: center;">점 P에서 점 Q로 가는 경우는 ①, ②, ③, ③, ② ↓ 3+2=5</p>	 <p style="text-align: center;">점 P에서 점 Q로 가는 경우는 ① → a, ① → Q ② → a, ② → Q ③ → a, ③ → Q ↓ 3×2=6</p>

순열

서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하여 일렬로 나열하는 것

→ n 개에서 r 개를 택하는 순열



02 조합

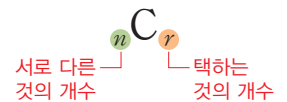
본문 160~168쪽

- 유형 1 ${}_nC_r$ 의 계산
- 유형 2 조합의 수
- 유형 3 특정한 것을 포함하거나 제외하는 조합의 수
- 유형 4 '적어도'의 조건이 있는 조합의 수
- 유형 5 뽑아서 나열하는 경우의 수
- 유형 6 직선의 개수
- 유형 7 삼각형과 사각형의 개수
- 유형 8 분할과 분배

조합

서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 것

→ n 개에서 r 개를 택하는 조합



순열과 조합의 비교

순열	조합
서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 나열하는 경우	서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 경우
${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$	${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
순서를 생각함	순서를 생각하지 않음

01 경우의 수

1 사건과 경우의 수

- ① 사건: 동일한 조건에서 반복할 수 있는 실험이나 관찰에 의하여 나타나는 결과
- ② 경우의 수: 사건이 일어나는 경우의 가짓수

보기 한 개의 주사위를 던질 때, 2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6이고, 경우의 수는 3이다.

홍범 Tip 경우의 수를 구할 때, 사건이 일어나는 모든 경우를 나뉘어가지 모양의 그림으로 나타낸 수형도를 이용하면 편리하다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 110쪽

001

1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 8장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 나올 수 있는 모든 경우의 수
- (2) 짝수가 적혀 있는 카드를 뽑는 경우의 수
- (3) 3의 배수가 적혀 있는 카드를 뽑는 경우의 수
- (4) 8의 약수가 적혀 있는 카드를 뽑는 경우의 수

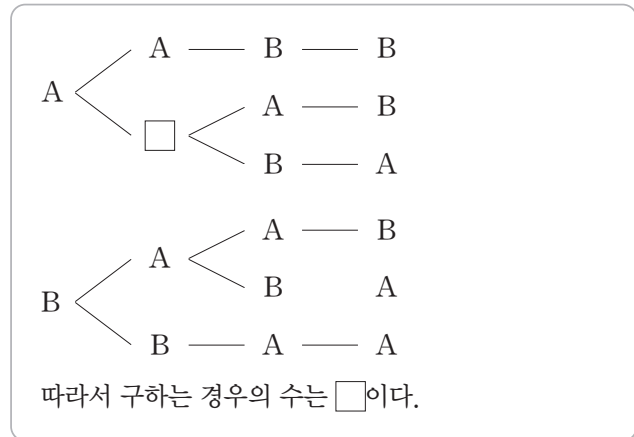
002

서로 다른 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

- (1) 나올 수 있는 모든 경우의 수
- (2) 앞면이 한 개 나오는 경우의 수
- (3) 앞면이 두 개 나오는 경우의 수
- (4) 전부 같은 면이 나오는 경우의 수

003

4개의 문자 A, A, B, B를 일렬로 나열하는 경우의 수를 수형도를 이용하여 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



004

수형도를 이용하여 다음을 구하시오.

- (1) 3개의 숫자 1, 3, 5를 일렬로 나열하는 경우의 수
- (2) 3개의 문자 ㉠, ㉡, ㉢를 일렬로 나열하는 경우의 수
- (3) 4개의 문자 A, A, B, C를 일렬로 나열하는 경우의 수
- (4) 4명의 학생 A, B, C, D를 일렬로 세울 때, D를 맨 마지막에 세우는 경우의 수

02

합의 법칙과 곱의 법칙

1 합의 법칙

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 가 일어나는 경우의 수를 m , 사건 B 가 일어나는 경우의 수를 n 이라 하면 **사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ 이다.**

참고 합의 법칙은 어느 두 사건도 동시에 일어나지 않는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립한다.

2 곱의 법칙

사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m , 그 각각에 대하여 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 일 때, **두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ 이다.**

참고 곱의 법칙은 동시에 일어나는 셋 이상의 사건에 대해서도 성립하며, 두 사건이 잇달아 일어나는 경우에도 성립한다.

보기 3종류의 강아지 인형과 3종류의 곰 인형 중에서 하나를 택하는 경우의 수는 $3+3=6$

보기 6종류의 티셔츠와 5종류의 바지를 짝지어 입는 경우의 수는 $6 \times 5=30$

공범 Tip '또는', '이거나' → 합의 법칙
'이고', '동시에' → 곱의 법칙

개념 기본 문제

정답과 풀이 110쪽

005

1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 뽑을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 3의 배수 또는 8의 약수가 적혀 있는 공을 뽑는 경우의 수
- (2) 짝수 또는 5의 약수가 적혀 있는 공을 뽑는 경우의 수
- (3) 소수 또는 4의 배수가 적혀 있는 공을 뽑는 경우의 수

006

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하시오.

- (1) 첫 번째는 짝수의 눈이 나오고, 두 번째는 홀수의 눈이 나오는 경우의 수
- (2) 첫 번째는 3의 약수의 눈이 나오고, 두 번째는 4 이상의 눈이 나오는 경우의 수
- (3) 모두 소수의 눈이 나오는 경우의 수

007

다음을 구하시오.

- (1) 4종류의 사탕과 6종류의 초콜릿 중에서 하나를 택하는 경우의 수
- (2) 5종류의 모자와 3종류의 양말 중에서 각각 하나씩 택하는 경우의 수
- (3) 10명의 남학생과 7명의 여학생이 있는 모임에서 한 명의 대표를 뽑는 경우의 수
- (4) 서로 다른 국어책 2권, 수학책 4권, 영어책 4권 중에서 각각 한 권씩 구매하는 경우의 수
- (5) 세 자리의 자연수에서 백의 자리의 숫자는 홀수, 십의 자리의 숫자는 2의 배수, 일의 자리의 숫자는 9의 약수인 경우의 수

유형 01 합의 법칙

두 사건 A, B 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 가 일어나는 경우의 수를 m , 사건 B 가 일어나는 경우의 수를 n 이라 하면
(사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수) $= m + n$

풍생 Point 두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수가 l 이면
(사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수) $= m + n - l$

008

1부터 30까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 30장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 5의 배수 또는 6의 배수가 적혀 있는 카드를 뽑는 경우의 수는?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

009

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4의 배수인 경우의 수를 구하시오.

010

3개의 숫자 1, 2, 3 중에서 서로 다른 2개를 택하여 만들 수 있는 두 자리의 자연수 중에서 홀수의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

011

1부터 50까지의 자연수 중에서 3 또는 5로 나누어떨어지는 자연수의 개수를 구하시오.

유형 02 방정식과 부등식의 해의 개수

중요★

① 방정식 $ax + by + cz = d$ (a, b, c, d 는 상수)를 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수

→ x, y, z 중 계수의 절댓값이 큰 것부터 수를 대입한다.

② 부등식 $ax + by \leq c$ (a, b, c 는 상수)를 만족시키는 순서쌍 (x, y) 의 개수

→ x, y 중 계수의 절댓값이 큰 것부터 수를 대입한다.

풍생 Point 미지수가 자연수인지 음이 아닌 정수인지에 따라 순서쌍의 개수가 달라지므로 미지수의 조건에 주의한다.

012

방정식 $2x + y = 7$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

013

방정식 $x + y + 3z = 15$ 를 만족시키는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는?

- ① 22 ② 23 ③ 24
④ 25 ⑤ 26

014

부등식 $4x + y \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하시오.

015

한 개의 가격이 500원, 1000원, 2000원인 세 종류의 과자를 5000원어치 사는 경우의 수를 구하시오.

(단, 사지 않는 과자가 있을 수도 있다.)

유형 03 곱의 법칙

사건 A 가 일어나는 경우의 수가 m , 그 각각에 대하여 사건 B 가 일어나는 경우의 수가 n 이면
 (두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수) $= m \times n$

풍생 Point 다항식 A, B 의 각 항의 문자가 모두 다를 때, AB 의 전개식의 항의 개수는
 (A 의 항의 개수) \times (B 의 항의 개수)

016

1부터 7까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 뽑는 시행을 2번 할 때, 두 번째로 뽑은 공에 적혀 있는 수가 4의 약수인 경우의 수는?

(단, 뽑은 공은 다시 주머니에 집어넣는다.)

- ① 14 ② 21 ③ 28
- ④ 35 ⑤ 42

017

한 개의 주사위를 잇달아 3번 던질 때, 나오는 눈의 수의 곱이 홀수인 경우의 수를 구하시오.

018

$(a+b+c)(x+y)(p+q)$ 를 전개할 때 나타나는 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

019

각 자리의 숫자의 합이 짝수인 두 자리의 자연수의 개수는?

- ① 25 ② 30 ③ 35
- ④ 40 ⑤ 45

유형 04 약수의 개수

중요★

자연수 N 이
 $N = x^p y^q z^r$ (x, y, z 는 서로 다른 소수, p, q, r 는 자연수)꼴로 소인수분해될 때, N 의 양의 약수의 개수는
 $(p+1)(q+1)(r+1)$

풍생 Point 두 자연수 M, N 의 양의 공약수의 개수는 M, N 의 최대공약수의 양의 약수의 개수와 같다.

020

36의 양의 약수의 개수를 a , 280의 양의 약수의 개수를 b 라 할 때, $b-a$ 의 값을 구하시오.

021

$2 \times k$ 의 양의 약수의 개수가 8일 때, 다음 중 k 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 10 ② 15 ③ 33
- ④ 35 ⑤ 55

022

378과 945의 양의 공약수의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8
- ④ 10 ⑤ 12

023

6^n 의 양의 약수의 개수가 49일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오.

유형 05 도로망에서의 경우의 수

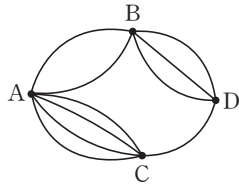
도로망에서의 경우의 수는 다음을 이용하여 구한다.

- ① 동시에 갈 수 없는 길 → 합의 법칙
- ② 이어서 갈 수 있는 길 → 곱의 법칙

풍생 Point 도로망에서 특정 지점을 지나가야 하는지 확인하고 경로를 찾는다.

024

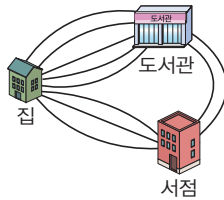
오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로망이 있다. 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않고 A 지점에서 D 지점까지 가는 경우의 수는?



- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

025

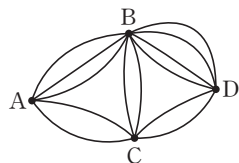
오른쪽 그림과 같이 집, 도서관, 서점을 연결하는 도로망이 있다. 집에서 출발하여 도서관과 서점을 한 번씩 거쳐 집으로 돌아오는 경우의 수는?



- ① 40 ② 45 ③ 50
- ④ 55 ⑤ 60

026

오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로망이 있다. 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않고 A 지점에서 D 지점까지 가는 경우의 수를 구하시오.



유형 06 색칠하는 방법의 수

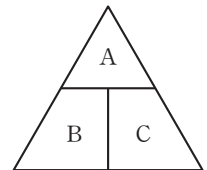
중요

도형의 나누어진 영역을 색칠하는 경우의 수는 먼저 인접한 영역이 가장 많은 영역을 색칠하는 경우의 수를 찾은 후, 각 영역을 칠하는 경우의 수를 구하여 곱의 법칙을 이용한다.

풍생 Point 인접하지 않아 서로 같은 색을 칠할 수 있는 영역은 (i) 같은 색을 칠하는 경우 (ii) 다른 색을 칠하는 경우로 나누어 생각한다.

027

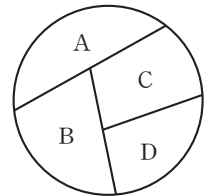
오른쪽 그림의 3개의 영역을 서로 다른 3가지 색으로 칠하려고 한다. A, B, C의 영역에 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오.



(단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)

028

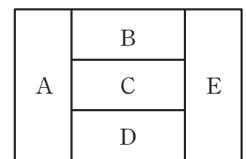
오른쪽 그림의 4개의 영역을 서로 다른 4가지 색으로 칠하려고 한다. A, B, C, D의 영역에 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수를 구하시오.



(단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)

029

오른쪽 그림의 5개의 영역을 서로 다른 5가지 색으로 칠하려고 한다. A, B, C, D, E의 영역에 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수는?



- ① 240 ② 300 ③ 360
- ④ 420 ⑤ 480

03 순열

1 순열

서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호 ${}_n P_r$ 로 나타낸다.

2 계승

1부터 n 까지의 자연수를 차례대로 곱한 것을 계승이라 하며, 기호 $n!$ 로 나타낸다.

참고 $n!$ 은 'n의 계승' 또는 'n factorial'이라 읽는다.

3 순열의 수

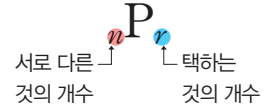
서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수는

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \times \cdots \times (n-r+1) \quad (\text{단, } 0 < r \leq n)$$

① ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

② ${}_n P_n = n!, 0! = 1, {}_n P_0 = 1$

• 순열의 수



보기 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

보기 서로 다른 4개에서 2개를 택하는 순열의 수는

${}_4 P_2 = 4 \times 3 = 12$

개념 기본 문제

030

다음을 기호로 나타내시오.

- (1) 서로 다른 5개에서 2개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수
- (2) 서로 다른 10개에서 6개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수
- (3) 서로 다른 8개에서 7개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수
- (4) 4명의 학생 중에서 3명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수
- (5) 서로 다른 6개의 스티커 중에서 4개를 택하여 일렬로 붙이는 경우의 수
- (6) 15명의 학생 중에서 회장, 부회장을 각각 한 명씩 뽑는 경우의 수

031

다음 값을 구하시오.

- (1) ${}_6 P_2$
- (2) ${}_{10} P_4$
- (3) ${}_8 P_1$
- (4) ${}_5 P_5$

032

다음 값을 구하시오.

- (1) $2!$
- (2) $0!$
- (3) $6!$
- (4) ${}_{12} P_0$

033

다음을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

(1) ${}_n P_3 = 210$

(2) ${}_n P_1 = 9$

(3) ${}_n P_n = 6$

(4) ${}_n P_2 \times 2! = 60$

(5) $5 \times {}_n P_4 = 8400$

(6) ${}_n P_2 = 12n$

(7) ${}_n P_5 = 24 \times {}_n P_2$

(8) ${}_n P_2 = 6n + 18$

034

다음을 만족시키는 자연수 r 의 값을 구하시오.

(1) ${}_4 P_r = 12$

(2) ${}_{11} P_r = 990$

(3) ${}_5 P_r = 60$

(4) ${}_r P_r = 24$

(5) $3 \times {}_7 P_r = 7560$

(6) $4! \times {}_4 P_r = 96$

(7) ${}_6 P_r \times {}_6 P_3 = 3600$

(8) ${}_8 P_r = 84 \times {}_5 P_2$

035

다음을 구하십시오.

- (1) 서로 다른 7개의 색 중에서 2개를 택하여 차례대로 칠하는 경우의 수
- (2) 10명의 학생 중에서 3명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수
- (3) 5개의 문자 A, B, C, D, E를 일렬로 나열하는 경우의 수
- (4) 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 9장의 카드 중에서 4장을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수
- (5) star에 있는 4개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수
- (6) 오디션 참가자 6명의 순서를 정하는 경우의 수
- (7) 4개의 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 2개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수
- (8) 동아리 회원 12명 중에서 회장, 부회장, 총무를 각각 한 명씩 선출하는 경우의 수

036

다음을 구하십시오.

- (1) A, B, C, D의 4명의 학생을 일렬로 세울 때, A, B가 서로 이웃하도록 세우는 경우의 수
 - 단계1. A, B를 묶어 일렬로 세우는 경우의 수 구하기
 - 단계2. A, B의 자리를 바꾸는 경우의 수 구하기
 - 단계3. 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수 구하기
- (2) 남학생 4명과 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 남학생 4명끼리 이웃하여 세우는 경우의 수
- (3) 서로 다른 마카롱 3개와 컵케이크 3개를 일렬로 나열할 때, 컵케이크끼리 이웃하여 나열하는 경우의 수

037

다음을 구하십시오.

- (1) A, B, C, D의 4명의 학생을 일렬로 세울 때, A, B가 서로 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수
 - 단계1. C, D를 일렬로 세우는 경우의 수 구하기
 - 단계2. C, D 사이와 양 끝 자리에 A, B를 세우는 경우의 수 구하기
 - 단계3. 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수 구하기
- (2) 남학생 3명과 여학생 4명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수
- (3) 1학년 학생 5명과 2학년 학생 5명을 일렬로 세울 때, 1학년 학생끼리 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수

유형 07 ${}_n P_r$ 의 계산

서로 다른 n 개에서 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 순열의 수
 $\rightarrow {}_n P_r = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-r+1)$

풍생 Point ① ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

② ${}_n P_n = n!$, $0! = 1$, ${}_n P_0 = 1$

038

$4! + {}_5 P_3$ 의 값을 구하시오.

039

등식 ${}_n P_3 = 12 \times {}_{n-1} P_2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

040

${}_{2n} P_2 : {}_n P_3 = 3 : 2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

041

등식 ${}_{n+1} P_2 - 2 \times {}_n P_1 = 56$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

유형 08 순열의 수

① 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하여 일렬로 나열 $\rightarrow {}_n P_r$

② 서로 다른 n 개를 일렬로 나열 $\rightarrow n!$

풍생 Point 일렬로 나열하거나 순서를 생각하여 뽑는 경우의 수는 순열의 수를 이용하여 구한다.

042

3명의 학생이 서로 다른 11개의 과자 중에서 각각 하나씩 구매하는 경우의 수는?

- ① 970 ② 980 ③ 990
 ④ 1000 ⑤ 1010

043

7명의 학생 중에서 발표할 4명을 뽑아 순서를 정하는 경우의 수는?

- ① 810 ② 820 ③ 830
 ④ 840 ⑤ 850

044

회원 수가 n 명인 모임에서 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수가 272일 때, n 의 값을 구하시오.

유형 09 이웃하는 순열의 수

중요

이웃하는 것이 있는 순열의 수는 다음 순서로 구한다.

- ① 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.
- ② 묶음 안에서 이웃하는 것끼리 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.
- ③ ①, ②에서 구한 경우의 수를 곱한다.

풍뎡 Point (이웃하는 것을 묶어 일렬로 나열하는 경우의 수)
× (묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수)

045

5개의 문자 A, B, C, D, E를 일렬로 나열할 때, A, B가 이웃하는 경우의 수는?

- ① 24 ② 30 ③ 36
- ④ 42 ⑤ 48

046

중학생 3명과 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 중학생끼리 이웃하는 경우의 수는?

- ① 32 ② 34 ③ 36
- ④ 38 ⑤ 40

047

서로 다른 소설책 4권과 문제집 3권을 책꽂이에 꽂을 때, 소설책은 소설책끼리, 문제집은 문제집끼리 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

048

사진 촬영을 위해 배구 선수 2명과 농구 선수 n 명을 일렬로 세우려고 한다. 배구 선수끼리 이웃하는 경우의 수가 240일 때, n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

유형 10 이웃하지 않는 순열의 수

이웃하지 않는 것이 있는 순열의 수는 다음 순서로 구한다.

- ① 이웃해도 되는 것을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.
- ② 이웃해도 되는 것의 사이사이와 양 끝에 이웃하지 않는 것을 나열하는 경우의 수를 구한다.
- ③ ①, ②에서 구한 경우의 수를 곱한다.

풍뎡 Point (이웃해도 되는 것을 일렬로 나열하는 경우의 수)
× (사이사이와 양 끝에 이웃하지 않는 것을 나열하는 경우의 수)

049

서로 다른 파란색 나무 블록 5개와 노란색 나무 블록 3개를 일렬로 놓을 때, 노란색 나무 블록끼리 이웃하지 않는 경우의 수는?

- ① 14400 ② 14500 ③ 14600
- ④ 14700 ⑤ 14800

050

어떤 놀이기구에 탑승하기 위해 학생 4명과 선생님 2명이 일렬로 설 때, 선생님끼리 이웃하지 않는 경우의 수는?

- ① 420 ② 440 ③ 460
- ④ 480 ⑤ 500

051

BAGEL에 있는 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, 모음끼리 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는?

- ① 60 ② 72 ③ 84
- ④ 96 ⑤ 108

유형 11 위치가 고정된 경우의 순열의 수

중요★

위치가 고정된 것을 먼저 배치한 후, 나머지를 나열한다.

풍생 Point 위치가 고정된 것들끼리 자리를 바꿀 수 있는지도 살핀다.

052

6개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6을 일렬로 나열할 때, 숫자 3이 세 번째 자리에 오고 숫자 6이 맨 뒤에 오는 경우의 수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

053

남학생 3명과 여학생 5명을 일렬로 세울 때, 양 끝에 여학생이 서는 경우의 수를 구하시오.

054

MONDAY에 있는 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, 모음이 짝수 번째 자리에 오도록 하는 경우의 수는?

- ① 81 ② 100 ③ 121
④ 144 ⑤ 169

055

지윤이가 색칠 놀이를 하는데, 빨간색과 초록색이 포함된 서로 다른 7개의 색을 택하여 순서대로 칠하려고 한다. 이때 빨간색과 초록색 사이에 2개의 색을 칠하도록 순서를 정하는 경우의 수를 구하시오.

유형 12 교대로 서는 경우의 순열의 수

구성원의 수가 n 인 두 집단의 구성원을 각각 ○, ●로 나타내면

○●○●...○● 또는 ●○●○...●○

와 같이 교대로 설 수 있으므로 교대로 서는 경우의 수는

$n! \times n! + n! \times n!$

풍생 Point 구성원의 수가 각각 $n, n-1$ 인 두 집단의 구성원이 교대로 서는 경우의 수는

$n! \times (n-1)!$

056

어른 3명과 어린이 3명이 교대로 서는 경우의 수는?

- ① 60 ② 66 ③ 72
④ 78 ⑤ 84

057

special에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 자음과 모음이 교대로 오도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 138 ② 144 ③ 150
④ 156 ⑤ 162

058

1부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 8장의 카드를 일렬로 나열할 때, 짝수가 적혀 있는 카드와 홀수가 적혀 있는 카드가 교대로 놓이도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 1152 ② 1154 ③ 1156
④ 1158 ⑤ 1160

유형 13 '적어도'의 조건이 있는 순열의 수

중요★

사건 A가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수
 → (모든 경우의 수) - (사건 A가 일어나지 않는 경우의 수)

풍생 Point '적어도'라는 말이 포함되지 않더라도, 사건 A가 일어나지 않는 경우의 수가 더 적은 경우에는 이와 같이 구하면 편리하다.

059

서로 다른 빵 4개와 음료수 3개 중에서 2개를 골라 정윤이와 도현이에게 1개씩 나누어 줄 때, 적어도 한 명은 음료수를 받는 경우의 수는?

- ① 12 ② 16 ③ 24
- ④ 30 ⑤ 36

060

around에 있는 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오도록 하는 경우의 수는?

- ① 568 ② 572 ③ 576
- ④ 580 ⑤ 584

061

서로 다른 장식품 2개와 액세서리 3개를 일렬로 진열할 때, 적어도 2개의 액세서리가 이웃하도록 하는 경우의 수는?

- ① 60 ② 72 ③ 84
- ④ 96 ⑤ 108

유형 14 자연수의 개수

중요★

주어진 조건을 만족시키는 기준이 되는 자리에 숫자를 먼저 나열한 후, 나머지 자리에 숫자를 나열한다.

풍생 Point 자연수를 만들 때, 맨 앞자리에는 0이 올 수 없음에 주의한다.

062

3개의 숫자 1, 2, 3을 모두 이용하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수 중에서 홀수의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

063

4개의 숫자 0, 1, 2, 3을 모두 이용하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수의 개수는?

- ① 18 ② 20 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26

064

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 3개의 숫자를 이용하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수 중 짝수의 개수는?

- ① 20 ② 22 ③ 24
- ④ 28 ⑤ 30

065

5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 이용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 천의 자리의 숫자는 짝수이고, 십의 자리의 숫자는 홀수인 자연수의 개수를 구하시오.

066

5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 이용하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수 중 짝수의 개수는?

- ① 6 ② 12 ③ 18
④ 24 ⑤ 30

067

6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4개의 숫자를 이용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 5의 배수의 개수는?

- ① 76 ② 84 ③ 92
④ 100 ⑤ 108

유형 15 사전식으로 배열하는 순열의 수

기준이 되는 문자 또는 숫자를 먼저 나열한 후, 나머지 자리에 남은 문자 또는 숫자를 나열하는 경우의 수를 구한다.

풍생 Point 어떤 문자열이나 자연수가 몇 번째 순서인지 구하거나 n 번째의 문자열 또는 자연수를 구하는 문제가 출제된다.

068

4개의 문자 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ을 모두 한 번씩 사용하여 사전식으로 배열할 때, ㄴㄹㄷㄱ은 몇 번째에 오는가?

- ① 9번째 ② 10번째 ③ 11번째
④ 12번째 ⑤ 13번째

069

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 모두 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수를 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 41325는 몇 번째에 오는지 구하시오.

070

4개의 문자 A, B, C, D를 모두 한 번씩 사용하여 사전식으로 배열할 때, 17번째에 오는 문자열을 구하시오.

071

5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4를 모두 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수를 작은 수부터 차례대로 나열할 때, 60번째에 오는 수는?

- ① 32401 ② 32410 ③ 34012
④ 34021 ⑤ 34102

01

한 개의 주사위를 2번 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 곱이 6인 경우의 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

02

두 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자의 합이 7의 배수인 자연수의 개수는?

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

03 (심전 Plus)

한 자리의 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오.

04

$(a+b+1)(x+y)^2$ 을 전개할 때 나타나는 서로 다른 항의 개수를 구하시오.

05

180과 630의 양의 공약수의 개수를 구하시오.

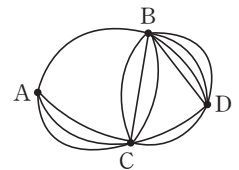
06

1000원짜리 지폐 1장, 500원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 4개가 있다. 이 돈의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하시오.

(단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

07 (학교 시험 기출)

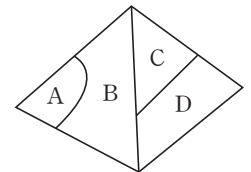
오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D를 연결하는 도로망이 있다. 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않고 A 지점에서 D 지점으로 갔다가 다시 A 지점으로 돌아오는 경우의 수는?



- ① 32 ② 36 ③ 40
- ④ 44 ⑤ 48

08

오른쪽 그림의 4개의 영역을 서로 다른 4가지 색으로 칠하려고 한다. A, B, C, D의 영역에 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



- ① 56 ② 60 ③ 64
- ④ 68 ⑤ 72

09

1학년 학생 2명과 2학년 학생 4명이 있다. 각각 학년별로 일렬로 세우는 경우의 수는?

- ① 44 ② 46 ③ 48
④ 50 ⑤ 52

10 **학교 시험 기출**

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 나열할 때, 홀수끼리 이웃하는 경우의 수를 구하시오.

11 **교육청 기출**

1학년 학생 2명과 2학년 학생 4명이 있다. 이 6명의 학생이 일렬로 나열된 6개의 의자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 앉는 경우의 수는?

- (가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.
(나) 양 끝에 있는 의자에는 모두 2학년 학생이 앉는다.

- ① 96 ② 120 ③ 144
④ 168 ⑤ 192

12 **(실전) Plus**

5개의 문자 A, B, C, D, E를 일렬로 나열할 때, A, B는 이웃하고 C, D는 이웃하지 않도록 하는 경우의 수는?

- ① 24 ② 28 ③ 32
④ 36 ⑤ 40

13

정운이와 민우를 포함한 6명의 학생이 이어달리기 순서를 정하려고 할 때, 정운이와 민우 사이에 3명의 학생이 달리도록 순서를 정하는 경우의 수는?

- ① 96 ② 98 ③ 100
④ 102 ⑤ 104

14

NATURE에 있는 6개의 문자를 일렬로 나열할 때, 다음 중에서 적어도 2개가 이웃하도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 572 ② 573 ③ 574
④ 575 ⑤ 576

15

4개의 숫자 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 3개의 숫자를 이용하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수 중에서 3의 배수의 개수는?

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

16

5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 모두 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수 중에서 35000보다 작은 자연수의 개수를 구하시오.

01 조합

1 조합

서로 다른 n 개에서 순서를 생각하지 않고 r ($0 < r \leq n$)개를 택하는 것을 n 개에서 r 개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호 ${}_n C_r$ 로 나타낸다.

2 조합의 수

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

참고 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는 ${}_n C_r$ 이고, 그 각각에 대하여 r 개를 한 줄로 나열하는 경우의 수는 $r!$ 이므로 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 순열의 수 ${}_n P_r$ 에 대하여

$${}_n C_r \times r! = {}_n P_r, \text{ 즉 } {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!}$$

① ${}_n C_0 = 1, {}_n C_n = 1$

② ${}_n C_r = {}_n C_{n-r}$ (단, $0 \leq r \leq n$)

참고 서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는 n 개에서 뽑히지 않은 $(n-r)$ 개를 택하는 조합의 수와 같다.

• 조합의 수



보기 서로 다른 5개에서 2개를 택하는 조합의 수는

$${}_5 C_2 = \frac{{}_5 P_2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

공백 Tip 서로 다른 n 개에서 r 개를 택할 때, 순서를 생각하면 순열, 순서를 생각하지 않으면 조합을 이용한다.

개념 기본 문제

001

다음을 기호로 나타내시오.

- (1) 서로 다른 3개에서 2개를 택하는 경우의 수
- (2) 서로 다른 9개에서 5개를 택하는 경우의 수
- (3) 서로 다른 20개에서 17개를 택하는 경우의 수
- (4) 서로 다른 과일 6개에서 3개를 택하는 경우의 수
- (5) 12명의 학생 중에서 2명의 대표를 선출하는 경우의 수
- (6) 5개의 문자 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ에서 5개를 택하는 경우의 수

002

다음 값을 구하시오.

- (1) ${}_7 C_3$
- (2) ${}_{13} C_0$
- (3) ${}_{25} C_{25}$
- (4) ${}_8 C_4$
- (5) ${}_{11} C_9$
- (6) ${}_{50} C_{49}$

003

다음을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

(1) ${}_n C_2 = 66$

(2) ${}_n C_3 = 84$

(3) ${}_n C_4 = 15$

(4) ${}_n C_1 = {}_n C_3$

(5) ${}_n C_5 = {}_n C_2$

(6) ${}_n C_6 = {}_n C_9$

(7) ${}_{n+2} C_{n+1} = 24$

(8) ${}_{n+1} C_{n-1} = 36$

004

다음을 만족시키는 자연수 r 의 값을 모두 구하시오.

(1) ${}_{16} C_r = {}_{16} C_6$ (단, $r \neq 6$)

(2) ${}_9 C_4 = {}_9 C_r$ (단, $r \neq 4$)

(3) ${}_4 C_4 = {}_8 C_r$

(4) ${}_7 C_r = 7$

(5) ${}_{20} C_r = 190$

(6) ${}_{10} C_r = {}_{10} C_{r-2}$

(7) ${}_{17} C_{r-9} = {}_{17} C_r$

(8) ${}_{18} C_{r+1} = {}_{18} C_{r-5}$

005

다음을 구하시오.

- (1) 1부터 9까지의 자연수 중에서 3개를 택하는 경우의 수
- (2) 5명의 학생 중에서 당번 1명을 택하는 경우의 수
- (3) basket에 있는 6개의 문자 중에서 4개를 택하는 경우의 수
- (4) 서로 다른 4송이의 꽃 중에서 3송이를 택하는 경우의 수
- (5) 서로 다른 10개의 초콜릿 중에서 6개를 택하는 경우의 수
- (6) 서로 다른 19개의 학용품 중에서 16개를 구매하는 경우의 수

006

다음을 구하시오.

- (1) 서로 다른 빨간색 공 6개와 파란색 공 4개 중에서 빨간색 공 1개와 파란색 공 1개를 택하는 경우의 수
 - 단계1. 빨간색 공 1개를 택하는 경우의 수 구하기
 - 단계2. 파란색 공 1개를 택하는 경우의 수 구하기
 - 단계3. 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수 구하기
- (2) 서로 다른 박물관 5곳과 미술관 3곳 중에서 박물관 2곳과 미술관 1곳을 택하는 경우의 수
- (3) 1부터 10까지의 자연수 중에서 홀수 2개와 짝수 3개를 택하는 경우의 수

007

다음을 구하시오.

- (1) 남학생 3명, 여학생 4명 중에서 2명을 뽑을 때, 뽑힌 학생의 성별이 모두 같은 경우의 수
 - 단계1. 남학생을 2명 뽑는 경우의 수 구하기
 - 단계2. 여학생을 2명 뽑는 경우의 수 구하기
 - 단계3. 합의 법칙을 이용하여 경우의 수 구하기
- (2) 혈액형이 A형인 사람 5명과 B형인 사람 6명 중에서 3명을 뽑을 때, 뽑힌 사람의 혈액형이 모두 같은 경우의 수
- (3) 축구 선수 11명, 야구 선수 9명 중에서 4명을 뽑을 때, 뽑힌 선수의 운동 종목이 모두 같은 경우의 수

008

7개의 문자 A, B, C, D, E, F, G 중에서 4개의 문자를 뽑을 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1) A를 반드시 포함하여 뽑는 경우의 수
 - 단계1. A를 미리 뽑아 놓기
 - 단계2. 경우의 수 구하기
- (2) D, E를 반드시 포함하여 뽑는 경우의 수
- (3) A, C, E를 반드시 포함하여 뽑는 경우의 수
- (4) B를 포함하지 않는 경우의 수
 - 단계1. B를 제외하기
 - 단계2. 경우의 수 구하기
- (5) C, F를 포함하지 않는 경우의 수
- (6) E, F, G를 포함하지 않는 경우의 수

유형 01 ${}_n C_r$ 의 계산

서로 다른 n 개에서 r ($0 \leq r \leq n$)개를 택하는 조합의 수

$$\rightarrow {}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

풍생 Point ① ${}_n C_0 = 1, {}_n C_n = 1$ ② ${}_n C_r = {}_n C_{n-r}$

009

등식 ${}_{12} C_{2r} = {}_{12} C_{r-3}$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

010

등식 ${}_{30} C_{n^2} = {}_{30} C_{2n+8}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오.

011

${}_n C_r = 21, {}_n P_r = 42$ 를 만족시키는 자연수 n, r 에 대하여 $n-r$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

012

등식 ${}_{n+1} P_2 - {}_n C_{n-2} = 44$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

유형 02 조합의 수

중요★

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 경우의 수 $\rightarrow {}_n C_r$

풍생 Point 순서를 생각하지 않고 뽑는 경우의 수는 조합의 수를 이용하여 구한다.

013

학생 10명 중에서 논술 대회에 참가할 1명과 수학 경시 대회에 참가할 2명을 뽑는 경우의 수는?

(단, 학생은 한 대회에만 참가한다.)

- ① 320 ② 340 ③ 360
④ 380 ⑤ 400

014

1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 9장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑을 때, 카드에 적혀 있는 두 수의 곱이 홀수가 되는 경우의 수는?

- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

015

서로 다른 색연필 5자루와 사인펜 7자루 중에서 3자루를 택하여 사용하려고 한다. 3자루 모두 같은 종류의 필기구를 택하는 경우의 수를 구하시오.

016

어떤 모임에 참여한 모든 사람이 다른 사람과 한 번씩 악수하였더니 전체 악수 횟수가 120이었을 때, 모임에 참여한 사람은 몇 명인지 구하시오.

(단, 같은 상대와 2번 이상 악수한 사람은 없다.)

유형 03 특정한 것을 포함하거나 제외하는 조합의 수

중요★

- ① 서로 다른 n 개에서 특정한 k 개를 포함하여 r 개를 뽑는 경우의 수는 $(n-k)$ 개에서 $(r-k)$ 개를 뽑는 조합의 수와 같다.
- ② 서로 다른 n 개에서 특정한 k 개를 제외하고 r 개를 뽑는 경우의 수는 $(n-k)$ 개에서 r 개를 뽑는 조합의 수와 같다.

풍생 Point 서로 다른 n 개에서 r 개를 뽑을 때

- ① 특정한 k 개를 포함하여 뽑는 경우의 수 $\rightarrow {}_{n-k}C_{r-k}$
- ② 서로 다른 n 개에서 특정한 k 개를 제외하고 뽑는 경우의 수 $\rightarrow {}_{n-k}C_r$

017

candy에 있는 5개의 문자 중에서 3개를 뽑을 때, a를 반드시 포함하여 뽑는 경우의 수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9

018

1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 10개의 공 중에서 4개의 공을 뽑을 때, 소수가 적힌 공은 뽑히지 않는 경우의 수를 구하시오.

019

연정이와 지수를 포함한 9명 중에서 4명을 택하려고 할 때, 연정이는 반드시 뽑히고 지수는 뽑히지 않는 경우의 수는?

- ① 23 ② 26 ③ 29
- ④ 32 ⑤ 35

020

빨간색과 노란색을 포함한 서로 다른 10가지의 색 중에서 5가지의 색을 택할 때, 빨간색과 노란색 중에서 한 가지의 색만 택하는 경우의 수를 구하시오.

유형 04 '적어도'의 조건이 있는 조합의 수

사건 A가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수
 $= (\text{모든 경우의 수}) - (\text{사건 A가 일어나지 않는 경우의 수})$

풍생 Point '적어도'라는 말이 포함되지 않더라도, 사건 A가 일어나지 않는 경우의 수가 더 적은 경우에는 이와 같이 구하면 편리하다.

021

서로 다른 흰 공 5개와 검은색 공 4개 중에서 3개의 공을 뽑을 때, 검은색 공을 적어도 1개 포함하여 뽑는 경우의 수는?

- ① 66 ② 70 ③ 74
- ④ 78 ⑤ 82

022

1부터 10까지의 자연수 중에서 4개의 숫자를 택할 때, 홀수와 짝수가 적어도 1개씩 포함되도록 택하는 경우의 수는?

- ① 200 ② 205 ③ 210
- ④ 215 ⑤ 220

023

8명이 참여한 어떤 일일 수업에서 임의로 2명을 뽑을 때, 적어도 1명은 남자인 경우의 수가 27이다. 이 일일 수업에 참여한 남자의 수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

유형 05 뽑아서 나열하는 경우의 수

중요

서로 다른 n 개에서 r 개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 다음 순서로 구한다.

- ① n 개에서 r 개를 뽑는다. ← 조합
- ② 뽑은 r 개를 일렬로 나열한다. ← 순열
- ③ ①, ②에서 구한 경우의 수를 곱한다.

풍생 Point 서로 다른 n 개에서 r 개를 뽑아 나열하는 경우의 수
 $\rightarrow {}_n C_r \times r!$

024

서로 다른 시집 3권과 수필 2권 중에서 시집 2권, 수필 1권을 택하여 책장에 일렬로 꽂는 경우의 수를 구하시오.

025

reason에 있는 6개의 문자 중에서 모음 2개와 자음 2개를 뽑아 만들 수 있는 문자열의 개수는?

- ① 208 ② 210 ③ 212
- ④ 214 ⑤ 216

026

1부터 8까지의 자연수 중에서 서로 다른 3개의 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 3의 배수인 숫자는 포함하지 않는 자연수의 개수는?

- ① 100 ② 110 ③ 120
- ④ 130 ⑤ 140

027

현진이와 주형이를 포함한 9명 중에서 4명을 뽑아 일렬로 세울 때, 현진이와 주형이가 반드시 포함되고 서로 이웃하도록 세우는 경우의 수는?

- ① 244 ② 246 ③ 248
- ④ 250 ⑤ 252

유형 06 직선의 개수

어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 n 개의 점으로 만들 수 있는 직선의 개수 $\rightarrow {}_n C_2$

풍생 Point 일직선 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선은 1개뿐이다.

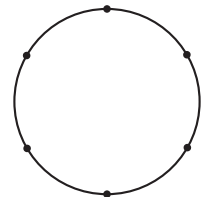
028

한 평면 위에 있는 서로 다른 5개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않을 때, 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

029

오른쪽 그림과 같이 원 위에 6개의 점이 있을 때, 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수를 구하시오.



030

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 위에 8개의 점이 있을 때, 주어진 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?



- ① 15 ② 16 ③ 17
- ④ 18 ⑤ 19

유형 07 삼각형과 사각형의 개수

중요★

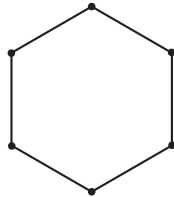
어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 n 개의 점에 대하여

- ① 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수 $\rightarrow {}_n C_3$
- ② 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수 $\rightarrow {}_n C_4$

풍생 Point 일직선 위에 있는 3개의 점으로 만들 수 있는 삼각형은 없다.

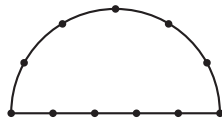
031

오른쪽 그림과 같이 정육각형 위에 6개의 점이 있을 때, 이 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오.



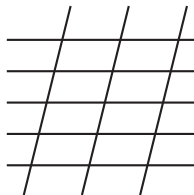
032

오른쪽 그림과 같이 반원 위에 11개의 점이 있을 때, 이 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수를 구하시오.



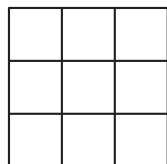
033

오른쪽 그림과 같이 5개의 평행한 직선과 3개의 평행한 직선이 서로 만날 때, 이 평행선으로 만들 수 있는 평행사변형의 개수를 구하시오.



034

오른쪽 그림과 같이 9개의 정사각형을 이어 붙인 도형에서 직사각형의 개수는?



- ① 28 ② 32
- ③ 36 ④ 40
- ⑤ 44

유형 08 분할과 분배

① 서로 다른 n 개를 p 개, q 개, r 개 ($p+q+r=n$)의 3묶음으로 분할하는 경우의 수는

(i) p, q, r 가 모두 다른 수인 경우 $\rightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_r C_r$

(ii) p, q, r 중에서 어느 두 수가 같은 경우

$$\rightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_r C_r \times \frac{1}{2!}$$

(iii) p, q, r 가 모두 같은 수인 경우

$$\rightarrow {}_n C_p \times {}_{n-p} C_q \times {}_r C_r \times \frac{1}{3!}$$

② n 묶음으로 분할하여 n 명에게 분배하는 경우의 수는

(n 묶음으로 분할하는 경우의 수) $\times n!$

풍생 Point 서로 다른 것을 몇 개의 묶음으로 나누는 것을 분할이라 하고, 분할된 묶음을 일렬로 나열하는 것을 분배라 한다.

035

9명의 학생을 2명, 3명, 4명의 3개의 조로 나누는 경우의 수를 구하시오.

036

서로 다른 5개의 과자를 똑같은 상자 3개에 빈 상자가 없도록 나누어 담는 경우의 수는?

- ① 20 ② 25 ③ 30
- ④ 35 ⑤ 40

037

8명의 학생이 2명씩 4개의 조로 나뉘어 서로 다른 4개의 과목을 공부하는 경우의 수는?

- ① 2480 ② 2500 ③ 2520
- ④ 2540 ⑤ 2560

01 교육청 기출

${}_5C_3 \times 3!$ 의 값은?

- ① 15 ② 30 ③ 45
④ 60 ⑤ 75

02

다음은 ${}_nC_r = {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1}$ ($1 \leq r < n$)임을 보이는 과정이다.

$$\begin{aligned} & {}_{n-1}C_r + {}_{n-1}C_{r-1} \\ &= \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!} + \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} \\ &= \frac{(n-r) \times (n-1)!}{r!(n-r)!} + \frac{\boxed{(가)} \times (n-1)!}{r!(n-r)!} \\ &= \frac{(n-1)!}{r! \left(\frac{(n-r)}{\boxed{(나)}} \right)!} \times \{ (n-r) + \boxed{(다)} \} \\ &= \frac{\boxed{(다)} \times (n-1)!}{r!(n-r)!} \\ &= {}_nC_r \end{aligned}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-------|-------|-------|
| ① | $r-1$ | $n-r$ | $n-1$ |
| ② | $r-1$ | n | n |
| ③ | r | $n-r$ | $n-1$ |
| ④ | r | $n-r$ | n |
| ⑤ | r | n | n |

03 학교 시험 기출

1부터 15까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 15개의 공이 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수인 경우의 수를 구하시오.

04

자연수 a, b 에 대하여 부등식 $1 \leq a < b < 11$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 25 ② 30 ③ 35
④ 40 ⑤ 45

05 교육청 기출

9개의 숫자 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1을 0끼리는 어느 것도 이웃하지 않도록 일렬로 나열하여 만들 수 있는 아홉 자리의 자연수의 개수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

06

어느 식당에서 제육덮밥, 돈가스, 김치볶음밥을 포함한 8가지의 음식을 판매하고 있다. 이 식당에서 4가지의 음식을 주문할 때, 제육덮밥은 주문하지 않고, 돈가스, 김치볶음밥은 반드시 주문하는 경우의 수를 구하시오.

07

1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 6장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑을 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 수 중에서 가장 작은 수가 2 이하인 경우의 수는?

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

08

중학생 4명과 고등학생 6명으로 이루어진 모임에서 대표 3명을 뽑을 때, 중학생과 고등학생이 적어도 1명씩 포함되도록 뽑는 경우의 수는?

- ① 94 ② 96 ③ 98
- ④ 100 ⑤ 102

09

서로 다른 노트 3권, 연필 5자루, 지우개 4개 중에서 4개를 택할 때, 연필이 적어도 2자루 포함되도록 하는 경우의 수는?

- ① 425 ② 430 ③ 435
- ④ 440 ⑤ 445

10 학교 시험 기출

blazing에 있는 7개의 문자 중에서 4개를 택하여 일렬로 나열할 때, 모음이 모두 포함되도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

11

1부터 7까지의 자연수 중에서 짝수 2개와 홀수 2개를 택하여 일렬로 나열할 때, 짝수끼리 이웃하지 않는 경우의 수는?

- ① 204 ② 208 ③ 212
- ④ 216 ⑤ 220

12 실전 Plus

대각선의 개수가 44인 다각형의 꼭짓점의 개수는?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

13

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 위에 있는 7개의 점 중에서 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



- ① 26 ② 28 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 34

14

서로 다른 빨간색 공 5개와 파란색 공 3개를 4개씩 두 개의 똑같은 주머니에 나누어 담으려고 한다. 각 주머니에 적어도 한 개의 파란색 공이 들어 있도록 나누어 담는 경우의 수를 구하시오.

15

서로 다른 6권의 책을 3명의 학생에게 나누어 줄 때, 한 사람이 적어도 한 권의 책을 갖도록 나누어 주는 경우의 수는?

- ① 510 ② 520 ③ 530
- ④ 540 ⑤ 550

N

행렬

계산의 관점을 바꾸어라.

행렬은 하나씩 계산하는 방식에서 벗어나는 도구다. 하나의 식이나 하나의 값이 아니라, 여러 정보를 한 번에 다루는 방식이다. 겉으로는 단순히 수를 배열한 것처럼 보이지만, 핵심은 배열이 아니라 그 의미다. 계산 자체보다 계산이 가능한지, 순서가 맞는지 판단하는 것이 더 중요하다. 흩어진 값을 한 번에 묶어, 한눈에 전체를 보는 시각. 이 시각을 틔우는 것이 이 단원의 목표다.

이 행렬과 그 연산

본문 171~192쪽

- 유형 ① 행렬의 뜻
- 유형 ② 성분에 대한 조건이 주어진 행렬
- 유형 ③ 행렬이 서로 같을 조건
- 유형 ④ 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배
- 유형 ⑤ 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배—연립
- 유형 ⑥ 행렬의 곱셈
- 유형 ⑦ 행렬의 거듭제곱
- 유형 ⑧ 행렬의 곱셈의 실생활 활용
- 유형 ⑨ 행렬의 곱셈의 성질
- 유형 ⑩ 행렬의 곱셈의 성질
— $AB=BA$ 가 성립할 때
- 유형 ⑪ 단위행렬의 성질
- 유형 ⑫ 행렬의 거듭제곱— $A^n=E$ 일 때
- 유형 ⑬ 행렬의 곱셈의 변형
- 유형 ⑭ 케일리—해밀턴 정리

행렬의 뜻

제1열 제2열 제3열
 제1행 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ → 2×3 행렬
 제2행 $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ (2,3) 성분 행의 개수, 열의 개수

- ① m 개의 행과 n 개의 열로 이루어진 행렬 → $m \times n$ 행렬
- ② 제 i 행과 제 j 열이 만나는 위치에 있는 성분 → (i, j) 성분

행렬의 덧셈과 뺄셈, 실수배

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 와 실수 k 에 대하여

덧셈	뺄셈
$A+B = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$	$A-B = \begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} \end{pmatrix}$

실수배
$kA = k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$

행렬의 곱셈

행렬 A 의 열의 개수와 행렬 B 의 행의 개수가 같을 때에만 두 행렬의 곱셈 AB 가 정의된다.

→ $(m \times l \text{ 행렬}) \times (l \times n \text{ 행렬}) = (m \times n \text{ 행렬})$

제1행 $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ 제1열 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 제2열 $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & u \\ y & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\text{행} \times 1\text{열} & 1\text{행} \times 2\text{열} \\ 2\text{행} \times 1\text{열} & 2\text{행} \times 2\text{열} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ax+by & au+bv \\ cx+dy & cu+dv \end{pmatrix}$$

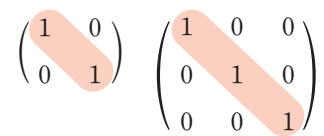
행렬의 거듭제곱

정사각행렬 A 와 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$A^2=AA, A^3=A^2A, \dots, A^{n+1}=A^nA$$

단위행렬

왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 내려가는 대각선 위의 성분은 모두 1이고, 그 외의 성분은 모두 0인 정사각행렬을 단위행렬이라 한다.

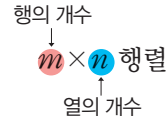




행렬의 뜻

1 행렬의 뜻

- ① 행렬: 여러 개의 수 또는 문자를 직사각형 모양으로 배열하여 괄호로 묶은 것
- ② 행렬의 성분: 행렬을 이루는 각각의 수 또는 문자
- ③ 행: 행렬에서 성분을 가로로 배열한 줄
- ④ 열: 행렬에서 성분을 세로로 배열한 줄
- ⑤ $m \times n$ 행렬: **m 개의 행과 n 개의 열로 이루어진 행렬**
- ⑥ 정사각행렬: 행의 개수와 열의 개수가 같은 행렬



• 행렬은 보통 알파벳 대문자 A, B, C, \dots 를 사용하여 나타내고, 성분은 알파벳 소문자 a, b, c, \dots 를 사용하여 나타낸다.

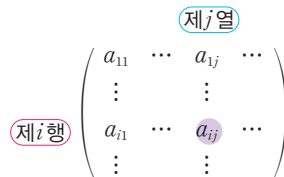
보기

$$\begin{array}{ccc} & \text{제1열} & \text{제2열} & \text{제3열} \\ \text{제1행} \rightarrow & (-3) & (0) & (2) \\ \text{제2행} \rightarrow & (4) & (7) & (1) \end{array}$$

• $n \times n$ 행렬을 n 차 정사각행렬이라 한다.

2 행렬의 (i, j) 성분

행렬 A 에서 제 i 행과 제 j 열이 만나는 위치에 있는 성분을 행렬 A 의 (i, j) 성분이라 하고, 기호 a_{ij} 로 나타낸다.



• 행렬 A 를 $A = (a_{ij})$ 로 나타내기도 한다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 127쪽

001

행렬 $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 행의 개수
- (2) 열의 개수
- (3) 제1행의 모든 성분의 합
- (4) 제2열의 모든 성분의 합

002

행렬 $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -3 & 2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 행의 개수
- (2) 열의 개수
- (3) 제3행의 모든 성분의 합
- (4) 제2열의 모든 성분의 합

003

다음 행렬의 꼴을 말하시오.

(1) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(2) $(-1 \ 3 \ 6 \ 5)$

(3) $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -9 & 7 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 6 \\ 2 & -4 & -8 \end{pmatrix}$

004

보기에서 정사각행렬인 것을 있는 대로 고르시오.

보기

㉠. $(-5 \quad -5)$

㉡. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

㉢. $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}$

㉣. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

005

행렬 $\begin{pmatrix} 9 & -8 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $(1, 1)$ 성분

(2) $(2, 1)$ 성분

(3) a_{12}

(4) a_{22}

006

행렬 $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & 3 \\ -2 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $a_{12} + a_{13}$

(2) $a_{11} + a_{23}$

(3) $a_{33} - a_{21}$

(4) $a_{22} - a_{32}$

007

행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 다음과 같을 때, 행렬 A 를 구하시오.

(1) $a_{ij} = i - j + 2$ (단, $i=1, 2, j=1, 2$)

(2) $a_{ij} = 3i + 2j - 4$ (단, $i=1, 2, 3, j=1, 2$)

(3) $a_{ij} = i^2 - j^2$ (단, $i=1, 2, j=1, 2, 3$)

(4) $a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \leq j) \\ -1 & (i > j) \end{cases}$ (단, $i=1, 2, 3, j=1$)

(5) $a_{ij} = \begin{cases} i+j & (i=j) \\ i-j & (i \neq j) \end{cases}$ (단, $i=1, 2, 3, j=1, 2, 3$)

(6) $a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i+j} & (i > j) \\ 2^i & (i=j) \\ (-1)^{j-i} & (i < j) \end{cases}$ (단, $i=1, 2, j=1, 2, 3$)

02 행렬이 서로 같을 조건

1 행렬이 서로 같을 조건

두 행렬 A, B 가 같은 꼴이고 대응하는 성분이 각각 같을 때, 두 행렬 A, B 는 서로 같다고 하며, 기호 $A=B$ 로 나타낸다.

즉, 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

- ① $A=B$ 이면 $a_{11}=b_{11}, a_{12}=b_{12}, a_{21}=b_{21}, a_{22}=b_{22}$
- ② $a_{11}=b_{11}, a_{12}=b_{12}, a_{21}=b_{21}, a_{22}=b_{22}$ 이면 $A=B$

- 두 행렬 A, B 의 행의 개수와 열의 개수가 각각 같을 때, 두 행렬을 같은 꼴이라 한다.
- 두 행렬 A, B 가 서로 같지 않을 때, 기호 $A \neq B$ 로 나타낸다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 128쪽

008

다음 두 행렬이 같은 꼴이면 ○를, 같은 꼴이 아니면 ×를 () 안에 써넣으시오.

(1) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ ()

(2) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ()

(3) $\begin{pmatrix} 3 & -6 & -10 \\ -4 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$ ()

(4) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 99 & 15 \\ 7 & 87 \\ 56 & 11 \end{pmatrix}$ ()

(5) $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ()

(6) $\begin{pmatrix} -7 & -3 & -2 \\ -8 & 1 & 3 \\ -9 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ ()

009

다음 등식을 만족시키는 실수 x, y 의 값을 구하시오.

(1) $\begin{pmatrix} x+3 & y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} x-y \\ 2x-3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} x+3 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & y+2 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} x-2y & 2x+y & 3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & x-6 \end{pmatrix}$

010

다음 등식을 만족시키는 실수 x, y, z 의 값을 구하시오.

(1) $\begin{pmatrix} x-4 & 0 \\ 3 & z+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ y+1 & 5 \end{pmatrix}$

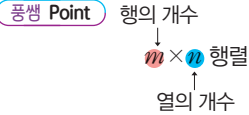
(2) $\begin{pmatrix} x-3y & y+2 \\ 2x+z & y-z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} x+y & x-2z \\ 5 & 2y-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ z+4 & 3y+z \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} -x & -2 \\ x+2z & z-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & z+1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

유형 01 행렬의 뜻

- ① $m \times n$ 행렬: m 개의 행과 n 개의 열로 이루어진 행렬
- ② 행렬 A 의 (i, j) 성분: 행렬 A 에서 제 i 행과 제 j 열이 만나는 위치에 있는 성분 $\rightarrow a_{ij}$



011

행렬 $A = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ 의 (i, j) 성분을 a_{ij} 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 일차 정사각행렬이다.
- ② $(2, 1)$ 성분은 -2 이다.
- ③ $a_{11} + a_{12} = 2$
- ④ 제2열의 모든 성분의 합은 4이다.
- ⑤ $i = j$ 를 만족시키는 성분은 6이다.

012

다음 중 2×1 행렬은?

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 9 & -11 \end{pmatrix}$

013

행렬 (i, j) 의 성분을 a_{ij} 라 할 때, 다음 보기에서 $a_{12} + a_{21} = 8$ 을 만족시키는 행렬을 있는 대로 고르시오.

보기

- ㉠. $\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ㉡. $\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ 7 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$
- ㉢. $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 \\ 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ ㉣. $\begin{pmatrix} -1 & 11 & -3 \\ -3 & -1 & 3 \\ 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$

유형 02 성분에 대한 조건이 주어진 행렬

중요★

행렬 $A = (a_{ij})$ 의 성분 a_{ij} 가 식으로 주어질 때, $i=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots$ 를 대입하여 행렬의 각 성분을 구한다.

품셈 Point $m \times n$ 행렬에서 $i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n$ 이다.

014

행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = 2i - ij + j^2$ ($i=1, 2, 3, j=1, 2$)일 때, 행렬 A 를 구하시오.

015

이차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = \frac{i-j}{ij}$ 일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

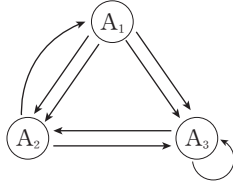
016

이차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가 $a_{ij} = -a_{ji}$ 일 때, 다음 중 행렬 A 가 될 수 있는 것은?

- ① $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$

017

오른쪽 그림은 세 도시 A_1, A_2, A_3 사이의 도로망을 나타낸 것이다. 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 $a_{ij} = (A_i$ 지점에서 A_j 지점으로 가는 길의 개수)



로 정의할 때, 행렬 A 를 구하시오.
(단, 화살표 방향으로만 통행할 수 있다.)

018

2×4 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j & (i > j) \\ j^2 - i & (i \leq j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 의 제2행의 모든 성분의 합은?

- ① 26 ② 28 ③ 30
- ④ 32 ⑤ 34

019

삼차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} 3i - 2j & (i < j) \\ i + j & (i = j) \\ i^2 - 2j & (i > j) \end{cases}$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합은?

- ① 22 ② 23 ③ 24
- ④ 25 ⑤ 26

유형 03 행렬이 서로 같을 조건

중요

같은 꼴인 두 행렬 A, B 에 대하여 $A=B$ 이면 두 행렬의 대응하는 성분이 서로 같다.

풍생 Point

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a_{11} = b_{11}, a_{12} = b_{12} \\ a_{21} = b_{21}, a_{22} = b_{22} \end{cases}$$

020

등식 $\begin{pmatrix} 3 & 2x-3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & y+4 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2$ 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

021

등식 $\begin{pmatrix} 2x-y & y+z \\ y^2-y+5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 7 & y^2 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 실수 x, y, z 에 대하여 $x+y-z$ 의 값을 구하시오.

022

등식 $\begin{pmatrix} ab & -6 \\ 1 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & a+b \\ 1 & a^2+b^2 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, 상수 x 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 28 ② 30 ③ 32
- ④ 34 ⑤ 36

023

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} y & -6 \\ xy & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} x+3 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A=B$ 일 때, $x^3 - y^3$ 의 값을 구하시오.



행렬의 덧셈과 뺄셈

1 행렬의 덧셈과 뺄셈

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{pmatrix}$$

2 영행렬

행렬의 성분이 모두 0인 행렬을 영행렬이라 하고, 기호 O 로 나타낸다.

참고 같은 꼴의 행렬 A 와 영행렬 O 에 대하여

$$A + O = O + A = A, A + (-A) = (-A) + A = O$$

3 행렬의 덧셈에 대한 성질

같은 꼴의 세 행렬 A, B, C 에 대하여

① 교환법칙: $A + B = B + A$

② 결합법칙: $(A + B) + C = A + (B + C)$

• 행렬의 덧셈과 뺄셈은 두 행렬이 같은 꼴일 때에만 정의된다.

공식 Tip 영행렬은 각 행렬의 끝에 하나씩 있다.

• 행렬 A 의 모든 성분의 부호를 바꾼 것을 성분으로 하는 행렬을 기호 $-A$ 로 나타낸다.

개념 기본 문제

024

다음을 계산하시오.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ -6 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 & -5 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$

(6) $\begin{pmatrix} 12 & -11 & -10 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 8 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & -2 & 9 \\ 6 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

025

다음을 계산하시오.

(1) $\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & -8 \\ 1 & 3 & -7 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 4 & -7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -6 & 12 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$

(6) $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 7 \\ 5 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 4 & 6 & 8 \\ -11 & 7 & -9 \end{pmatrix}$

026

세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$ 에

대하여 다음을 구하시오.

(1) $A + C$

(2) $C - B$

(3) $A - B + C$

(4) $C - A - B$

027

세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -9 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A + B$

(2) $B + A$

(3) $(A + B) + C$

(4) $A + (B + C)$

028

행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(단, O 는 영행렬이다.)

(1) $A + O$

(2) $O + A$

(3) $A + (-A)$

(4) $(-A) + A$

029

다음 등식을 만족시키는 행렬 X 를 구하시오.

(1) $X - \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \end{pmatrix} + X = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 9 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} - X = \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

(4) $X + \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

04 행렬의 실수배

1 행렬의 실수배

행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 와 실수 k 에 대하여

$$kA = k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$$

2 행렬의 실수배의 성질

같은 꼴의 두 행렬 A, B 와 두 실수 k, l 에 대하여

- ① $1 \times A = A, (-1) \times A = -A$
- ② $0 \times A = O, k \times O = O$ (단, O 는 영행렬이다.)
- ③ $(kl)A = k(lA)$
- ④ $(k+l)A = kA + lA, k(A+B) = kA + kB$

• 행렬 kA 는 행렬 A 의 각 성분을 k 배한 행렬이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 131쪽

030

다음을 계산하시오.

(1) $3 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

(2) $4 \begin{pmatrix} -2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

(3) $-2 \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(4) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 25 & 10 \\ -15 & -5 \end{pmatrix}$

(5) $-0.3 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

(6) $0 \begin{pmatrix} -7 & -6 & 5 & -4 \\ 3 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

031

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $2A$

(2) $-3B$

(3) $A + 2B$

(4) $4A - 5B$

(5) $\frac{1}{2}(A - B)$

(6) $5A - 2(A + B)$

유형 04 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배

중요★

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \end{pmatrix}, kA = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{pmatrix}$$

풍샘 Point 덧셈, 뺄셈, 실수배가 섞여 있는 식은 실수배를 먼저 계산한 후 앞에서부터 차례대로 계산한다.

032

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$2A + 3B$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

033

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$3(A+B) - 2(2A-B)$ 의 (1, 2) 성분은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

034

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ k & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A - 2B = \begin{pmatrix} -7 & -12 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

035

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 2k & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$3A+B$ 의 (2, 1) 성분이 2일 때, 행렬 $A+B$ 의 (1, 1) 성분은?

- ① $-\frac{7}{3}$ ② -2 ③ $-\frac{5}{3}$
- ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -1

036

등식 $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & x \\ -6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ y & 7 \end{pmatrix}$ 을 만족

시키는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 3

037

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$X - B = 2(A+B)$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은?

- ① 15 ② 18 ③ 21
- ④ 24 ⑤ 27

038

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $3(A+X) = 2(A-B) + X$ 를 만족시키는 행렬 X 의 (1, 2) 성분과 (2, 1) 성분의 합을 구하시오.

039

세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -7 & -8 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $xA + yB = C$ 가 성립할 때, 실수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

040

세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ k & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $xA + yB = C$ 가 성립하도록 하는 실수 x, y 가 존재할 때, 실수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

유형 05 행렬의 덧셈, 뺄셈, 실수배 - 연립

두 행렬 A, B 에 대한 두 등식이 주어진 경우, A, B 에 대한 연립 방정식으로 생각하여 푼다.

풍생 Point 연립방정식과 마찬가지로 A 또는 B 를 소거하여 행렬 A, B 를 각각 구한다.

041

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A + B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은?

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6

042

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -3 & -9 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ -16 & 20 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$2X + Y = A$, $X - 2Y = B$ 를 만족시키는 행렬 X, Y 가 존재할 때, 행렬 $3X - Y$ 의 (2, 1) 성분을 구하시오.

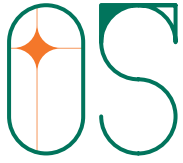
043

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A + 2B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & -10 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬 $A + B$ 는?

- ① $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$



행렬의 곱셈

1 행렬의 곱셈

- ① 행렬 A 의 제 i 행의 성분과 행렬 B 의 제 j 열의 성분을 각각 차례대로 곱하여 더한 것을 (i, j) 성분으로 하는 행렬을 A 와 B 의 곱이라 하고, 기호 AB 로 나타낸다.

참고 $(m \times l \text{ 행렬}) \times (l \times n \text{ 행렬}) = m \times n \text{ 행렬}$
└─ 같다 ─┘

- ② 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

2 행렬의 거듭제곱

정사각행렬 A 와 2 이상의 자연수 m, n 에 대하여

- ① $A^2 = AA, A^3 = A^2A, \dots, A^{n+1} = A^n A$
 ② $A^m A^n = A^{m+n}, (A^m)^n = A^{mn}$

• 행렬 A 의 열의 개수와 행렬 B 의 행의 개수가 같을 때에만 두 행렬의 곱셈 AB 가 정의된다.

• 행렬 A 가 정사각행렬일 때에만 행렬의 거듭제곱이 정의된다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 134쪽

044

다음 행렬의 곱셈이 정의되는 것은 ○를, 정의되지 않는 것은 ×를 () 안에 써넣으시오.

(1) $(5 \quad -2) \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ ()

(2) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} (-2 \quad 4 \quad 6)$ ()

(3) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} (10 \quad -2)$ ()

(4) $(0 \quad 0) \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ()

(5) $\begin{pmatrix} 6 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -9 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ ()

045

보기에서 행렬 AB 가 2×2 행렬인 것을 있는 대로 고르시오.

보기

ㄱ. $A = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}, B = (5 \quad -5)$

ㄴ. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

ㄷ. $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

ㄹ. $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 12 \\ -12 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$

046

다음은 행렬의 곱셈을 하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 1 + \square \times (-1) \\ \square \times 1 + 1 \times (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ \square \end{pmatrix}$$

047

다음을 계산하시오.

$$(1) \begin{pmatrix} -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} -6 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(5) \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(6) \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(7) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(8) \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

048

다음 등식이 성립하도록 하는 실수 x, y, z 의 값을 구하시오.

$$(1) \begin{pmatrix} x & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & z \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} x & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & y \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & z \\ -5 & -7 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ x & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 12 & z \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -14 \\ -24 & -22 \end{pmatrix}$$

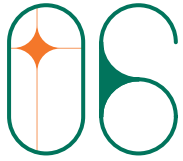
049

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 계산하시오.

(1) A^2

(2) A^3

(3) A^4



행렬의 곱셈의 성질

1 행렬의 곱셈의 성질

합과 곱이 정의되는 세 행렬 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙이 성립하지 않는다. ← 두 행렬 A, B 에 대하여 일반적으로 $AB \neq BA$ 이다.
- ② 결합법칙: $(AB)C = A(BC)$
- ③ 분배법칙: $A(B+C) = AB+AC, (A+B)C = AC+BC$
- ④ $k(AB) = (kA)B = A(kB)$ (단, k 는 실수이다.)

2 단위행렬

왼쪽 위에서 오른쪽 아래로 내려가는 대각선 위의 성분은 모두 1이고, 그 외의 성분은 모두 0인 n 차 정사각행렬을 n 차 단위행렬이라 하고, 기호 E 로 나타낸다.

참고 정사각행렬 A 와 같은 꼴인 단위행렬 E 에 대하여 $AE = EA = A, E^n = E$ (단, n 은 자연수이다.)

공백 Tip 행렬의 곱셈에서는 교환법칙이 성립하지 않으므로 곱하는 순서에 유의하여 계산한다.

보기 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 은 각각 이차, 삼차 단위행렬이다.

개념 기본 문제

정답과 풀이 136쪽

050

다음 두 행렬 A, B 에 대하여 AB 와 BA 를 구하시오.

(1) $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

(2) $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

051

세 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $(AB)C$

(2) $A(BC)$

052

세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $A(B+C)$

(2) $AB+AC$

053

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) AE

(2) EA

(3) E^2

(4) E^4

유형 06 행렬의 곱셈

중요 ★

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

풍샘 Point

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} \\ \boxed{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \boxed{1} \times \boxed{1} & \boxed{1} \times \boxed{2} \\ \boxed{2} \times \boxed{1} & \boxed{2} \times \boxed{2} \end{pmatrix}$$

054

세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$, $C = (2 \quad -4)$ 에 대하여 다음 중 행렬의 곱이 정의되지 않는 것은?
(정답 2개)

- ① AB ② AC ③ BA
④ BC ⑤ CB

055

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $BA - AB$ 의 (1, 2) 성분은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

056

네 행렬 $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $D = (2 \quad -1)$ 에 대하여 행렬 $AB + 2CD$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

057

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} x & 2 \\ y & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2y & -2 \\ -2 & x \end{pmatrix}$ 에 대하여

$AB = O$ 가 성립할 때, 양수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 영행렬이다.)

058

등식 $\begin{pmatrix} x^2 & 4 \\ x & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ y \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $y - x$ 의 값을 구하시오.

059

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & k \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$AB = BA$ 가 성립하도록 하는 상수 k 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ -4
④ -2 ⑤ 0

060

두 이차 정사각행렬 A, B 의 (i, j) 성분을 각각 a_{ij}, b_{ij} 라 하면

$$a_{ij} = i + j - 2, \quad b_{ij} = 2i - j$$

일 때, 행렬 BA 의 모든 성분의 합은?

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

유형 07 행렬의 거듭제곱

중요

정사각행렬 A 와 2 이상의 자연수 m, n 에 대하여

- ① $A^2 = AA, A^{n+1} = A^n A$
- ② $A^m A^n = A^{m+n}, (A^m)^n = A^{mn}$

풍생 Point A^n 을 추정할 때는 A^2, A^3, A^4, \dots 을 차례대로 계산하여 각 성분의 규칙을 찾는다.

061

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 + B^2$ 의 모든 성분의 합은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

062

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^2 의 (1, 2) 성분이 2일 때, 행렬 A^2 의 (2, 2) 성분은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
- ④ 6 ⑤ 7

063

두 행렬 A, B 에 대하여

$$A + B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, A - 2B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $A^2 + B^2$ 을 구하시오.

064

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 = O$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, O 는 영행렬이다.)

- ① -6 ② -4 ③ -2
- ④ 0 ⑤ 2

065

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^{10} 의 (1, 2) 성분은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

066

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^8 의 모든 성분의 합을 구하시오.

067

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 32 \end{pmatrix}$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

유형 08 행렬의 곱셈의 실생활 활용

주어진 조건을 행렬로 나타내고, 행렬의 곱에서 각 성분이 의미하는 것을 파악한다.

풍생 Point 구하는 것을 먼저 식으로 나타낸 후 행렬의 곱에서 일치하는 성분을 찾는다.

068

[표 1]은 민희와 형진이가 각각 구입한 쿠키와 사탕의 개수이고, [표 2]는 쿠키 1개와 사탕 1개의 가격을 나타낸 것이다.

(단위: 개)			(단위: 원)	
	쿠키	사탕	쿠키	사탕
민희	2	2	2000	
형진	1	4	600	

[표 1]

[표 2]

민희와 형진이가 쿠키와 사탕을 구입하기 위해 지불한 비용이 각각 5200원, 4400원일 때, 이것을 행렬의 곱으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2000 \\ 600 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5200 \\ c \end{pmatrix}$$

이때 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

069

두 미술관 A, B의 성인과 학생의 관람료가 오른쪽 표와 같다. 다음 중 성인 4명과 학생 10명이 함께 미술관에 갈 때, 미술관 A, B의 관람료로 지불해야 하는 금액을 나타낸 것은?

	미술관 A	미술관 B
성인	10000	5000
학생	6000	4000

- ① $\begin{pmatrix} 10000 & 5000 \\ 6000 & 4000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 10000 & 5000 \\ 6000 & 4000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 10000 & 6000 \\ 5000 & 4000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 10000 & 6000 \\ 5000 & 4000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 10000 & 4000 \\ 6000 & 5000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$

070

어느 서점에서 3월과 4월에 (단위: 권)

	수학책	국어책
3월	a	b
4월	c	d

판매한 수학책과 국어책의 권수가 오른쪽 표와 같다. 수학책과 국어책의 한 권당 가격이 각각 p 원, q 원일 때, 세 행렬 A, B, C 를

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}, C = (p \quad q)$$

라 하면 3월의 수학책과 국어책의 판매 금액의 총합은 x 원이다. 다음 중 x 의 값과 같은 것은?

- ① 행렬 AB 의 (1, 1) 성분
- ② 행렬 AB 의 (2, 1) 성분
- ③ 행렬 BC 의 (1, 1) 성분
- ④ 행렬 CA 의 (1, 1) 성분
- ⑤ 행렬 CA 의 (2, 1) 성분

071

한 종류의 노트와 한 종류의 펜을 섞어 학용품 세트 A, B를 만들려고 한다. 문구점과 대형 서점에서 판매하는 노트 1개와 펜 1개의 가격은 [표 1]과 같고, 학용품 세트 A, B에 들어가는 노트와 펜의 개수는 [표 2]와 같다.

(단위: 원)			(단위: 개)		
	노트	펜	세트 A	세트 B	
문구점	800	600	노트	3	4
대형 서점	700	500	펜	2	1

[표 1]

[표 2]

$$A = \begin{pmatrix} 800 & 600 \\ 700 & 500 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

이라 할 때, 행렬 AB 의 (2, 2) 성분이 나타내는 것은?

- ① 문구점에서 구매하여 학용품 세트 A를 만들 때 지불하는 금액
- ② 문구점에서 구매하여 학용품 세트 B를 만들 때 지불하는 금액
- ③ 대형 서점에서 구매하여 학용품 세트 A를 만들 때 지불하는 금액
- ④ 대형 서점에서 구매하여 학용품 세트 B를 만들 때 지불하는 금액
- ⑤ 학용품 세트 A, B에 들어가는 노트를 문구점에서 구매할 때 지불하는 금액

유형 09 행렬의 곱셈의 성질

중요★

합과 곱이 정의되는 세 행렬 A, B, C 에 대하여

- ① 교환법칙이 성립하지 않는다.
- ② $(AB)C = A(BC)$
- ③ $A(B+C) = AB+AC, (A+B)C = AC+BC$

풍생 Point 일반적으로 $AB \neq BA$ 이므로

- ① $(A \pm B)^2 = A^2 \pm AB \pm BA + B^2$ (복호동순)
- ② $(A+B)(A-B) = A^2 - AB + BA - B^2$

072

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

행렬 $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

073

세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

에 대하여 행렬 $ACA + BCA$ 를 구하시오.

074

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$A^2 - AB + BA - B^2$ 의 $(2, 1)$ 성분을 구하시오.

075

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}, A^2+B^2 = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $AB+BA$ 의 모든 성분을 구하시오.

유형 10 행렬의 곱셈의 성질 - $AB=BA$ 가 성립할 때

두 행렬 A, B 에 대하여 다음과 같은 조건이 주어지면 $AB=BA$ 를 만족시킨다.

- ① $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$ (복호동순)
- ② $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

풍생 Point 행렬의 곱셈에서 $AB=BA$ 가 성립하면 곱셈 공식을 적용할 수 있다.

076

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AB=BA$

일 때, 실수 k 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 2 ⑤ 3

077

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ 이 성립할 때, 실수 a 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3
- ④ -2 ⑤ -1

078

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여 $AB=BA$ 이고

$$A+B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, A-2B = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $A^2 - AB - 2B^2$ 의 모든 성분의 합은?

- ① 30 ② 33 ③ 36
- ④ 39 ⑤ 42

유형 11 단위행렬의 성질

중요★

정사각행렬 A 와 같은 꼴인 단위행렬 E 에 대하여
 $AE=EA=A, E^n=E$

풍생 Point $AE=EA$ 이므로 다음 곱셈 공식이 성립한다.

- ① $(A \pm E)^2 = A^2 \pm 2AE + E$ (복호동순)
- ② $(A+E)(A-E) = A^2 - E$

079

이차 정사각행렬 A 에 대하여 $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬
 $(A+E)(A-E)$ 를 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

080

행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $(A-2E)^2 = xA + yE$ 가
 성립하도록 하는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하
 시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

081

이차 정사각행렬 A 의 모든 성분의 합이 -2 일 때, 행렬
 $(A+E)^2 - A(A-E)$ 의 모든 성분의 합은?
 (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① -8 ② -4 ③ 0
- ④ 4 ⑤ 8

082

이차 정사각행렬 A 에 대하여
 $(2A+E)^2 = (2A+3E)(2A-3E)$
 가 성립할 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.
 (단, E 는 단위행렬이다.)

유형 12 행렬의 거듭제곱 - $A^n = E$ 일 때

중요★

정사각행렬 A 에 대하여 $A^n = E$ 를 만족시키는 자연수 n 을 찾아
 A 의 거듭제곱을 간단히 나타낸다.

풍생 Point $A^n = -E$ 를 만족시키는 자연수 n 이 존재하는 경우
 $A^{2n} = E$ 이므로 이를 이용할 수 있다.

083

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^{10} + A^{11}$ 의 모든 성
 분의 합을 구하시오.

084

행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^n = E$ 를 만족시키는 가
 장 작은 자연수 n 의 값을 구하시오.
 (단, E 는 단위행렬이다.)

085

행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 중 행렬 A^n 이 될 수
 없는 것은? (정답 2개)

- ① $\begin{pmatrix} -3 & 7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

086

행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 중 행렬
 $A + A^2 + A^3 + \dots + A^8$ 과 같은 행렬은?

- ① $-A$ ② A ③ $-A^2 - A$
- ④ $A^2 + A$ ⑤ $A^2 + A + E$

유형 13 행렬의 곱셈의 변형

이차 정사각행렬 A 에 대하여 $A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}$

$\rightarrow A\begin{pmatrix} a+c \\ b+d \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + A\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+r \\ q+s \end{pmatrix}$

풍생 Point

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + n\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$

$\rightarrow A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = mA\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + nA\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} + n\begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mp+nr \\ mq+ns \end{pmatrix}$

087

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

이 성립할 때, 행렬 $A\begin{pmatrix} a+1 \\ b-1 \end{pmatrix}$ 과 같은 행렬은?

- ① $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

088

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$A\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$

이 성립할 때, 행렬 $A\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ 을 구하시오.

089

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$A\begin{pmatrix} 2a \\ -3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix} a \\ 6b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$

일 때, 행렬 $A\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

유형 14 케일리-해밀턴 정리

이차 정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 - (a+d)A + (ad-bc)E = O$ 가 성립하고, 이를 케일리-해밀턴 정리라 한다.

풍생 Point $A^2 = (a+d)A - (ad-bc)E$ 이므로 이를 이용하여 A^2, A^3, \dots, A^n 을 $pA + qE$ (p, q 는 실수) 꼴로 간단히 나타낼 수 있다.

090

행렬 $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 이 $A^2 + xA + yE = O$ 를 만족시킬 때,

실수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 값은?

(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

091

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 이 $A^3 = xA + yE$ 를 만족시킬 때,

실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

(단, E 는 단위행렬이다.)

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

092

행렬 $A = \begin{pmatrix} -6 & -3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ 가 $A^3 - A^2 - 4E = xA + yE$ 를 만

족시킬 때, 실수 x, y 에 대하여 $y-x$ 의 값을 구하시오.

(단, E 는 단위행렬이다.)

01

행렬 $\begin{pmatrix} 5 & x-2 \\ 2x & -3 \\ 6 & -x-4 \end{pmatrix}$ 에서 제1열의 모든 성분의 합과 제3

행의 모든 성분의 합이 같을 때, 실수 x 의 값을 구하시오.

02

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 의 (i, j) 성분을 a_{ij} 라 할 때,

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

- ㄱ. $a_{32}=1$
- ㄴ. 삼차 정사각행렬이다.
- ㄷ. 제2행의 모든 성분의 합은 3이다.
- ㄹ. $i > j$ 를 만족시키는 성분 a_{ij} 의 합은 -2 이다.

- ① ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄹ

03

이차 정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = (20 \text{ 이하인 } i+j \text{의 배수의 개수})$$

일 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.

04 학교 시험 기출

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a^2 & b^2 \\ ab & a+b \end{pmatrix}$ 에 대하여

$A=B$ 일 때, $\frac{x+y}{xy}$ 의 값은?

- ① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$
- ④ 7 ⑤ $\frac{22}{3}$

05

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$2(A+B) + 3\left(B - \frac{1}{3}A\right)$ 를 구하시오.

06 교육청 기출

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$pA - B = q\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 상수이다.)

07

세 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$$

에 대하여 $xA + yB = C$ 가 성립할 때, 실수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 값을 구하시오.

08 실전 Plus

두 이차 정사각행렬 A, B 의 (i, j) 성분을 각각 a_{ij}, b_{ij} 라 하면

$$a_{ij} = -i + j + 1, b_{ij} = i^j - j^i$$

이다. $2X - Y = A, X + Y = B$ 를 만족시키는 행렬 X, Y 에 대하여 행렬 $6X - 3Y$ 의 $(1, 2)$ 성분과 $(2, 1)$ 성분의 합은?

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6

09

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$\frac{1}{2}A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A+B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $AB+BA$ 의 모든 성분의 합은?

- ① 18 ② 20 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26

10

이차방정식 $x^2+4x-9=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

행렬 $\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & 0 \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

11 교육청 기출

두 이차 정사각행렬 A, B 의 (i, j) 성분을 각각 a_{ij}, b_{ij} 라 할 때,

$$a_{ij} = i + 2j \quad (i=1, 2, j=1, 2),$$

$$b_{ij} = ij \quad (i=1, 2, j=1, 2)$$

이다. 행렬 AB 의 $(2, 1)$ 성분은?

- ① 4 ② 7 ③ 10
- ④ 13 ⑤ 16

12

행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 가 $A^2 = A + 2E$ 를 만족시킬 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하시오.
(단, $b < 0$ 이고, E 는 단위행렬이다.)

13

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 중 행렬

$E+A+A^2$ 과 같은 행렬은? (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① $-A$ ② O ③ E
- ④ A ⑤ $A+E$

14 학교 시험 기출

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$E-A+A^2-A^3+A^4$ 을 간단히 하면?

(단, E 는 단위행렬이다.)

- ① $-A^2$ ② $-A$ ③ E
- ④ A ⑤ A^2

15 실전 Plus

장미와 국화를 섞어 두 종류의 꽃다발 A, B를 만들려고 한다. [표 1]은 꽃다발 하나에 포함되어 있는 장미와 국화의 개수이고, [표 2]는 장미와 국화의 한 송이당 가격을 나타낸 것이다. 다음 중 꽃다발 A를 10개, 꽃다발 B를 15개 만드는 데 필요한 금액을 나타낸 것은?

(단위: 송이)

(단위: 원)

	장미	국화
A	3	4
B	5	2

[표 1]

	가격
장미	1000
국화	700

[표 2]

- ① $(10 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 700 \\ 1000 \end{pmatrix}$
- ② $(10 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 700 \end{pmatrix}$
- ③ $(10 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1000 \\ 700 \end{pmatrix}$
- ④ $(1000 \ 700) \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix}$
- ⑤ $(1000 \ 700) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix}$

16

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$X + AB^2 = ABA$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합을 구하시오.

17

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & y \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$(A + 2B)^2 = A^2 + 4AB + 4B^2$$

이 성립할 때, 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 3

18

행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$(A - E)(A^2 + A + E)$ 를 구하시오.

(단, E 는 단위행렬이다.)

19

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^{11} = 3^k A$ 일 때, 자연수 k

의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 6

20 (실전 Plus)

두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

$$A + B = O, AB = 2E$$

일 때, $A^8 + B^{10} = kE$ 를 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.)

21

이차 정사각행렬 A 에 대하여

$$A^2 = A + 3E, A \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, 행렬 $A^2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ 와 같은 행렬은?

- ① $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$

22 (학교 시험 기출)

행렬 $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음 중 행렬

$A^3 - 7A^2 + 4A + 3E$ 와 같은 것은?

(단, E 는 단위행렬이다.)

- ① $2A + 2E$ ② $2A + 3E$ ③ $2A + 4E$
- ④ $4A + 2E$ ⑤ $4A + 3E$

23 (실전 Plus)

행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬

$E + A + A^2 + A^3 + \dots + A^7$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.